CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ESTUDANDO SEMELHANÇA PARA DEDUZIR RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

ALINE NOGUEIRA ROCHA
KARINE CALIL DA CRUZ
LUANA DE SOUSA VIEIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES
2007

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

ALINE NOGUEIRA ROCHA
KARINE CALIL DA CRUZ
LUANA DE SOUSA VIEIRA

ESTUDANDO SEMELHANÇA PARA DEDUZIR RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Monografia apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.ª MSc. Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro

Co-Orientadora: Prof.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2007

ALINE NOGUEIRA ROCHA
KARINE CALIL DA CRUZ
LUANA DE SOUSA VIEIRA

ESTUDANDO SEMELHANÇA PARA DEDUZIR RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Monografia apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 19 de março de 2008.

Banca Avaliadora:

Prof.ª Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro (orientadora)
Mestre em Educação Matemática
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos/RJ

Prof. Salvador Tavares
Mestre em Educação Matemática
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos/RJ

Prof.ª Mônica Souto da Silva Dias
Mestre em Educação Matemática
Faculdade de Filosofia de Campos/RJ

AGRADECIMENTOS

Muitas vezes, ao lermos a página de agradecimentos em pesquisas de colegas, não entendíamos o porquê de tantas menções. Hoje essas razões estão mais perceptíveis, uma vez que é chegado nosso momento de escrever esta página e ter em conta aqueles que nos acompanharam neste projeto e que, direta ou indiretamente, muito nos ampararam e nos ajudaram.

Começamos agradecendo a Deus, àquele que nos deu vida e permitiu que nossa caminhada se tornasse mais agradável;

Aos nossos pais e familiares, que sempre estiveram ao nosso lado, nos incentivando, nos dando apoio e, principalmente, nos confortando nos momentos de dificuldades;

A Alex, Cleyton e Leandro, pela compreensão e apoio em todas as horas. Recebam nosso amor e admiração;

Agradecemos também à professora Mestra Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro, pelo amparo como orientadora e amiga, sabendo dosar nossos estudos e oferecendo contribuições para nosso trabalho acadêmico e à co-orientadora Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida, pelo profissionalismo e empenho, indispensáveis para a elaboração deste trabalho;

A todos os professores da Licenciatura em Matemática do CEFET-Campos, que foram mestres e amigos e que contribuíram diretamente para nosso crescimento. Recebam todo nosso afeto e admiração;

À professora Gilmara Teixeira Barcelos, pois foi quem nos proporcionou uma boa formação no conteúdo proposto;

À professora Vera Fazoli, que se fez sempre presente nos incentivando a prosseguir;

Ao coordenador Salvador Tavares, pela competência em coordenar o curso e contribuir para a formação de novos educadores;

Aos colegas do curso, pelo companheirismo, pelos momentos de reflexão, de ajuda mútua e descontração. Os desafios que enfrentamos foram importantes para nosso crescimento;

Aos alunos, que participaram da aplicação das atividades;

A todos os colegas e amigos, que participaram dessa fase da nossa vida e cresceram junto conosco, através da convivência e troca de experiências.

“Para ser grande, sê inteiro: nada
teu exagera ou exclui.
Sê todo em cada coisa. Põe quanto és
no mínimo que fazes.
Assim em cada lago a lua toda
brilha, porque alta vive.”

Fernando Pessoa

Dedicamos este trabalho a todos nossos familiares e amigos que, de forma direta ou indireta, nos incentivaram e nos deram resistência para enfrentar os obstáculos e chegar até aqui.

RESUMO

O presente estudo visa a desenvolver um trabalho voltado para a dedução das relações métricas no triângulo retângulo a partir de semelhança. Nesse contexto, buscam-se as possíveis contribuições que a aula dinâmica e contextualizada pode trazer quando usada no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, tendo em vista as inúmeras dificuldades ou obstáculos colocados para se ministrar tal disciplina. Com a preocupação centrada no ensino e na aprendizagem, foram propostas atividades dinâmicas e motivadoras, que utilizam recursos didáticos diversos tais como: emborrachado, canudinhos, tachinhas, régua, compasso, papel manteiga, geoplano e papel quadriculado. Os participantes da pesquisa eram alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual do Município de Campos dos Goytacazes, Estado do Rio de Janeiro. Os sujeitos envolvidos nesse trabalho puderam identificar exemplos e contra-exemplos de semelhança (ampliações, reduções ou congruências) em objetos e embalagens, fotografias, mapas, plantas, maquetes. Também puderam ampliar e reduzir diversas figuras, utilizando dois métodos: primeiramente, o quadriculado e, por seguinte, a homotetia, desenvolvendo, intuitivamente, a idéia de semelhança de polígonos. A partir de semelhança de polígonos, os alunos desenvolveram a idéia de semelhança de triângulos e, finalmente, os mesmos aplicaram semelhança de triângulos para chegar ao nosso objetivo final, deduzir as relações métricas no triângulo retângulo.

Palavras-chave: Semelhança. Relações métricas no triângulo retângulo. Construção do conhecimento.

ABSTRACT

This study aims to develop a work dedicated to the deduction of the triangle relations metrics rectangle from similarities. In this context, looking up any contributions that the classroom dynamic and contextualized can bring when used in the teaching and learning of geometry in order to the many difficulties or obstacles placed to deliver such discipline in the levels of schooling. With the concern centred on the teaching and learning activities were proposed dynamic and motivating, which use different didactic resources such as: emborrachado, straw, tack, ruler, compass, paper butter, geoplano and kvadrate role. Participants of the survey were students of the second year of high school, a school of the state council Campos dos Goytacazes, state of Rio de Janeiro. The subjects involved in this research could identify examples and counter-examples of similarity (extensions, reductions or matching) in objects and packaging, photographs, maps, plans, models. Nor could zoom in and out several pictures using two methods, the first kvadrate and by the following homotetia, developing intuitively like the idea of polygons. From like polygons students developed the idea of like triangle, and finally they applied like triangles to reach our final goal, deduct metrics relations on rectangle triangle.

Key-words: Similarities. Metrics relations on rectangle triangle. Construction of the knowledge.

LISTA DE FOTOS

Foto 3.1: Carros.. 35

Foto 3.2: Definição de semelhança.. 38

Foto 3.3: Aluno construindo o quadrado de canudinhos....................................... 42

Foto 3.4: Ampliação e redução da bala.. 42

Foto 3.5: Sobreposição dos ângulos.. 46

Foto 3.6: Geoplano.. 47

Foto 3.7: Geoplano: indicação do ponto A e da unidade usada............................ 47

Foto 3.8: Retângulos construídos no geoplano... 48

Foto 3.9: Construção das diagonais... 49

Foto 3.10: Alunos no pátio medindo as sombras.. 61

Foto 3.11: Traçado da altura do triângulo retângulo relativa à hipotenusa............ 62

Foto 3.12: Triângulos semelhantes.. 63

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 2.1: O uso da homotetia no ensino de semelhança de polígonos na rede particular.. 25

Gráfico 2.2: O uso da homotetia no ensino de semelhança de polígonos na rede pública... 26

Gráfico 3.1: Resultado da consulta.. 41

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1: Resposta de um professor da rede particular.................................. 24

Quadro 2.2: Resposta de um professor da rede pública...................................... 25

Quadro 2.3: Resposta de um professor da rede pública...................................... 25

Quadro 2.4: Resposta de um professor... 26

Quadro 2.5: Resposta de um professor... 26

Quadro 2.6: Resposta de um professor... 27

Quadro 2.7: Resposta de um professor... 27

Quadro 2.8: Resposta de um professor... 27

Quadro 2.9: Resposta de um professor... 28

Quadro 2.10: Resposta de um professor... 28

Quadro 2.11: Resposta de um professor... 28

Quadro 3.1: Fotografias de ampliações, reduções e deformações....................... 31

Quadro 3.2: Fotografias das comparações dos objetos....................................... 33

Quadro 3.3: Fotos das bicicletas... 36

Quadro 3.4: Figuras a ampliar e/ou reduzir... 40

Quadro 3.5: Deformações... 42

Quadro 3.6: Fotos dos polígonos congruentes e semelhantes............................ 44

Quadro 3.7: Fotos dos alunos fazendo as medições... 50

Quadro 3.8: Anotações das dimensões das telas.. 50

Quadro 3.9: Polígonos do processo de homotetia.. 52

Quadro 3.10: Polígonos obtidos por um aluno... 53

Quadro 3.11: Contrução de um aluno.. 57

Quadro 3.12: Triângulos... 58

Quadro 3.13: Soma dos ângulos internos do triângulo... 59

Quadro 3.14: Triângulos... 60

Quadro 3.15: Polígonos.. 60

Quadro 3.16: Triângulos congruentes.. 62

Quadro 3.17: Triângulo retângulo.. 63

Quadro 3.18: Relações métricas obtidas por um aluno... 64

SUMÁRIO

LISTA DE FOTOS.. 9
LISTA DE GRÁFICOS.. 10
LISTA DE QUADROS... 11
INTRODUÇÃO.. 14
CAPÍTULO I.. 18
1.1- A Geometria... 18
1.1.1- Breve Histórico.. 18
1.1.2- O ensino da Geometria: Problemática e Importância................................ 20
CAPÍTULO II... 24
2.1- Relatório sobre os questionários... 24
CAPÍTULO III.. 30
3.1- Comentário das atividades.. 30
3.1.1- Atividade n.º 01.. 31
3.1.2- Atividade n.º 02.. 36
3.1.3- Atividade n.º 03.. 40
3.1.4- Atividade n.º 04.. 47
3.1.5- Atividade n.º 05.. 52
3.1.6- Atividade n.º 06.. 55
3.1.7- Atividade n.º 07.. 57
3.1.8- Atividade n.º 08.. 62
CONSIDERAÇÕES FINAIS.. 66
BIBLIOGRAFIA... 68
ANEXO.. 72
ANEXO I – Questionário... 73
ANEXO II – Atividades.. 75
ANEXO III – Algumas atividades resolvidas pelos alunos.................................. 98

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a sociedade vem passando por sucessivas mudanças, já que os progressos científicos e avanços tecnológicos definem exigências novas para os jovens que ingressarão no mercado de trabalho (BRASIL, 1998).

Diante dessa situação, escolas que conservam práticas educativas tradicionais, que têm por objetivo a memorização dos conteúdos, o verbalismo e as regras, fazem com que os indivíduos não consigam desenvolver potencialidades adequadas aos desafios impostos pelo mundo. Segundo Freire (1996), o educador que 'castra' a curiosidade do educando em nome da memorização do ensino dos conteúdos, tolhe a liberdade do educando, a sua capacidade de aventurar-se.

Nesse contexto, a escola e os educadores têm um papel relevante na construção do saber, dando aos indivíduos base e amparo a fim de formar cidadãos conscientes de seus direitos e deveres que atendam às exigências da nova sociedade, sendo reflexivo, crítico, participativo e agente de ações e decisões.

D`Ambrósio (1996, *apud* PEREZ, 2004) ressalta que o novo papel do professor será o de gerenciador e facilitador do processo de ensino e aprendizagem e, naturalmente, de interação com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos.

Em relação ao conhecimento matemático, os Parâmetros Curriculares Nacionais ressaltam que este deve possibilitar a inserção dos alunos, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura (BRASIL, 1998). Os Parâmetros também destacam que a Matemática está presente na vida de todas as pessoas, em situações em que é preciso quantificar, calcular, ler gráfico e mapas ou localizar um objeto no espaço.

Pavanello e Andrade (2002) afirmam que a aprendizagem da Matemática não deve e não pode ficar limitada ao manejo de fórmulas, ao saber fazer contas ou assinalar a resposta correta a uma questão. Ela deve conduzir à interpretação de enunciados, à criação de significados, à construção de instrumentos para a resolução de problemas.

Dentre os diversos ramos da Matemática, a Geometria é considerada como uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos e é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e real (FAINGUELERNT, 1999).

Segundo Lorenzato (1995, *apud* FAINGUELERNT, 1999), a Geometria está praticamente ausente da sala de aula. Dentre os fatores que justificam seu abandono, Lorenzato cita que: i) durante muito tempo, o ensino da geometria não se renovou e com isso perdeu o vigor; ii) a maioria dos professores, durante sua formação, não teve acesso aos conhecimentos de Geometria necessários para a realização de sua prática pedagógica; iii) os professores dão uma importância excessiva ao livro didático; iv) o currículo repercute diretamente na práxis do professor.

No decorrer dos nossos estudos em Matemática, observamos inúmeras dificuldades tanto no aprendizado quanto no ensino de Geometria e tais dificuldades acompanham os alunos durante sua trajetória escolar.

Através de leituras de trabalhos de pesquisas de autores como: Lorenzato (1995), Fainguelernt (1995 e 1999) Pavenello e Andrade (2002) e, a partir de nossa experiência como aluno, percebemos que a Geometria vem sendo deixada de lado, apesar de ser de suma importância, uma vez que ajuda o aluno a desenvolver habilidades de percepção espacial.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais afirmam que:

> [...] a geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que, possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever, e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1998, p.122)

Pesquisas em Educação Matemática, voltadas para a Geometria, vêm sendo intensificadas. Manuel Barrantes e Lorenzo J. Blanco (2004), em artigo publicado na revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), ressaltam uma entrevista realizada com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. Tal entrevista destaca os seguintes depoimentos em relação ao ensino da Geometria:

> *“A dificuldade está nas fórmulas, tínhamos que memorizá-las, e, também, nos problemas”;*
>
> *“Nos livros de texto, os seus conteúdos estão na parte final”.*
>
> *“A Geometria é mais difícil que outras partes que estudávamos da Matemática escolar”.*
>
> *“Uma matéria muito teórica ou abstrata”.*
>
> *“...eu acho que a achamos difícil, pela forma como* nos ensinaram, não porque seja difícil”.

A Geometria é pouco estudada e muitas vezes relegada a segundo plano nas escolas, contudo, é voz corrente entre os educadores matemáticos de todo o mundo que ela deve ser encarada como prioridade nos programas escolares (D'AMBROSIO,1999 *apud* FAINGUELERNT, 1999).

A partir das dificuldades que os alunos e professores apresentam ao estudar e ensinar a Geometria, desenvolvemos um trabalho com o objetivo de deduzir as relações métricas no triângulo retângulo através de semelhança, de modo que o aluno compreenda o significado dos conceitos geométricos envolvidos, fazendo com que o ensino e a aprendizagem desse tópico ganhem mais significado.

Este trabalho foi desenvolvido a partir de atividades que levassem o aluno à construção do conhecimento de forma significativa através da visualização, experimentação e intuição. Segundo Araújo (1994), as experiências intuitivas são relevantes para a reconstrução do conhecimento em Geometria.

Considerando que o ensino da Geometria não pode ser reduzido à mera aplicação de fórmulas e de resultados estabelecidos, sem a preocupação com as descobertas de caminhos para a sua demonstração (FAINGUELERNT, 1995), buscou-se fazer um estudo dinâmico, de modo que os alunos compreendessem os conceitos envolvidos.

Com o intuito de resgatar o estudo das relações métricas no triângulo retângulo, propusemos este trabalho que está dividido nas seguintes etapas: revisão bibliográfica, preparação de um questionário, aplicação dos questionários e análise das respostas, preparação das atividades e aplicação das mesmas.

Num primeiro momento, foi necessário realizar uma revisão bibliográfica em diversos livros que abordavam o tema, tais como artigos, revistas e monografias.

Dando continuidade, preparamos um questionário que era composto de duas etapas: análise do livro didático adotado e uma entrevista com o professor (ANEXO I). Estes questionários foram aplicados a trinta professores, que atuam no nono ano do ensino fundamental, sendo quinze professores da rede pública e quinze da rede privada. Os dados foram tabulados e representados através de gráficos que se encontram no Capítulo II deste trabalho.

Na etapa seguinte, foram preparadas atividades dinâmicas nas quais exploramos, inicialmente, a idéia intuitiva de semelhança com exemplos do cotidiano. Em seguida, os alunos ampliaram e reduziram polígonos, utilizando papel quadriculado e o processo de homotetia e, a partir daí, os alunos construíram o conceito de semelhança de polígonos e, em seguida, o conceito de semelhança de triângulos. Finalmente os alunos aplicaram a semelhança de triângulos para deduzir as relações métricas no triângulo retângulo.

As atividades foram desenvolvidas a partir do uso de materiais concretos como embalagens, mapas, plantas de casas, maquetes, papel manteiga, emborrachado (E.V.A.: Etileno-acetato de vinila), tachinhas, canudinhos, elástico colorido, além do geoplano, com o objetivo de facilitar a compreensão do estudo e de despertar o interesse do aluno.

A aplicação das atividades foi realizada numa turma do 2.º ano do Ensino Médio, visto que as relações métricas no triângulo retângulo não tinham sido estudadas pelos alunos nos anos anteriores, exceto o Teorema de Pitágoras.

A turma, para a qual as atividades foram aplicadas, era composta de 28 alunos, sendo a maioria dos alunos assíduos e participativos. Para a aplicação das atividades foram necessários nove encontros totalizando 22 aulas, de 50 minutos cada.

Esta monografia está estruturada em três capítulos, além desta introdução e das considerações finais.

O primeiro capítulo é composto por um breve histórico da Geometria e por relatos sobre o ensino da Geometria: problemática e importância.

No segundo capítulo, há uma análise dos questionários aplicados.

O terceiro capítulo descreve todas as atividades, comenta a resolução destas por parte dos alunos e também relata as experiências vivenciadas durante a aplicação das mesmas.

Finalizando, apresentamos algumas considerações que achamos relevantes em relação ao trabalho que foi desenvolvido.

CAPÍTULO I

1.1- A Geometria

1.1.1- Breve Histórico

Achamos necessário destacar alguns fatos históricos relacionados com a origem e o desenvolvimento da Geometria.

No que se refere à origem da Geometria, alguns autores, como Howard Eves e Carl Boyer, não arriscam uma data, mas concordam que esta deve ter se originado em tempos longínquos.

Ninguém ignora que a Geometria deve ter se iniciado provavelmente em tempos muito remotos na Antigüidade, a partir de origens muito modestas, depois cresceu gradualmente até alcançar a dimensão enorme que tem hoje (EVES, 1992).

Segundo Eves (1992), os registros mais antigos do homem em relação à Geometria são algumas tábulas de argila encontradas na Mesopotâmia e que se acredita datarem por volta de 3000 a.C.

Registros em tábulas indicam que os babilônios do período de 2000 a.C. a 1600 a.C. desenvolviam uma geometria ligada à mensuração prática. Eves (1992) aponta que eles conheciam, entre outras coisas, regras gerais para o cálculo de áreas de algumas figuras planas, sabiam que os lados correspondentes de dois triângulos retângulos semelhantes são proporcionais e também conheciam o Teorema de Pitágoras.

O Egito antigo também apresenta papel de destaque em relação à Geometria. Por volta de 2600 a.C. foi erguida a grande pirâmide de Gizé. Em sua construção, utilizaram-se conhecimentos geométricos práticos (EVES, 1995).

Eves (1992) destaca que as principais fontes de informação sobre a Geometria egípcia antiga são os papiros de Moscou e Rhind, que datam de aproximadamente 1850 a.C. e 1650 a.C. Esses papiros apresentam problemas que provêm de fórmulas de mensuração usadas para o cálculo de áreas de terras e volumes de celeiros. Boyer (1974) comenta ainda que estes papiros podem ter sido apenas manuais destinados a estudantes e que eles apontam sobre as tendências do ensino de Matemática no Egito.

Não há documentos que comprovem que os egípcios tinham conhecimento do Teorema de Pitágoras, porém há registros de que agrimensores egípcios, do tempo dos faraós, construíam triângulos retângulos cujos lados mediam 3, 4 e 5, com uma corda dividida em doze partes iguais, separadas por nós, que tinham como finalidade a marcação de ângulos retos (EVES, 1995).

Nos últimos séculos do segundo milênio antes de Cristo, os gregos começaram a se destacar devido à substituição de procedimentos empíricos até então usados, por raciocínios dedutivos, para comprovar fatos geométricos (EVES, 1992).

O nome Tales de Mileto (c.546 a.C.) está relacionado à aplicação de métodos dedutivos da filosofia grega à Geometria (EVES, 1992).

Pitágoras nasceu por volta de 572 a.C. e é visto como aquele que deu prosseguimento à sistematização geométrica iniciada por Tales (EVES, 1992).

A esses dois geômetras atribuem-se resultados matemáticos importantes baseados em raciocínios lógicos que foram sendo explorados e aprimorados.

Euclides (330-290a.C.), Arquimedes (287-212 a.C.) e Apolônio (262-190 a.C.) são geômetras gregos que também merecem destaque.

Por volta de 300 a.C., Euclides produziu os Elementos, uma obra que apresenta 465 proposições relativas às Geometrias Plana e Espacial, teoria dos números e álgebra geométrica grega.

Segundo Eves,

> Tão logo o trabalho apareceu, ganhou o mais alto respeito e, dos sucessores de Euclides até os tempos modernos, a mera citação do número de um livro e o de uma proposição de sua obra-prima é suficiente para identificar um teorema ou construção particular. Nenhum trabalho, exceto a Bíblia, foi tão largamente usado ou estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influência maior no pensamento científico. (EVES, 1995, p.167)

Arquimedes é tido como um dos maiores matemáticos da Antigüidade. Ele escreveu trabalhos sobre as Geometrias Plana e Sólida, que apresentam registros corretos das fórmulas das áreas da superfície esférica e da calota esférica bem como da fórmula do volume da esfera (EVES, 1992).

Apolônio de Perga se destacou como o "grande geômetra" ao escrever sobre as secções cônicas, superando todos os trabalhos já existentes sobre o assunto (EVES, 1992).

Eves (1992) ressalta que quase tudo que se produziu de importante em Geometria, até os dias de hoje, e ainda hoje, tem uma semente em algum trabalho desses três notáveis geômetras gregos da Antigüidade.

1.1.2- O ensino da Geometria: problemática e importância

Muitos pesquisadores brasileiros, entre eles Lorenzato (1995), Fainguelernt (1999) e Pavanello e Andrade (2002) destacam que a Geometria tem sido pouco ensinada nas escolas.

Lorenzato (1995) destaca que a Geometria está ausente da sala de aula e aponta, entre muitas causas dessa ausência, duas:

> A primeira é que muitos professores não detêm conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas[...]
> [...] A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que são submetidos. E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico.Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo.(LORENZATO, 1995, p.3-4)

Segundo Fainguelernt (1999), o ensino de Geometria vem sendo colocado em segundo plano, pois alunos, professores, educadores e pesquisadores têm-se influenciado por modismos que pouco têm auxiliado o seu ensino.

Pavanello, apud Pavanello e Andrade (2002), afirma que a Geometria é pouco ensinada em nossas escolas, principalmente porque os professores consideram sua própria formação em relação a este conteúdo bastante precária.

É importante destacar também que os conteúdos de Geometria permaneceram durante muito tempo no final dos livros didáticos e os professores alegavam falta de tempo para ensiná-los no fim do ano letivo. Apesar desta situação vir sendo modificada, muitos professores ainda persistem em “pular” tais conteúdos com a justificativa de que serão ensinados no fim do ano letivo e quando este chega, simplesmente não ensinam os conteúdos de Geometria deixados para trás, tendo como justificativa a falta de tempo.

Além disso, a situação se agrava quando muitos professores, ao abordarem conteúdos de Geometria, se preocupam somente com a utilização e memorização de fórmulas e mecanização de processos, desmotivando os alunos e gerando dificuldades na compreensão dos mesmos.

Fainguelernt afirma que:

> [...] o ensino da Geometria, não pode ser reduzido a aplicações de fórmulas e de resultados estabelecidos por alguns teoremas, se justifica pela preocupação com a descoberta de caminhos para sua demonstração e também para dedução de suas fórmulas, sem a preocupação do compromisso de se apoiar no processo exaustivo de formalização. (FAINGUELERNT, 1999, p.20)

Barrantes e Blanco entendem que:

> [...] a aprendizagem com ênfase na memorização não é recomendável e que primeiro deve vir a compreensão e só depois a memorização. O conceito de compreensão é fundamentado nas explicações que pretendem desenvolver, ainda que alguns considerem que se alcança quando se sabe aplicar os conteúdos nos exercícios ou nos problemas. Essas concepções surgem como reação contrária às experiências, em que aprendizagem era basicamente de memorização. (BARRANTES; BLANCO, 2004, p.36)

Diante do diagnóstico dessa situação, fica evidente que são muitas as problemáticas em relação ao ensino da Geometria, quer seja pela apresentação abstrata de definições e propriedades desvinculadas de aplicações, pela deficiência na formação acadêmica dos professores, por estar no final dos livros didáticos, pela ausência da conexão com a aritmética e a álgebra ou pela exagerada importância à memorização de fórmulas. Tais problemas contribuem para que a Geometria seja vista por alunos e professores como um dos conteúdos mais difíceis do currículo escolar.

Lorenzato (1995) ressalta que o movimento da Matemática Moderna também contribuiu para que a Geometria fosse deixada de lado, pois a tentativa de algebrizar a Geometria não foi à frente, criando uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas.

Atualmente, muitas iniciativas vêm sendo tomadas para reverter o quadro caótico do ensino da Geometria. Entre elas podemos citar os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), documento de apoio ao professor, com a finalidade de ampliar e aprofundar discussões pedagógicas.

Segundo os PCN's (1998), a Geometria estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade dos alunos em resolver problemas. Além de conceder a capacidade de observar e representar formas de elementos naturais e objetos criados pelo homem, relacionar representações com os conceitos matemáticos, perceber semelhanças, diferenças e regularidades.

Encontros de Educação Matemática também vêm promovendo debates sobre o ensino de Geometria entre pesquisadores.

Andrade e Nacarto (2004) analisaram os Anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs) e destacaram que dos trabalhos apresentados nos sete encontros, 20% são de Geometria. Eles consideram esse percentual expressivo, concluindo que, pelo menos em termos de produção, houve um resgate no ensino da Geometria. Porém também ressaltam que algumas pesquisas continuam indicando que a Geometria ainda está muito ausente nas salas de aula, principalmente na Educação Infantil e nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Pavanello, apud Constantino (2006), considera a Geometria o campo da Matemática mais propício para o desenvolvimento de capacidades intelectuais, como a percepção espacial, a criatividade, o raciocínio hipotético e dedutivo e ainda relata que a Geometria proporciona um grande número de situações que estimulam a criatividade do aluno ao interagir com as propriedades dos objetos, ao manipular e construir figuras, ao observar suas características, compará-las, associá-las de diferentes modos, ao conceber maneiras de representá-las.

Além disso, a Geometria estabelece relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, proporcionando facilidades no ensino e aprendizagem de outras disciplinas como a Física, Geografia, Educação Física e Desenho e também se faz presente em diversas profissões como a engenharia, arquitetura, costureira, coreógrafo, entre outros.

Com relação à Geometria e outras áreas do conhecimento, Fillos (2005) expressa:

> A Geometria é descrita como um corpo de conhecimentos fundamental para compreensão do mundo e participação ativa do homem na sociedade, pois facilita a resolução de problemas de diversas áreas do conhecimento e desenvolve o raciocínio visual. Está presente no dia-a-dia como nas embalagens dos produtos, na arquitetura das casas e edifícios, na planta de terrenos, no artesanato e na tecelagem, nos campos de futebol e quadras de esportes, nas coreografias das danças e até na grafia das letras. (FILLOS, 2005, p.2)

Assim, Constantino (2006, p.33) afirma que “na Geometria temos a possibilidade de contextualizar os conteúdos, uma vez que o aluno pode perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode contribuir para uma maior significação dos conceitos aprendidos”.

