CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DOS COEFICIENTES DA FUNÇÃO AFIM

ESTÉFANE PEREIRA PINTO DE SOUZA MANHÃES

RONILDA DA SILVA FERREIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2005

ESTÉFANE PEREIRA PINTO DE SOUZA MANHÃES
RONILDA DA SILVA FERREIRA

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DOS COEFICIENTES DA FUNÇÃO AFIM

Monografia apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro
Mestre em Educação Matemática-USU

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2005

Monografia intitulada ***Interpretação Geométrica dos Coeficientes da Função Afim*** elaborada por ***Estéfane Pereira Pinto de Souza Manhaes e Ronilda da Silva Ferreira*** e apresentada publicamente perante a Banca Avaliadora, como parte dos requisitos para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática do Centro Federal de Educação Tecnológica.

Aprovada em 31 de janeiro de 2005.

Banca Avaliadora:

....

Prof.ª Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro
(orientadora)
Mestre em Educação Matemática /USU
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos/RJ

....

Prof.ª Ana Lúcia Mussi de Carvalho Campinho
Mestre em Educação/UFF
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos/RJ

....

Prof.ª Mônica Souto da Silva Dias
Mestre em Educação Matemática/USU
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos/RJ

Na Aurora do terceiro milênio, é preciso
compreender que revolucionar, desenvolver,
inventar, sobreviver, viver, morrer, anda
tudo inseparavelmente ligado

Edgar Morin

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus por nos dar a oportunidade de realizar este trabalho.

À gentileza da mestra Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro, que nos acompanhou na elaboração desta monografia sempre nos incentivando e apoiando.

Agradecemos também a nossa família pelo apoio e colaboração.

Agradecemos, ainda, a todos os alunos que fizeram parte de nossa pesquisa.

À coordenação do curso de Matemática.

À direção do CEFET- Campos.

RESUMO

FERREIRA, Ronilda da Silva; MANHÃES, Estéfane Pereira Pinto de Souza. *Interpretação geométrica dos coeficientes da função afim.* Campos dos Goytacazes, RJ: [s.n.], Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, 2005. Monografia (Licenciatura em Matemática).

Palavras-chave: ensino, investigação, computador, função afim.

O presente trabalho tem por objetivo estudar a interpretação geométrica dos coeficientes da função Afim, utilizando o *software Winplot* como instrumento facilitador e dinamizador do trabalho. As atividades desta monografia foram aplicadas a doze alunos do segundo ano do Ensino Médio do Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET) de Campos dos Goytacazes, estado do Rio de Janeiro, no ano de 2004. Vale ressaltar que estes alunos estão cursando a dependência de Matemática, referente à primeira série do Ensino Médio. Este grupo foi escolhido pois, a partir de nossa experiência com monitoria, percebemos a necessidade de realizar um trabalho que pudesse resgatar conceitos matemáticos e despertar o interesse dos alunos. Durante a aplicação das atividades, os alunos interagiam uns com os outros e faziam os registros de suas observações, utilizando as linguagens escrita e oral. Visando atingir o objetivo proposto, nesta monografia, preparamos atividades que pudessem levar os alunos a investigar, descobrir e levantar conjecturas, que foram formalizadas no decorrer do estudo.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

p.

INTRODUÇÃO

Vivemos em um período de profundas transformações. A partir da revolução tecnológica que abrange todos os segmentos da sociedade, torna-se imprescindível que a escola esteja em afinidade com estas mudanças, visando a uma educação participativa, que vá ao encontro dos anseios da sua realidade, aliada às novas tecnologias da informação essenciais para contribuir no processo de ensino aprendizagem. Segundo D'Ambrosio:

> Estamos entrando na era do que se costuma chamar a "sociedade do conhecimento". A escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto. Sobretudo ao se falar em ciências e tecnologia. Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia educativa do futuro.[1]

Na sociedade do conhecimento, o educando necessita de uma escola que lhe proporcione a formação de novas competências que, segundo os PCNs, são:

> Da capacidade de abstração, do desenvolvimento do pensamento sistêmico, ao contrário da compreensão parcial e fragmentada dos fenômenos, da criatividade, da curiosidade, da capacidade de pensar múltiplas alternativas para a solução de um problema, ou seja, do desenvolvimento do pensamento crítico, da capacidade de trabalhar em equipe, da disposição para o risco, do saber comunicar-se, da capacidade de buscar conhecimento. [2]

Considerando que a escola é um local de troca de opiniões, caracterizando-se como um espaço de comunicação e de formação de idéias, esta deve acompanhar as crescentes mudanças presentes em nossa era, como colaboradora na formação dos alunos, contribuindo para que eles não se tornem

---

[1] D`AMBROSIO, 1996, p.80.
[2] PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, 2002, p.24.

simples usuários das novas tecnologias. A escola deve proporcionar a formação de conceitos, procedimentos e atitudes. Segundo PERRENOUD:

> Formar para as novas tecnologias é formar para o julgamento, o senso crítico, o pensamento hipotético e dedutivo, as faculdades de observação e de pesquisa, a imaginação, a capacidade de memorizar e classificar, a leitura e a análise de textos e de imagens, a representação de redes, de procedimentos e de estratégias de comunicação. [3]

As novas tecnologias demandam a mudança do paradigma disseminado na escola, redefinindo os papéis. Desse modo, a escola passa a auxiliar o educando, a saber interagir no mundo de descobertas e inovações com um olhar crítico e consciente de forma a contribuir com a sua formação.

> Trata-se de passar de uma escola centrada no ensino a uma escola centrada não no aluno, mas nas aprendizagens. O ofício de professor redefine-se: mais do que ensinar, trata-se de *fazer aprender*.(...). As novas tecnologias podem reforçar a contribuição dos trabalhos pedagógicos e didáticos contemporâneos, pois permitem que sejam criadas situações de aprendizagem ricas, complexas, diversificadas, por meio de uma divisão de trabalho que não faz mais com que todo investimento repouse sobre o professor, uma vez que tanto a informação quanto a dimensão interativa são assumidas pelos produtores dos instrumentos. [4]

Não estamos querendo levar o leitor a entender que se deve abandonar todas as formas de pedagogia ou práticas existentes até hoje, mas acreditamos que o uso da tecnologia, como a informática associada à educação, pode servir de alavanca favorecendo um trabalho investigativo e dinamizador, proporcionando uma aprendizagem autônoma, permanente e de caráter continuado, buscando a construção da cidadania e priorizando a formação ética, a autonomia intelectual e a formação do pensamento crítico.

Sabemos que a Matemática como ciência está presente em muitos ramos da atividade humana, constituindo uma linguagem de grande relevância educacional. O papel da Matemática como disciplina curricular não visa formar matemáticos, mas sim contribuir para a formação de cidadãos capazes de

[3] PERRENOUD, 2000, p.128.
[4] Ibidem, p.139.

aprender a interrogar, levantar conjecturas, descobrir, argumentar e associar conhecimentos abstratos com a realidade física e social.

O uso de novas tecnologias, seja calculadoras, computadores ou outros tipos de mídia, pode contribuir com novos ambientes de aprendizagem e, principalmente, com uma nova postura em relação ao ensino, despertando no aluno o hábito de pensar criticamente e de cultivar o interesse pela investigação.

Sabe-se que é um desafio para os professores diante de uma crise de paradigma e ainda porque é mais trabalhoso adequar os conteúdos às novas tecnologias. Surge então a necessidade de um professor pesquisador capaz de perceber a urgência de estar se inovando a fim de contribuir para uma educação qualitativa. Este professor terá o seu papel redefinido, o que é um desafio, acarretando mudanças de postura e pensares, deixando de ter como função principal o cumprimento dos programas curriculares e assumindo o caráter interpretativo, gerenciador e adaptador dos currículos às necessidades dos alunos.

> Não se trata de formar os alunos tendo em vista um pensamento oportunista e neoliberal que venha atender somente às exigências do mercado de trabalho, mas de buscar uma formação sintonizada que venha prepará-los para conquistar uma melhor qualidade de vida. Neste contexto, além de se tornar um profissional competente, precisa tornar-se cidadão crítico, autônomo e criativo, que saiba solucionar problemas, e que com iniciativa própria saiba questionar e transformar a sociedade. Em busca dessa transformação, o aluno deve ser sujeito histórico do seu próprio ambiente, buscando desenvolver a consciência crítica que leve a trilhar caminhos para a construção de um mundo melhor.[5]

Durante o curso de Licenciatura em Matemática, no CEFET-Campos, tivemos como parte integrante da prática de ensino e do estágio supervisionado o Laboratório de Ensino, que nos proporcionou a elaboração de projetos voltados para o Ensino Fundamental e Médio, com a finalidade de motivar e facilitar a aprendizagem de Matemática em ambiente interativo. As experiências vivenciadas nos despertaram o interesse em desenvolver atividades com o uso de *softwares* com o objetivo de motivar o processo de construção dos conhecimentos.

---

[5] MORAN, 2000, p.71.

Sendo assim, pensamos como tema para nossa monografia o estudo da interpretação geométrica dos coeficientes da função Afim, utilizando o *software Winplot* como instrumento facilitador e dinamizador do trabalho.

Ao longo deste trabalho, consideramos que a utilização do *software* educativo *Winplot* auxiliou a compreensão de conceitos relativos às influências dos coeficientes da função Afim e contribuiu para melhorar a capacidade de ler, interpretar, esboçar gráficos e de relacionar as representações algébrica e gráfica.

