INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

PÁTRIA AMADA BRASIL
GOVERNO FEDERAL

RELATÓRIO DO LEAMAT

INTRODUÇÃO ÀS PROGRESSÕES ARITMÉTICAS POR MEIO DE MATERIAL MANIPULÁVEL

RECEBIDO EM 07/05/19

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

ALICE PEREIRA STELLET DE MENEZES
ALICE ROCHA BARRETO CORRÊA MANHÃES
JOÃO VITOR PESSANHA SIMÃO
MÁRCIA VALÉRIA NOVARINO SILVA
RODRIGO GARNIER TOMÁS DE OLIVEIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2

ALICE PEREIRA STELLET DE MENEZES
ALICE ROCHA BARRETO CORRÊA MANHÃES
JOÃO VITOR PESSANHA SIMÃO
MÁRCIA VALÉRIA NOVARINO SILVA
RODRIGO GARNIER TOMÁS DE OLIVEIRA

RELATÓRIO DO LEAMAT

INTRODUÇÃO ÀS PROGRESSÕES ARITMÉTICAS POR MEIO DE MATERIAL MANIPULÁVEL

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Me. Mylane dos Santos Barreto

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2

SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 3 de outubro de 2017 aconteceu a aula inaugural das linhas de pesquisa de Educação Matemática Inclusiva e Geometria. Foram apresentados a proposta e os objetivos da disciplina, e um cronograma de todas as aulas que aconteceriam no LEAMAT.

Também foram expostos os critérios de avaliação e reforçada a importância da presença, participação e acompanhamento das aulas, visto a necessidade da entrega de um relatório ao final do período, que deverá conter relatos das aulas e a justificativa do tema escolhido pelo grupo.

No dia 10 de outubro de 2017, a turma foi dividida em dois grupos (A e B)[1] e cada um acompanhou uma professora para dar início à aula. O grupo A, ao qual pertencem os autores deste relatório, foi encaminhado para a sala do LEAMAT com a professora responsável pela linha de pesquisa de Educação Matemática Inclusiva, que distribuiu o texto "*Legislação: educação inclusiva*". Parte do texto foi discutida neste encontro, abordando explicações sobre a Educação Inclusiva e a legislação brasileira quanto à questão das necessidades especiais.

Quanto à Educação Inclusiva, os principais temas debatidos foram: a diferença entre Educação Inclusiva e Educação Especial; a heterogeneidade das classes escolares (tendo ou não alunos com deficiência); a maneira correta de se referir às pessoas com necessidades especiais; a diferença entre escola regular e escola especial; a diferença entre deficiência visual congênita e adquirida.

Já no campo da legislação, foi debatido o fato de que o Brasil possui leis que contemplam a valorização da diversidade, a igualdade de condições, o acesso e a permanência na escola. Porém, infelizmente, algumas leis não funcionam tanto quanto deveriam. Também foi discutido o fato de que, há algum tempo, as leis brasileiras indicavam que a criança com deficiência deveria estar preferencialmente matriculada no ensino regular e, atualmente, a lei obriga esta matrícula.

---

[1] Cada grupo é composto por dois subgrupos, nomeados neste relatório por A_1 e A_2, B_1 e B_2.

No dia 24 de outubro de 2017, continuou-se a leitura do texto "*Legislação: educação inclusiva*", no qual foi enfatizada a mudança da forma de matrícula do aluno com deficiência em uma escola de ensino regular, que antes era preferencial e que passou a ser obrigatória a partir do documento "*O Acesso de Alunos com Deficiência às Escolas e Classes Comuns da Rede Regular*", publicado em 2004, pelo Ministério Público Federal.

Foi destacada também a importância das salas de recursos multifuncionais, que propiciam a acessibilidade e a integração dos alunos com deficiência na escola regular através de materiais didáticos especializados.

Ao finalizar a leitura do texto, foi debatida a diferença entre integração e inclusão, na qual a primeira é apenas a inserção do aluno em um espaço físico, enquanto a segunda é feita desde a estruturação física até a participação dos pais, professores, alunos e demais membros da comunidade escolar.

No dia 7 de novembro de 2017, a professora distribuiu o texto "*Deficiência visual*", que foi lido e discutido. Falou-se sobre a diferença entre a perda total ou parcial da visão e sobre situações que ocorrem no ambiente escolar que podem sinalizar alguma dificuldade de visão. Foi explicado também sobre métodos de ensino para pessoas com essa deficiência e sobre o uso de recursos táteis e auditivos no auxílio da aprendizagem.

Por fim, a professora apresentou o sistema Braille e mostrou o instrumento para fazer operações e cálculos: o Sorobã. Ela falou também sobre as estatísticas a respeito do número de pessoas com deficiência nas escolas regulares dos Ensinos Fundamental e Médio e o número de pessoas com deficiência em Campos dos Goytacazes.

No dia 21 de novembro de 2017, a turma do LEAMAT reuniu-se para assistir à apresentação referente às linhas de pesquisa de Geometria e Educação Matemática Inclusiva de um grupo que concluiu o LEAMAT III no período anterior.

Na linha de pesquisa de Geometria, a sequência didática abordou o volume de embalagens encontradas no comércio e foi aplicada para uma turma do Ensino Médio. Já na linha de pesquisa de Educação Matemática Inclusiva, o grupo desenvolveu uma sequência didática com a utilização de materiais concretos para explicar a adição e a subtração de matrizes aos alunos cegos.

O grupo falou sobre o desenvolvimento dos trabalhos e como deve ser feita a apresentação final do LEAMAT III. Além disso, os integrantes mostraram fotos da aplicação das aulas e os materiais utilizados. Também destacaram a importância de estarmos preparados para os imprevistos que podem acontecer no dia da aplicação nas turmas regulares.

No dia 12 de dezembro de 2017, a professora apresentou a Reglete, instrumento utilizado para a escrita Braille. Durante a aula, os grupos tiveram a oportunidade de manipular o aparelho e aprender a usá-lo, entendendo seu funcionamento.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Introdução às Progressões Aritméticas por meio de material manipulável.

1.2.2) Justificativa

As mudanças na legislação no que se refere à educação demonstram importantes avanços em relação à Educação Inclusiva no Brasil. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB 9394/96), aprovada em 20 de dezembro de 1996, em especial, teve grande importância na Educação Inclusiva, pois dá direito aos educandos com deficiência, um atendimento educacional especializado gratuito preferencialmente na rede regular de ensino.

Todavia, ocorre que boa parte dos cursos de formação de professores continua de forma muito tradicional e falha, de acordo com Pletsch (2009):

> O fato é que, de maneira geral, as licenciaturas não estão preparadas para desempenhar a função de formar professores que saibam lidar com a heterogeneidade posta pela inclusão (PLETSCH, 2009, p. 150).

Sendo assim, nota-se a necessidade de formar professores aptos para trabalhar com a inclusão e a importância do desenvolvimento de projetos como o proposto nesse relatório, que têm o intuito de desenvolver uma sequência didática que pode ser aplicada para uma turma com alunos cegos e videntes, ao mesmo tempo em que prepara os licenciandos para o trabalho com turmas heterogêneas.

