

# RELATÓRIO DO LEAMAT

## MODA, MÉDIA E MEDIANA NO GEOPLANO

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

FLÁVIA DE SOUZA HERNANDES  
MARIANA PEIXOTO SIQUEIRA  
RAQUEL RODRIGUES DA SILVA ROBAINA

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2021.1

FLÁVIA DE SOUZA HERNANDES  
MARIANA PEIXOTO SIQUEIRA  
RAQUEL RODRIGUES DA SILVA ROBAINA

## RELATÓRIO DO LEAMAT

### MODA, MÉDIA E MEDIANA NO GEOPLANO

#### EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Mylane dos Santos Barreto e Coorientadora Prof<sup>a</sup>. Me Poliana Figueiredo Cardoso Rodrigues

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2021.1

## SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I .....	3
1.1) Atividades desenvolvidas .....	3
1.2) Elaboração da sequência didática.....	5
1.2.1) Tema .....	5
1.2.2) Justificativa .....	5
1.2.3) Objetivo Geral .....	7
1.2.4) Público-alvo .....	7
2) Relatório do LEAMAT II .....	8
2.1) Atividades desenvolvidas .....	8
2.2) Elaboração da sequência didática .....	8
2.2.1) Planejamento da sequência didática .....	8
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .....	14
3) Relatório do LEAMAT III .....	17
3.1) Atividades desenvolvidas .....	17
3.2) Elaboração da sequência didática .....	17
3.2.1) Versão final da sequência didática .....	17
Considerações Finais .....	27
Referências .....	28
Apêndices .....	30
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II .....	31
Apêndice B - Versão final do material didático elaborado .....	36

## 1) RELATÓRIO DO LEAMAT I

### 1.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, 25 de abril de 2019, houve uma breve apresentação da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT), bem como de duas linhas de pesquisa: Educação Matemática Inclusiva e Ensino e Aprendizagem de Geometria.

No dia 02 de maio de 2019, iniciamos a leitura do texto “Legislação: Educação Inclusiva” (BARRETO, 2013) discutindo sobre as leis que embasam a educação inclusiva e também sobre a diferença entre os termos Educação Inclusiva e acessibilidade. O texto apresenta que, por lei, é garantido a ‘toda pessoa’ o direito à educação sem discriminação. Também menciona a Lei nº. 10436/32 que reconhece como meio legal a comunicação e expressão pela Língua Brasileira de Sinais - Libras e a Portaria 2.678 que aprova o Braille. No Decreto nº. 186/08 é aprovado o texto da Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência reconhecendo a importância da acessibilidade a fim de garantir os mesmos direitos humanos para as pessoas com deficiência.

A educação especial é tratada no Decreto nº. 7611 afirmando os deveres do Estado e a proposta pedagógica da escola integrada à família. A inclusão do aluno em salas regulares passa a ser obrigatório em 2008 com a *Política Nacional de Educação Especial*, com o objetivo de findar a segregação.

No dia 16 de maio de 2019, continuamos a leitura do texto “Legislação: Educação Inclusiva” e discutimos sobre algumas medidas para facilitar o entendimento dos recursos que podem ser utilizados na elaboração das matrizes em alto relevo, como: numerar as matrizes, padronizar o modelo de miçangas e do tipo das linhas usados nas matrizes. Aprendemos que as pessoas com deficiência visual fazem cálculos de três formas: mentalmente, usando uma calculadora sonora ou o sorobã (ábaco adaptado).

No dia 30 de maio de 2019, terminamos a leitura do texto “Legislação: Educação Inclusiva” em que foi desenvolvida a necessidade de universidades formarem professores preparados para lecionar para pessoas com deficiência, visto que passa a ser obrigatória a matrícula de alunos com deficiência também em escolas de ensino regular. Além disso, foram entregues os textos “Defectologia” (BARRETO, 2013) e “Deficiência visual” (BARRETO, 2013). Neste dia começamos a

leitura do texto “Defectologia” baseado nos estudos de Vygotsky sobre métodos qualitativos de investigação das deficiências sensoriais. Segundo Vygotsky (1997 apud Barreto, 2013), é possível surgir na pessoa com deficiência um processo de compensação ou supercompensação àquela deficiência que funciona para introdução e desenvolvimento deste indivíduo na sociedade.

Através de observações e análises foi avaliado que o desenvolvimento do aluno com deficiência é mais eficaz quando o ensino é focado nas suas potencialidades que é onde se introduz o conceito de compensação. O texto também nos apresenta a importância de se construir o processo educativo considerando o psicológico do aluno e sua forma de visualizar a matéria que foi ensinada. Ao fim da aula, fomos apresentados ao sorobã, um ábaco adaptado que é uma ferramenta utilizado para realizar cálculos.

Como não houve oportunidade de discussão do texto “Deficiência visual” (BARRETO, 2013) em aula, ficou como leitura complementar. Este texto apresenta o Instituto Benjamin Constant (IBC) como uma referência nacional na área de Deficiência Visual que trata da capacitação de profissionais voltados à educação inclusiva. O uso das tecnologias que auxiliam na inclusão desses alunos também é mencionado como ferramenta adicional. Há ainda o sistema conhecido como ‘sonografia’ que foi adaptado pelo Louis Braille e veio a se tornar o Braille que é usado até hoje como sistema universal de leitura e escrita para as pessoas cegas por meio do reglete ou máquina de escrever Braille.

No dia 13 de junho de 2019 aprendemos a manusear a reglete e o punção para escrever em Braille. No dia 04 de julho de 2019 a aula foi destinada à pesquisa e elaboração das apresentações.

No dia 11 de julho de 2019 aconteceram as apresentações dos grupos A1 e A2 em que os temas escolhidos foram “Cálculo mental: Soma e Subtração” e “Comparação de fração com o uso de régua de frações”, respectivamente.

No dia 18 de julho de 2019 foram apresentadas os grupo B1 e B2 em que os temas escolhidos foram “Estudos da trigonometria numa visão didática tecnológica para os cegos” e “Moda, média, mediana no geoplano”, respectivamente.

## **1.2) Elaboração da sequência didática**

### **1.2.1) Tema**

Introdução ao ensino de estatística: moda, média e mediana através do geoplano para alunos cegos.

### **1.2.2) Justificativa**

O marco da Educação Inclusiva foi a Declaração de Salamanca, assinada em 1994 na Espanha. A partir dela, a visibilidade em debates político-educacionais foi gradativamente aumentando. O documento foi organizado de forma a apontar para a sociedade a necessidade de se ter políticas públicas e educacionais.

[...] escolas deveriam acomodar todas as crianças independente de suas condições físicas, intelectuais, sociais, emocionais, lingüísticas, étnicas ou outras. Aquelas deveriam incluir crianças deficientes e super-dotadas, crianças de rua e que trabalham, crianças de origem remota ou de população nômade, crianças pertencentes a minoria lingüísticas, étnicas ou culturais, e crianças de outros grupos de desvantajosos ou marginalizados (UNESCO, 1994, s.p.).

Muitas vezes, os alunos com deficiência são integrados à sala de aula regular, porém, ficam à margem, como meros espectadores. A falta de recursos e adaptações dos conteúdos durante as aulas, bem como a falta de preparo do professor, levam os alunos a não obter o resultado desejado em seu aprendizado. Sobre essa integração do aluno, Machado (2002) disserta

Parece que se superficializa a temática sobre o processo de integração/inclusão do surdo na escola regular quando se limita o que seja como integrá-los/incluí-los ao fato de colocá-los fisicamente nas escolas regulares, [...] Esse modelo, ainda hegemônico, em síntese pauta-se por uma atitude normalizadora em que as diversas formas de educação de surdos têm a intenção de “ouvintizar”, ou seja, de fazê-los parecer o máximo possível com os ouvintes (MACHADO, 2002, s.p).

Por esse motivo, é necessário buscar outros meios para que os alunos aprendam, valorizando as suas capacidades e não a sua deficiência.

Lopes (2008) em seu trabalho sobre o ensino da estatística e da probabilidade na educação básica, aponta que

O estudo desses temas torna-se indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros, delegando ao ensino da matemática o compromisso de não só ensinar o domínio dos números, mas

também a organização de dados, leitura de gráficos e análises estatísticas (LOPES, 2008, p. 58).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) propõem que no primeiro e segundo ciclo do Ensino Fundamental os alunos comecem a trabalhar ideias básicas de estatística. No terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental os alunos ampliam as ideias básicas já trabalhadas e começam a calcular medidas.

A finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos (BRASIL, 1998, p. 52).

No ensino de estatística são encontrados muitos obstáculos epistemológicos, referentes à mecanização do ensino baseado em fórmulas. Sobre essa mecanização, Manrique e Pasquareli (2016) citam as pesquisas de Turik (2010), revelando tais dificuldades

Turik (2010) revela que estudantes apresentam dificuldades, mesmo nos conceitos mais simples da Estatística, e alega que alguns autores atribuem o problema ao fato de os conceitos envolverem muitas fórmulas, enquanto outros acreditam que tais dificuldades estão atreladas à visão matemática determinista que os estudantes trazem para as aulas de Estatística, causando certa aversão à disciplina (TURIK apud PASQUARELLI; MANRIQUE, 2016, p.311).