> Usualmente, a ênfase para o ensino de funções se dá via álgebra. Assim, é comum encontrarmos em livros didáticos um grande destaque para a expressão analítica de uma função e quase nada para os aspectos gráficos e tabulares. Tal destaque muitas vezes está ligado à própria mídia utilizada. Sabemos que é difícil a geração de diversos gráficos num ambiente em que predomina o uso de lápis e papel e, então, faz sentido que não se dê muita ênfase a esse tipo de representação. [6]

Para atingir o objetivo proposto nesta monografia, elaboramos situações de ensino/aprendizagem que permitissem ao aluno interpretar geometricamente os coeficientes da função Afim. Foram preparadas atividades desafiadoras que possibilitassem ao aluno investigar, descobrir e levantar conjecturas para serem formalizadas posteriormente. Essas atividades foram aplicadas a um grupo de alunos do Ensino Médio e serão comentadas no CAPÍTULO I.

[6] BORBA, 2001, p.29.

CAPÍTULO I

1.1- Desenvolvimento

Nesta monografia foram preparadas três atividades e aplicadas a um grupo de 12 alunos do 2.º ano do Ensino Médio, do CEFET-Campos/ RJ, que estavam cursando a dependência de Matemática, referente à 1.ª série do Ensino Médio.

Escolhemos trabalhar com este grupo de alunos, pois a partir de nossa experiência com monitoria, percebemos a necessidade de um trabalho que pudesse resgatar conceitos matemáticos e ao mesmo tempo despertar o interesse dos alunos.

Utilizamos também o *software Winplot* para possibilitar a investigação, descoberta e o levantamento de conjecturas que foram formalizadas no decorrer do estudo.

Com o objetivo de verificar se o aluno identificava os sinais dos coeficientes angular e linear, foram apresentados quatro gráficos de funções afins na ATIVIDADE I.

A ATIVIDADE II foi preparada de modo que as dificuldades apresentadas pelos alunos, na atividade anterior, fossem minimizadas. O *software Winplot* foi utilizado nesta atividade como elemento facilitador para a interpretação geométrica dos coeficientes da função Afim.

Na ATIVIDADE III, utilizamos o *software Winplot* e selecionamos o recurso "Adivinhe minha equação". Dessa forma apareciam na tela do computador retas cujas equações eram do tipo $y = ax + b$, traçadas num sistema de eixos com escala, em cada caso o aluno deveria achar o valor de a e de b.

Após a ATIVIDADE III, a ATIVIDADE I foi aplicada novamente aos alunos de modo que pudéssemos observar a evolução destes.

A seguir apresentamos as atividades desenvolvidas e os resultados obtidos de suas aplicações com os alunos.

ATIVIDADE I

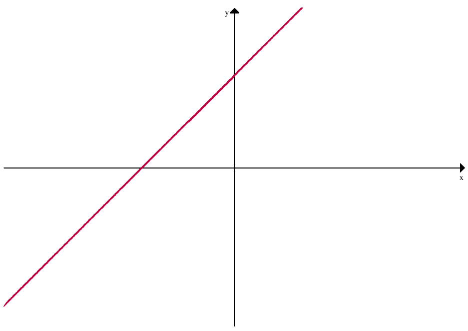
Nesta atividade apresentamos para os alunos quatro gráficos de funções IR em IR tal que f(x) = *a*x + *b*, *a* ≠ 0 com o objetivo de verificar se o aluno consegue identificar os sinais dos coeficientes angular e linear da reta dada.

A seguir temos a ATIVIDADE I:

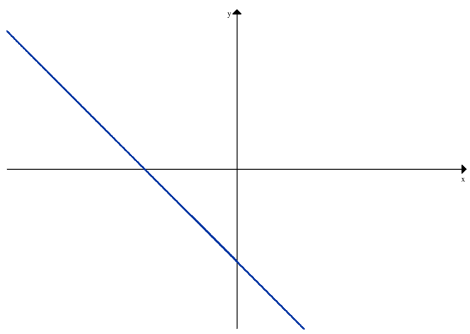
ATIVIDADE I

Cada gráfico abaixo representa uma função f de IR em IR tal que f(x) = *a*x + *b*, *a* ≠ 0. Em cada caso dê o sinal de *a* e de *b*.

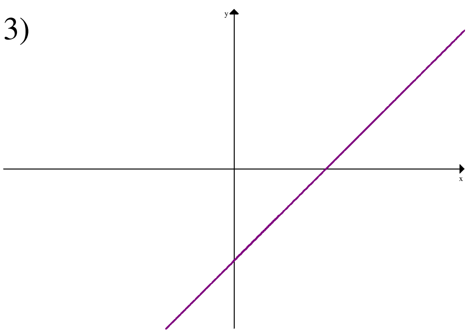
1)



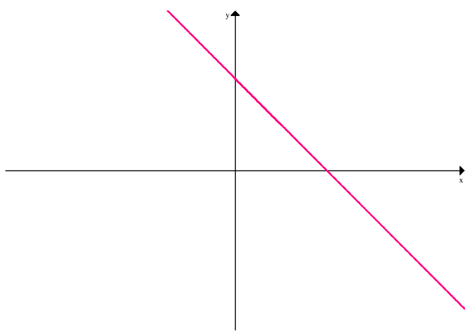
2)



3)



4)



Participaram desta atividade 12 alunos que responderam a ela individualmente, num tempo de 20 minutos.

No item 1 desta atividade, dois alunos (17%) acertaram o sinal de *a* e seis alunos (50%) acertaram o sinal de *b*.

No item 2, oito alunos (67%) acertaram o sinal de *a* e cinco alunos (42%) acertaram o sinal de *b*.

No item 3, oito alunos (67%) acertaram o sinal de *a* e seis alunos (50%) acertaram o sinal de *b*.

No item 4, apenas 2 alunos (17%), acertaram o sinal de *a* e oito alunos (67%) acertaram o sinal de *b*.

Podemos observar estes resultados nos gráficos abaixo:

GRÁFICO 1

Acertos do sinal de a

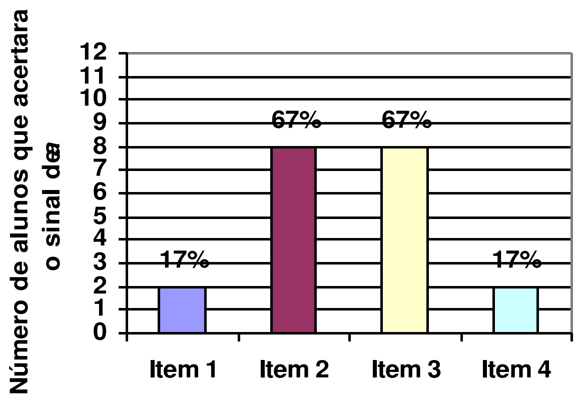
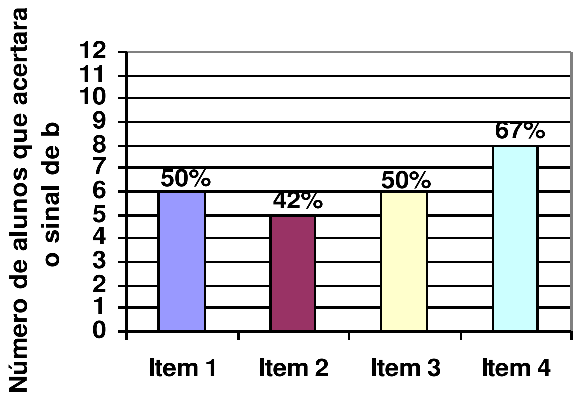


GRÁFICO 2

Acertos do sinal de b



A partir dos resultados desta atividade, percebemos que uma boa parte dos alunos apresenta dificuldades em determinar os sinais de *a* e *b* a partir da análise gráfica.

Fizemos uma observação em relação ao sinal de *a*, que achamos interessante: no item 1, a resposta certa é $a > 0$, porém boa parte dos alunos respondeu $a < 0$ e por coincidência o zero da função neste item também é negativo, já no item 4, a resposta certa é $a < 0$, porém muitos alunos responderam $a > 0$ e por coincidência o zero da função neste item é positivo. Estes dois itens apresentaram um número baixo de acertos para o sinal de *a*.

Os itens 2 e 3 tiveram um número de acertos bem maior que os outros dois itens, o que achamos estranho, porém nestes itens observamos que o sinal de *a* coincidia com o sinal do zero da função.

Esta análise nos levou a suspeitar que os alunos associaram o sinal de *a* com o sinal do zero da função.

Achamos incoerente o aluno ter índices de acertos tão diferentes para os itens 1 e 3 onde $a > 0$ e para os itens 2 e 4, onde $a < 0$.

Estas suspeitas nos levaram a questionar os alunos sobre as respostas dadas para o sinal de *a.*

A seguir temos algumas transcrições das respostas que os alunos deram:

*"Em todos considerei que o valor de **a** era onde a reta passou por x."*

*"**a** é negativo por que estava no x."*

*"**a** é negativo porque o ponto de intersecção do eixo x é negativo."*

*"o **a** é positivo porque o gráfico corta o eixo x no lado positivo."*

A partir das respostas dadas pelos alunos, observamos que realmente eles associaram o valor de *a* com o zero da função.

Em relação ao sinal de *b*, observamos que o número de acertos de um item para o outro não foi tão discrepante, porém consideramos ainda baixo o número de alunos que acertaram o sinal de *b*, visto que eles já tinham trabalhado este conteúdo.

A partir da análise feita, percebemos que os alunos para os quais aplicamos esta atividade apresentam dificuldades em interpretar geometricamente os sinais dos coeficientes de uma função Afim. Vale lembrar que a função Afim é um tópico do programa da 1.ª série do Ensino Médio.

ATIVIDADE II

Com a finalidade de minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos na ATIVIDADE I, pensamos na ATIVIDADE II.

Esta atividade tem como objetivo levar os alunos a interpretar graficamente os coeficientes da função Afim, utilizando o *software Winplot*.

Para desenvolver esta atividade, contamos com a participação dos mesmos 12 alunos que participaram da ATIVIDADE I, dispostos lado a lado, com um computador para cada aluno. O local de aplicação desta atividade foi um dos laboratórios de Informática do CEFET-Campos/RJ. Contamos ainda com um computador ligado à televisão para ampliar a imagem e facilitar as explicações.