O uso do material concreto é uma ferramenta importante para a aprendizagem, pois aproxima o aluno do abstrato e permite uma melhor compreensão. Na Matemática, devido às abstrações presentes na disciplina, o uso de materiais que o aluno possa ver, tocar ou sentir facilita o entendimento.

> [...] o professor de Matemática, [...] deve ter como preocupação proporcionar aos alunos boas representações dos conceitos que se propõe ensinar, ou seja, é importante que os conceitos que por natureza são abstratos possam ser "tornados presentes" aos alunos (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2012, p. 558).

Unindo a Educação Inclusiva, em especial a deficiência visual, e o uso de materiais manipuláveis, tem-se como resultado uma combinação de êxito, pois permite que o aluno que não enxerga sinta aquele material e entenda o que o professor quer transmitir. Segundo Conceição e Rodrigues (2014):

> Geralmente, o professor, ao criar recursos didáticos especiais para o aprendizado de alunos deficientes, recorre a materiais concretos, facilitando a compreensão dos conceitos, inclusive pelos alunos que têm visão (CONCEIÇÃO; RODRIGUES, 2014, p. 175).

Além disso, o material manipulável é importante não só para alunos com deficiência, mas para todos. Ou seja, pode ser facilmente utilizado em turmas heterogêneas permitindo inclusão a todos. É o que dizem Fiorentini e Miorim (1990) em seus estudos e reflexões sobre o uso de material concreto no ensino e aprendizagem da Matemática:

> A médica e educadora italiana, Maria Montessori, após experiências com crianças excepcionais, desenvolveria, no início deste século, vários materiais manipulativos destinados a aprendizagem da matemática. Estes materiais, com forte apelo a "percepção visual e tátil", foram posteriormente estendidos

> para o ensino de classes normais (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 2).

As sequências e progressões, segundo Lima *et al* (2004), são usadas há muito tempo para resolver problemas, desde as sociedades antigas como a egípcia, a babilônica e a hindu. Vale e Pimentel (2005 apud Solis, 2008) também afirmam que:

> Os temas, sobretudo no estudo das sucessões (progressões, indução matemática) e funções, são um universo para explorar problemas e investigações com padrões (VALE; PIMENTEL, 2005 apud SOLIS, 2008, p. 43).

Na concepção de Vale e Pimentel (2005 apud Carvalho, 2011), o uso de padrões:

> [...] é um componente poderoso da atividade matemática, uma vez que a sua procura é indispensável para conjecturar e generalizar. [...] as tarefas que envolvem a procura de padrões permitem promover o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos e melhorar a compreensão do sentido do número, da álgebra e de conceitos geométricos (VALE; PIMENTEL, 2005 apud CARVALHO, 2011, p. 1).

Levando isso em consideração, é notável a importância do ensino e aprendizagem da Progressão Aritmética por todos. Assim, é fundamental levar tais conhecimentos às pessoas com deficiência visual, sendo isso feito por meio do uso de material manipulável.

1.2.3) Objetivo geral

Elaborar uma sequência didática que contribua para o ensino de Progressão Aritmética para alunos com deficiência visual.

1.2.4) Público-alvo

Alunos da 1ª série do Ensino Médio.

2) Relatório do LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

Na primeira aula referente à disciplina LEAMAT II, que ocorreu no dia 24 de abril de 2018, as professoras das linhas de pesquisa de Geometria e de Educação Matemática Inclusiva orientaram a turma sobre como seria o desenvolvimento das atividades no semestre. Foi explicado que a primeira parte do período seria usada para o planejamento e a elaboração da sequência didática; a segunda, para aplicação das sequências na turma; e, a terceira, para elaboração e correção dos relatórios e avaliação final.

Assim, entre os dias 1 de maio e 12 de junho, os horários das aulas do LEAMAT II foram destinados para montagem das sequências didáticas junto às orientadoras. A partir de 19 de junho, começaram as aplicações, na turma do LEAMAT II, das sequências didáticas elaboradas em cada linha de pesquisa. Cada grupo testou sua sequência, tendo a deste grupo acontecido no dia 31 de julho. No final da aplicação, os alunos da turma do LEAMAT fizeram críticas e deram sugestões com o intuito de ajudar no aperfeiçoamento da aula.

A última aplicação aconteceu no dia 7 de agosto, e daí em diante as aulas foram usadas para elaboração e correção dos relatórios. Todos os grupos participaram da avaliação final, que ocorreu no dia 5 de setembro.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

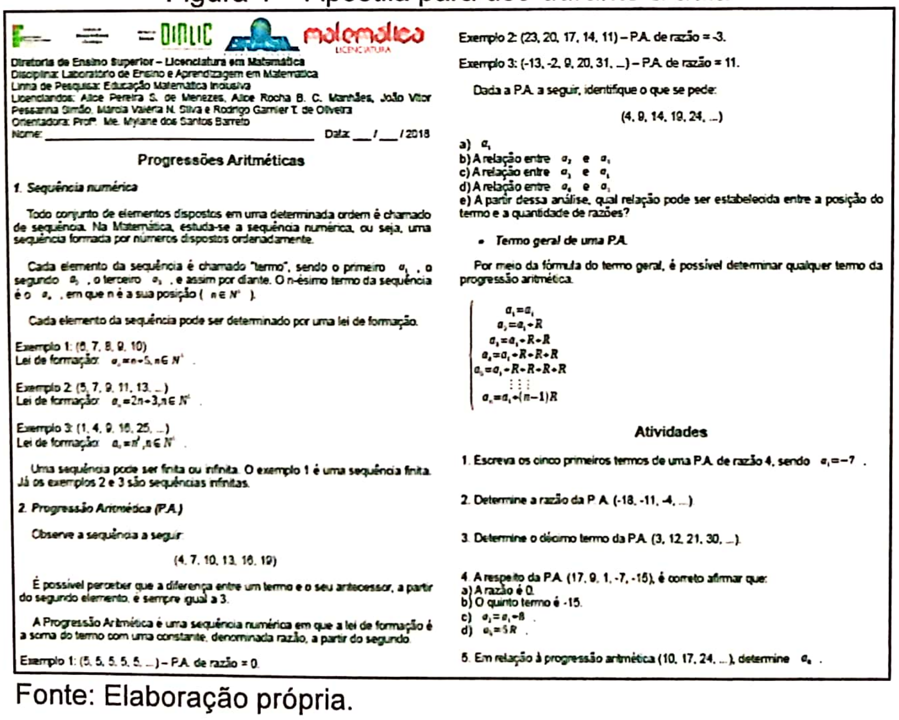
A sugestão de trabalhar Progressões Aritméticas (P.A.) foi dada por um dos integrantes do grupo e aceita por todos os outros. O tema agradou e viu-se nele um bom potencial de construção de material manipulável para o ensino aos alunos com deficiência visual, o que é de extrema importância para a presente linha de pesquisa. Inicialmente o grupo pensou em abordar a maior parte do conteúdo trabalhado no ensino médio sobre P.A., mas a partir dos encontros com a professora orientadora, ficou decidido que a abordagem trataria apenas da introdução do conteúdo, focando nos conceitos básicos e avançando a discussão até a fórmula do termo geral. Por isso o título “Introdução às Progressões Aritméticas por meio de Material Manipulável”.

