CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ESTUDO DE ÁREA ENTRE CURVAS COM O AUXÍLIO DO *SOFTWARE* WINPLOT

AMANDA GOMES DE MOURA
CARLA FERNANDA SOARES GOMES

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2007

AMANDA GOMES DE MOURA
CARLA FERNANDA SOARES GOMES

ESTUDO DE ÁREA ENTRE CURVAS COM AUXÍLIO DO *SOFTWARE* WINPLOT

Monografia apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª MSc. Gilmara Teixeira Barcelos

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2007

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do CEFET Campos 03/2007

Moura, Amanda Gomes de;
Gomes, Carla Fernanda Soares.

O Estudo de Área entre Curvas com auxílio do *software* Winplot (2006-2007) / Amanda Gomes de Moura e Carla Fernanda Soares Gomes / Campos dos Goytacazes/RJ, 2007.
Orientadora: Gilmara Teixeira Barcelos
Monografia (Licenciatura em Matemática) – Centro Federal de Educação Tecnológica, Campos dos Goytacazes/RJ, 2007.

Bibliografia:

1. Informática na Educação. 2. Área entre Curvas. 3. Formação de Professores.

AMANDA GOMES DE MOURA
CARLA FERNANDA SOARES GOMES

ESTUDO DE ÁREA ENTRE CURVAS COM AUXÍLIO DO *SOFTWARE* WINPLOT

Monografia apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 17 de abril de 2007.

Banca Avaliadora:

Profª Gilmara Teixeira Barcelos (orientadora)
Mestre em Ciências de Engenharia/UENF
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos/CEFET

Prof. Salvador Tavares
Mestre em Educação Matemática/Santa Úrsula
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos/CEFET

Profª Vera Lúcia Fazoli da Cunha Freitas Viana
Mestre em Educação Matemática/Santa Úrsula
Universidade Cândido Mendes/UCAM

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Deus por nos guiar em mais essa etapa das nossas vidas, iluminando nossas trajetórias nesse trabalho.

Aos nossos pais, que tanto nos apoiaram na busca do conhecimento incessante e na nossa escolha na prática docente.

Aos nossos irmãos, pela paciência e colaboração no uso do computador, que se fazia necessário sempre para estudo.

Aos funcionários do CEFET que gentilmente agendaram e cederam laboratórios de informática para aplicação das atividades.

À professora Ana Paula, por sua colaboração na execução deste trabalho monográfico.

À professora Sílvia, que apoiou o trabalho e sugeriu pontos importantes para elaboração dele.

Aos professores de português que revisaram essa monografia.

A Flávio que, por ter participado de projetos que estimulam a inserção das TIC no ensino da Matemática, nos emprestou textos e livros necessários para o desenvolvimento do capítulo 2.

A Leonardo, que pacientemente ajudou-nos com o uso dos recursos tecnológicos.

À Gilmara, nossa orientadora e professora, que tanto nos ajudou com sua competência, paciência e apoio em todos os momentos dessa trajetória.

Aos professores do nosso curso de Licenciatura em Matemática que, de forma tão competente, desempenham uma das profissões mais bonitas, a docência.

Ao noivo de Carla que tanto a apoiou nos momentos mais difíceis, com paciência e perseverança.

A todos nossos parentes e amigos que nos apoiaram direta e indiretamente na elaboração deste trabalho tão significativo na nossa formação acadêmica.

"*Nossa mente é a melhor tecnologia, infinitamente superior em complexidade ao melhor computador, porque pensa, relaciona, sente, intui e pode surpreender*"

José Manoel Moran

Dedicamos este trabalho às nossas mães, Nelma (Amanda) e Maria (Carla), por nos apoiarem e incentivarem durante a realização deste trabalho.

RESUMO

Atualmente, na Sociedade Informacional, os indivíduos têm acesso constante a informações, que nem sempre são convertidas em conhecimento. Neste contexto, a educação desempenha um papel fundamental na formação desse indivíduo. Devido a isso, estudos relatam que há uma preocupação no processo de ensino e aprendizagem desde o nível fundamental ao superior. O uso consciente e crítico das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) pode contribuir para melhoria desse processo. A partir dessa análise e de todo referencial teórico, foi desenvolvida uma apostila de atividades de caráter investigativo na qual o *software* Winplot é utilizado. A finalidade desse trabalho foi verificar como as TIC associadas às atividades podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo área entre curvas (conteúdo da disciplina Cálculo Diferencial e Integral) e na preparação dos licenciandos para a disseminação do uso das TIC. Para isso, são descritas, nesse trabalho, as etapas da pesquisa, são elas: elaboração da apostila de atividades, elaboração do questionário, teste exploratório das atividades, aplicação das atividades, análise das respostas e avaliação dos questionários. Finalizando, são relatadas algumas considerações sobre os resultados, as dificuldades encontradas e formas de continuidade do estudo. Os resultados alcançados foram satisfatórios, possibilitando formas de continuidade.

Palavras-chave: Informática na Educação. Área entre Curvas. Formação de Professores.

ABSTRACT

Currently, in the Informational Society, individuals have continuous access to information, that isn't always converted into knowledge. In this context, the education plays a basic role in the formation of these individuals. Studies have demonstrated a growing concern involving the education and learning processes applied from basic to superior education levels. The conscientious and critical use of Communication and Information Technologies (CIT) can contribute for the improvement of this process. Based on this analysis and theoretical review on this subject, an activities guide book was developed in which Winplot software is used. The purpose of this work was to verify how do the CIT associated to the activities can contribute to the process of education and learning of the content area placed between curves (content of disciplines Differential and Integral Calculus) and in the preparation of graduate students for the dissemination of the use of CIT. In order to do that, in this work the following research stages were carried out: elaboration of an activities guide book, elaboration of a questionnaire, exploratory test of the activities, activities application, analysis of the answers and evaluation of the questionnaires. In conclusion, some considerations concerning the results, the difficulties found during experimentation and ways of continuity for the study, are made. The attained results had been satisfactory, making the continuity of these studies possible.

Key-words: Computer science in Education. Area between Curves. Teachers Formation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Atividade 1 – 1.2 ponto médio 36
Figura 2.2: Atividade 1 – 1.3 ponto à esquerda 37
Figura 2.3: Atividade 1 – 1.3 ponto à direita 37
Figura 2.4: Atividade 1 – 1.4 ponto médio 39
Figura 2.5: Atividade 1 – 1.4 ponto à esquerda 39
Figura 2.6: Atividade 1 – 1.4 ponto à direita 40
Figura 2.7: Atividade 2 – 2.5 41
Figura 2.8: Atividade 3 – 3.1 42
Figura 2.9: Atividade 4 – 4.1 43
Figura 2.10: Participante realizando atividade 1 – item 1.1 49
Figura 2.11: Participante realizando atividade 1 – item 1.2 51
Figura 2.12: Participante realizando atividade 2 – item 2.5 54
Figura 2.13: Participante realizando atividade 3 – item 3.1 55
Figura 2.14: Participante realizando atividade 4.2 60

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 2.1: Papel do Professor durante a utilização dos *softwares* educacionais 66

Gráfico 2.2: Disciplina Cálculo no Ensino Superior 67

Gráfico 2.3: Aumento dos conhecimentos nas respectivas áreas 68

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1: Atividade 1 – 1.1 35
Quadro 2.2: Observação da atividade 5 43
Quadro 2.3: Exercícios – atividade 5 44
Quadro 2.4: Slides 3, 4 e 5 48
Quadro 2.5: Slide 6 48
Quadro 2.6: Resposta do participante 1 ao item 1.1 – subitem d 49
Quadro 2.7: Resposta do participante 1 ao item 1.2-subitens d, e, f 50
Quadro 2.8: Resposta do participante 7 ao item 1.4 – subitens i, j 51
Quadro 2.9: Comentário Atividade 1 52
Quadro 2.10: Slides 7, 9 e 10 52
Quadro 2.11: Resposta do participante 6 ao item 2.3 53
Quadro 2.12: Resposta do participante 7 ao item 2.5 54
Quadro 2.13: Comentário Atividade 2 54
Quadro 2.14: Resposta do participante 9 ao item 3.1 56
Quadro 2.15: Comentário Atividade 3 56
Quadro 2.16: Resposta do participante 2 ao item 3.3 57
Quadro 2.17: Resposta do Participante 3 ao item 4.1 58
Quadro 2.18: Resposta do participante 4 ao item 4.1 59
Quadro 2.19: Resposta do participante 5 ao item 4.1 – subitens a, b, c, d, e, f 59
Quadro 2.20: Resposta do participante 3 ao item 4.1 – subitem g 60
Quadro 2.21: Resposta do participante 2 ao item 4.2 – subitens b, d 61
Quadro 2.22: Comentário Atividade 4 61
Quadro 2.23: Resposta do participante 2 – atividade 5 62
Quadro 2.24: Resposta do participante 7 – exercício extra 63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Percentual de alunos nos Estágios de Construção de Competências-Matemáticas – 3º ano do Ensino Médio 2001 e 2003 15

Tabela 2: Porcentagem de aprovação por curso.. 16

Tabela 1.1: Ensino Fundamental e Matrícula e Concluintes Brasil – 1994-2001 ... 24

SUMÁRIO

RESUMO....7
ABSTRACT....8
LISTA DE FIGURAS....9
LISTA DE GRÁFICOS....10
LISTA DE QUADROS....11
LISTA DE TABELAS....12
INTRODUÇÃO....14
1- PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: INFLUÊNCIA DAS TIC....21
1.1 – Educação....21
1.2 – Aprendizagem Matemática....25
1.3 – TIC na Aprendizagem Matemática....28
2 – RELATO DA PESQUISA....34
2.1 – Elaboração da apostila de atividades.....34
2.2 – Elaboração do questionário....44
2.3 – Teste Exploratório das Atividades....45
2.4 – Aplicação das Atividades e Análise das Respostas....47
2.5 – Avaliação das Respostas dos Questionários....64
CONSIDERAÇÕES FINAIS....72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS....76
ANEXOS....80
Anexo 1 – Apostila de Atividades....81
Anexo 2 – Arquivos Referenciados na Apostila de Atividades....94
Anexo 3 – Exercício Extra....99
Anexo 4 – Algumas Apostilas de Atividades Resolvidas pelos Alunos....101
Anexo 5 – Questionário....146
Anexo 6 – Questionários Respondidos pelos Participantes....148
Anexo 7 – Entrevista Semi-estruturada....156

INTRODUÇÃO

Na atual sociedade, a Sociedade Informacional (CASTELLS, 1999), a ciência e a tecnologia têm presença marcante no cotidiano humano. Segundo relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre educação para o século XXI (2001) as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)[1] vêm possibilitando mudanças sociais, com novas definições de identidade social e coletiva.

Na Sociedade Informacional (CASTELLS, 1999), verifica-se que a escola já não é a primeira fonte de conhecimento, já que existem diversos acessos a informações que nem sempre são processadas e decodificadas (POZO, 2003). Esta era está passando por transformações que exigem um novo paradigma educacional que atenda às suas necessidades e os seus meios tecnológicos, fazendo com que muitos conceitos ligados à educação sejam reavaliados. Segundo Valente (1993), a inserção das TIC nesse processo pode contribuir para a formação do cidadão mais crítico, independente e inovador. Essas podem ser bons recursos didáticos, se forem selecionadas e utilizadas adequadamente.

A informação é adquirida em vários meios de comunicação, porém esse fato não garante grande aumento de conhecimento. Segundo Pozo (2003), existe uma necessidade de conversão das informações em conhecimento, para que todos tenham acesso e dêem sentido a essas informações, possibilitando a capacidade de assimilá-las de forma crítica (POZO, 2003).

Segundo Pozo:

> [...] vivemos em uma sociedade da informação que só se converte numa verdadeira sociedade do conhecimento para alguns, aqueles que puderem ter acesso às capacidades que permitem desentranhar e ordenar essa informação (POZO, 2003, p.1).

Diante do contexto descrito há uma preocupação com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Segundo Rocha:

> O ensino da matemática tem ocupado um espaço singular na formação escolar. Cerca de 20% do tempo de permanência de um aluno na escola é dedicado à aprendizagem dessa disciplina assim como, o seu desempenho

---

1 As TIC são "Tecnologias utilizadas para tratamento, organização e disseminação de informações" (TAKAHASHI, 2000, p. 176).

> em matemática tem especial importância na definição do seu sucesso ou insucesso escolar, significando, para muitos, reprovação e abandono da escola (ROCHA, 2001, p.22).

Rocha (2001) destaca a importância do processo de ensino e aprendizagem da Matemática nas escolas, visto que essa ciência tem significativa importância no currículo escolar e, consecutivamente, na formação do cidadão, porém os dados do INEP (2004) mostram como o processo de ensino e aprendizagem da Matemática encontra-se em um estágio preocupante no Ensino Médio. Esses relatam que os alunos do 3º. ano do Ensino Médio desenvolvem algumas atividades elementares de interpretação de problemas, mas não conseguem passar a linguagem verbal para a linguagem matemática (Tabela 1). Esses fatos são de grande relevância para que mudanças ocorram nesse contexto.

Tabela 1: Percentual de alunos nos Estágios de Construção de Competências-Matemáticas – 3º ano do Ensino Médio – 2001 e 2003

ESTÁGIO	**2001**	**2003**
	%	**%**
Muito Crítico	4,80	6,50
Crítico	62,60	62,30
Intermediário	26,60	24,30
Adequado	6,00	6,90
Total	100,00	100,00

Fonte: Inep, 2004, p.6.

Também no Ensino Superior, o processo de ensino e aprendizagem da Matemática encontra-se em um estágio preocupante. Tomando como foco a disciplina Cálculo Diferencial e Integral, presente em diversos cursos do Ensino Superior, são notórios altos índices de evasão e reprovação na maioria dos cursos.

Na tabela 2, Cury (2005) registra os percentuais de aprovação, dos 2º semestre de 2004 e 1º semestre de 2005, na disciplina Cálculo Diferencial e Integral da Pontifica Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC RS), retratando que a disciplina reprova um grande número de alunos em alguns cursos.

Tabela 2: Porcentagem de aprovação por curso.

CURSO	2004/02	2005/01
Engenharia Química	65	65
Engenharia Civil	36	57
Engenharia da Computação	36	68
Engenharia Elétrica	46	43
Engenharia Mecânica	30	34
Engenharia Mecatrônica	46	84
Engenharia de Produção	29	46

Fonte: CURY, 2005, p.1.

Signorelli (2004) confirma o problema na disciplina Cálculo Diferencial e Integral quando afirma que:

> A evasão ou reprovação nesta disciplina é alta na maioria dos cursos e, o que observamos, é que as principais dificuldades podem ser atribuídas à organização, sistematização, além da forma de apresentação do conteúdo, que se tornaram ultrapassados e se transformaram em obstáculos para motivação dos alunos (SIGNORELLI, 2004, p.1).

Estas informações retratam que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática apresenta falhas, exigindo mudanças que possibilitem minimizar os altos índices de evasão e reprovação no Ensino Médio e no Ensino Superior.

No âmbito desse processo, o uso das TIC, por exemplo, um *software* educacional, pode contribuir para a construção do conhecimento, permitindo, segundo Valente (1993), uma melhor visualização gráfica, gerando, disseminando conhecimento e gerenciando informação.

Segundo Ponte (2000), as TIC podem contribuir para uma educação mais adequada à nossa sociedade: i) colaborando para aprendizagem de diversos conteúdos; ii) possibilitando a criação de espaços de interação e comunicação; iii) permitindo novas formas de expressão criativa, de realização de projeto e de reflexão crítica.

Para o uso crítico e consciente das TIC no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, é importante preparar docentes e licenciandos para utilizarem os recursos tecnológicos nas práticas pedagógicas, tendo fundamentos teóricos e metodológicos que permitam uma mudança educacional (VALENTE, 2003).

O grande desafio deste trabalho é possibilitar aos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática uma abordagem diferenciada para o estudo de Área entre Curvas na disciplina Cálculo Diferencial Integral. Essa abordagem será realizada utilizando TIC, mais especificamente o *software* Winplot.[2]

A escolha do Winplot deve-se ao fato de ser um *software* gratuito que oferece recursos gráficos que podem ser utilizados em diversos conteúdos matemáticos. Para o estudo de Área entre Curvas, suas ferramentas visuais e algébricas são fáceis de serem utilizadas e de serem compreendidas, possibilitando interagi-las com as atividades propostas.

Este trabalho visa a verificar como os recursos do *software* Winplot, associados às atividades, podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Área entre Curvas. Buscamos também contribuir para a preparação de futuros professores, para que esses disseminem conhecimentos a seus educandos de maneira dinâmica, possibilitando relacionar experiências gráficas e algébricas. Resumindo, o objetivo geral desse trabalho é contribuir na preparação dos licenciandos para o uso de TIC no estudo de Áreas entre Curvas, possibilitando destacar a importância da visualização gráfica deste conteúdo para o processo de ensino aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral.

Para atingir esse objetivo geral, alguns objetivos foram delineados:

- ✓ Aprofundar o estudo do *software* Winplot, que será utilizado para o processo de construção deste trabalho, verificando se esse possui recursos gráficos e algébricos que possibilitem atingir o objetivo principal.
- ✓ Criar atividades investigativas que conduzam o aluno à formulação de conjecturas que serão provadas no aprofundamento do estudo do tema abordado.
- ✓ Analisar o comportamento e as respostas dos alunos durante a resolução das atividades.

[2] Disponível em http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html.

- ✓ Elaborar questionário que traga informações sobre a influência do *software* Winplot no processo de ensino e aprendizagem no estudo de Área entre Curvas.
- ✓ Tabular e analisar as respostas do questionário.

Segundo Signorelli (2004), o ensino de Cálculo Diferencial Integral é enfocado de forma mecanizada, abstrata e ultrapassada em grande parte dos cursos. Na maioria dos estudos, não é dado o enfoque gráfico no cálculo de área entre curvas, dificultando o processo de uma construção do conhecimento (SILVA; RENZ, 2003)

Visando a contribuir para minimizar os problemas citados, elaboramos esse trabalho em seis etapas, a saber: i) revisão bibliográfica; ii) estudo do *software* Winplot; iii) elaboração das atividades para serem realizadas com o auxílio do *software* Winplot; iv) teste exploratório das atividades; v) pesquisa de campo – aplicar as atividades em contexto real; vi) analisar a pesquisa de campo realizada; vii) elaboração de um questionário; viii) aplicação do questionário e análise das respostas.

Na revisão bibliográfica, buscamos informações teóricas em livros, artigos, publicações eletrônicas e periódicos sobre Educação, Educação Matemática, TIC, Investigação Matemática.

O estudo do *software* foi necessário para conhecimento dos recursos que este oferece para a realização das atividades sobre área entre curvas. Com base nas pesquisas e no estudo do *software,* foram elaboradas as referidas atividades investigativas para serem realizadas com o auxílio do *software* Winplot, buscando alcançar os objetivos já mencionados.

A quarta etapa, o teste exploratório das atividades, foi de grande relevância para detectar possíveis falhas, além de verificar a clareza dos enunciados. Este foi realizado com um aluno do curso de Licenciatura em Matemática e com uma professora de Cálculo Diferencial e Integral.

A partir da análise do teste exploratório, realizamos a pesquisa de campo (quinta etapa), que consiste em aplicar as atividades elaboradas para licenciandos em Matemática que ainda não tenham estudado o tema em questão.

A análise das respostas da apostila de atividades (sexta etapa) visa a identificar se o objetivo do trabalho foi alcançado. São expostas algumas respostas dos participantes a fim de mostrar suas conclusões sobre cada atividade desenvolvida. Ao final, a análise do questionário foi feita a fim de verificar se o uso das TIC, associado à resolução das atividades, foi um facilitador no processo de ensino e aprendizagem no estudo de área entre curvas sob o ponto de vista dos licenciandos.

Esta monografia está estruturada em dois capítulos, além dessa Introdução e das Considerações Finais.

No primeiro capítulo "Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática: Influência das TIC" apresentamos uma síntese do processo de ensino e aprendizagem de Matemática na qual as TIC estão presentes. Este capítulo está subdividido em três seções. Na primeira focalizamos a "Educação", considerando as transformações de paradigma na escola e novo papel do professor neste contexto. Na segunda, a "Aprendizagem Matemática", relatamos a situação alarmante do processo de ensino e aprendizagem de Matemática e a necessidade de uma melhor preparação dos docentes a fim de contribuir na capacitação para que estes estejam aptos a atuarem como mediadores em meio a mudanças de paradigmas. Finalizamos na terceira, "As TIC na Aprendizagem Matemática", descrevendo possibilidades e conflitos que surgem com a inserção das TIC no ambiente escolar.

No segundo capítulo "Relato da Pesquisa", descrevemos as fases da pesquisa em cinco seções. Na "Elaboração das Atividades" relatamos a elaboração das atividades e descrevemos o objetivo de cada uma. Na "Elaboração do Questionário", mencionamos as perspectivas alcançadas através de perguntas contidas neste, objetivando a coleta de dados para trabalhos futuros e melhorias subseqüentes. No "Teste Exploratório" relatamos o teste realizado com um aluno do curso de Licenciatura em Matemática e uma professora de Cálculo Diferencial e Integral. Na "Aplicação das Atividades e Análise das Respostas das Atividades", destacamos o comentário dos participantes e o desenvolvimento das atividades no decorrer dos encontros realizados. Na "Análise das Respostas do Questionário" apresentamos os gráficos e os índices que retratam as respostas dos participantes, bem como a análise destes.

Finalizando, nas Considerações Finais é feita uma avaliação geral acerca do trabalho desenvolvido e dos resultados obtidos.

1- PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: INFLUÊNCIA DAS TIC

Neste capítulo relatamos o papel da educação na sociedade atual, a aprendizagem matemática inserida no paradigma vigente e como as TIC podem influenciar no processo de ensino e aprendizagem, principalmente da Matemática. Para tanto este capítulo foi dividido nas seguintes seções: Educação, Aprendizagem Matemática e TIC na Aprendizagem Matemática.

1.1 – Educação

A sociedade passou por transformações de paradigmas na escola. Anteriormente, a escola visava a atender a todos os alunos sem se preocupar com a individualidade deles (MORAES, 2002). Hoje o foco da escola mudou, o paradigma educacional vigente busca um tratamento específico de acordo com as necessidades especiais de cada aluno. Essa compreensão é baseada nas descobertas da ciência cognitiva e da neurociência que reconhecem a existência de diversos tipos de mentes (MORAES, 2002).

No atual paradigma, é exigido que o aprendiz esteja em permanente estado de mudança, que seja contextualizado, inacabado, interligado com o mundo (MORAES, 2002). Freire (1987) afirma que este aprendiz pode ser considerado um sujeito de práxis, ou seja, é aquele que, com a interação com o mundo, transforma as informações adquiridas em conhecimento, através de sua própria experiência, aprendendo de um jeito original e específico. É um sujeito e não um objeto. (MORAES, 2002)

Além do aprendiz ser tomado como foco no âmbito deste novo contexto, também há preocupação em valorizar a realidade do aluno, buscando edificar o conhecimento que ele já possui. É necessário compreender que o ensino e a aprendizagem estão englobados em um único aspecto que aglomera a construção do conhecimento do educando (PIAGET, 1974).

Segundo Freire:

> É preciso [...] que o formando, desde o princípio mesmo de sua experiência formadora, assumindo-se como sujeito também da produção do saber, se convença definitivamente de que ensinar não é transferir conhecimento,

> mas criar possibilidades para sua produção ou sua construção (FREIRE, 2002, p. 24-25).

Neste contexto, o professor não é mais o centro do processo de ensino e aprendizagem. É importante que ocorra uma troca de experiência entre educador e educando para que haja um processo de construção do conhecimento. Segundo Moraes:

> [...] o grande desafio do educador-educando é garantir um movimento para que o processo seja mantido, dirigindo as transformações que ocorrem para que sua atuação não leve a interação professor-aluno a um fechamento, decorrente de uma mecanização da forma de pensar, da apresentação de verdades absolutas ou de caminhos únicos para o desenvolvimento da aprendizagem (MORAES, 2002, p. 149).

Dessa forma, nota-se que o novo papel do professor exige uma visão intelectual e social acerca do âmbito escolar. É importante que o professor tenha um diálogo aberto com o aluno, promovendo a troca de informações.

Paulo Freire (1987) afirma que a evolução do homem não parte isoladamente, mas sim com a interação com outros. Este pensamento traduz um início de um período de aprendizado sem limites, com novos espaços abertos à sociedade. Freire (1987) afirma que a Educação deverá ser centrada no sujeito coletivo. Esse pensamento exige reavaliações no processo de ensino e aprendizagem já que ocorreram mudanças culturais e mudanças no saber humano, que se foram modificando de acordo com transformações nas representações sociais nas quais o indivíduo está inserido.

Segundo Pierre Lévy (1994), existem três tipos de cultura, também chamada de Tecnologia da Inteligência: oral, escrita e informacional. Na cultura oral, as representações mais importantes eram transformadas em narrativas, essa cultura se caracterizava pela memória auditiva. Com o surgimento da cultura escrita, ocorre uma disjunção entre emissor e receptor da mensagem, desenvolvendo no homem um exercício de interpretação, essa cultura se caracteriza pela memória de curto prazo. Com a chegada da imprensa, ou seja, cultura informacional, o indivíduo adquire várias fontes de informação sem a necessidade de um mediador. Essa fase se caracteriza em um indivíduo auto-suficiente.

As grandes mudanças tecnológicas (surgimento de mídias eletrônicas, entre elas a informática) exigem da sociedade uma nova cultura, originando novas formas de conhecimento. Segundo Moraes (2002), esta cultura se caracteriza como a cultura informatizada e requer do cidadão uma aquisição de hábitos intelectuais de simbolização, de formalização do conhecimento, de manejo de signos e de representações que utilizam equipamentos computacionais.

Segundo Lévy (1994), a informática permite aprender por simulação, resultando em critérios e tipos de reflexão mental específicos, que implicam sobre as formas de pensar. Ele relata que esse novo tipo de conhecimento é de bastante relevância no que diz respeito à interconexão de dados que valorizam o momento oportuno, desenvolvendo a interatividade, dinâmica e autonomia. Valente (1993) afirma que este modelo de representação cultural executa e explicita o raciocínio do aluno, o que nenhuma outra tecnologia intelectual possibilitará.

Essa nova representação cultural começou a partir da primeira era tecnológica, que caracterizou as décadas de 1950, 1960, 1970. Essa fase caracterizava-se pelo isolamento tecnológico, resultando em sistemas não-integrados, na sua maioria fragmentados do ponto de vista organizacional (MORAES, 2002).

Com a transição da primeira para a segunda era computacional, houve uma preocupação com a forma de utilização dos computadores, como um recurso informacional que possibilite um saber real. Houve uma transformação na utilização dos computadores: passou-se de ilhas isoladas para sistemas integrados. Os *softwares* são exemplos desta nova interface, possibilitando ampliar, reestruturar, recodificar saberes (MORAES, 2002). Esses permitem uma maior manipulação de imagens e utilização de vários arquivos e ferramentas contidos neles (MORAES, 2002).

Esse novo contexto tem que se adequar a todos os ramos da sociedade, principalmente na educação. Apesar disso, a educação ainda se encontra com problemas notórios que impossibilitam a ocorrência dessa transição.

Segundo documentário da Folha Online, existem problemas notórios na Educação do Brasil:

> [...] faltam bibliotecas, laboratórios de ciência e de informática em grande parte das escolas da rede pública da educação básica. Metade dos professores leciona em escolas sem bibliotecas, quatro em cada cinco atuam em escolas sem laboratório de ciências, e três em cada quatro professores estão em escolas que não possuem laboratório de informática.

> A ausência de recursos didáticos é diferente entre as regiões [...] (MENOS, 2003, p.1).

De acordo com a reportagem acima, percebe-se que a ausência de laboratórios e bibliotecas influencia no processo de ensino e aprendizagem. A presença desses é importante para atender a esta nova cultura: a cultura informacional. Uma das conseqüências dessa falta de estrutura das escolas é o alto índice de evasão e reprovação em diversas disciplinas contidas no currículo escolar. Isso se deve também à desatualização das escolas e dos professores mediante as mudanças de paradigmas descritos anteriormente.

A tabela 1.1 mostra que o número de alunos matriculados no Ensino Fundamental é muito maior que o número de alunos concluintes. Esses dados retratam alto índice de evasão, fato que merece reflexão sobre possíveis causas e busca por soluções.