Abaixo, temos as fotografias dos alunos no laboratório de Informática.

A seguir, apresentamos as questões da ATIVIDADE II, que foram desenvolvidas durante duas aulas de 50 minutos, cada.

ATIVIDADE II

1. Utilizando o *Winplot*, represente graficamente as funções reais de variável real definidas por $f(x) = 2x-1$ e $g(x) = -3x$.

1.1- Considere o ponto de intersecção da reta r que representa a função f com o eixo x. Imagine que o eixo x gire em torno desse ponto no sentido anti-horário até coincidir com a reta r. O menor ângulo formado com esse giro é agudo ou obtuso?

1.2- Considere o ponto de intersecção da reta s que representa a função g com o eixo x. Imagine que o eixo x gire em torno desse ponto no sentido anti-horário até coincidir com a reta s. O menor ângulo formado com esse giro é agudo ou obtuso?

A medida do menor ângulo que o eixo x deve girar, conforme descrito anteriormente, para coincidir com a reta recebe o nome de inclinação da reta.

2. Considere $f(x) = ax$.

2.1- Usando o recurso "anim", varie a ($a < 0$ e $a > 0$). Que relação você observa entre o sinal de a e a inclinação da reta obtida?

3. Considere $f(x) = 2x + b$.

3.1- Usando o recurso "anim", varie b ($b > 0$, $b = 0$ e $b < 0$) e anote suas observações.

3.2- Qual o valor de b quando a reta que representa f passa pela origem?

3.3- Escolha três valores positivos para b e utilizando o *Winplot* esboce o gráfico das funções. Observando o traçado dê o ponto de intersecção da reta obtida, em cada caso, com o eixo y e compare a ordenada deste ponto com o valor de b.

3.4- Escolha três valores negativos para b e utilizando o *Winplot* esboce o gráfico das funções. Observando o traçado, dê o ponto de intersecção da reta obtida, em cada caso, com o eixo y e compare a ordenada deste ponto com o valor de b.

Ao iniciarmos a ATIVIDADE II, com o uso do computador, observamos que os alunos tinham familiaridade com o mesmo, porém não conheciam o *software Winplot.*

Para o desenvolvimento da atividade, apresentamos aos alunos os comandos necessários para que pudessem responder às questões propostas. Os alunos ficaram empolgados quando souberam que iríamos utilizar o computador como recurso didático.

Na 1.ª questão pedimos aos alunos que, utilizando o *Winplot*, traçassem os gráficos das funções reais de variável real definidas por f(x)= 2x – 1 e g(x)= –3x.

A seguir, temos os gráficos que apareceram na tela do computador:

GRÁFICO 3
Gráfico de f(x) = 2x – 1

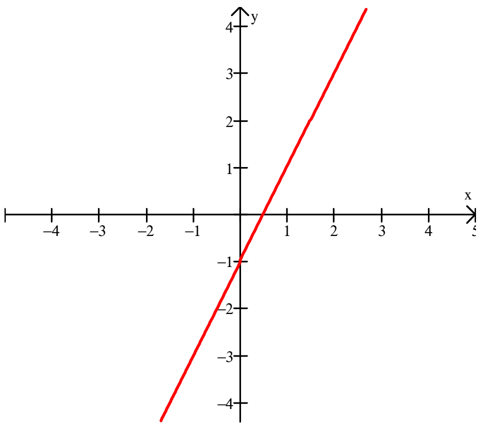
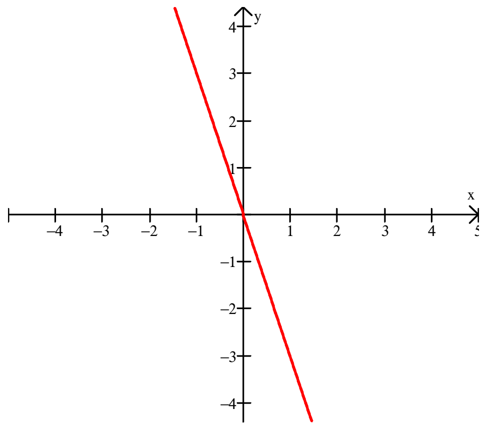


GRÁFICO 4
Gráfico de g(x) = –3x



Os itens 1.1 e 1.2 referiam-se aos gráficos obtidos.

O item 1.1 foi descrito pelo seguinte enunciado:

Considere o ponto de intersecção da reta r que representa a função *f* com o eixo *x*. Imagine que o eixo *x* gire em torno desse ponto no sentido anti-horário até coincidir com a reta r. O menor ângulo formado com esse giro é agudo ou obtuso?

Inicialmente, sentimos que os alunos ficaram perplexos diante do enunciado, pois a maioria não conseguiu imaginar como seria o giro do eixo x em torno do ponto de intersecção da reta com o mesmo até coincidir com f. Daí intervimos junto aos alunos para explicar como seria o "giro". Neste momento, notamos que os alunos possuíam mais uma dificuldade a qual consistia em classificar o ângulo em agudo ou obtuso, esclarecemos então a diferença e as características de cada um. Desse modo, todos os 12 alunos participantes classificaram o menor ângulo formado, em agudo, como podemos observar no gráfico 3.

Já no item 1.2, não houve grande dificuldade, pois a interpretação e análise eram as mesmas do item anterior, porém o ângulo era obtuso, esta resposta foi levantada pelos 12 alunos.

A partir da observação dos itens 1.1 e 1.2, eles conseguiram compreender a definição do “ângulo de inclinação da reta”, como descrito abaixo:

A medida do menor ângulo que o eixo x deve girar, conforme descrito anteriormente, para coincidir com a reta recebe o nome de inclinação da reta.

Partindo para a segunda questão, foi pedido que os alunos escrevessem no *Winplot* (“equa” “explícita”) f(x) = *a*x.

No primeiro momento, os alunos questionaram que o gráfico da função era coincidente com o eixo x, explicamos que isto aconteceu, pois o programa considerou inicialmente *a* igual a zero.

Utilizando o recurso “anim” foi possível variar o *a.* Os alunos observaram que sendo *a* > 0, o ângulo que a reta forma com o eixo x, conforme descrito anteriormente, é agudo e no caso de *a* < 0 o ângulo formado é obtuso.

A seguir, temos dois gráficos obtidos pelos alunos:

GRÁFICO 5
Gráfico de f(x) = 2x

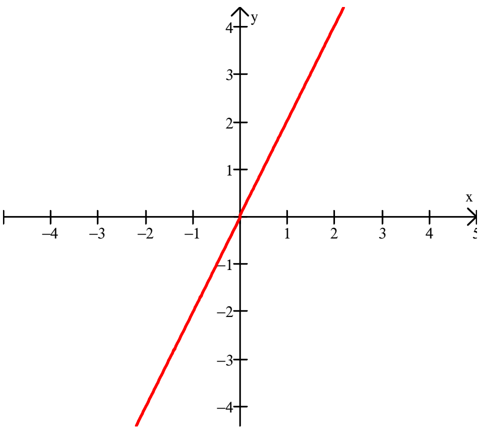
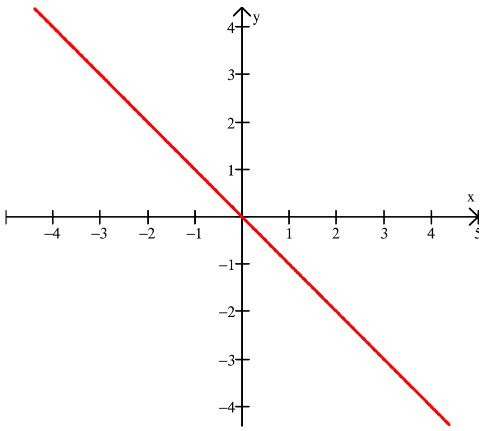


GRÁFICO 6
Gráfico de f(x) = –x



A seguir, temos a resposta dada por um aluno para o item 2.1 da questão 2.

QUANDO (A) e MAIOR que (O) o ANGULO e AGUDO!!!
e QUANDO O (A) FOR MENOR QUE (O) O ANGULO VAI SE OBTUSO!!!

Na questão 3, foi pedido que os alunos escrevessem no *Winplot* f(x)=2x+*b*. No item 3.1, utilizando o recurso "anim", os alunos variaram o valor de *b*. Observe nos exemplos os gráficos correspondentes a dois valores atribuídos para *b*.

GRÁFICO 7

Gráfico de f(x) = 2x + 2

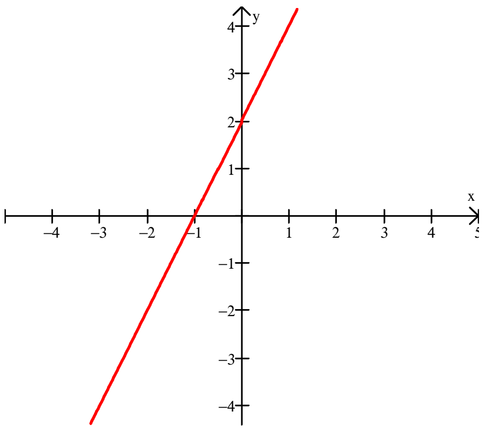
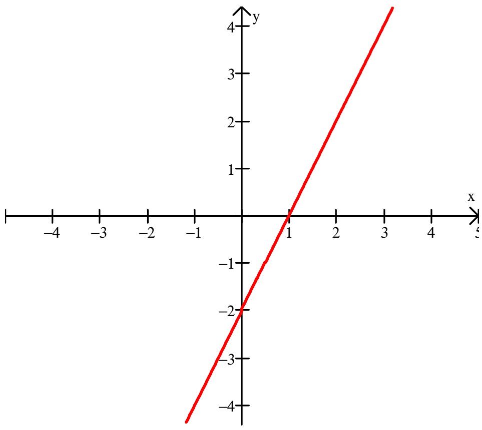


GRÁFICO 8

Gráfico de f(x) = 2x – 2



A partir dos deslocamentos das retas obtidas, os alunos fizeram suas observações e a maioria percebeu que o valor de *b* estava relacionado com a ordenada do ponto de intersecção da reta com o eixo y.