Dessa forma, atrelando essa dificuldade àqueles com necessidade educacionais especiais, o multiplano é um dos instrumentos pensados para auxiliá-los (MAGALHÃES; MOURA, 2016).

É a partir de outros sentidos, principalmente o tato, que a pessoa com deficiência visual enxerga o mundo, sobre sua importância, Ferronato (2002) disserta:

Ele enxerga a partir do que pode tocar. É com as mãos que procura amenizar as dificuldades oriundas da sua restrição sensorial. Não que haja uma substituição da visão pelo tato, mas sim um esforço maior neste para que o mesmo possibilite um melhor desempenho social e, conseqüentemente [sic], uma maior interação com as outras pessoas (FERRONATO, 2002, p.34).

Ao afirmar que não há uma substituição da visão pelo tato, o autor explicita os estudos de Vygotsky sobre a compensação, pois o desenvolvimento do sentido para

suprir a falta da visão é fruto do esforço que o tato exerce para que as necessidades do indivíduo sejam atendidas. Sobre a compensação, Vygotsky (1997) disserta

A criança cega ou surda pode alcançar o mesmo desenvolvimento de um aluno normal, porém as crianças com deficiência alcançam de um modo distinto, por um caminho distinto, com outros meios, e para o professor é importante conhecer a peculiaridade do caminho pelo qual se deve conduzir a criança. A importância deste processo está em possibilitar, a transformação de defeito em supercompensação. (VYGOTSKY 1997 *apud* BARRETO 2013, p. 17).

Vygotsky (1997 *apud* BARRETO 2013) afirma ainda, que o ensino deve se basear nas potencialidades e habilidades dos alunos, e não em suas faltas, por isso, pretende-se utilizar o geoplano adaptado, fazendo às vezes de multiplano como recurso tátil para facilitar a aprendizagem dos conceitos de moda, média e mediana.

Ferronato (2002, p. 86) propõe o uso do multiplano como um material que proporciona aos alunos videntes e não videntes oportunidades de acesso às mesmas informações. A partir da manipulação do multiplano o aluno é capaz de construir os conceitos apresentados, contribuindo para a independência do professor e dos colegas durante o processo de aprendizagem, fazendo com que esse aluno sintasse “[...]útil e produtivo, contrapondo-se a possíveis sentimentos de inferioridade e impotência[...]”.

### **1.2.3) Objetivo Geral**

Elaborar uma sequência didática que permita ao aluno com deficiência visual definir os conceitos de moda, média e mediana a partir do geoplano adaptado.

### **1.2.4) Público-alvo**

Alunos a partir do 8º. ano do Ensino Fundamental.

## 2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

### 2.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro do semestre, dia 18 de setembro de 2019, foi apresentado o calendário, planejamento e ementa da disciplina. A elaboração da aplicação exigirá a dedicação de cada grupo e a avaliação qualitativa será ao final do semestre, conforme a programação.

Os seguintes encontros foram voltados para a elaboração da sequência didática da linha de pesquisa de Educação Matemática Inclusiva.

No período de 06/11/2019 a 29/01/2020 realizaram-se as aplicações das sequências didáticas da linha de pesquisa de Educação Inclusiva na própria turma do LEAMAT II, logo após as aplicações iniciou-se a escrita dos relatórios.

### 2.2) Elaboração da sequência didática

#### 2.2.1) Planejamento da sequência didática

A sequência didática, objeto deste trabalho, pretende levar o aluno a conceituar sobre as medidas de tendência central. O Geoplano e seus pinos (Figura 1) serão utilizados para montar esquemas como comparação de quantidades.

Figura 1 - Geoplano e pinos

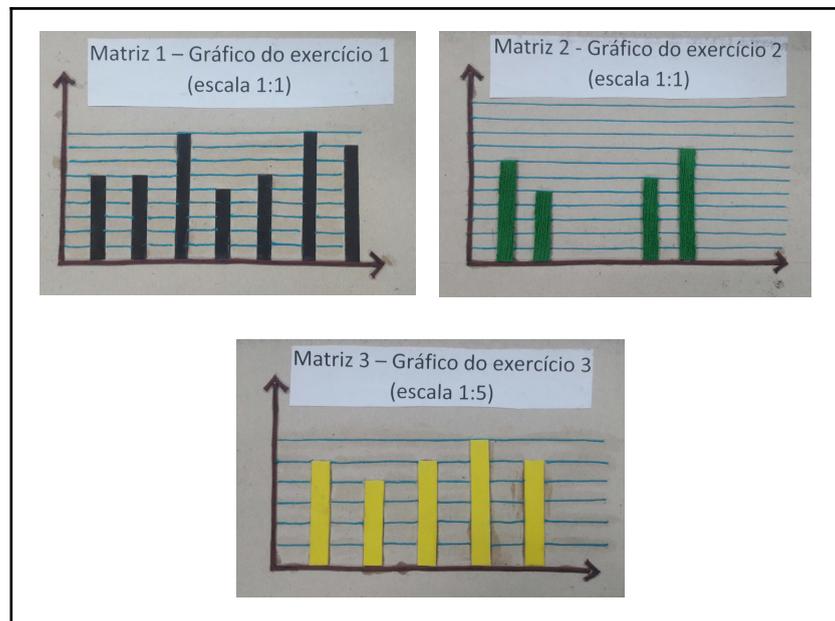


Fonte: Elaboração própria.

Ao apresentar o material, explicaremos os conceitos de Moda, Média e Mediana, com o auxílio de uma apostila (apêndice A), recorrendo ao Geoplano ao longo de todo o processo. Durante essa etapa de construção de conceitos,

simultaneamente o aluno poderá explorar as matrizes (Figura 2) com os gráficos usados nos exercícios.

Figura 2 - Matrizes representando os gráficos



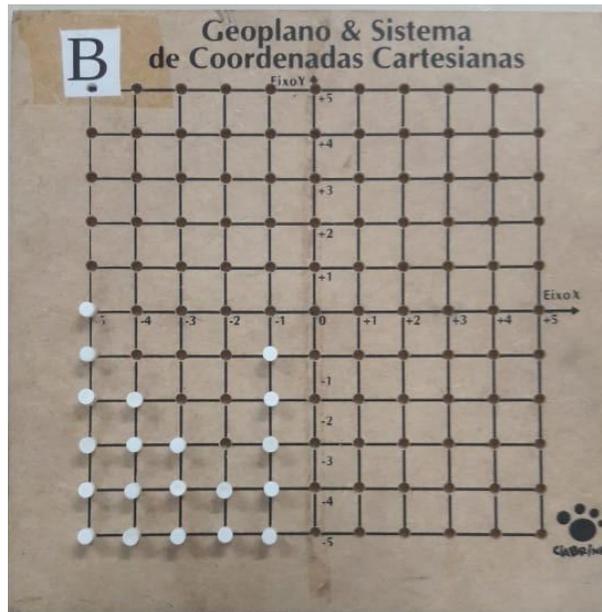
Fonte: Elaboração própria.

Após construir o gráfico no Geoplano, para encontrar a **média aritmética** dos valores impostos, será realizada a seguinte manipulação: organizar os pinos em fileiras, arrumar as fileiras de maneira a retirar pinos daquelas que tem maior quantidade e redirecionar para as que têm menos, até que a quantidade de pinos nas colunas se igualem. Feita essa manipulação, se as fileiras não possuírem a mesma quantidade de pinos, isso indica que a média calculada não é um número inteiro.

O processo de reorganizar os pinos equivale ao cálculo aritmético, pois ao distribuímos igualmente os pinos nas colunas existentes, estamos somando os valores e em seguida dividindo pela quantidade de fileiras.

Na Figura 3, temos 5 fileiras com 6, 4, 3, 2 e 5 pinos, respectivamente. Para calcular a média, iremos somar todas as unidades de todas as fileiras. O próximo passo é dividir o somatório encontrado pela quantidade de fileiras representadas. Realizados os cálculos, o valor obtido é a média aritmética.

Figura 3 - Gráfico no geoplano



Fonte: Elaboração própria.