Segundo Fainguelernt (1999), a Geometria é considerada como uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos e é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e real.

Finalizando, citamos Lorenzato (1995), que consegue sintetizar muito bem porque o ensino de Geometria não pode ser esquecido.

> Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (LORENZATO, 1995, p.5).

CAPÍTULO II

2.1- Relatório sobre os questionários

Visando obter dados para uma possível análise a respeito do tema dessa pesquisa, foi elaborado um questionário com o objetivo de levantar observações com relação ao livro didático adotado e uma entrevista com professores (ANEXO I).

Foi obtida uma amostra de 30 entrevistados, sendo 15 professores da rede particular e 15 professores da rede pública de ensino do município de Campos dos Goytacazes.

Após coleta, organização e análise dos dados obtidos, ressaltamos alguns pontos que consideramos importantes.

Todos os professores pesquisados das escolas particulares relataram que abordam em sala de aula o tema semelhança de polígonos e 93,3% dos livros adotados por eles tratam deste tema. A importância deste tema é justificada por um dos pesquisados a seguir:

1- Semelhança de polígonos é um assunto abordado em sala de aula?

☒ Sim ☐ Não

Justificativa: Pois a partir de semelhanças de polígonos fica fácil o entendimento de triângulos semelhantes e assim as relações métricas no triângulo.

Quadro 2.1: Resposta de um professor da rede particular

Em paralelo, 60% dos pesquisados da rede pública relataram que abordam semelhança de polígonos em sala de aula, embora 86,7% dos livros adotados pelos 15 entrevistados da rede pública abordem o tema. A seguir, temos as justificativas dadas por alguns desses professores:

1- Semelhança de polígonos é um assunto abordado em sala de aula?

☐ Sim ☒ Não

Justificativa: Não considero o assunto tão importante.

Quadro 2.2: Resposta de um professor da rede pública

1- Semelhança de polígonos é um assunto abordado em sala de aula?

☐ Sim ☒ Não

Justificativa: vou direto para semelhança de triângulos, senão não dá tempo.

Quadro 2.3: Resposta de um professor da rede pública

A pesquisa mostrou que 63,3% dos livros didáticos adotados pelos professores pesquisados trazem exemplos do cotidiano ao tratar de figuras semelhantes e 93,3% dos professores entrevistados ressaltam exemplos do dia-a-dia ao tratar de figuras semelhantes, afirmando alguns, que isso facilita o entendimento dos alunos e torna o conteúdo mais atrativo.

Após análise dos dados, verificamos que a maioria dos professores, tanto da rede particular quanto da rede pública de ensino, não usa homotetia para trabalhar semelhança de polígonos, como mostram os gráficos a seguir:

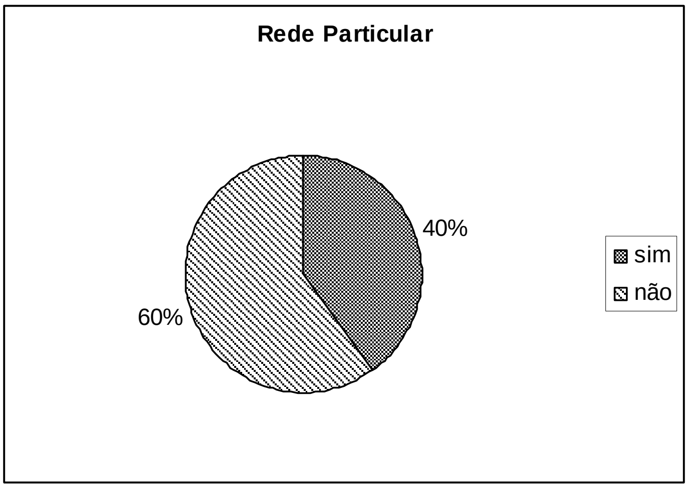


Gráfico 2.1: O uso da homotetia no ensino de semelhança de polígonos na rede particular

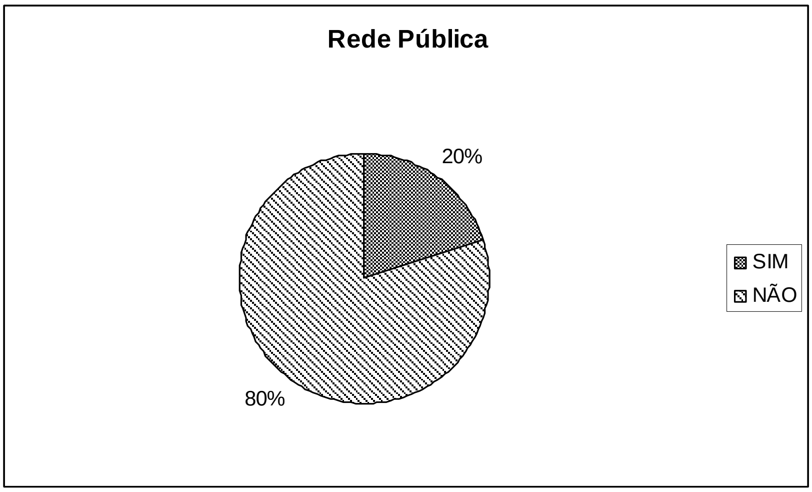


Gráfico 2.2: O uso da homotetia no ensino de semelhança de polígonos na rede pública

A justificativa mais comum é o desconhecimento do assunto, porém outros ressaltaram ter dificuldade em desenho geométrico ou não ter instrumental para todos os alunos.

3- Você usa homotetia para trabalhar semelhança de polígonos?

☐ Sim ☒ Não

Justificativa: Não trabalho semelhança usando homotetia por desconhecer essa possibilidade.

Quadro 2.4: Resposta de um professor

3- Você usa homotetia para trabalhar semelhança de polígonos?

☐ Sim ☑ Não

Justificativa: Eu acredito que seja possível entender o conceito de semelhança sem o uso da homotetia, portanto, acho desnecessário seu aprendizado.

Quadro 2.5: Resposta de um professor

3- Você usa homotetia para trabalhar semelhança de polígonos?

☐ Sim ☒ Não

Justificativa: Porque tenho dificuldade em desenho Geomé-trico e considero homotetia chato

Quadro 2.6: Resposta de um professor

3- Você usa homotetia para trabalhar semelhança de polígonos?

☐ Sim ☒ Não

Justificativa: Como precisa de instrumental (régua, compasso) não trabalho, pois não há instru-mental disponível para todos os alunos.

Quadro 2.7: Resposta de um professor

3- Você usa homotetia para trabalhar semelhança de polígonos?

☐ Sim ☒ Não

Justificativa: Porque os alunos geralmente não possuem material de desenho geométrico.

Quadro 2.8: Resposta de um professor

Segundo a pesquisa, metade dos livros didáticos adotados pelos 30 pesquisados não abordam semelhança de polígonos por meio de homotetia.

Todos os professores foram unânimes em afirmar que a semelhança de triângulos é um assunto abordado pelos livros e por eles.

A seguir, temos a justificativa dada por um professor para trabalhar com semelhança de triângulos.

4- Você trabalha com semelhança de triângulos?

☒ Sim ☐ Não

Justificativa: Pois semelhança de triângulos facilita a dedução das relações métricas no triângulo retângulo.

Quadro 2.9: Resposta de um professor

Segundo as respostas dadas pelos professores pesquisados, 90% dos livros adotados por eles, deduzem as relações métricas no triângulo retângulo por meio de semelhança.

A partir da entrevista feita com os 30 professores, constatamos que 66,7% deles deduzem as relações métricas a partir de semelhança de triângulos.

A seguir, temos algumas justificativas dadas por alguns professores que não deduzem as relações métricas no triângulo retângulo por meio de semelhança.

5- As relações métricas no triângulo retângulo são deduzidas com os alunos por meio de semelhança?

☐ Sim ☒ Não

Justificativa: Somente as fórmulas são dadas aos alunos para que eles resolvam o exercício

Quadro 2.10: Resposta de um professor

5- As relações métricas no triângulo retângulo são deduzidas com os alunos por meio de semelhança?

☐ Sim ☒ Não

Justificativa: Pois a maioria dos alunos não dão importân- cia à dedução e sim às fórmulas.

Quadro 2.11: Resposta de um professor

Ao analisarmos os questionários, observamos algumas justificativas dadas pelos professores para a não abordagem de alguns tópicos. Dentre elas destacamos:

- desconhecimento do assunto;
- falta de material adequado para desenvolver as atividades relativas ao tema;
- ausência do conteúdo nos livros adotados por eles;
- falta de tempo.

Queremos deixar bem claro que esta pesquisa não tem a intenção de criticar o trabalho do professor em sala de aula, mas despertar um olhar mais atento sobre as justificativas dadas.

CAPÍTULO III

3.1- Comentários das atividades

As atividades dessa monografia (ANEXO II) foram aplicadas no segundo semestre de 2007 para uma turma, composta de 28 alunos, do 2.º ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual no município de Campos dos Goytacazes, estado do Rio de Janeiro.

Tivemos nove encontros com a turma, num total de 22 aulas, de 50 minutos cada.

Os alunos realizavam as atividades propostas em dupla, o que favorecia a troca de experiências, as discussões e as descobertas. Sempre que necessário, eles solicitavam a nossa ajuda para esclarecer dúvidas e, apesar de estarem em dupla, os seus registros eram feitos individualmente.

Com a finalidade de alcançar o objetivo proposto nesse trabalho, foram preparadas atividades que pudessem estimular os alunos à descoberta e levá-los à construção do conhecimento de forma gradativa e motivadora.

Dentre as estratégias de ensino e aprendizagem usadas nessa monografia, podemos destacar o uso do geoplano, a utilização do papel quadriculado para ampliar e reduzir figuras, bem como a aplicação do processo de homotetia.

No decorrer da aplicação das atividades, percebemos que os alunos se mostravam interessados e receptivos, demonstrando que a cada atividade realizada, novos conhecimentos eram incorporados aos já adquiridos em etapas anteriores.

A seguir, apresentamos os comentários das oito atividades aplicadas.

3.1.1- Atividade n.º 1

No nosso dia-a-dia é possível observar inúmeras situações de ampliação e redução de figuras e objetos, sendo assim, iniciamos a primeira atividade fazendo um apanhado geral sobre o conhecimento que os alunos traziam sobre ampliação e redução.

Primeiramente lembramos que ampliar é o mesmo que aumentar sem deformar a figura (IMENES; LELLIS, 1998) e, conseqüentemente, reduzir é o mesmo que diminuir sem deformar a figura.

Pedimos, então, para que os alunos citassem exemplos de ampliação ou redução encontrados no dia-a-dia. O único exemplo lembrado por eles foi o de ampliação e redução de fotos.

Sendo assim, mostramos algumas fotografias, como as apresentadas a seguir:

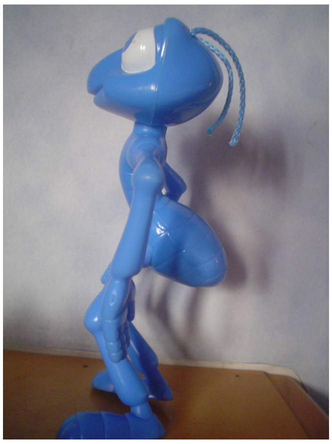


Foto I


Foto II


Foto III


Foto IV

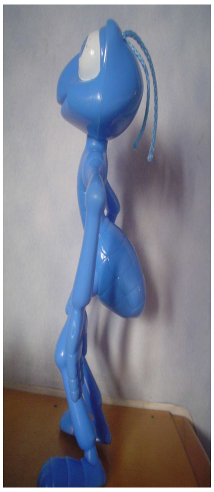


Foto V

Quadro 3.1: Fotografias de ampliações, reduções e deformações

Mostramos as fotografias anteriores para os alunos e pedimos que eles as comparassem e identificassem quais delas eram ampliações e reduções.

Os alunos perceberam que as fotos I e III representam ampliação e redução, respectivamente, da foto II.

Eles também observaram que as fotos IV e V não eram ampliações nem reduções de nenhuma outra foto, pois havia deformação nestas. Neste momento um aluno relatou que houve uma distorção de imagem nas fotos IV e V.

A partir daí, comentamos com os alunos que ao ampliar ou reduzir uma figura conservamos sua forma e modificamos proporcionalmente seu tamanho (DANTE, 2002).

Nesse momento, perguntamos para os alunos o que eles entendiam por alterar tamanhos proporcionalmente. Um aluno respondeu: “Se dobrar um lado dobra os outros”. A partir dos comentários percebemos que eles apresentavam noções de proporcionalidade.

Apresentamos outros exemplos de ampliação e redução, tais como: maquetes, projetos arquitetônicos e mapas com escalas diferentes. Falamos também sobre as máquinas copiadoras que reproduzem constantemente ampliações e reduções de figuras e textos.

A seguir, distribuímos para os alunos, divididos em três grupos, embalagens e objetos diversos de modo que eles identificassem, a partir de comparações, quais deles eram ampliações e reduções, ou seja, aumentavam ou diminuíam seus tamanhos proporcionalmente.

Cada grupo recebeu garrafas PET (Politerestalado de etila), latas de refrigerantes, potes de margarina, pregadores de roupas, caixas de creme dental e de sabonete, latas de achocolatado, bolinhas de ping-pong e de frescoball e dados. Todas as embalagens e objetos possuíam tamanhos variados.

Ao separar as embalagens, o grupo I identificou como sendo ampliação e/ou redução, as garrafas PET, os pregadores de roupa, as bolinhas e os dados, afirmando que, “nas latinhas de refrigerante as circunferências do fundo têm a mesma medida e as alturas são diferentes, logo é desproporcional”. Um aluno também falou: “só tem um negócio que nunca vai ser desproporcional, o círculo”.

Já o grupo II identificou como sendo ampliação e/ou redução, as garrafas PET, os pregadores de roupa, as latas de refrigerante, as bolas e os dados. Em relação às caixas de creme dental e sabonete, um aluno falou que: “elas não são proporcionais, são como deformações”.

O grupo III identificou como sendo ampliação e/ou redução os mesmos objetos identificados pelo grupo II, porém em relação às caixas de creme dental e de sabonete, afirmou que: “uma é mais comprida e a outra é mais achatada”. Também observaram que os potes de margarina possuíam tampas de mesmo tamanho, mas as alturas eram diferentes, assim como as latas de achocolatado.

Quadro 3.2: Fotografias das comparações dos objetos

A maioria dos objetos apresentados não eram exemplos de ampliações ou reduções, exceto os dados em forma de cubo e as bolas de ping-pong e frescoball.

Explicamos para os alunos que as garrafas PET e os potes de margarina não representam ampliações nem reduções, visto que possuem alturas diferentes e tampas do mesmo tamanho, bem como as latas de achocolatado, em forma de cilindro, e as latas de refrigerantes, em que os diâmetros das bases são iguais e as alturas são diferentes. As embalagens de sabonete e creme dental, em forma de blocos retangulares, e os pregadores de roupa, possuem dimensões que não guardam a mesma proporção.

Falamos para os alunos que os objetos que tiveram seus tamanhos alterados proporcionalmente são ditos semelhantes. Sendo assim, voltamos às embalagens anteriores e os alunos perceberam que as garrafas PET não são semelhantes, bem como os dois potes de margarina, pois têm alturas diferentes e suas tampas são do mesmo tamanho. Também observaram que as duas latas de achocolatado não são exemplos de objetos semelhantes, assim como as duas latas de refrigerante, os dois pregadores de roupa e as duas caixas em forma de bloco retangular.

Sabendo que dois cilindros serão semelhantes somente quando a razão entre os diâmetros das bases for igual a razão entre as alturas (IEZZI, 2000), confirmamos que as duas latas de achocolatado não são semelhantes, pois as suas alturas são diferentes e o diâmetro das bases se manteve.

Tendo como referência que dois blocos retangulares serão semelhantes somente se a razão entre as três dimensões de um e as correspondentes dimensões do outro for sempre a mesma (IEZZI, 2000), confirmamos que as caixas de sabonete e creme dental não são realmente semelhantes, pois a razão entre as três dimensões é diferente. Já a razão entre as dimensões dos dois dados em forma de cubo é sempre a mesma, logo eles são semelhantes.

Ressaltamos que dois círculos são sempre semelhantes, bem como duas esferas. “Dois círculos quaisquer são figuras semelhantes e a razão de semelhança é a razão entre seus raios” (LIMA, 1991, p. 47).

Trabalhamos mais com contra-exemplos, pois acreditamos que através destes, os alunos têm maior facilidade para construir o conceito de semelhança.

Durante as discussões com os alunos, percebemos que o conceito de semelhança estava sendo construído, pela maioria, de forma satisfatória.

Um aluno em tom de brincadeira fez o seguinte comentário: “Eu sou semelhante ao meu pai”. A partir deste comentário, explicamos que no dia-a-dia quando falamos em algo semelhante a outro, estamos nos referindo a coisas parecidas, porém, na linguagem matemática não podemos entender que coisas parecidas são sempre semelhantes. Segundo LIMA (1991, p. 31), “a noção de semelhança corresponde à idéia natural de ‘mudança de escala’, isto é, ampliação ou redução de uma figura alterando seu tamanho sem modificar suas proporções”.

Por coincidência, um aluno tinha levado uma revista que possuía duas fotos de um mesmo carro, uma na capa, e um pôster no seu interior. Este aluno identificou as fotos como semelhantes, já que uma era ampliação da outra.

Foto 3.1: Carros

O trabalho intuitivo, de percepção visual, fez com que os alunos observassem que alguns objetos do nosso cotidiano, apesar de possuírem formas parecidas, não são exemplos de objetos semelhantes.

Essa atividade inicial, a partir da exploração e manipulação de objetos, que fazem parte da vivência dos alunos, teve como objetivo levá-los a construir, intuitivamente, o conceito de semelhança, visando posteriormente a uma formalização.

3.1.2- Atividade n.º 2

Essa atividade teve como objetivo introduzir de forma significativa a definição formal de semelhança. Para tal, propomos aos alunos uma atividade composta por cinco fotos de bicicletas, como a seguir.

I

II

III

IV

V

Quadro 3.3: Fotos das bicicletas

A partir das observações das fotos, os alunos perceberam que as fotos II e III são ampliações da foto I. Também notaram que as fotos IV e V não eram ampliações nem reduções de nenhuma outra foto apresentada na atividade.

Nessa atividade, os alunos calcularam as razões entre alguns segmentos correspondentes contidos nas fotos. Para tal, eles marcaram na foto I os pontos A_1 e B_1 nas extremidades do guidom e mediram o segmento A_1B_1. Nas fotos II, III, IV e V, mediram os segmentos correspondentes ao segmento A_1B_1, nomeando-os $\overline{A_2B_2}$, $\overline{A_3B_3}$, $\overline{A_4B_4}$ e $\overline{A_5B_5}$, respectivamente. Em seguida, mediram os segmentos correspondentes do garfo da bicicleta em cada foto e nomearam-nos de $\overline{C_1D_1}$, $\overline{C_2D_2}$, $\overline{C_3D_3}$, $\overline{C_4D_4}$ e $\overline{C_5D_5}$ (ANEXO III).

A partir das medidas encontradas nas fotos I e II, os alunos puderam calcular as razões entre as medidas dos segmentos $\overline{A_1B_1}$ e $\overline{A_2B_2}$ e dos segmentos $\overline{C_1D_1}$ e $\overline{C_2D_2}$. Ao comparar as razões encontradas, eles perceberam que estas eram iguais. O mesmo aconteceu ao comparar as razões entre as medidas dos segmentos $\overline{A_3B_3}$ e $\overline{A_2B_2}$ e dos segmentos $\overline{C_3D_3}$ e $\overline{C_2D_2}$ das fotos III e II.

A partir das medidas encontradas nas fotos IV e II, os alunos puderam calcular as razões entre as medidas dos segmentos $\overline{A_4B_4}$ e $\overline{A_2B_2}$ e dos segmentos $\overline{C_4D_4}$ e $\overline{C_2D_2}$. Ao comparar as razões encontradas, eles perceberam que estas eram diferentes. O mesmo aconteceu ao comparar as razões entre as medidas dos segmentos $\overline{A_5B_5}$ e $\overline{A_2B_2}$ e dos segmentos $\overline{C_5D_5}$ e $\overline{C_2D_2}$, das fotos V e II.

Após a realização desta atividade pelos alunos, introduzimos a definição formal de semelhança proposta por Gelson Iezzi e Elon Lages Lima.

> Em Matemática, dois objetos são semelhantes somente quando a razão entre um segmento do 1.º objeto e o segmento correspondente (ou homólogo) do 2.º objeto é sempre a mesma (é constante), qualquer que seja o par de segmentos correspondentes considerados. (IEZZI, 2000, p.109).

> Sejam F e F\` figuras do plano ou do espaço, e r um número real positivo. Diz-se que F e F\` são semelhantes, com razão de semelhança r, quando existe uma correspondência biunívoca σ: F$\rightarrow$ F\`, entre os pontos de F e os pontos de F\`, com a seguinte propriedade: se X , Y são pontos quaisquer de F e X\` = $\sigma$(X), Y\` = =σ(Y) são seus correspondentes em F\` então $\overline{X`Y`}$ = r . $\overline{XY}$. A

> correspondência biunívoca σ: F$\rightarrow$ F`, com esta propriedade de multiplicar as distâncias pelo fator constante r, chama-se uma semelhança de razão r entre F e F`. Se X` = $\sigma$ (X), diz-se que os pontos X e X`são homólogos. (LIMA, 1991, p.33).

Para que os alunos compreendessem melhor as definições anteriores, foi utilizado o desenho que se encontra na foto a seguir:

Foto 3.2: Definição de semelhança

Ressaltamos que como a foto I é uma redução da foto II, as figuras nessas fotos são semelhantes e a razão entre as medidas dos segmentos correspondentes encontradas anteriormente, é chamada razão de semelhança. A razão de semelhança nesse caso foi um número entre zero e um, pois houve uma redução. Observando a razão 0,5 encontrada, um aluno falou: “a foto I reduziu-se à metade”.

Destacamos também que a foto III é uma ampliação da foto II, sendo assim, as figuras nessas fotos são semelhantes e a razão entre as medidas dos segmentos correspondentes encontradas anteriormente, é chamada razão de semelhança. A razão de semelhança nesse caso foi um número maior do que um, pois houve uma ampliação.

Acrescentamos também que quando a razão é igual a um, as figuras serão congruentes. LIMA (1991) afirma que toda figura é semelhante a si própria e a razão de semelhança é um.

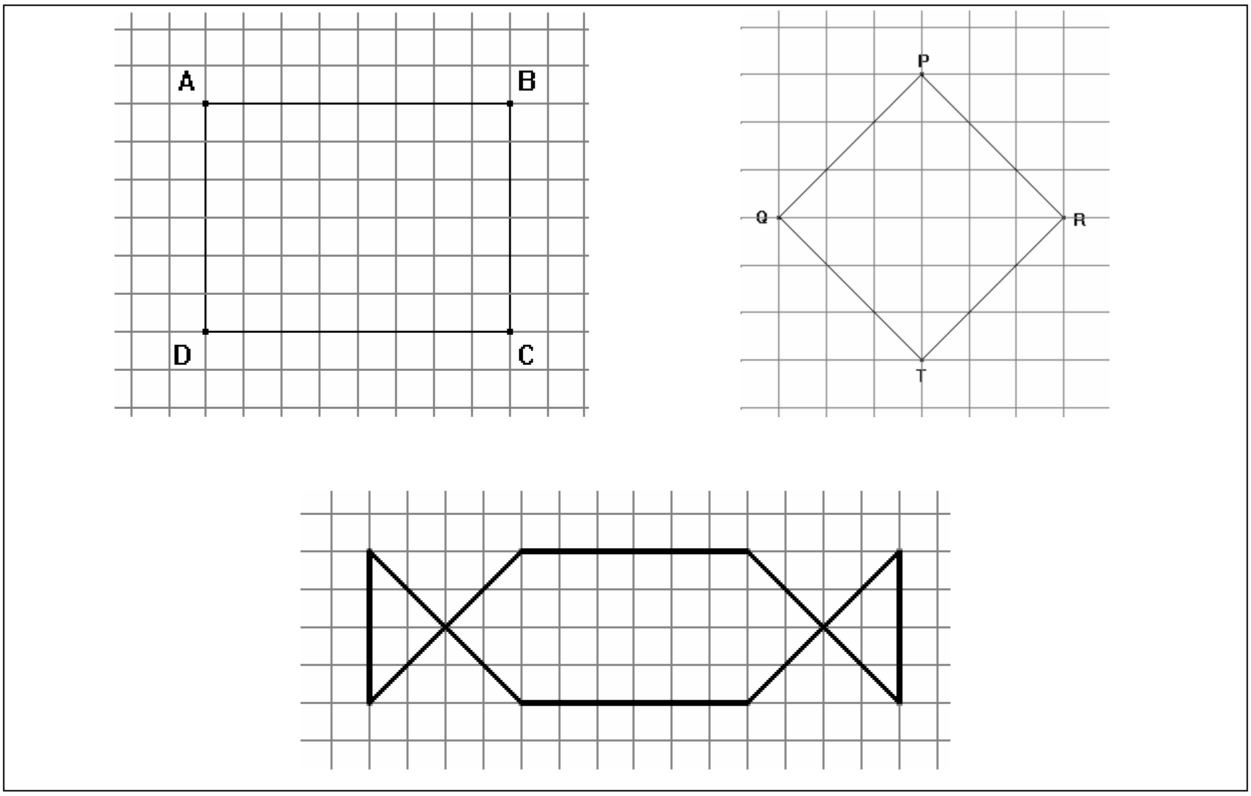
Os alunos já tinham percebido que as fotos IV e V não representavam ampliações nem reduções da foto II, logo as figuras dessas fotos não eram semelhantes, fato que se confirmou, visto que as razões encontradas entre as medidas dos segmentos correspondentes das fotos II e IV foram diferentes bem como as das fotos II e V.

Um aluno falou: “as fotos IV e V não são semelhantes à foto II porque houve distorção da imagem”.

Com esta atividade, os alunos perceberam que ao escolhermos quaisquer pares de segmentos correspondentes em figuras semelhantes, a razão entre as medidas desses segmentos será sempre a mesma.

3.1.3- Atividade n.º 3

Nesta atividade, propomos aos alunos que fizessem ampliações e reduções de algumas figuras, utilizando o papel quadriculado. Tais figuras encontram-se no quadro a seguir.



Quadro 3.4: Figuras a ampliar e/ou reduzir

A primeira questão proposta consistia em ampliar e reduzir no papel quadriculado o retângulo ABCD (Quadro 3.4).

Ao tentar ampliar esse retângulo, um aluno acrescentou dois quadradinhos no comprimento e dois na altura, formando um retângulo que não era uma ampliação do retângulo dado na atividade. Um outro aluno questionou a respeito da necessidade de medir os lados do retângulo com régua.

Verificamos, então, que precisávamos intervir e explicar como se ampliavam ou se reduziam figuras com o auxílio do papel quadriculado.