Seguem abaixo algumas respostas dadas pelos alunos:

"***b** = y*"

*"O **b** não tem relação com o ângulo."*

*"Quando o **b** for positivo o y também será positivo. Quando o **b** for negativo o y será negativo. A inclinação da reta é descartada na variação do **b**."*

*"Quando o **b** é negativo o y vai ser negativo. Quando o **b** é positivo o y vai ser positivo. Quando o **b** = 0 o y vai ficar no zero."*

A questão 3.2 também era relacionada ao valor de *b*, porém de forma mais específica, pois foi questionado qual o valor de *b* quando a reta que representa a função f passa pela origem; dentre os 12 alunos apenas um não soube responder, os demais responderam que "*b* = 0".

O item 3.3 consistia na atribuição de três valores positivos arbitrários para o coeficiente *b* e após, o aluno deveria pedir o traçado do gráfico no *Winplot* para fazer algumas observações. Foi pedido ao aluno que, observando o traçado, desse o ponto de intersecção da reta obtida, em cada caso, com o eixo y e comparassem a ordenada desse ponto com o valor de *b*.

Eis algumas respostas dadas pelos alunos:

$b = 1 \to f(x) = 2x + 1 \to (0,1)$ são iguais
$b = 2 \to f(x) = 2x + 2 \to (0,2)$
$b = 3 \to f(x) = 2x + 3 \to (0,3)$

B = 2 (0,2) B = 4 (0,4)
B = 3 (0,3) R: A ORDENADA SEMPRE SERÁ IGUAL A (B)

Quando o valor de b = 1, o valor de y = 1 e o ponto de interseção é (0,1). Quando b = 2, o ponto de interseção é (0,2). Quando b = 3, o ponto de interseção é (0;3)

O item 3.4 era análogo ao item 3.3, porém os valores arbitrários pedidos eram negativos. Observe algumas respostas dadas pelos alunos:

B = -2 (0,-2) B = -4 (0,-4)
B = -3 (0,-3) R: A ORDENADA SEMPRE SERÁ IGUAL A(B)

$b = -1 \to f(x) = 2x - 1 \to (0,-1)$
$b = -2 \to f(x) = 2x - 2 \to (0,-2)$ são iguais
$b = -3 \to f(x) = 2x - 3 \to (0,-3)$

Nos itens 3.3 e 3.4, todos os alunos atribuíram valores arbitrários para *b* e chegaram à conclusão de que o valor de *b* é a ordenada do ponto de intersecção da reta com o eixo y, ou seja, b = f(0). Sendo assim, (0, *b*) é o ponto de intersecção o gráfico da função f(x) = *a*x + *b* com o eixo das ordenadas. Falamos para eles que, dessa forma, o *b* recebe o nome de coeficiente linear da reta.

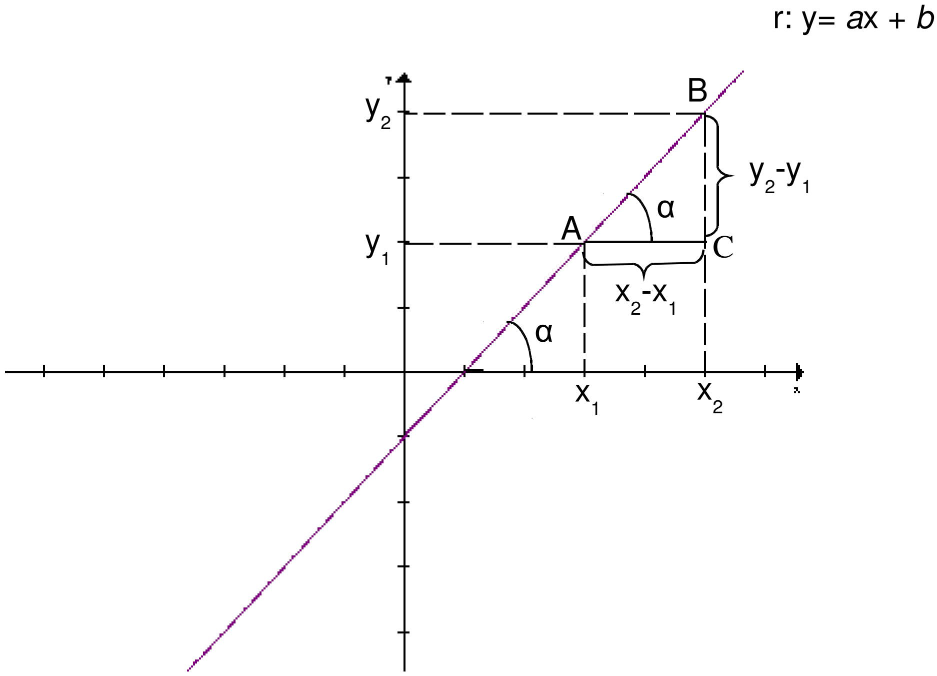
Após a ATIVIDADE II, tivemos um terceiro encontro com a turma, onde foi possível formalizar algumas observações feitas por eles em relação em relação à interpretação geométrica do coeficiente *a* da função Afim.

Dividimos em dois casos considerados a seguir:

1º Caso: α é agudo

GRÁFICO 9

Gráfico de y = ax + b, a > 0



$$tg\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Se $A \in r$ então $y_1 = ax_1 + b$

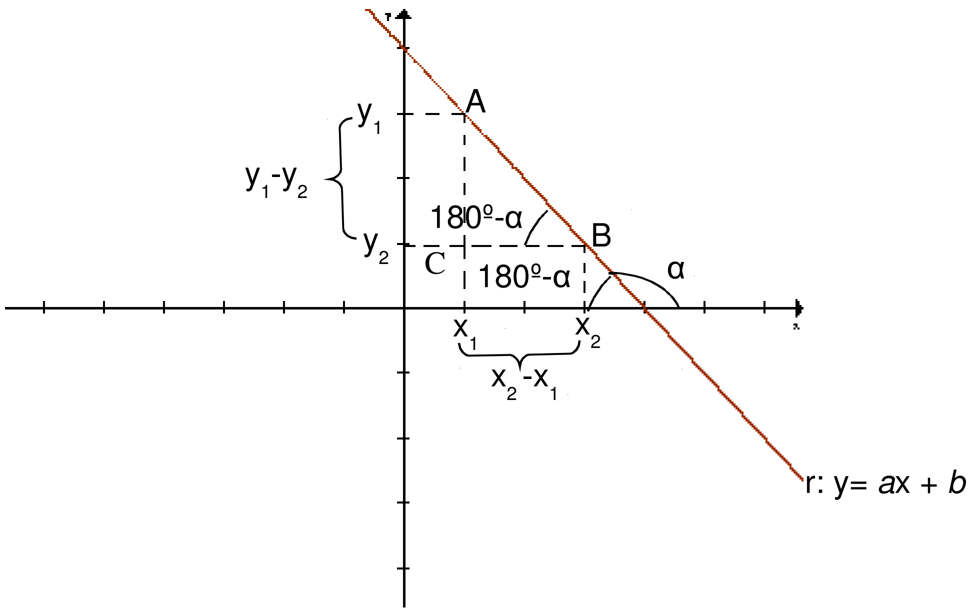
Se $B \in r$ então $y_2 = ax_2 + b$

$$tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{ax_2 + b - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} = \frac{ax_2 + b - ax_1 - b}{x_2 - x_1} = \frac{a(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

2º Caso: α é obtuso

GRÁFICO 10

Gráfico de y = ax + b, a < 0



$$tg(180º - \alpha) = \frac{y_1 - y_2}{x_2 - x_1}$$

$$-tg\alpha = \frac{y_1 - y_2}{x_2 - x_1}$$

$$tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(ax_2 + b) - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} = \frac{ax_2 + b - ax_1 - b}{x_2 - x_1} = \frac{a(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

A partir do primeiro e do segundo casos, os alunos puderam concluir que $a = tg\alpha$, ou seja, *a* é a tangente de inclinação da reta. Sendo assim, eles puderam realmente entender que as observações feitas por eles próprios na ATIVIDADE II tinham sentido quando notaram que o valor de *a* interferia no ângulo que a reta formava com o eixo x. A partir das demonstrações anteriores, ficou claro que o valor de *a* determina a inclinação do gráfico em relação ao eixo das abscissas, sendo por isso chamado de coeficiente angular da reta.

Ao apresentarmos o primeiro caso (α é agudo), percebemos que os alunos conseguiram acompanhar o que estava sendo explicado por nós, sem maiores problemas.

Já no segundo caso, em que α era obtuso, eles apresentaram dificuldade em relacionar a tangente de uma ângulo e do seu suplementar. Não sabiam que $tg(180º - \alpha) = -tg\alpha$. Tivemos que recorrer à circunferência trigonométrica para que os alunos pudessem compreender esta relação. A maioria declarou que não estava freqüentando regularmente às aulas de Matemática da 2ª. série do Ensino Médio, portanto só tinham noção de trigonometria no triângulo retângulo.

Apesar das dificuldades encontradas, os alunos acompanharam atentamente às explicações e chegaram às conclusões desejadas por nós.