Representação aritmética:

$$Ma = \frac{6+4+3+2+5}{5} \Leftrightarrow \frac{20}{5} = 4$$

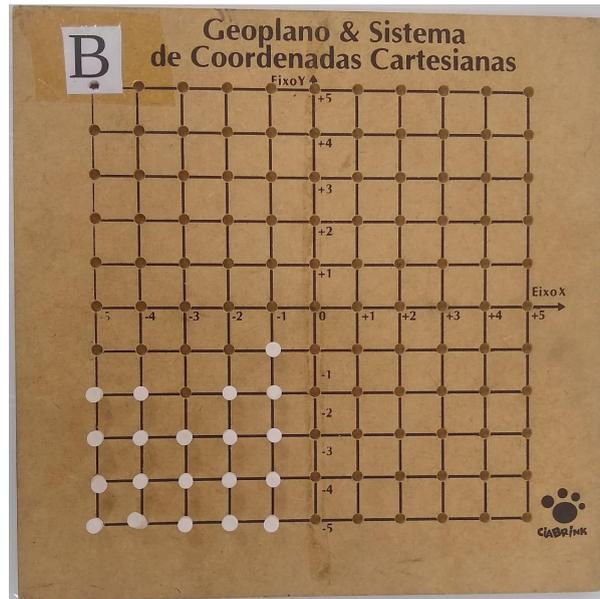
Ma: Média aritmética = 4

20: somatório de pinos no Geoplano

5: quantidade de fileiras

Para efetuar o cálculo manualmente no Geoplano, a técnica é realocar dois pinos da primeira fileira, visto que ela possui maior quantidade de pinos, distribuindo de maneira igualitária para as fileiras que possuam menos pinos, por exemplo para a quarta fileira que possui apenas 2 unidades. Desta maneira, a primeira, a segunda e a quarta fileira contarão 4 unidades cada, constando que a terceira fileira contará com apenas 3 pinos e a quinta com 5. Para finalmente obter a média aritmética basta realocar 1 pino da quinta fileira para a terceira.

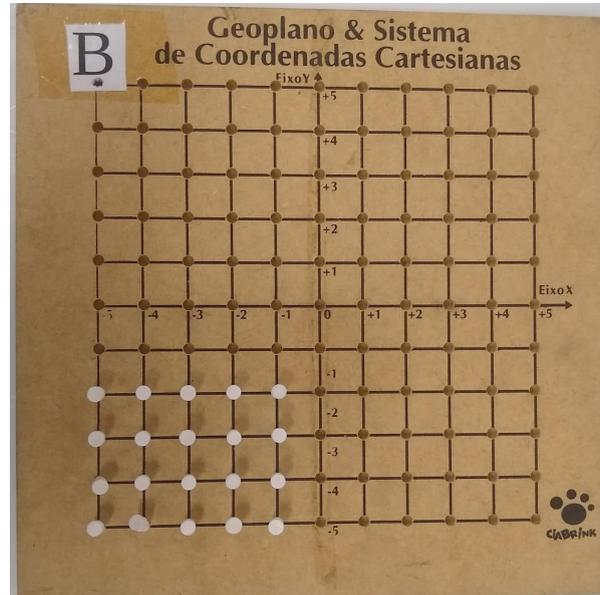
Figura 4 - Gráfico no Geoplano



Fonte: Elaboração Própria.

Ao executar o processo no geoplano, teremos em todas as fileiras com 4 pinos, ou seja, a média aritmética, como podemos observar na Figura 5.

Figura 5 - Gráfico no geoplano reorganizado (média)

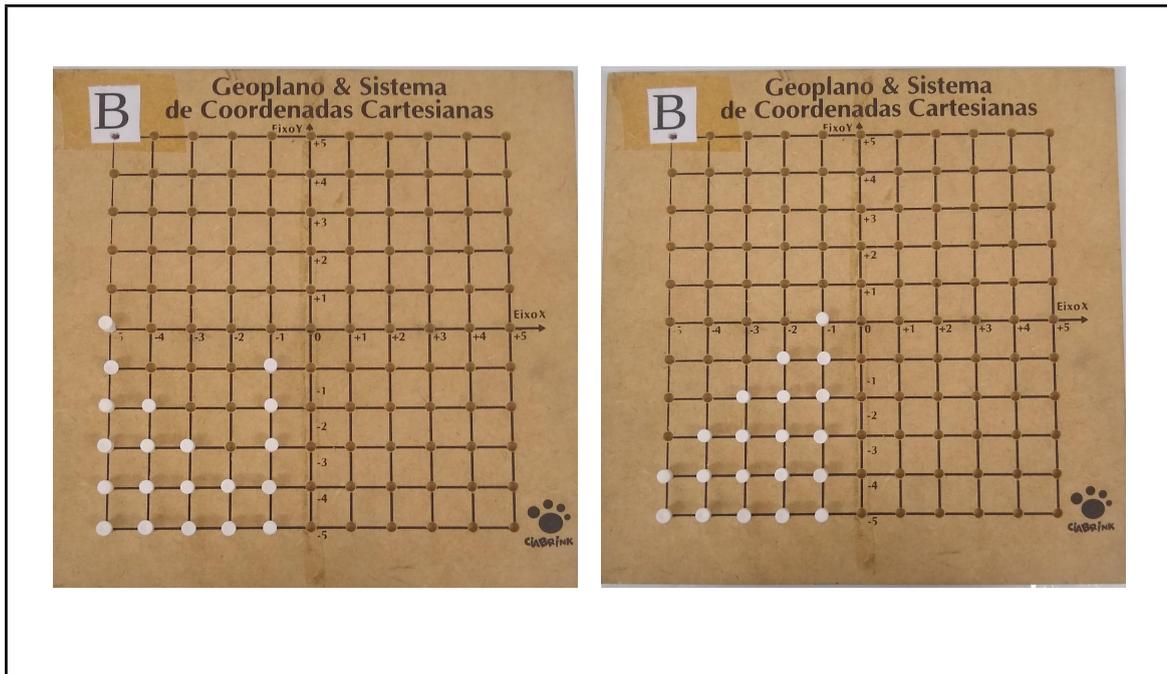


Fonte: Elaboração Própria.

O estudo de moda, no geoplano será feito da seguinte forma: o aluno constrói os gráficos com os valores dados, e a partir do gráfico serão analisados os números de colunas com a mesma quantidade de pinos, ou seja, em função dos valores das



Figura 7 - Gráfico no Geoplano (cálculo da mediana)



Fonte: Elaboração própria.

Durante a resolução das atividades propostas, os professores em formação irão auxiliar a classe, a fim de perceber o desenvolvimento da construção destes conceitos. Todas as atividades serão realizadas no geoplano, conforme feito o estudo dos conceitos.

A primeira atividade está na Figura 8.

Figura 8 - Atividade 1

- 1)** Uma turma é formada por 7 alunos de idades diferentes. As idades são: 6, 6, 9, 9, 6, 5 e 8. A professora deseja saber:
- a) A média das idades de seus alunos;
  - b) A mediana das idades de seus alunos;
  - c) A moda das idades de seus alunos.

Fonte: Elaboração Própria.

Nessa questão, em seus três itens, o aluno é levado a realizar o cálculo das três medidas de tendência central, moda, média e mediana, utilizando o geoplano para tal.

A segunda questão, tem como objetivo levar os alunos a realizarem o cálculo da média aritmética das notas de dois alunos e analisarem as notas necessárias

para que alcancem a média estipulada pela escola para sua aprovação. Nessa atividade, além de apenas calcular a média, os alunos precisam analisar os resultados obtidos (Figura 9).

Figura 9 - Atividade 2

2) Um colégio tem média para aprovação igual a 7,0. Durante o bimestre os alunos A e B obtiveram as seguintes notas:

Aluno A: 7,0 e 5,0.

Aluno B: 6,0 e 8,0.

a) Qual aluno obteve o maior rendimento no bimestre?

b) Qual aluno foi reprovado no bimestre? Que nota esse aluno precisaria tirar na terceira avaliação para ser aprovado com média 7,0?

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Na terceira atividade, como na primeira, o aluno deve determinar o valor das três medidas de tendência central (Figura 10).

Figura 10 - Atividade 3

3) Uma cidade do litoral obteve as seguintes temperaturas em 5 dias da semana durante o verão:

Quarta: 25° C

Quinta: 20° C

Sexta: 25° C

Sábado: 30° C

Domingo: 25° C

a) Qual a mediana das temperaturas desses dias na cidade?

b) E a(s) moda(s) das temperaturas?

c) Qual a média das temperaturas durante esses 5 dias do verão?

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

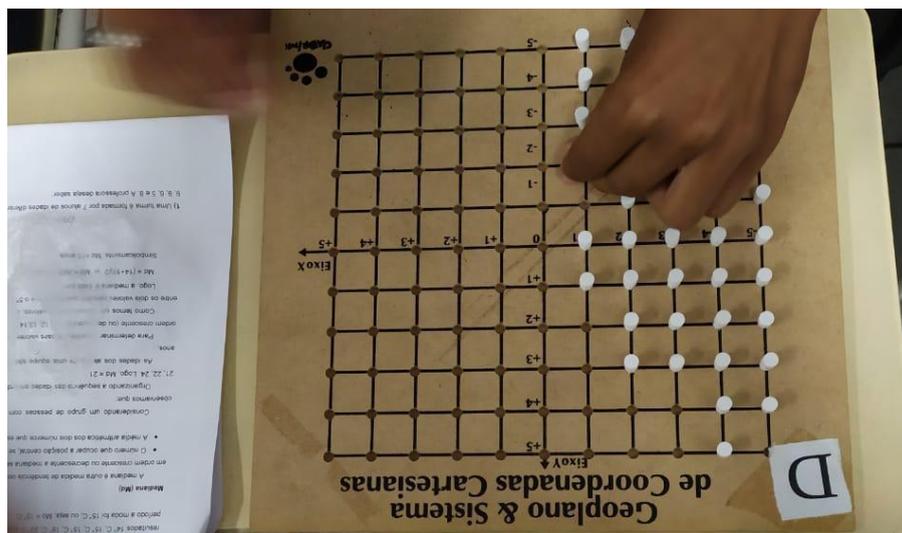
### **2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II**

A aplicação desta sequência didática aconteceu no dia 27 de novembro de 2019, na turma do LEAMAT II, onde todos os alunos participaram. Iremos referenciar o nosso grupo como professores aplicadores. Os professores

aplicadores pediram que a turma se dividisse em grupos a fim de validar a sequência elaborada por meio do teste exploratório. Como o teste foi realizado com alunos videntes, solicitamos que pelo menos um aluno fosse voluntariamente vendado, a fim de observarmos se o material estaria adequado também para um aluno não vidente.