Ficou decidido, então, que a aula terá como instrumentos uma apostila e o material concreto adaptado para a exploração por alunos com deficiência visual, e sua estrutura foi pensada a partir de buscas em sites e livros didáticos, que mostraram como o conteúdo geralmente é tratado no Ensino Médio. Viu-se ser necessário falar um pouco sobre sequências em geral antes de abordar o conceito de Progressão Aritmética. Essa, então, será a primeira parte da aula e também da apostila.

Em seguida, a partir de um exemplo, será explicado o conceito de P.A. e de razão de uma P.A., e como identificar que a sequência é uma P.A. por meio de exemplos.

Na última parte teórica, o aluno precisará identificar as relações entre o primeiro e o segundo termos da P.A., entre o primeiro e o terceiro termos, entre o primeiro e o quarto termos, e assim por diante, com o objetivo de se chegar à fórmula conhecida como “termo geral de uma P.A.”. Após isso, haverá algumas atividades a serem feitas referentes ao conteúdo (Figura 1).

Figura 1 – Apostila para uso durante a aula



DINLIC matemática LICENCIATURA

Diretoria de Ensino Superior – Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Educação Matemática Inclusiva
Licenciandos: Alice Pereira S. de Menezes, Alice Rocha B. C. Manhães, João Vitor Pessanha Simão, Márcia Valéria N. Silva e Rodrigo Garnier T. de Oliveira
Orientadora: Profª. Me. Mylane dos Santos Barreto
Nome: ______________________ Data: ___/___/2018

Progressões Aritméticas

1. Sequência numérica

Todo conjunto de elementos dispostos em uma determinada ordem é chamado de sequência. Na Matemática, estuda-se a sequência numérica, ou seja, uma sequência formada por números dispostos ordenadamente.

Cada elemento da sequência é chamado "termo", sendo o primeiro a_1, o segundo a_2, o terceiro a_3, e assim por diante. O n-ésimo termo da sequência é o a_n, em que n é a sua posição ($n \in N^*$).

Cada elemento da sequência pode ser determinado por uma lei de formação.

Exemplo 1: (6, 7, 8, 9, 10)
Lei de formação: $a_n = n+5, n \in N^*$.

Exemplo 2: (5, 7, 9, 11, 13, ...)
Lei de formação: $a_n = 2n+3, n \in N^*$.

Exemplo 3: (1, 4, 9, 16, 25, ...)
Lei de formação: $a_n = n^2, n \in N^*$.

Uma sequência pode ser finita ou infinita. O exemplo 1 é uma sequência finita. Já os exemplos 2 e 3 são sequências infinitas.

2. Progressão Aritmética (P.A.)

Observe a sequência a seguir:

(4, 7, 10, 13, 16, 19)

É possível perceber que a diferença entre um termo e o seu antecessor, a partir do segundo elemento, é sempre igual a 3.

A Progressão Aritmética é uma sequência numérica em que a lei de formação é a soma do termo com uma constante, denominada razão, a partir do segundo.

Exemplo 1: (5, 5, 5, 5, 5, ...) – P.A. de razão = 0.

Exemplo 2: (23, 20, 17, 14, 11) – P.A. de razão = -3.

Exemplo 3: (-13, -2, 9, 20, 31, ...) – P.A. de razão = 11.

Dada a P.A. a seguir, identifique o que se pede:

(4, 9, 14, 19, 24, ...)

a) a_1
b) A relação entre a_2 e a_1
c) A relação entre a_3 e a_1
d) A relação entre a_4 e a_1
e) A partir dessa análise, qual relação pode ser estabelecida entre a posição do termo e a quantidade de razões?

- *Termo geral de uma P.A.*

Por meio da fórmula do termo geral, é possível determinar qualquer termo da progressão aritmética.

$$\begin{cases} a_1 = a_1 \\ a_2 = a_1 + R \\ a_3 = a_1 + R + R \\ a_4 = a_1 + R + R + R \\ a_5 = a_1 + R + R + R + R \\ \vdots \\ a_n = a_1 + (n-1)R \end{cases}$$

Atividades

1. Escreva os cinco primeiros termos de uma P.A. de razão 4, sendo $a_1 = -7$.

2. Determine a razão da P.A. (-18, -11, -4, ...).

3. Determine o décimo termo da P.A. (3, 12, 21, 30, ...).

4. A respeito da P.A. (17, 9, 1, -7, -15), é correto afirmar que:
a) A razão é 0.
b) O quinto termo é -15.
c) $a_2 = a_1 - 8$.
d) $a_5 = 5R$.

5. Em relação à progressão aritmética (10, 17, 24, ...), determine a_8.

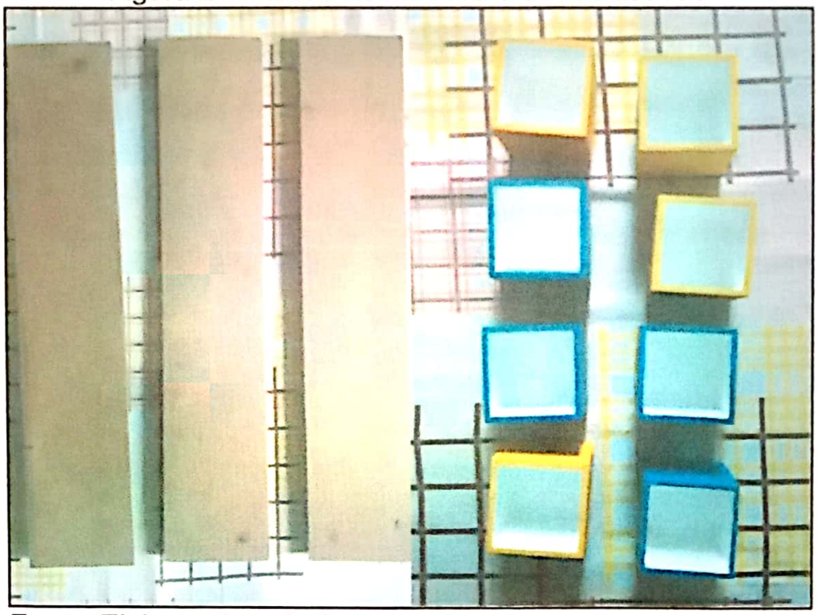
Fonte: Elaboração própria.

A princípio, para a aplicação na turma do LEAMAT II, a apostila será impressa a tinta e não em Braille. Para a aplicação no LEAMAT III, o aluno com deficiência visual receberá a apostila impressa em Braille ou fará a opção por ter os conceitos lidos, já que estará utilizando as mãos para fazer a exploração do material concreto.