Tabela 1.1: Ensino Fundamental e Matrícula e Concluintes
Brasil – 1994-2001

(em mil)

Ano	Ensino Fundamental	
	Matrícula	Concluintes
1994	32.008	1.588
2001	35.370	2.647*
Cresc. 94/2001	**11%**	**67%**

Fonte: MEC/INEP/SEEC (IBGE, 2004)
*dado referente a 2000

Outro fator negativo resultante da não adequação da escola à sociedade é a repetência escolar. Pesquisa realizada pela Folha de São Paulo mostra que dentre 45 países escolhidos, o índice de reprovação no Brasil está num estágio alarmante. O índice de reprovação do Brasil é de 21% (a pesquisa usa como base o ano de 2002), tem situação melhor apenas que 15 países, a maioria da África e do Caribe. O Camboja, por exemplo, tem 11%. Já o Haiti, 16%, e Ruanda, 19%. No Chile, o índice é de 2%, e na Argentina, 6% (TAKAHASHI, 2006).

Estes problemas ocorrem em todos os níveis da educação, mostrando a importância de melhorias no processo de ensino e aprendizagem. As disciplinas contidas no currículo escolar ainda são estudadas com recursos didáticos pouco adequados à era atual, o que também colabora com os altos índices de evasão e reprovação na educação no Brasil.

Uma dessas disciplinas é a Matemática. Segundo Sadovsk (2007), a “má fama” dessa disciplina está relacionada ao fato de ser ensinada de maneira superficial e mecânica. Ela também relata que falta formação aos professores para disseminar aspectos mais relevantes, que consideram os conhecimentos prévios dos alunos, as situações didáticas e seus novos conhecimentos que serão adquiridos.

1.2 – Aprendizagem Matemática

Na transição de paradigmas entramos no mundo da alta tecnologia chamada tecnociência (D’AMBRÓSIO, 1999). Logo, a educação deve ser pensada para a criação de um indivíduo crítico, criativo e ético, preparado para pensar e formar opinião perante a sociedade.

Segundo Maciel e Benedetti (1992, p.38):

> Aprender Matemática significa, fundamentalmente, utilizar-se do que distingue o ser humano, ou seja, a capacidade de pensar, refletir sobre o real vivido e o concebido, transformar este real, utilizando em sua ação, como ferramenta, o conhecimento construído em interações com as necessidades surgidas no aqui e no agora.

Para atingir esta meta, há a necessidade de uma formação informativa e formativa. A parte informativa corresponde às informações adquiridas pelas mídias e já a formativa é a que se caracteriza nos currículos escolares (D’AMBRÓSIO, 1999). A parte formativa influencia diretamente na informativa fazendo com que as informações adquiridas venham a ser questionadas e aproveitadas criticamente (D’AMBRÓSIO, 1999).

É importante que no processo de ensino e aprendizagem da Matemática ocorram algumas reformulações de acordo com as transformações no mundo e na educação. Uma mínima revisão histórica mostra que grande parte dos conteúdos desta disciplina encontram-se obsoletos (D’AMBRÓSIO, 1999). Na grande maioria, são temas e estilos de mais de 200 anos atrás. Além disso, o currículo desta disciplina traz conteúdos desligados do cotidiano do aluno, tornando-a desinteressante e obsoleta (D’AMBRÓSIO, 1999). Como conseqüência, nota-se, na escola, a permanência dos discursos ideológicos dos modelos prontos, do imobilismo e da estagnação, formando docentes com a mesma ideologia (MACIEL; BENEDETTI, 1992).

A reportagem de capa de Druck (2005) mostra o nível em que se encontra a Educação Matemática no país.

> As avaliações não poderiam ser piores. [...] O último Saeb (Sistema Nacional de Avaliacão da Educacão Básica) mostra que apenas 6% dos alunos têm o nível desejado em matemática. E a comparação internacional é alarmante. No Pisa (Program for International Student Assessment) de 2001, ficamos em último lugar (DRUCK, 2005, p.1).

O texto a seguir resume pesquisa realizada por Ferreira e Camargo (2003) que relata a porcentagem de brasileiros que possuem habilidades matemáticas básicas. Esta pesquisa limitou-se a verificar o conhecimento do brasileiro em determinados conteúdos matemáticos.

> [...] uma pesquisa nacional, a que a Folha teve acesso, que mostrou que apenas pouco mais de um quinto dos brasileiros (21%) tem pleno domínio das habilidades matemáticas básicas. Assim mesmo, a "aprovação" desse contingente só foi possível porque a pesquisa avaliou apenas a funcionalidade das habilidades básicas em matemática. Bastava o entrevistado acertar uma regra de três ou demonstrar familiaridade com representações gráficas, como mapas e tabelas, que passava a integrar essa, por assim dizer, elite. (FERREIRA; CAMARGO, 2003, p.1)

Isto mostra que grande parte dos alunos não desenvolve habilidades básicas no aprendizado de Matemática, não conseguindo transformar a linguagem corrente para a linguagem simbólica. O que se torna perceptível em todas as séries da Educação Básica.

Também no Ensino Superior, especificamente na disciplina Cálculo Diferencial e Integral, a Universidade Anhembi Morumbi (CURSO..., 2005) relata reprovações, conforme já citado na Introdução por Cury (2005):

> O problema das altas taxas de reprovação em Cálculo não é um problema localizado apenas na Universidade Anhembi Morumbi e sim, um problema enfrentado pelos professores de matemática de Instituições do mundo inteiro (CURSO..., 2005, p.2).

Este relato sinaliza que os alunos chegam despreparados para cursar a disciplina de Cálculo. Essa é uma realidade que vem piorando ao longo dos anos. Malta (2003) atribui esse fato, essencialmente, ao despreparo que os alunos possuem, pois nos Ensinos Fundamental e Médio, eles desenvolvem pouco o raciocínio lógico e a organização e expressão do pensamento ao longo do processo de ensino e aprendizagem.

Os problemas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, segundo Chagas (2001), se devem: i) à inadequação do ensino de Matemática em relação ao conteúdo, ii) à metodologia de trabalho e ao ambiente em que se encontra inserido o aluno em questão; iii) à "má" formação de professores, ou seja, falta de capacitação docente; programas de matemática não flexíveis e muitas vezes baseados em modelos de outros países que, conseqüentemente, são modelos que muitas vezes não representam a realidade sócio-econômica do país; iv) à falta de compreensão e domínio dos pré-requisitos fundamentais que ajudariam este estudante a obter um bom desenvolvimento nas aulas de matemática; v) à desvalorização sócio-econômica dos professores.

Uma outra problemática em relação ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática é a utilização rígida e demasiada do livro didático com uma falta de seleção dos conteúdos que são realmente imprescindíveis ao cotidiano do aluno (CHAGAS, 2001).

A falta de percepção do professor em relação à aprendizagem do aluno também contribui para a deficiência na Matemática. São lançados conteúdos sem a preocupação com a preparação do educando para alcançar a aprendizagem (CHAGAS, 2001).

Segundo Vianna (2001, p.155):

> O professor tem imenso prazer com a matemática, delicia-se imaginando seus alunos a brincar com a matemática que ele adora. Entretanto, postos lado a lado com a matemática, qual é a atitude dos alunos? Nada! Não entendem, não perguntam.

Essa idéia mostra o abismo existente entre o modo como professores e alunos percebem a Matemática. Em alguns casos, são utilizadas metodologias que não condizem com os interesses do aluno. A conseqüência é a disjunção entre a percepção e a compreensão, causando desinteresse, recusa, e altos índices de repetência e evasão escolar (COSTA, 2005).

A necessidade de uma melhor formação da docência atualmente contribuiria para melhoria da aprendizagem da Matemática. Uma formação direcionada para vários aspectos, ou seja, vários caminhos traçados para um mesmo assunto fazem com que o papel do professor seja de bastante relevância na atual sociedade. Mas isso só será possível se o professor tiver um bom domínio do conteúdo a ser lecionado (DRUCK, 2005).

Um passo importante para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Matemática é a ruptura do modelo tradicional para o modelo construtivista[3], no qual o aluno não é apenas um ouvinte, mas sim um elemento participativo em sala de aula, aberto para discussões e interagindo os conteúdos assimilados com o seu cotidiano (CHAGAS, 2001).

No contexto da proposta pedagógica construtivista, a sala de aula passa a ser um ambiente onde ocorrem as trocas, atividades produtivas, discussões críticas (RANGEL, 2002).

Nota-se que o professor tem fundamental importância no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, já que ele indicará diversos caminhos seguros e auxiliará o aluno a encontrar estratégias cognitivas (VIEIRA, 2002). Para isso, é importante uma melhor preparação dos docentes para que estes estejam aptos para atuarem como mediadores no processo de mudanças. De tal modo, a formação do professor em Informática Educacional e Matemática poderá permitir-lhe, além do treinamento técnico, uma reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem (JOLY, 2002).

1.3 – TIC na Aprendizagem Matemática

Como foi visto anteriormente, o homem, hoje, é considerado um sujeito coletivo que precisa da interação com outros para se inserir na sociedade vigente (FREIRE, 1987). Um pensamento além deste é citado por Borba e Penteado (2001) afirmando que, além da interação do homem com outros indivíduos, há a necessidade da utilização de uma determinada Tecnologia da Inteligência

---

3 [...] construtivismo na Educação poderá ser a forma teórica ampla que reúna as várias tendências atuais do pensamento educacional. Tendências que têm em comum a insatisfação com um sistema educacional que teima (ideologia) em continuar essa forma particular de transmissão que é a Escola, que consiste em fazer repetir, recitar, aprender, ensinar o que já está pronto, em vez de fazer agir, operar, criar, construir a partir da realidade vivida por alunos e professores, isto é, pela sociedade – a próxima e, aos poucos, as distantes. A Educação deve ser um processo de construção de conhecimento ao qual ocorrem, em condição de complementaridade, por um lado, os alunos e professores e, por outro, os problemas sociais atuais e o conhecimento já construído (‘acervo cultural da Humanidade’) (BECKER, 1994, p. 1).

(mídias).[4] Eles dizem que “o conhecimento só é produzido com a convivência de uma determinada mídia, ou com uma Tecnologia da Inteligência”. Como já fora mencionado, para LEVY (1994), há três tipos de Tecnologia da Inteligência existentes até o momento na sociedade: oral, escrita e informacional. A mídia informacional é a que está mais presente no mundo atual englobando o uso das TIC.

Castells (1999) define TIC como o conjunto das tecnologias de computação (informática e suas aplicações) e comunicação (transmissão e recepção de dados, voz e imagens) e, ainda, a engenharia genética e seu crescente conjunto de desenvolvimentos e aplicações.

A inserção destas TIC pode contribuir para uma melhoria nos índices que evidenciam problemas na Educação. Lévy (2000, p.5) afirma que:

> [...] as TIC possibilitam e ampliam o nível dialógico entre educador e educandos, superando os dispositivos “um para todos” e ‘um para um”, permitindo rápida relação entre todos os que se encontram em um processo virtual de aprendizagem.

Isto significa que a prática pedagógica, apoiada em tecnologias interativas, possibilita a interação entre o aluno, o professor e o meio onde ambos estão inseridos. Como conseqüência desta relação educador, educando e o mundo, o aluno estará mais apto a converter as informações adquiridas em conhecimento, assim efetivando o processo de ensino e aprendizagem.

Também são relatadas por Belloni (2001, p.27) as conseqüências da utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem:

> A utilização das TIC’s com ênfase na aprendizagem volta-se para o desenvolvimento das habilidades, expectativas, interesses, potencialidades e condição de aprender; todas essências ao processo educativo autônomo. Os alunos são estimulados a se expressarem pelas suas próprias idéias, a desenvolver autonomia e a capacidade de se sociabilizar e construir conhecimento, o que exige um novo papel do professor. Papel este que, ao tudo que indica tende a ser cada vez mais mediatizado. O professor tende a ser amplamente mediatizado: como produtor de mensagens inscritas em meios tecnológicos, destinadas a estudantes a distância, e como usuário ativo e crítico e mediador entre esses meios dos alunos.

Segundo Pontes, Oliveira e Varandas (2002, p.1) essas tecnologias:

---

[4] Tecnologia da inteligência é tudo aquilo de que lançamos mão (consciente ou inconscientemente) na nossa comunicação, na elaboração do nosso pensamento, na criação de nossos conhecimentos e que, além de nossos sentimentos e afetos, suportam a nossa inteligência: são as linguagens, os sistemas de signos, os recursos lógicos, os instrumentos dos quais nos servimos. (MOURA, 2001, p.1)

> (i) constituem um meio privilegiado de acesso à informação, (ii) são um instrumento fundamental para pensar, criar, comunicar e intervir sobre numerosas situações,(iii) constituem uma ferramenta de grande utilidade para o trabalho colaborativo e (iv) representam um suporte de desenvolvimento humano nas dimensões pessoal, social,cultural, lúdica e profissional.

O uso das TIC pode tornar o aluno mais independente e investigativo. Conseqüentemente, exige um novo papel do professor que atenda a esses educandos. A busca de um professor constantemente atualizado é fundamental para que este seja mediador nesse processo, criando situações que levem o aluno a tirar suas próprias conclusões, e indicando caminhos no tempo certo.

Segundo Rosa (2000), as práticas pedagógicas que utilizam as TIC de uma forma sistematizada permitem: i) o desenvolvimento de uma competência de trabalho em autonomia (fundamental ao longo da vida), já que os alunos podem dispor, desde muito novos, de uma enorme variedade de ferramentas de investigação; ii) uma prática de análise e de reflexão, confrontação, verificação, organização, seleção e estruturação, já que as informações não estão apenas numa fonte; iii) a abertura ao mundo e disponibilidade para conhecer e compreender outras culturas.

Há várias discussões em torno da utilização das TIC como ferramentas importantes na construção do conhecimento. Nas escolas, o resultado dessa discussão vem sugerindo a disseminação de programas governamentais de implementação da informática nas escolas, porém estes programas devem ser integrados às propostas educacionais com referência nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), segundo recomendações do Ministério da Educação (MEC) (BORBA, PENTEADO, 2001).

No processo de ensino e aprendizagem de Matemática, o uso das TIC:

> [...] i) reforça o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, ii) relativizam a importância do cálculo, iii) permitem a manipulação simbólica. (PONTE, OLIVEIRA, VARANDAS, 2003, p.1)

No âmbito do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, um *software* educacional[5] permite uma melhor visualização gráfica; gerando, disseminando conhecimento. Ele possibilita ao aluno juntamente com uma proposta

---

[5] Todo programa que utiliza uma metodologia que o contextualize no processo ensino e aprendizagem, pode ser considerado educacional.(GIRAFFA, 1999, p.1)

pedagógica construtivista, a criação de modelos para expressar idéias e pensamentos. Depois da construção do modelo, num ambiente informatizado, o aluno pode refletir e pensar nas suas idéias criadas. Esse ambiente computadorizado adequado a uma proposta leva o aluno à criação de suas próprias conjecturas e torna-se um veículo de materialização de idéias que ajudam na superação de obstáculos inerentes à Educação Matemática (GRAVINA; SANTA ROSA, 1998).

Para que as novas pedagogias sejam adequadas às novas mídias, é preciso que ocorram mudanças na docência atual. O professor tem que estar preparado para diferentes situações que possam surgir; tem que ser o mediador no processo, possibilitando oferecer diversos caminhos para que seu aluno possa seguir em seus pensamentos; tem que se atualizar constantemente (BORBA; PENTEADO, 2001).

Para que haja uma efetiva inserção das TIC na Educação, é importante uma formação diferenciada dos professores. Uma formação que possibilite, além do treinamento técnico, uma análise sobre o processo de ensino e aprendizagem sobre a própria educação pós-advento dos computadores (JOLY, 2002). Segundo D'Ambrósio:

> Uma boa formação de professores - e o mesmo se dá com profissionais de todas as áreas-, deve ter como resultado indivíduos que sejam alerta para os avanços científicos e tecnológicos. Isso é essencial para que as escolas de formação sobrevivam. Particularmente importante é o caso da matemática. Há grande necessidade de uma matemática atual (D´AMBRÓSIO, s.d, p.21)

Ele completa afirmando que:

> Além de fornecer elementos de ciência do computador e informática que eles precisarão, nós devemos também prepará-los para ensinar Matemática de uma nova maneira. Este problema vai surgir tanto no nível de treinamento inicial (pré-serviço) de professores (D´AMBRÓSIO, 1986, p.10)

Nota-se que, segundo D' Ambrósio (1986), é importante fornecer ao professor noções de computação e informática para que este seja capaz de conectar o uso das TIC com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Segundo Moran (1995), o professor acaba por tornar-se um estimulador da aprendizagem:

> As tecnologias de comunicação não substituem o professor, mas modificam algumas das suas funções. A tarefa de passar informações pode ser deixada aos bancos de dados, livros, vídeos, programas em CD. O

> professor se transforma agora no estimulador da curiosidade do aluno por querer conhecer, por pesquisar, por buscar a informação mais relevante. Num segundo momento, coordena o processo de apresentação dos resultados pelos alunos. Depois, questiona alguns dos dados apresentados, contextualiza os resultados, os adapta à realidade dos alunos, questiona os dados apresentados. Transforma informação em conhecimento e conhecimento em saber, em vida, em sabedoria - o conhecimento com ética (MORAN, 1995, p. 5-6)

Segundo Barcelos (2004), algumas temáticas podem ser destacadas para a integração das TIC na formação inicial dos professores. São elas: i) conhecimentos básicos em informática, uma necessidade mínima para o uso dessas tecnologias; ii) Tecnologias de Informação e Comunicação – Educação – Sociedade, ou seja, conhecimentos sobre implicações das TIC na educação e na sociedade; iii) utilização e avaliação de *softwares* educacionais voltados pra o ensino e aprendizagem de Matemática, desenvolvendo uma avaliação crítica na maneira de utilizar os *softwares*; iv) Internet e seus recursos, ressaltando seu uso para pesquisa, utilização de correio eletrônico, de ambientes de aprendizagem entre outros; v) Matemática e TIC aplicadas ao Ensino Fundamental e Médio, ou seja, desenvolvimento de atividades práticas que estimulem ações futuras (BARCELOS, 2004).

A inserção dessas temáticas na formação inicial dos professores contribui significativamente para uma formação mais crítica e apta ao uso das TIC no ambiente escolar.

É importante, porém, avaliar as dificuldades e as competências que consolidam o uso dos computadores no processo de ensino e aprendizagem, essencialmente na Educação Matemática. Há professores que não são adeptos a uma estrutura informatizada no currículo escolar, dessa forma criticam e confirmam que o aprendizado é conduzido apenas por métodos tradicionais. (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2003).

É notório que, além dos professores, alguns alunos não aceitam facilmente a inserção das tecnologias na educação, sendo acostumados a trabalharem com métodos mecanizados e não métodos investigativos (MORAN; MASETTO; BEHERENS, 2003). Além disso, vale destacar que a inserção das TIC na escola não se baseia simplesmente em instalar laboratórios com computadores e instruir professores somente para utilização de um determinado *software*, mas sim na elaboração de novos objetivos (MORAN; MASETTO; BEHERENS, 2003).

Segundo PONTE (2000, p.66), "as TIC não representam a alvorada de um mundo novo sem problemas". Alguns deles são: i) os *softwares* que prometem muito, mas não cumprem as propostas especificadas, ii) as expectativas e os mitos que se criam e que não têm qualquer hipótese de sustentação, iv) as dependências e estratégias de facilidade que põem em causa valores fundamentais como, por exemplo, compra e venda de trabalhos escolares (PONTE, 2000, p.66). Estes problemas refletem na educação (PONTE, 2000).

Existem outros conflitos que surgem com a introdução das TIC no ambiente escolar: i) questões físicas (relacionadas ao ambiente), ii) questões financeiras (relacionadas à administração de verbas, iii) de organização do uso (forma como os atores da organização escolar articulam os espaços, os tempos e os recursos), iv) desenvolvimento de pessoas (qualificação dos que compõem todos os setores), v) pedagógicas (conscientização quanto a objetivos educacionais e conhecimentos a serem construídos), vi) políticas e estratégias (referem-se ao rompimento da visão tradicional de poder na sala de aula e na escola e as questões que dizem respeito à relação dos atores com o espaço e o patrimônio público) (LIMA, 2003).

Estamos apontando pontos negativos, porém o objetivo deste trabalho é mostrar como o uso das TIC, como uma ferramenta pedagógica, pode contribuir na aprendizagem.

2 – RELATO DA PESQUISA

Tendo em vista o alcance dos objetivos estabelecidos, diversas etapas foram traçadas. Neste capítulo, descrevemos todas as etapas da pesquisa, são elas: i) elaboração da apostila de atividades, ii) elaboração do questionário, iii) teste exploratório das atividades, iv) aplicação das atividades e análise das respostas das atividades, v) análise das respostas do questionário.

2.1 – Elaboração da apostila de atividades.

A elaboração da apostila de atividades (Anexo 1) foi iniciada em maio de 2006, o que demandou pesquisas em livros de Cálculo Diferencial e Integral, *sites* sobre o assunto e estudo sobre os recursos que o *software* Winplot oferece para o estudo do tema.

Estas atividades têm como objetivo fazer com que o aluno perceba, através de cálculos e visualize com o auxílio dos recursos do *software*, que a área da região hachurada pode ser calculada pela integral da função no intervalo considerado, quando a região hachurada encontra-se acima do eixo x e calculada pelo oposto ou módulo da integral da função no intervalo considerado, quando a região hachurada encontra-se abaixo do eixo x. Também foram desenvolvidas atividades que visem ao cálculo da área de regiões que possuem parte acima e parte abaixo do eixo x, além do cálculo de área de regiões, acima do eixo x, entre duas curvas e cálculo de área de regiões entre duas ou mais curvas em qualquer lugar do plano.

De maneira geral, as atividades têm como finalidade mostrar que, quanto maior o número de retângulos contidos no intervalo no qual está a região hachurada, mais a soma das áreas desses retângulos se aproxima da área da região hachurada, ou seja, que a área da região hachurada corresponde ao limite da soma das áreas destes retângulos, quando o número de retângulos tende ao infinito.

Para melhor compreensão, a apostila foi organizada em cinco atividades, cada uma contendo itens e subitens, que visam a alcançar os objetivos estabelecidos através da investigação. Algumas atividades utilizavam arquivos eletrônicos (do Winplot) que foram preparados pelas autoras deste trabalho e instalados nos computadores que os alunos usaram (Anexo 2).

A atividade 1 teve como objetivo fazer com que o aluno perceba que a área de uma região qualquer entre a curva e o eixo x (estando a região acima do eixo x) pôde ser calculada através da integral da função no intervalo considerado. Esta atividade está dividida em cinco itens.

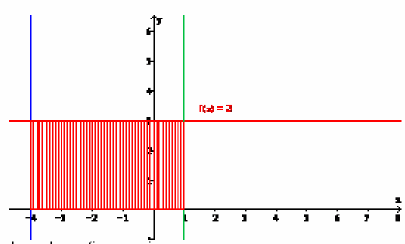
No item 1.1 desta atividade (Quadro 2.1), iniciamos solicitando o cálculo da área de uma região entre retas num intervalo considerado. No primeiro subitem, (letra **a**) o uso de conhecimentos de geometria plana foi necessário para o cálculo da área da região hachurada, que é um retângulo. A seguir (letra **b**), foi solicitado o cálculo da integral da função no intervalo considerado, e, após, a comparação das duas ações descritas.

Finalizando estes primeiros subitens (letra **d**), com o auxílio do recurso do *software* **Um**/**Medidas**/**Integrar**, com um número de **subintervalos** pequeno, que foram aumentados gradativamente, solicitamos que os alunos observassem os retângulos pelo **ponto médio**, **ponto à esquerda** e **ponto à direita** (Quadro 2.1) que apareceriam na tela, ao mesmo tempo, pois nesta região hachurada os valores seriam iguais. Foi pedido que comparassem o valor que aparece na janela do *software* com os valores encontrados nas letras **a**, **b.** Além disso, foi solicitado observar a região limitada pelos retângulos, objetivando mostrar que, quanto maior o número de subintervalos, maior é a quantidade de retângulos no intervalo considerado.

Quadro 2.1: Atividade 1 – 1.1

ATIVIDADE 1

Considere os gráficos em cada um dos itens abaixo, e faça o que se pede:
1.1)



a) Determine a área da região hachurada na figura acima.

b) Determine $\int_{-4}^{1} f(x)dx$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

---

d) No Winplot, abra o arquivo **ativ.1** (gráfico da função f(x) = 3 e região limitada pelo gráfico da função e o eixo x no intervalo considerado). Clique em **Um/Medidas/Integrar** coloque –**4** como limite inferior e **1** como limite superior. Digite 5 em **sub-intervalos**, ative **ponto médio, ponto à esquerda** e **ponto à direita**. Clique em **definida** e observe os valores que aparecem na janela **integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no + vinte vezes e continue observando. Compare o valor que está na janela **integração** com o encontrado nos itens a e b. Descreva o que você observou.

Os itens seguintes da atividade 1 (1.2 e 1.3) são parecidos com o item 1.1. No item 1.2, a região hachurada é um triângulo, e, no item 1.3, um trapézio. Os enunciados dos subitens **a, b, c, d** são iguais ao do item 1.1. Nos subitens **e, f, g** solicitamos, nestes itens, utilizar retângulos pelo **ponto médio** (Figura 2.1), pelo **ponto à esquerda** (Figura 2.2) e pelo **ponto à direita** (Figura 2.3) separadamente, visando a levar o aluno a perceber a diferença entre os valores mostrados pelo *software* (aproximações) devido à posição dos retângulos. Também foi solicitado observar a região limitada pelos retângulos, objetivando mostrar que, quanto maior o número de retângulos contidos no intervalo no qual está a região hachurada, mais a soma das áreas desses retângulos se aproxima da área da região hachurada.