Aproveitamos a ocasião e consultamos os alunos, perguntando a cada um deles se já tinham utilizado o papel quadriculado para fazer ampliação ou redução de alguma figura no seu dia-a-dia ou em outro momento em sala de aula. Obtivemos o seguinte resultado:

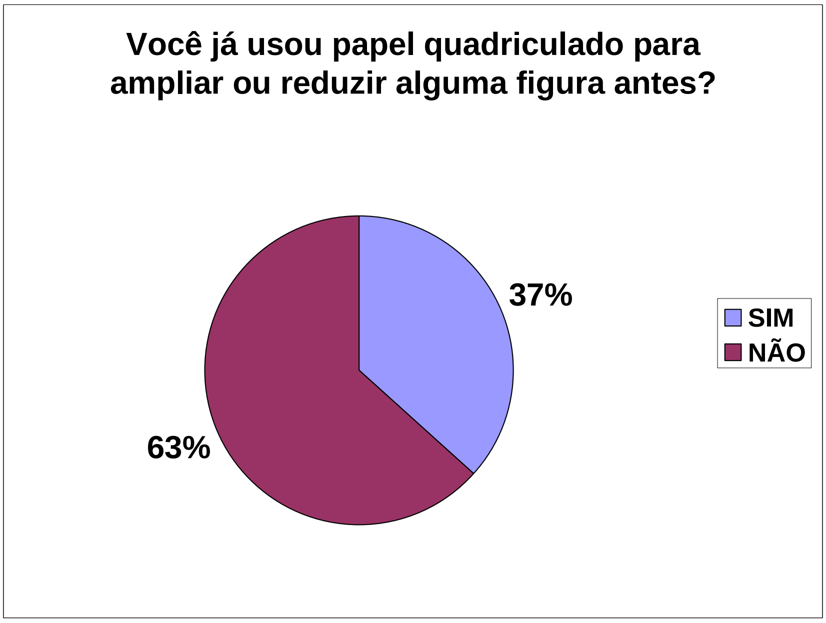


Gráfico 3.1: Resultado da consulta

Sendo assim, observamos que mais da metade da turma nunca havia trabalhado com o papel quadriculado para ampliar ou reduzir figuras, o que justificou a dificuldade apresentada por alguns alunos na resolução da primeira questão.

Os alunos, de maneira geral, entenderam que para fazer a ampliação ou redução do retângulo era só multiplicar o comprimento e a largura por um mesmo número. Perceberam que na redução, este número deveria estar entre zero e um e na ampliação este número deveria ser maior do que um.

A segunda questão pedia para que os alunos fizessem uma ampliação do quadrado PRTQ (Quadro 3.4) de modo que cada lado do quadrado ampliado fosse o dobro do lado do quadrado dado.

Ao tentar ampliar o quadrado PRTQ, um aluno fez um quadrilátero cujos lados foram dobrados, porém seus ângulos internos não eram retos. Ao ser questionado sobre sua construção, percebeu que esta não era uma ampliação do quadrado PRTQ, o que o levou a reformular sua resposta.

Dando seqüência a esta questão, pedimos para que os alunos apoiassem a folha de atividades em um pedaço de isopor e utilizando canudinhos e tachinhas formassem um quadrado congruente à ampliação feita por eles (Foto 3.3).

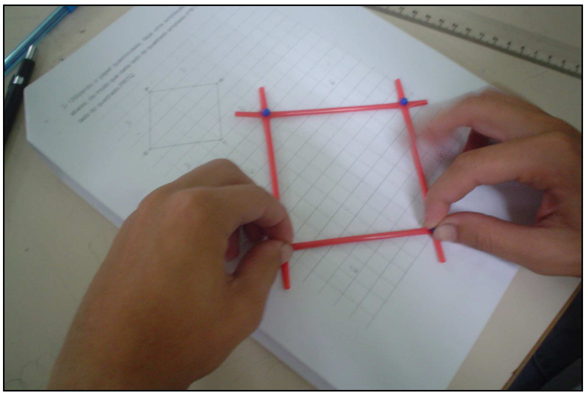
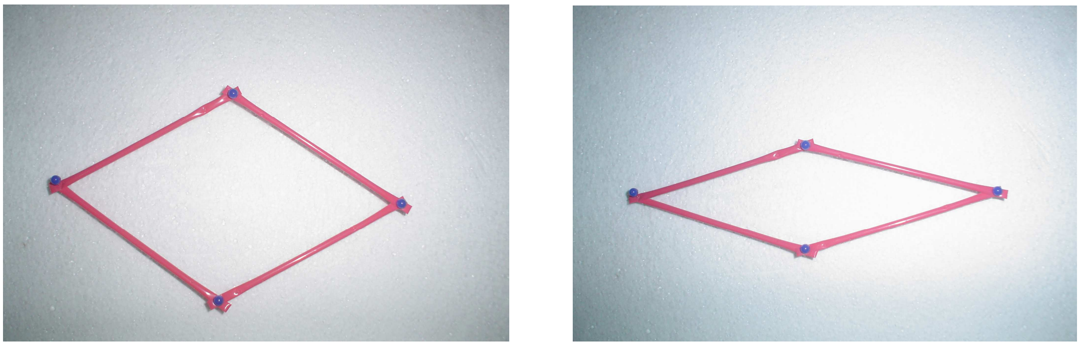


Foto 3.3: Aluno construindo o quadrado de canudinhos

Em seguida, pedimos para que os alunos destacassem o quadrado feito com canudinho e o movimentassem. Eles puderam observar que ao movimentar o quadrilátero construído, as medidas dos seus lados permaneceram iguais ao do quadrado ampliado, porém seus ângulos internos sofreram alterações, provocando assim uma deformação na figura ou seja, obtivemos um novo polígono que não era semelhante ao quadrado PRTQ, conforme pode ser observado nas fotos a seguir.



Quadro 3.5: Deformações

A terceira questão pedia a ampliação e redução de uma figura com a forma de uma bala (Quadro 3.5).

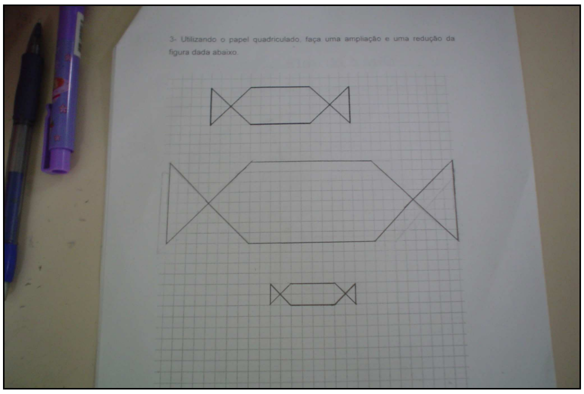


Foto 3.5: Ampliação e redução da bala

Ao resolver essa questão, um aluno percebeu a necessidade da correção da sua construção, pois ao tentar ampliar a figura obteve uma deformação desta.

Após a ampliação e a redução, pedimos que os alunos decalcassem a figura dada, e sobrepusessem os ângulos internos desta aos ângulos internos das figuras ampliada e reduzida, a fim de verificar que os ângulos internos correspondentes eram congruentes.

A partir das discussões em torno das questões anteriores, os alunos deduziram que dois polígonos são semelhantes quando as medidas dos lados correspondentes são proporcionais e os ângulos internos correspondentes são iguais.

Em seguida, perguntamos aos alunos, o que são figuras congruentes. Ao levantar essa questão, percebemos que eles não sabiam responder. Fizemos esta pergunta com o objetivo de destacar que a congruência é um caso particular de semelhança de razão um.

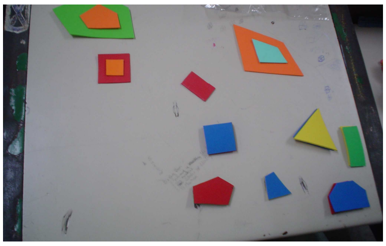
Sendo assim, achamos necessário formular uma atividade extra, cujo propósito era esclarecer o conceito de congruência e enfatizar o conceito de semelhança.

Essa atividade extra era composta por kits contendo diversos pares de polígonos semelhantes e congruentes, estes construídos em material emborrachado (E.V.A.).

Iniciamos esta atividade relembrando o conceito de figuras semelhantes e destacando que figuras congruentes são aquelas que coincidem por sobreposição. Em seguida, com a turma dividida em duplas, entregamos um kit para cada dupla, de modo que elas identificassem pares de polígonos semelhantes e congruentes.

Os alunos realizaram essa atividade sem muita dificuldade, porém, uma dupla errou ao comparar um retângulo com um quadrado, afirmando que estes eram semelhantes. Para esclarecer esta dúvida, fizemos um questionamento em relação aos lados e aos ângulos internos, para que pudessem identificar o erro. Entenderam que, embora o quadrado e o retângulo possuíssem ângulos internos congruentes, seus lados não aumentaram na mesma proporção.

A seguir, temos as fotos dos polígonos separados pelos alunos.

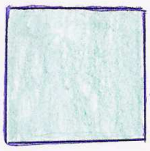



Quadro 3.6: Fotos dos polígonos congruentes e semelhantes

Dando seqüência, distribuímos uma folha na qual os alunos relataram o que eles tinham entendido sobre polígonos semelhantes e polígonos congruentes.

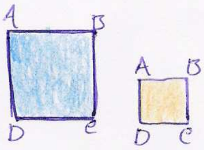
A seguir, temos os relatos de alguns alunos.

Polígonos Conguentes → São figuras quando colocamos uma sobre o outro os lados e os angulos são iguis.



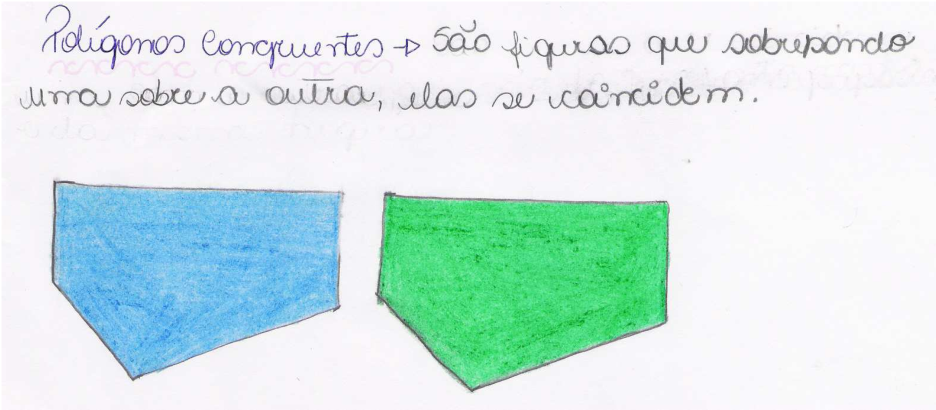
Polígonos Congruentes

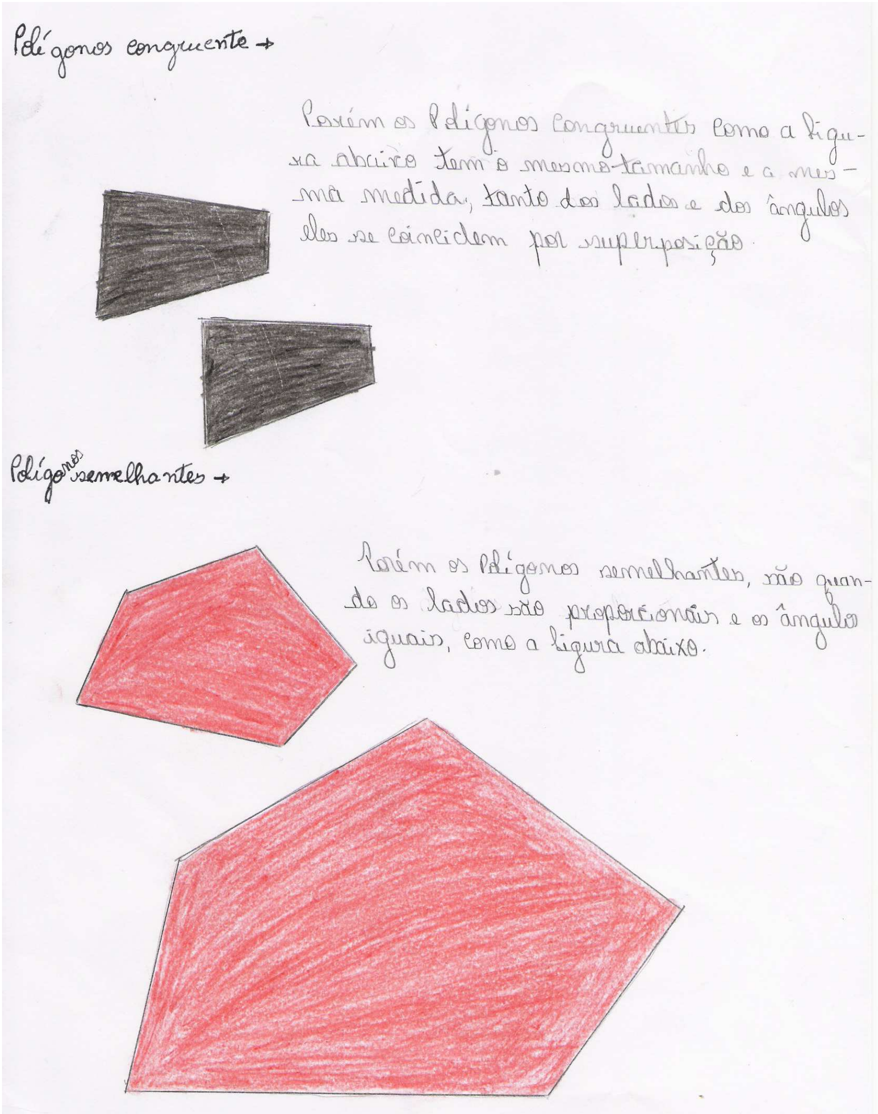
R: São figuras que possuem as mesmas medidas e os mesmos ângulos, os quais são correspondentes e as figuras são exatamente iguais.



Polígonos Semelhantes

R: Nesse caso as figuras não necessitam ser do mesmo tamanho, mas devem possuir os mesmos ângulos correspondentes e deve haver uma preservação de proporcionalidade da figura à ser ampliada ou reduzida, pois nesse caso elas serão semelhantes.


Polígonos Congruentes → São figuras que sobrepondo
uma sobre a outra, elas se coincidem.


Polígonos congruente →
Porém os Polígonos Congruentes como a figu-
ra abaixo tem o mesmo tamanho e a mes-
ma medida, tanto dos lados e dos ângulos
eles se coincidem por superposição
Polígonos semelhantes →
Porém os Polígonos semelhantes, são quan-
do os lados são proporcionais e os ângulos
iguais, como a figura abaixo.

Nesse momento, achamos necessário retornar à atividade nº. 02 para que os alunos decalcassem os ângulos do quadro da bicicleta da foto II no papel manteiga e sobrepusessem aos ângulos correspondentes das demais fotos, verificando em quais das fotografias os ângulos correspondentes eram congruentes. A seguir, temos uma foto de um aluno sobrepondo os ângulos.

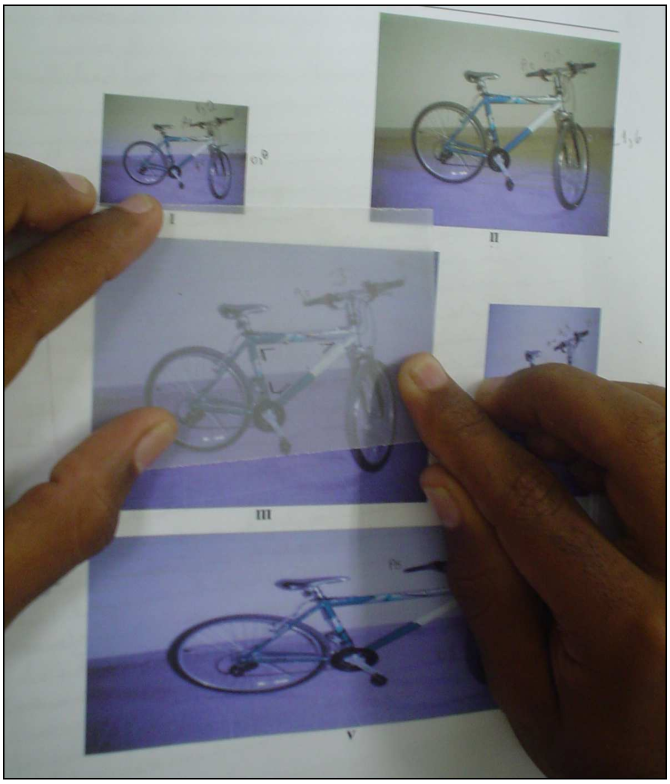


Foto 3.5: Sobreposição dos ângulos

Os alunos puderam constatar que os ângulos do quadro da bicicleta da foto II coincidiam com ângulos correspondentes das fotos I e III, porém não coincidiam com os ângulos correspondentes das fotos IV e V.

Confirmaram também que isso acontecia visto que as figuras das fotos I, II e III eram semelhantes entre si e as fotos IV e V não eram semelhantes a nenhuma outra foto.

3.1.4- Atividade n.º 4

Para realizar esta atividade, foi utilizado o geoplano (Foto 3.6), no qual os alunos construíam retângulos, utilizando elásticos coloridos, de acordo com a seqüência pedida na atividade n.º 4 (ANEXO II).

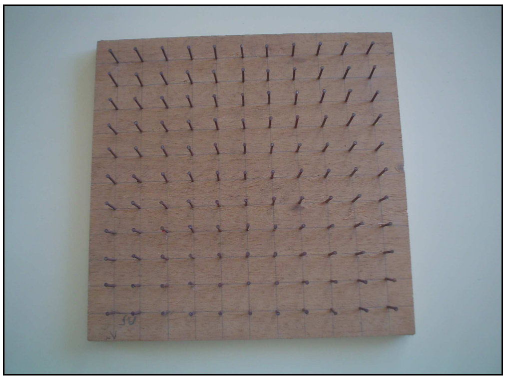


Foto 3.6: Geoplano

O geoplano constitui-se de uma placa de madeira na qual são fixados pregos que se mantêm eqüidistantes horizontal e verticalmente, formando uma malha quadriculada (Foto 3.6). Este recurso didático auxilia a compreensão de diversos temas da Geometria, tais como simetria, áreas e perímetros, ajudando na visualização de propriedades de figuras geométricas.

Para desenvolver esta atividade, os alunos se dividiram em duplas e cada uma delas recebeu elásticos coloridos e um geoplano. Neste estava marcado um ponto A e considerou-se a distância entre dois pregos consecutivos quaisquer, numa linha horizontal ou vertical, como sendo 1u (Foto 3.7).

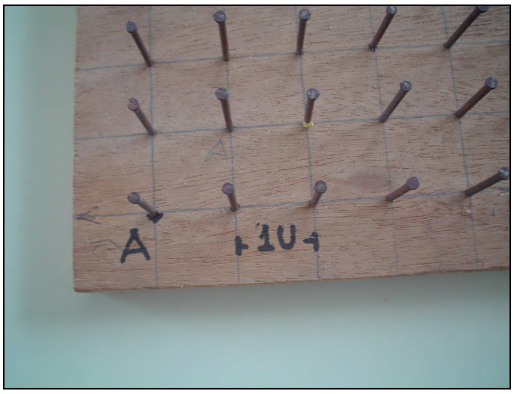


Foto 3.7: Geoplano: indicação do ponto A e da unidade usada

Inicialmente, pedimos para que os alunos construíssem no geoplano, utilizando um elástico colorido, um retângulo (R_1) de comprimento 8u e largura 4u, sendo o ponto A, já marcado no geoplano, um de seus vértices.

Em seguida, com outro elástico, os alunos construíram um segundo retângulo (R_2) no interior do primeiro retângulo, de mesma largura e reduzindo o comprimento à metade, sendo o ponto A um de seus vértices.

O terceiro retângulo (R_3) foi construído no interior de R_2, com mesmo comprimento deste e reduzindo a largura à metade. O quarto retângulo (R_4) foi construído no interior de R_3 mantendo a largura e reduzindo o comprimento à metade. O quinto retângulo (R_5) foi construído no interior de R_4, com mesmo comprimento deste e reduzindo a largura à metade. O sexto retângulo (R_6) foi construído no interior de R_5 mantendo a largura e reduzindo o comprimento à metade. Os retângulos R_3, R_4, R_5 e R_6 também foram construídos possuindo em comum o vértice A.

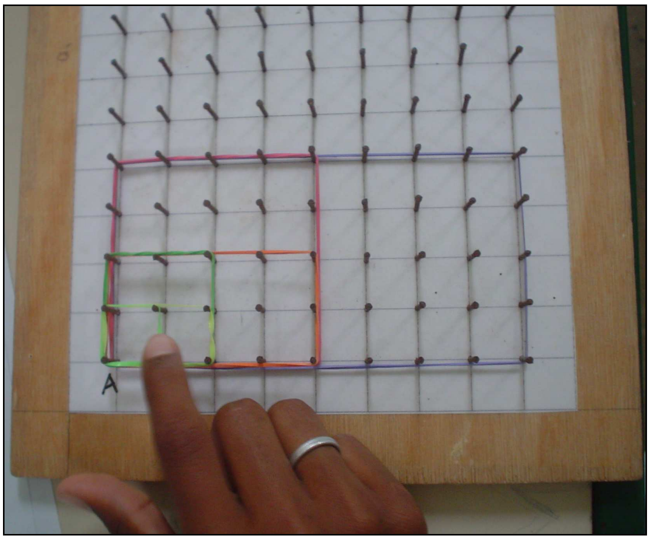


Foto 3.8: Retângulos construídos no geoplano

A partir das construções feitas no geoplano (Foto 3.8), os alunos observaram que os retângulos R_1, R_3 e R_5 eram semelhantes entre si. Também perceberam que os retângulos R_2, R_4 e R_6 eram semelhantes.

Foi pedido para que os alunos construíssem, utilizando elásticos coloridos, as diagonais de R_1 e R_2 com uma extremidade no ponto A. Sendo assim, os alunos puderam observar que as diagonais dos retângulos R_3 e R_5 estavam sobre a diagonal de R_1 e as diagonais de R_4 e R_6 estavam sobre a diagonal de R_2, conforme pode ser visto na foto 3.9.

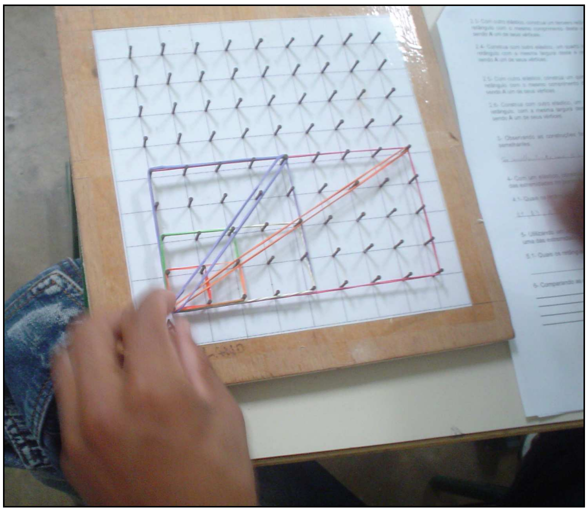


Foto 3.9: Construção das diagonais

A partir dessa atividade, os alunos perceberam que os retângulos semelhantes possuíam diagonais contidas numa mesma reta, sendo assim, falamos para eles que esta é uma maneira de identificar retângulos semelhantes.

Para mostrar a aplicação deste conteúdo no dia-a-dia, comentamos que as telas das televisões tradicionais são retângulos semelhantes e por isso a imagem não se deforma mesmo quando assistida em televisões com telas de tamanhos diferentes. Chamamos a atenção sobre a existência de uma razão entre o comprimento e a largura da tela, já que esses retângulos são semelhantes.

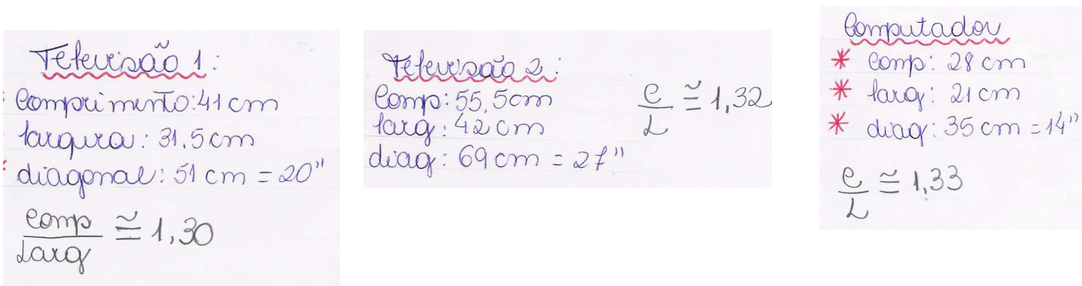
A partir desse comentário, sugerimos que os alunos medissem o comprimento e a largura de algumas telas de televisões encontradas na escola. Esta atividade foi realizada em duas televisões de tamanhos diferentes e num monitor de computador.

Usando uma trena, os alunos mediram e registraram as medidas do comprimento, da largura e da diagonal das telas. A seguir calcularam a razão entre o comprimento e a largura de cada tela, concluindo que, nas três, a razão se manteve aproximadamente igual a 1,3.

No quadro 3.7, temos algumas fotografias dos alunos fazendo as medições.

Quadro 3.7: Fotos dos alunos fazendo as medições

Abaixo, temos o registro de um aluno com as medições e as razões encontradas.



Televisão 1:
Comprimento: 41 cm
largura: 31,5 cm
diagonal: 51 cm = 20"
$\frac{comp}{larg} \cong 1,30$

Televisão 2:
Comp: 55,5 cm
larg: 42 cm
diag: 69 cm = 27"
$\frac{c}{L} \cong 1,32$

Computador
* Comp: 28 cm
* larg: 21 cm
* diag: 35 cm = 14"
$\frac{c}{L} \cong 1,33$

Quadro 3.8: Anotações das dimensões das telas

Informamos aos alunos que o tamanho dos televisores é dado pela medida da diagonal da tela, esta em polegadas. Comentamos também que uma polegada (1”) vale aproximadamente 2,5 cm.

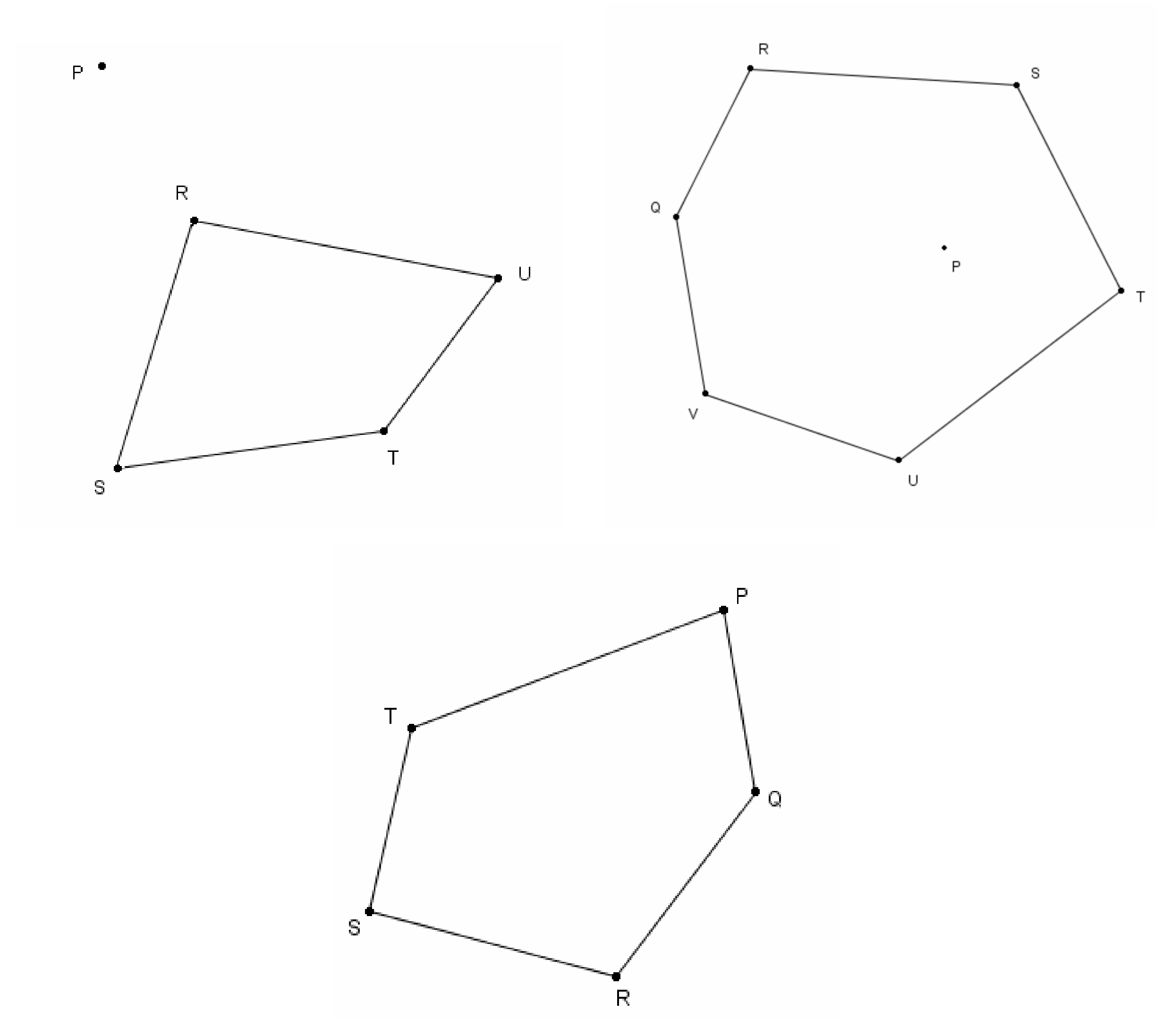
Em seguida, pedimos para que os alunos convertessem as medidas das diagonais encontradas, em centímetros, para polegadas. Obtiveram, aproximadamente, 20 polegadas (20”), 27 polegadas (27”) e 14 polegadas (14”).