Com o plano da aula e a apostila prontos, foi preciso pensar no material concreto a ser utilizado. Durante o LEAMAT I, houve uma apresentação da linha de pesquisa de Educação Matemática Inclusiva de um grupo que já havia completado o componente curricular. O tema de tal grupo foi "adição e subtração de matrizes", e a ideia do material usado por eles ajudou na confecção do material utilizado no presente trabalho.

Usando um fundo de gaveta de madeira, foram produzidas três tábuas retangulares, que servirão como base para a representação da sequência. Ali foram coladas pequenas caixas que representarão a posição de cada termo da P.A. (Figura 2).

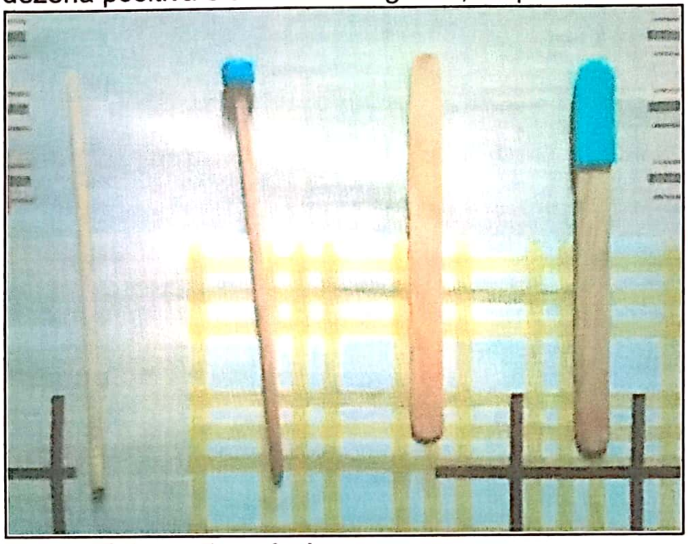
Figura 2 – Placas de madeira e caixas usadas



Fonte: Elaboração própria.

Para representar os números, serão utilizados dois tipos de palitos de madeira (Figura 3): o palito mais fino (palito de churrasco) representa os números positivos e o palito mais achatado (palito de picolé), os números negativos. Como números maiores necessitariam de uma quantidade elevada de palitos, o grupo decidiu modificar alguns palitos para representarem dezenas positivas e dezenas negativas.

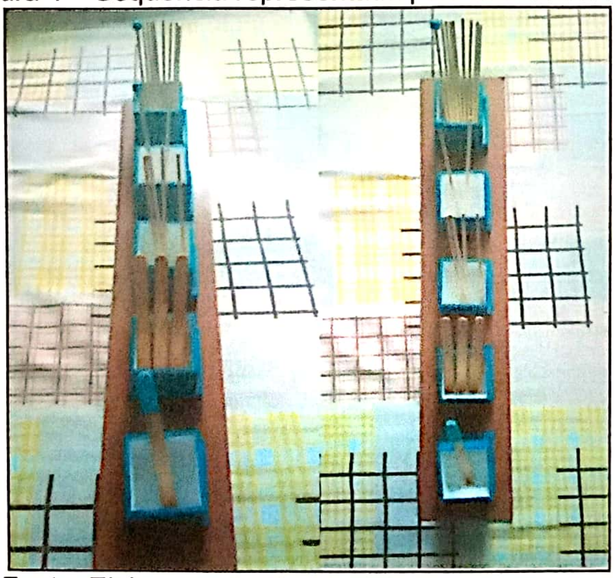
Figura 3 – Palitos utilizados para representar a unidade positiva, a unidade negativa, a dezena positiva e a dezena negativa, respectivamente



Fonte: Elaboração própria.

Com o material concreto elaborado, os elementos de uma P.A. serão representados nas caixinhas por meio dos palitos (Figura 4).

Figura 4 – Sequência representada pelo material criado



Fonte: Elaboração própria.

Todo o processo de elaboração e construção do material foi acompanhado pela professora orientadora, que aprovou o resultado final. Assim, a sequência ficou pronta para ser testada na turma do LEAMAT II.

2.2.2) Aplicação da sequência na turma do LEAMAT II

No dia 31 de julho de 2018, a sequência planejada foi aplicada no LEAMAT II. Uma aluna voluntária da turma foi vendada para fazer o papel da pessoa com deficiência visual, enquanto o restante da sala e as professoras acompanhavam. A apostila feita foi entregue a todos, para que pudessem acompanhar a aula e também para fazerem análises e sugestões posteriormente.

No início, já como prática para a aplicação do LEAMAT III, foi explicado para a aluna que a aula seria dada como parte da linha de pesquisa de Educação Matemática Inclusiva da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática, por alunos do Instituto Federal Fluminense. Além disso, os integrantes do grupo foram devidamente apresentados e também foi falado para a aluna qual seria o tema da aula. Em seguida, foi apresentado todo o material concreto que seria utilizado na aula, e a aluna fez a exploração e reconhecimento das características. Após a manipulação inicial, o conteúdo começou a ser de fato trabalhado (Figura 5).

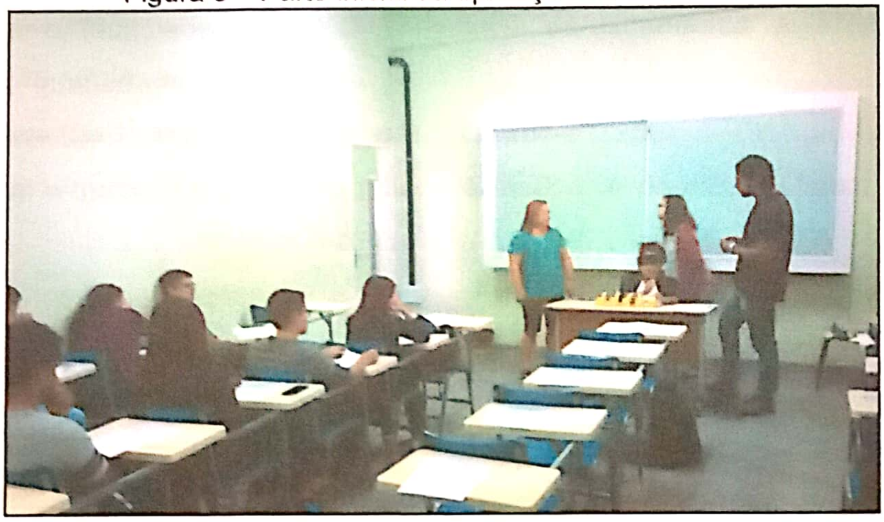
Figura 5 – Aluna voluntária manipulando o material concreto

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Inicialmente foi explicada a definição de sequência numérica e o modo como o material concreto deveria ser utilizado, com cada caixa representando um termo da sequência e os palitos representando os números que compõem a sequência.

Pediu-se para que a aluna falasse qual o número que estava representado dentro de cada caixa, com o intuito de verificar se o significado dos palitos estava claro para ela e também para que ela identificasse qual a sequência que ali estava. Em seguida, com outra sequência montada, foi pedido para que ela dissesse quais eram o segundo e o quinto termos do novo exemplo (Figura 6).