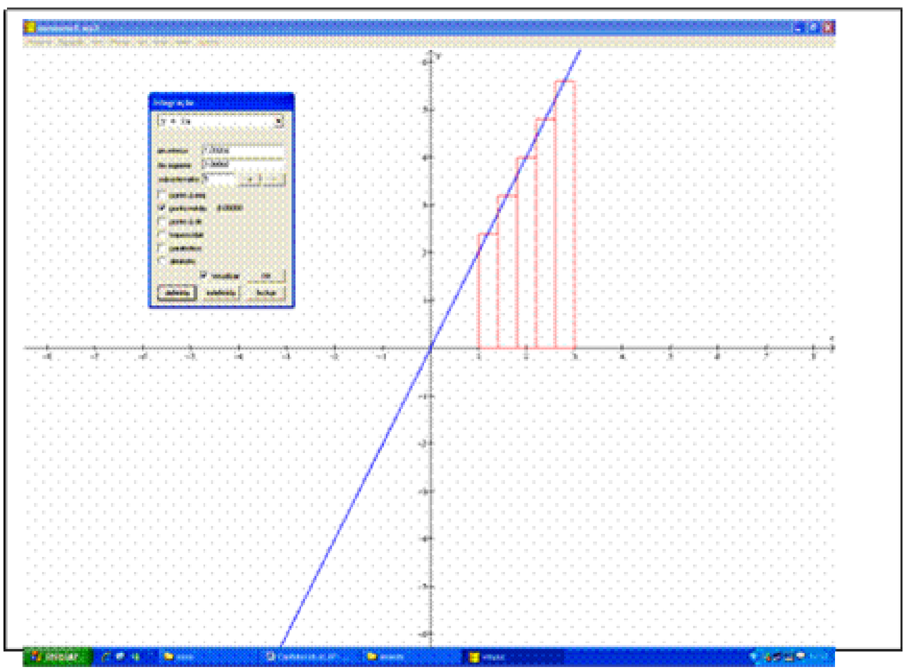


Figura 2.1: Atividade 1 – 1.2 - ponto médio

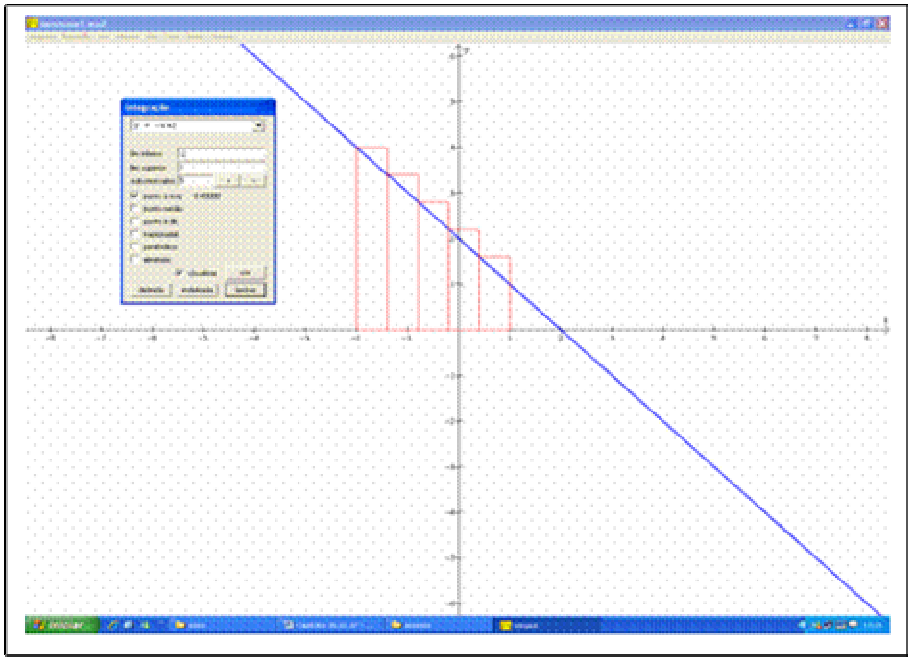


Figura 2.2: Atividade 1 - 1.3 - ponto à esquerda

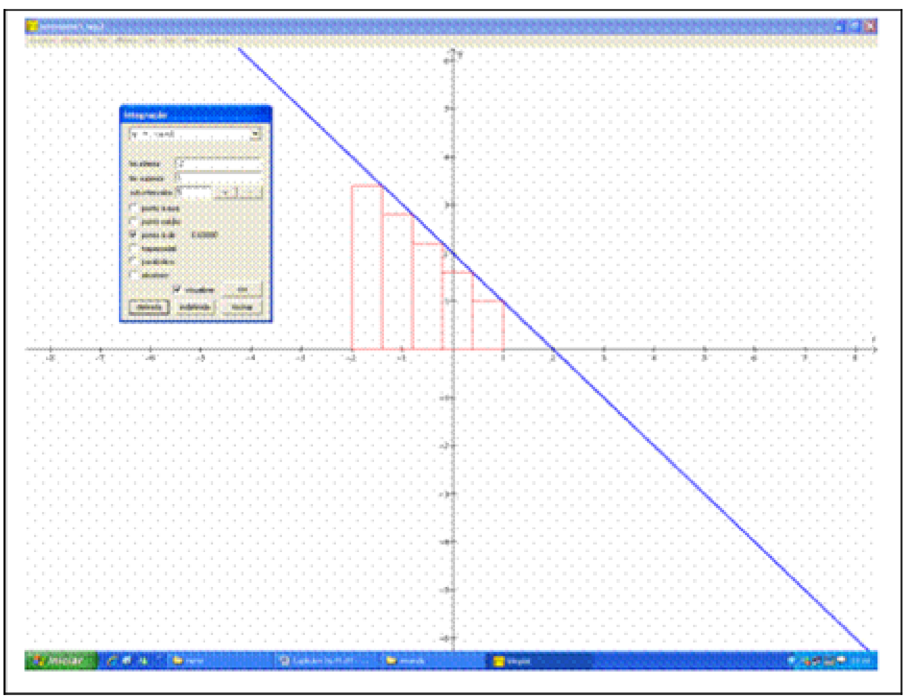


Figura 2.3: Atividade 1 - 1.3 - ponto à direita

O item 1.4 difere dos anteriores pelo fato da região hachurada não pode ser calculada utilizando fórmulas da geometria plana (Figura 2.4). Nesse, utilizando o recurso **Um/Medidas/Integrar**, começando com o número de **subintervalos** pequeno, aumentando estes gradativamente e ativando somente o **ponto médio**, solicitamos a relação existente entre a região hachurada e a região limitada pelos retângulos (comparação das superfícies e não do valor da área). Objetivamos levar o aluno a concluir que, quanto maior o número de retângulos contidos no intervalo no qual está a região hachurada, mais a região limitada pelos retângulos se aproxima da região hachurada.

No subitem **f**, sem utilizar os recursos do *software*, apenas observando a região hachurada no *software*, pedimos para calcular a soma da área de 4 retângulos e comparar o valor calculado com o valor que está na janela do *software*, com 4 subintervalos. Verificando que os valores são iguais, objetivamos despertar no aluno a idéia que o *software* calcula a soma da área dos 4 retângulos. Para aprimorar essa idéia, sem a necessidade do cálculo da soma da área dos retângulos para outras quantidades de subintervalos, solicitamos observar e registrar os valores apresentados na janela do *software* (subitem **g**). Estes subitens visam a associar a idéia geométrica com o cálculo aritmético.

Ainda com a janela do *software* aberta, com o número de subintervalos igual a 1000, pedimos para calcular a integral da função no intervalo considerado e comparar com o valor do *software*. Com isso, objetivamos que o aluno conclua que a área da região hachurada corresponde ao limite da soma da área dos retângulos, quando estes tendem ao infinito e que essa área pode ser calculada pela integral da função no intervalo considerado, assim como nos itens anteriores.

No subitem **i** é solicitado desativar o recurso **ponto médio** (Figura 2.4) e ativar o **ponto à esquerda** (Figura 2.5), pedindo a comparação entre altura dos retângulos no ponto médio e a mesma no **ponto à esquerda**. Da mesma forma, na letra j, é solicitado desativar o ponto à esquerda e ativar o ponto à direita (Figura 2.6). Embora estes recursos já tenham sido usados anteriormente, deixamos para esta atividade o registro da diferença entre eles, considerando que os diversos usos deles já permitiriam tal registro.

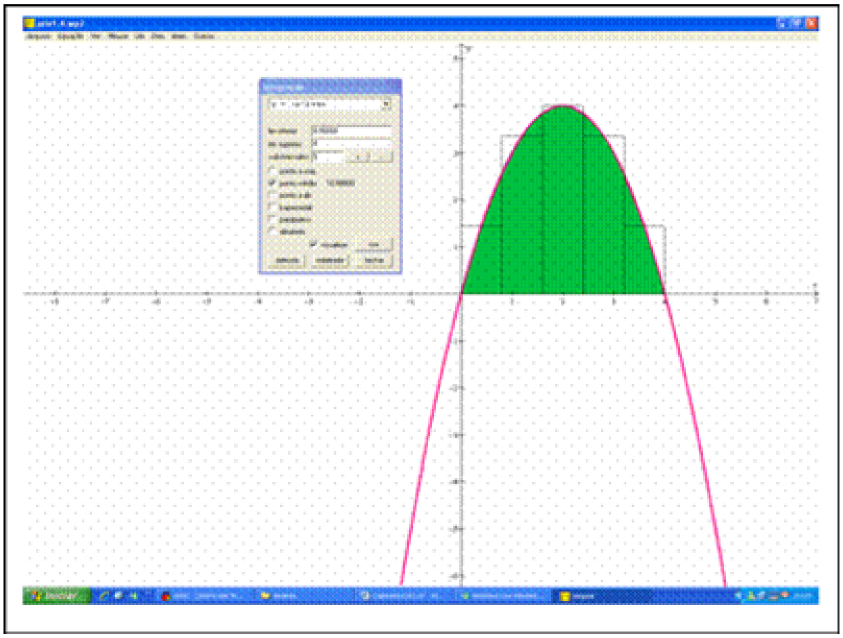


Figura 2.4: Atividade 1.4 - ponto médio

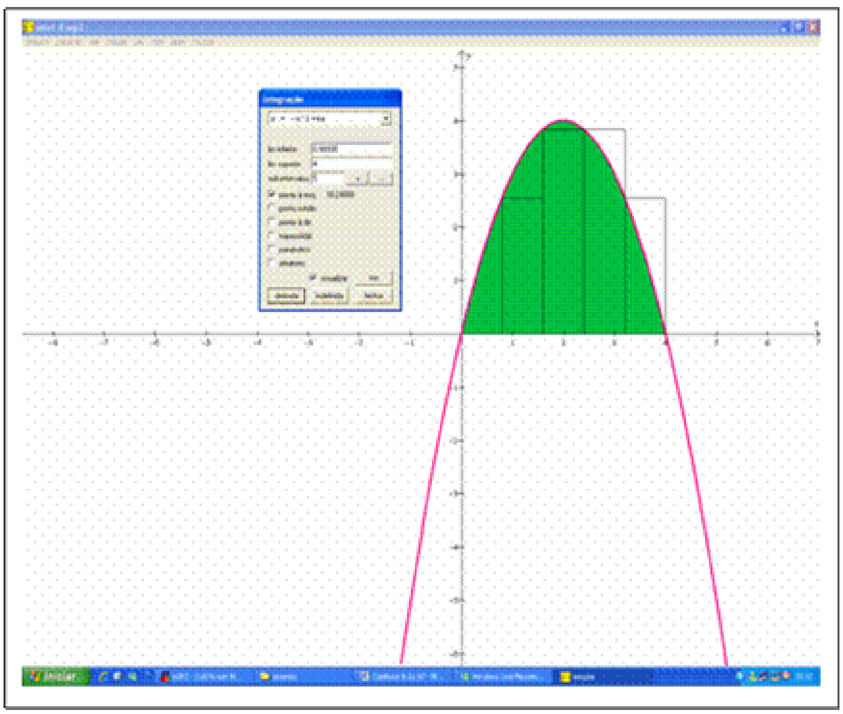


Figura 2.5: Atividade 1- 1.4- ponto à esquerda

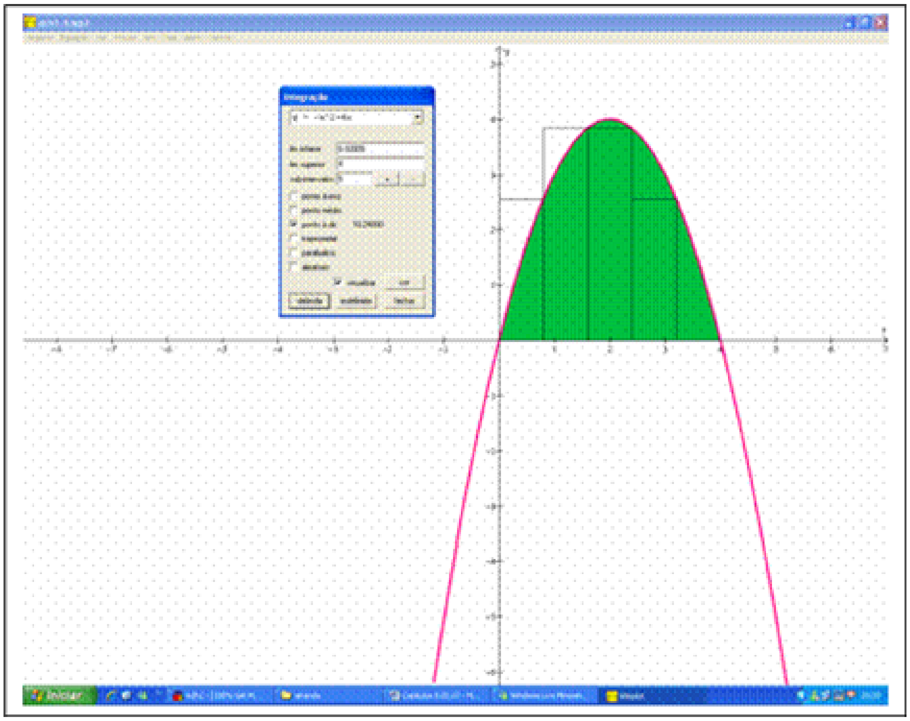


Figura 2.6: Atividade 1- 1.4 - ponto à direita

Ao final desta atividade, assim como em todas as outras, existe um espaço reservado para que explicitemos formalmente as conclusões expostas pelos participantes sobre as atividades trabalhadas (comentário). Além disso, nessa e em todas as outras atividades finaliza-se com exercícios semelhantes aos que aparecem nos livros didáticos, cuja finalidade é aplicar os conhecimentos adquiridos nos itens iniciais de cada atividade.

É importante ressaltar que a atividade 1 é pré-requisito para as seguintes.

A atividade 2 foi elaborada com o objetivo de facilitar a visualização que, quando a região hachurada está abaixo de eixo x (Figura 2.7), a área pode ser calculada pelo oposto ou módulo da integral da função no intervalo considerado. Assim como na atividade 1, inicialmente trabalhamos com as regiões delimitadas por uma reta e o eixo x. No item 2.1, a região hachurada é um retângulo, no item 2.2 um triângulo, e no item 2.3 um trapézio. Esses itens propõem atividades parecidas com os itens 1.1, 1.2 e 1.3. O item 2.5 possui uma região delimitada pelo eixo x e por uma parábola (esta região encontra-se abaixo do eixo x) (Figura 2.7), este possui uma proposta semelhante à do item 1.4 da atividade 1, porém de uma forma mais direta, visto que algumas idéias já haviam sido bem trabalhadas na atividade anterior.

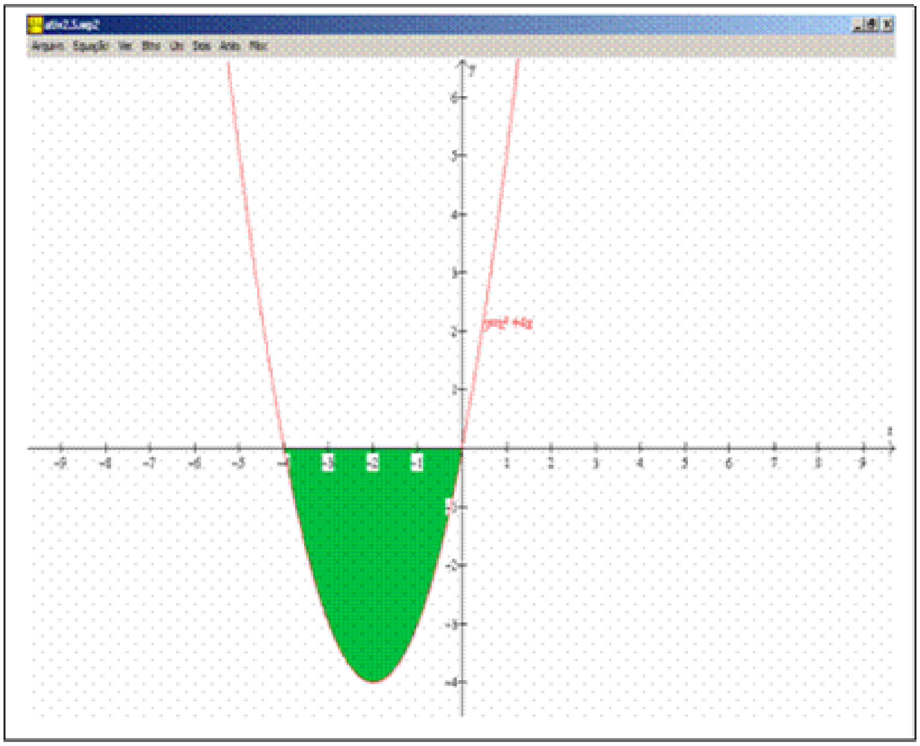


Figura 2.7: Atividade 2 - 2.5

A atividade 3 associa as atividades 1 e 2. A região hachurada tem parte acima do eixo x e parte abaixo do eixo x (Figura 2.8). Esta atividade tem como objetivo levar o aluno a perceber que a área dessa região pode ser calculada pelo oposto da integral da função no intervalo que está abaixo, mais a integral da função no intervalo que está acima do eixo x.

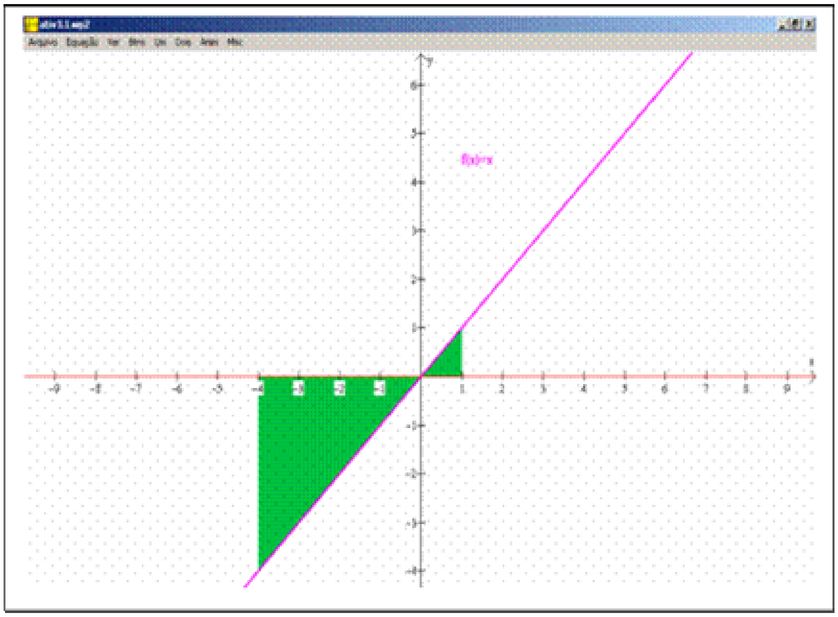


Figura 2.8: Atividade 3 – 3.1

Esta atividade visa também a levar o aluno a perceber que o *software* calcula a soma de Riemann e não a área, além de destacar que, em alguns casos, para o cálculo da área de uma região, é preciso dividir a região hachurada em dois ou mais intervalos. Os itens e os subitens são semelhantes aos já descritos nas atividades anteriores.

A atividade 4 tem como objetivo calcular a área da região (acima do eixo x) delimitada por duas curvas (Figura 2.9) quaisquer, fazendo com que os alunos deduzam que esta pode ser calculada pela integral da função que está por cima da região, menos a integral da função que está por baixo no intervalo considerado. Nesta atividade, usamos as conjecturas estabelecidas na atividade 1 para atingir o objetivo estabelecido desta.

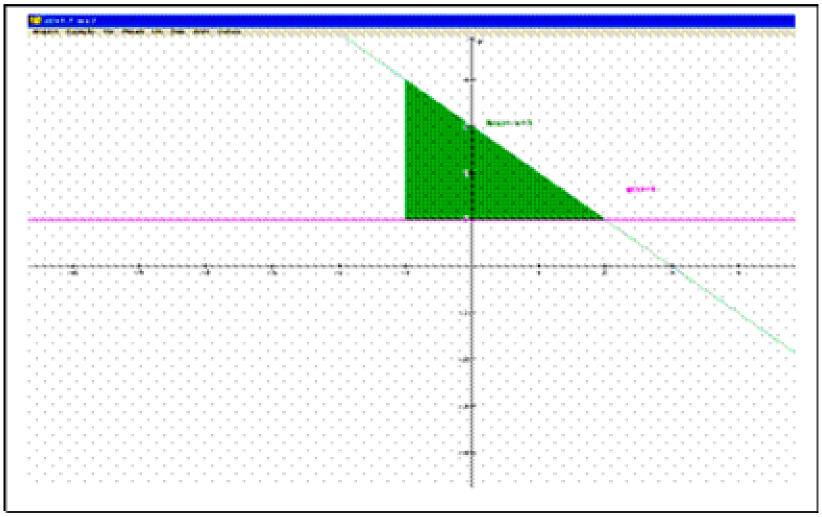


Figura 2.9: Atividade 4 – 4.1

A atividade 5 é análoga à atividade anterior, possuindo apenas um quadro explicativo (Quadro 2.2) que mostra que, quando a região hachurada está localizada em qualquer lugar do plano, esta pode ser transladada para cima do eixo x, fato que levará o aluno a perceber que a área da região hachurada pode ser calculada de forma análoga à usada na atividade 4.

Quadro 2.2: Observação da atividade 5

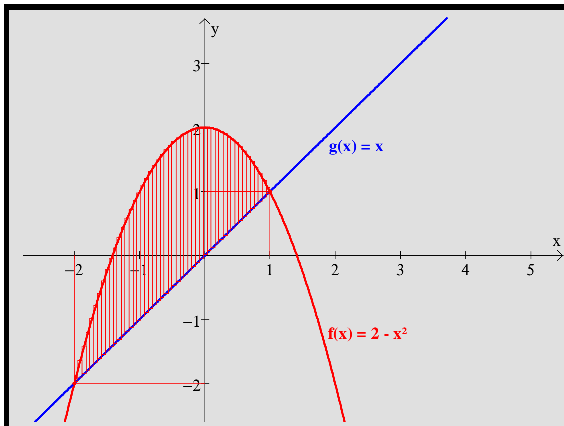


Figura 1:
Área limitada pelos gráficos f(x) = 2 - x^2 e g(x) = x

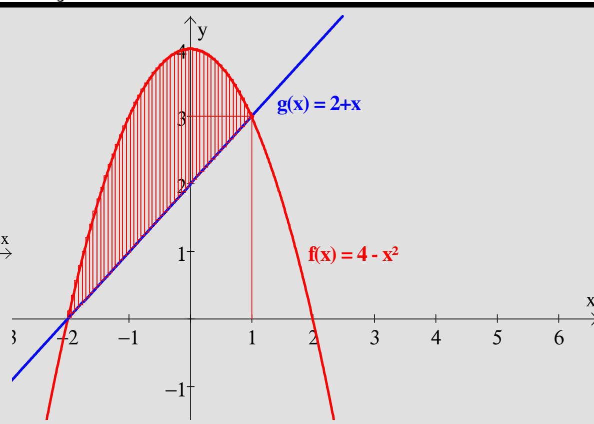
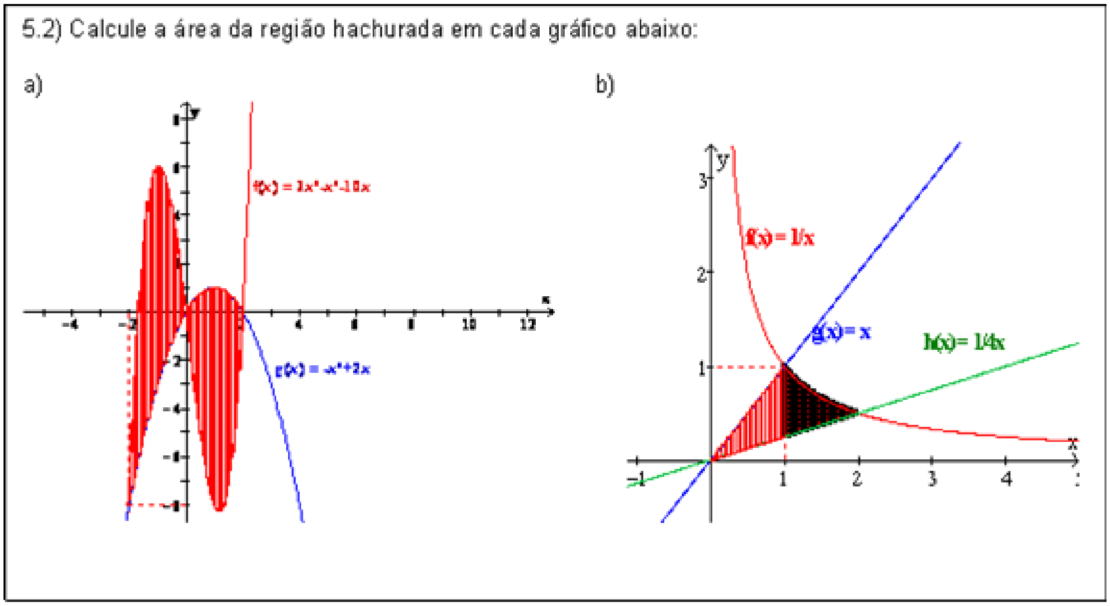


Figura 2:
Área limitada pelos gráficos f(x) = 4 - x^2 e g(x) = 2 + x

OBSERVAÇÃO: A área da figura 2 é a mesma da figura 1, pois o gráfico f(x) = 4 – x^2 é a translação vertical do gráfico f(x) = 2 - x^2 e o gráfico g(x) = 2 + x é a translação vertical do gráfico g(x) = x.

Como já mencionado, finalizamos cada atividade com exercícios para aplicar o que foi conjecturado. Porém, o último item dessa atividade possui exercícios que envolvem todas as atividades anteriores. A letra **a** (Quadro 2.3) trata-se de duas curvas localizadas em qualquer lugar do plano. O objetivo é fazer com que o aluno localize a intersecção entre as curvas e calcule a área dividindo-as em dois intervalos, visualizando qual curva está acima e qual está abaixo da região hachurada. A letra **b** (Quadro 2.3) é similar, porém trata-se de uma região limitada por três funções.

Quadro 2.3: Exercícios – atividade 5



Além das atividades da apostila, elaboramos um exercício extra (Anexo 3) que solicita o cálculo da área entre curvas, fornecendo somente a lei da função, ou seja, sem a visualização gráfica. O objetivo deste é que o aluno calcule a intersecção das curvas e identifique os intervalos nos quais há superfície limitada pelas funções, dividindo-os quando necessário.

2.2 – Elaboração do questionário

O questionário (Anexo 5) teve como objetivo geral diagnosticar se o uso do *software* Winplot, associado à resolução das atividades, contribui para a aprendizagem do conteúdo área entre curvas. Este contém nove perguntas fechadas, que possuem um espaço reservado para o comentário da opção escolhida, e duas perguntas abertas.

As perguntas abertas foram necessárias para analisarmos questões importantes, tais como pontos positivos e negativos das atividades resolvidas e opinião dos participantes sobre a importância do uso das TIC na formação do professor de Matemática, apontando possíveis vantagens e desvantagens.

As perguntas fechadas permitiram: i) verificar a contribuição do uso de *softwares* educacionais na construção dos conhecimentos matemáticos, ii) analisar se para o público alvo o papel do professor é importante nesse ambiente educacional, iii) averiguar como o processo de ensino aprendizagem dos conteúdos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral foi desenvolvido ao longo da graduação dos participantes, objetivando verificar se foi utilizado algum recurso tecnológico, iv) verificar a possibilidade do uso das atividades na prática docente dos participantes, v) identificar se as atividades possuem caráter investigativo, verificando se na visão dos participantes a proposta das atividades se baseia numa proposta construtivista.

2.3 – Teste Exploratório das Atividades

O teste exploratório teve como objetivo detectar possíveis falhas nas atividades elaboradas para este trabalho monográfico. O teste foi aplicado a um aluno do Curso de Licenciatura em Matemática e a uma professora de Cálculo Diferencial e Integral de uma Instituição Pública de Ensino Superior.

Com o aluno, o teste foi realizado em três encontros, na última semana de agosto de 2006, totalizando aproximadamente cinco horas. Vale destacar que este aluno já havia estudado o assunto (Área entre Curvas) em uma das disciplinas do seu curso.

No decorrer da resolução das atividades, houve o acompanhamento das autoras desta monografia. Ao realizar a primeira atividade, o aluno atingiu o objetivo esperado. Houve um pouco de dificuldade na execução de 2 subitens do item 1.2, fato justificado pelo aluno devido à presença de cálculos muito trabalhosos. Tais comentários conduziram a revisão desses itens que resultou na substituição de um deles. Notamos que não havia necessidade deste cálculo grande e optamos por utilizar os recursos do *software* para a mesma proposta.

A segunda atividade foi realizada mais rapidamente do que a primeira. O objetivo desta atividade também foi atingido. No item 2.1, o aluno indagou se era para calcular pelas fórmulas da Geometria Plana ou pela integral. Interpretamos este fato como conseqüência da resolução da primeira atividade e pelos conhecimentos que ele já possuía. Sendo assim, especificamos no enunciado das demais atividades o modo a ser utilizado para o cálculo da área da região hachurada.

Segundo o aluno, a atividade 3 apresenta grande riqueza metodológica. Ele relatou ser uma atividade de fácil entendimento e que traz uma proposta investigativa coerente ao que está sendo proposto pelo trabalho e comentou que:

> “A atividade 3 nos proporciona uma análise aprofundada de como encontrar a área da região sob determinada curva. Isso faz com que seja concluído: se a região estiver abaixo do eixo x devemos multiplicar o valor encontrado por (-1). Se a região estiver acima do eixo x é só achar o valor da integral. Se a região estiver acima e abaixo, faz-se o oposto daquela que está abaixo e soma-se com a que está acima”.

Devido às observações das atividades resolvidas no primeiro e no segundo encontro, antes que o aluno resolvesse a atividade 4, fizemos algumas modificações nos enunciados, visando a minimizar dúvidas. Sendo assim, na resolução desta atividade o aluno não sugeriu alterações. O objetivo foi atingido com êxito.

A atividade 5 foi de fácil compreensão, pois possui uma proposta similar à atividade 4, acrescentando uma explicação sobre a translação das curvas. Nenhuma modificação foi necessária.

Diante do teste exploratório, foi percebido que o objetivo geral das atividades foi alcançado, apesar de ocorrerem algumas modificações nos enunciados que foram ajustados para melhor compreensão dos alunos.

Segundo o aluno, o uso do *software* Winplot, associado às atividades que ele resolveu, apresentou uma proposta diferenciada do que ele havia estudado, contribuindo muito para a compreensão do tema. Finalizando, ele destacou que as atividades de investigação, associadas à visualização gráfica, desempenham um importante papel na aprendizagem, além de mostrar que existem maneiras não mecanizadas de estudar o assunto.