Iniciamos a sequência dividindo a turma em grupos de 4 pessoas, e em seguida entregamos a cada grupo um geoplano com pinos (Figura 11), para então darmos início a aplicação com a temática de Média Aritmética. O aluno voluntário recebeu um geoplano e uma integrante do grupo ficou responsável por auxiliá-lo durante as explicações e exercícios. O grupo ficou disperso na sala a fim de sanar dúvidas.

Figura 11 - aluno utilizando o geoplano



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

A turma mostrou-se interessada e os alunos fizeram diversos questionamentos a respeito do trabalho. A sequência ocorreu conforme o planejado, contudo, no decorrer da aula pudemos perceber falhas na apostila referentes aos números escolhidos para os exemplos dados. Estes, que ao pôr em prática os conceitos de medidas de tendências centrais, resultam em números decimais, sendo que o ideal é que resultasse em números inteiros, para podermos utilizar os pinos, e com o objetivo de acompanhar a resolução no geoplano. Foi sugerido que alterássemos os valores na apostila, assim, o material poderá ser explorado da melhor maneira no sentido de formalizar os conceitos estatísticos.

Notamos o bom desempenho da turma durante a aplicação, estava comprometida a ajudar a melhorar o material. Nos momentos que iam surgindo as dúvidas, os próprios grupos se empenhavam a contribuir com soluções, como por exemplo a representação dos valores decimais no geoplano em diferentes escalas, assim como sugestões para sua utilização.

Houve o questionamento sobre trabalhar com números decimais, entretanto, números inteiros já são suficientes para cumprir nosso objetivo com a aula, que é apresentar os conceitos de moda, média e mediana.

O aluno vendado (Figura 12) relatou que o material usado estava apto para sanar suas necessidades, pois tinha autonomia para realizar as operações sem precisar de intervenção constante.

Figura 12 - aluno vendado utilizando o geoplano.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Além do geoplano, o aluno cego teve acesso a três matrizes adaptadas com material em alto relevo previamente elaboradas (Figura 2). Cada matriz organiza as informações numéricas em gráficos a fim de que o aluno possa ler e transmitir as informações para o geoplano sem precisar memorizar ou que alguém dite os valores, propiciando ao aluno maior autonomia para a realização da atividade.

Após a aplicação demos início a correção da apostila e suas respectivas modificações, posteriormente nos dedicamos à escrita do relatório.

### **3) RELATÓRIO DO LEAMAT III**

#### **3.1) Atividades desenvolvidas**

De acordo com a ementa da disciplina de LEAMAT III, faz-se necessário a aplicação da sequência final em turmas do ensino regular. Por tal razão, era previsto a aplicação dessa sequência didática de forma presencial em alguma turma do 8º. ano do Ensino Fundamental de alguma escola na cidade de Campos dos Goytacazes e que houvesse algum aluno não vidente. Porém, com a disseminação do Coronavírus em decorrência à pandemia da Covid-19, houve a necessidade de alteração desse projeto, o transformando nesse livro digital.

Durante as primeiras aulas dessa disciplina, realizamos a releitura do relatório, analisamos as considerações da turma durante o teste exploratório aplicado no LEAMAT II, para efetuar as correções necessárias. Após esse momento de retomada da sequência didática, houve a elaboração da versão final da sequência e também a escrita do ebook.

Durante a transcrição do material para elaboração deste livro digital, houve a necessidade de retomarmos as pesquisas e observar quais foram os passos durante a estruturação da sequência inicial. Com a intenção de expor ao leitor de forma clara como houve o surgimento da ideia do tema e a efetivação da produção da proposta didática, nos reunimos para estudar o tema, a fim de alcançar os nossos objetivos quanto a utilização da apostila, mesmo que nossos encontros tenham sido de maneira remota.

#### **3.2) Elaboração da sequência didática**

##### **3.2.1) Versão final da sequência didática**

A sequência didática, objeto deste trabalho, pretende levar o aluno a conceituar sobre as medidas de tendência central, seja o aluno vidente ou não vidente.

A aula foi elaborada para ser aplicada em 2 horas/aula, e prevê o uso do Geoplano, que será utilizado para montar esquemas como comparação de quantidades.

Essa sequência didática foi dividida em três etapas, sendo elas:

- Etapa 1 - Apresentação do material;

- Etapa 2 - Definição dos conceitos;
- Etapa 3 - Aplicação das atividades.

□ Etapa 1 - Apresentação do material.

Nesse primeiro momento, apresentaremos o Geoplano e os pinos (Figura 13) e como serão utilizados. O Geoplano é um material criado pelo matemático inglês Calleb Gattegno, formado por uma placa de madeira ou mdf, e marcado por uma malha quadriculada com furos medindo aproximadamente 30cmx30cm, acompanhado de pinos de plástico que se encaixam nos furos do Geoplano.

Figura 13 - Geoplano e pinos



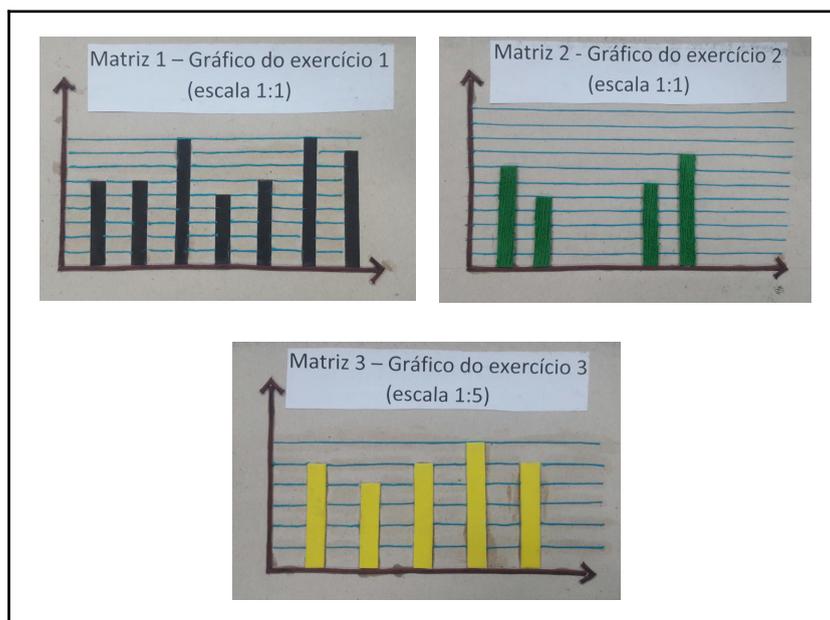
Fonte: Elaboração própria.

O Geoplano será utilizado como um gráfico de colunas, usando os pinos como unidade de medida. Nesse momento, será entregue um Geoplano e alguns pinos a cada aluno ou grupo, a ser definido pela quantidade de alunos e material disponível, e será construído um gráfico, em conjunto com os alunos, a fim de que possam manipular o material.

Após as manipulações iniciais, dar-se-á o momento de exposição dos conceitos de Moda, Média e Mediana, com o auxílio de uma apostila (apêndice A), recorrendo ao Geoplano ao longo de todo o processo, em que os alunos deverão construir os gráficos com os valores apresentados em cada exemplo e, a partir dos conceitos explicitados farão as manipulações que serão descritas na próxima etapa. Durante essa etapa de construção de conceitos, simultaneamente, os alunos poderão explorar os gráficos já construídos a fim de auxiliar os alunos a replicar os dados no Geoplano. O(s) aluno(s) com deficiência visual poderá(ão) explorar as

matrizes (Figura 14) com os gráficos usados nos exercícios, que também estão dispostos na apostila para os alunos videntes. É importante que os gráficos sejam disponibilizados aos alunos nesse momento, pois deverão reordenar o gráfico construído, assim, se houver alguma dúvida sobre os valores que estão manipulando, eles podem recorrer aos gráficos e/ou matrizes.

Figura 14 - Matrizes representando os gráficos



Fonte: Elaboração própria.

Etapa 2 - Definição dos conceitos.

Após o gráfico construído no Geoplano, será apresentada a definição de cada um dos itens (moda, média e mediana) e a forma com que podem manipular o material a fim de obter os valores.

A **Média Aritmética** se refere a uma medida de tendência central. Ela resulta da divisão entre a soma de todos os elementos de um grupo específico e a quantidade de elementos desse grupo. Por meio da Média Aritmética, pretende-se representar a característica de um grupo, a partir de um único número. O que nem sempre é possível realizar, pois em algumas situações a média não definirá o perfil do grupo: quando a presença de valores muito maiores ou bem menores do que aos demais pertencerem a este grupo (DANTE, 2005).