Figura 6 – Parte inicial da aplicação no LEAMAT II



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Depois, com o exemplo de uma P.A., pediu-se para a aluna identificar qual era a diferença entre essa sequência e as anteriores. Sem maiores dificuldades, ela percebeu que a diferença entre os termos era sempre a mesma. Explicou-se, então, que isso caracterizava a sequência como uma Progressão Aritmética e que essa diferença se chamava razão da P.A.. A ideia foi amadurecida com outros exemplos.

Com o total entendimento dessa parte pela aluna, foi possível pedir para que ela estabelecesse relações entre o primeiro termo e os demais. A partir disso e com a ajuda dos integrantes do grupo, ela conseguiu deduzir a fórmula do termo geral da P.A..

No final da aula, alguns exercícios foram resolvidos com a aluna, sempre com o auxílio de um integrante do grupo e também do material concreto. O tempo foi suficiente para realizar todas as atividades propostas na apostila.

Com o término da aplicação, as orientadoras e os alunos fizeram algumas críticas e sugestões à aula:

- Diminuir o tamanho dos palitos;
- Colar as caixas com fita dupla face, para evitar que "soltem" enquanto o material é manipulado;
- Levar a reglete para possibilitar registros ao aluno, caso ele queira;
- Retirar da apostila a parte que trata da lei de formação de sequências;
- Usar exemplos de Progressões Aritméticas decrescentes;
- Utilizar a expressão *n-ésimo* termo para generalizações;
- Mudar o enunciado do item e) da apostila, acrescentando "a serem somadas" após "quantidade de razões";
- Na questão 1, trocar "escreva" por "determine";
- Alterar a questão 4 para uma atividade do tipo verdadeiro ou falso.

Todas as observações foram registradas e analisadas pelo grupo. Aquelas consideradas relevantes serão aceitas e a sequência será alterada tendo tais sugestões como base antes da aplicação do LEAMAT III.

3) Relatório do LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

As atividades do LEAMAT III tiveram início no dia 25 de setembro de 2018. O semestre ficou dividido da seguinte maneira: a primeira parte foi voltada para as alterações que seriam feitas nas sequências didáticas antes da aplicação na turma regular; a segunda, para as aplicações; e, a terceira, para elaboração e apresentação de todas as atividades desenvolvidas na disciplina LEAMAT. Ao final de todas essas etapas, aconteceu a elaboração e correção do relatório final e a avaliação final da disciplina.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

Diante das sugestões feitas após a aplicação na turma do LEAMAT II, foram realizadas algumas alterações nos materiais que seriam utilizados na sequência didática. A seguir, diz-se quais foram as mudanças e mostra-se o antes e o depois.

Foi retirada da apostila a parte que falava sobre lei de formação de uma sequência (Figura 7).

Figura 7 – Alteração I

Cada elemento da sequência é chamado "termo", sendo o primeiro a_1, segundo a_2, o terceiro a_3, e assim por diante. O n-ésimo termo da sequência é a_n, em que n é a sua posição ($n \in N^*$).

Cada elemento da sequência pode ser determinado por uma lei de formação.

Exemplo 1: (6, 7, 8, 9, 10)
Lei de formação: $a_n = n + 5, n \in N^*$.

Exemplo 2: (5, 7, 9, 11, 13, ...)
Lei de formação: $a_n = 2n + 3, n \in N^*$.

Exemplo 3: (1, 4, 9, 16, 25, ...)
Lei de formação: $a_n = n^2, n \in N^*$.

Cada elemento da sequência é chamado "termo", sendo o primeiro a_1, o segundo a_2, o terceiro a_3, e assim por diante. O n-ésimo termo da sequência é o a_n, em que n é a sua posição ($n \in N^*$).

Exemplo 1: (6, 7, 8, 9, 10)

Exemplo 2: (5, 7, 9, 11, 13, ...)

Exemplo 3: (1, 4, 9, 16, 25, ...)

Fonte: Elaboração própria.

A definição de Progressão Aritmética foi alterada (Figura 8).

Figura 8 – Alteração II

A Progressão Aritmética é uma sequência numérica em que a lei de formação é a soma do termo com uma constante, denominada razão, a partir do segundo.
A Progressão Aritmética é uma sequência numérica em que a lei de formação é a soma do termo, a partir do segundo elemento, com uma constante denominada razão.

Fonte: Elaboração própria.

A pergunta da letra e) da apostila foi alterada (Figura 9).

Figura 9 – Alteração III

e) A partir dessa análise, qual relação pode ser estabelecida entre a posição do termo e a quantidade de razões?
e) A partir dessa análise, qual relação pode ser estabelecida entre a posição do termo e a quantidade de razões que determina seu valor a partir do primeiro termo?

Fonte: Elaboração própria.

O enunciado da questão 1 foi alterado (Figura 10).

Figura 10 – Alteração IV

1. Escreva os cinco primeiros termos de uma P.A. de razão 4, sendo $a_1 = -7$.
1. Determine os cinco primeiros termos de uma P.A. de razão 4, sendo $a_1 = -7$.

Fonte: Elaboração própria.

O enunciado da questão 2 foi alterado (Figura 11).

Figura 11 – Alteração V

2. Determine a razão da P. A. (-18, -11, -4, ...).
2. Determine a razão da P. A. (18, 13, 8, 3, ...).

Fonte: Elaboração própria.

O enunciado da questão 4 foi alterado (Figura 12).

Figura 12 – Alteração VI

4. A respeito da P.A. (17, 9, 1, -7, -15), é correto afirmar que:
a) A razão é 0.
b) O quinto termo é -15.
c) $a_2 = a_1 + 8$.
d) $a_5 = 5R$.

4. A respeito da P.A. (17, 9, 1, -7, -15), analise as afirmações abaixo e classifique como verdadeiras ou falsas:
a) A razão é 0.
b) O quinto termo é -15.
c) $a_2 = a_1 + 8$.
d) $a_5 = 5R$.

Fonte: Elaboração própria.

O enunciado da questão 5 foi alterado (Figura 13).

Figura 13 – Alteração VII

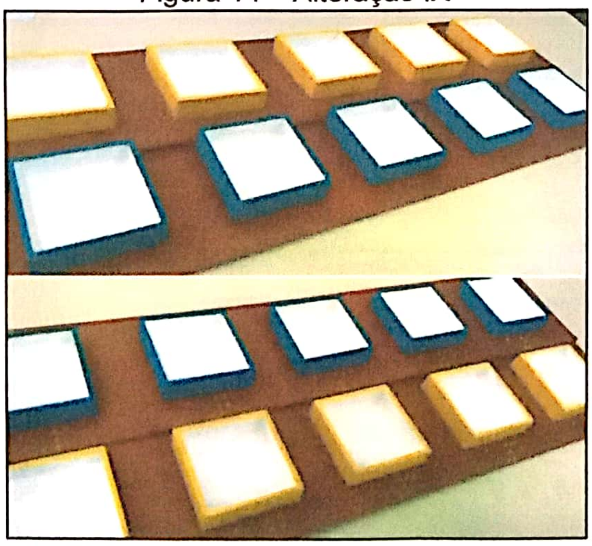
5. Em relação à progressão aritmética (10, 17, 24, ...), determine a_8.