A professora de Cálculo Diferencial e Integral, que também realizou o teste exploratório, sugeriu algumas mudanças nos enunciados das atividades. Sua primeira colocação foi a sugestão de mudanças nas letras dos gráficos, solicitando que aumentasse a fonte da lei da função das curvas.

Assim como o aluno que realizou o teste exploratório, a professora também sugeriu que retirasse o item da atividade 1, que apresentava cálculos trabalhosos. Ela, então, sugeriu que solicitasse o uso dos recursos do *software* para atingir o mesmo objetivo.

Na atividade 2, foi sugerido que alguns itens fossem retirados, pois a atividade 1 já havia focalizado o assunto de forma clara, ficando repetitivo. As sugestões foram aceitas, pois entendemos que enriqueceria a apostila de atividades e tornaria o processo de ensino e aprendizagem mais dinâmico.

Segundo a professora, a proposta das atividades é bastante relevante para a aprendizagem do conteúdo, contribuindo significativamente para o estudo do tema. Relatou também que estas atividades possuem caráter investigativo, sendo isso um ponto positivo para a formação de futuros professores de Matemática.

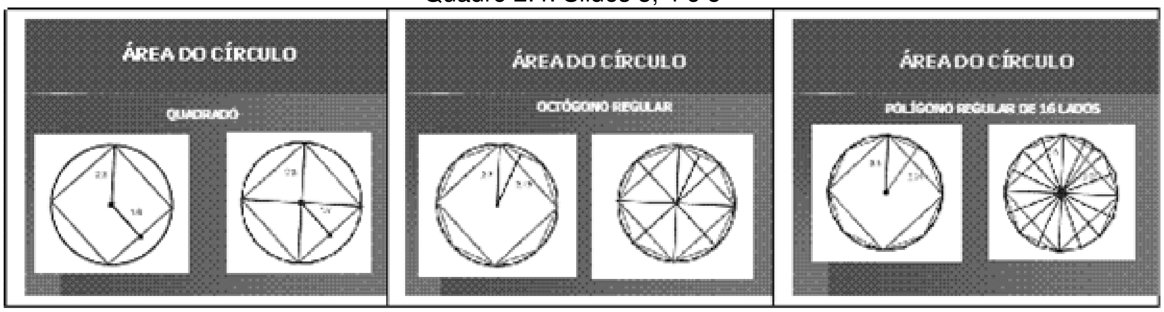
2.4 – Aplicação das Atividades e Análise das Respostas

A aplicação das atividades ocorreu numa Instituição Pública de Ensino Superior, em uma turma do 4º período do curso de Licenciatura em Matemática, que ainda não havia estudado o tema. Foram necessários sete tempos de aula, com duração de 50 minutos cada, distribuídos da seguinte forma: no primeiro encontro, foram utilizados três tempos de aula, e, no segundo e terceiro encontros, dois tempos de aula cada um. Vale ressaltar que todos os encontros foram realizados em laboratório de Informática, no qual foi utilizado o *software* Winplot. Durante a aplicação destas atividades, estavam presentes além das autoras desta monografia, a professora de Cálculo Diferencial e Integral da turma e a orientadora desta monografia. Os alunos já sabiam utilizar o Winplot, o que dispensou atividades de reconhecimento do *software*.

O primeiro encontro aconteceu no dia 20 de dezembro de 2006, com uma revisão do cálculo de integrais definidas pelo Teorema Fundamental do Cálculo, sendo este tema já estudado pelos alunos. Neste momento, apresentamos alguns slides. Estavam presentes, nesse primeiro encontro, 10 alunos.

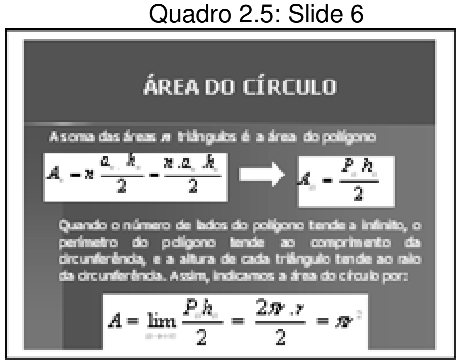
Comentamos que o cálculo de integrais definidas seria utilizado no desenvolvimento das atividades. Com o auxílio de *slides* foi recordada a dedução da fórmula para o cálculo da área do círculo a partir da área de polígonos regulares (decompostos em triângulos) inscritos numa circunferência (Quadro 2.4).

Quadro 2.4: Slides 3, 4 e 5



Vale destacar que o objetivo dos slides do Quadro 2.4 foi mostrar que, quando o número de lados do polígono tende a infinito, o polígono tende à circunferência.

Quadro 2.5: Slide 6



No último *slide* (Quadro 2.5) desta etapa foi deduzida a fórmula da área do círculo utilizando limite. Idéia análoga à que seria trabalhada nas atividades que os alunos resolvessem logo em seguida.

Após a apresentação dos *slides* citados, foi distribuída a apostila de atividades (Anexo 1) aos alunos e pedido que eles resolvessem a atividade 1.

A atividade 1 foi de fácil resolução. Inicialmente surgiram algumas dúvidas em relação ao cálculo da integral definida (fórmula), devido a esse fato foi feito uma pequena revisão das regras para o cálculo de integral definida. Essa revisão foi feita no quadro.

O cálculo da área das regiões dos itens 1.1, 1.2, 1.3, por geometria plana, foi realizado com êxito. Ao responder a letra **d** do item 1.1, todos responderam que o valor que o *software* apresenta é o mesmo do cálculo da área por geometria plana e pela integral definida no intervalo, o que está correto nestes casos. Mas esse fato foi considerado, pela grande maioria, como uma generalização. Eles acharam que este valor seria o mesmo para qualquer curva, tanto considerando retângulos pelo **ponto médio**, pelo **ponto à esquerda** e pelo **ponto à direita**, mas verificaram, ao realizarem as atividades seguintes, que não seria. Enfim, perceberam que o que aconteceu no item 1.1 foi devido à forma retangular da região hachurada.

Figura 2.10: Participante realizando atividade 1 - item 1.1

Quadro 2.6: Resposta do Participante 1 ao item 1.1- subitem d

d) No *Winplot*, abra o arquivo **ativ1.1** (gráfico da função f(x) = 3 e região limitada pelo gráfico da função e o eixo x no intervalo considerado). Clique em **Um/Medidas/Integrar** coloque - **4** como limite inferior e **1** como limite superior. Digite 5 em **sub-intervalos**, ative **ponto médio**, **ponto à esquerda** e **ponto à direita.** Clique em **definida** e observe os valores que aparecem na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no + vinte vezes e continue observando. Compare o valor que está na janela **Integração** com o encontrado nos itens a e b. Descreva o que você observou.

A integração da função, no intervalo de [-4,1] no eixo das abcissas resultou nos mesmos resultados dos itens a e b, ou seja, os valores que aparecem na janela Integração são os mesmos que foram calculados anteriormente.

Analisando a resposta (Quadro 2.6), verificamos que o participante logo percebeu que os valores que aparecem na janela do *software* são iguais aos calculados nos itens anteriores e que estes correspondem ao cálculo da integral da função no intervalo considerado.

Nos itens 1.2, 1.3 (letras **d, e, f**) e 1.4, os participantes perceberam que o valor que estava na tela, quando ativado o recurso **ponto médio,** era igual ao calculado por geometria plana e ao cálculo da integral no intervalo e que os valores pelo **ponto à esquerda** e **à direita** eram próximos do valor da área hachurada. Alguns acharam que isso valeria para todas as curvas, porém, quando questionados sobre o fato, observaram que as regiões dos retângulos fora da região hachurada eram aproximadamente as partes da região hachurada não contidas nos retângulos.

Quadro 2.7: Resposta do Participante 1 ao item 1.2- subitens d, e, f

d) No *Winplot*, abra o arquivo **ativ1.2** (gráfico da função f(x) = 2x e região limitada pelo gráfico da função e o eixo x no intervalo considerado). Clique em **Um/Medidas/Integrar** coloque **0** como limite inferior e **3** como limite superior. Digite 5 em **sub-intervalos**, ative apenas **ponto à direita** e **visualizar**; a seguir clique em **definida**; observe o valor que aparece na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no **+** vinte vezes e continue observando. Descreva o que você observou.

Quanto mais se dividir em sub- intervalos, o valor encontrado tende ao valor encontrado nos itens anteriores, ou seja, 9 (nove)

e) Ainda no arquivo **ativ1.2**, com o mesmo limite inferior e superior, coloque 5 em **sub-intervalos** ative apenas **ponto à esquerda** e **visualizar.** Clique em **definida** e observe o valor que aparece na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no **+** vinte vezes e continue observando. Descreva o que você observou.

Quanto mais dividir, ou aumentar o sub-intervalos, o valor da integracão tende ao valor encontrado na integracão algébrica, ou seja, $\int_0^3 f(x)\,dx = 9$.

f) Ainda no arquivo **ativ1.2**, com o mesmo limite inferior e superior, coloque 5 em **sub-intervalos** ative apenas **ponto médio** e **visualizar.** Clique em **definida** e observe o valor que aparece na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no **+** vinte vezes e continue observando. Descreva o que você observou.

Ao ativar o ponto médio, o valor encontrado é o mesmo que encontrei na integracão algebricamente, pois os triângulos sobressalentes encaixam-se perfeitamente nas regiões que faltam, representado assim:

Analisando a resposta (Quadro 2.7), notamos que o participante percebeu que os valores, utilizando os recursos **ponto à esquerda** e **ponto à direita,** correspondiam a aproximações do cálculo da integral da função no intervalo, e, consecutivamente, a aproximações da área da região hachurada. Percebemos também, com sua resposta, ao subitem **f** que ele notou que as regiões dos retângulos fora da região hachurada eram aproximadamente as partes das regiões hachuradas não contidas nos retângulos (Quadro 2.7).

Todos os participantes perceberam que, se aumentando a quantidade de **subintervalos** pelos três recursos, nestes itens, aumenta a quantidade de retângulos e mais próxima a soma da área dos retângulos fica da área da região hachurada. Este fato foi muito importante para a compreensão de todas as atividades seguintes, pois focalizava a proposta principal, servindo como base para a resolução das outras atividades.

Figura 2.11: Participante realizando atividade 1- item 1.2

O item 1.4 foi realizado corretamente. Apenas três alunos tiveram uma dificuldade na resolução das letras **g** e **h**. Eles não perceberam que a altura dos retângulos deixava de ser o ponto médio do subintervalo e passava a ser o extremo esquerdo do subintervalo. O mesmo aconteceu quando passava do ponto à esquerda para o ponto à direita.

Quadro 2.8: Resposta do Participante 7 ao item 1.4- subitens i, j

i) Nos itens anteriores os retângulos considerados tinham como altura o ponto médio do intervalo considerado, porém podemos utilizar outros segmentos como altura no intervalo considerado. Para tanto, ainda no arquivo **ativ1.4** (com o mesmo limite inferior e superior) coloque 10 em **sub-intervalos**, clique em definida e observe a figura. Desative **ponto médio**, ative **ponto à esquerda** e a seguir clique em definida. Observe a figura e descreva o que você observou quanto à altura dos retângulos comparando-as quando o **ponto médio** estava ativado e quando o **ponto à esquerda** foi ativado.

Ponto médio ativado => altura no ponto médio da base

Ponto à esquerda => altura é a dimensão esquerda do retângulo, excedente à direita 10,56

j) Ainda no arquivo **ativ1.4** (com o mesmo limite inferior e superior e mantendo o número 10 em **sub-intervalos**), desative **ponto à** esquerda, ative **ponto à direita** e a seguir clique em **definida**, observe a figura. Descreva o que você observou quanto à altura dos retângulos comparando-as quando o **ponto à esquerda** estava ativado e quando o **ponto à direita** foi ativado.

Altura é a dimensão direita do retângulo, a área excedente fica à esquerda. 10,56

Averiguando a resposta (Quadro 2.8), notamos que esse participante atentou-se não somente ao fato de que a altura dos retângulos deixava de ser o ponto médio e passava a ser o ponto à esquerda, mas também percebeu que a área que fica excedente à região hachurada encontra-se à direita. Percebeu também este fato quando passava do ponto à esquerda para o ponto à direita.

Ao término da resolução da atividade 1, foram comparadas as respostas dos alunos, sendo escolhido, aleatoriamente, um aluno que pudesse responder os itens solicitados. Ao fim da atividade as mediadoras, fizeram um comentário geral explicitando, em linguagem matemática, o que os alunos deduziram através da resolução desta atividade (Quadro 2.9).

Quadro 2.9: Comentário Atividade 1

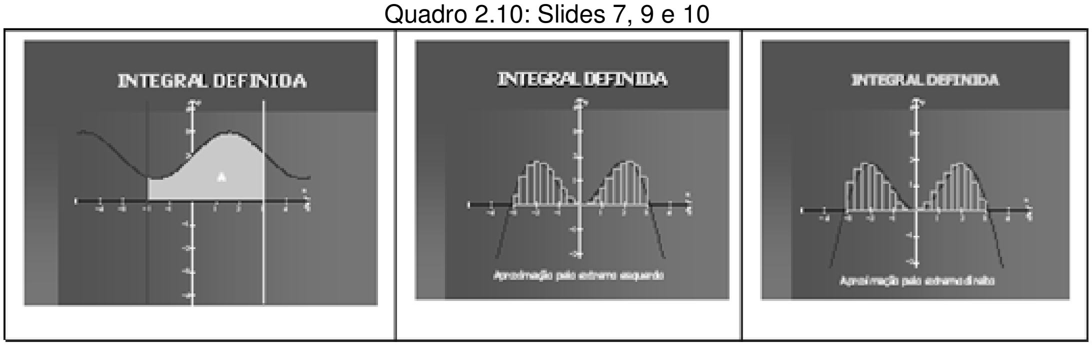
Comentário sobre a atividade 1:

Se a função f for contínua em [a,b] e $f(x) \geq 0$ para todo x em [a,b], então a área sob a curva $y = f(x)$ no intervalo [a,b] é definida por

$A = \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k) \cdot \Delta x = \int_a^b f(x)\,dx$

A seguir foram apresentados três *slides* os quais revisaram a atividade 1 (Quadro 2.10).

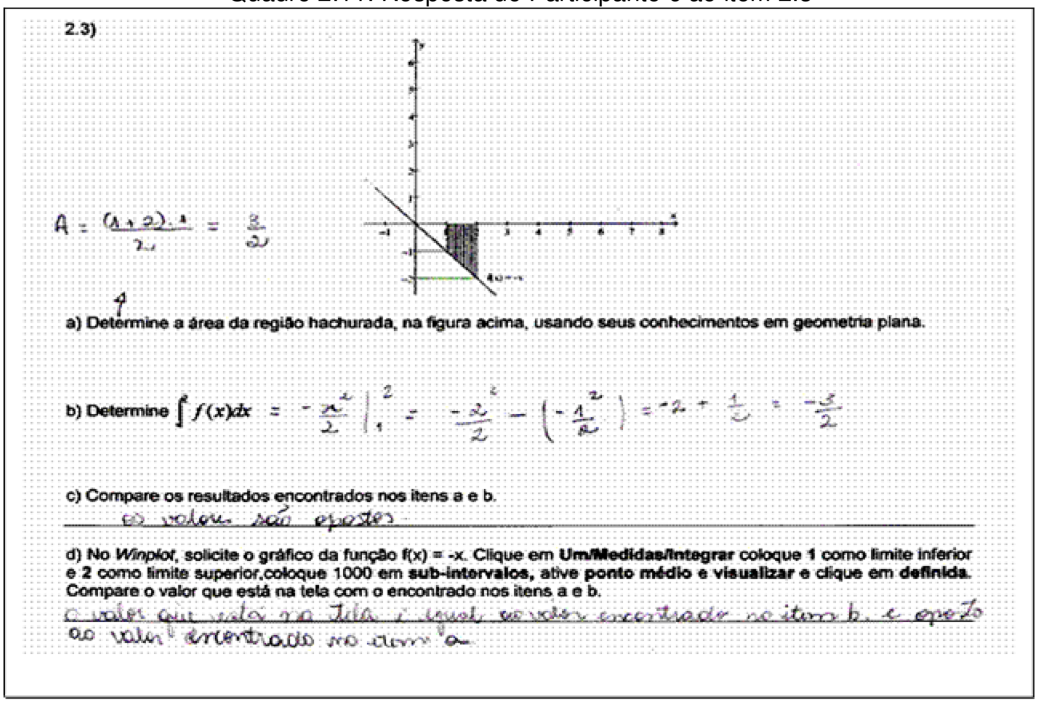
Quadro 2.10: Slides 7, 9 e 10



Em seguida, foi solicitado aos alunos que iniciassem a resolução da atividade 2, que, por sua vez, fora realizada em menos tempo que a anterior. Atribuímos esse fato a semelhanças desta com a atividade 1. Vale ressaltar que todas as atividades possuem caráter investigativo visando à construção do conhecimento a partir do estabelecimento de conjecturas.

Os itens 2.1, 2.2 e 2.3 das atividades foram respondidos rapidamente. Através do cálculo da área por geometria plana e pelo cálculo da integral no intervalo considerado. Os alunos logo perceberam o objetivo desta atividade. Eles também notaram que o valor que o *software* apresenta não corresponde à área, mas o somatório de $f(x_0)$ por Δx, sendo $f(x_0)$ a imagem de um *x* considerado no subintervalo e Δx a largura do intervalo.

Quadro 2.11: Resposta do Participante 6 ao item 2.3



2.3)

$A = \frac{(1+2).1}{2} = \frac{3}{2}$

a) Determine a área da região hachurada, na figura acima, usando seus conhecimentos em geometria plana.

b) Determine $\int f(x)dx = -\frac{x^2}{2}\Big|_1^2 = -\frac{2^2}{2} - \left(-\frac{1^2}{2}\right) = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

os valores são opostos

d) No *Winplot*, solicite o gráfico da função f(x) = -x. Clique em Um/Medidas/Integrar coloque 1 como limite inferior e 2 como limite superior,coloque 1000 em sub-intervalos, ative ponto médio e visualizar e clique em definida. Compare o valor que está na tela com o encontrado nos itens a e b.

o valor que esta na tela é igual ao valor encontrado no item b. e oposto ao valor encontrado no item a

Observando a resposta do item 2.3 (Quadro 2.11) notamos que os participantes perceberam que quando a região hachurada está abaixo do eixo x a área corresponde ao oposto da integral no intervalo considerado.

O item 2.5 (atividade 2), tratava-se da região limitada pelo eixo x e por uma parábola num intervalo no qual a região ficaria abaixo do eixo x (Figura 2.12), as resoluções das letras **a**, **b** foram realizadas com êxito (Quadro 2.12).

A resposta mostrada no quadro 2.12 mostra a simplicidade da grande maioria das respostas dos participantes. Nota-se que não existe um rigor no vocabulário usado. Eles usam uma linguagem mais informal sem muita formalidade Matemática. Apesar disso a idéia apresentada nas conclusões de suas conjecturas está correta.

Quadro 2.12: Resposta do Participante 7 ao item 2.5

2.5) Abra o arquivo **ativ2.5** (gráfico da função f(x) = $x^2 + 4x$ e região limitada pelo gráfico da função e o eixo x no intervalo considerado)

a) Determine $\int_{-4}^{0}(x^2+4x)dx$ = -10,666

b) Ainda no arquivo **(ativ2.5)**clique em **Um/Medidas/Integrar**, coloque **-4** como limite inferior e **0** como limite superior. Digite 50 em **sub-intervalos** ative **ponto médio**, **ponto à esquerda** e **ponto à direita.** Clique em **definida.** Observe os valores que aparecem na janela, clique no **+** dez vezes continue observando os valores. Compare os valores que aparecem na janela **Integração** com o resultado encontrado na letra **a**. Os valores que aparecem na janela **Integração** correspondem a aproximações da área da região hachurada? Descreva o que você observou.

Em módulo sim. Aumentando os sub-intervalos os valores à direita e à esquerda aumentam, continuando iguais entre si, o valor no ponto médio diminue, se aproximando do valor à direita e à esquerda

Figura 2.12: Participante realizando atividade 2- item 2.5

De forma análoga a atividade 1, foi pedido aos alunos compartilhassem suas respostas e suas opiniões acerca da atividade. Ao término desta, foi feito o comentário geral pelas mediadoras (Quadro 2.3), transformando em linguagem Matemática as respostas dos alunos.

Quadro 2.13: Comentário Atividade 2

Comentário sobre a atividade 2:

Se a função f for contínua em [a,b] e f(x) ≤ 0 para todo x em [a,b] então a área entre a curva y = f(x) e eixo x, no intervalo [a,b] é definida por $A = -\int_b^a f(x)dx$.

A resolução do item 2.6 (exercício sem auxílio do *software*) foi realizada pelos alunos, tendo a compreensão de todos os presentes.

A resolução da terceira atividade foi realizada no segundo encontro com a turma, realizado no dia 22 de dezembro de 2006, com a presença de 8 alunos. Durante a realização desta atividade, foram registradas algumas dificuldades dos alunos, no que diz respeito à interpretação do valor apresentado pelo *software*.

Para resolução da atividade 3 foi necessário o uso das conjecturas estabelecidas nas atividades 1 e 2, pois se tratava de uma região com parte abaixo do eixo x e região com parte acima do eixo x (Figura 2.11).

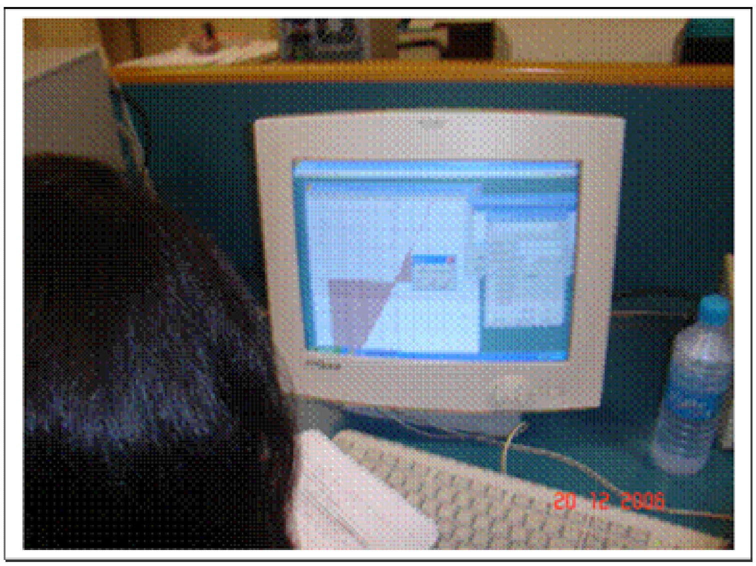
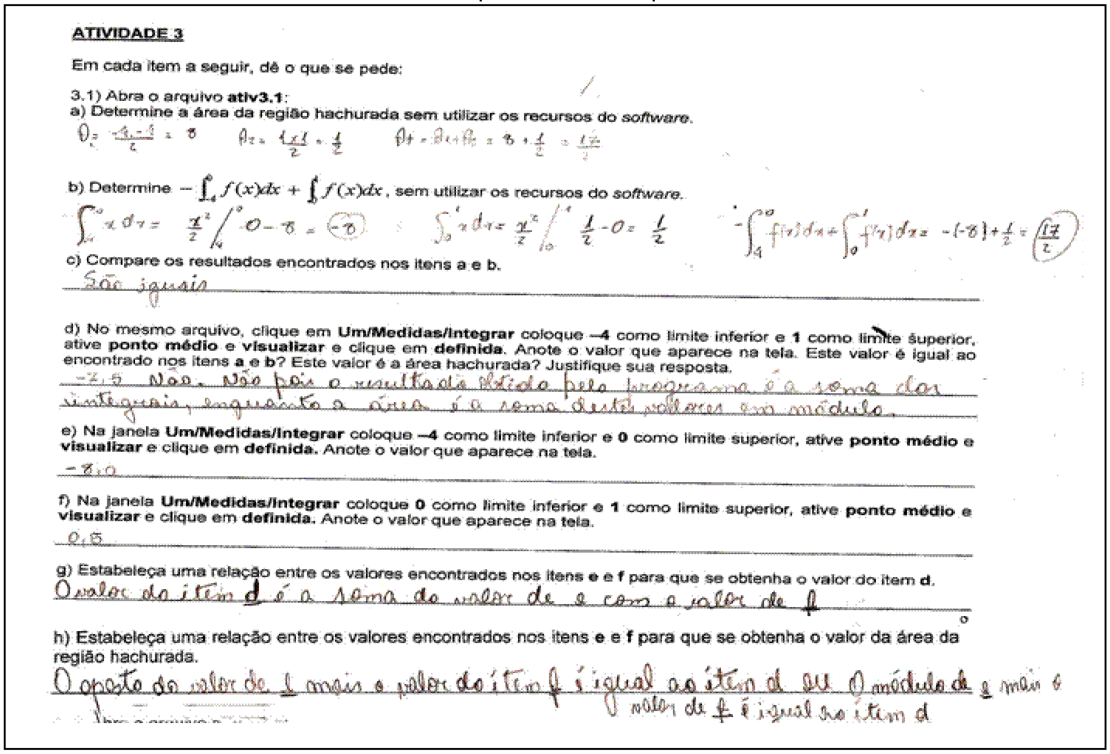


Figura 2.13: Participante realizando atividade 3 – item 3.1

A maior dificuldade dos alunos foi resolver o subitem **d** do item 3.1. O valor encontrado na letra **a**, corresponde ao valor da área hachurada entre a curva e o eixo x no intervalo considerado e o valor da letra **d**, corresponde ao valor calculado pelo *software*, sendo este valor a soma de Riemann (Quadro 2.14).

Quadro 2.14: Resposta do Participante 9 ao item 3.1



ATIVIDADE 3

Em cada item a seguir, dê o que se pede:

3.1) Abra o arquivo **ativ3.1**:

a) Determine a área da região hachurada sem utilizar os recursos do *software*.

$A_1 = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \quad A_2 = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2} \quad A_T = A_1 + A_2 = 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$

b) Determine $-\int_{-4}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx$, sem utilizar os recursos do *software*.

$\int_{-4}^{0} x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{-4}^{0} = 0 - 8 = -8 \quad \int_0^1 x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2} \quad -\int_{-4}^{0} f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx = -(-8) + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

São iguais

d) No mesmo arquivo, clique em **Um/Medidas/Integrar** coloque **–4** como limite inferior e **1** como limite superior, ative **ponto médio** e **visualizar** e clique em **definida**. Anote o valor que aparece na tela. Este valor é igual ao encontrado nos itens **a** e **b**? Este valor é a área hachurada? Justifique sua resposta.

-7,5 Não. Não pois o resultado obtido pelo programa é a soma das integrais, enquanto a área é a soma destes valores em módulo.

e) Na janela **Um/Medidas/Integrar** coloque **–4** como limite inferior e **0** como limite superior, ative **ponto médio** e **visualizar** e clique em **definida.** Anote o valor que aparece na tela.

-8,0

f) Na janela **Um/Medidas/Integrar** coloque **0** como limite inferior e **1** como limite superior, ative **ponto médio** e **visualizar** e clique em **definida.** Anote o valor que aparece na tela.

0,5

g) Estabeleça uma relação entre os valores encontrados nos itens **e** e **f** para que se obtenha o valor do item **d**.

O valor do item d é a soma do valor de e com o valor de f

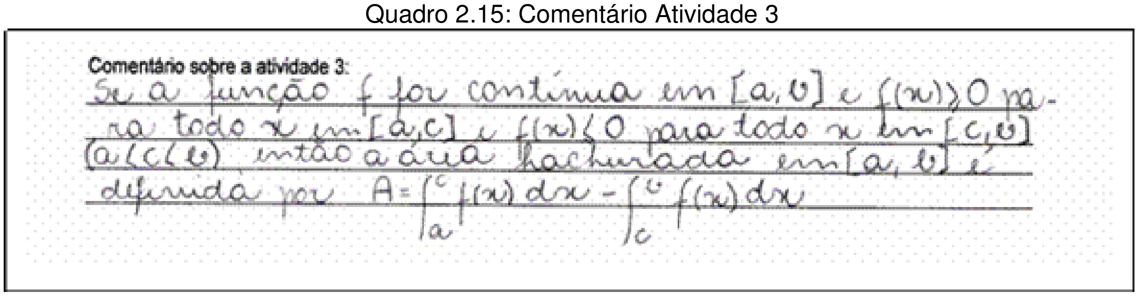
h) Estabeleça uma relação entre os valores encontrados nos itens **e** e **f** para que se obtenha o valor da área da região hachurada.