ATIVIDADE III

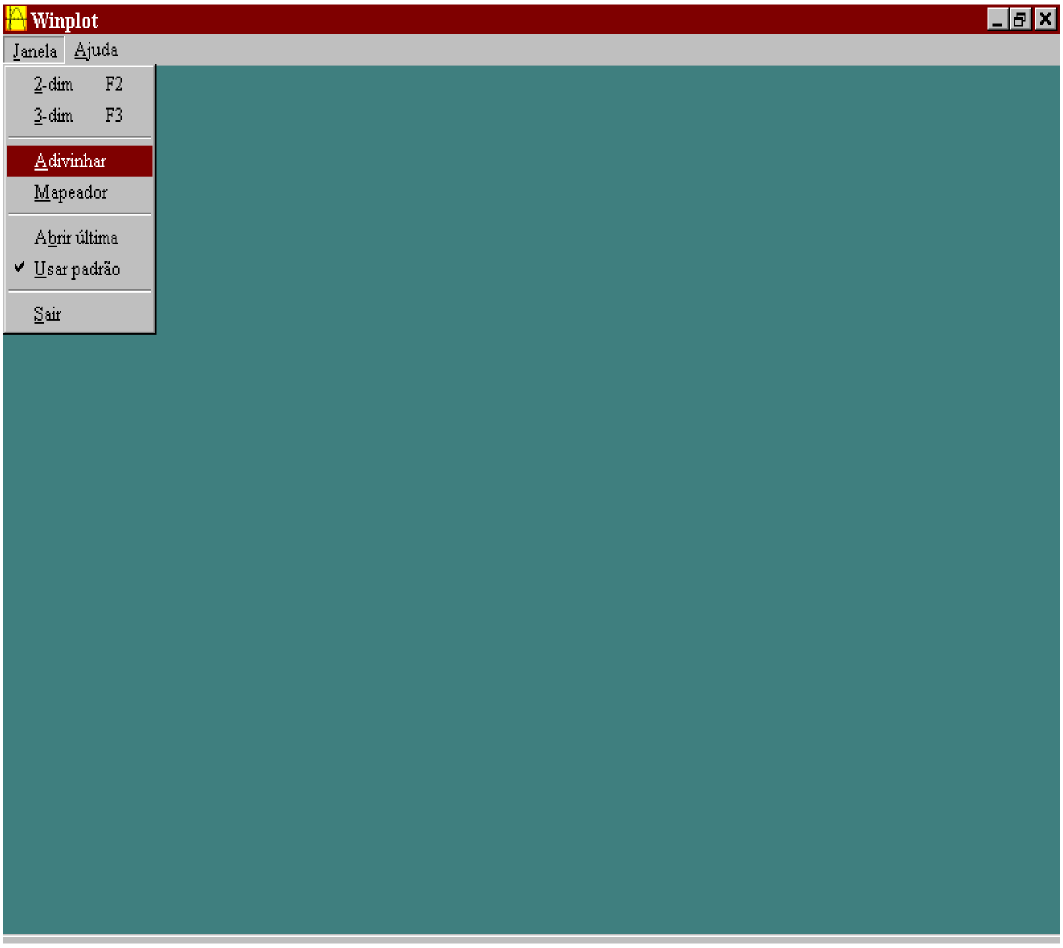
Esta atividade foi intitulada *"ADIVINHE MINHA EQUAÇÃO"*.

"Adivinhar" é uma janela gráfica 2D especial, que desafia o usuário a encontrar as equações de certas funções, cujos gráficos aparecem na tela do computador.

Para que o recurso proporcionasse gráficos cujas equações fossem do tipo $y = ax + b$, precisamos formatá-lo. As janelas abaixo mostram os passos realizados para a formatação.

FIGURA 1

Seleção da janela "Adivinhar"



Fonte: Winplot

FIGURA 2

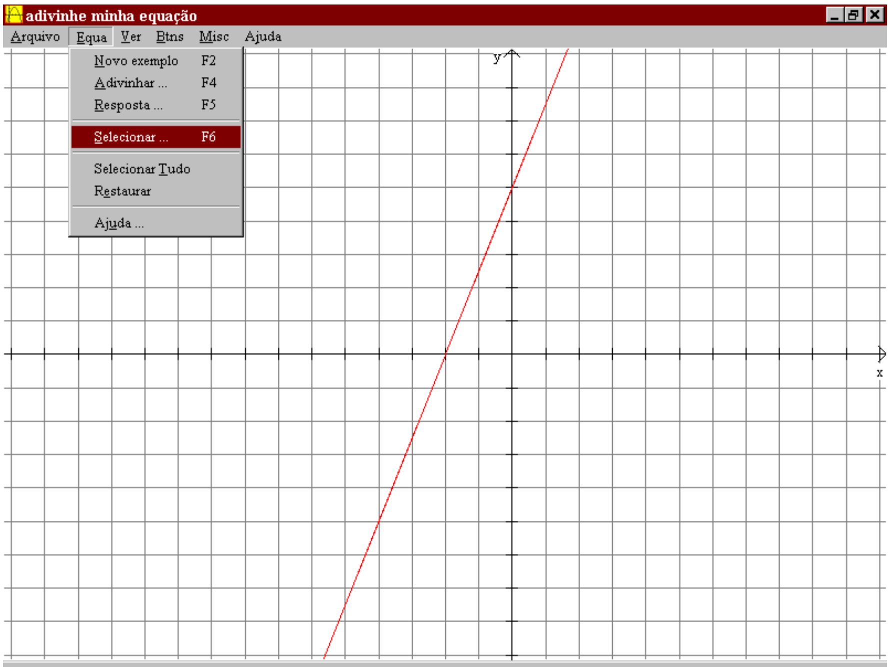
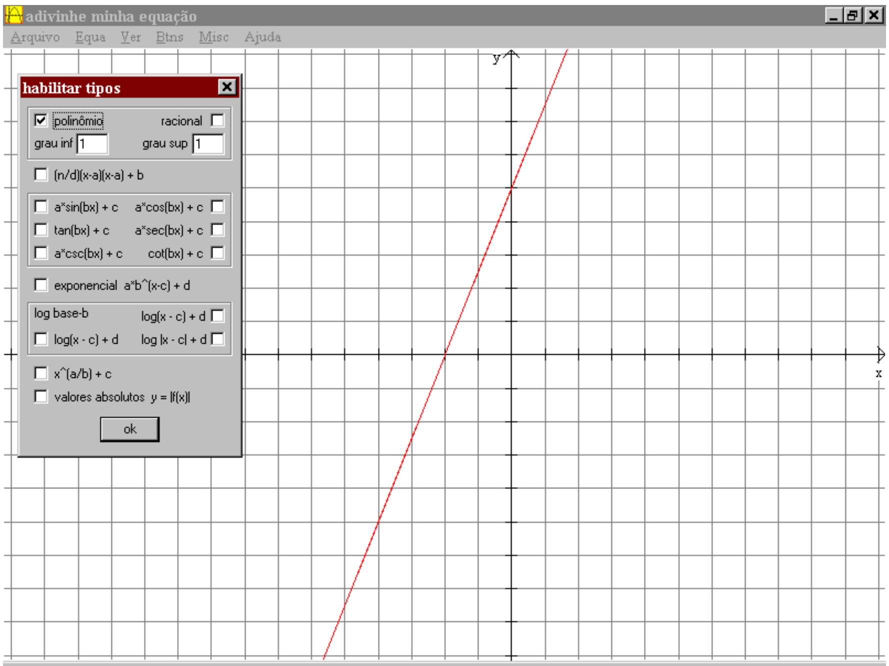


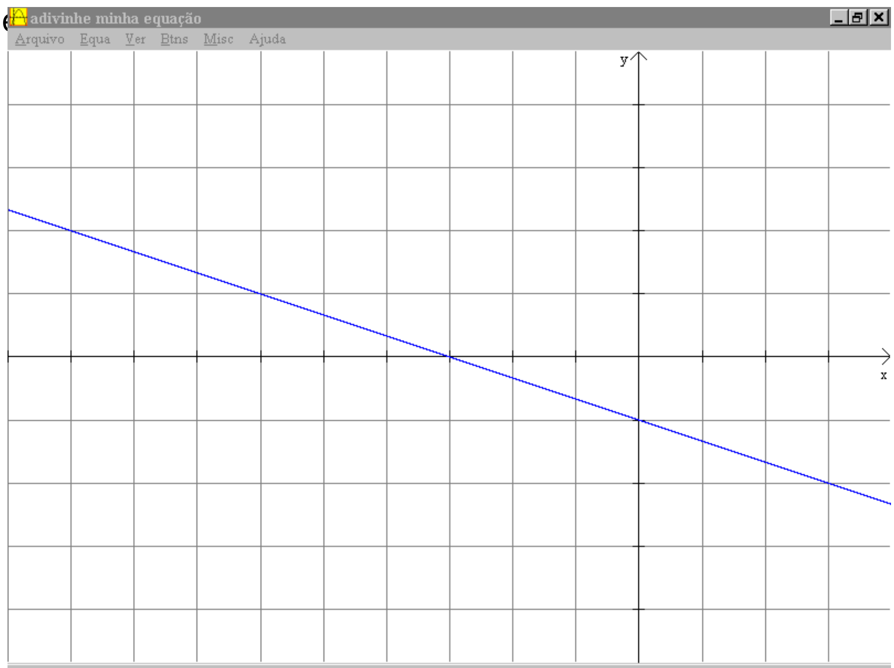
FIGURA 3

Seleção do tipo da equação



Após a formatação, quando o aluno selecionar "novo exemplo", aparecerá na tela do computador uma reta cuja equação é do tipo y = $ax+b$, $a \neq 0$ traçada num sistema de eixos.