Chamamos a atenção de que nas televisões de LCD (liquid crystal display), fabricadas atualmente, os retângulos das telas não são semelhantes aos das telas das televisões tradicionais, sendo assim, percebemos algumas alterações na imagem, visto que a transmissão atual segue um padrão para as telas que apresentam razão aproximadamente 1,3.

As televisões de LCD seguem os padrões das telas de cinema, cuja razão entre altura e largura vale aproximadamente 1,7. O sistema digital (DTV) que está sendo implantado reajustará a imagem destes aparelhos de TV (PIRES, 2002).

3.1.5- Atividade n.º 5

Esta atividade teve como objetivo aplicar o processo de homotetia de forma intuitiva. Para tal, foi proposta uma atividade composta por três polígonos: um quadrilátero com um ponto P no seu exterior, um hexágono com um ponto P no seu interior e um pentágono com o ponto P, sendo um de seus vértices, como apresentamos no quadro 3.9.



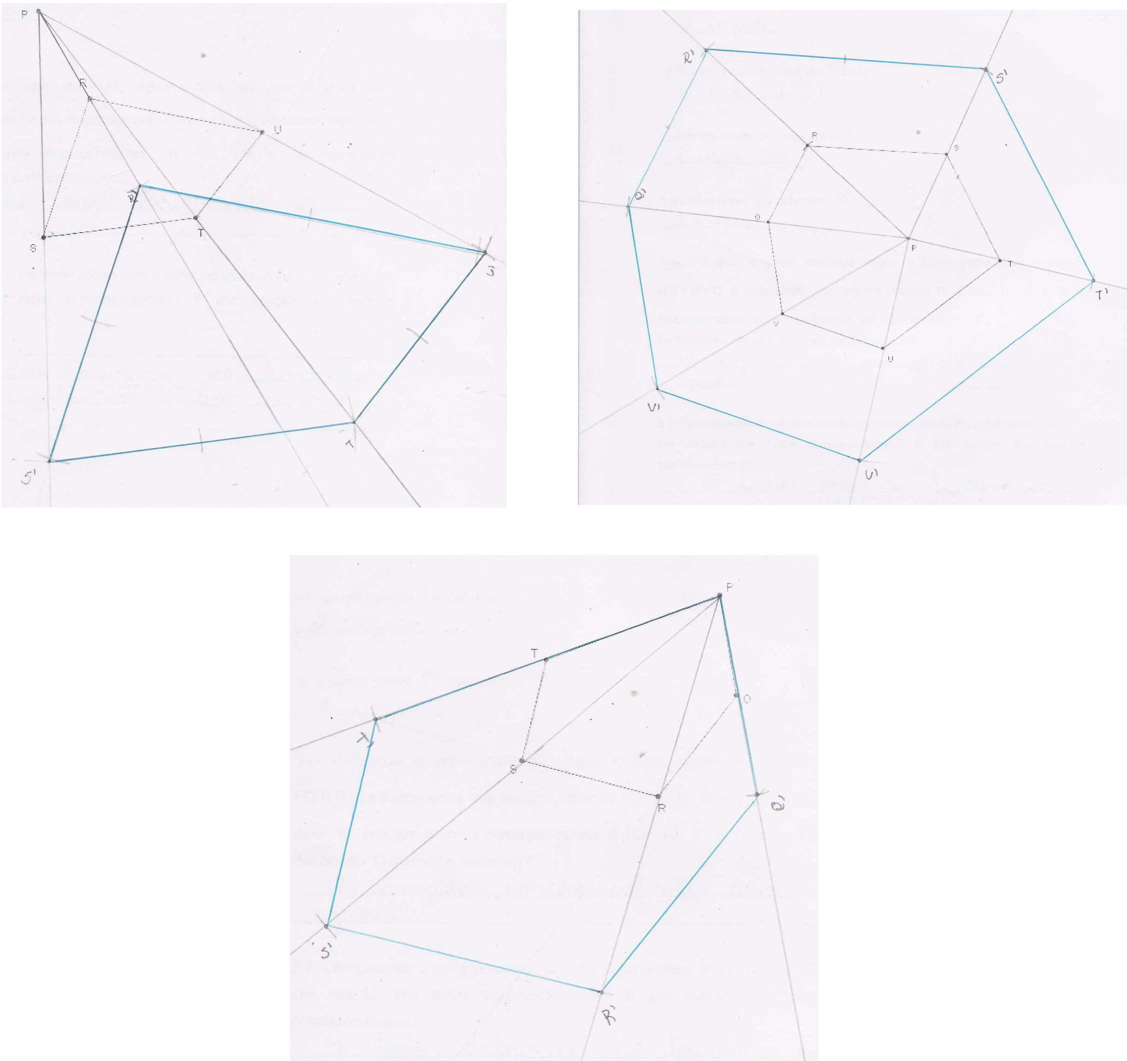
Quadro 3.9: Polígonos do processo de homotetia

Para realizar a primeira questão composta pelo quadrilátero RSTU e o ponto P, os alunos traçaram semi-retas com origem no ponto P, passando pelos vértices do polígono. Em seguida, com o auxílio de um compasso, eles marcaram o ponto R’ na semi-reta PR, de modo que o segmento PR’ fosse duas vezes o segmento PR. O mesmo processo foi feito com os demais segmentos, obtendo os pontos S', T' e U'. Unindo os pontos R', S', T' e U', os alunos destacaram o quadrilátero R'S'T'U' (Quadro 3.10).

Com o auxílio de um compasso, os alunos verificaram que os lados do quadrilátero R'S'T'U' dobraram de tamanho em relação aos lados correspondentes no quadrilátero dado. Utilizando papel manteiga, eles decalcaram o quadrilátero R'S'T'U' e sobrepuseram seus ângulos internos aos ângulos internos correspondentes do quadrilátero dado e observaram que estes eram congruentes.

De maneira análoga, foram realizadas as outras duas questões, compostas pelo hexágono e pelo pentágono, respectivamente.

A seguir, apresentamos os polígonos obtidos por um aluno, a partir do que foi sugerido nesta atividade.



Quadro 3.10: Polígonos obtidos por um aluno

Ao comparar os ângulos internos correspondentes, em cada questão desta atividade, os alunos concluíram que estes eram congruentes e, ao comparar os lados correspondentes, observaram que eram proporcionais, concluindo que os polígonos obtidos eram semelhantes aos polígonos dados em cada questão. Verificaram, também, que por este processo os lados correspondentes dos polígonos eram paralelos.

A partir daí, explicamos que o processo usado nessa atividade para ampliar (ou reduzir) figuras, ou seja, produzir figuras semelhantes é chamado de homotetia. Destacamos que na homotetia podemos observar vários elementos como: o centro de homotetia, que no caso foi o ponto P e que este pode estar em qualquer lugar do plano; a razão de homotetia, cujo valor pode ser qualquer número racional, sendo dois a razão utilizada nas questões desta atividade; os raios homotéticos, que foram as semi-retas traçadas com origem no centro de homotetia passando pelos vértices dos polígonos.

Enfatizamos também que, como a razão de homotetia foi dois, qualquer ente linear considerado no polígono dado terá sua medida dobrada no polígono obtido. Sendo assim, foi proposto aos alunos que traçassem qualquer diagonal no polígono dado e sua correspondente no polígono obtido e as comparassem com o auxílio do compasso.

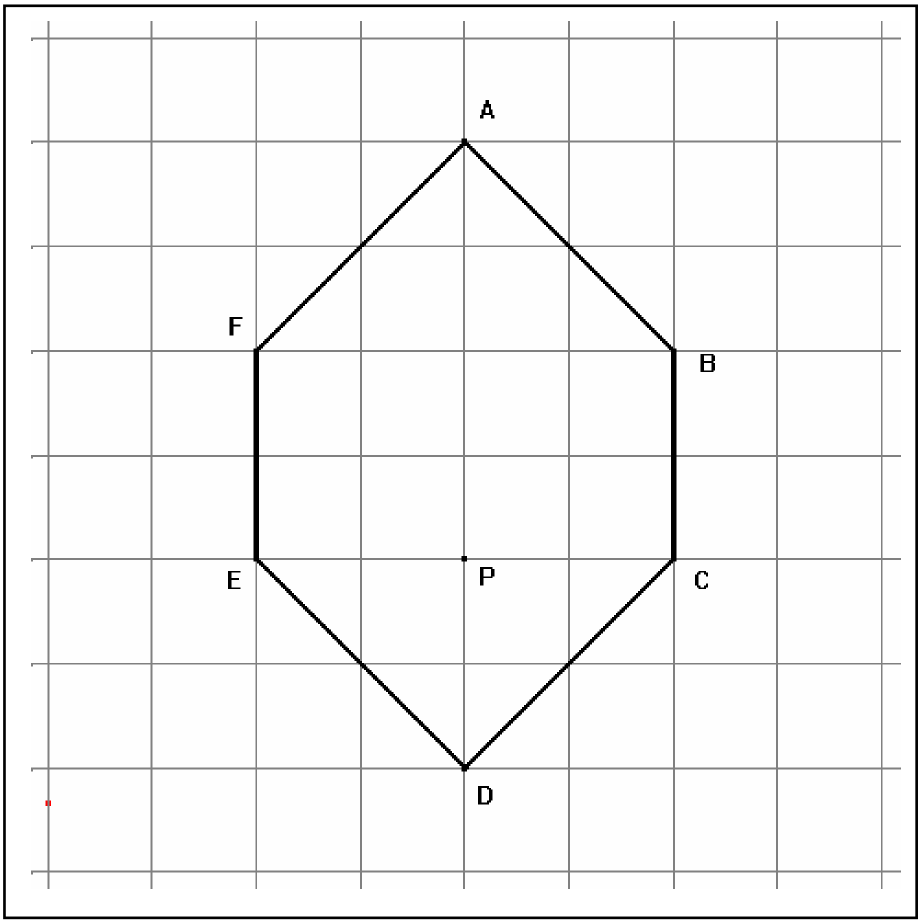
Para realizar a primeira questão dessa atividade, tivemos que auxiliar os alunos, pois percebemos que muitos não identificaram as notações de semi-reta, segmento de reta e de ângulo.

Após esclarecimentos, as outras questões foram resolvidas pelos alunos sem maiores dificuldades.

3.1.6- Atividade n.º 6

Iniciamos esta atividade recordando o processo de homotetia e seus elementos.

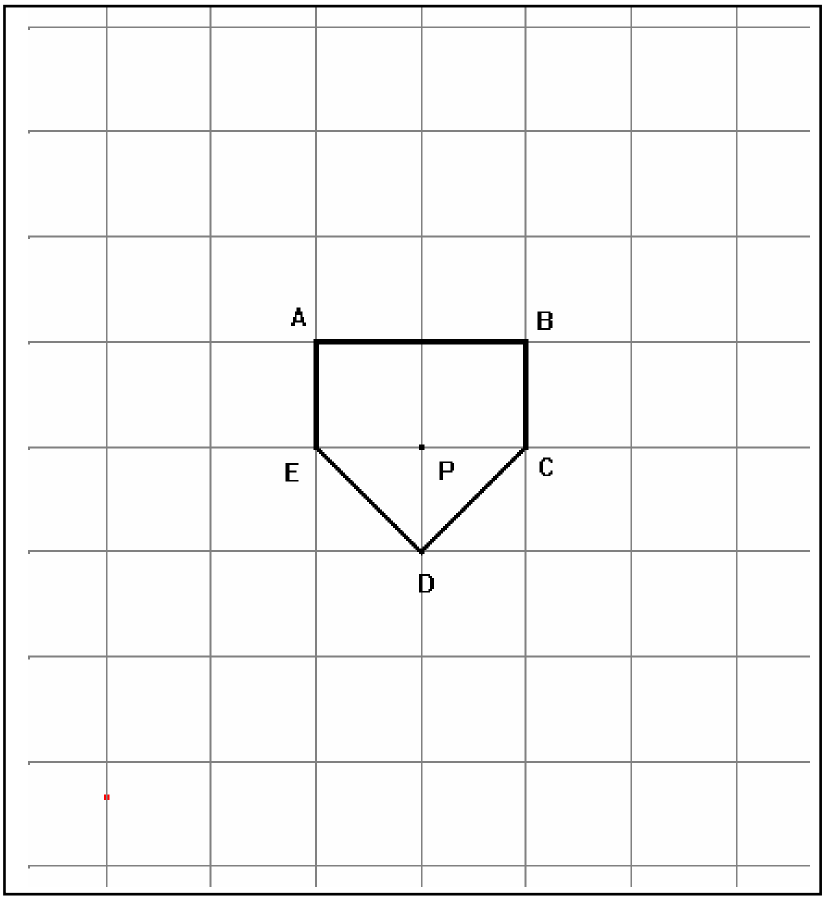
A primeira questão dessa atividade era composta por um hexágono ABCDEF com o ponto P em seu interior, como mostra a figura a seguir.



Esta pedia para que os alunos, utilizando régua, construíssem um hexágono homotético ao hexágono ABCDEF, com centro de homotetia em P e razão 1/2.

Ao comparar os lados e os ângulos correspondentes do hexágono obtido em relação ao dado, os alunos puderam concluir que as medidas dos lados reduziram-se à metade e que os ângulos correspondentes eram congruentes. Também perceberam que os lados correspondentes eram paralelos.

A segunda questão era composta por um pentágono ABCDE com o ponto P em seu interior, como mostra a figura a seguir.



Esta pedia para que os alunos, utilizando régua, construíssem um pentágono homotético ao pentágono ABCDE, com centro de homotetia em P e razão 3.

Ao comparar os lados e os ângulos correspondentes do pentágono obtido em relação ao dado, os alunos puderam concluir que as medidas dos lados triplicaram e que os ângulos correspondentes eram congruentes. Também perceberam que os lados correspondentes eram paralelos.

Os alunos não tiveram dificuldade para realizar a atividade já que esta era uma aplicação do método explicado na quinta atividade, que consistia em construir figuras semelhantes por homotetia.

Observamos que muitos alunos, ao construirem tanto o hexágono quanto o pentágono, não traçaram os raios homotéticos, apenas os imaginavam, uma vez que também tinham o auxílio do papel quadriculado.

3.1.7- Atividade n.º 7

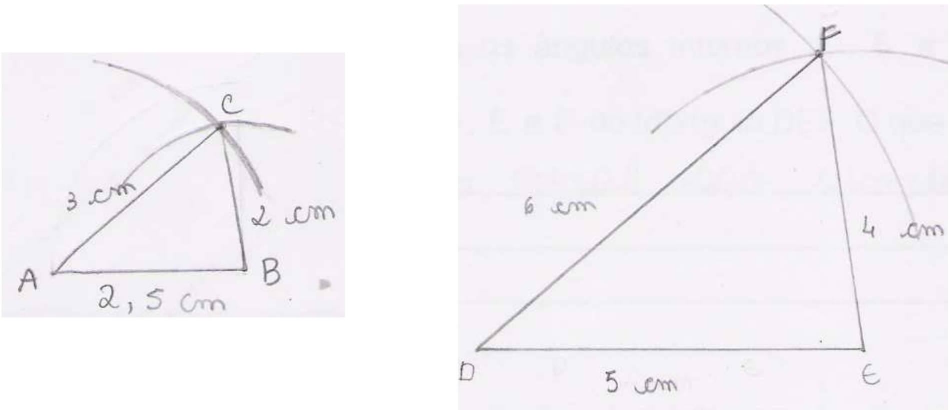
Esta atividade teve como objetivo identificar semelhança de triângulos, para tal propusemos algumas questões.

Inicialmente, pedimos para que os alunos construíssem, utilizando régua e compasso, um triângulo ABC de modo que a medida de $\overline{AB}$ fosse 2,5cm, a medida de $\overline{BC}$ 2cm e a medida de $\overline{AC}$ 3cm. Nesse momento houve a necessidade da nossa intervenção, pois os alunos não sabiam como construir esse triângulo.

Em seguida, pedimos a construção de um novo triângulo DEF, cuja medida de $\overline{DE}$ fosse o dobro da medida de $\overline{AB}$, a medida de $\overline{EF}$ o dobro da medida de $\overline{BC}$ e a medida de $\overline{DF}$ o dobro da medida de $\overline{AC}$. Após as explicações dadas para a construção do triângulo ABC, os alunos não apresentaram dificuldades para construir o triângulo DEF, bem como o triângulo GHI, cujas medidas dos lados eram o triplo das medidas dos lados do triângulo ABC.

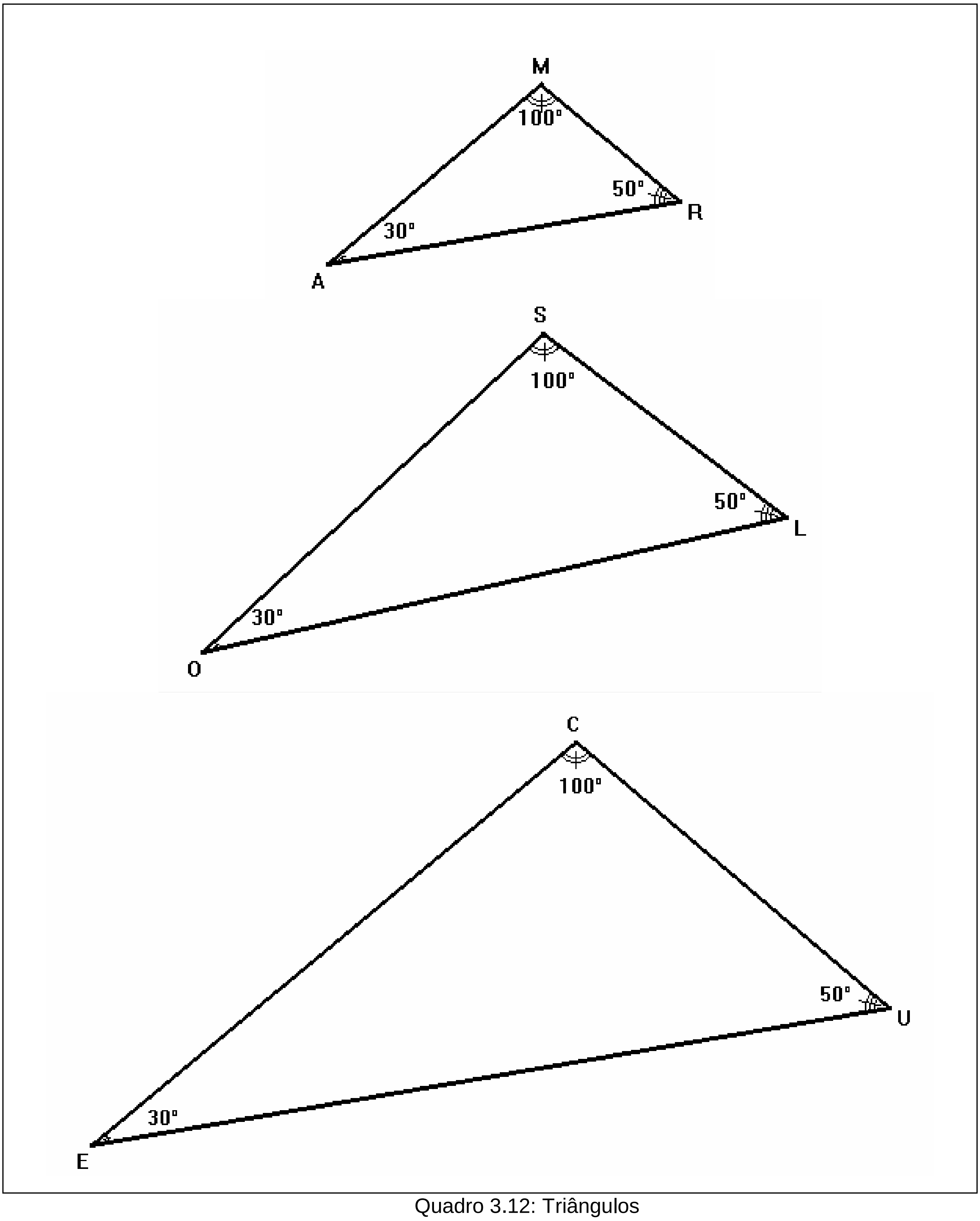
Utilizando o papel manteiga, os alunos decalcaram o triângulo ABC e sobrepuseram os seus ângulos internos aos ângulos internos correspondentes dos triângulos DEF e GHI e verificaram que os ângulos internos correspondentes eram congruentes.

No quadro 3.11, temos os triângulos ABC e DEF construídos por um aluno.



Quadro 3.11: Construção de um aluno

Na segunda questão, foram dados os triângulos MAR, SOL e CEU, cujas medidas dos ângulos internos eram 100º, 30º e 50º, como mostra o quadro a seguir.



Quadro 3.12: Triângulos

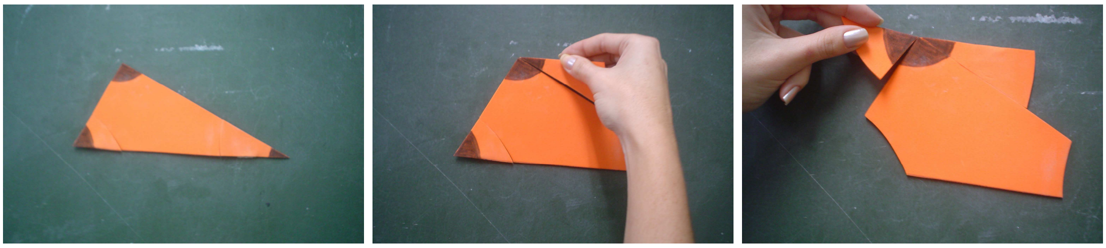
Pedimos aos alunos que, utilizando uma régua, medissem os lados dos triângulos (Quadro 3.12) e determinassem primeiramente as razões entre os lados correspondentes dos triângulos MAR e SOL. Eles perceberam que as razões calculadas, com aproximação de uma casa decimal, eram iguais.

Em seguida, calcularam também, com aproximação de uma casa decimal, as razões entre os lados correspondentes dos triângulos MAR e CEU, percebendo que estas eram iguais e, por último, também constataram que as razões entre os lados correspondentes dos triângulos SOL e CEU eram iguais.

A partir de observações em torno das questões sugeridas nessa atividade, os alunos concluíram que se os lados correspondentes de dois triângulos forem proporcionais, conseqüentemente os ângulos internos correspondentes serão congruentes. E quando os ângulos internos correspondentes forem congruentes, conseqüentemente os lados correspondentes serão proporcionais.

Assim, explicamos para os alunos que, para dois triângulos serem semelhantes, ou seus lados correspondentes são proporcionais ou seus ângulos internos correspondentes são congruentes.

Recordamos que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo será sempre 180º a partir de uma atividade experimental, como mostra as fotos a seguir.

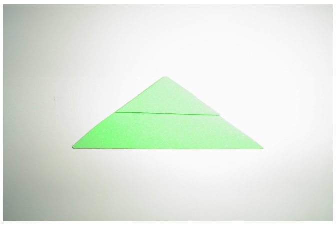
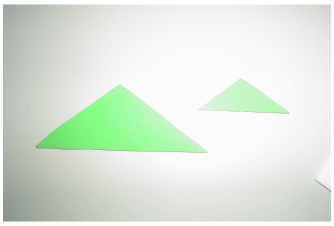


Quadro 3.13: Soma dos ângulos internos do triângulo

Como a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre igual a 180º, os alunos conseguiram entender que, se em um triângulo, dois de seus ângulos internos forem congruentes a dois ângulos internos correspondentes de um outro triângulo, então os dois triângulos serão semelhantes, visto que o terceiro par de ângulos internos correspondentes serão congruentes.

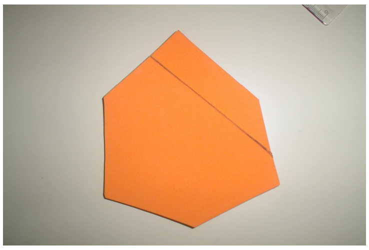
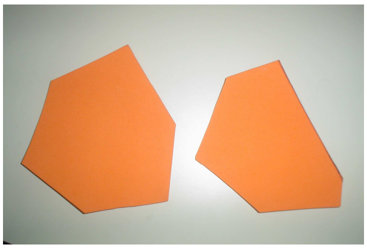
Sabemos que há três casos de semelhança de triângulos, porém nessa atividade ressaltamos os dois casos trabalhados anteriormente.

Em seguida, entregamos para os alunos dois pares de figuras construídas em emborrachado, sendo um par de triângulos congruentes e um par de polígonos congruentes, dentre eles quadriláteros, pentágonos e hexágonos. Na seqüência, pedimos para que eles traçassem um segmento paralelo a um dos lados de um dos triângulos e fizessem um corte sobre o segmento traçado, formando assim um novo triângulo. Perguntamos o que eles observaram em relação ao novo triângulo formado. Um aluno respondeu que o novo triângulo era uma redução do triângulo original, outro aluno respondeu que os ângulos correspondentes continuaram iguais e, finalmente, chegaram à conclusão de que o triângulo obtido era semelhante ao triângulo original.

Quadro 3.14: Triângulos

Pedimos que eles repetissem o mesmo procedimento para o polígono fornecido, ou seja, traçassem um segmento paralelo a um de seus lados. Rapidamente um aluno falou que o polígono formado não era semelhante ao polígono original, pois os lados correspondentes não mantiveram uma proporcionalidade.

Quadro 3.15: Polígonos

A atividade com os polígonos emborrachados permitiu que os alunos visualizassem que, ao traçar um segmento paralelo a qualquer um dos lados de um triângulo, o novo triângulo será semelhante ao que foi dado inicialmente e que este fato aconteceu apenas com os triângulos, não valendo para os demais polígonos.

Neste momento, falamos que este fato se deve ao Teorema Fundamental: “Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intersecta os outros dois em pontos distintos, então o triângulo que ela determina é semelhante ao primeiro” (IEZZI, 1985, p.165).