O oposto do valor de e mais o valor do item f é igual ao item d ou O módulo de e mais o valor de f é igual ao item d

O quadro acima mostra que o participante 9, ao resolver a letra **d** do item 3.1, notou que o *software* não calcula a área da região hachurada.

Após análise da proposta da atividade realizada foi solicitado aos alunos que expusessem suas respostas de modo a levantar um diagnóstico acerca da atividade 3. Em seguida foi escrito o comentário geral (Quadro 2.15).

Quadro 2.15: Comentário Atividade 3



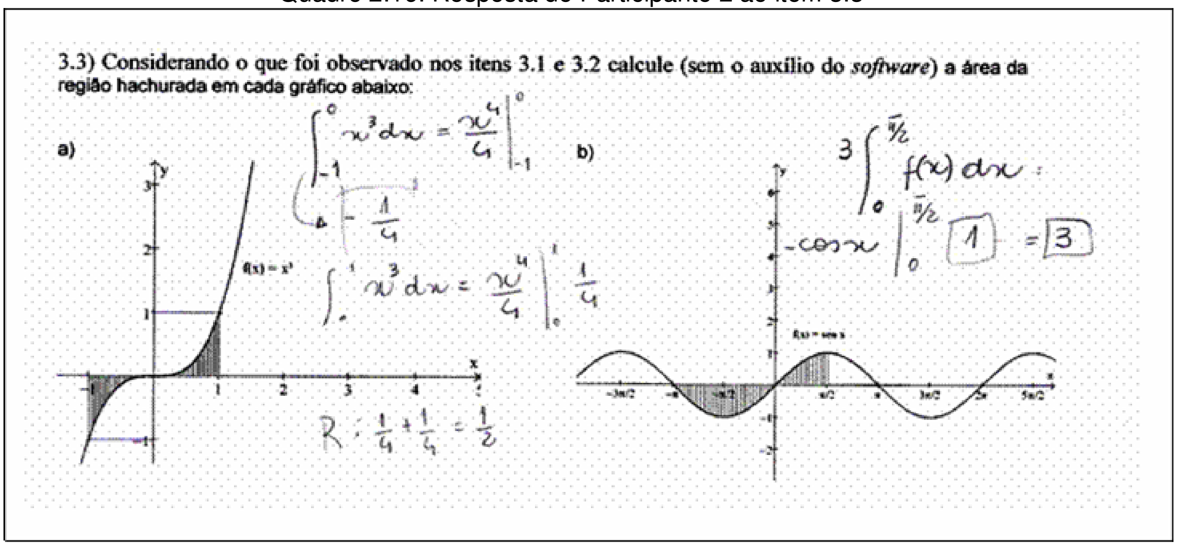
Comentário sobre a atividade 3:

Se a função f for contínua em $[a, b]$ e $f(x) \geq 0$ para todo x em $[a, c]$ e $f(x) \leq 0$ para todo x em $[c, b]$ $(a < c < b)$ então a área hachurada em $[a, b]$ é definida por $A = \int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)\,dx$

O comentário desta atividade foi mais difícil de ser compreendido do que o das atividades 1 e 2. Foi necessário utilizar exemplos de gráficos no *software* para formalizar as conjecturas desta atividade. Este fato demonstrou o que Gravina, Santa e Rosa (1998) relatam quando indagam que num ambiente informatizado, o aluno pode refletir e pensar as suas idéias criadas e que é nesse ambiente computadorizado adequado a uma proposta construtivista que leva o aluno à criação de suas próprias conjecturas e torna-se um veículo de materialização de idéias que ajudam na superação de obstáculos inerentes na Educação Matemática.

Ao término do comentário foi sugerido aos alunos que resolvessem os exercícios do item 3.3 (Quadro 2.16).

Quadro 2.16: Resposta do Participante 2 ao item 3.3



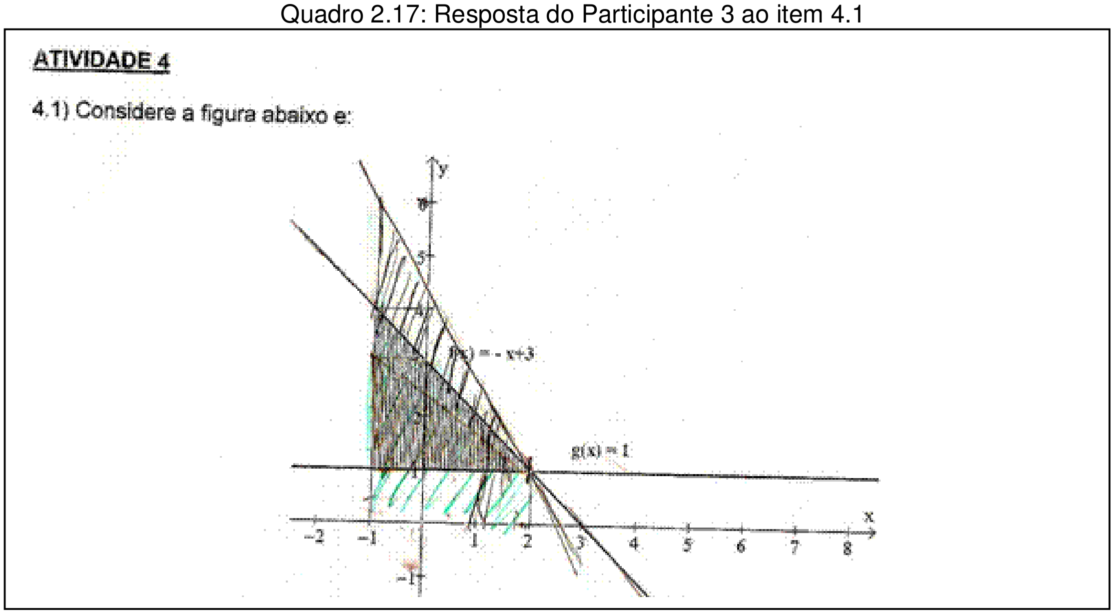
Os exercícios desta atividade foram resolvidos pelos alunos e comentados pelas mediadoras. Achamos necessária essa ação para despertar nos alunos os vários caminhos para se calcular as áreas pedidas. Foi indagado como calcularam a área hachurada na letra **a**. Um participante comentou que calculou assim: $área = -\int_{-1}^{0} x^3 dx + \int_{0}^{1} x^3 dx$. Todos concordaram e confirmamos que estava correto, mas continuamos a perguntar se alguém resolveu de outra forma. Um outro participante comentou que calculou inicialmente $-\int_{-1}^{0} x^3 dx$ e multiplicou este valor por 2, já que esta é uma curva simétrica em relação a origem. Perguntamos aos outros alunos se a resposta dada estava correta, todos concordaram. Ao comentarmos a letra **b**, os participantes responderam que a forma mais rápida de calcular a área seria assim: $área = 3.\left(\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x dx\right)$, resposta esta decorrente da discussão do item **a**.

Pôde ser percebido na resolução desta atividade, já mencionado anteriormente por Moran (1995), que as tecnologias de comunicação não substituem o professor, mas modificam algumas das suas funções. As atividades resolvidas pelos alunos trouxeram bastante satisfação às autoras da monografia, ratificando o que Moran (1995) diz quando afirma que o professor se transforma agora no estimulador da curiosidade do aluno por querer conhecer, por pesquisar, por buscar a informação mais relevante. Em seguida, coordena o processo de apresentação dos resultados pelos alunos, depois, questiona alguns dos dados apresentados. (MORAN, 1995).

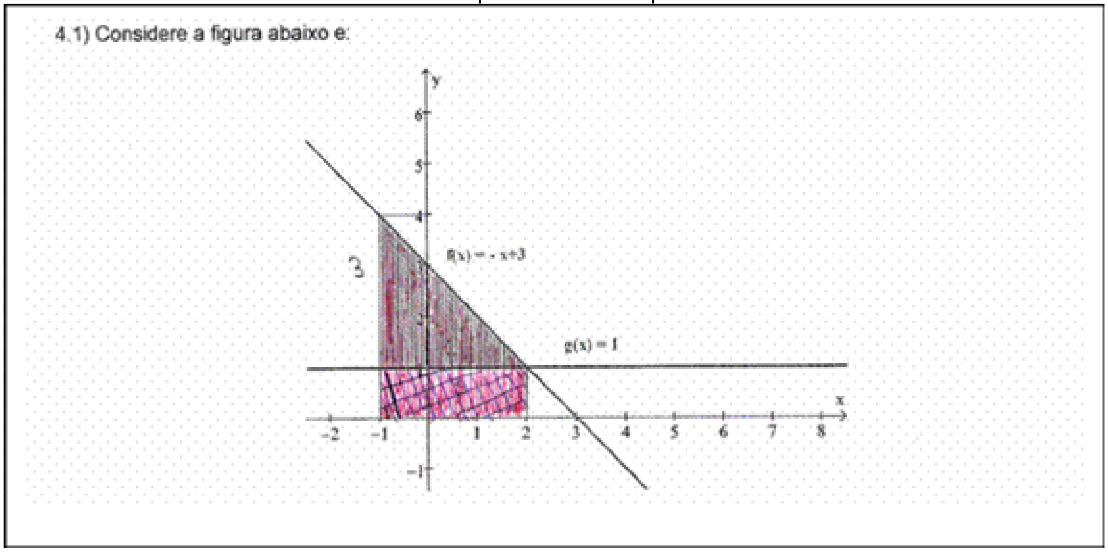
A atividade 4 foi realizada no terceiro encontro, realizado no dia 3 de janeiro de 2007. Nesse encontro estavam presentes 9 alunos. O objetivo desta foi alcançado por todos os alunos.

Na resolução do item 4.1 - letra **c**, que pedia para pintar a área calculada na letra **b**, quatro alunos apresentaram um pouco de dificuldade, pois não perceberam que deveriam pintar toda a área delimitada pelas retas f(x) = -x + 3, x = -1 e x = 2. O participante 3 achou que deveria pintar a área delimitada pelos limites do intervalo e desconsiderou a reta f(x) = - x +3 (Quadro 2.17). Fizemos alguns questionamentos sobre o que ele havia feito e logo ele percebeu que deveria refazer a atividade. O Quadro 2.18 mostra as regiões pintadas corretamente.

Quadro 2.17: Resposta do Participante 3 ao item 4.1



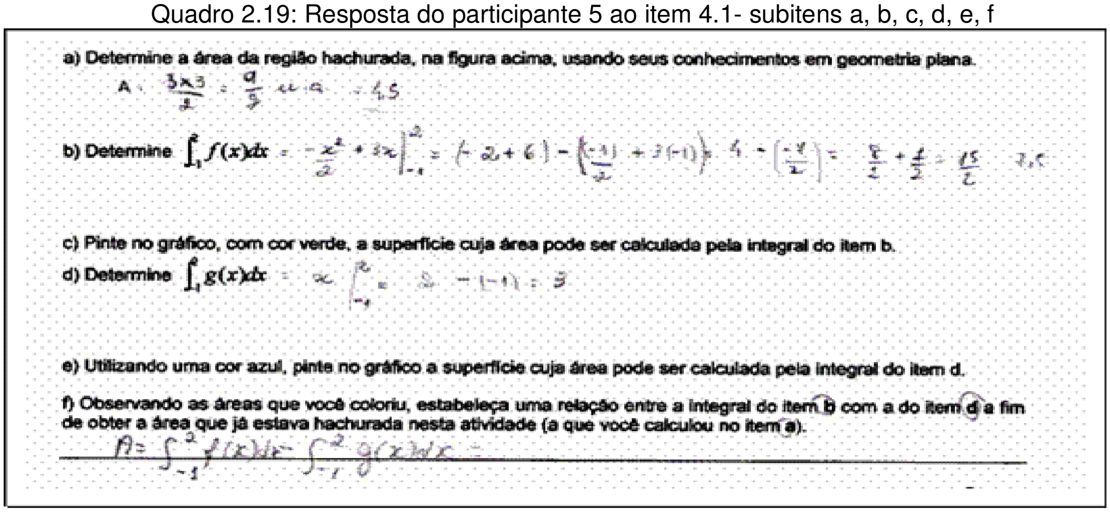
Quadro 2.18: Resposta do Participante 4 ao item 4.1



Ao resolver a letra **e** (pintar a região delimitada pela $\int_{-1}^{2} g(x)dx$) logo notaram que tratava-se da área delimitada por x = -1, x = 2 e g(x) = 1, ou seja, não houve dificuldade na resolução deste item devido à explicação do item anterior.

Todos os participantes acharam de extrema importância o uso de cores diferentes para visualizar a região delimitada pelas duas curvas acima do eixo x. Afirmaram que essa visualização colaborou para a resposta da letra **f** (Quadro 2.19). Isto retrata o que Sadovsky (2007) diz quando afirma ser necessário criar situações nas quais o aluno será alguém capaz de aprender e contribuir para a construção do conhecimento.

Quadro 2.19: Resposta do participante 5 ao item 4.1- subitens a, b, c, d, e, f



a) Determine a área da região hachurada, na figura acima, usando seus conhecimentos em geometria plana.

A = $\frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2}$ = 4,5

b) Determine $\int_{-1}^{2} f(x)dx$ = $-\frac{x^2}{2} + 3x \Big|_{-1}^{2}$ = $(-2+6) - \left(\frac{-1}{2} + 3(-1)\right)$ = $4 - \left(\frac{-7}{2}\right)$ = $\frac{8}{2} + \frac{7}{2} = \frac{15}{2}$ = 7,5

c) Pinte no gráfico, com cor verde, a superfície cuja área pode ser calculada pela integral do item b.

d) Determine $\int_{-1}^{2} g(x)dx$ = $x \Big|_{-1}^{2}$ = 2 − (−1) = 3

e) Utilizando uma cor azul, pinte no gráfico a superfície cuja área pode ser calculada pela integral do item d.

f) Observando as áreas que você coloriu, estabeleça uma relação entre a integral do item b com a do item d a fim de obter a área que já estava hachurada nesta atividade (a que você calculou no item a).

$A = \int_{-1}^{2} f(x)dx - \int_{-1}^{2} g(x)dx$ =

Utilizando o recurso **Dois/integrações,** a resolução da letra **g** do item 4.1 foi realizada conforme esperávamos. Todos concluíram que os valores pelo **ponto à esquerda** e **ponto à direita** vão se aproximando ao valor pelo **ponto médio** à medida que se aumenta o número de subintervalos e que o valor pelo **ponto médio** é igual ao encontrado no item **a.**

Quadro 2.20: Resposta do participante 3 ao item 4.1 – subitem g

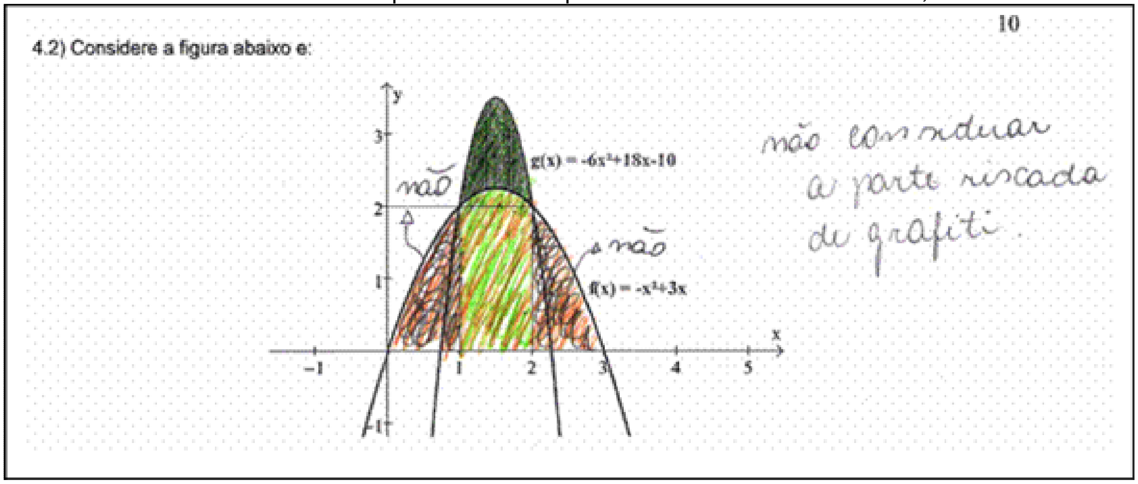
g) Abra o arquivo **ativ4.1** clique em **Dois Integrações**. Na primeira janela selecione a função y = -x+3 e na segunda janela selecione a função y = 1. Coloque –1 limite inferior e **2** limite superior, coloque **5** em **sub-intervalos**, ative **ponto médio**, **ponto à esquerda**, **ponto à direita** e **visualizar**, a seguir clique em **definida**. Observe os valores que aparecem na tela, a seguir clique no + dez vezes e continue observando os valores. Compare os valores que aparecem na tela com o resultado do item a. Descreva o que você observou.

O valor com ponto médio é igual ao valor do item a, já o valor do ponto a direita e do ponto a esquerda tendem ao valor do item a.

O item 4.2 foi realizado sem muitas dificuldades, já que a diferença deste para o anterior é apenas nas leis das funções que limitam a área hachurada (Figura 2.14). Ainda houve um pouco de dificuldade em pintar a área solicitada nos itens **a** e **c**. Esta dificuldade existiu porque alguns alunos desconsideraram os limites do intervalo. Porém, logo mostramos que a área estava delimitada pelas retas x = 1, x = 2 (limites do intervalo) e pelas duas parábolas.

Figura 2.14: Participante realizando atividade 4.2

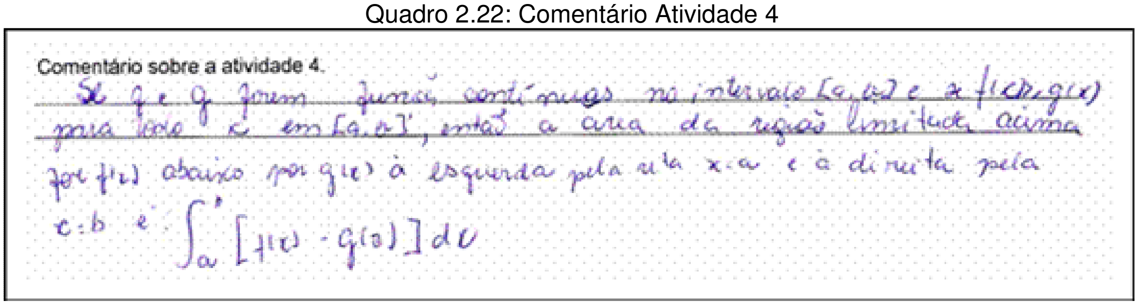
Quadro 2.21: Resposta do Participante 2 ao item 4.2 – subitens b, d



Através da análise da resposta do participante 2 (Quadro 2.21) observamos a dificuldade em pintar as regiões solicitadas. Nota-se que ao pintar a superfície cuja área pode ser calculada pela integral $\int_1^2 (-6x^2 + 18x - 10)dx$ (região pintada de verde) o participante desconsiderou os limites do intervalo ([1,2]). O mesmo ocorreu com a superfície cuja área pode ser calculada pela integral $\int_1^2 (-x^2 + 3x)dx$ (região pintada de laranja). Depois do questionamento feito pelas mediadoras sobre a região pintada o participante retirou a parte da região pintada incorretamente: “não considerar a parte riscada de grafite”. Vale ressaltar que os demais alunos pintaram corretamente.

O comentário desta atividade foi de fácil compreensão para todos os participantes (Quadro 2.22).

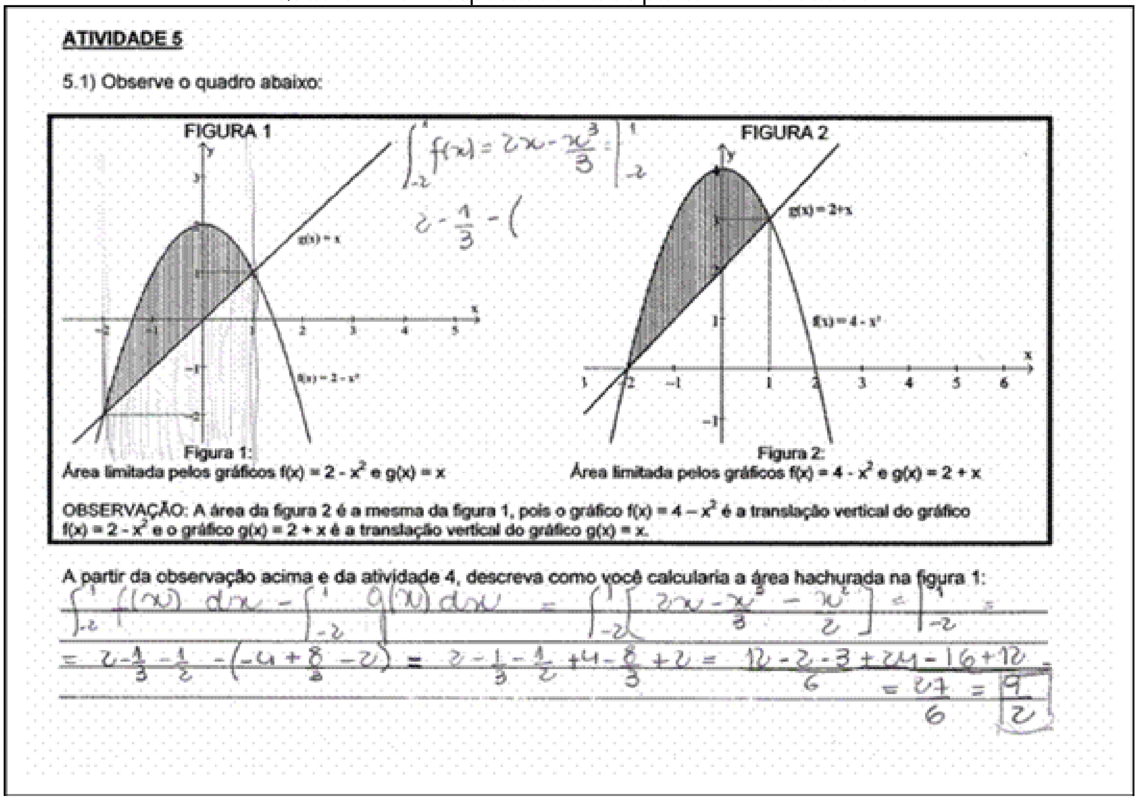
Quadro 2.22: Comentário Atividade 4



A atividade 5 foi realizada sem muitas dificuldades. Todos perceberam que com a explicação do quadro a área poderia ser calculada como na atividade 4

(Quadro 2.23). Todos notaram também que o comentário desta atividade era igual ao da atividade 4 (Quadro 2.2).

Quadro 2.23: Resposta do Participante 2 - Atividade 5



ATIVIDADE 5

5.1) Observe o quadro abaixo:

Figura 1:
Área limitada pelos gráficos f(x) = 2 - x² e g(x) = x

Figura 2:
Área limitada pelos gráficos f(x) = 4 - x² e g(x) = 2 + x

OBSERVAÇÃO: A área da figura 2 é a mesma da figura 1, pois o gráfico f(x) = 4 – x² é a translação vertical do gráfico f(x) = 2 - x² e o gráfico g(x) = 2 + x é a translação vertical do gráfico g(x) = x.

A partir da observação acima e da atividade 4, descreva como você calcularia a área hachurada na figura 1:

$\int_{-2}^{1} f(x)\,dx - \int_{-2}^{1} g(x)\,dx = \int\left[2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right] = \Big|_{-2}^{1}$

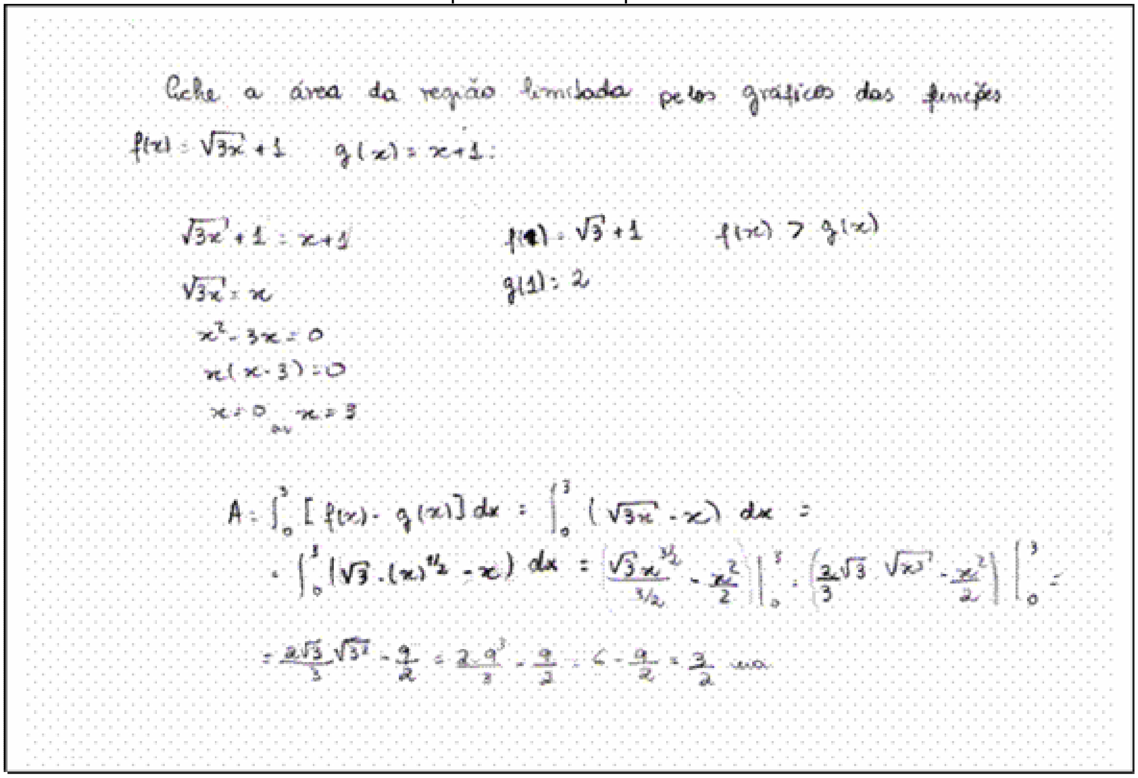
$= 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \left(-4 + \frac{8}{3} - 2\right) = 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 4 - \frac{8}{3} + 2 = \frac{12 - 2 - 3 + 24 - 16 + 12}{6} =$

$= \frac{27}{6} = \boxed{\frac{9}{2}}$

Os participantes resolveram o exercício extra (Quadro 2.24) que anotaram na apostila, rapidamente. Perceberam que era necessário determinar a intersecção entre os gráficos para depois calcular a área solicitada.

A resposta do participante 7 (Quadro 2.24) foi semelhante à da maioria dos participantes. Percebemos que inicialmente todos igualaram as funções para determinarem os pontos de intersecção entre as curvas. Logo depois verificaram qual das curvas estaria "por cima" da outra; para tanto escolheram um valor para x (neste caso x= 1) e descobriram que f(x)>g(x) no intervalo considerado. Para finalizar determinaram a área através da integral da diferença das funções no intervalo.

Quadro 2.24: Resposta do Participante 7- Exercício Extra



Calc a área da região limitada pelos gráficos das funções

$f(x) = \sqrt{3x} + 1 \quad g(x) = x+1$:

$\sqrt{3x} + 1 = x + 1 \qquad f(1) = \sqrt{3} + 1 \qquad f(x) > g(x)$

$\sqrt{3x} = x \qquad g(1) = 2$

$x^2 - 3x = 0$

$x(x-3) = 0$

$x = 0$ ou $x = 3$

$$A = \int_0^3 [f(x) - g(x)]\,dx = \int_0^3 (\sqrt{3x} - x)\,dx =$$

$$= \int_0^3 (\sqrt{3}.(x)^{1/2} - x)\,dx = \left(\frac{\sqrt{3}x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^3 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^3} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^3 =$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{3^3} - \frac{9}{2} = \frac{2\cdot 9}{3} - \frac{9}{2} = 6 - \frac{9}{2} = \frac{3}{2} \text{ u.a.}$$

A análise das repostas deste exercício, trouxe satisfação para as mediadoras do trabalho, já que continha todas as conjecturas estabelecidas ao longo da atividade e os alunos resolveram-no corretamente.

Finalizando, nesta etapa de aplicação e análise das atividades, verificamos que os três encontros realizados foram de extrema importância para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo. A compreensão do tema deste trabalho, pelos alunos, não se baseou em mecanismos de memória, mas sim na construção do conhecimento fundamentado em assuntos previamente estudados, nos slides apresentados e na resolução das atividades com o auxílio do Winplot.