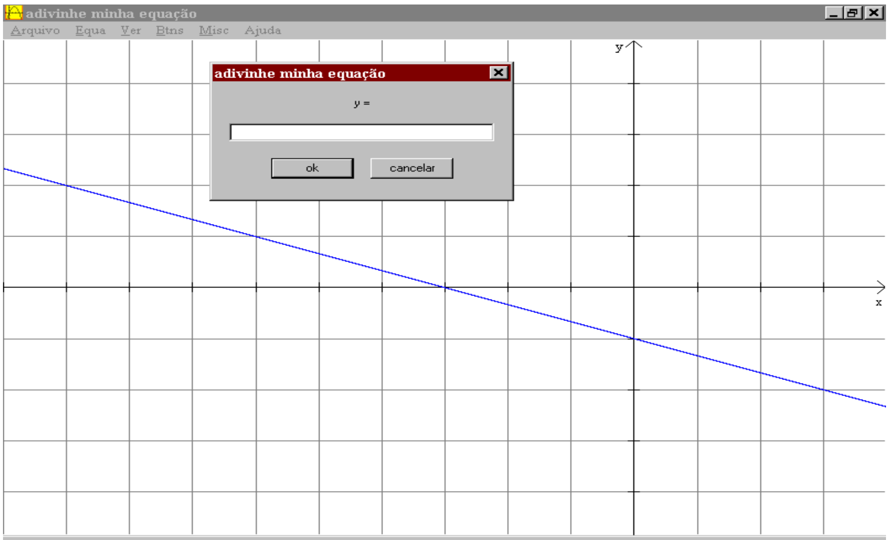
A partir da observação de cada gráfico que surgia, foi proposto aos alunos que



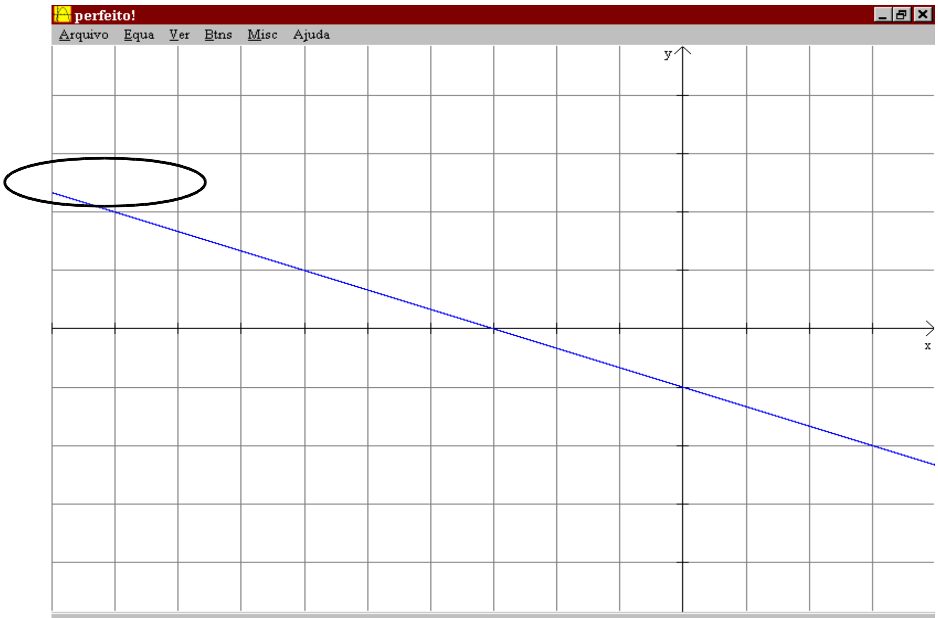
O programa dispõe de um recurso para digitar a resposta na forma $y = ax+b$, conforme abaixo:

FIGURA 5

“Adivinhe minha equação”



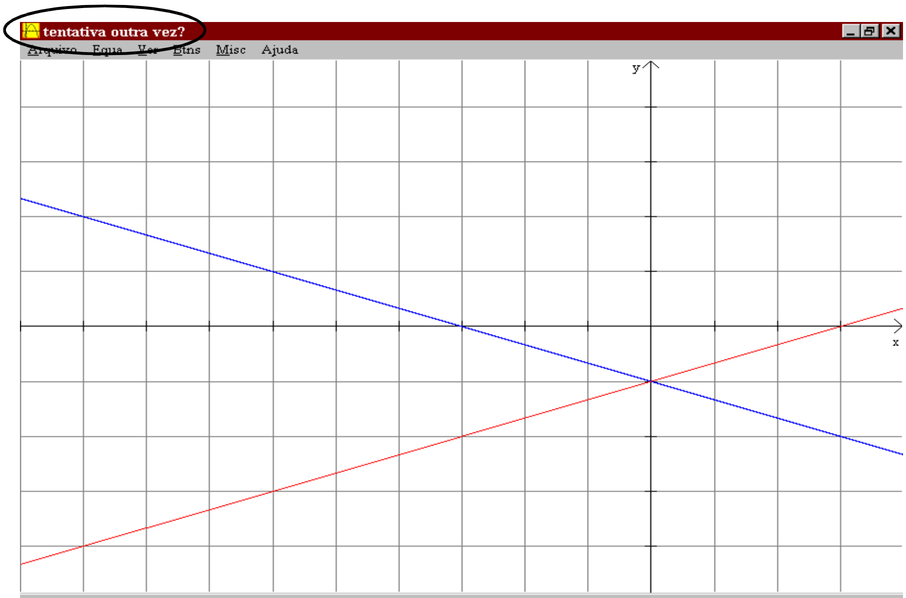
Caso a resposta esteja correta, a interface responde com a palavra "perfeito", como podemos observar a seguir:



Caso a resposta esteja incorreta, aparecerá na tela o gráfico correspondente à equação digitada pelo aluno com a seguinte observação "tentativa outra vez?", conforme podemos observar abaixo:

FIGURA 7

"Tentativa outra vez?"



Observamos que os alunos tiveram facilidade para encontrar o valor de *b*. Eles encontravam *b* a partir da intersecção da reta com o eixo das ordenadas, identificando que *b* é a ordenada do ponto de intersecção da reta com o eixo y.

Para determinar o valor de *a*, primeiro os alunos identificavam se a inclinação da reta em relação ao eixo x era um ângulo agudo ou obtuso.

Quando o ângulo era agudo ($a > 0$), percebemos que 3 casos poderiam aparecer e que em todos os casos os alunos buscavam sempre encontrar um triângulo retângulo onde um dos seus ângulos internos tivesse medida igual a α (inclinação da reta em relação ao eixo x).

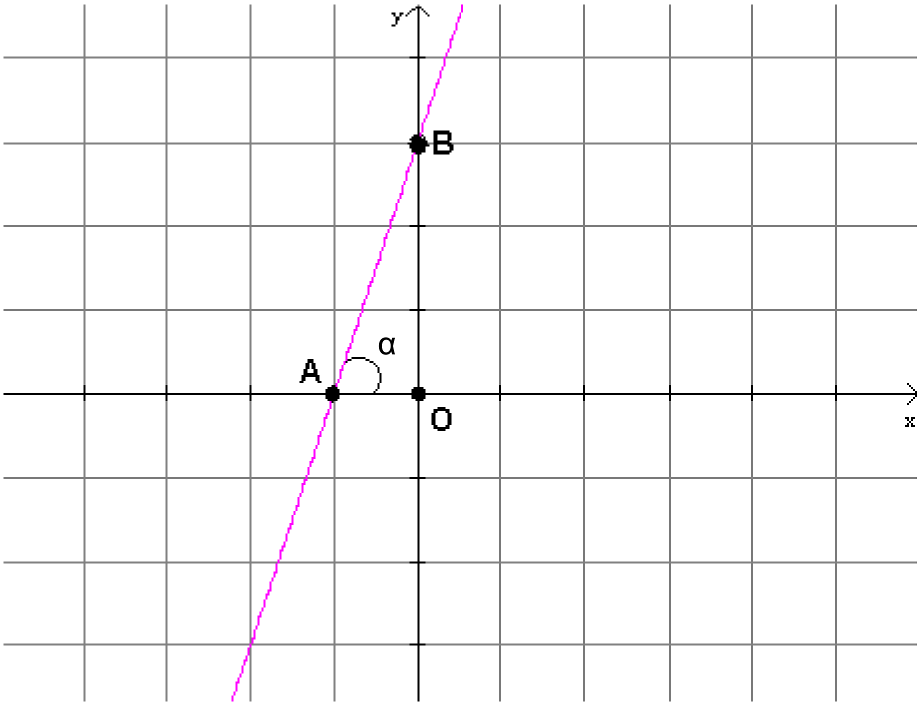
Vejamos:

❖ 1º Caso

Para $a > 0$ e $b > 0$, observamos que os alunos tiveram facilidade em visualizar o triângulo retângulo, conforme mostra o gráfico abaixo:

GRÁFICO 11

Gráfico de y = ax + b, sendo a > 0 e b > 0



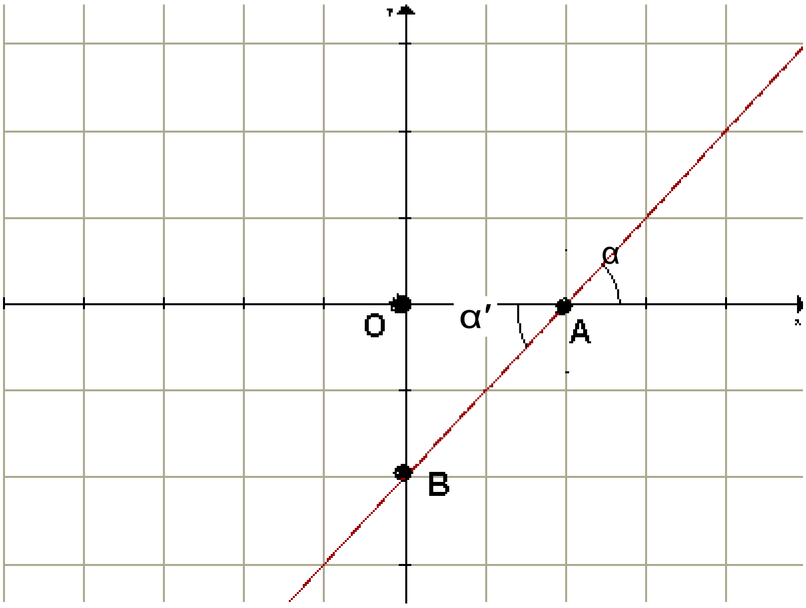
Considerando o triângulo retângulo OAB e fazendo $a = \text{tg}\alpha = \dfrac{OB}{OA}$ eles obtinham o valor do coeficiente angular da reta a partir dos valores apresentados no gráfico. Para o gráfico representado anteriormente, eles encontraram $a = \dfrac{3}{1} = 3$.