Para encontrar a média aritmética dos valores apresentados no gráfico, será realizada a seguinte manipulação:

1. organizar os pinos em fileiras;

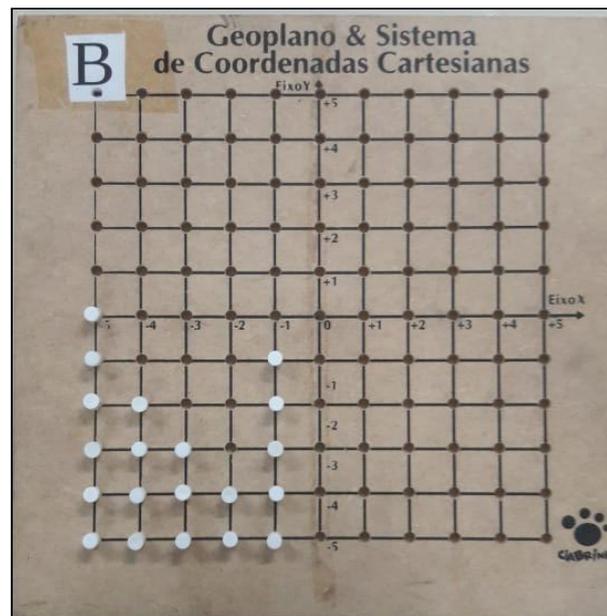
- arrumar as fileiras de maneira a retirar pinos daquelas que tem maior quantidade e redirecionar para as que têm menos, até que a quantidade de pinos nas colunas se iguale.

Feita essa manipulação, se as fileiras não possuírem a mesma quantidade de pinos, isso indica que a média calculada não é um número inteiro.

O processo de reorganizar os pinos equivale ao cálculo aritmético, pois ao distribuímos igualmente os pinos nas colunas existentes, estamos somando os valores e em seguida dividindo pela quantidade de fileiras.

Na Figura 15, temos 5 fileiras com 6, 4, 3, 2 e 5 pinos, respectivamente. Para calcular a média, iremos somar todas as unidades de todas as fileiras. O próximo passo é dividir o somatório encontrado pela quantidade de fileiras representadas. Realizados os cálculos, o valor obtido é a média aritmética.

Figura 15 - Gráfico no Geoplano



Fonte: Elaboração própria.

Representação aritmética:

$$Ma = \frac{6+4+3+2+5}{5} \Leftrightarrow \frac{20}{5} = 4$$

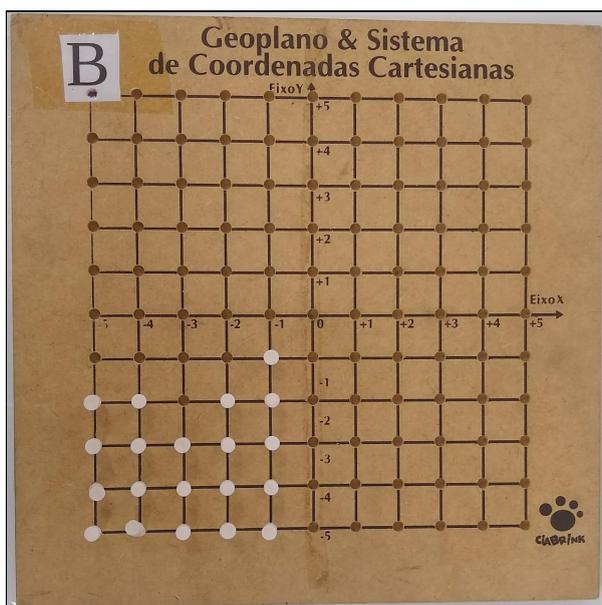
Ma: Média aritmética = 4

20: somatório de pinos no Geoplano

5: quantidade de fileiras

Para efetuar o cálculo manualmente no Geoplano, a técnica é realocar dois pinos da primeira fileira, visto que ela possui maior quantidade de pinos, distribuindo de maneira igualitária para as fileiras que possuam menos pinos, por exemplo para a quarta fileira que possui apenas 2 unidades. Desta maneira, a primeira, a segunda e a quarta fileira contarão 4 unidades cada, a terceira fileira contará com apenas 3 pinos e a quinta com 5. Para finalmente obter a média aritmética basta realocar 1 pino da quinta fileira para a terceira.

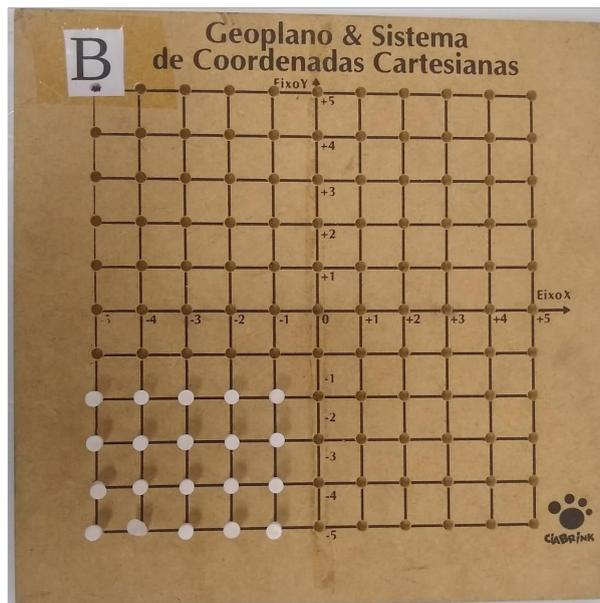
Figura 16 - Gráfico no Geoplano



Fonte: Elaboração Própria.

Ao executar o processo no Geoplano, teremos em todas as fileiras com 4 pinos, ou seja, a média aritmética, como podemos observar na Figura 17.

Figura 17 - Gráfico no Geoplano reorganizado (média)



Fonte: Elaboração Própria.

A **Moda** é a “[...] medida de tendência central definida como o valor mais frequente de um grupo de valores observados.” (DANTE, 2005, p.325). Dessa forma, para fazer o estudo da moda no Geoplano, após o gráfico construído com os valores estudados o aluno deverá analisar os números de colunas com a mesma quantidade de pinos, ou seja, a quantidade de pinos que mais se repetir nas colunas será a moda. Pode-se observar (Figura 18) que a moda é o valor 3, pois é a quantidade que mais repetiu.

Figura 18 - Gráfico no Geoplano (cálculo da moda)



Fonte: Elaboração própria.

Outra medida de tendência central é a **Mediana**.

Assim, dados  $n$  números em ordem crescente ou decrescente a mediana será:

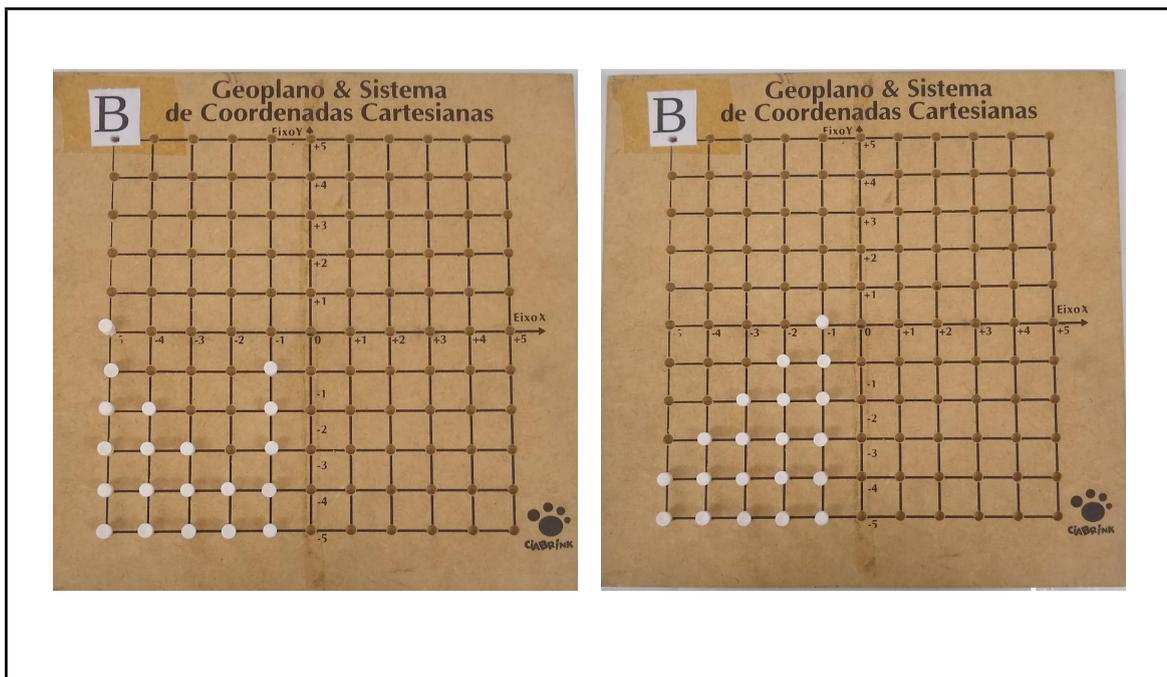
- o número que ocupar a posição central, se  $n$  for ímpar;
- a média aritmética dos dois números que estiverem no centro, se  $n$  for par. (DANTE, 2005, p.326).