A maioria dos participantes relatou, oralmente durante a resolução dos exercícios, que o uso das TIC foi um facilitador nesse contexto. Este fato evidenciou o que Belloni (2001) relata sobre as conseqüências da utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem:

> A utilização das TIC's com ênfase na aprendizagem volta-se para o desenvolvimento das habilidades, expectativas, interesses, potencialidades e condição de aprender; todas essências ao processo educativo autônomo. Os alunos são estimulados a se expressarem pelas suas próprias idéias, a desenvolver autonomia e a capacidade de se sociabilizar e construir

> conhecimento, o que exige um novo papel do professor. Papel este que, ao tudo que indica tende a ser cada vez mais mediatizado. O professor tende a ser amplamente mediatizado: como produtor de mensagens inscritas em meios tecnológicos, destinadas a estudantes a distância, e como usuário ativo e crítico e mediador entre esses meios dos alunos (BELLONI, 2001, p. 27)

Nota-se que a presença do *software* Winplot (um exemplo de TIC) juntamente com a apostila de atividades propostas desenvolveu grande autonomia nos participantes e incentivou a construção dos conhecimentos através de suas idéias que iam se formando no desenvolvimento de cada atividade. As autoras deste trabalho tornaram-se exatamente como Belloni (2001) relata acima as “mediadoras”, estimulando o estabelecimento de conjecturas e formalizando-as nos comentários.

Visando analisar mais profundamente a importância das atividades realizadas pelos alunos, fizemos uma entrevista semi-estruturada (Anexo 7) com a professora da turma dos alunos participantes. Ela afirmou que o uso das TIC foi uma ferramenta importante no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo. Nessa entrevista, a professora destacou que a visualização obtida pelos recursos dos *softwares* foi de grande valia para o desenvolvimento das atividades propostas. Ela mencionou que a aprendizagem do conteúdo foi realizada com sucesso, porém ao avaliá-los notou dificuldade em relação às regras de integração, fato já notado no decorrer da aplicação das atividades.

2.5 – Avaliação das Respostas dos Questionários

Após o término da resolução das atividades distribuímos o questionário (Anexo 5) para os dez alunos (licenciandos em Matemática) presentes ao terceiro encontro. Visando a que o questionário fosse respondido com atenção e cuidado, solicitamos que ele fosse respondido em casa e devolvido uma semana depois. Embora tivéssemos ido buscar os questionários respondidos toda semana durante um mês, não conseguimos o retorno de todos. Foram devolvidos sete questionários respondidos.

A partir da análise dos questionários respondidos pelos alunos, ressaltamos alguns pontos que podem ser consideravelmente significativos quanto ao processo de ensino e aprendizagem do cálculo de área entre curvas com auxílio do *software*

Winplot. Antes da visualização gráfica dos dados, foi feita uma leitura criteriosa das respostas dos questionários.

Verificamos que para 100% dos participantes o uso de *softwares* educacionais pode contribuir na construção de conhecimentos matemáticos. Este índice decorreu, possivelmente, do fato que as conjecturas estabelecidas na resolução das atividades com o auxílio do *software* Winplot foram construídas de maneira significativa para os alunos. Eles consideraram que o Winplot foi uma ferramenta importante nesse momento. Muitos constataram que o uso de *softwares* auxilia na visualização e desperta novas descobertas. Sobre a afirmação que o uso dos *softwares* educacionais contribui para a construção dos conhecimentos matemáticos o participante 1 relata o porquê com a seguinte frase: "Porque o aluno visualiza melhor, aprende descobrindo".

Este comentário reforça a importância da inserção das tecnologias como instrumento relevante no processo de ensino e aprendizagem, conforme nos afirma Levy quando diz que as TIC ampliam o diálogo entre educador e educando, possibilitando uma interação entre todos que se encontram em um processo virtual de aprendizagem.

Quanto ao papel do professor durante a utilização dos *softwares* educacionais, numa escala com cinco gradientes, 71,42% dos entrevistados consideram muito importante e 28,57% importante (Gráfico 2.1). Atribuímos estes índices ao fato do público alvo ser um grupo de licenciandos conscientes de que a aprendizagem não ocorre exclusivamente pelo fato de um *software* ter sido utilizado. A aprendizagem é resultado também das atividades associadas a postura de mediador dos professores, entre outros fatores. Isto reforça o que Moraes (2003) relata quando diz que o grande desafio do educador-educando é garantir um movimento que leve a interação professor-aluno, da apresentação de diferentes formas de pensar fazendo com que ocorra a aprendizagem.

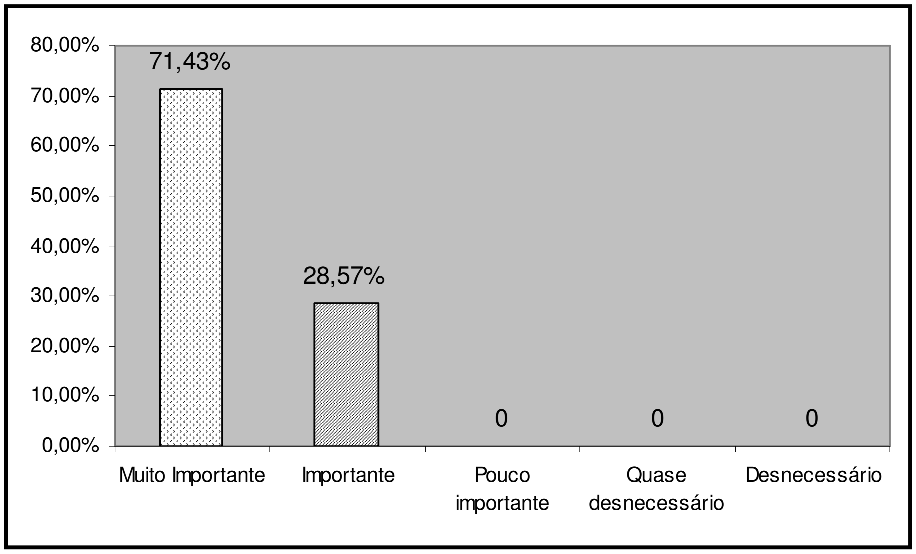


Gráfico 2.1: Papel do professor durante a utilização dos softwares educacionais

Destacamos alguns comentários significativos quanto a importância do papel do professor:

> "Pois ele vai ser o mediador entre o aluno e o *software*". (Participante 6)

> "O professor está ali para auxiliá-lo nas possíveis dificuldades e às vezes chamar atenção de algum fato importante ainda não descoberto pelo aluno". (Participante 5)

> "Com o professor, o aluno é orientado, tendo assim um desenvolvimento melhor". (Participante 1)

Sendo um dos objetivos deste questionário focalizar questões sobre a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, foi elaborada uma pergunta que solicita aos participantes o relato sobre o método de ensino pelo qual, a disciplina em questão foi ministrada na Instituição de Ensino Superior que freqüentam. Dos 7 participantes que responderam o questionário, 25% mencionam que esta disciplina foi ministrada através de transmissão de conhecimentos, memorização e aplicação de fórmulas (Gráfico 2.2). Vale ressaltar que 33,33% dos participantes afirmaram que o estudo foi realizado construindo o conhecimento e 8,33% destacam a utilização de recursos tecnológicos para a aprendizagem do conteúdo. O mesmo índice é evidenciado através da aprendizagem relacionando a teoria à prática. Atribuímos este índice, possivelmente, à falta de preparo do professor para o uso das TIC na construção do conhecimento e à falta de recursos tecnológicos disponíveis na Instituição de Ensino, fazendo com que o professor recorra apenas à transmissão de conteúdos, causando ao aluno memorização de fórmulas sem relacionar o estudo à prática.

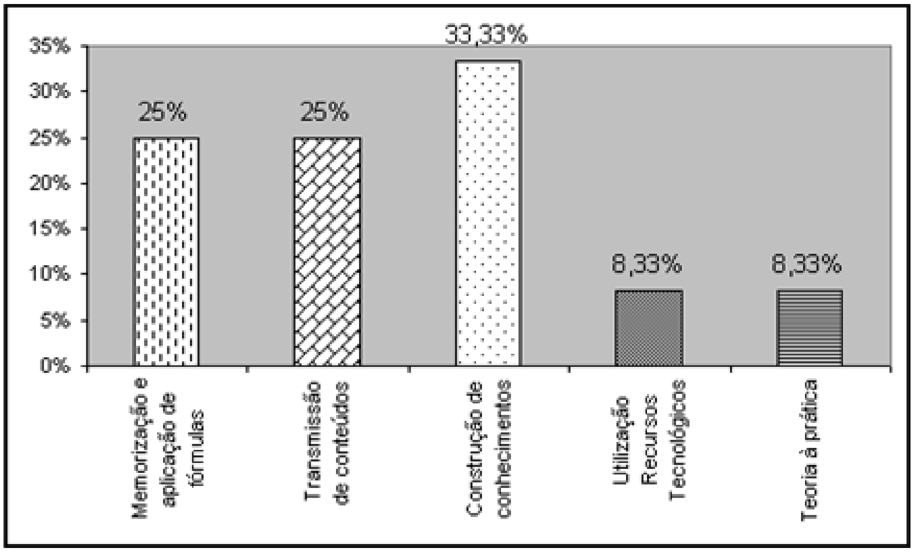


Gráfico 2.2: Disciplina Cálculo no Ensino Superior

Quando questionados se o uso do *software* Winplot associado às atividades propostas contribuíram para a aprendizagem do Cálculo de área entre curvas 100% dos alunos responderam que sim. Todos afirmaram que a conjecturas estabelecidas sobre o conteúdo se deve, entre outros fatores, a resolução das atividades e ao uso dos recursos do *software* Winplot, que funcionou como uma ferramenta importante nesse processo. Alguns comentários sobre a resposta a essa pergunta são:

> "Com o *software* é possível compreender de maneira mais simples o conteúdo". (Participante 1)

> "Porque a visualização é importante e o *software* nos proporciona isso." (Participante 5)

Estes comentários reforçam o que Gravina e Santa Rosa (1998) relatam ao dizerem que alguns *softwares* com atividade de expressão possibilitam ao aluno, juntamente com uma proposta pedagógica construtivista, a criação de modelos para expressar idéias e pensamentos e estes aliados a esta proposta levam o aluno à criação de suas próprias conjecturas.

Verificamos que 42,8% dos participantes consideraram que as atividades contribuíram para aumentar seus conhecimentos em Matemática e Informática e 57,2% para aumentar seus conhecimentos somente em Matemática (Gráfico 2.3).

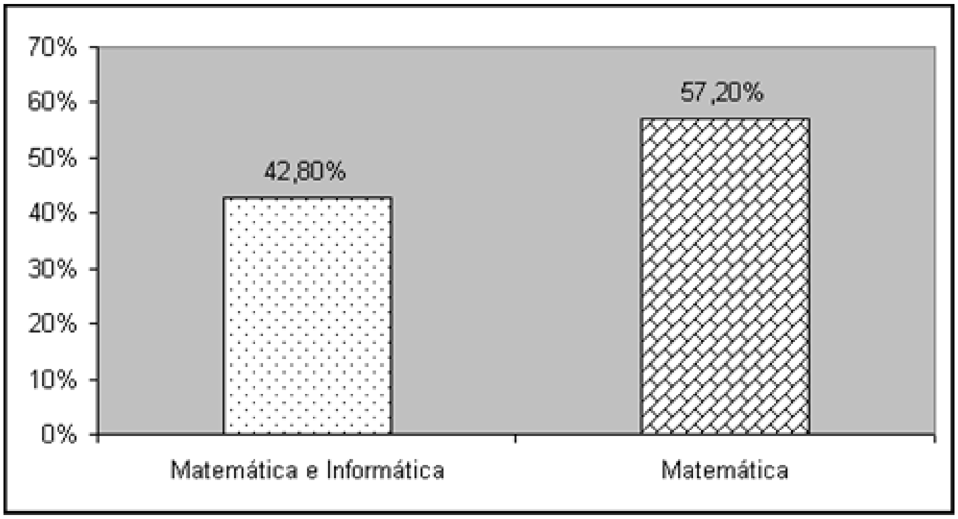


Gráfico 2.3: Aumento dos conhecimentos nas respectivas áreas

Este índice mostra que realmente houve a construção do conhecimento, pois todos responderam que as atividades contribuíram para aumentar seus conhecimentos em Matemática, o que retrata que o objetivo das atividades foi alcançado.

Todos os participantes (100%) consideraram que as atividades possuem caráter investigativo. Ao comentarem essa resposta afirmaram:

> “São investigativas porque os alunos tiram suas próprias conclusões”. (Participante 3).

> “Porque além de fazer o que está na apostila a sua observação sobre o fato é mais importante do que o próprio cálculo nele desenvolvido”. (Participante 1).

Os comentários acima mostram que a resolução da apostila de atividades resultou na formulação de conjecturas sobre o conteúdo. O uso das TIC associado a alguma proposta pode contribuir para um processo de ensino e aprendizagem mais criterioso, autônomo e investigativo. A utilização das TIC no âmbito educacional possibilita o desenvolvimento de habilidades, expectativas, interesses, potencialidades e condição de aprender (BELLONI, 2001). Os alunos são estimulados a novas descobertas, a expressarem suas idéias e a construírem conhecimento (BELLONI, 2001). Tudo isso foi verificado no desenvolvimento desse trabalho.

Quanto ao papel do professor durante a resolução das atividades 42,8% dos participantes consideraram que o professor foi muito importante e 57,2% acharam que foi importante. Consideraram que o professor teve papel fundamental, principalmente no momento da formulação dos comentários ao final de cada atividade.

Destacamos alguns comentários que justificam esse índice:

> "O Papel do professor deixa de ser transmissor e passa a ser mediador na construção do conhecimento". (Participante 6)

> "Pois nos chamou atenção de coisas que não considerávamos importante". (Participante 5)

> "Foi muito importante, pois o auxílio e a orientação do professor ajudou a ter um melhor resultado nas atividades". (Participante 1)

Vieira (2002) relata que o professor tem fundamental importância no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, já que ele indicará diversos caminhos seguros e auxiliará o aluno a encontrar estratégias cognitivas. Nos comentários acima os participantes relatam como o papel do professor, que funciona como um orientador e mediador no processo de construção do conhecimento, é importante para despertar no aluno certas indagações e formulações, para que ocorra a aprendizagem.

Ao perguntarmos se os participantes aplicariam atividades como a realizada para seus alunos, 85,7% responderam que sim, pois afirmaram que estas possuem caráter investigativo e desenvolvem uma postura crítica no aluno. Alguns comentários desta pergunta considerados notórios:

> "Pois tenho certeza que a compreensão e construção do conhecimento se tornam mais fáceis". (Participante 6)

> "Porque é uma aula onde os alunos aprendem através de descobertas e visualizações". (Participante 1)

A esta mesma pergunta 14,3% responderam que a realização de atividades como essa, com futuros alunos depende da Instituição de Ensino. Segundo o comentário do participante: "Há instituição que não oferece suporte" (Participante 5)

Este comentário mostra a consciência desses participantes em relação a grande maioria das escolas brasileiras. Lima (2003) relata conflitos que surgem com a introdução das TIC no âmbito escolar. Um desses conflitos são as questões físicas relacionadas ao ambiente, ou seja, a falta de computadores ou até mesmo ausência de salas para instalação dos mesmos, conforme descrito no capítulo 1.

Encerrando o questionário alguns participantes destacaram pontos positivos e negativos das atividades resolvidas:

> **Pontos positivos**:
>
> "O caminho investigativo das atividades" (Participante 6)
>
> "As atividades ajudaram na compreensão do conteúdo que seria estudado" (Participante 2).
>
> "As atividades realmente fazem com que os alunos entendam melhor, interpretem melhor". (Participante 7)
>
> **Pontos negativos**:
>
> "A dificuldade para fazê-las, pois alguns computadores davam problemas durante a resolução das atividades resolvidas". (Participante 7)

Os comentários acima (pontos positivos) retratam que a compreensão do conteúdo foi realizada, pois destacam que o cunho investigativo das atividades desenvolve no aluno a capacidade de trabalhar com mais autonomia no estabelecimento de conjecturas. O comentário sobre o ponto negativo foi também bastante relevante, pois mostrou um conflito que quase sempre é gerado com a utilização de computadores.

Quanto à opinião sobre a importância do uso das TIC na formação do professor de Matemática os participantes apontaram as seguintes vantagens e desvantagens:

> "As vantagens estão na capacidade que as TIC têm de ajudar na construção do conhecimento, mas o professor tem papel fundamental em filtrar as informações que são relativas ao aprendizado do aluno" (Participante 6).
>
> "Vantagens: agiliza o trabalho, a transmissão do conteúdo e a compreensão por parte dos alunos. Desvantagens: às vezes muitos professores deixam de pesquisar outras coisas, pois já tem tudo pronto para usar deixando de lado (relaxando) assim a transmissão e desenvolvimento do conteúdo a ser dado" (Participante 7)

O comentário do participante 6 acima mostra sua percepção sobre o papel do professor nesse processo. O participante considera que o uso das tecnologias pode auxiliar no processo de construção do conhecimento, mas isso exige um professor consciente, crítico, capaz de "filtrar", ou seja, transformar todas as idéias e informações adquiridas em conhecimento. Como D´Ambrósio (s.d) mesmo relata é necessário uma boa formação dos professores; é importante fornecer ao professor noções de computação e informática para que este seja capaz de conectar o uso das TIC com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no qual permitem ver (criar) imagens que movem, "acessar" informações com mais rapidez, além de programar as ações a serem construídas por ele mesmo.

O comentário do participante 7 acima retrata uma vantagem citada relativamente importante: o fato do uso das TIC agilizar o trabalho. O uso do lápis e papel para fazer os gráficos relacionados a essa atividade seria um processo bem mais demorado além de dificultar visualizações que o *software* possibilitou. A transmissão do conteúdo mencionada pelo aluno como ponto positivo é mencionada pelas autoras da monografia como um ponto negativo, sabendo que as atividades foram voltadas para construção do conhecimento, realização de um trabalho investigativo e não a transmissão de conteúdos. A desvantagem apontada por ele é que o professor se restringe ao uso demasiado das TIC.

Ao fim, a grande maioria dos participantes relatou que uma aula dinamizada e professores aptos a lidarem com as TIC no âmbito escolar, fazem com que mudanças no processo de ensino e aprendizagem aconteçam, fazendo com que haja interação do aluno com o professor, havendo construção de conhecimentos através do estabelecimento de conjecturas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos, nesse capítulo, as considerações finais do estudo feito. Para tanto, relatamos a relevância do estudo, destacando o uso das TIC como facilitador no processo de ensino e aprendizagem e o papel do professor diante dessas tecnologias, explicitamos as considerações sobre os resultados, as dificuldades encontradas e formas de continuidade.

Devido à revolução tecnológica, a sociedade atual passou por profundas modificações. As tecnologias da comunicação e informação (TIC) reduziram as fronteiras e colaboraram significativamente para o desenvolvimento de uma sociedade planetária e de uma economia global, favorecendo transformações culturais e socioeconômicas (PAULA, 2005).

As TIC são ferramentas que de forma decisiva e rápida mudaram a sociedade e interferem de forma significativa na educação. Diante desse contexto é imprescindível se pensar no processo de ensino e aprendizagem, já que seus atores principais (professores e alunos) estão inseridos nessa sociedade, na qual os indivíduos interagem, trocando idéias, aprendendo e reaprendendo num processo contínuo. Portanto o contexto social que faz com que os alunos cheguem às escolas carregados de saberes adquiridos das mais diferentes formas é fortemente substanciado pelas TIC. O papel da escola, nesse contexto, é trazer as informações adquiridas nesse meio e a partir dessas construir novos saberes (PAULA, 2005). Essas tecnologias se caracterizam como instrumento fundamental no pensamento, comunicação, criação e intervenção do indivíduo com numerosas situações cotidianas. Além disso, se constituem como grande ferramenta para dimensões pessoal, social, cultural, lúdica e profissional (PONTE; OLIVEIRA; VARANDAS, 2002). O uso das TIC pode criar ambientes reflexivos e estimulantes diante do processo de ensino e aprendizagem e promover uma ação inovadora nesse meio.

No processo de ensino e aprendizagem de Matemática, o uso das TIC, reforça o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, relativizam a importância do cálculo, permitem a manipulação simbólica (PONTE, OLIVEIRA e VARANDAS, 2002)

Para que as TIC contribuam para inovação na educação é importante um novo papel do professor. É preciso um professor efetivamente capaz de utilizar as TIC de modo crítico, “professores que possam romper com o paradigma linear e cartesiano de transmissão do conhecimento” (FONSECA; FERREIRA, 2006). Segundo Moran (1995) o professor acaba por tornar-se um estimulador da aprendizagem onde ressalta que as tecnologias de comunicação não substituem o professor, mas modificam algumas das suas funções. O professor se torna estimulador da curiosidade do aluno por querer conhecer, por pesquisar, por buscar a informação mais relevante. Coordena o processo de apresentação, questiona os dados apresentados, contextualiza os resultados adaptando-os à realidade dos alunos. Transforma informação em conhecimento e conhecimento em saber, em vida, em sabedoria - o conhecimento com ética (MORAN, 1995).

Também é imprescindível ressaltar que o professor pode, mesmo com a inserção das TIC, continuar promovendo o aprendizado diante de “velhas práticas pedagógicas” (FONSECA; FERREIRA, 2006).

Este trabalho visou, além de verificar a validade das atividades, contribuir na formação de futuros docentes. Procuramos através da resolução das atividades e das respostas dos questionários verificar como o uso pedagógico das TIC no estudo de área entre curvas na disciplina Cálculo Diferencial e Integral, pode contribuir para que ocorra aprendizagem significativa.

Embora o foco principal deste trabalho não seja a presença das TIC, de maneira geral, no processo de ensino e aprendizagem de alguns conteúdos matemáticos, destacamos como o uso do *software* contribuiu para a aprendizagem do tema deste trabalho.

O presente estudo fornece contribuições de diversos tipos, tais como:

i) Todo referencial teórico pode ser utilizado para estudos futuros acerca do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, e da inserção das TIC nesse meio.

ii) A apostila de atividades elaborada serve como material pedagógico rico na construção do conhecimento do tema Área entre Curvas e pode ser utilizada por professores em sua prática docente.

iii) O relato das experiências adquiridas na aplicação das atividades serve como reflexão de práticas vigentes. Além disso, pode representar formas de incentivo para elaboração de outras atividades que tenham a presença das TIC como ferramenta para a construção do conhecimento de uma forma inovadora e crítica.

iv) A análise dos questionários que traz um estudo de caso com alunos do curso de Licenciatura em Matemática serve como base para traçar o perfil de uma determinada turma. Os índices apresentados permitem reflexões sobre o tema, aplicação das atividades propostas e uso das TIC no âmbito escolar.

A análise dos questionários foi criteriosa e teve como base a análise de sete questionários, obtendo dados relevantes ao processo de ensino e aprendizagem do tema. Durante a aplicação e apresentação do conteúdo com o auxílio do *software*, mostrou-se necessária e muito importante a presença do professor, destacando um índice de 71,42%. Do total de questionários respondidos, 85,7% declararam que as atividades foram de caráter investigativo, contribuindo tanto no aprendizado da disciplina como no aumento de conhecimento em outras áreas, tais como Informática. Além disso, quando questionados sobre a possibilidade da aplicação das atividades em práticas docentes futuras 85,7% dos participantes responderam positivamente, justificando que esta foi uma atividade muito importante para a compreensão do tema, desenvolvendo uma postura crítica.

Apesar de muitas contribuições, essas considerações não podem ser generalizadas, mas estudos futuros podem validá-las.

Para o futuro seria importante também dar continuidade a apostila de atividades de forma a desenvolver outros conteúdos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, como por exemplo, o estudo de Volumes de Sólidos de Revolução, já que existem recursos no *software* Winplot que permitem estudar o tema.

Esta pesquisa também pode ser enriquecida através de discussões de temáticas que envolvem a Educação, A aprendizagem da Matemática e as TIC na Aprendizagem da Matemática, pontos apresentados no capítulo 2.

Finalmente, uma forma de continuidade desse trabalho monográfico é despertar nos futuros professores de Matemática novas formas de promover um aprendizado dinâmico e crítico, proporcionando um conhecimento sólido.

O grande desafio desse trabalho foi possibilitar os alunos do curso de Licenciatura em Matemática uma abordagem diferenciada para o estudo de área entre curvas na disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Essa abordagem foi realizada utilizando TIC, mas especificamente o *software* Winplot.

Durante o processo de elaboração deste estudo algumas dificuldades foram encontradas, tais como: a elaboração da apostila de atividades que exigiu um estudo rigoroso sobre o tema e os recursos que o *software* oferece sobre o conteúdo; a aplicação da apostila de atividades, pois para a validação dessas, necessitávamos de uma turma que não havia estudado o conteúdo; o retorno dos questionários que foram entregues no último encontro realizado com os participantes e solicitado que fossem devolvidos na semana seguinte, pois continha perguntas que necessitavam de um tempo para serem respondidos. Fomos incessantemente insistentes na busca pelos questionários respondidos, mas dos 9 alunos que chegaram à conclusão das atividades apenas 7 entregaram.

Apesar de todas essas dificuldades surgidas nesse trabalho foi de grande importância para nós, futuros professores, pois contribuiu de forma a adquirir experiências quanto ao desenvolvimento de atividades investigativas que utilizam as TIC. Além disso, contribuiu para o aumento de conhecimentos em assuntos como a Educação, Aprendizagem Matemática e Inserção das TIC na Educação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARCELOS, Gilmara Teixeira. Inovação no Sistema de Ensino: o Uso Pedagógico das Tecnologias de Informação e Comunicação nas Licenciaturas em Matemática da Região Sudeste. *Dissertação (Mestrado em Ciências de Engenharia)*. Campos dos Goytacazes, RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense – UENF, 2004.

BECKER, Fernando. O que é Construtivismo? *Série Idéias.* São Paulo: FDE, n.20, 1994: 87-93.

BELLONI, Maria Luíza*. O que é mídia e educação.* Campinas: Autores Associados, 2001.

BORBA, Marcelo; PENTEADO, Mírian. *Informática e Educação Matemática,* 2.ed. Belo Horizonte: Autência, 2001.

CASTELLS, Manuel. *A Sociedade em Rede.* 4. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

CHAGAS, Elza Maria P. de Figueiredo. Educação Matemática na sala de aula: problemática e possíveis soluções. *Revista Partes*, 15, jul(ano 2): 1-13, 2001.

CURSO, *de Dependência de Cálculo Diferencial e Integral I da Universidade Anhembi Morumbi*, 2005. Disponível em: www.abed.org.br/congresso2005/por/pdf/035tcc3.pdf. Última consulta em: 28 de março de 2007.

COSTA, Viviane Ferreira. Refletindo sobre o ensino e aprendizagem da Matemática*. Cadernos FAPA*, sem.1, n.1, 2005.

CURY, Helena Noronha. Aprendizagem de Cálculo: uma experiência com avaliação formativa. *In: Anais XXVIII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*. São Paulo - SP: SBMAC, 2005. 1 CD-ROM.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan*. Matemática para uma sociedade em transição*, 1999. Disponível em: vello.sites.uol.com.br/eprem.htm. Última consulta em: 25 de março de 2007.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. *Da Realidade à ação: Reflexões sobre Educação Matemática*. São Paulo: SUMMS, Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1986.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan (s.d). *Conteúdo dos cursos de formação de professores de Matemática*. Disponível em: sites.uol.com.Br//vello/formar.htm. Última consulta em: 07 de março de 2005.

DRUCK, Suely. *Artigo: O drama do ensino da Matemática*, 2005. Disponível em: www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u343.shtml. Última consulta em: 14 de junho de 2006.

FERREIRA, Flávio; CAMARGO, Paulo. *Um cálculo no meio do caminho*, 2003. Disponível em: http://www.matematicahoje.com.br/telas/cultura/midia/midia.asp?aux=A. Última consulta em: 28 de março de 2007.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia.*17ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002.

FREIRE, Paulo*: Pedagogia do Oprimido.* 17ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FONSECA, Dayse; FERREIRA, Simone. A Formação do professor e as tecnologias de informação e comunicação: Desafios contemporâneos, 2006 *Revista da Facel*, Estado nº. 10 (ano 1): 1-72 páginas, 2006.

GIRAFFA, Lúcia Maria Martins Uma *Arquitetura de Tutor utilizando Estados Mentais*., 1999. Tese(Doutorado em Ciência da Computação). Porto Alegre, RS, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

GRAVINA, Maria Alice; SANTA ROSA, Lucélia Maria. *Aprendizagem na Matemática em ambientes informatizados*, 1998. Disponível em: www.miniweb.com.br/Ciências/artigos/a1/117.htm. Última consulta em: 25 de março de 2007.