❖ 2º Caso:

No segundo caso, onde $a > 0$ e $b < 0$ os alunos utilizaram o conceito de ângulos opostos pelo vértice.

GRÁFICO 12

Gráfico de $y = ax + b$, sendo $a > 0$ e $b < 0$



Eles consideraram o triângulo retângulo OAB e perceberam que $\alpha = \alpha'$, sendo assim fizeram $a = \text{tg}\alpha = \text{tg}\alpha' = \dfrac{OB}{OA}$ e calcularam o coeficiente angular da reta. Para o gráfico representado acima, eles encontraram $a = \dfrac{2}{2} = 1$.

❖ 3º Caso:

No terceiro caso, onde $a > 0$ e $b = 0$, observamos que os triângulos retângulos visualizados por eles tinham um vértice na origem do sistema de eixos, um cateto sobre o eixo x e outro cateto paralelo a eixo y, conforme mostra o gráfico a seguir.

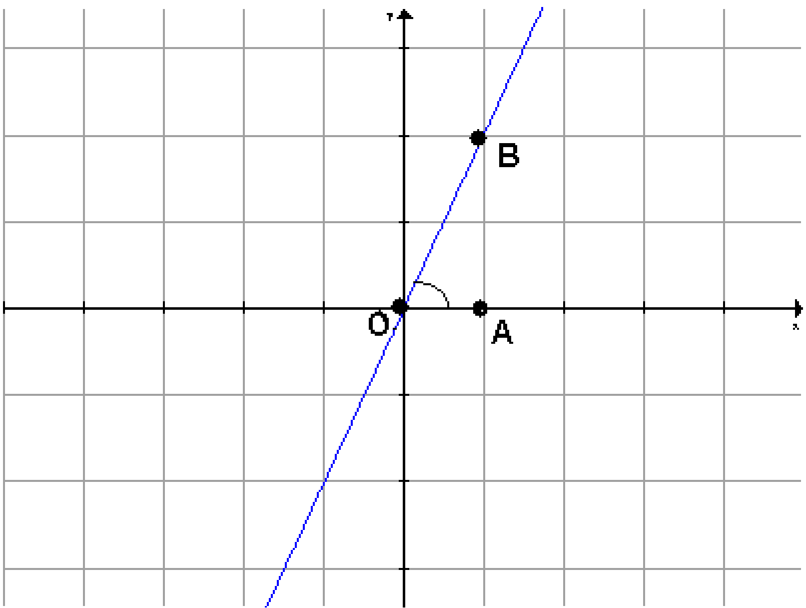


GRÁFICO 13

Gráfico de $y = ax + b$, sendo $a > 0$ e $b = 0$

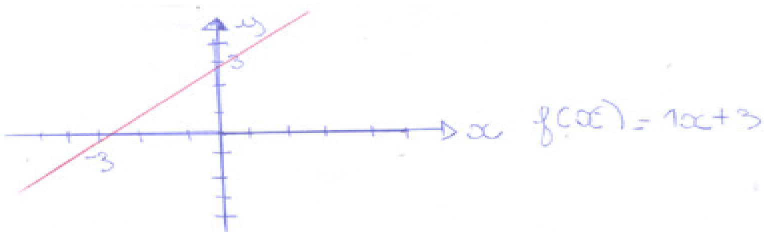
α

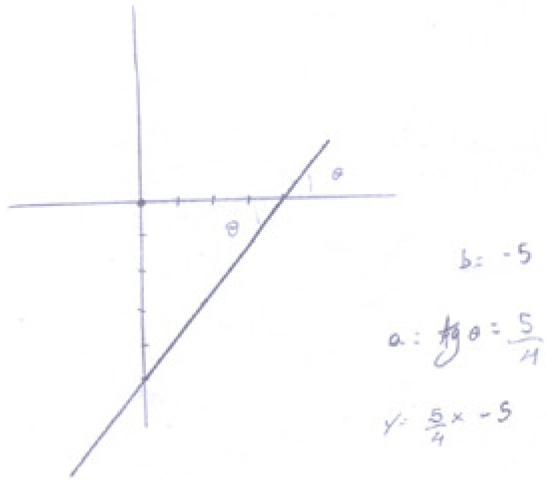
Como o gráfico foi construído sobre uma malha quadriculada, houve facilidade de visualização.

Eles consideram o triângulo retângulo OAB e fazendo $a = \text{tg}\alpha = \dfrac{AB}{OA}$, calcularam o valor do coeficiente angular da reta.

Para o gráfico representado anteriormente eles encontraram $a = \dfrac{2}{1} = 2$.

A seguir, temos alguns exemplos obtidos pelos alunos:





Já para *a* < 0, ou seja, quando o ângulo α era obtuso, observamos que os alunos identificaram que o valor de *a* seria negativo, mas para determiná-lo também teriam que visualizar um triângulo retângulo no gráfico. O ângulo considerado foi o suplementar de α, ou seja, $180^{\circ}-\alpha$, visto que anteriormente havíamos feito a formalização e abordamos que $tg(180^{\circ}-\alpha) = -tg\alpha$. Desse modo, os alunos encontravam $tg(180^{\circ}-\alpha)$ e trocavam o sinal para determinar o valor de *a*.

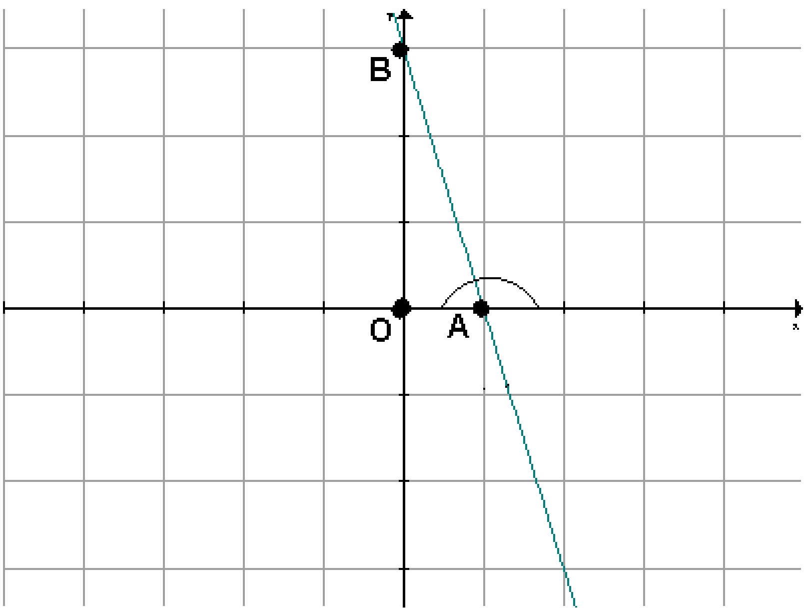
Observe os casos considerados:

❖ 1º Caso:

No caso em que *a* < 0 e *b* > 0, como mostra a figura a seguir, os alunos consideraram o triângulo retângulo OAB e calcularam, $tg\beta = \frac{OB}{OA}$, porém perceberam que α e β são suplementares, logo $tg\alpha = -tg\beta$ e assim calcularam o coeficiente angular da reta.

GRÁFICO 14

Gráfico de y = ax + b, sendo a < 0 e b > 0



β α

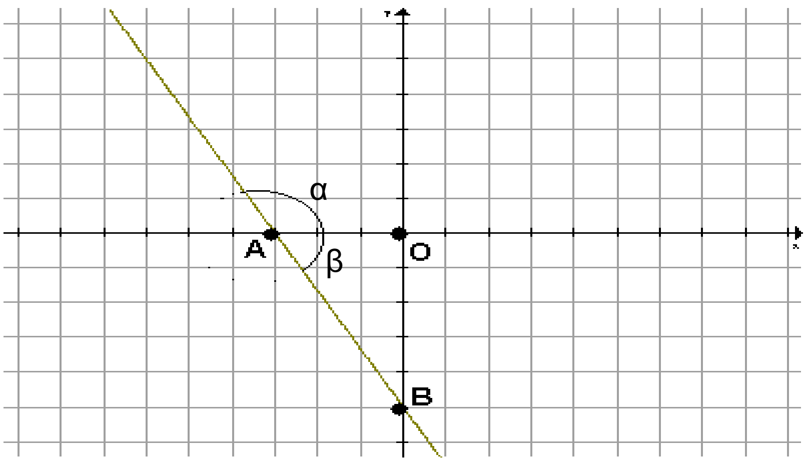
Para o exemplo representado acima, eles encontraram $a = -3$.

❖ 2º Caso

Sendo *a* < 0 e *b* < 0, como mostra a figura a seguir, os alunos consideraram o triângulo retângulo OAB e calcularam $tg\beta = \frac{OB}{OA}$, porém também perceberam que α e β são suplementares, logo $tg\alpha = -tg\beta$ e assim calcularam o coeficiente angular da reta.