Para apresentar uma aplicação de semelhança de triângulos, propomos aos alunos que fossem até o pátio do colégio para que pudessem vivenciar o “problema das sombras”.

Para tal, sugerimos a escolha de dois alunos de alturas diferentes. Eles escolheram o aluno mais alto e o mais baixo da turma. Dispomos ambos numa mesma posição e pedimos para que medissem as suas sombras projetadas no chão e a altura de um dos alunos. Com esses dados eles calcularam a altura do outro aluno através de semelhança de triângulos. Após esse cálculo, eles mediram a altura desse outro aluno e confirmaram que altura encontrada e a calculada eram iguais com aproximação de uma casa decimal.

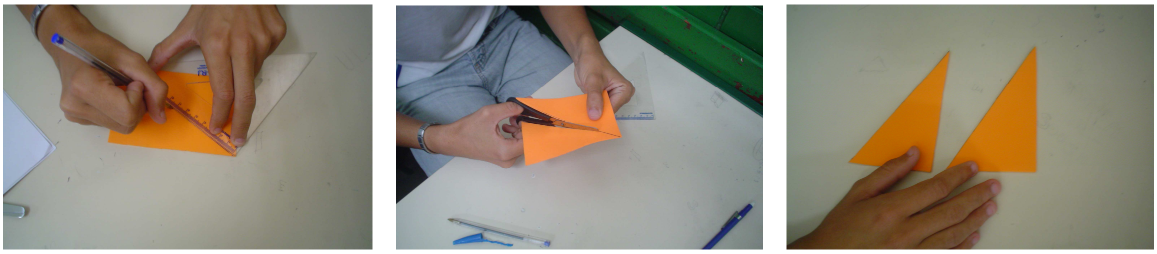
Foto 3.10: Alunos no pátio medindo as sombras

Para finalizar, os alunos resolveram alguns exercícios (ANEXO II) em que aplicaram semelhança de triângulos.

Percebemos um bom desempenho da turma na resolução das questões propostas.

3.1.8- Atividade n.º 8

Para realizar essa atividade, entregamos aos alunos um retângulo construído em material emborrachado (E.V.A.). Nesse retângulo, pedimos para que os alunos traçassem uma de suas diagonais e fizessem um corte sobre esta, obtendo assim, dois triângulos retângulos congruentes.



Quadro 3.16: Triângulos congruentes

Em seguida, utilizando o esquadro, pedimos aos alunos para traçarem a altura relativa à hipotenusa de um dos triângulos retângulos. Neste momento, intervimos pedindo que eles apoiassem um dos catetos do esquadro sobre a hipotenusa do triângulo de forma a obter um segmento perpendicular a ela tendo como uma das extremidades o vértice oposto à hipotenusa (Foto 3.11).

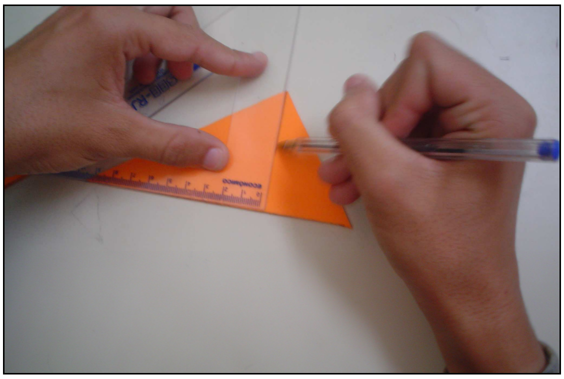
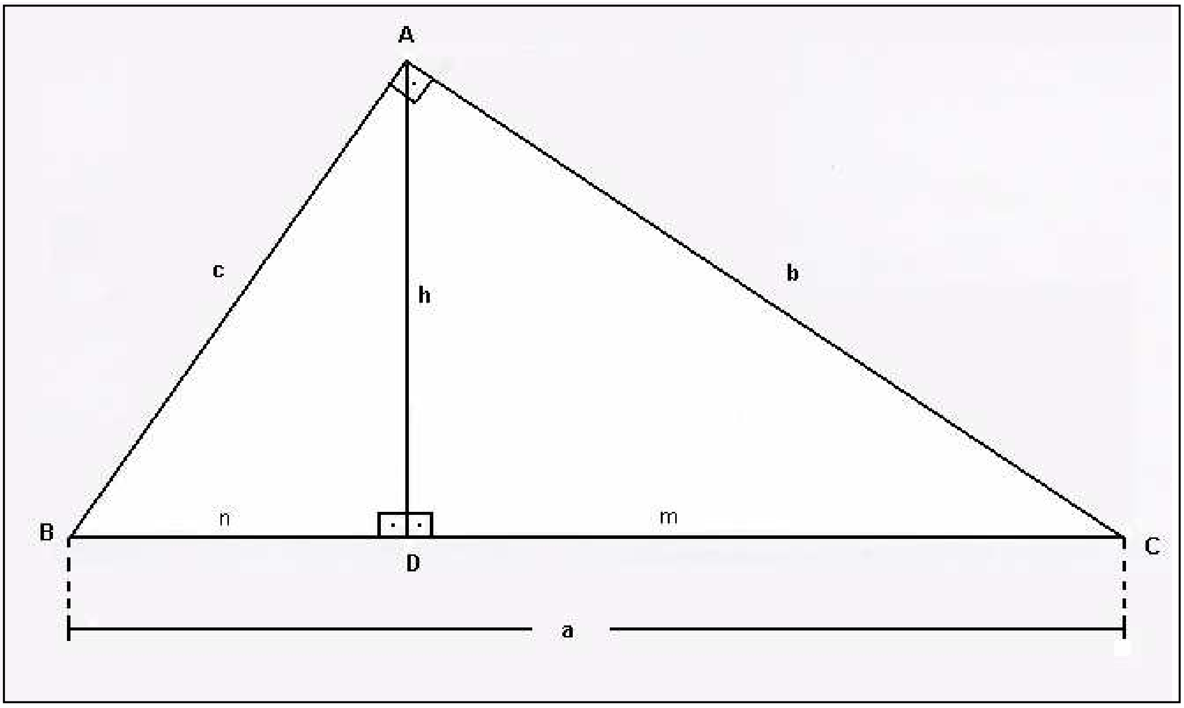


Foto 3.11: Traçado da altura do triângulo retângulo relativa à hipotenusa

Após traçar a altura relativa à hipotenusa, os alunos fizeram um corte sobre esta obtendo dois triângulos retângulos.

Na seqüência, pedimos para que os alunos comparassem os três triângulos obtidos dizendo quais deles eram semelhantes e como eles identificaram essa semelhança. Eles identificaram que os três triângulos eram semelhantes entre si, pois os ângulos correspondentes eram congruentes.

Dando continuidade, propomos aos alunos que sobrepusessem à figura que se encontra a seguir, os três triângulos emborrachados, identificando nestes os vértices e os lados.



Quadro 3.17: Triângulo retângulo

Adiante, pedimos para que os alunos arrumassem os triângulos de emborrachado, de modo que seus ângulos congruentes ficassem numa mesma posição. A partir dessa arrumação, eles identificaram pares de triângulos semelhantes. Neste momento, reforçamos a definição de semelhança de triângulos, juntamente com os alunos.

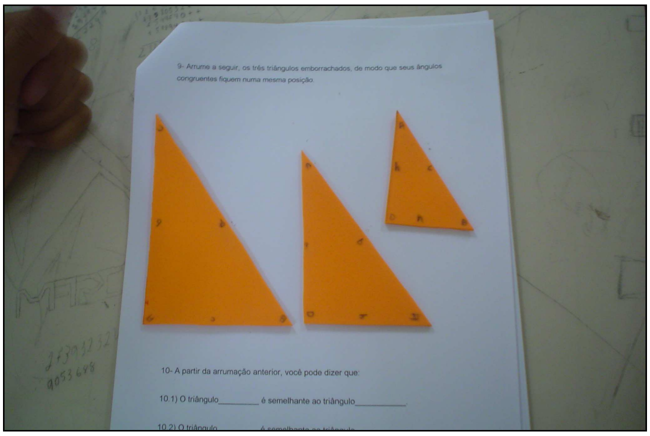
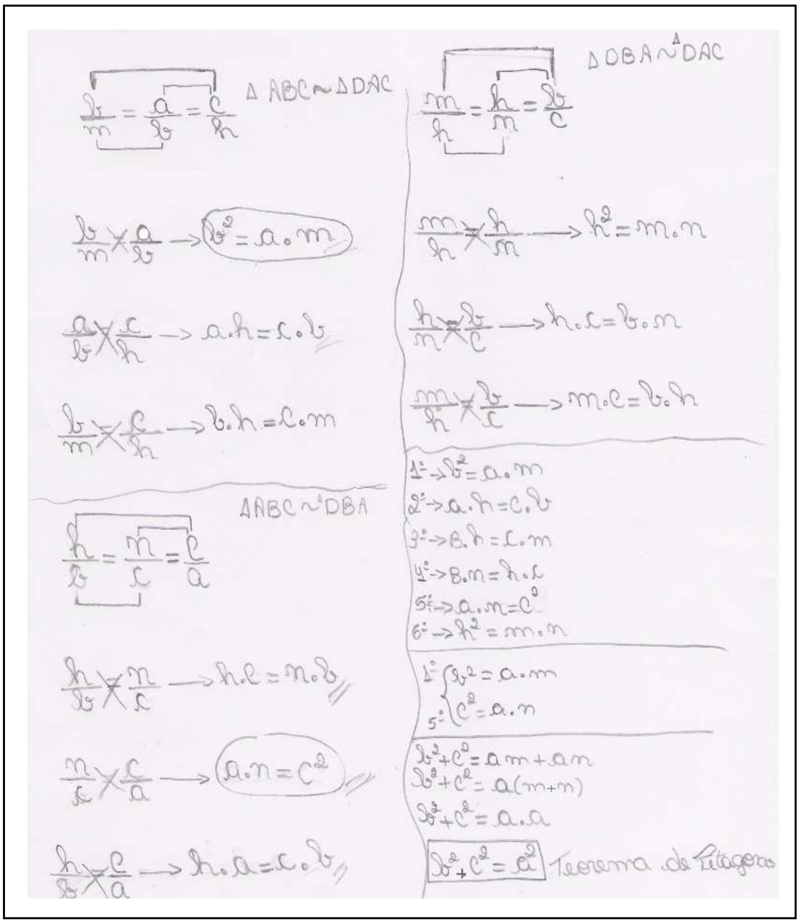


Foto 3.12: Triângulos semelhantes

Finalmente, os alunos compararam os triângulos semelhantes ABC e DAC, ABC e DBA, bem como DBA e DAC e obtiveram relações entre as medidas de seus lados, que podem ser observadas no quadro a seguir.


ΔABC~ΔDAC

$$\frac{b}{m}=\frac{a}{b}=\frac{c}{h}$$

$\frac{b}{m}\times\frac{a}{b}\to b^2=a.m$

$\frac{a}{b}\times\frac{c}{h}\to a.h=c.b$

$\frac{b}{m}\times\frac{c}{h}\to b.h=c.m$

ΔABC~ΔDBA

$$\frac{h}{b}=\frac{n}{c}=\frac{c}{a}$$

$\frac{h}{b}\times\frac{n}{c}\to h.c=n.b$

$\frac{n}{c}\times\frac{c}{a}\to a.n=c^2$

$\frac{h}{b}\times\frac{c}{a}\to h.a=c.b$

ΔDBA~ΔDAC

$$\frac{m}{h}=\frac{h}{n}=\frac{b}{c}$$

$\frac{m}{h}\times\frac{h}{n}\to h^2=m.n$

$\frac{h}{n}\times\frac{b}{c}\to h.c=b.n$

$\frac{m}{h}\times\frac{b}{c}\to m.c=b.h$

1º → $b^2=a.m$
2º → $a.h=c.b$
3º → $b.h=c.m$
4º → $b.n=h.c$
5º → $a.n=c^2$
6º → $h^2=m.n$

1º $b^2=a.m$
5º $c^2=a.n$

$b^2+c^2=am+an$
$b^2+c^2=a(m+n)$
$b^2+c^2=a.a$
$\boxed{b^2+c^2=a^2}$ Teorema de Pitágoras

Quadro 3.18: Relações métricas obtidas por um aluno

Explicamos para os alunos que essas igualdades obtidas são chamadas de relações métricas do triângulo retângulo. Concluímos as relações fazendo a soma das igualdades $\boxed{b^2 = a.m}$ e $\boxed{c^2 = a.n}$ e obtendo assim a relação $\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$ conhecida como Teorema de Pitágoras. Vale ressaltar que esta era a única relação métrica que os alunos já tinham estudado.

Tendo os alunos se apropriado do conceito de semelhança de triângulos, a partir de atividades anteriores, foi possível alcançar o objetivo desta atividade, ou seja, deduzir as relações métricas no triângulo retângulo.

A fim de aplicar as relações métricas obtidas nessa atividade, propusemos aos alunos a resolução de diversas questões (ANEXO III), nas quais eles puderam utilizar os conhecimentos adquiridos durante todo processo de ensino e aprendizagem.

O desempenho dos alunos na resolução desses exercícios foi bastante satisfatório, confirmando a produção de uma aprendizagem significativa e compreensiva: conhecemos o porquê do que aprendemos e utilizamos esse conhecimento cada vez que a oportunidade ou a necessidade apresenta-se. É uma aprendizagem em que somos capazes de atribuir ao conteúdo o aprendido (ZABALA, 2002).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta monografia teve como finalidade desenvolver um estudo sobre semelhança para deduzir as relações métricas no triângulo retângulo. Para tal, elaboramos atividades que proporcionassem aos alunos interagir de forma dinâmica com o conteúdo proposto.

Segundo artigo publicado por Barrantes e Blanco (2004), os professores em formação concebem a Geometria como uma matéria difícil, influenciados pelas condições desfavoráveis em que a aprenderam. Ele também relata que através dela pode-se desfazer o mito da dificuldade na aprendizagem em Matemática, uma vez que a Geometria tem grande aplicabilidade na vida cotidiana.

A nossa monografia foi desenvolvida visando a abranger as três componentes fundamentais do ensino da Matemática: conceituação, manipulação e aplicações (LIMA, 2001). Para tal foram propostas atividades dinâmicas com materiais variados que proporcionaram tanto a aquisição quanto o aprimoramento de conceitos, uma vez que durante as aulas estavam presentes descobertas, reflexões, discussões e interações, possibilitando a construção do conhecimento a partir da compreensão dos conceitos envolvidos.

Com a realização deste trabalho, pôde-se constatar que aulas com atividades dinâmicas contribuem significativamente para o desenvolvimento da aprendizagem, além de abrir novos horizontes para os professores que assumem o papel de orientador da aprendizagem, conduzindo o aluno à descoberta.

Dentre as atividades dessa monografia, podemos destacar a primeira, já que esta trazia para sala de aula objetos presentes no cotidiano dos alunos. A partir da exploração e manipulação destes, os alunos puderam construir, intuitivamente, o conceito de semelhança, visando a uma posterior formalização.

O conceito de semelhança de polígonos foi desenvolvido gradativamente a partir da ampliação e redução de figuras, usando tanto a técnica do quadriculado quanto da homotetia. Dando continuidade ao estudo, os alunos puderam construir o conceito de semelhança de triângulos e aplicá-lo para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo.

Os variados recursos didáticos utilizados neste trabalho, bem como a interação dos alunos, permitiram a aquisição dos conceitos envolvidos, possibilitando uma aprendizagem significativa.

Durante a aplicação das atividades, os alunos estavam organizados em dupla, desse modo, conseguiam resolver as questões propostas interagindo com seus colegas e participando ativamente na resolução destas.

Constatamos que o objetivo deste trabalho foi alcançado, visto que os alunos conseguiram chegar às relações métricas no triângulo retângulo a partir de semelhança de triângulos, entendendo assim que estas não precisam ser decoradas e sim deduzidas a partir do conceito de semelhança.

O conceito de semelhança, intimamente associado à idéia de proporcionalidade, apresenta relevância significativa no estudo de diversos conteúdos matemáticos, dentre eles podemos destacar: o estudo de áreas, de volumes e de razões trigonométricas.

Os resultados obtidos permitiram concluir que trabalhar a Geometria de maneira dinâmica é uma alternativa enriquecedora, pois facilita com vantagens a aprendizagem dessa disciplina. E mais, o envolvimento e interesse dos alunos na resolução das atividades são intensos, permitindo que haja uma relevante aquisição de conhecimento.

Com o estudo realizado e suas considerações, esperamos que os professores reflitam sobre a importância de se desenvolver um ensino que prestigie a Geometria.

BIBLIOGRAFIA

ANDRADE, José Antônio; NACARATO, Adair Mendes. *Tendências didático – pedagógicas no ensino de geometria: um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENEMs.* Educação Matemática em Revista, n.º 17, p. 61-69. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

ARAÚJO, Maria Auxiliadora Sampaio. *Porque ensinar geometria nas séries iniciais de 1.º grau.* A Educação Matemática em Revista, n.º 3, p. 12-16. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1994.

BARRANTES, Manuel; BLANCO, Lorenzo J. *Estudo das recordações, expectativas e concepções dos professores em formação sobre ensino – aprendizagem da geometria.* Tradução de Carlos Alberto Barros Abrantes de Figueiredo. Educação Matemática em Revista, n.º 17, p. 29-37. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

BIGODE, Antônio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim*. 8.ª série. São Paulo: FTD, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática: Ensino de terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental.* Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiros e quarto ciclos do ensino fundamental: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

BORDEAUX, Ana Lúcia; RUBINSTEIN, Cléa; FRANÇA, Elizabeth; OGLIARI, Elizabeth; PORTELA, Gilda. *Matemática na vida e na escola*. 8.ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 1999.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*.Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, 1974.

CHAVES, André Luiz; FAINGUELERNT, Estela Kaufman; KOHN, Maurício; BARRETO, Sandra Maria; SINISCALCHI, Solange. *Trabalhando com Geometria*. 1.º grau. São Paulo: Editora Ática, 1989.

CONSTANTINO, Rosângela. *O Ensino da Geometria no Ambiente Cinderella.* Dissertação de Mestrado em Educação para a Ciência e o Ensino da Matemática, UEM, 2006. Disponível em: <http://www.pcm.uem.br/dissetacoes/ 2006_rosangela _constantino.pdf > . Última consulta em: 11 jun. 2007.

DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é matemática*. 8.ª série. São Paulo: Ática, 2002.

EVES, Howard. *Tópicos de História da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1995.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. *O ensino de geometria no 1º. e 2º. graus.* A Educação Matemática em Revista, nº. 4, p. 45-53. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1995.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman*. Educação Matemática: representação e construção em geometria*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Microdicionário da língua portuguesa*. 3.ª ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1993.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa*. São Paulo, Brasil: Paz e Terra (Coleção Leitura), 1996.

FILLOS, Leoni Malinoski. *O Ensino da geometria: Depoimentos de professores que fizeram história*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Universidade Federal do Paraná, 2005. Disponível em: <http://www.fae.ufmg. br:8080 /ebrapem/completos/05-11.pdf> . Última consulta em: 23 jun. 2007.

IEZZI, Gelson. [et al.]. *Fundamentos de matemática elementar*. Vol. 9. São Paulo: Atual, 1985.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO Antônio . *Matemática e realidade*. 8.ª série. São Paulo: Atual, 2000.

IMENES, Luiz Márcio Pereira. JAKUBOVIC, José. LELLIS, Marcelo Cestari. *Semelhança.* São Paulo: Atual, 1992.

IMENES, Luiz Márcio Pereira; LELLIS, Marcelo. *Microdicionário de Matemática*. São Paulo: Scipione, 1998.

IMENES, Luiz Márcio Pereira; LELLIS, Marcelo. *Matemática*. 8.ª série. São Paulo: Scipione, 2001.

LIMA, Elon Lages. *Medida e forma em geometria*. Rio de Janeiro: IMPA. VITAE, 1991.

LIMA, Elon Lages. *Matemática e ensino*. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

LORENZATTO, Sérgio. *Por que não ensinar geometria?* A Educação Matemática em Revista, nº. 4, p. 3-13. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1995.

NASSER, Lílian; LOPES, Maria Laura M. *Geometria: na era da imagem e do movimento.* Rio de Janeiro: ed. UFRJ, 1996.

NASSER, Lílian; SANT`ANNA, Neide F. Parracho. *Geometria segundo a teoria de Van Hiele.* Rio de Janeiro: ed. UFRJ, 1997.

PAVANELLO, Regina Maria. *Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas.* Dissertação de Doutorado em Educação. UNICAMP-SP, 1995. Disponível em: < http://libdigi.unicamp.br/document/list_authors.php?tid=7& first_ letter=R&page=9> . Última consulta em: 1 jul. 2007.

PAVANELLO, Regina Maria; ANDRADE, Roseli Nozaki Grave de*. Formar professores para ensinar geometria: Um desafio para as licenciaturas em matemática.* Educação Matemática em Revista, edição especial, nº. 11 A, p. 78-87. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2002.

PAVANELLO, Regina Maria. *A pesquisa na formação de professores de matemática para a escola básica*. Educação Matemática em Revista, nº. 15, p. 8. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2003.

PEREIRA, Maria Regina de Oliveira. *A geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC-SP, 2001. Disponível em: < http://www.pucsp.br/ pos/edmat /ma/ dissertacao_maria_regina_pereira.pdf > . Última consulta em: 11 jun. 2007.

PEREZ, Geraldo. *Formação de professores de matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional.* São Paulo, 2004.

PIRES, Célia Carolino; CURI, Eda. PIETROPAOLO, Ruy. *Educação Matemática*. 8.ª série. São Paulo: Atual, 2002.

PUTNOKI, José Carlos. *Que se devolvam a Euclides a régua e o compasso.* Revista do Professor de Matemática, nº. 13, p.13. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática,1988.

SANTOS, Marcelo Câmara. *Algumas concepções sobre o ensino – aprendizagem de matemática.* Educação Matemática em Revista, nº. 12, p. 11 – 15. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.

SMOOTHEY, Marion. *Atividades e jogos com Razão e Proporção.* São Paulo: Scipione, 1998.

ZABALA, Antoni. *Enfoque globalizador e pensamento complexo***.** Porto Alegre: Artmed, 2002.

ANEXOS

ANEXO I: Questionário

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

QUESTIONÁRIO

Nome da escola:____
Livro adotado: ____ Série: _________________
Autor:____
Editora: ____Ano: __________________

Análise do livro didático adotado

1- Semelhança de polígonos é um assunto abordado no livro?
Sim □ Não

2- O livro traz exemplos do cotidiano ao tratar figuras semelhantes ?
Sim □ Não

3- Semelhança de polígonos é trabalhado pelo livro por meio de homotetia ?
Sim □ Não

4- Semelhança de triângulos é um assunto abordado no livro ?
Sim □ Não

5- As relações métricas no triângulo retângulo são deduzidas por meio de semelhança?
Sim □ Não

Entrevista com o professor

1- Semelhança de polígonos é um assunto abordado em sala de aula?
Sim □ Não
Justificativa:____

2- Você ressalta exemplos do cotidiano ao tratar figuras semelhantes?
Sim □ Não
Justificativa:____

3- Você usa homotetia para trabalhar semelhança de polígonos?
Sim □ Não
Justificativa:____

4- Você trabalha com semelhança de triângulos?
Sim □ Não
Justificativa:____

5- As relações métricas no triângulo retângulo são deduzidas com os alunos por meio de semelhança?
Sim □ Não
Justificativa:____

ANEXO II: Atividades

ATIVIDADE N.º 2

1- Qual(is) foto(s) representa(m) uma ampliação da foto I ?

2- Qual(is) foto(s) representa(m) uma redução da foto II ?

3- Na foto I, marque os pontos A_1 e B_1 nas extremidades do guidom e indique a medida do segmento A_1B_1.

4- Na foto II, marque os pontos A_2 e B_2 nas extremidades do guidom e indique a medida do segmento A_2B_2.

5- Na foto III, marque os pontos A_3 e B_3 nas extremidades do guidom e indique a medida do segmento A_3B_3.

6- Na foto IV, marque os pontos A_4 e B_4 nas extremidades do guidom e indique a medida do segmento A_4B_4.

7- Na foto V, marque os pontos A_5 e B_5 nas extremidades do guidom e indique a medida do segmento A_5B_5.

8- Na foto I, marque os pontos C_1 e D_1 nas extremidades da lateral do garfo que está à direita da roda dianteira e indique a medida do segmento C_1D_1.

9- Na foto II, marque os pontos C_2 e D_2 nas extremidades da lateral do garfo que está à direita da roda dianteira e indique a medida do segmento C_2D_2.

10- Na foto III, marque os pontos C_3 e D_3 nas extremidades da lateral do garfo que está à direita da roda dianteira e indique a medida do segmento C_3D_3.

11- Na foto IV, marque os pontos C_4 e D_4 nas extremidades da lateral do garfo que está à direita da roda dianteira e indique a medida do segmento C_4D_4.

12- Na foto V, marque os pontos C_5 e D_5 nas extremidades da lateral do garfo que está à direita da roda dianteira e indique a medida do segmento C_5D_5.