Para encontrar a mediana, de acordo com a definição apresentada, é preciso reorganizar a sequência, colocando os valores em ordem, seja crescente ou decrescente, o valor central será a mediana. Mas é fundamental se atentar para dois casos de valores centrais:

- Se a sequência apresentada tiver número de fileiras ímpar, então a mediana será o número que ocupar a posição central do conjunto de elementos.
- Se a sequência apresentada no gráfico tiver número de fileiras par, então a mediana será a média aritmética simples das duas fileiras que estiverem no centro do conjunto já organizado no próprio Geoplano.

Na Figura 19, podemos observar um exemplo, ordenando os pinos das cinco fileiras temos a Figura reordenada à direita, e a partir da análise do termo central, encontraremos a mediana dos valores dados.

Figura 19 - Gráfico no Geoplano (cálculo da mediana)



Fonte: Elaboração própria.

Durante a resolução das atividades propostas, os professores aplicadores irão auxiliar a classe, a fim de perceber o desenvolvimento da construção destes conceitos. Todas as atividades serão realizadas no Geoplano, conforme feito o estudo dos conceitos.

Etapa 3 - Aplicação das atividades.

Na primeira questão (Figura 20), em seus três itens, o aluno é levado a realizar o cálculo das três medidas de tendência central: média, mediana e moda, respectivamente, utilizando o Geoplano da forma em que foi descrito anteriormente. Espera-se que os alunos consigam fazer a relação entre os passos realizados manualmente e o cálculo que fariam para calcular a média aritmética (item a), assim como analisar os valores para definir a moda e mediana (itens b e c).

Figura 20 - Atividade 1

**1)** Uma turma é formada por 7 alunos de idades diferentes. As idades são: 6, 6, 9, 9, 6, 5 e 8. A professora deseja saber:

- a) A média das idades de seus alunos;
- b) A mediana das idades de seus alunos;
- c) A moda das idades de seus alunos.

Fonte: Elaboração Própria.

A segunda questão, tem como objetivo levar os alunos a realizarem o cálculo da média aritmética das notas de dois alunos e analisarem as notas necessárias para que os alunos sejam aprovados. Nessa atividade, além de calcular a média, os alunos precisam analisar os resultados obtidos (Figura 21).

Figura 21 - Atividade 2

2) Um colégio tem média para aprovação igual a 7,0. Durante o bimestre os alunos A e B obtiveram as seguintes notas:

Aluno A: 7,0 e 5,0.

Aluno B: 6,0 e 8,0.

a) Qual aluno obteve o maior rendimento no bimestre?

b) Qual aluno foi reprovado no bimestre? Que nota esse aluno precisaria tirar na terceira avaliação para ser aprovado com média 7,0?

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Na terceira atividade (Figura 22), assim como na primeira, o aluno deve determinar o valor da mediana, moda e média da temperatura de uma cidade no decorrer de determinado período, e tem como objetivo que o aluno coloque em prática os conceitos aprendidos, utilizando o Geoplano como ferramenta para calcular as medidas de tendência central. Nessa questão, os alunos não utilizarão os pinos como valor unitário, como a temperatura da cidade é um valor um pouco maior do que os usados nas questões anteriores, cada pino representará 5 graus celsius.

Figura 22 - Atividade 3

**3)** Uma cidade do litoral obteve as seguintes temperaturas em 5 dias da semana durante o verão:

Quarta: 25° C

Quinta: 20° C

Sexta: 25° C

Sábado: 30° C

Domingo: 25° C

- a) Qual a mediana das temperaturas desses dias na cidade?
- b) E a(s) moda(s) das temperaturas?
- c) Qual a média das temperaturas durante esses 5 dias do verão?

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

## Considerações Finais

O presente trabalho é uma sequência didática que pretende conceituar as medidas de tendência central existentes na estatística, da qual se trata de uma ramificação da matemática, que de acordo com Magalhães e Lima (2004, p. 4 *apud* Siqueira, 2021, p. 25) refere-se a “[...] um conjunto de técnicas que permite, de forma sistemática, organizar, descrever, analisar e interpretar dados oriundos de estudos ou experimentos, realizados em qualquer área do conhecimento”.

Por esta razão, ao desenvolver os conceitos de Média, Moda e Mediana, é possível contribuir para que os alunos se tornem cidadãos decididos, organizados e que saibam como interpretar questões, sejam escolares ou do dia a dia. Foi possível detectar por meio do teste exploratório, que a utilização do Geoplano como material concreto, despertou o interesse dos alunos pelo tema.

Por meio da sequência didática, os alunos são capazes de construir os conceitos a partir da manipulação do material, sem que o foco seja a utilização de fórmulas, que é apontado por Manrique e Pasquarelli (2016) como uma das dificuldades citadas na pesquisa Turik (2010) e também de outros estudiosos sobre o ensino da estatística.

A utilização do Geoplano proporcionou o acesso às mesmas informações, tanto para alunos videntes quanto para os não videntes, possibilitando que os alunos não videntes sejam integrados à proposta didática, respeitando sua autonomia e suas potencialidades.

Acredita-se que o trabalho cumpriu o seu objetivo, tendo em vista que o aluno vendado conseguiu conceituar ao final da aplicação os conceitos de medidas de tendências centrais, ao mesmo tempo que acompanhava aos demais alunos utilizando o material preparado, o que pra nós foi um ponto positivo, pois vimos que é possível trabalhar o tema com alunos videntes e não videntes ao mesmo tempo.

A sugestão é a utilização do geoplano e multiplanos, ou qualquer outro material concreto para conceituar, para manipular e responder questões, pois torna a aula dinâmica, e desperta o interesse e conseqüentemente a participação ativa dos alunos, pois “[...] possibilita a concretização dos resultados dos cálculos como se tivessem sendo feitos no caderno ou no quadro, com o diferencial de ser mais palpável e, por isso mesmo, pode facilitar a compreensão.” (FERRONATO, 2002, p.86).

## REFERÊNCIAS

BARRETO, M.S. **Educação Inclusiva** - Um Estudo De Caso Na Construção Do Conceito De Função Polinomial Do 1º. Grau Por Alunos Cegos Utilizando Material Adaptado. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes. 2013. Disponível em: <http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/08/12032013Mylane-dos-Santos-Barreto.pdf>. Acesso em: 15 ago. 2021

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Primeiro e segundo ciclos. Matemática. Brasília: MEC, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 15 jul. 2021

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Terceiro e quarto ciclos. Matemática. Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2021

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**, volume único. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.

FERRONATO, R. **A Construção de Instrumento de inclusão no Ensino da Matemática**. 2002. 126f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) Universidade Federal de Santa Catarina. 2002. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/82939/PEPS2320-D.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 14 jul. 2021

LOPES, C. E. O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores. **Caderno Cedes**. Campinas, vol. 28, n.74, p. 57-73, jan./abr. 2008. Disponível em: <http://www.cedes.unicamp.br>. Acesso em: 15 jul. 2021.

MACHADO, P. C. **A Política De Integração/Inclusão E A Aprendizagem Dos Surdos**: Um Olhar do Egresso Surdo sobre a Escola Regular. Florianópolis, 2002. Disponível em: [https://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/images/d/dc/A\\_politica\\_integracao\\_inclusao\\_dissert.pdf](https://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/images/d/dc/A_politica_integracao_inclusao_dissert.pdf). Acesso em: 25 jul. 2021.

MAGALHÃES, R. O.; MOURA, G. L. S. **Moda, média, mediana com o uso de recursos táteis e tecnológicos**: Multiplano e Geogebra. Acre: UFAC, 2016. Disponível em: [periodicos.ufsc.br](http://periodicos.ufsc.br). Acesso em 14 jul. 2021.

PASQUARELLI, R. C. C.; MANRIQUE, A. L. A inclusão de estudantes com deficiência visual no ensino e aprendizagem de estatística: medidas de tendência central. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.18, n.1, pp. 309-329, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/26675/pdf>. Acesso em: 14 jul. 2021

SIQUEIRA, J. R. **Medidas de Tendência Central e Dispersão**: uma abordagem com alunos da 3ª série do Ensino Médio. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba - SP. 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/14031>. Acesso em: 27 out. 2021

**UNESCO. Declaração de Salamanca e linha de ação sobre necessidades educativas especiais.** Genebra. Não paginado. 1994.

# APÊNDICES

# **Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II**

Diretoria de Ensino Superior  
Licenciatura em Matemática  
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática  
Linha de Pesquisa: Educação Matemática Inclusiva  
Licenciandos: Flávia De Souza Hernandez, Mariana Peixoto Siqueira, Raquel Rodrigues Da Silva Robaina.  
Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Me. Mylane dos Santos Barreto  
Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

### **Medidas de tendência central**

Com base na idade das pessoas de um grupo, podemos estabelecer uma única idade que caracteriza o grupo todo.