5. Em relação à progressão aritmética (10, 17, 24, ...), determine a_{15}.

Fonte: Elaboração própria.

Os tamanhos dos palitos que representam as unidades positivas e negativas foram alterados e os termos da sequência foram indicados em Braille no suporte das caixinhas (Figura 14).

Figura 14 – Alteração IX



Fonte: Elaboração própria.

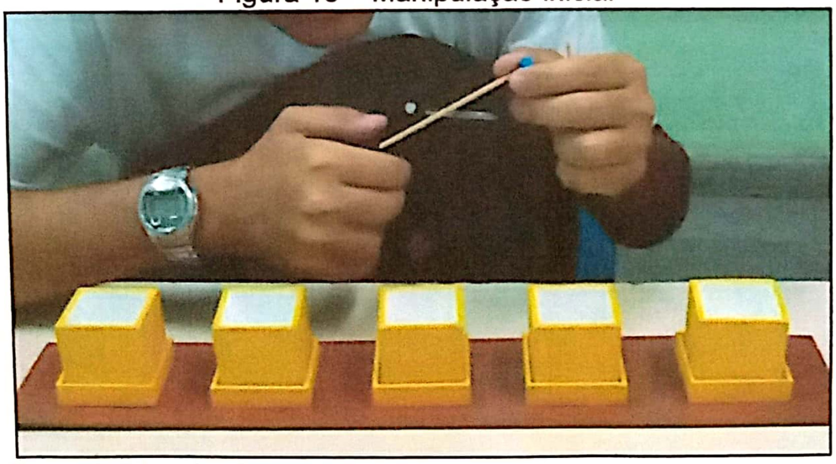
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A experimentação da sequência didática aconteceu no dia 13 de novembro de 2018, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense (IFF) *campus* Campos Centro, no horário de 10 h 40 min às 12 h 20 min. Apenas um aluno, estudante do próprio IFF *campus* Campos Centro e com baixa visão, participou da aplicação, que foi acompanhada durante todo o tempo pela professora orientadora.

A apostila utilizada foi impressa em Braille, mas alguns símbolos como > e < foram impressos incorretamente, então toda a parte teórica acabou sendo lida para o aluno, que utilizou a leitura em Braille apenas durante as atividades de verificação na parte final da aplicação.

De início, o material que seria utilizado durante a aula foi apresentado ao participante, que teve toda a liberdade e tempo necessários para familiarizar-se bem com os objetos (Figura 15). Também foi dito que a aula seria sobre Progressões Aritméticas, e o aluno comentou que já tinha estudado um pouco tal conteúdo.

Figura 15 – Manipulação inicial

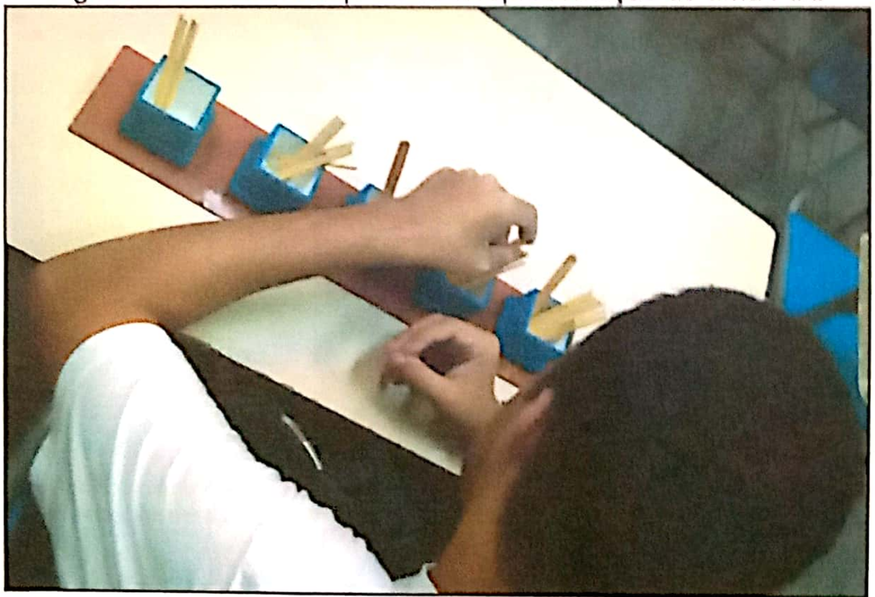


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Começando de fato a aula, o primeiro momento foi sobre sequências numéricas quaisquer. Sua definição e seus elementos foram explicados e alguns exemplos mostrados, já utilizando o material construído. O aluno pareceu entender essa parte com facilidade e não teve dúvidas quanto ao conteúdo, porém fez críticas à escrita em Braille dos termos a_1, a_2, a_3, etc, no suporte das caixinhas, dizendo que as marcações estavam separadas demais. Realmente estavam mais espaçadas, pois o grupo decidiu fazer as marcações maiores que o tamanho padrão da cela Braille, então o espaçamento acabou ficando maior também, causando certa estranheza ao aluno. Porém, tudo foi esclarecido e a aplicação prosseguiu.

Em seguida, foi apresentada uma sequência caracterizada como P.A., mas ainda sem ter falado de sua definição. Foi perguntado ao aluno qual era a diferença daquela sequência para as apresentadas anteriormente, e depois de mais algumas análises, ele percebeu e comentou que a diferença entre os termos era sempre igual. Então, a definição mais formal e o significado de razão de uma P.A. foram explicados (Figura 16). Mais alguns exemplos foram mostrados e foi pedido que o aluno identificasse alguns elementos, como o primeiro termo e a razão. O aluno respondeu prontamente.

Figura 16 – Aluno manipulando a representação de uma P.A.

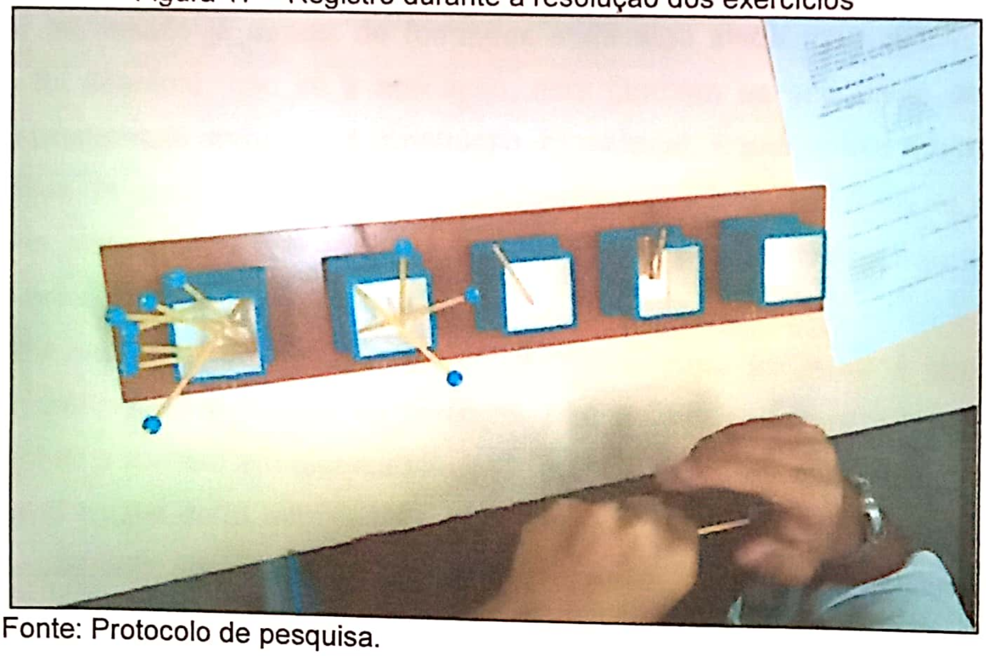


Fonte: Protocolo de pesquisa.