13- A partir das medidas encontradas nas fotos I e II, calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

a) $\dfrac{m(\overline{A_1B_1})}{m(\overline{A_2B_2})}$ b) $\dfrac{m(\overline{C_1D_1})}{m(\overline{C_2D_2})}$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

14- A partir das medidas encontradas nas fotos II e III, calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

a) $\dfrac{m(\overline{A_3B_3})}{m(\overline{A_2B_2})}$ b) $\dfrac{m(\overline{C_3D_3})}{m(\overline{C_2D_2})}$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

15- A partir das medidas encontradas nas fotos II e IV, calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

a) $\dfrac{m(\overline{A_4B_4})}{m(\overline{A_2B_2})}$ b) $\dfrac{m(\overline{C_4D_4})}{m(\overline{C_2D_2})}$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

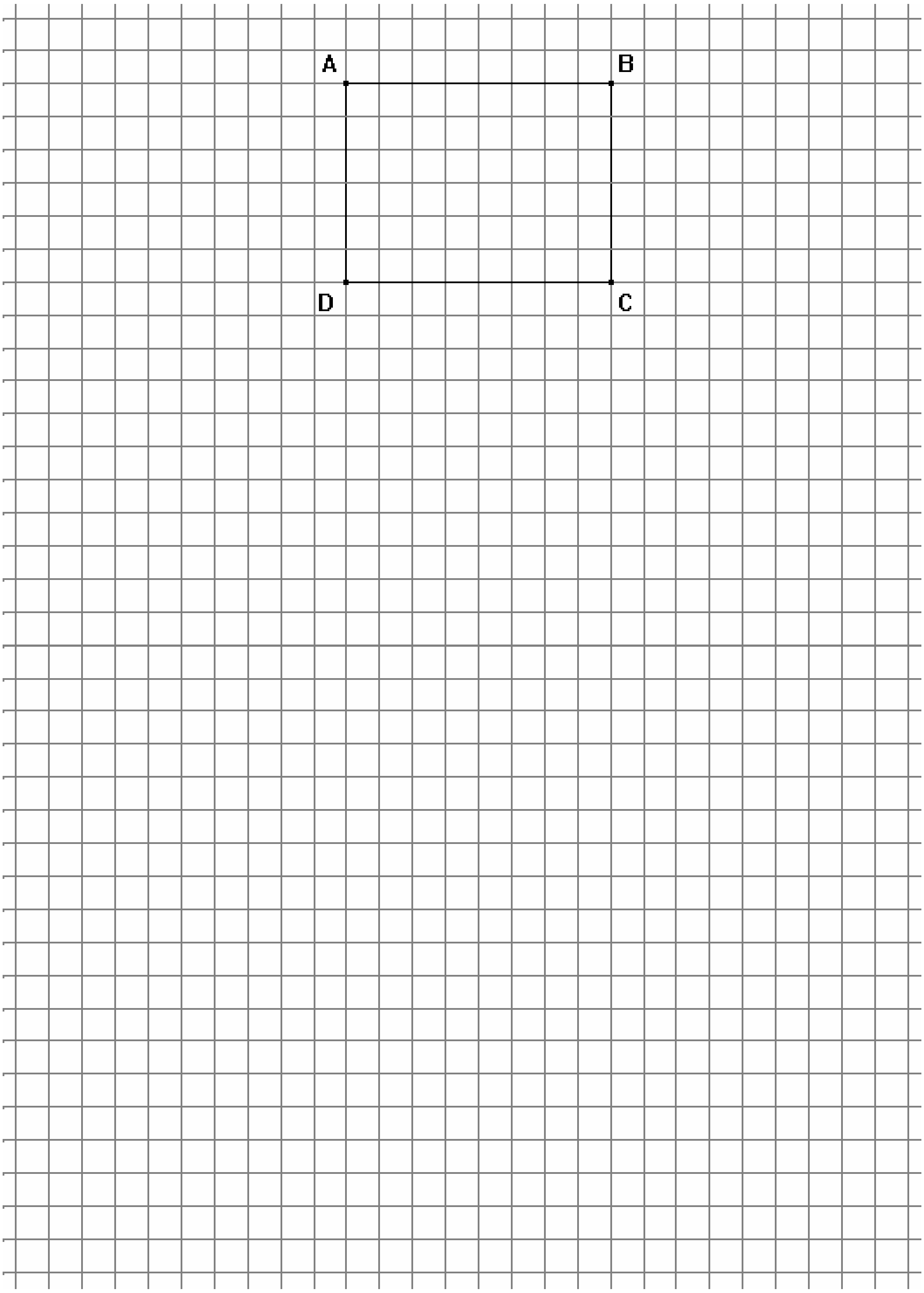
16- A partir das medidas encontradas nas fotos II e V, calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

a) $\dfrac{m(\overline{A_5B_5})}{m(\overline{A_2B_2})}$ b) $\dfrac{m(\overline{C_5D_5})}{m(\overline{C_2D_2})}$

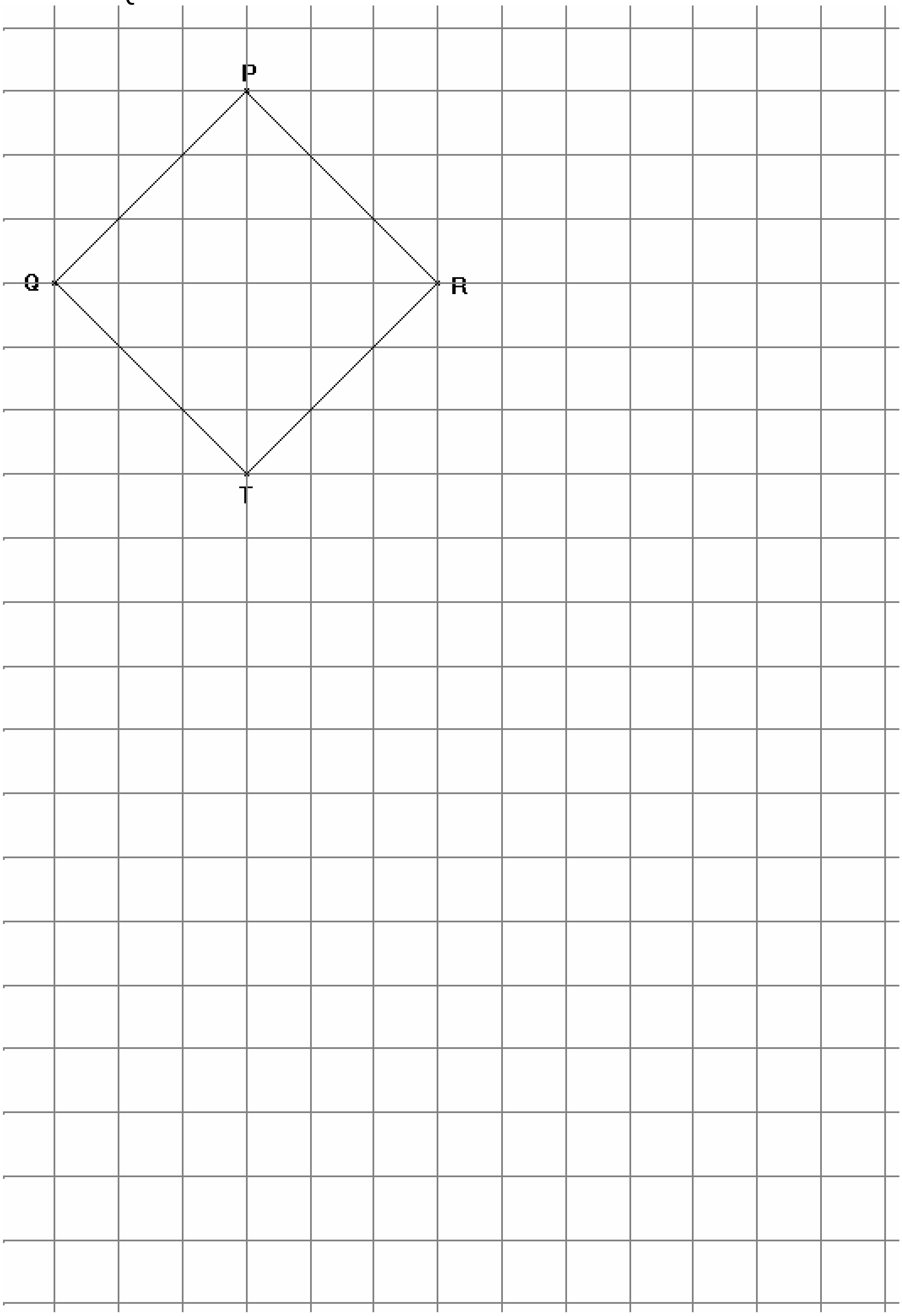
c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

ATIVIDADE N.º 3

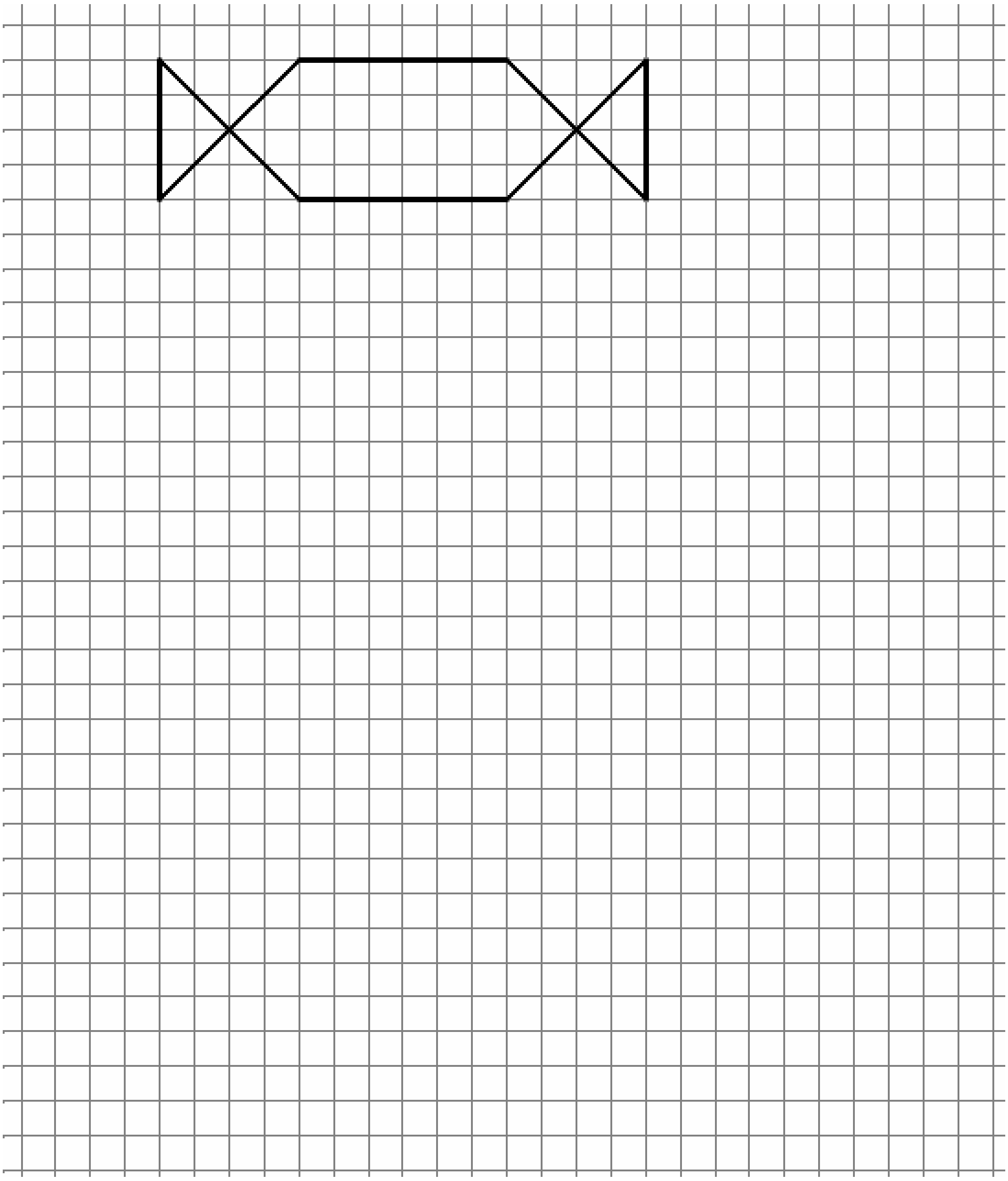
1- Utilizando o papel quadriculado, faça uma ampliação e uma redução do retângulo ABCD.



2- Utilizando o papel quadriculado, faça uma ampliação do quadrado PRTQ, abaixo, de modo que cada lado do quadrado ampliado P’R’T’Q’ seja o dobro do lado do quadrado PRTQ.



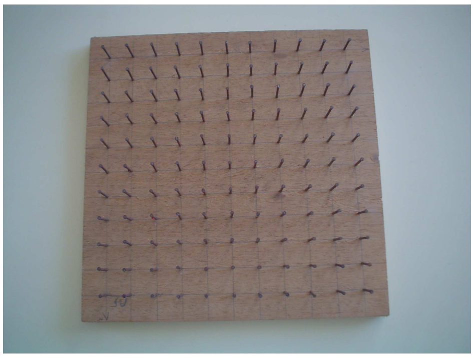
3- Utilizando o papel quadriculado, faça uma ampliação e uma redução da figura dada abaixo.



ATIVIDADE N.º 4

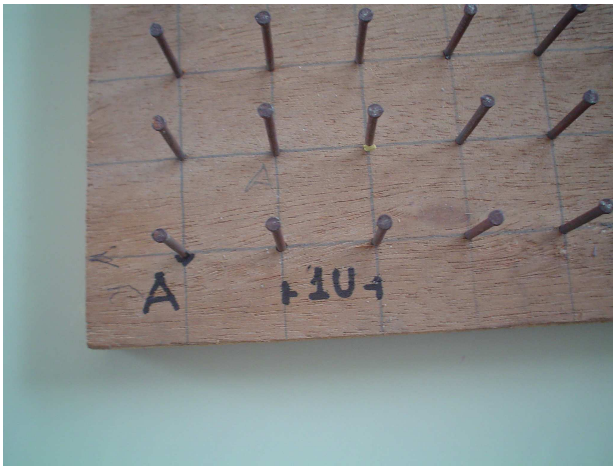
1- Material necessário:

1.1- Geoplano



1.2- Elásticos coloridos

2- No geoplano, considere o ponto **A** e a distância entre dois pregos consecutivos, quaisquer, numa linha horizontal ou vertical, como sendo **1u**.



2.1- Utilizando um elástico colorido, construa no geoplano um retângulo (R_1) de comprimento **8u** e largura **4u**, sendo o ponto **A**, já marcado no geoplano, um de seus vértices.

2.2- Construa com outro elástico, um segundo retângulo (R_2) no interior do primeiro retângulo, de mesma largura e reduzindo o comprimento à metade, sendo **A** um de seus vértices.

2.3- Com outro elástico, construa um terceiro retângulo (R_3) no interior do segundo retângulo com o mesmo comprimento deste e reduzindo a largura à metade, sendo **A** um de seus vértices.

2.4- Construa com outro elástico, um quarto retângulo (R_4) no interior do terceiro retângulo com a mesma largura deste e reduzindo o comprimento à metade, sendo **A** um de seus vértices.

2.5- Com outro elástico, construa um quinto retângulo (R_5) no interior do quarto retângulo com o mesmo comprimento deste e reduzindo a largura à metade, sendo **A** um de seus vértices.

2.6- Construa com outro elástico, um sexto retângulo (R_6) no interior do quinto retângulo, com a mesma largura deste e reduzindo o comprimento à metade, sendo **A** um de seus vértices.

3- Observando as construções feitas no geoplano, diga quais retângulos são semelhantes.

4- Com um elástico, construa a diagonal do primeiro retângulo que possui uma das extremidades no ponto **A.**

4.1- Quais os retângulos que possuem uma diagonal sobre a diagonal traçada?

5- Utilizando um elástico, construa a diagonal do segundo retângulo que possui uma das extremidades em **A**.

5.1- Quais os retângulos que possuem uma diagonal sobre esta diagonal traçada?

6- Comparando as respostas das questões 3, 4 e 5, o que você observou?

ATIVIDADE N.º 5

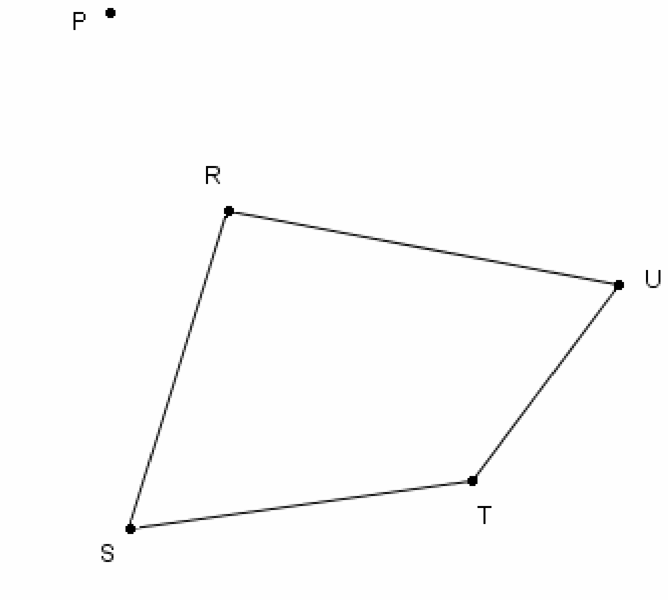
1- Sejam o quadrilátero RSTU e o ponto P.

1.1- Trace as semi-retas $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$, $\overrightarrow{PT}$ e $\overrightarrow{PU}$.

1.2- Com o auxílio de um compasso, marque o ponto R' na semi-reta PR, de modo que $\overline{PR'} = 2.\overline{PR}$.

1.3- Nas semi-retas $\overrightarrow{PS}$, $\overrightarrow{PT}$ e $\overrightarrow{PU}$, marque os pontos S', T' e U', respectivamente, de modo que $\overline{PS'} = 2.\overline{PS}$, $\overline{PT'} = 2.\overline{PT}$ e $\overline{PU'} = 2.\overline{PU}$.

1.4- Utilizando régua e caneta, destaque o quadrilátero R'S'T'U'.



1.5- Utilizando o compasso, verifique:

a) quantas vezes $\overline{RU}$ cabe em $\overline{R'U'}$;

b) quantas vezes $\overline{RS}$ cabe em $\overline{R'S'}$;

c) quantas vezes $\overline{ST}$ cabe em $\overline{S'T'}$;

d) quantas vezes $\overline{TU}$ cabe em $\overline{T'U'}$.

1.6- Utilizando o papel manteiga, régua e lápis, decalque o quadrilátero R'S'T'U' e sobreponha aos ângulos internos $\hat{R}$, $\hat{S}$, $\hat{T}$ e $\hat{U}$ do quadrilátero dado, os ângulos internos correspondentes $\hat{R}'$, $\hat{S}'$, $\hat{T}'$ e $\hat{U}'$ do quadrilátero decalcado. O que você observou?

1.7- Comparando o polígono obtido com o polígono dado, o que você observou em relação aos lados correspondentes? E em relação aos ângulos correspondentes?

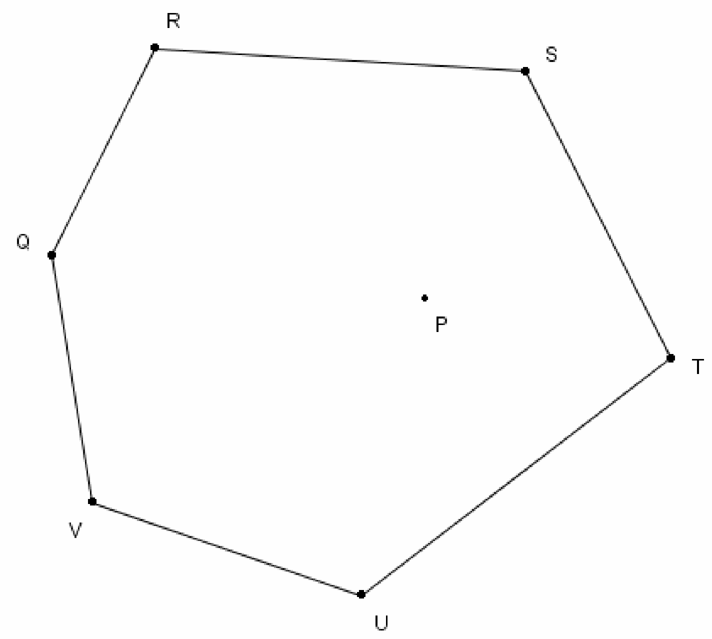
2- Sejam o hexágono RSTUVQ e o ponto P no seu interior.

2.1- Trace as semi-retas $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$, $\overrightarrow{PT}$, $\overrightarrow{PU}$, $\overrightarrow{PV}$ e $\overrightarrow{PQ}$.

2.2- Com o auxílio de um compasso, marque o ponto R' na semi-reta PR, de modo que $\overline{PR'} = 2.\overline{PR}$.

2.3- Nas semi-retas $\overrightarrow{PS}$, $\overrightarrow{PT}$, $\overrightarrow{PU}$, $\overrightarrow{PV}$ e $\overrightarrow{PQ}$, marque os pontos S', T', U', V' e Q', respectivamente, de modo que $\overline{PS'} = 2.\overline{PS}$, $\overline{PT'} = 2.\overline{PT}$, $\overline{PU'} = 2.\overline{PU}$, $\overline{PV'} = 2.\overline{PV}$ e $\overline{PQ'} = 2.\overline{PQ}$.

2.4- Utilizando régua e caneta, destaque o hexágono R'S'T'U'V'Q'.



2.5- Utilizando o compasso, verifique:

a) quantas vezes $\overline{QR}$ cabe em $\overline{Q'R'}$;

b) quantas vezes $\overline{RS}$ cabe em $\overline{R'S'}$;

c) quantas vezes $\overline{ST}$ cabe em $\overline{S'T'}$;

d) quantas vezes $\overline{TU}$ cabe em $\overline{T'U'}$.

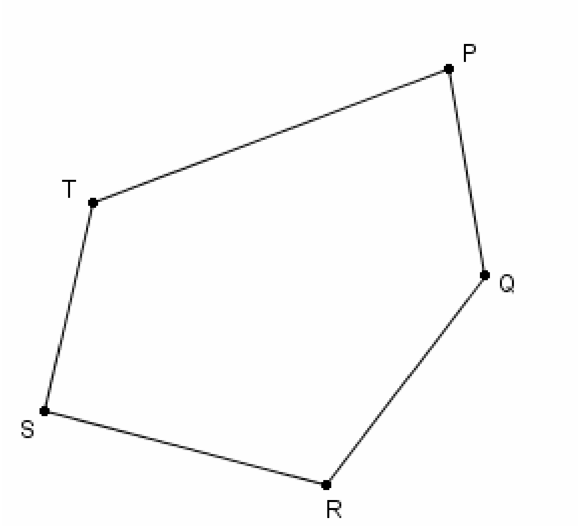
e) quantas vezes $\overline{UV}$ cabe em $\overline{U'V'}$.

f) quantas vezes $\overline{VQ}$ cabe em $\overline{V'Q'}$.

2.6- Utilizando o papel manteiga, régua e lápis, decalque o hexágono R'S'T'U'V'Q' e sobreponha aos ângulos internos $\hat{R}$, $\hat{S}$, $\hat{T}$, $\hat{U}$, $\hat{V}$ e $\hat{Q}$ do hexágono dado, os ângulos internos correspondentes $\hat{R}'$, $\hat{S}'$, $\hat{T}'$, $\hat{U}'$, $\hat{V}'$ e $\hat{Q}'$ do hexágono decalcado. O que você observou?

2.7- Comparando o polígono obtido com o polígono dado, o que você observou em relação aos lados correspondentes? E em relação aos ângulos correspondentes?

3- Seja o pentágono PQRST.
3.1- Trace as semi-retas com origem em P passando pelos pontos S, T, Q e R.
3.2- Com o auxílio de um compasso, marque o ponto T' na semi-reta PT, de modo que $\overline{PT'} = 2.\overline{PT}$.
3.3- Nas semi-retas $\overrightarrow{PS}$, $\overrightarrow{PR}$ e $\overrightarrow{PQ}$, marque os pontos S' , R' e Q' , respectivamente, de modo que $\overline{PS'} = 2.\overline{PS}$, $\overline{PR'} = 2.\overline{PR}$ e $\overline{PQ'} = 2.\overline{PQ}$.
3.4- Utilizando régua e caneta, destaque o pentágono PQ'R'S'T'.



3.5- Utilizando o compasso, verifique:
a) quantas vezes $\overline{PQ}$ cabe em $\overline{PQ'}$;
b) quantas vezes $\overline{QR}$ cabe em $\overline{Q'R'}$;
c) quantas vezes $\overline{SR}$ cabe em $\overline{S'R'}$;
d) quantas vezes $\overline{TS}$ cabe em $\overline{T'S'}$;
e) quantas vezes $\overline{TP}$ cabe em $\overline{T'P}$.

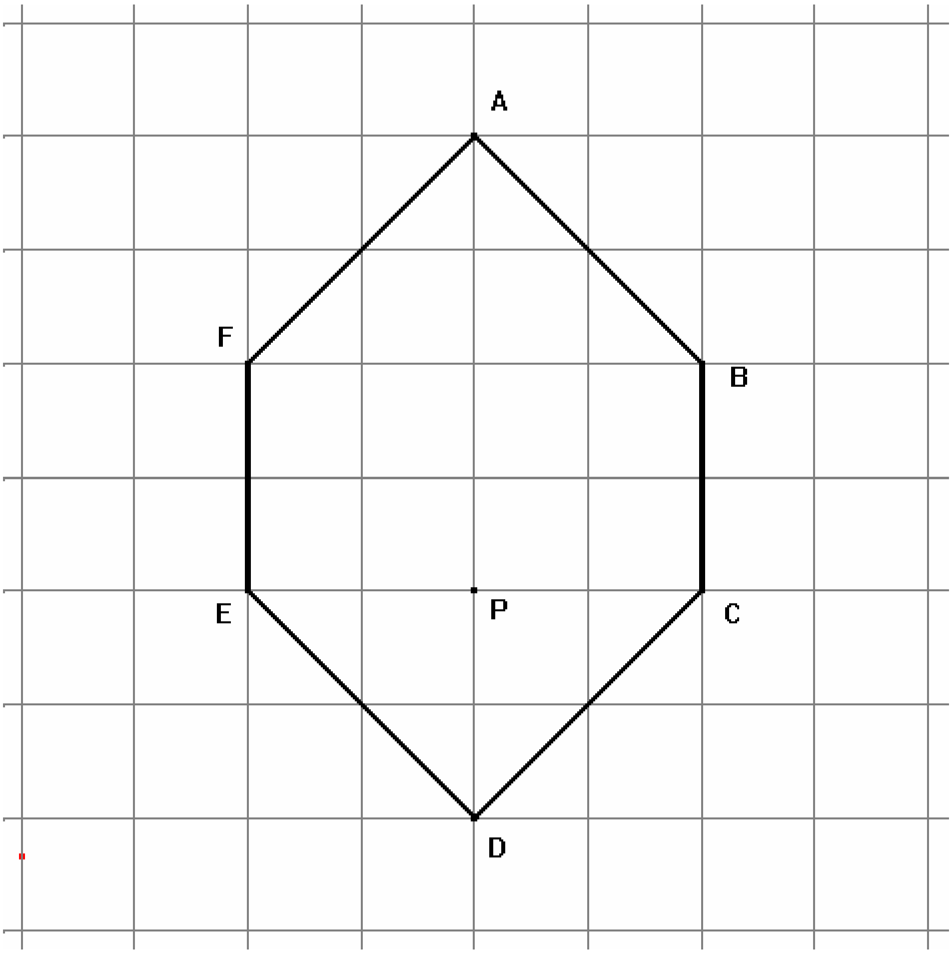
3.6- Utilizando o papel manteiga, régua e lápis, decalque o pentágono PQ'R'S'T' e sobreponha aos ângulos internos $\hat{P}$, $\hat{Q}$, $\hat{R}$, $\hat{S}$ e $\hat{T}$ do pentágono dado, os ângulos internos correspondentes $\hat{P}$, $\hat{Q}'$, $\hat{R}'$, $\hat{S}'$ e $\hat{T}'$ do pentágono decalcado. O que você observou?

3.7- Comparando o polígono obtido com o polígono dado, o que você observou em relação aos lados correspondentes? E em relação aos ângulos correspondentes?

ATIVIDADE N.º 6

1- Sejam o hexágono ABCDEF e o ponto P em seu interior.