Considerando a temperatura de vários momentos em um mês qualquer, podemos determinar uma só temperatura que fornece uma ideia aproximada de todo o período.

Avaliando as notas dos vários trabalhos de um aluno no bimestre podemos registrar com apenas uma nota seu aproveitamento no bimestre.

Em situações como essas, o número obtido é a medida de tendência central dos vários números usados. A média aritmética é a mais conhecida entre as medidas de tendência central. Além dela, vamos estudar também a moda e a mediana.

### **Média (m)**

**Definição:** A média aritmética é usada como medida de tendência central, ou seja, como forma de, por meio de um único número, dar uma ideia das características de determinado grupo de números. No entanto, é importante ressaltar que em algumas situações a presença de um valor bem maior ou bem menor do que as demais faz com que a média aritmética não determine o perfil correto do grupo.

**Exemplo:** No caso de um aluno que realizou diversos trabalhos durante o bimestre e obteve as seguintes notas:

7; 8; 10; 7

$$m = (7 + 8 + 10 + 7)/4 \Leftrightarrow m = 32/4 \Leftrightarrow m = 8$$

## Moda (Mo)

**Definição:** A moda é a medida de tendência central definida como o valor mais frequente de um grupo de valores observados.

**Exemplo:** Se a temperatura medida de hora em hora, das 6 h às 11 h, apresentou os resultados 5°C, 15°C, 15°C, 10°C, 15°C e 5°C, então dizemos que nesse período a moda foi 15°C, ou seja,  $Mo = 15^\circ C$ .

## Mediana (Md)

**Definição:** A mediana é outra medida de tendência central. Assim, dados  $n$  números em ordem crescente ou decrescente a mediana será:

- O número que ocupar a posição central, se  $n$  for ímpar;
- A média aritmética dos dois números que estiverem no centro, se  $n$  for par.

**Exemplos:** Considerando um grupo de crianças com 4, 7, 5, 4 e 7 anos, observamos que:

Organizando a sequência das idades em ordem crescente temos: 4, 4, 5, 7, 7. Logo,  $Md = 5$ .

As idades dos alunos de uma turma infantil são 4, 6, 3, 7 anos.

Para determinar a mediana desses valores, colocamos inicialmente na ordem crescente (ou decrescente): 3, 4, 6, 7.

Como temos um número par de valores, 4, fazemos a média aritmética entre os dois valores centrais, que são o 2º. e o 3º. termo.

Logo, a mediana é dada por:

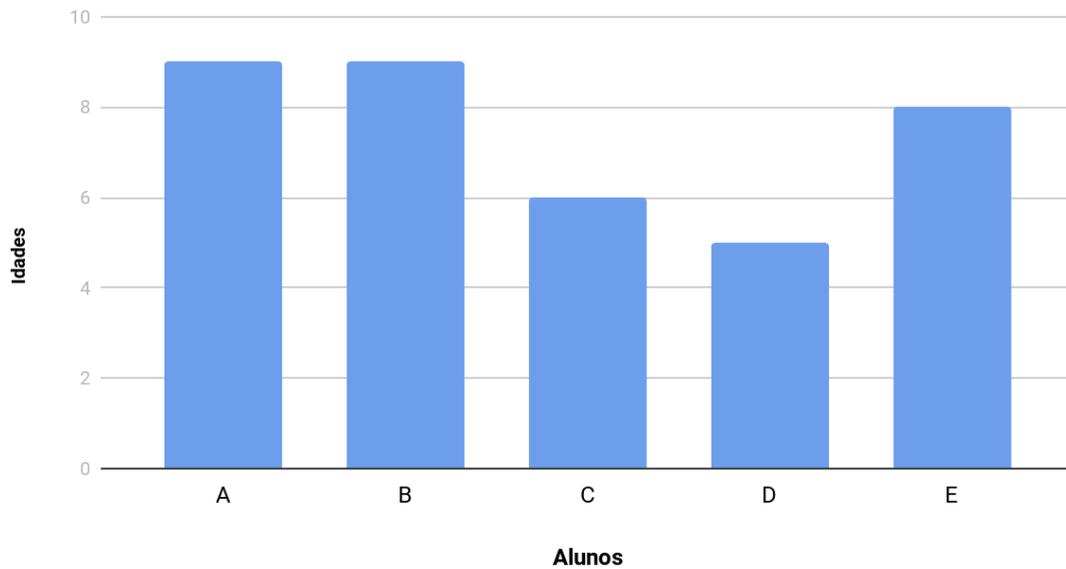
$$Md = (4+6)/2 \Leftrightarrow Md = 10/2 \Leftrightarrow Md = 5 \text{ anos.}$$

Simbolicamente,  $Md = 5$  anos.

## EXERCÍCIOS

1) Uma turma é formada por 5 alunos de idades diferentes. As idades são: 9, 5, 9, 6 e 8 anos. Determine:

### Questão 1



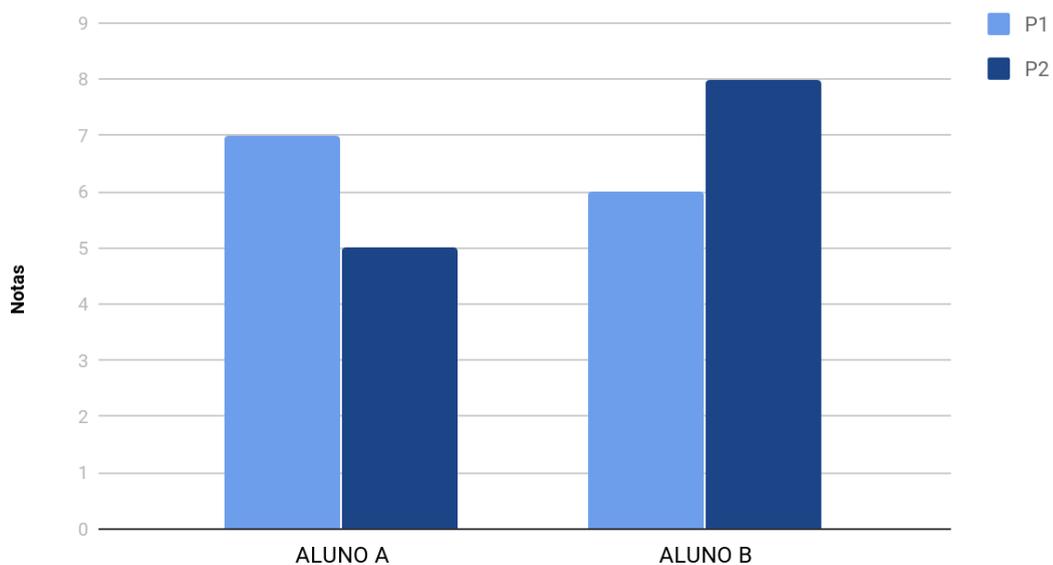
- a) A média das idades;
- b) A mediana das idades;
- c) A moda das idades.

2) Um colégio tem o seu coeficiente de rendimento mínimo igual a 7,0. Durante o bimestre os alunos A e B obtiveram as seguintes notas:

Aluno A: 7,0; 5,0.

Aluno B: 6,0; 8,0.

### QUESTÃO 2 - GRÁFICO 2



- a) Qual aluno obteve o maior rendimento no bimestre?  
b) Qual aluno foi reprovado? Que nota esse aluno precisaria obter na segunda avaliação para ser aprovado com média 7,0?

3) Uma cidade do litoral obteve as seguintes temperaturas em 5 dias da semana durante o outono:

Quarta: 25° C

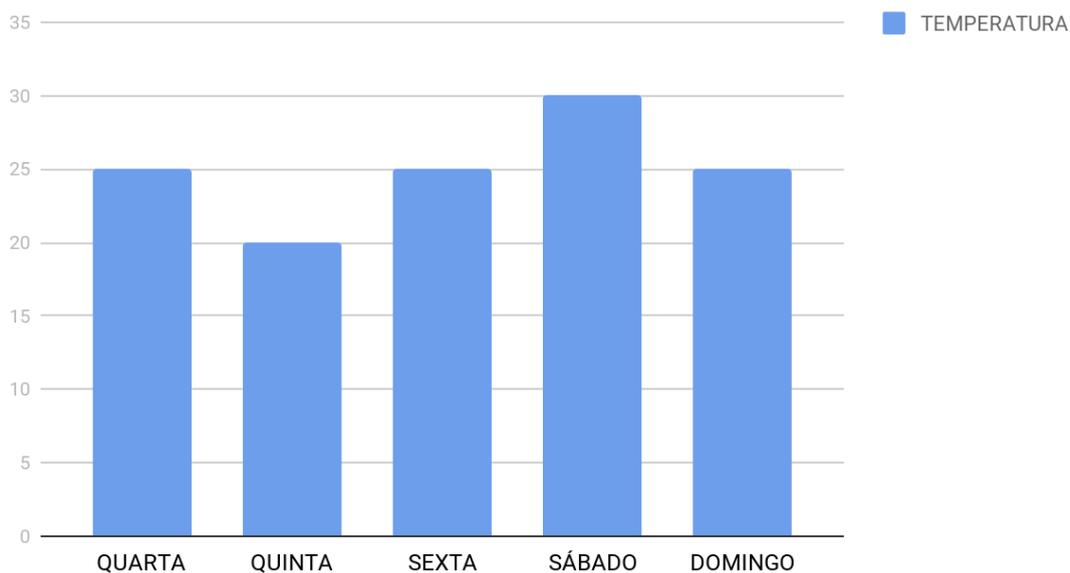
Quinta: 10° C

Sexta: 25° C

Sábado: 30° C

Domingo: 25° C

GRÁFICO 3 - QUESTÃO 3



- a) Qual a mediana das temperaturas desses dias na cidade?  
b) E a(s) moda(s) das temperaturas?  
c) Qual a média das temperaturas durante esses 5 dias do outono?