A última parte expositiva da aula foi sobre a fórmula do termo geral de uma P.A., que por decisão do grupo e da orientadora, assim como tinha sido planejado, não foi demonstrada, mas sim induzida. Mostrou-se um exemplo de P.A. e, ordenadamente, pediu-se a relação de alguns termos com o primeiro, para tentar levar o aluno a perceber "quantas razões" seriam somadas ao termo em questão. Foi o momento que tomou maior parte do tempo de aula, como esperado, pois o aluno teve dificuldades na dedução da fórmula e para entender o significado do *n* (indicando um termo de posição *n*, ou seja, o *n-ésimo* termo). Após mais algumas explicações, o aluno conseguiu compreender tudo.

Por último, o aluno resolveu as atividades contidas na apostila. Ele mesmo leu, em Braille, questão por questão, e sempre que necessário um integrante do grupo também lia e explicava melhor o enunciado. Com o auxílio do material concreto (Figura 17), o aluno conseguiu responder todos os cinco exercícios, porém teve dificuldade em algumas contas que envolviam noções mais básicas, como subtrações que resultam em números negativos. Viu-se que o aluno tem certa defasagem nessa Aritmética básica.

Figura 17 – Registro durante a resolução dos exercícios



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao final da aula, o aluno pediu para que o grupo imprimisse a apostila usada em Braille, pois gostaria de tê-la para consultas futuras.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O grupo acredita que o objetivo foi alcançado, pois a percepção geral foi que a sequência elaborada contribuiu positivamente no ensino de Progressões Aritméticas para o aluno com deficiência visual. Pelo que se pode perceber, ele assimilou bem os conteúdos explicados e conseguiu, de maneira geral, entender a aula e utilizar com facilidade o material construído. A orientadora, que já possui experiência na área de Educação Inclusiva, ajudou o grupo em algumas explicações, quando necessário, pois foi uma experiência totalmente nova e diferente para todo o grupo.

Ensinar Matemática a um aluno com deficiência visual certamente acrescentou muito na formação. Como esperado, viu-se que não é uma tarefa fácil, e encarar tal desafio já depois de formados seria algo ainda mais difícil. Todo o processo foi diferente, não só a aplicação, mas também as pesquisas de aporte teórico, a preparação da aula e a construção do material. É tudo muito diferente das outras linhas de pesquisa do LEAMAT. O grupo viu que a contribuição do trabalho foi enorme justamente pela grande novidade que todas as etapas da linha de pesquisa em questão representaram.

Uma sugestão para futuros trabalhos relacionados ao tema é talvez usar outro material para representar os números, não palitos. Algumas vezes, o aluno não lembrava o número em alguma caixinha, e tinha que contar os palitos todos de novo, o que levava certo tempo. Usar bolinhas em alto relevo, por exemplo, pode facilitar o processo, além de evitar o risco de o material cair fora das caixinhas ou no chão.

Além disso, como já diz o título, a sequência didática atual trata apenas da introdução à P.A., sem abordar as propriedades, as notações para P.A. de três e quatro termos e a fórmula da soma dos termos. Um trabalho que contemplasse esses temas seria interessante para dar continuidade a essa sequência.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Lei nº 9.394, de 10 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Brasília, p.9 Disponível em: http://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/529732/lei_de_diretrizes_e_bases_1ed.pdf. Acesso em: 9 jan. 2018.

CARVALHO, César Augusto Sverberi. **A Generalização dos Termos de uma Progressão Aritmética por Alunos do Ensino Médio.** Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 06, n. 1, p.15-30, 2011. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/10.5007-1981-1322.2011v6n1p15/21132. Acesso em: 8 dez. 2018.

CONCEIÇÃO, Gabriel Luís da; RODRIGUES, Chang Kuo. **Matemática inclusiva em ação:** um estudo de caso de deficiência visual na Educação Básica. Benjamin Constant: Seção Artigos, Rio de Janeiro, ano 20, n. 57, v. 2, p.173-187, jul./dez. 2014. Disponível em: http://www.ibc.gov.br/revistas/275-edicao-57-volume-2-julho-a-dezembro-de-2014. Acesso em: 8 jan. 2018.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Metodologia do Ensino da Matemática:** Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. Boletim SBEM-SP, Campinas, p.1-4, 1990. Disponível em: http://files.profpereira.webnode.com/200000097-846ca86603/Texto - Uma Reflexao sobre o uso de Materiais Concretos e Jogos.pdf. Acesso em: 10 jan. 2018.

LIMA *et al.* **Progressões Aritméticas e Geométricas:** História, Conceitos e Aplicações. UNOPEC, 2004. p.1-35. Disponível em: http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/112008-08-23-19-28-11.pdf. Acesso em: 6 fev. 2018.

OLIVEIRA, Hélia; MENEZES, Luís; CANAVARRO, Ana Paula. **Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório:** da prática à representação de uma prática. In: Investigação em Educação Matemática: Práticas de Ensino da Matemática. SPIEM, 2012. p. 557-570. Disponível em: http://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1142/1/GD3-recursos didaticos.pdf. Acesso em: 11 jan. 2018.

PLETSCH, Márcia Denise. **A formação de professores para a educação inclusiva:** legislação, diretrizes políticas e resultados de pesquisas. Educar, Curitiba, n. 33, p.143-156, 2009. Editorial Universidade Federal do Paraná. Disponível em: http://www.redalyc.org/html/1550/155013364010/. Acesso em: 10 jan. 2018.

SOLIS, Alexandre. **Argumentação e Prova no estudo de Progressões Aritméticas com o auxílio do Hot Potatoes.** 2008. 183 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11330/1/Alexandre%20Solis.pdf. Acesso em: 8 dez. 2018.

Campos dos Goytacazes (RJ), 03 de MAIO de 2019.