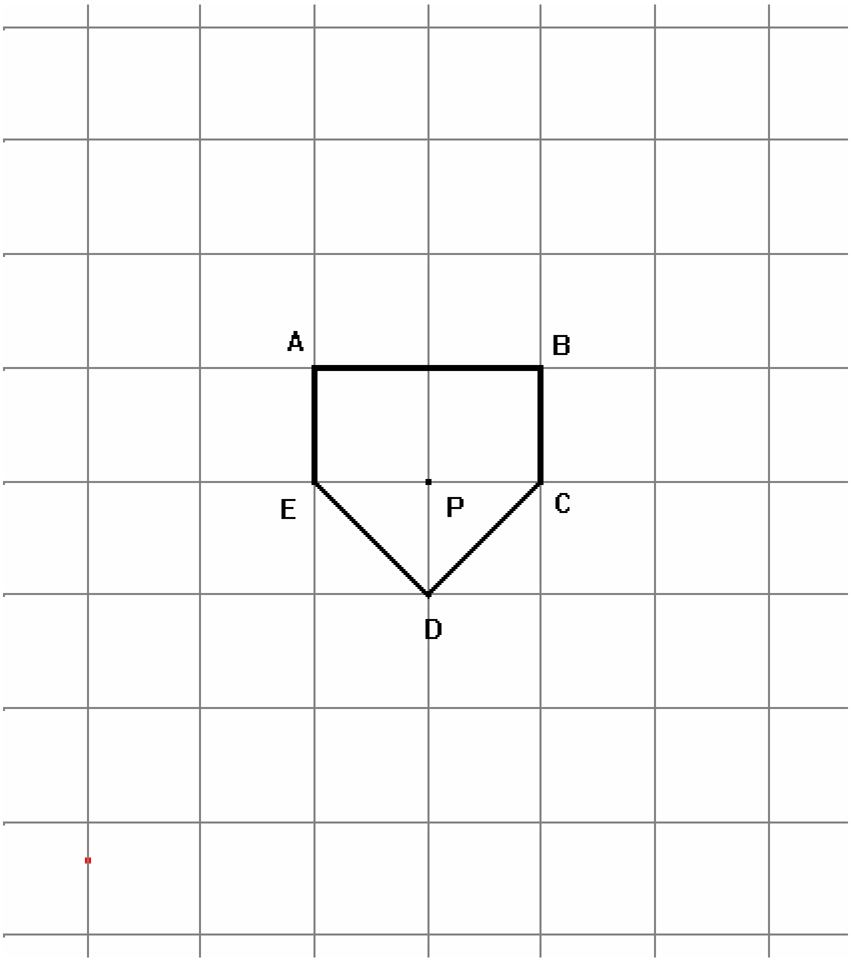
1.1- Construa um hexágono homotético ao hexágono ABCDEF com centro de homotetia em P e razão $\frac{1}{2}$.



1.2- O que você pode concluir sobre os lados e os ângulos correspondentes do hexágono obtido em relação ao dado?

2- Sejam o pentágono ABCDE e o ponto P em seu interior.

2.1- Construa um pentágono homotético ao pentágono ABCDE com centro de homotetia em P e razão 3.



2.2- O que você pode concluir sobre os lados e aos ângulos correspondentes do pentágono obtido em relação ao dado?

ATIVIDADE N.º 7

1- Construa um triângulo ABC de modo que m($\overline{AB}$) = 2,5cm; m($\overline{BC}$) = 2cm e m($\overline{AC}$) = 3cm.

1.1- Construa um triângulo DEF de modo que m($\overline{DE}$) = 2.m($\overline{AB}$); m($\overline{EF}$) = 2.m($\overline{BC}$) e m($\overline{DF}$) = 2.m($\overline{AC}$).

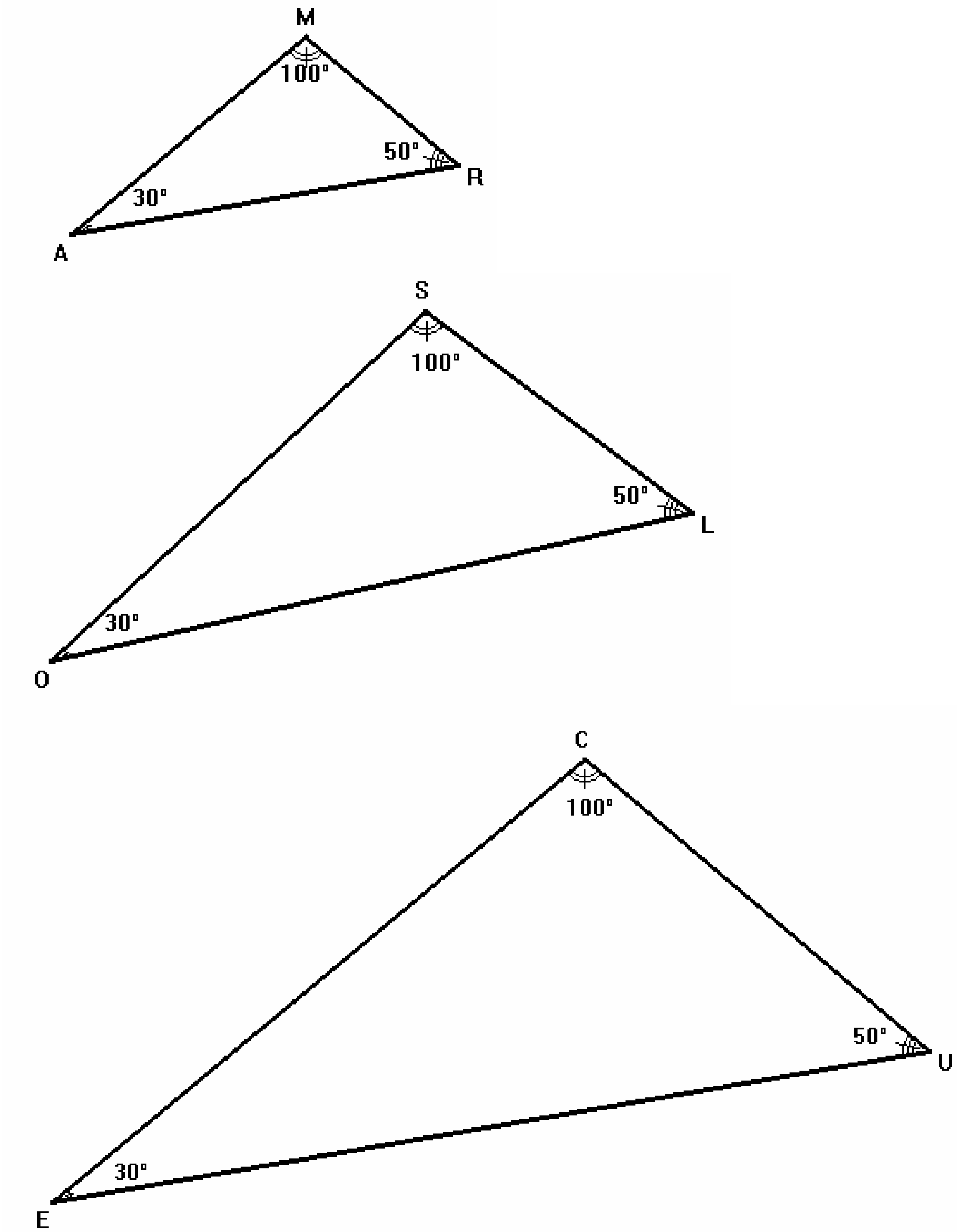
1.2- Construa um triângulo GHI de modo que m($\overline{GH}$) = 3.m($\overline{AB}$); m($\overline{HI}$) = 3.m($\overline{BC}$) e m($\overline{GI}$) = 3.m($\overline{AC}$).

1.3- Utilizando papel manteiga, régua e lápis, decalque o triângulo ABC.

1.3.1- Sobreponha os ângulos internos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$, aos ângulos internos correspondentes $\hat{D}$, $\hat{E}$ e $\hat{F}$ do triângulo DEF. O que você observou?

1.3.2- Sobreponha os ângulos internos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$, aos ângulos internos correspondentes $\hat{G}$, $\hat{H}$ e $\hat{I}$ do triângulo GHI. O que você observou?

2- Considere os triângulos MAR, SOL e CEU.



2.1- Utilizando uma régua, meça os lados dos triângulos MAR e SOL e calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

a) $\frac{m(\overline{MA})}{m(\overline{SO})}$ b) $\frac{m(\overline{AR})}{m(\overline{OL})}$ c) $\frac{m(\overline{RM})}{m(\overline{LS})}$

d) Compare os resultados encontrados nos itens anteriores.

2.2- Utilizando uma régua, meça os lados dos triângulos MAR e CEU e calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

a) $\frac{m(\overline{MA})}{m(\overline{CE})}$ b) $\frac{m(\overline{AR})}{m(\overline{EU})}$ c) $\frac{m(\overline{RM})}{m(\overline{UC})}$

d) Compare os resultados encontrados nos itens anteriores.

2.3- Utilizando uma régua, meça os lados dos triângulos SOL e CEU e calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

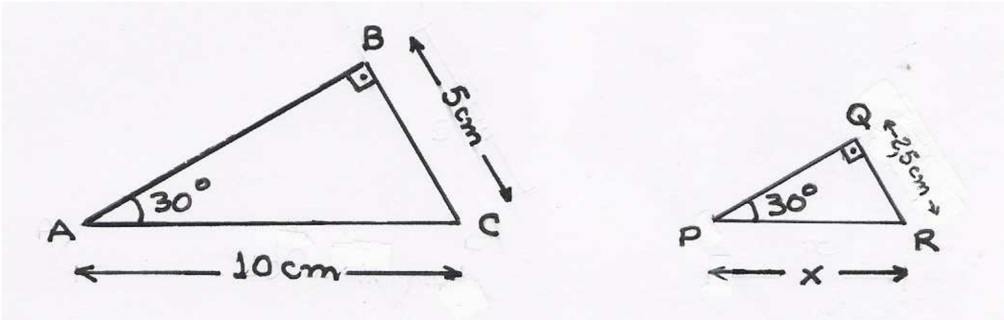
a) $\frac{m(\overline{SO})}{m(\overline{CE})}$ b) $\frac{m(\overline{OL})}{m(\overline{EU})}$ c) $\frac{m(\overline{LS})}{m(\overline{UC})}$

d) Compare os resultados encontrados nos itens anteriores.

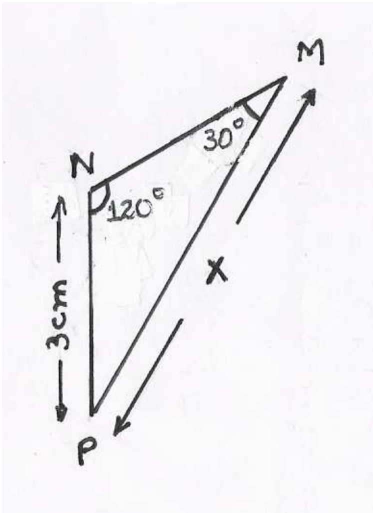
EXERCÍCIOS - APLICAÇÃO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

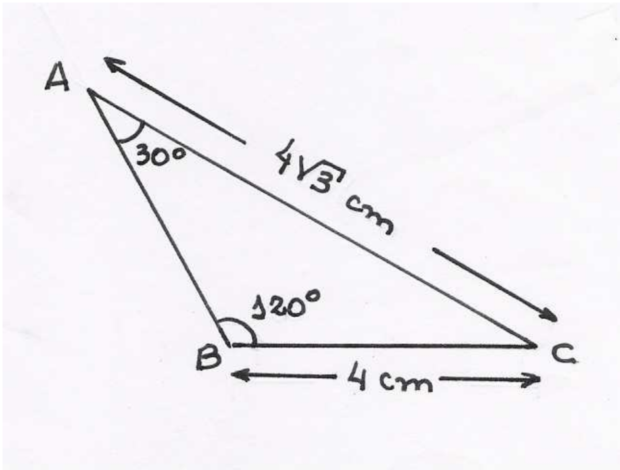
1- Determine x em cada item.

a)

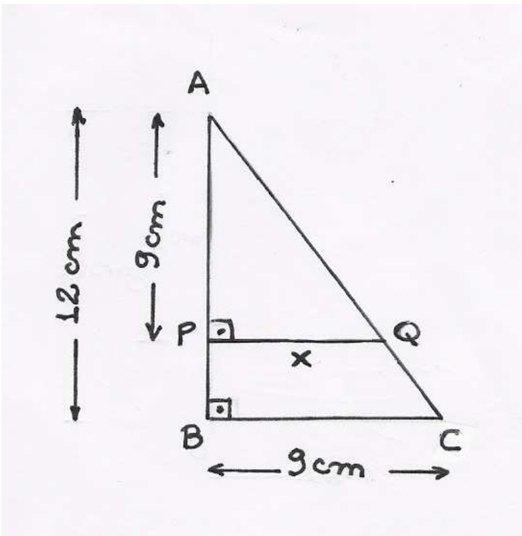


b)

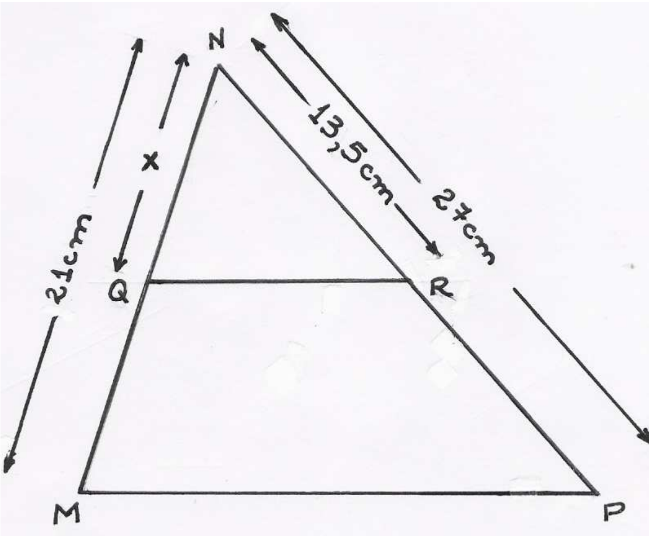




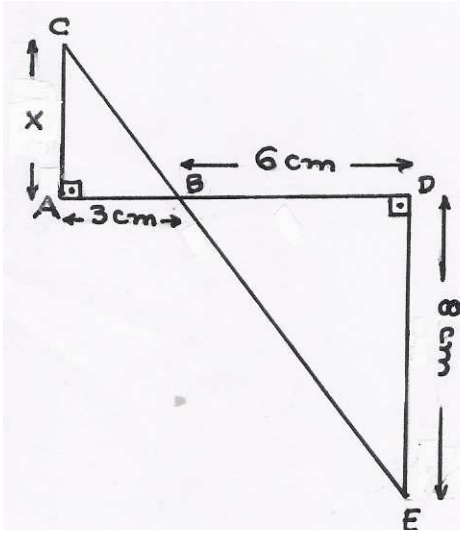
c)



d)

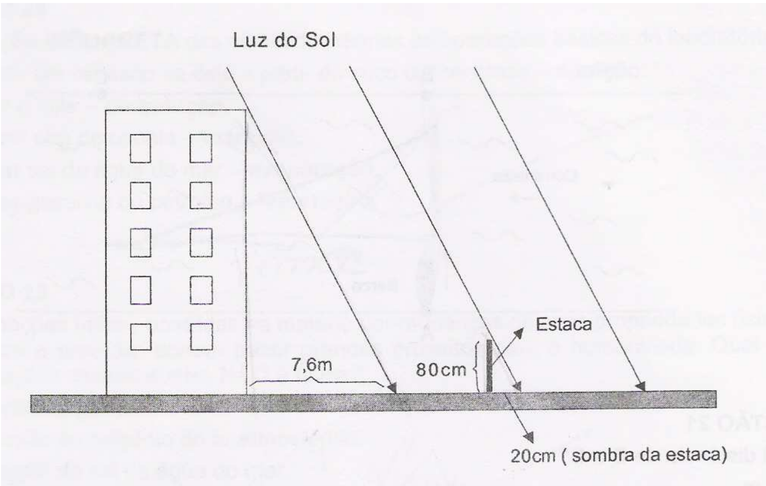


e)



2- (Processo Seletivo 2007 - CEFET Campos)

Para medir a altura de um prédio, Mônica cravou uma estaca, verticalmente no chão, mediu a estaca, sua sombra e a sombra do prédio. Os valores que encontrou estão indicados na figura a seguir:



Calcule a altura aproximada do prédio.

a) 4000 cm
b) 1000 dam
c) 30,4 m
d) 0,5 km
e) $2x10^4$ mm

ATIVIDADE N.º 8

1- No retângulo construído em emborrachado, que você recebeu, trace com régua e lápis uma das diagonais.

2- Utilizando uma tesoura, faça um corte sobre essa diagonal separando os dois triângulos retângulos formados.

3- Esses triângulos são congruentes?___________________________________

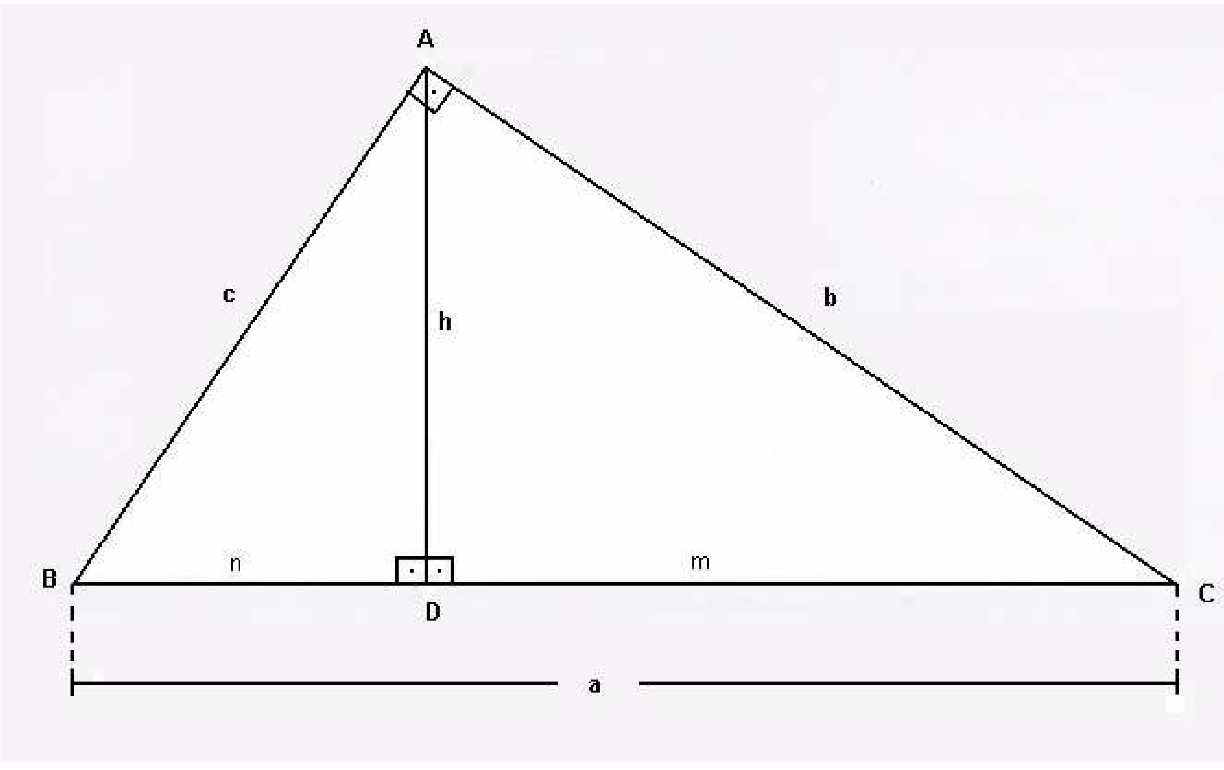
4- Em um triângulo retângulo obtido, trace a altura relativa à hipotenusa, utilizando lápis e um esquadro.

5- Utilizando uma tesoura, faça um corte sobre essa altura, separando os dois triângulos retângulos formados.

6- Compare os três triângulos retângulos obtidos e diga quais deles são semelhantes.

7- Como você identificou a semelhança?

8- Sobreponha aos triângulos da figura abaixo os três triângulos emborrachados e identifique nestes as letras maiúsculas que correspondem aos vértices e as letras minúsculas que representam as medidas dos lados.



9- Arrume a seguir, os três triângulos emborrachados, de modo que seus ângulos congruentes fiquem numa mesma posição.

10- A partir da arrumação anterior, você pode dizer que:

10.1) O triângulo_________ é semelhante ao triângulo___________.

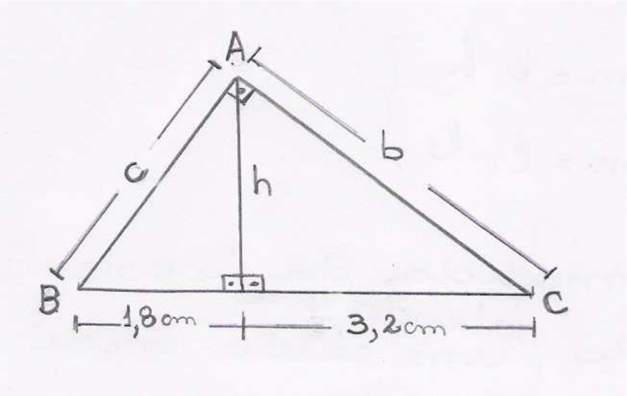
10.2) O triângulo_________ é semelhante ao triângulo___________.

10.3) O triângulo_________ é semelhante ao triângulo___________.

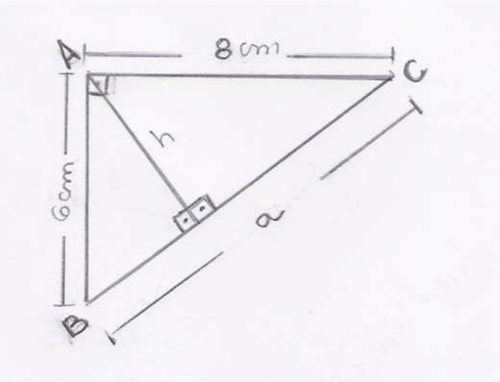
11- Comparando os triângulos semelhantes que relações podem ser obtidas entre as medidas dos seus lados?

EXERCÍCIOS - APLICAÇÃO DAS RELAÇÕES MÉTRICAS

1- Dada a figura abaixo, calcule **b**, **c** e **h**:



2- Dada a figura abaixo, calcule **a** e **h**:

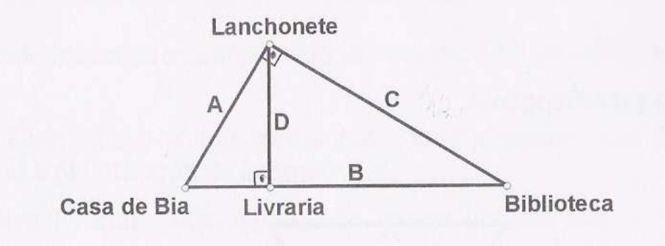


3- Determine a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo, sabendo que um cateto mede 18cm e que a projeção desse cateto sobre a hipotenusa mede 10,8cm.

4- Um triângulo retângulo possui catetos cujas medidas são 4,5dm e 6dm. Determine:

a) a medida da hipotenusa desse triângulo;
b) a altura desse triângulo, relativa à hipotenusa;
c) as medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

5- (NOVA ESCOLA 2003/ 8.ª série E.F.) Bia mora em um bairro onde as ruas são linhas retas. Sua casa fica na esquina das ruas A e B, como mostrado no diagrama abaixo. A distância entre a casa de Bia e a Biblioteca é de 13km, e entre a casa de Bia e a Lanchonete é de 5km. O diagrama mostra ainda que as ruas B e D são perpendiculares entre si, assim como as ruas A e C.



Bia está na Lanchonete e vai seguir até a Livraria pela rua D. A distância que Bia vai percorrer é aproximadamente igual a:

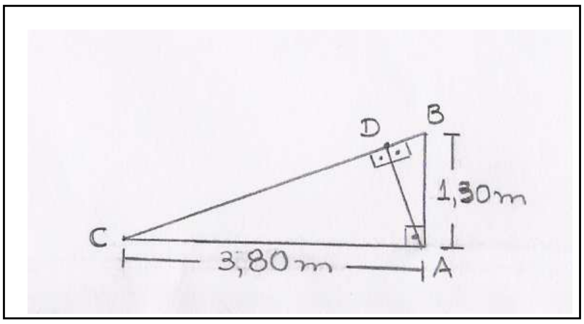
a) 4,6km

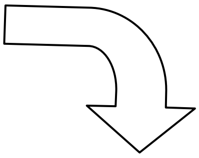
b) 6,5km

c) 7,2km

d) 9,0km

6- O telhado de uma escola apresenta parte de sua estrutura de sustentação esquematizada a seguir e mostrada na foto abaixo.





A partir das medidas fornecidas, calcule a medida aproximada do segmento AD.

7- (OBMEP 2005 – ENSINO MÉDIO) A figura mostra um polígono ABCDEF no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto G está sobre o lado CD e sobre a reta que passa por A e E. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros. Qual é o perímetro do polígono ABCG?

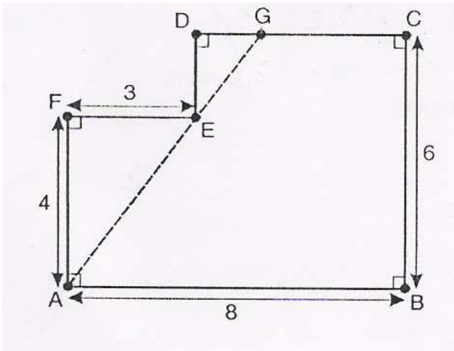
a) 22cm

b) 23cm

c) 24cm

d) 25cm

e) 26cm



ANEXO III:

Algumas atividades resolvidas pelos alunos.

ATIVIDADE N.º 2

ALUNO:

I

II

III

IV

V

1- Qual(is) foto(s) representa(m) uma ampliação da foto I ?

Foto II e foto III.

2- Qual(is) foto(s) representa(m) uma redução da foto II ?

Foto I

3- Na foto I, marque os pontos A_1 e B_1 nas extremidades do guidom e indique a medida do segmento A_1B_1.

1,2 cm

4- Na foto II, marque os pontos A_2 e B_2 nas extremidades do guidom e indique a medida do segmento A_2B_2. 2,4 cm

5- Na foto III, marque os pontos A_3 e B_3 nas extremidades do guidom e indique a medida do segmento A_3B_3. 3 cm

6- Na foto IV, marque os pontos A_4 e B_4 nas extremidades do guidom e indique a medida do segmento A_4B_4. 1,3 cm

7- Na foto V, marque os pontos A_5 e B_5 nas extremidades do guidom e indique a medida do segmento A_5B_5. 4,5 cm

8- Na foto I, marque os pontos C_1 e D_1 nas extremidades da lateral do garfo que está à direita da roda dianteira e indique a medida do segmento C_1D_1.

0,8 cm

9- Na foto II, marque os pontos C_2 e D_2 nas extremidades da lateral do garfo que está à direita da roda dianteira e indique a medida do segmento C_2D_2.

1,6 cm

10- Na foto III, marque os pontos C_3 e D_3 nas extremidades da lateral do garfo que está à direita da roda dianteira e indique a medida do segmento C_3D_3.

2cm.

11- Na foto IV, marque os pontos C_4 e D_4 nas extremidades da lateral do garfo que está à direita da roda dianteira e indique a medida do segmento C_4D_4.

1,6 cm

12- Na foto V, marque os pontos C_5 e D_5 nas extremidades da lateral do garfo que está à direita da roda dianteira e indique a medida do segmento C_5D_5.

1,8 cm

13- A partir das medidas encontradas nas fotos I e II, calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

a) $\dfrac{m(\overline{A_1B_1})}{m(\overline{A_2B_2})} = \dfrac{1,2}{2,4} = 0,5$

b) $\dfrac{m(\overline{C_1D_1})}{m(\overline{C_2D_2})} = \dfrac{0,8}{1,6} = 0,5$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

São iguais.

14- A partir das medidas encontradas nas fotos II e III, calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

a) $\dfrac{m(\overline{A_3B_3})}{m(\overline{A_2B_2})} = \dfrac{3}{2,4} = 1,25 \rightarrow \cong 1,3$

b) $\dfrac{m(\overline{C_3D_3})}{m(\overline{C_2D_2})} = \dfrac{2}{1,6} = 1,25 \rightarrow \cong 1,3$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

São iguais

15- A partir das medidas encontradas nas fotos II e IV, calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

a) $\dfrac{m(\overline{A_4B_4})}{m(\overline{A_2B_2})} = \dfrac{1,3}{2,4} \cong 0,5$

b) $\dfrac{m(\overline{C_4D_4})}{m(\overline{C_2D_2})} = \dfrac{1,6}{1,6} \cong 1$

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

São diferentes.