## **Apêndice B: Versão final do material didático elaborado**

Diretoria de Ensino Superior  
Licenciatura em Matemática  
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática  
Linha de Pesquisa: Educação Matemática Inclusiva  
Licenciandos: Flávia De Souza Hernandes, Mariana Peixoto Siqueira, Raquel Rodrigues Da Silva Robaina.  
Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Mylane dos Santos Barreto  
Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

### Medidas de tendência central

Com base na idade das pessoas de um grupo, podemos estabelecer uma única idade que caracteriza o grupo todo.

Considerando a temperatura de vários momentos em um mês qualquer, podemos determinar uma só temperatura que fornece uma ideia aproximada de todo o período.

Avaliando as notas dos vários trabalhos de um aluno no bimestre podemos registrar com apenas uma nota seu aproveitamento no bimestre.

Em situações como essas, o número obtido é a medida de tendência central dos vários números usados. A média aritmética é a mais conhecida entre as medidas de tendência central. Além dela, vamos estudar também a moda e a mediana.

#### Média (m)

**Definição:** A média aritmética é usada como medida de tendência central, ou seja, como forma de, por meio de um único número, dar uma ideia das características de determinado grupo de números. No entanto, é importante ressaltar que em algumas situações a presença de um valor bem maior ou bem menor do que as demais faz com que a média aritmética não determine o perfil correto do grupo.

**Exemplo:** No caso de um aluno que realizou diversos trabalhos durante o bimestre e obteve as seguintes notas:

7; 8; 10; 7

$$m = \frac{(7 + 8 + 10 + 7)}{4} \Leftrightarrow m = \frac{32}{4} \Leftrightarrow m = 8$$

## Moda (Mo)

**Definição:** A moda é a medida de tendência central definida como o valor mais frequente de um grupo de valores observados.

**Exemplo:** Se a temperatura medida de hora em hora, das 6h às 11h, apresentou os resultados 5°C, 15°C, 15°C, 10°C, 15°C e 5°C, então dizemos que nesse período a moda foi 15°C, ou seja,  $Mo = 15^\circ C$ .

## Mediana (Md)

**Definição:** A mediana é outra medida de tendência central. Assim, dados  $n$  números em ordem crescente ou decrescente a mediana será:

- O número que ocupar a posição central, se  $n$  for ímpar;
- A média aritmética dos dois números que estiverem no centro, se  $n$  for par.

**Exemplos:** Considerando um grupo de crianças com 4, 7, 5, 4 e 7 anos, observamos que:

Organizando a sequência das idades em ordem crescente temos: 4, 4, 5, 7, 7. Logo,  $Md = 5$ .

As idades dos alunos de uma turma infantil são 4, 6, 3, 7 anos.

Para determinar a mediana desses valores, colocamos inicialmente na ordem crescente (ou decrescente): 3, 4, 6, 7.

Como temos um número par de valores, 4, fazemos a média aritmética entre os dois valores centrais, que são o 2º. e o 3º. termo.

Logo, a mediana é dada por:

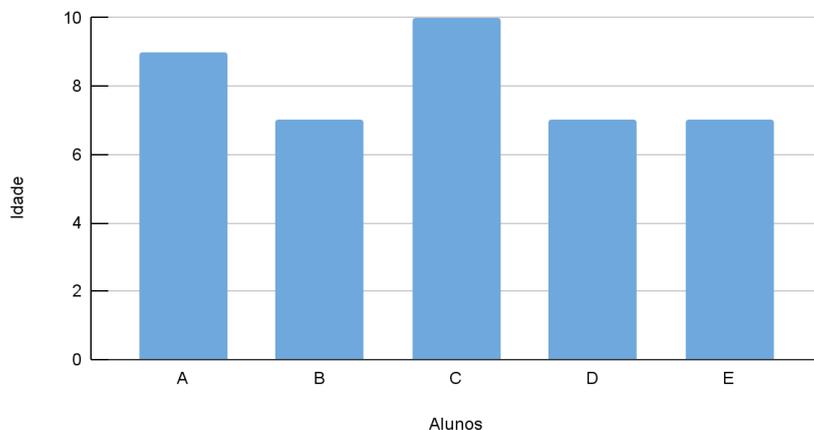
$$Md = (4+6)/2 \Leftrightarrow Md = 10/2 \Leftrightarrow Md = 5 \text{ anos.}$$

Simbolicamente,  $Md = 5$  anos.

## EXERCÍCIOS

1) (DANTE, 2005 - adaptada) Uma turma é formada por 5 alunos de idades diferentes. As idades são: 9, 7, 10, 7 e 7 anos. Determine:

### QUESTÃO 1



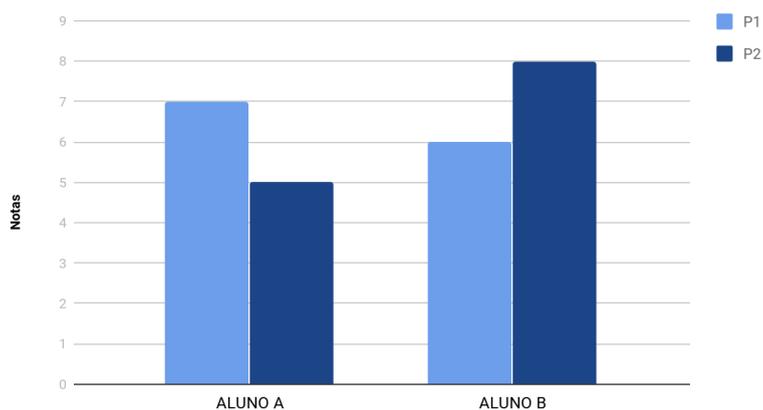
- A média das idades;
- A mediana das idades;
- A moda das idades.

2) (Dante, 2005 - Adaptada) Um colégio tem o seu coeficiente de rendimento mínimo igual a 7,0. Durante o bimestre os alunos A e B obtiveram as seguintes notas:

Aluno A: 7,0; 5,0.

Aluno B: 6,0; 8,0.

### QUESTÃO 2 - GRÁFICO 2



- Qual aluno obteve o maior rendimento no bimestre?
- Qual aluno foi reprovado? Que nota esse aluno precisaria obter na segunda avaliação para ser aprovado com média 7,0?

3) (Dante, 2005 - adaptada) Uma cidade do litoral obteve as seguintes temperaturas em 5 dias da semana durante o outono:

Quarta: 25° C

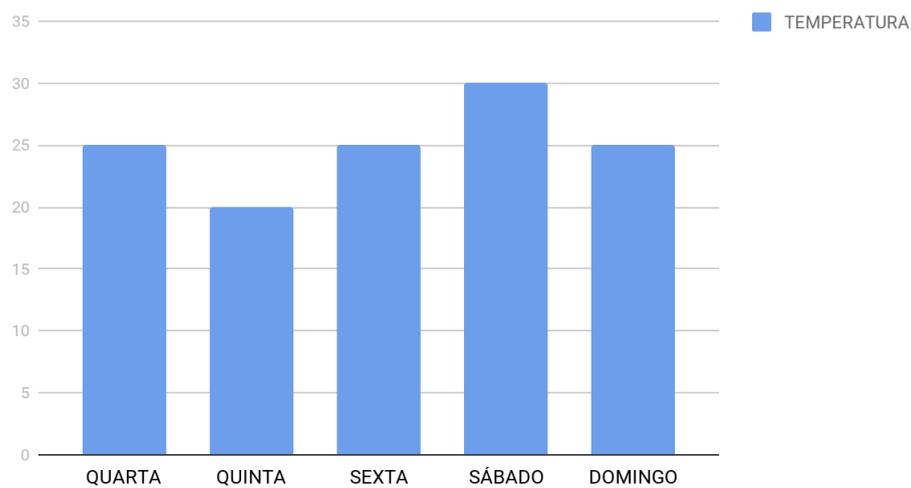
Quinta: 10° C

Sexta: 25° C

Sábado: 30° C

Domingo: 25° C

GRÁFICO 3 - QUESTÃO 3



- Qual a mediana das temperaturas desses dias na cidade?
- E a(s) moda(s) das temperaturas?
- Qual a média das temperaturas durante esses 5 dias do outono?

**Referência:**

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**, volume único. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.