IBGE. *Dados sobre a educação no Brasil*, *2004.* Disponível em: www.ibge.gov.br/ibgeteen/datas/escola/dados.html. Última consulta em: 09 de junho de 2006.

INEP. *No Ensino Médio 67% dos estudantes têm desempenho crítica em Matemática*, 2004. Disponível em http://www.inep.gov.br. Última consulta em: 27/09/2005.

JOLY, Maria Cristina Rodrigues Azevedo (org). *A Tecnologia no Ensino: implicações para a aprendizagem.* São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002.

LÉVY, Pierre. *As tecnologias da inteligência: O futuro do pensamento na era da informática.* Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1994.

LÉVY, Pierre. A revolução contemporânea em matéria de comunicação. In: MARTIN, F. M.; SILVA, J. M. da. *Para navegar no século XXI – tecnologias do imaginário e cibercultura*. Porto Alegre: EDPUCRS, 2000.

LIMA, Eliane Leite. O processo de apropriação das tecnologias de informação e comunicação e escola pública de São Paulo: Um estudo sobre inovações tecnológicas e aprendizagem nas organizações. *In: Anais XXIII. Congresso da Sociedade Brasileira de Computação – IX Workshop de Informática na Educação.* Volume eletrônico, Campinas, 2003

MACIEL, Rosa Maria; BENEDETTI, Maria Luiza do Canto. *Uma Perspectiva para o Ensino da Matemática na Pré-escola: Como Situar a Matemática no Contexto Global do Conhecimento*. São Paulo: FDE, 1992.

MALTA, Iacy; (org.). *Maior qualificação no ensino da Matemática*, 2003. Disponível em: www.puc-rio.br/editorapucrio/autores/autores_entrevistas_Matmidia.html. Última consulta em: 21 de junho de 2006.

MORAES, Maria Cândida. *Paradigma Educacional Emergente*. Campinas: Apiros, 2002.

MORAN, José Manuel. *Novas Tecnologias e o re-encantamento do mundo.* Revista Tecnologia Educacional, 126, setembro-outubro: 24-26, 1995.

MORAN, José Manuel, MASETTO, Marcos; BEHRENS, Marilda. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. 7 ed. São Paulo, SP.: Papirus, 2003.

MOURA, Arthur Hyppólito. *A Inteligência coletiva*, 2001. Disponível em: www.brasiliano.com.br/artigo_20021028_a9.htm. Última consulta em: 21 de junho de 2006.

PAULA, Joelma Abadia Marciano. *Humanidade em Foco*, 2005. Disponível em: http://www.cefetgo.br/cienciashumanas/humanidades_foco/anteriores/humanidades_5/html/educacao_educacao_sociedade.htm. Última consulta em: 9 de fevereiro de 2007.

PIAGET, Jean. Aprendizagem e conhecimento. *In*: Hans G. Furth (org.).*Piaget e o conhecimento: Fundamentos teóricos*. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1974.

PONTE, João Pedro. Tecnologias de Informação e Comunicação na Formação de Professores: Que Desafios? *Revista Iberoamericana de Educación*, 24, set/dez: 63-90, 2000.

PONTE, João Pedro, OLIVEIRA, Paulo, VARANDAS,.José Manuel. *As novas tecnologias na formação inicial de professores Análise de experiência*, 2002. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm. Última consulta em: 13/02/07.

PONTE, João Pedro, OLIVEIRA, Paulo VARANDAS, José Manuel. *O Contributo das Tecnologias de Informação e Comunicação para o Desenvolvimento do Conhecimento e da Identidade Profissional,* J. P. da Ponte: Artigos e Trabalhos em Português, 2003. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm>. Última consulta em: 12/04/05.

POZO, Juan Ignácio. A sociedade da aprendizagem e o desafio de converter informação em conhecimento. *Revista Pátio*, Porto Alegre-RS: 31(ano 8): 9-11, 2003.

RANGEL, Annamaria Píffero. *Construtivismo: apontando falsas verdades.* Porto Alegra: UFRGS, 2002.

RENZ, Sandra Pacheco; SILVA, Carmen Kaiber da. Investigando o potencial de utilização do *software*. *In Anais XXVII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional.* Porto Alegre –RS: SBMAC, 2004. 1 CD-ROM.

ROCHA, Iara Cristina Bazan. Ensino da Matemática: formação para exclusão ou para a cidadania? *Educação Matemática em Revista,* São Paulo: SBEM, 9/10(ano8): 22-31.

ROSA, Leonel Melo. *A Integração das TIC na escola: Desafios, consições e outras reflexões*, 2000. Disponível em: www.Bros2000.pt/pros2000/agora3/agora3_4.html. Última consulta em: 17 de março de 2007.

SADOVSKY, Patrícia. Falta fundamentação didática no ensino da Matemática, 2007. Disponível em: http://revistaescola.abril.com.br/edicoes/0199/aberto/mt_212249.shtml. Última consulta em: 1 de abril de 2007.

SIGNORELLI, Shirley Ferreira. Uma visão aplicada no Cálculo Diferencial Integral no curso de Bacharelado em Ciências da Computação da Faculdade SENAC de Ciências Exatas e Tecnologia. *In Anais XXVII Congresso Nacional de Matemática Aplicada E Computacional.* Porto Alegre - RS: SBMAC, 2004. 1 CD-ROM.

TAKAHASHI, Tadao. *Sociedade da Informação no Brasil*. Ministério da Ciência e Tecnologia. Brasília: Livro Verde, 2000.

TAKAHASHI, Fábio. *País tem maior repetência do que Camboja, 2006*. Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br/folha/educacao/ult305u18571.shtml. Última consulta em: 17 de março de 2007.

UNESCO. Educação: um tesouro a descobrir – Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre educação para o século XXI. 6. ed. São Paulo: Cortez; Brasília, DF: MEC, 2001.

VALENTE, José Armando. *Computadores e conhecimento: repensando a educação.* Campinas: UNICAMP, 1993.

VALENTE, José Armando. *Formação de educadores para o uso da informática na escola.* Campinas: UNICAMP, 2003.

VALENTE, José Armando. D*iferentes usos do computador na educação.* Disponível em: www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/educacao/educ27c.htm. Última consulta em: 26 de junho de 2006.

VIANNA, Carlos Roberto. *O cão da Matemática: discutindo o ensino da Matemática em cursos de formação de professores.* Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

VIEIRA, Elaine. *Oficina de ensino: O quê? Por quê? Como?* 3 ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

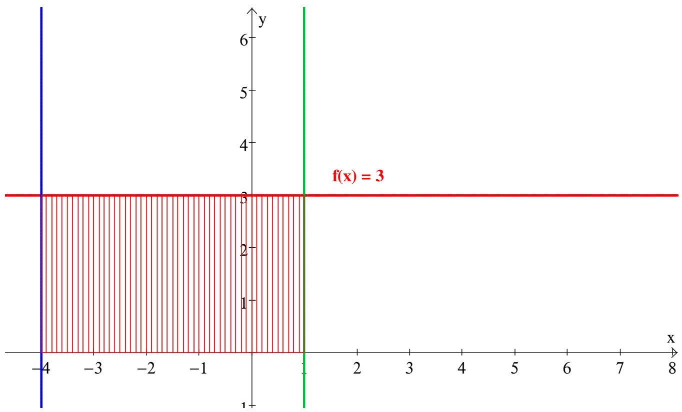
ANEXOS

Anexo 1 – Apostila de Atividades

ESTUDO DE ÁREA ENTRE DUAS CURVAS COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE WINPLOT
ATIVIDADES

ATIVIDADE 1

Considere os gráficos em cada um dos itens abaixo, e faça o que se pede:
1.1)



a) Determine a área da região hachurada na figura acima.

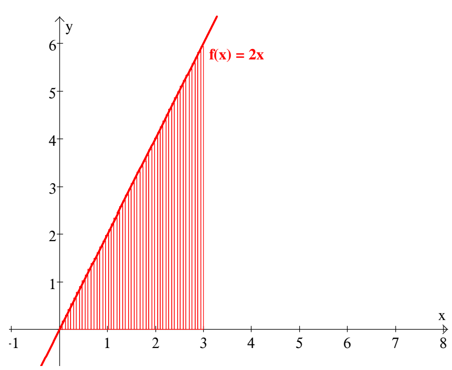
b) Determine $\int_{-4}^{1} f(x)dx$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

---

d) No *Winplot*, abra o arquivo **ativ1.1** (gráfico da função f(x) = 3 e região limitada pelo gráfico da função e o eixo x no intervalo considerado). Clique em **Um**/**Medidas**/**Integrar** coloque **- 4** como limite inferior e **1** como limite superior. Digite 5 em **sub-intervalos**, ative **ponto médio**, **ponto à esquerda** e **ponto à direita.** Clique em **definida** e observe os valores que aparecem na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no **+** vinte vezes e continue observando. Compare o valor que está na janela **Integração** com o encontrado nos itens a e b. Descreva o que você observou.

1.2)



a) Determine área da região hachurada, da figura acima, usando seus conhecimentos de geometria plana.

b) Determine $\int_0^3 f(x)dx$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

---

d) No *Winplot*, abra o arquivo **ativ1.2** (gráfico da função f(x) = 2x e região limitada pelo gráfico da função e o eixo x no intervalo considerado). Clique em **Um**/**Medidas**/**Integrar** coloque **0** como limite inferior e **3** como limite superior. Digite 5 em **sub-intervalos**, ative apenas **ponto â direita** e **visualizar**; a seguir clique em **definida**; observe o valor que aparece na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no **+** vinte vezes e continue observando. Descreva o que você observou.

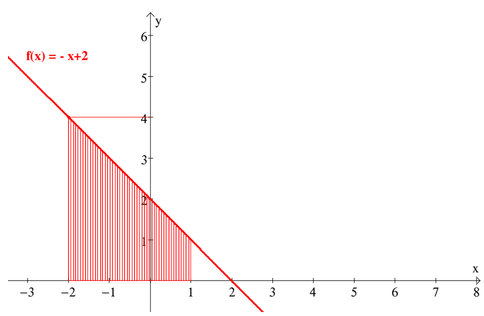
---

e) Ainda no arquivo **ativ1.2**, com o mesmo limite inferior e superior, coloque 5 em **sub-intervalos** ative apenas **ponto à esquerda** e **visualizar.** Clique em **definida** e observe o valor que aparece na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no **+** vinte vezes e continue observando. Descreva o que você observou.

---

f) Ainda no arquivo **ativ1.2**, com o mesmo limite inferior e superior, coloque 5 em **sub-intervalos** ative apenas **ponto médio** e **visualizar.** Clique em **definida** e observe o valor que aparece na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no **+** vinte vezes e continue observando. Descreva o que você observou.

1.3)



a) Determine a área da região hachurada, na figura acima, usando seus conhecimentos de geometria plana.

b) Determine $\int_{-2}^1 f(x)dx$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

---

d) No Winplot, abra o arquivo **ativ1.3** (gráfico da função f(x) = -x+2 e região limitada pelo gráfico da função e o eixo x no intervalo considerado). Clique em **Um**/**Medidas**/**Integrar** coloque **-2** como limite inferior e **1** como limite superior. Digite 5 em **sub-intervalos**, ative apenas **ponto à direita** e **visualizar**; a seguir clique em **definida**; observe o valor que aparece na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no **+** vinte vezes e continue observando. Descreva o que você observou.

---

e) Ainda no arquivo **ativ1.3**, com o mesmo limite inferior e superior, coloque 5 em **sub-intervalos** ative apenas **ponto à esquerda** e **visualizar.** Clique em **definida** e observe o valor que aparece na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no **+** vinte vezes e continue observando. Descreva o que você observou.

f) Ainda no arquivo **ativ1.3**, com o mesmo limite inferior e superior, coloque 5 em **sub-intervalos** ative apenas **ponto médio** e **visualizar.** Clique em **definida** e observe o valor que aparece na janela **Integração** e a região limitada pelos retângulos. Clique no **+** vinte vezes e continue observando. Descreva o que você observou.

1.4) Abra o arquivo **ativ1.4** (gráfico da função f(x) = - x² + 4x e região limitada pelo gráfico da função e o eixo x no intervalo considerado); observe que a região hachurada é uma figura plana, porém sua área não pode ser calculada simplesmente com auxílio de fórmulas de Geometria Plana, conforme foi feito nos itens anteriores. Sendo assim, neste item temos como objetivo calcular área de regiões como a hachurada no arquivo que você está visualizando; para tanto vamos decompor a região hachurada em retângulos (figura cuja área é fácil de ser calculada).
Clique em **Um**/**Medidas**/**Integrar** coloque **0** como limite inferior e **4** como limite superior, ative **ponto médio** e **visualizar.**
a) Em **sub-intervalos** digite 5 e clique em **definida**. Observando a região hachurada e a região limitada pelos retângulos que apareceram na tela (observando inclusive o número de retângulos) compare-as.
b) Repita o item a para 10 sub-intervalos.
c) Repita o item a para 20 sub-intervalos.
d) Repita o item a para 50 sub-intervalos.
e) Repita o item a para 100 sub-intervalos.
A partir da observação feita nos itens acima, descreva a relação que você observou entre a região hachurada e a região limitada pelos retângulos.

f) Ainda observando o gráfico do arquivo **ativ1.4** (com o mesmo limite inferior e superior) coloque 4 em **sub-intervalos.** Clique em **definida**; observe a figura e calcule (sem utilizar os recursos do software) a soma das áreas dos 4 retângulos. Compare o valor calculado com o que está na janela **Integração**

g) Ainda observando o gráfico do arquivo **ativ1.4** (com mesmo limite inferior e superior) coloque:

- 8 em **sub-intervalos**. Clique em **definida**, observe a figura e registre o valor da soma das áreas dos 8 retângulos que o *software* apresenta na janela **Integração.** ________________
- Repita o item i para 25 **sub-intervalos.** ______________
- Repita o item i para 100 **sub-intervalos.** _____________
- Repita o item i para 500 **sub-intervalos.** _____________
- Repita o item i para 1000 **sub-intervalos.** ____________

h) Determine $\int_0^4 (-x^2 + 4x)dx$, sem utilizar os recursos do *softwar*e. Compare o valor calculado com o que está na janela **Integração**.

i) Nos itens anteriores os retângulos considerados tinham como altura o ponto médio do intervalo considerado, porém podemos utilizar outros segmentos como altura no intervalo considerado. Para tanto, ainda no arquivo **ativ1.4** (com o mesmo limite inferior e superior) coloque 10 em **sub-intervalos**, clique em definida e observe a figura. Desative **ponto médio**, ative **ponto à esquerda** e a seguir clique em definida.

Observe a figura e descreva o que você observou quanto à altura dos retângulos comparando-as quando o **ponto médio** estava ativado e quando o **ponto à esquerda** foi ativado.

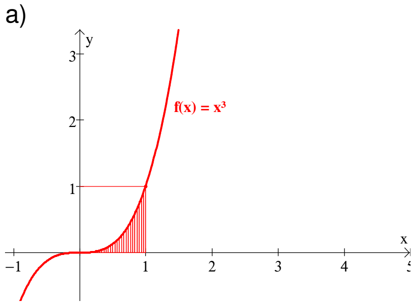
j) Ainda no arquivo **ativ1.4** (com o mesmo limite inferior e superior e mantendo o número 10 em **sub-intervalos**), desative **ponto à** esquerda, ative **ponto à direita** e a seguir clique em **definida**, observe a figura. Descreva o que você observou quanto à altura dos retângulos comparando-as quando o **ponto à esquerda** estava ativado e quando o **ponto à direita** foi ativado.

k) No mesmo arquivo **ativ. 1.4** (com mesmo limite inferior e superior), coloque **50** em **sub-intervalos**, ative **ponto médio, ponto esquerda, ponto à direita**. Clique em **definida**. Observe os valores que aparecem na janela, clique no **+** dez vezes e continue observando os valores. Compare os valores que aparecem na tela com o resultado encontrado na letra h. Descreva o que você observou.

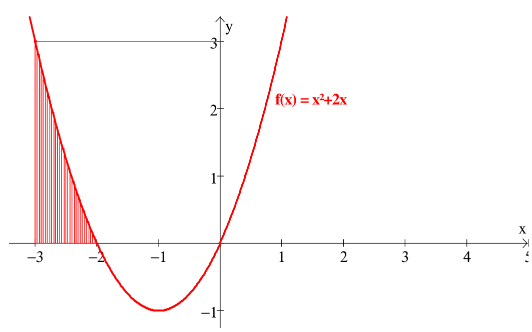
Comentário sobre a atividade 1:

1.5) A partir do que foi observado nos itens anteriores, calcule (sem auxílio do *software*) a área da região hachurada em cada gráfico abaixo:

a)



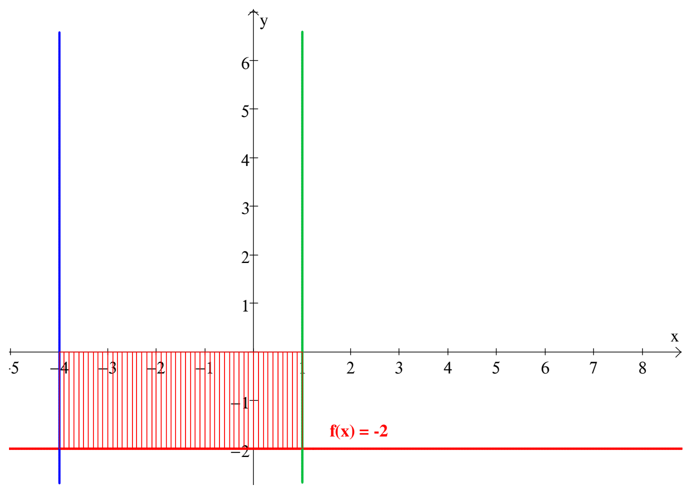
b)



ATIVIDADE 2

Considere os gráficos em cada um dos itens abaixo, e faça o que se pede:

2.1)



a) Determine a área da região hachurada, na figura acima, usando seus conhecimentos de geometria plana.

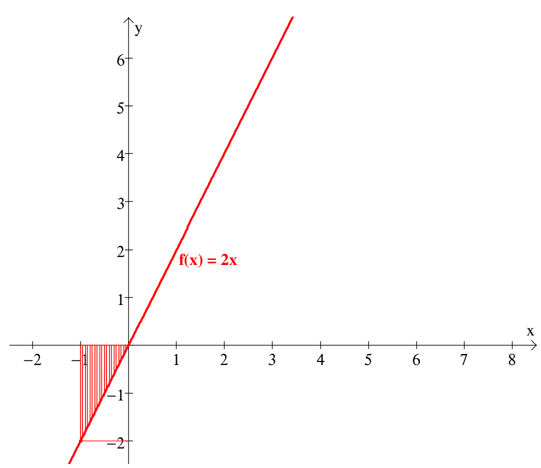
b) Determine $\int_{-4}^{1} f(x)dx$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

---

d) No *Winplot*, solicite o gráfico da função f(x) = -2. Clique em **Um/Medidas/Integrar** coloque **-4** como limite inferior e **1** como limite superior, coloque 1000 em **sub-intervalos** ative **ponto médio** e **visualizar**; a seguir clique em **definida**. Compare o valor que está na tela com o encontrado nos itens a e b.

2.2)



a) Determine a área da região hachurada, na figura acima, usando seus conhecimentos de geometria plana.

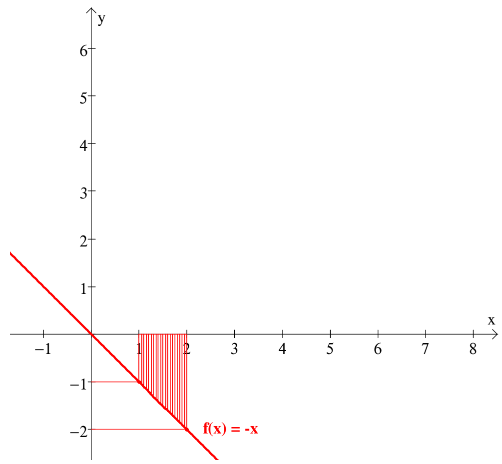
b) Determine $\int_{-1}^{0} f(x)dx$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

---

d) No *Winplot*, solicite o gráfico da função f(x) = 2x. Clique em **Um**/**Medidas**/**Integrar** coloque **-1** como limite inferior e **0** como limite superior, coloque 1000 em **sub-intervalos**, ative **ponto médio** e **visualizar**; a seguir clique em **definida**. Compare o valor que está na tela com o encontrado nos itens a e b.

2.3)



a) Determine a área da região hachurada, na figura acima, usando seus conhecimentos em geometria plana.

b) Determine $\int_1^2 f(x)dx$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

---

d) No *Winplot*, solicite o gráfico da função f(x) = -x. Clique em **Um**/**Medidas**/**Integrar** coloque **1** como limite inferior e **2** como limite superior,coloque 1000 em **sub-intervalos,** ative **ponto médio** e **visualizar** e clique em **definida**. Compare o valor que está na tela com o encontrado nos itens a e b.

2.4) Considerando os itens 2.1, 2.2 e 2.3 desta atividade, descreva o que foi observado nestes casos.

2.5) Abra o arquivo **ativ2.5** (gráfico da função f(x) = x² + 4x e região limitada pelo gráfico da função e o eixo x no intervalo considerado)

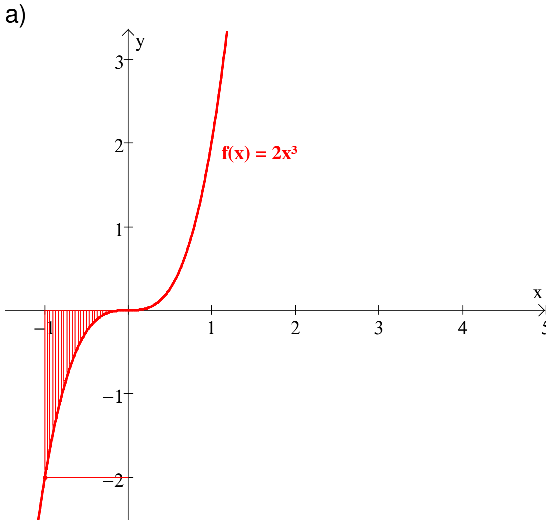
a) Determine $\int_{-4}^{0} (x^2 + 4x)dx$

b) Ainda no arquivo **(ativ2.5)**clique em **Um**/**Medidas**/**Integrar**, coloque **-4** como limite inferior e **0** como limite superior. Digite 50 em **sub-intervalos** ative **ponto médio**, **ponto à esquerda** e **ponto à direita.** Clique em **definida.** Observe os valores que aparecem na janela, clique no **+** dez vezes continue observando os valores. Compare os valores que aparecem na janela **Integração** com o resultado encontrado na letra **a**. Os valores que aparecem na janela **Integração** correspondem a aproximações da área da região hachurada? Descreva o que você observou.

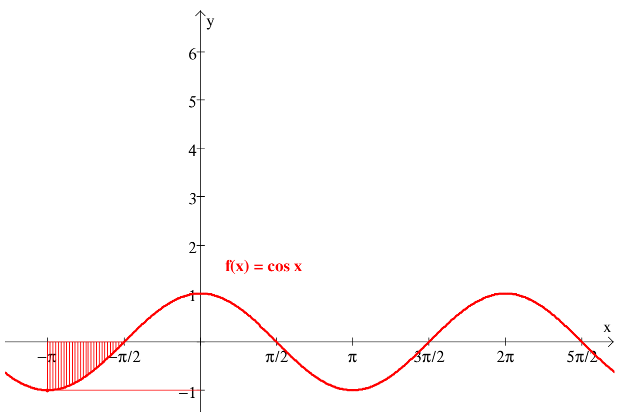
Comentário sobre a atividade 2:

2.6) A partir do que foi observado nos itens 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 e 2.5, calcule (sem utilizar os recursos do *software*) a área da região hachurada em cada gráfico abaixo:

a)



b)



]

ATIVIDADE 3

Em cada item a seguir, dê o que se pede:

3.1) Abra o arquivo **ativ3.1**:
a) Determine a área da região hachurada sem utilizar os recursos do *software*.

b) Determine $-\int_{-4}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx$, sem utilizar os recursos do *software.*

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

---

d) No mesmo arquivo, clique em **Um/Medidas/Integrar** coloque **–4** como limite inferior e **1** como limite superior, ative **ponto médio** e **visualizar** e clique em **definida**. Anote o valor que aparece na tela. Este valor é igual ao encontrado nos itens **a** e **b**? Este valor é a área hachurada? Justifique sua resposta.

---

e) Na janela **Um/Medidas/Integrar** coloque **–4** como limite inferior e **0** como limite superior, ative **ponto médio** e **visualizar** e clique em **definida.** Anote o valor que aparece na tela.

---

f) Na janela **Um/Medidas/Integrar** coloque **0** como limite inferior e **1** como limite superior, ative **ponto médio** e **visualizar** e clique em **definida.** Anote o valor que aparece na tela.

---

g) Estabeleça uma relação entre os valores encontrados nos itens **e** e **f** para que se obtenha o valor do item **d**.

---

h) Estabeleça uma relação entre os valores encontrados nos itens **e** e **f** para que se obtenha o valor da área da região hachurada.

3.2) Abra o arquivo **ativ3.2** e:

a) Determine $-\int_{-3}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^{1} f(x)dx$ sem utilizar os recursos do *software*.

b) No mesmo arquivo, clique em **Um/Medidas/Integrar** coloque **- 3** como limite inferior e **1** como limite superior, ative **ponto médio** e **visualizar** e clique em **definida**. Anote o valor que aparece na tela. Este valor é igual ao encontrado no item **a**? Este valor é a área da região hachurada? Justifique sua resposta.

---

c) Na janela **Um/Medidas/Integrar** coloque **-3** como limite inferior e **-1** como limite superior, ative **ponto médio** e **visualizar** e clique em **definida.** Anote o valor que aparece na tela.

---

d) Na janela **Um/Medidas/Integrar** coloque **-1** como limite inferior e **1** como limite superior, ative **ponto médio** e **visualizar** e clique em **definida.** Anote o valor que aparece na tela.

---

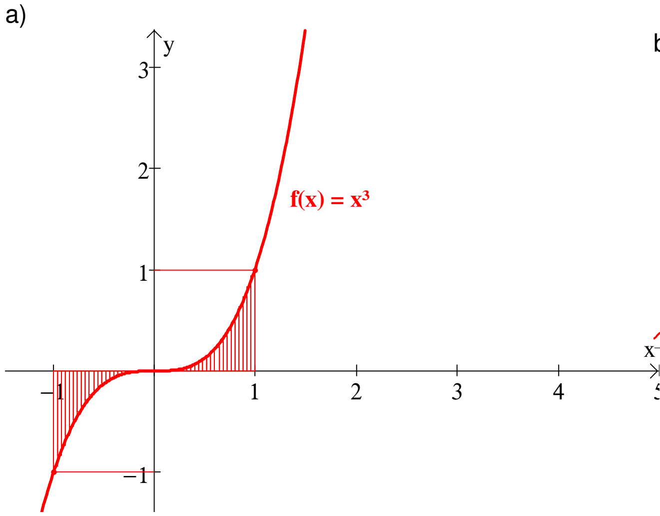
e) Estabeleça uma relação entre os valores encontrados nos itens **c** e **d** para que se obtenha o valor do item **b**.

f) Estabeleça uma relação entre os valores encontrados nos itens **c** e **d** para que se obtenha o valor da área da região hachurada.