Alice Pereira Stellet de Menezes

ALICE PEREIRA STELLET DE MENEZES

Alice Rocha Barreto Corrêa Manhães

ALICE ROCHA BARRETO CORRÊA MANHÃES

João Vitor Pessanha Simão

JOÃO VITOR PESSANHA SIMÃO

Márcia Valéria Novarino Silva

MÁRCIA VALÉRIA NOVARINO SILVA

RODRIGO GARNIER TOMÁS DE OLIVEIRA

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior – Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Educação Matemática Inclusiva
Licenciandos: Alice Pereira S. de Menezes, Alice Rocha B. C. Manhães, João Vitor Pessanha Simão, Márcia Valéria N. Silva e Rodrigo Garnier T. de Oliveira
Orientadora: Profª Me. Mylane dos Santos Barreto
Nome: ______________________________ Data: ___ / ___ / 2018

Progressões Aritméticas

1. Sequência numérica

Todo conjunto de elementos dispostos em uma determinada ordem é chamado de sequência. Na Matemática, estuda-se a sequência numérica, ou seja, uma sequência formada por números dispostos ordenadamente.

Cada elemento da sequência é chamado "termo", sendo o primeiro a_1, o segundo a_2, o terceiro a_3, e assim por diante. O n-ésimo termo da sequência é o a_n, em que n é a sua posição ($n \in N^*$).

Cada elemento da sequência pode ser determinado por uma lei de formação.

Exemplo 1: (6, 7, 8, 9, 10)
Lei de formação: $a_n = n + 5, n \in N^*$.

Exemplo 2: (5, 7, 9, 11, 13, ...)
Lei de formação: $a_n = 2n + 3, n \in N^*$.

Exemplo 3: (1, 4, 9, 16, 25, ...)
Lei de formação: $a_n = n^2, n \in N^*$.

Uma sequência pode ser finita ou infinita. O exemplo 1 é uma sequência finita. Já os exemplos 2 e 3 são sequências infinitas.

2. Progressão Aritmética (P.A.)

Observe a sequência a seguir:

(4, 7, 10, 13, 16, 19)

É possível perceber que a diferença entre um termo e o seu antecessor, a partir do segundo elemento, é sempre igual a 3.

A Progressão Aritmética é uma sequência numérica em que a lei de formação é a soma do termo com uma constante, denominada razão, a partir do segundo.

Exemplo 1: (5, 5, 5, 5, 5, ...) – P.A. de razão = 0.

Exemplo 2: (23, 20, 17, 14, 11) – P.A. de razão = -3.

Exemplo 3: (-13, -2, 9, 20, 31, ...) – P.A. de razão = 11.

Dada a P.A. a seguir, identifique o que se pede:

(4, 9, 14, 19, 24, ...)

a) a_1
b) A relação entre a_2 e a_1
c) A relação entre a_3 e a_1
d) A relação entre a_6 e a_1
e) A partir dessa análise, qual relação pode ser estabelecida entre a posição do termo e a quantidade de razões?

- ***Termo geral de uma P.A.***

Por meio da fórmula do termo geral, é possível determinar qualquer termo da progressão aritmética.

$$\begin{cases} a_1 = a_1 \\ a_2 = a_1 + R \\ a_3 = a_1 + R + R \\ a_4 = a_1 + R + R + R \\ a_5 = a_1 + R + R + R + R \\ \vdots \\ a_n = a_1 + (n-1)R \end{cases}$$

Atividades

1. Escreva os cinco primeiros termos de uma P.A. de razão 4, sendo $a_1 = -7$.

2. Determine a razão da P. A. (-18, -11, -4, ...).

3. Determine o décimo termo da P.A. (3, 12, 21, 30, ...).

4. A respeito da P.A. (17, 9, 1, -7, -15), é correto afirmar que:
a) A razão é 0.
b) O quinto termo é -15.
c) $a_2 = a_1 + 8$.
d) $a_5 = 5R$.

5. Em relação à progressão aritmética (10, 17, 24, ...), determine a_8.

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Diretoria de Ensino Superior – Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Educação Matemática Inclusiva
Licenciandos: Alice Pereira S. de Menezes, Alice Rocha B. C. Manhães, João Vitor Pessanha Simão, Márcia Valéria N. Silva e Rodrigo Garnier T. de Oliveira
Orientadora: Profª Me. Mylane dos Santos Barreto
Nome: ____ Data: ___ / ___ / 2018

Progressões Aritméticas

1. *Sequência numérica*

Todo conjunto de elementos dispostos em uma determinada ordem é chamado de sequência. Na Matemática, estuda-se a sequência numérica, ou seja, uma sequência formada por números dispostos ordenadamente.

Cada elemento da sequência é chamado "termo", sendo o primeiro a_1, o segundo a_2, o terceiro a_3, e assim por diante. O n-ésimo termo da sequência é o a_n, em que n é a sua posição ($n \in N^*$).

Exemplo 1: (6, 7, 8, 9, 10)

Exemplo 2: (5, 7, 9, 11, 13, ...)

Exemplo 3: (1, 4, 9, 16, 25, ...)

Uma sequência pode ser finita ou infinita. O exemplo 1 é uma sequência finita. Já os exemplos 2 e 3 são sequências infinitas.

2. *Progressão Aritmética (P.A.)*

Observe a sequência a seguir:

(4, 7, 10, 13, 16, 19)

É possível perceber que a diferença entre um termo e o seu antecessor, a partir do segundo elemento, é sempre igual a 3.

A Progressão Aritmética é uma sequência numérica em que a lei de formação é a soma do termo, a partir do segundo elemento, com uma constante denominada razão.

Exemplo 1: (5, 5, 5, 5, 5, ...) – P.A. de razão = 0.

Exemplo 2: (23, 20, 17, 14, 11) – P.A. de razão = -3.

Exemplo 3: (-13, -2, 9, 20, 31, ...) – P.A. de razão = 11.

Dada a P.A. a seguir, identifique o que se pede:

(4, 9, 14, 19, 24, ...)

a) a_1
b) A relação entre a_2 e a_1
c) A relação entre a_3 e a_1
d) A relação entre a_6 e a_1
e) A partir dessa análise, qual relação pode ser estabelecida entre a posição do termo e a quantidade de razões que determina seu valor a partir do primeiro termo?

- ***Termo geral de uma P.A.***

Por meio da fórmula do termo geral, é possível determinar qualquer termo da progressão aritmética.

$$\begin{cases} a_1 = a_1 \\ a_2 = a_1 + R \\ a_3 = a_1 + R + R \\ a_4 = a_1 + R + R + R \\ a_5 = a_1 + R + R + R + R \\ \vdots\vdots\vdots \\ a_n = a_1 + (n-1)R \end{cases}$$

Atividades

1. Determine os cinco primeiros termos de uma P.A. de razão 4, sendo $a_1 = -7$.

2. Determine a razão da P. A. (18, 13, 8, 3, ...).

3. Determine o décimo termo da P.A. (3, 12, 21, 30, ...).

4. A respeito da P.A. (17, 9, 1, -7, -15), analise as afirmações abaixo e classifique como verdadeiras ou falsas:
a) A razão é 0.
b) O quinto termo é -15.
c) $a_2 = a_1 + 8$.
d) $a_5 = 5R$.

5. Em relação à progressão aritmética (10, 17, 24, ...), determine a_{15}.