GRÁFICO 15

Gráfico de y = ax + b, sendo a < 0 e b < 0



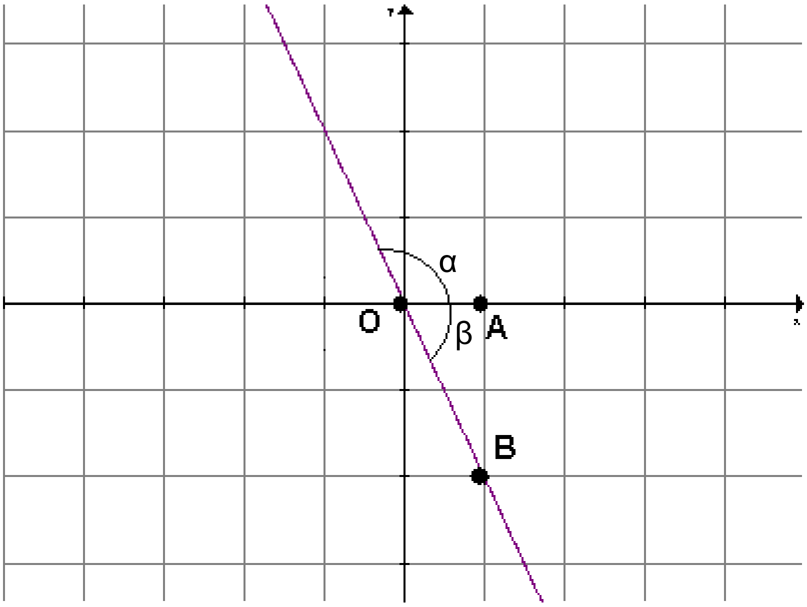
Para o exemplo representado anteriormente, eles encontraram $a = -\frac{5}{3}$.

❖ 3º Caso:

Quando $a < 0$ e $b = 0$, como na figura a seguir, os alunos consideraram o triângulo retângulo OAB e calcularam $tg\beta = \frac{AB}{OA}$, e também perceberam que sendo α e β suplementares então $tg\alpha = -tg\beta$ e assim calcularam o coeficiente angular da reta traçada.

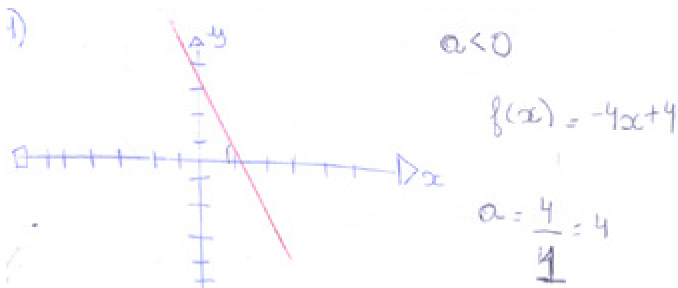
GRÁFICO 16

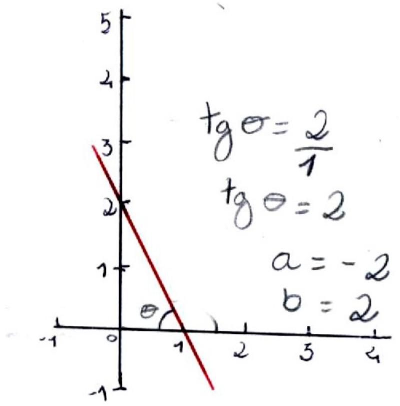
Gráfico de y = ax + b, sendo a < 0 e b = 0



Para o exemplo representado anteriormente eles encontraram $a = -2$.

A seguir, temos alguns exemplos obtidos pelos alunos:





$y = -2x + 2$

REFAZENDO A ATIVIDADE I

Após termos trabalhado todas as atividades anteriores, aplicamos novamente a ATIVIDADE I, ainda no terceiro encontro, com os mesmos 12 alunos do primeiro dia a fim de comparar os resultados.

Esta atividade apresentava 4 itens, conforme pode ser observado na página 6.

No item 1, todos os 12 alunos acertaram o sinal de *a* e 11 alunos acertaram o sinal de *b*.

No item 2, 11 alunos acertaram o sinal de *a* e o sinal de *b*.

No item 3, 10 alunos acertaram o sinal de *a* e 11 acertaram o sinal de *b*.

No item 4, 11 alunos acertaram o sinal de *a* e o de *b*.

A seguir, podemos observar os gráficos, comparando os resultados da aplicação da ATIVIDADE I em momentos distintos.

GRÁFICO 17

Comparação do número de acertos do sinal de a

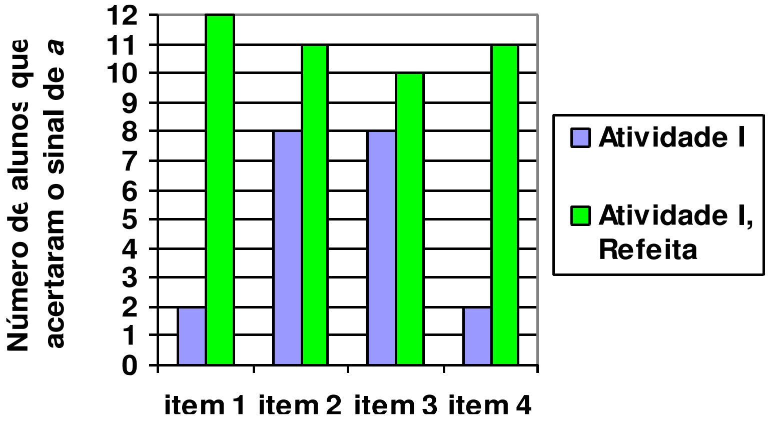
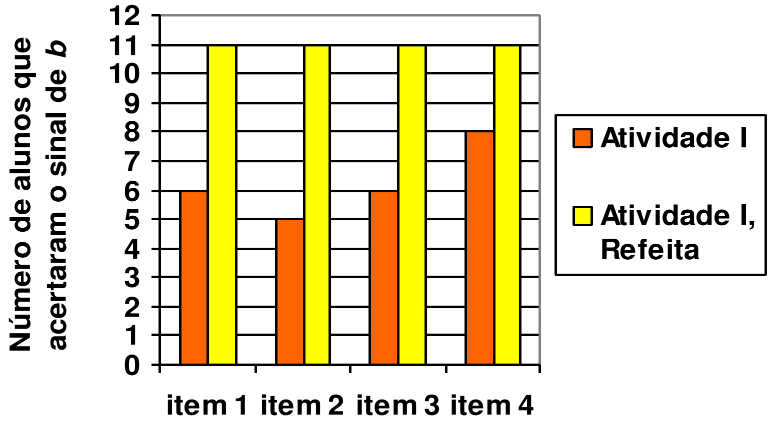


Gráfico 18

Comparação do número de acertos do sinal de b



A partir dos resultados relatados, percebemos que os alunos apresentaram um desenvolvimento satisfatório.

Constatamos através da análise das respostas e das trocas de experiências com os alunos que o conhecimento foi construído de forma acessível, tendo como conseqüência um avanço considerável na aprendizagem.

CONCLUSÃO

Esta monografia foi desenvolvida com o objetivo de estudar a interpretação geométrica dos coeficientes da função Afim. Para alcançarmos o objetivo proposto, foram aplicadas três atividades.

Na primeira atividade realizada com os alunos, utilizamos apenas o lápis e papel, propondo fazer uma observação inicial, foram dados quatro gráficos de funções de IR em IR tal que f(x)= ax + b, $a \neq 0$ e foi pedido para que eles determinassem os sinais de a e b. Observamos que boa parte dos alunos apresentaram dificuldades em relação ao que foi pedido.

Já na segunda atividade, utilizando o *software Winplot*, os alunos perceberam que o valor de a possuía relação com a inclinação da reta, e o valor de b com a ordenada do ponto de intersecção da reta com o eixo y. A partir daí, formalizamos as observações feitas pelos alunos em relação à interpretação geométrica dos coeficientes da função Afim. Durante a formalização dos resultados, alguns alunos apresentaram dúvidas que foram sendo esclarecidas no decorrer das explicações.

A terceira atividade "Adivinhe minha equação" consistiu em aplicar os conceitos aprendidos para determinar a equação de uma reta. Os alunos neste momento demonstraram facilidade e bons resultados.

Após a apresentação das três atividades, resolvemos reaplicar a ATIVIDADE I, objetivando observar os avanços dos alunos. A partir da análise das respostas, constatamos que os alunos apresentaram um desenvolvimento satisfatório.

Ao longo do trabalho, percebemos que o uso do *software Winplot* não serviu apenas como elemento motivador no processo ensino/aprendizagem, mas também desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento dos conceitos.

Para nós educadores, é um desafio o uso do computador no processo de ensino/aprendizagem, mas viável, pois o professor assume postura de mediador do conhecimento e o aluno sujeito do processo.

REFERÊNCIAS

BONGIOVANNI, Vicenzo; LEITE, Olímpio R. Vissoto; LAUREANO, José L.T. *Matemática e Vida*. v.1. 2° grau. São Paulo : Ática, 1993.

BORBA, Marcelo de Carvalho; GODOY, Mirian. *Informática e Educação Matemática.* 2ºed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRITO, M. R. F. *Psicologia da Educação Matemática*. Florianópolis: Insular, 2001.

D`AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática:* da Teoria a Prática. Campinas, SP: Editora Papirus. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática), 1996.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos de Matemática Elementar*.v.1. São Paulo: Atual, 1993.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo César Pinto; WAGNER, Eduardo. MORGADO, Augusto César. *A Matemática do Ensino Médio*. v.1. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Matemática. Rio de Matemática, 1996.

MORAN, José Mantel; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Maria Aparecida. *Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica*. Campinas, SP: Papirus, 2000.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: ENSINO MÉDIO/ Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. ENSINO MÉDIO. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Secretária de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 1999.

PERRENOUD, Philippe. *Dez novas competências para ensinar*. Tradução de Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SILVA, Mozart Linhares da. *Novas Tecnologias:* educação e sociedade na era da informação. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

WINPLOT, versão para Windows 95/98/ME/2K/XP.