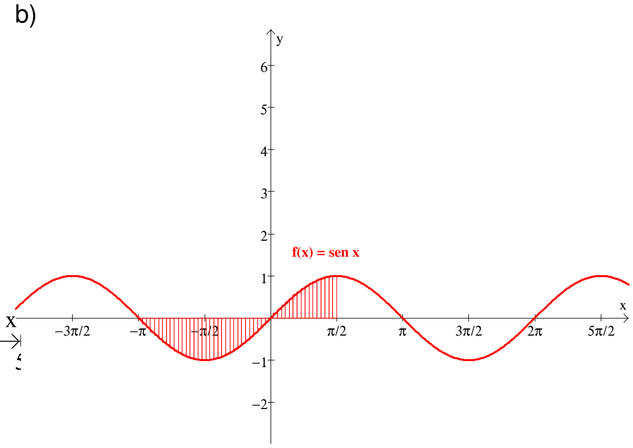
Comentário sobre a atividade 3:

3.3) Considerando o que foi observado nos itens 3.1 e 3.2 calcule (sem o auxílio do *software*) a área da região hachurada em cada gráfico abaixo:

a)

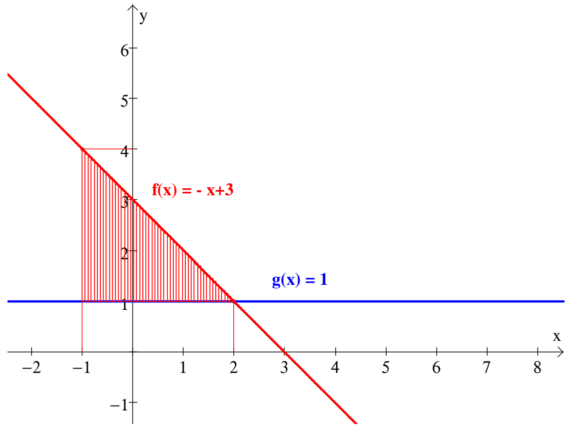


b)



ATIVIDADE 4

4.1) Considere a figura abaixo e:



a) Determine a área da região hachurada, na figura acima, usando seus conhecimentos em geometria plana.

b) Determine $\int_{-1}^{2} f(x)dx$

c) Pinte no gráfico, com cor verde, a superfície cuja área pode ser calculada pela integral do item b.

d) Determine $\int_{-1}^{2} g(x)dx$

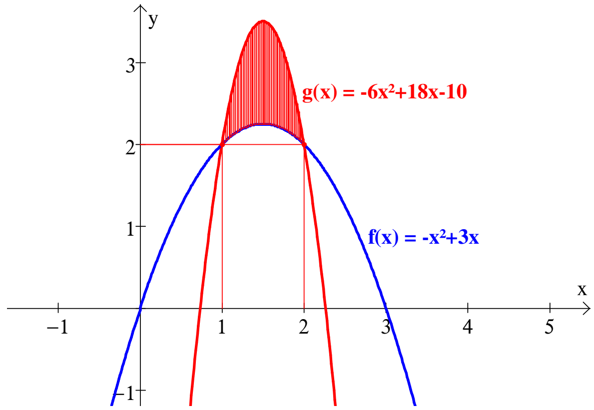
e) Utilizando uma cor azul, pinte no gráfico a superfície cuja área pode ser calculada pela integral do item d.

f) Observando as áreas que você coloriu, estabeleça uma relação entre a integral do item **b** com a do item **d** a fim de obter a área que já estava hachurada nesta atividade (a que você calculou no item **a**).

---

g) Abra o arquivo **ativ4.1** clique em **Dois Integrações**. Na primeira janela selecione a função y = -x+3 e na segunda janela selecione a função y = 1. Coloque **–1** limite inferior e **2** limite superior, coloque **5** em **sub-intervalos**, ative **ponto médio**, **ponto à esquerda**, **ponto à direita** e **visualizar**, a seguir clique em **definida**. Observe os valores que aparecem na tela, a seguir clique no **+** dez vezes e continue observando os valores. Compare os valores que aparecem na tela com o resultado do item a. Descreva o que você observou.

4.2) Considere a figura abaixo e:



a) Determine $\int_1^2 (-6x^2 + 18x - 10)dx$

b) Pinte no gráfico, com cor verde a superfície cuja área pode ser calculada pela integral do item b.

c) Determine $\int_1^2 (-x^2 + 3x)dx$

d) Pinte no gráfico, com cor vermelha, a superfície cuja área pode ser calculada pela integral do item c.

e) Observando as áreas que você coloriu, estabeleça uma relação entre a integral do item a com a do item c, a fim de obter a área que já estava hachurada nesta atividade (a que você calculou no item a).

f) Abra o arquivo **ativ4.2** e clique em **Dois Integrações** na primeira janela selecione a função y = $-6x^2+18x-10$ e na segunda janela selecione a função y = $-x^2+3x$. Coloque **1** limite inferior e **2** limite superior, coloque **5** em **sub-intervalos**, ative **ponto médio**, **ponto à esquerda, ponto à direita** e **visualizar**, a seguir clique em **definida**. Observe os valores que aparecem na tela e clique no **+** dez vezes e continue observando os valores. Compare os valores que aparecem na tela com o resultado do item a. Descreva o que você observou.

Comentário sobre a atividade 4.

ATIVIDADE 5

5.1) Observe o quadro abaixo:

FIGURA 1

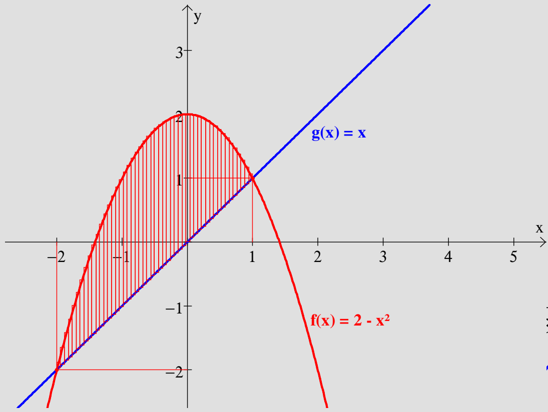


FIGURA 2

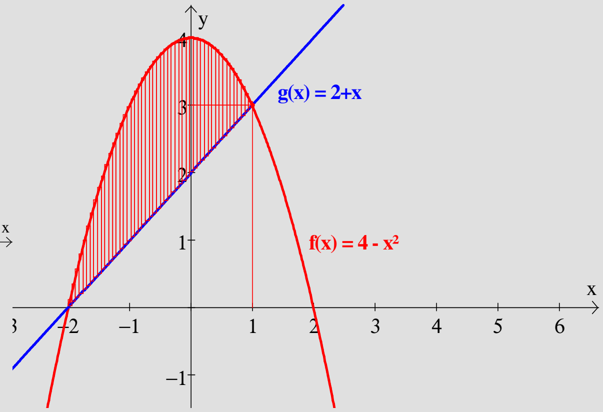


Figura 1:
Área limitada pelos gráficos $f(x) = 2 - x^2$ e $g(x) = x$

Figura 2:
Área limitada pelos gráficos $f(x) = 4 - x^2$ e $g(x) = 2 + x$

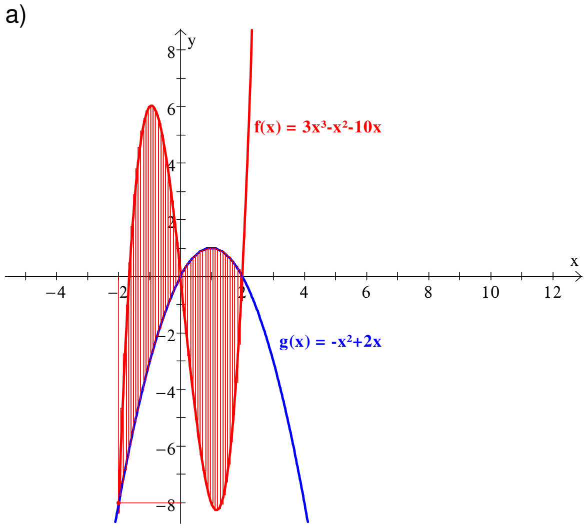
OBSERVAÇÃO: A área da figura 2 é a mesma da figura 1, pois o gráfico $f(x) = 4 – x^2$ é a translação vertical do gráfico $f(x) = 2 - x^2$ e o gráfico $g(x) = 2 + x$ é a translação vertical do gráfico $g(x) = x$.

A partir da observação acima e da atividade 4, descreva como você calcularia a área hachurada na figura 1:

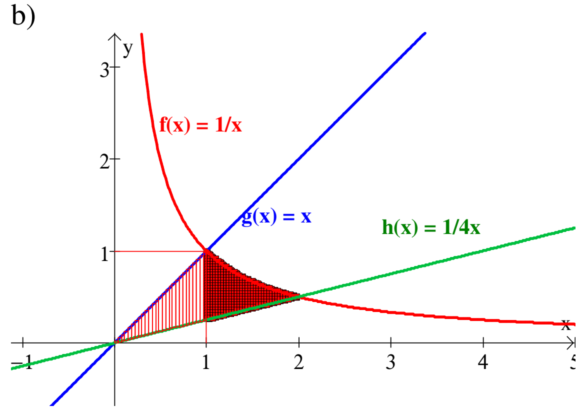
Comentário sobre a atividade 5

5.2) Calcule a área da região hachurada em cada gráfico abaixo:

a)



b)



Anexo 2 – Arquivos Referenciados na Apostila de Atividades

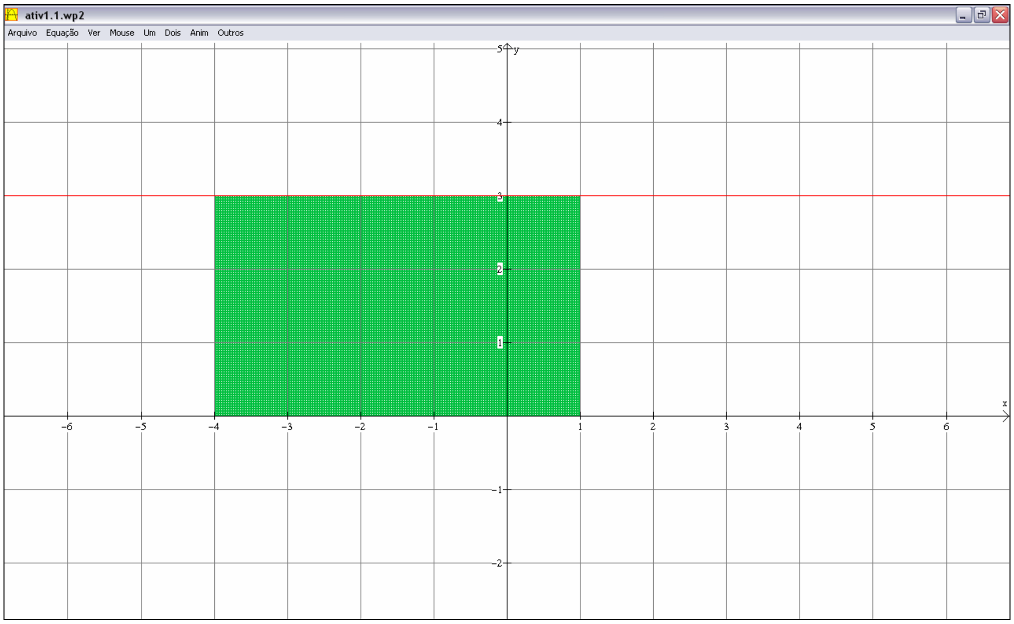


Figura 1: Arquivo Ativ.1.1

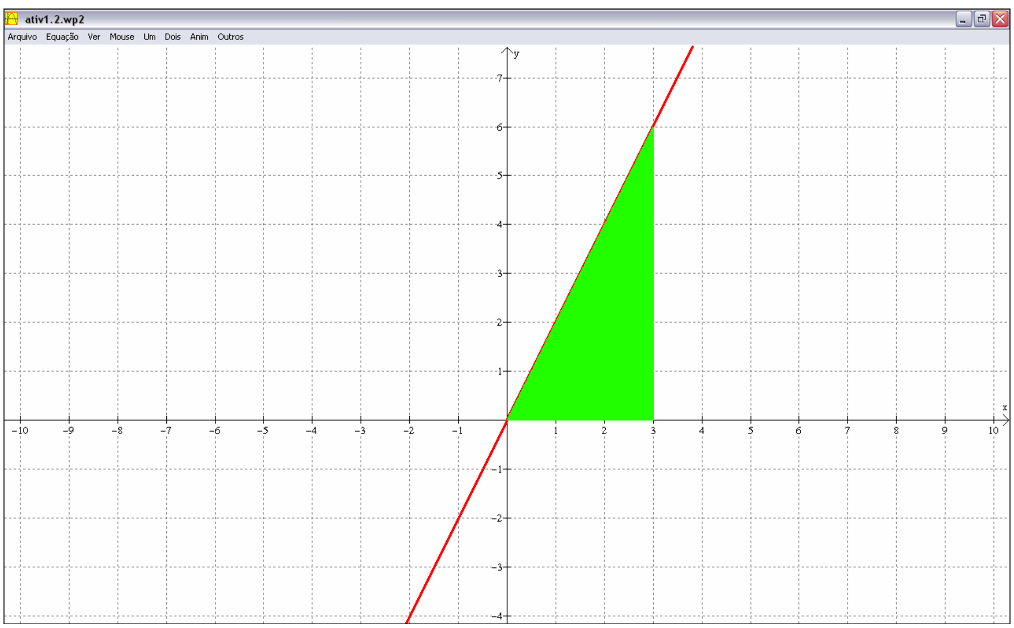


Figura 2: Arquivo ativ.1.2

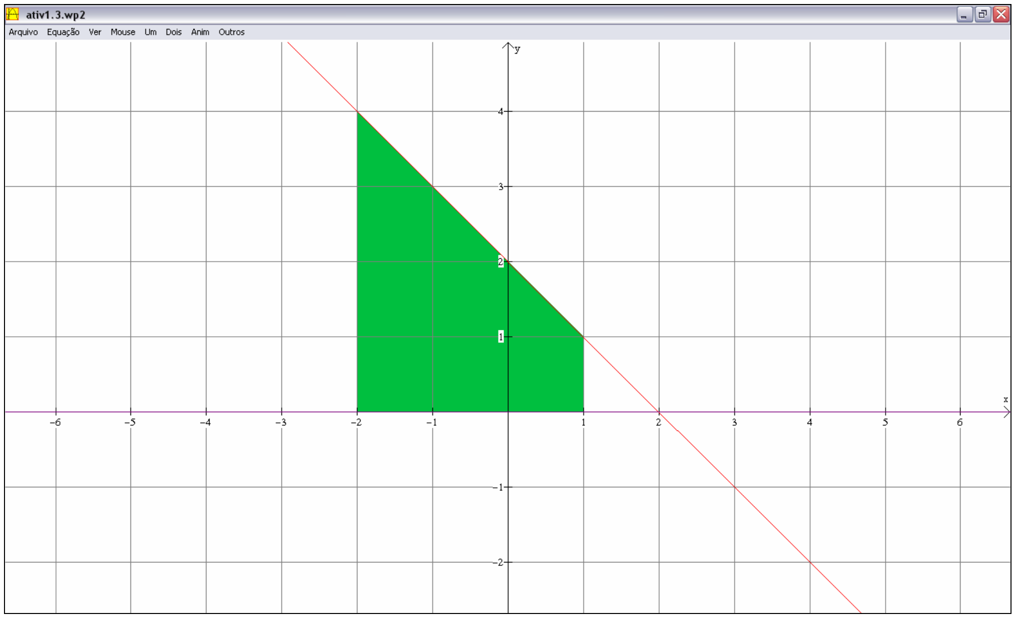


Figura 3: Arquivo Ativ1.3

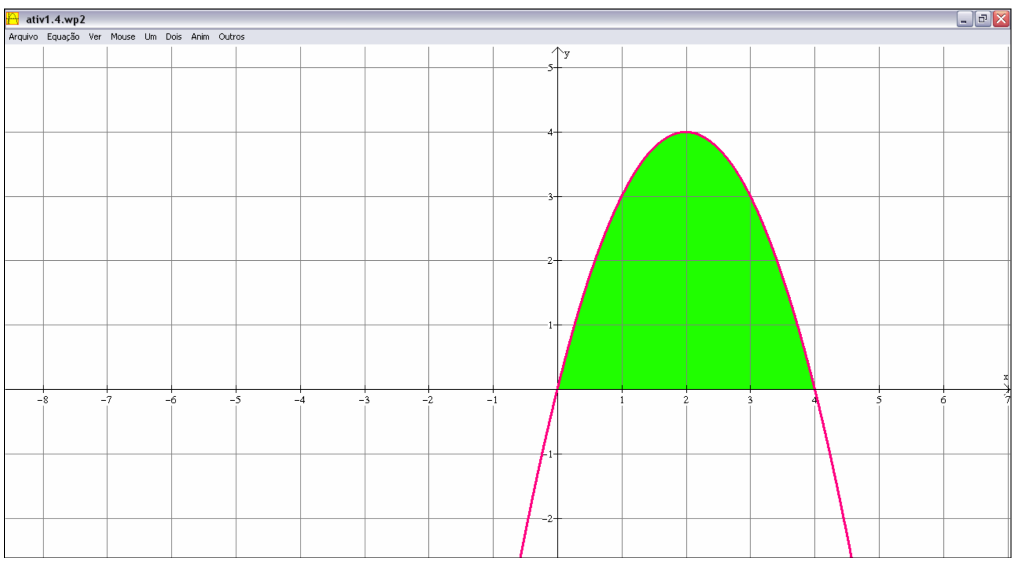


Figura 4: Arquivo Ativ1.4

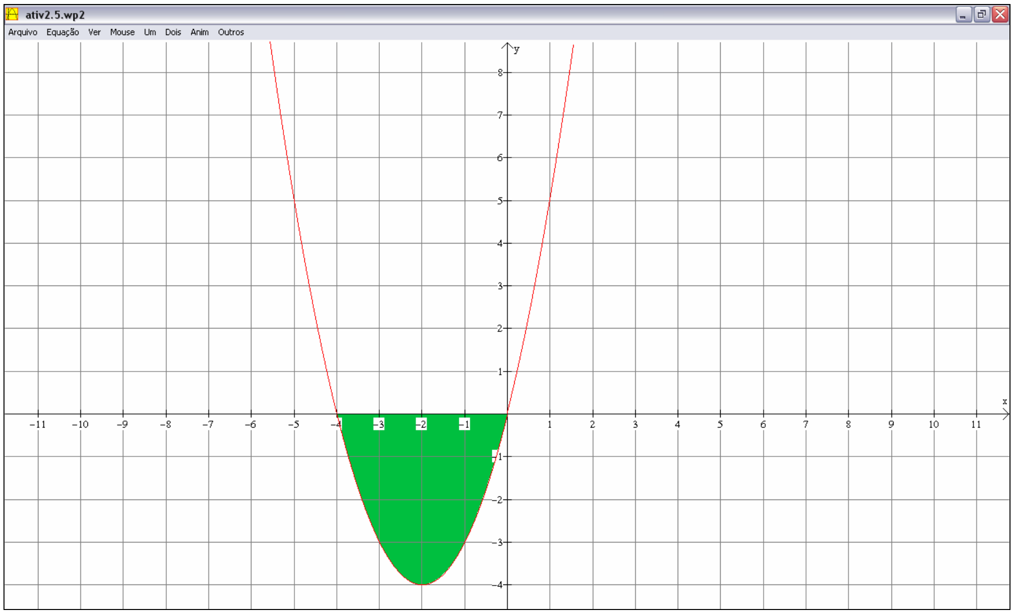


Figura 5: Arquivo Ativ2.5

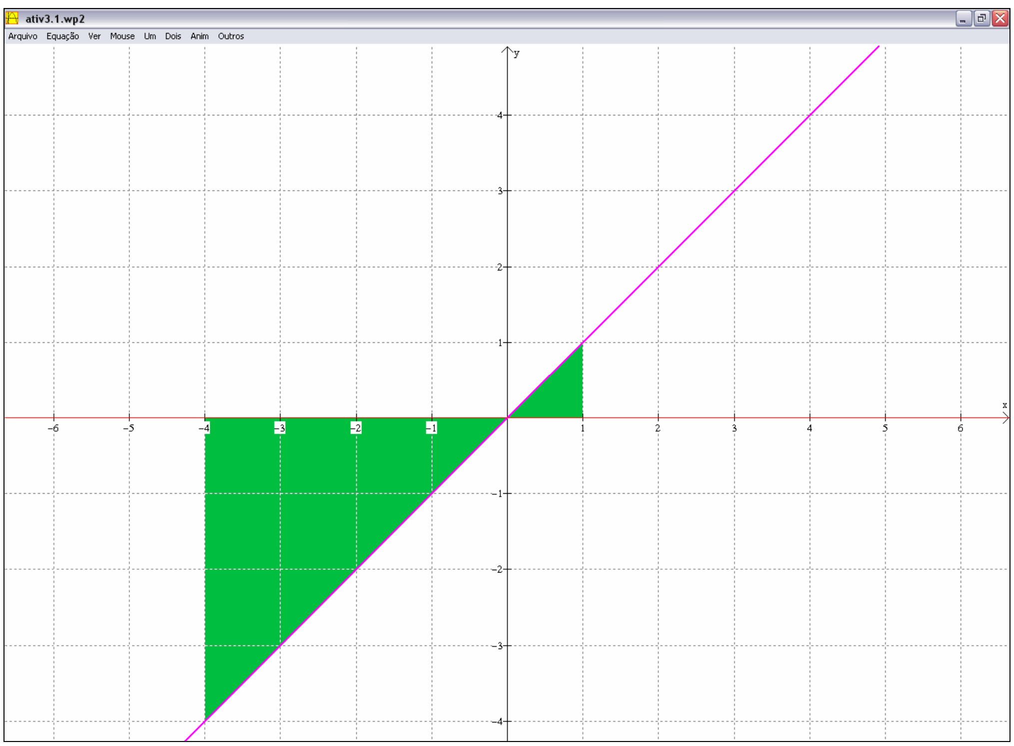


Figura 6: Arquivo Ativ3.1

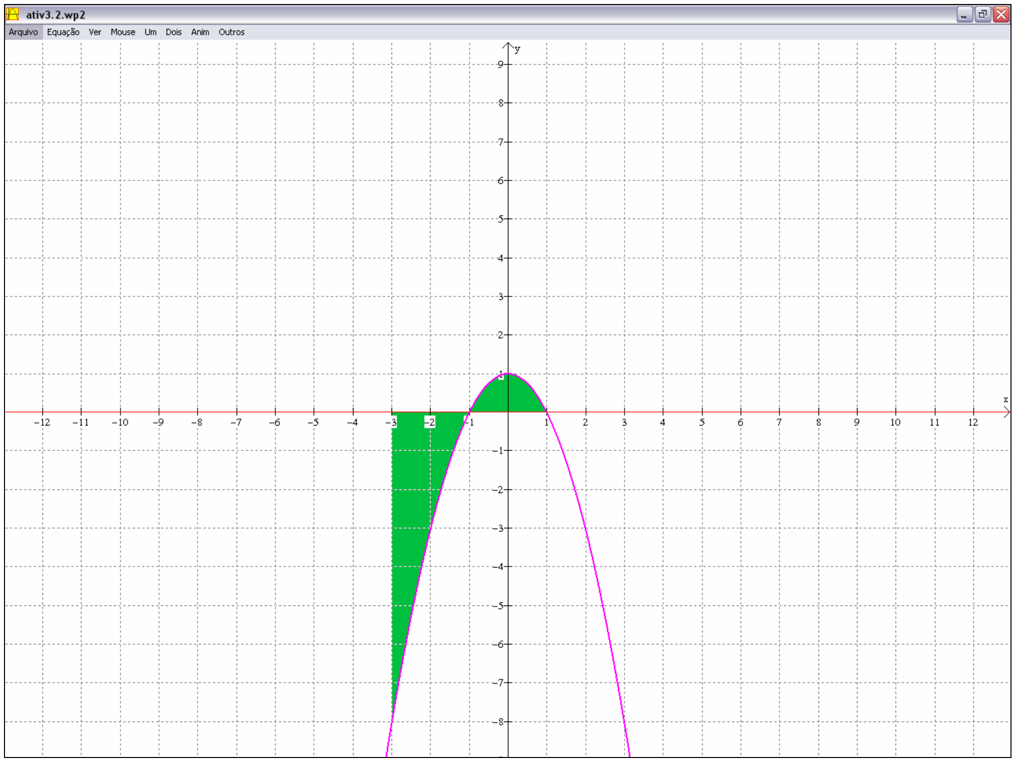


Figura 7: Arquivo Ativ3.2

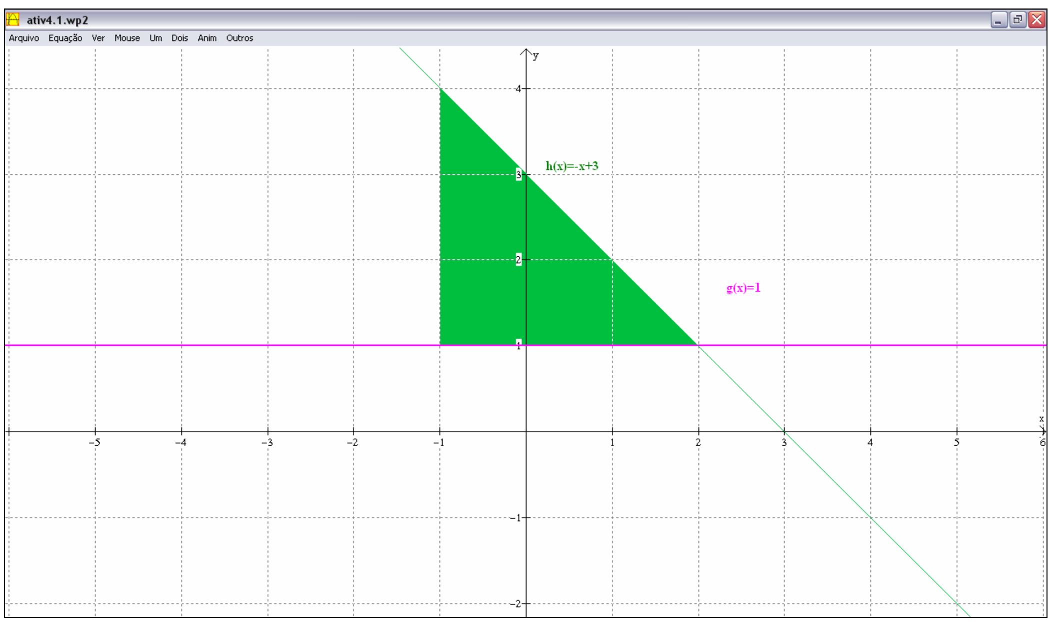


Figura 8: Arquivo Ativ4.1

Anexo 3 – Exercício Extra

Exercício

Ache a área da região limitada pelos gráficos das funções:

$f(x) = \sqrt{3x} + 1$

$g(x) = x + 1$

Anexo 4 – Algumas Apostilas de Atividades Resolvidas pelos Alunos

Anexo 5 – Questionário

<u>TRABALHO MONOGRÁFICO</u>: *ESTUDO DE ÁREA ENTRE DUAS CURVAS COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE WINPLOT*

1- Nome (opcional): ________________________

2- Você considera que o uso de *softwares* educacionais pode contribuir na construção de conhecimentos matemáticos?

a) Sim
b) Não
c) Depende de: ______________________

Por quê?____________________________________
____
____

3- Você considera que o papel do professor durante a utilização dos *softwares* educacionais é:

a) Muito importante
b) Importante
c) Pouco importante
d) Quase desnecessário
e) Desnecessário

Comente:
____
____
____
____

4- Marque a(s) alternativa(s) que representa(m) a(s) maneira(s) pela(s) qual(is) a disciplina Cálculo foi desenvolvida no decorrer de seu curso superior:

a) Memorização e aplicação de fórmulas.
b) Transmissão de conteúdos.
c) Construção de conhecimentos.
d) Utilização de diversos recursos tecnológicos visando compreensão do tema em estudo.
e) Associação da teoria à prática.
f) Outros. ___________________________

5- Você considera que o uso do *software Winplot* associados as atividades propostas contribuíram para a aprendizagem do Cálculo de Área entre Duas Curvas?

a) Sim
b) Não
c) Parcialmente.

Comente:
____
____
____
____

6- Você considera que as atividades contribuíram para aumentar seus conhecimentos em:

a) Matemática
b) Informática
c) Matemática e Informática
d) Não contribuiu
e) Outros. ___________________________

7- Você considera que as atividades possuem caráter investigativo:

a) Sim
b) Não
c) Parcialmente.

Comente:
____
____
____
____

8- Você considera que o papel do professor durante a resolução destas atividades foi:

a) Muito importante
b) Importante
c) Pouco importante
d) Quase desnecessário
e) Desnecessário

Comente:
____
____
____
____

9- Você realizaria atividades como as que acabou de fazer com seus futuros alunos?

a) Sim
b) Não
c) Depende de: ______________________

Por quê?_________________________________
____
____

10- Destaque os pontos positivos e negativos, das atividades resolvidas:
____
____
____
____
____
____

11- Dê sua opinião sobre a importância do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na formação do professor de Matemática apontando possíveis vantagens e desvantagens.
____
____
____
____
____

Anexo 6 – Questionários Respondidos pelos Participantes

Anexo 7 – Entrevista Semi-estruturada

Entrevista realizada em 24 de março de 2007, com a professora de Cálculo Diferencial e Integral, dos alunos participantes da aplicação das atividades investigativas. Essa entrevista foi estruturada com as seguintes indagações:

1) Você considera que as TIC foram uma ferramenta importante no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo Área entre Curvas?
2) O desempenho dos alunos foi produtivo na avaliação deste conteúdo?