16- A partir das medidas encontradas nas fotos II e V calcule as razões a seguir, com aproximação de uma casa decimal.

a) $\dfrac{m(\overline{A_5B_5})}{m(\overline{A_2B_2})} = \dfrac{4,5}{2,4} = 1,875 \rightarrow \cong 1,9$

b) $\dfrac{m(\overline{C_5D_5})}{m(\overline{C_2D_2})} = \dfrac{1,8}{1,6} = 1,125 \rightarrow \cong 1,1$

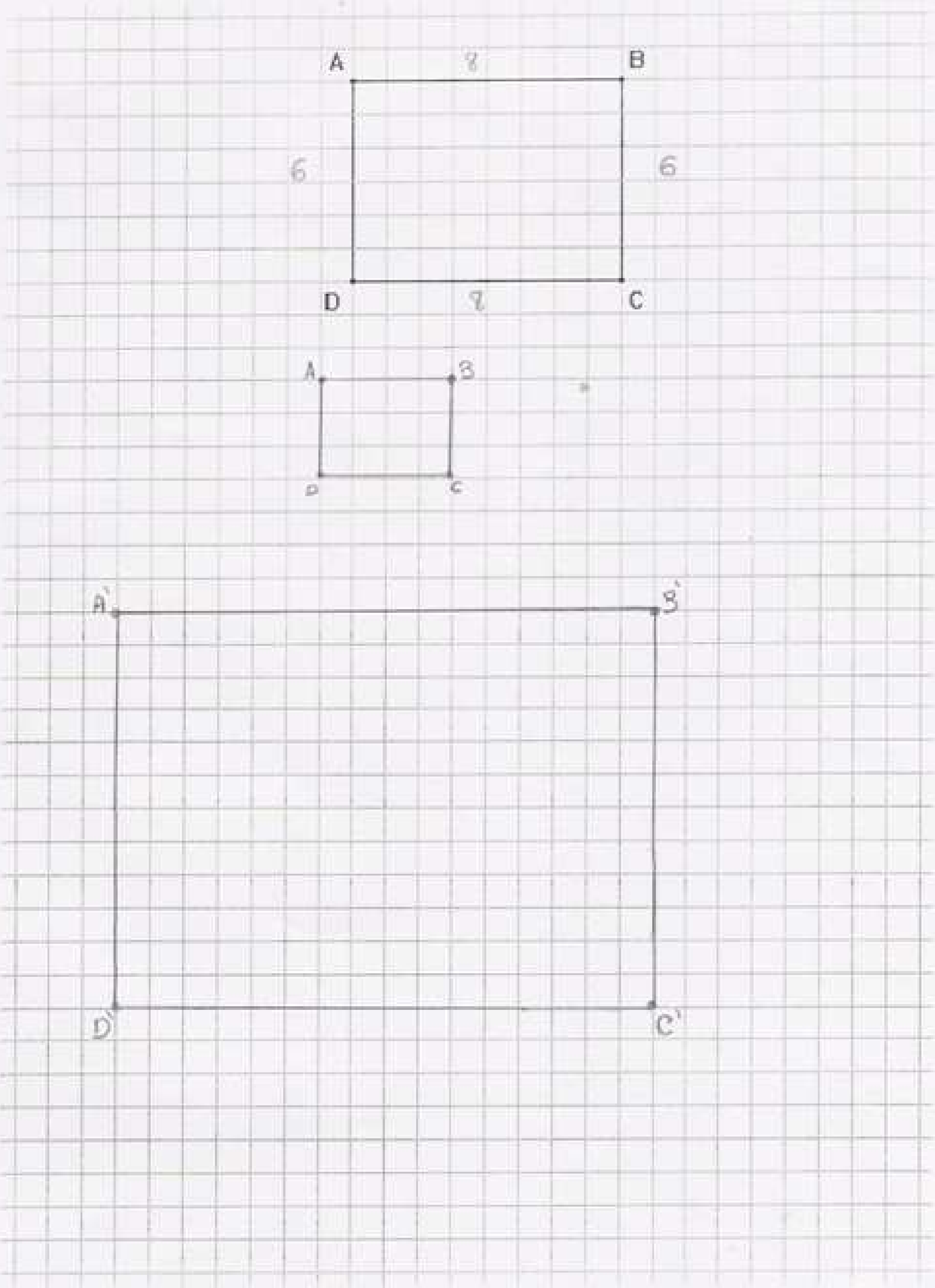
c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

São diferentes.

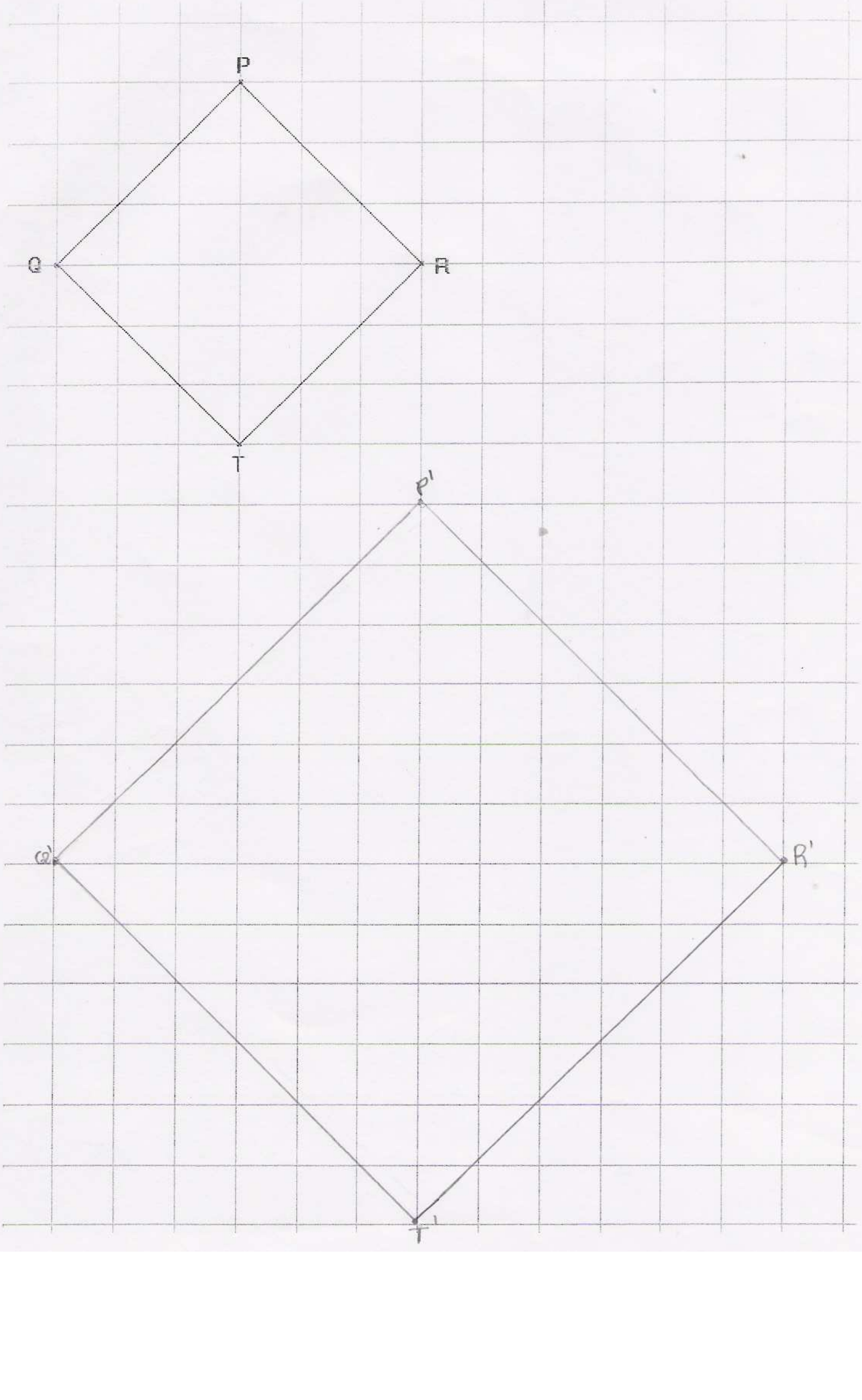
ATIVIDADE N.º 3

Aluno

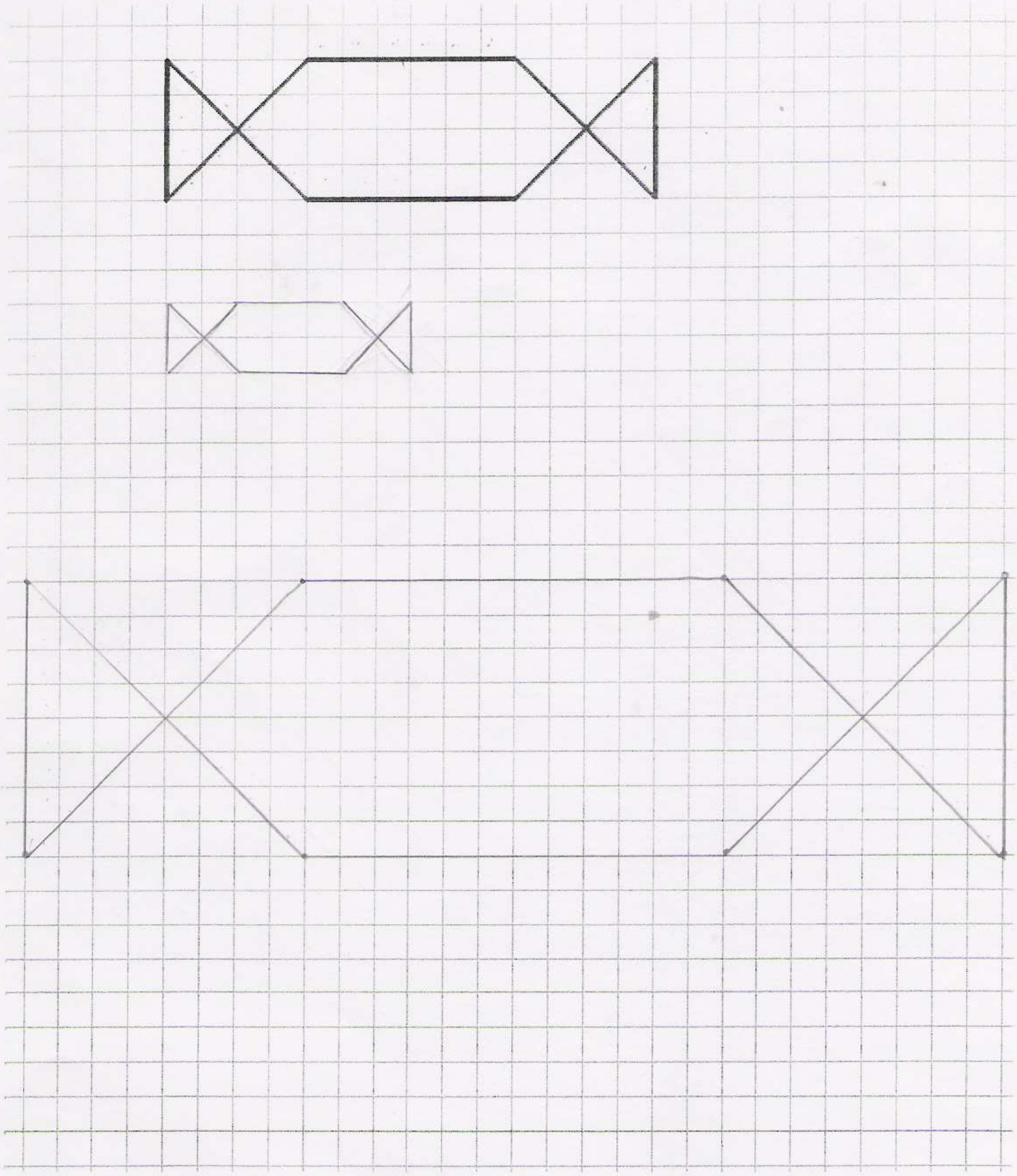
1- Utilizando o papel quadriculado, faça uma ampliação e uma redução do retângulo ABCD.



2- Utilizando o papel quadriculado, faça uma ampliação do quadrado PRTQ, abaixo, de modo que cada lado do quadrado ampliado P'R'T'Q' seja o dobro do lado do quadrado PRTQ.



3- Utilizando o papel quadriculado, faça uma ampliação e uma redução da figura dada abaixo.

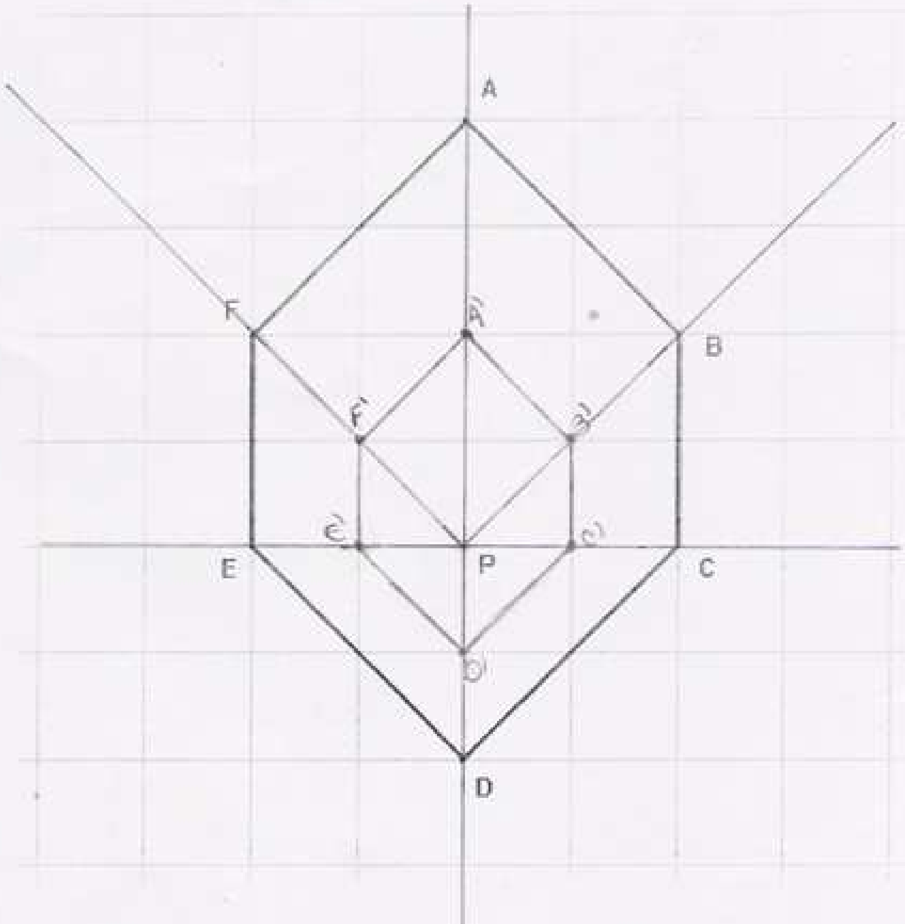


ATIVIDADE N.º 6

Aluno:

1- Sejam o hexágono ABCDEF e o ponto P em seu interior.

1.1- Construa um hexágono homotético ao hexágono ABCDEF com centro de homotetia em P e razão $\frac{1}{2}$.

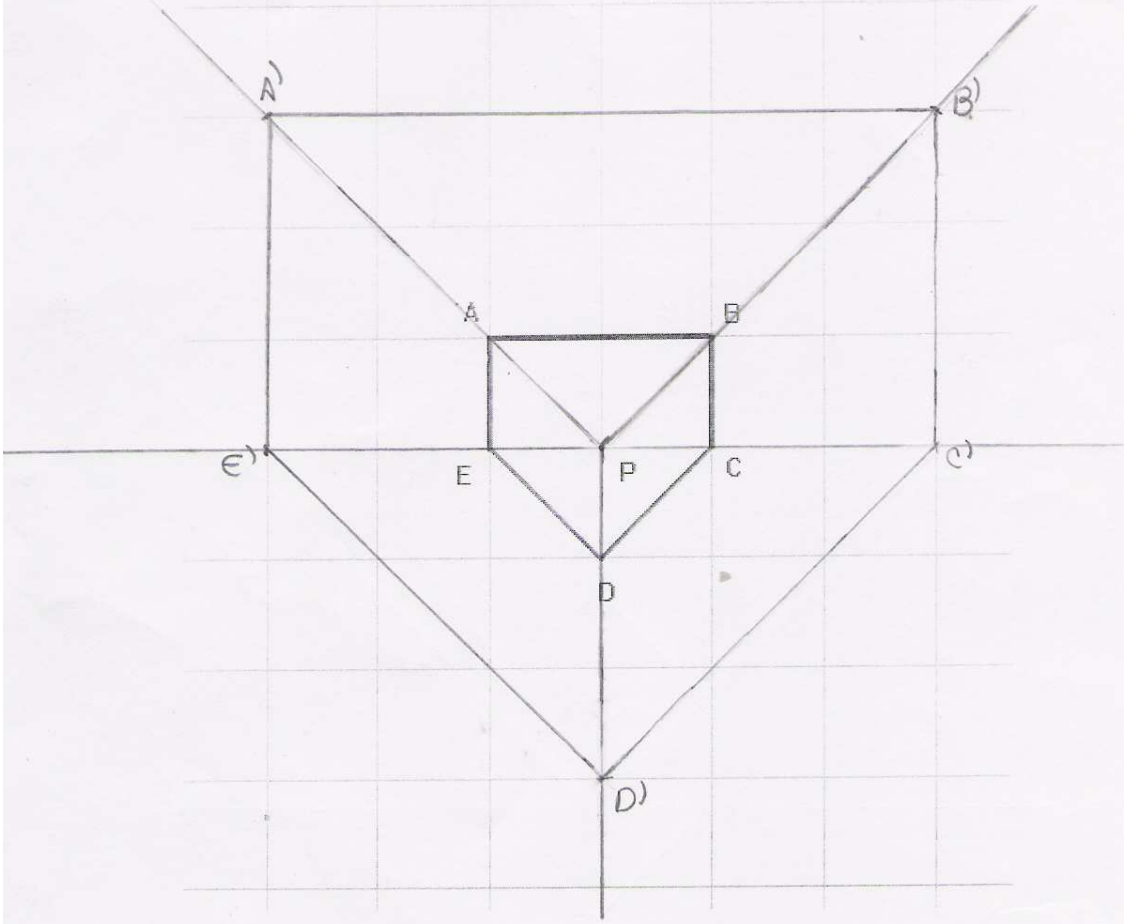


1.2- O que você pode concluir sobre os lados e os ângulos correspondentes do hexágono obtido em relação ao dado?

O lados correspondentes reduziram o tamanho a metade e os ângulos correspondentes permaneceram iguais. Houve então um redução do tamanho.

2- Sejam o pentágono ABCDE e o ponto P em seu interior.

2.1- Construa um pentágono homotético ao pentágono ABCDE com centro de homotetia em P e razão 3.



2.2- O que você pode concluir sobre os lados e aos ângulos correspondentes do pentágono obtido em relação ao dado?

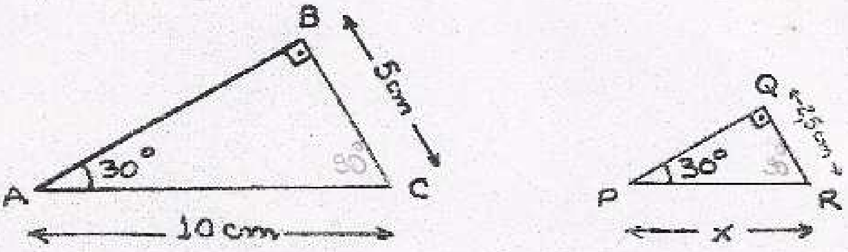
Concluí que houve uma ampliação. Os lados correspondentes Triplicaram de tamanho sem nenhuma deformação e os ângulos correspondentes permanéceram iguais.

EXERCÍCIOS

ALUNO:

1- Determine x em cada item.

a)

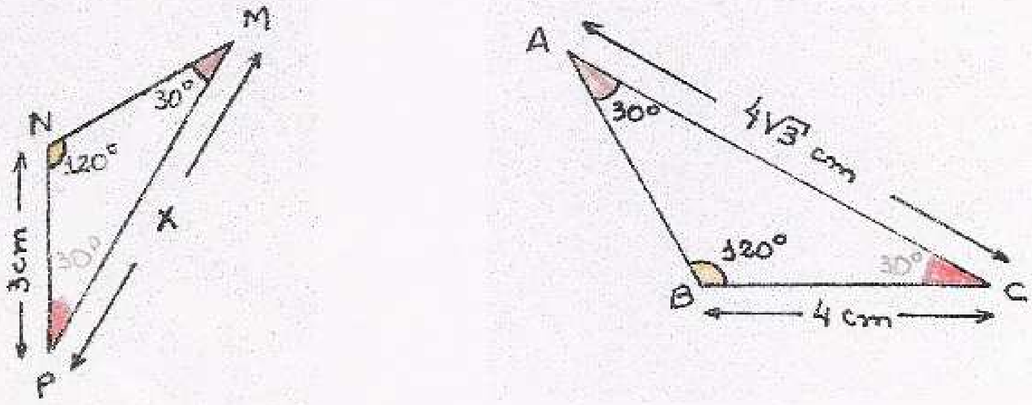


$\frac{2,5}{5} = \frac{x}{10}$

$5x = 25$

$x = \frac{25}{5} = 5$ cm

b)

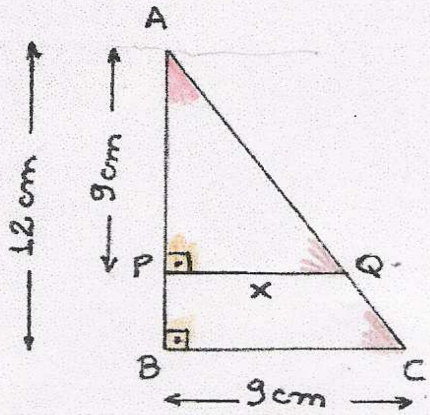


$\frac{3}{4} = \frac{x}{4\sqrt{3}}$

$4x = 12\sqrt{3}$

$x = \frac{12\sqrt{3}}{4}$

c)

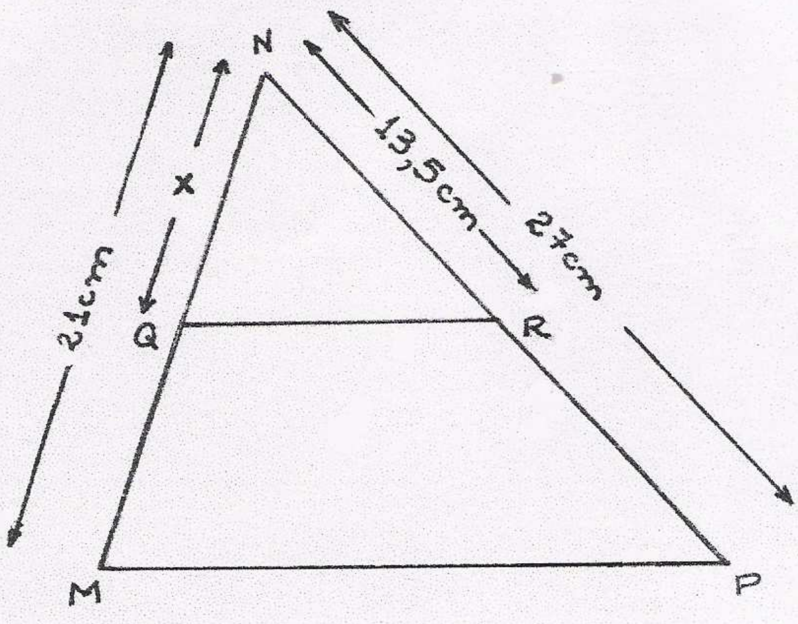


$$\frac{9}{12} = \frac{x}{9}$$

$$12x = 81$$

$$x = \frac{81}{12} = 6{,}75\text{cm}.$$

d)



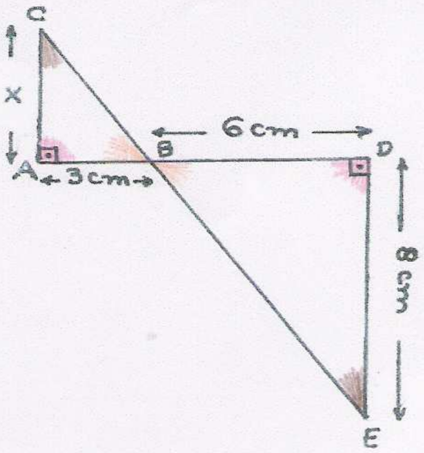
$$\frac{x}{21} = \frac{13{,}5}{27}$$

$$27x = 283{,}5$$

$$x = \frac{283{,}5}{27}$$

$$x = 10{,}5\text{cm}$$

e)



$\frac{3}{6} = \frac{x}{8}$

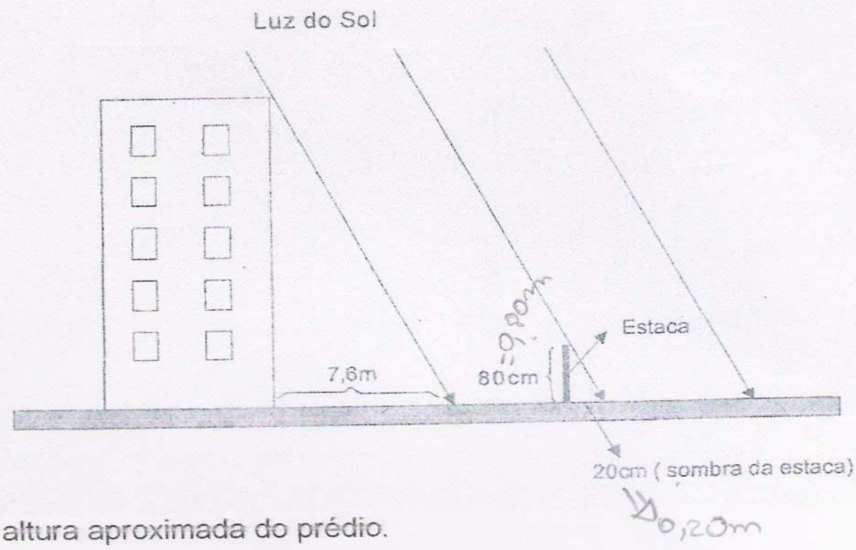
$6x = 24$

$x = \frac{24}{6}$

$x = 4cm$

2- (Processo Seletivo 2007 - CEFET Campos)

Para medir a altura de um prédio, Mônica cravou uma estaca, verticalmente no chão, mediu a estaca, sua sombra e a sombra do prédio. Os valores que encontrou estão indicados na figura a seguir:



Calcule a altura aproximada do prédio.

a) 4000 cm
b) 1000 dam
~~c)~~ 30,4 m
d) 0,5 km
e) $2x10^4$ mm

$\frac{0,8}{x} = \frac{0,2}{7,6}$

$0,2x = 6,08$

$x = \frac{6,08}{0,2}$

$x = 30,4m.$

ATIVIDADE N.º 8

Aluno:

1- No retângulo construído em emborrachado, que você recebeu, trace com régua e lápis, uma das diagonais.

2- Utilizando uma tesoura faça um corte sobre essa diagonal separando os dois triângulos retângulos formados.

3- Esses triângulos são congruentes? Sim.

4- Em um triângulo retângulo obtido, trace a altura relativa à hipotenusa, utilizando lápis e um esquadro.

5- Utilizando uma tesoura faça um corte sobre essa altura, separando os dois triângulos retângulos formados.

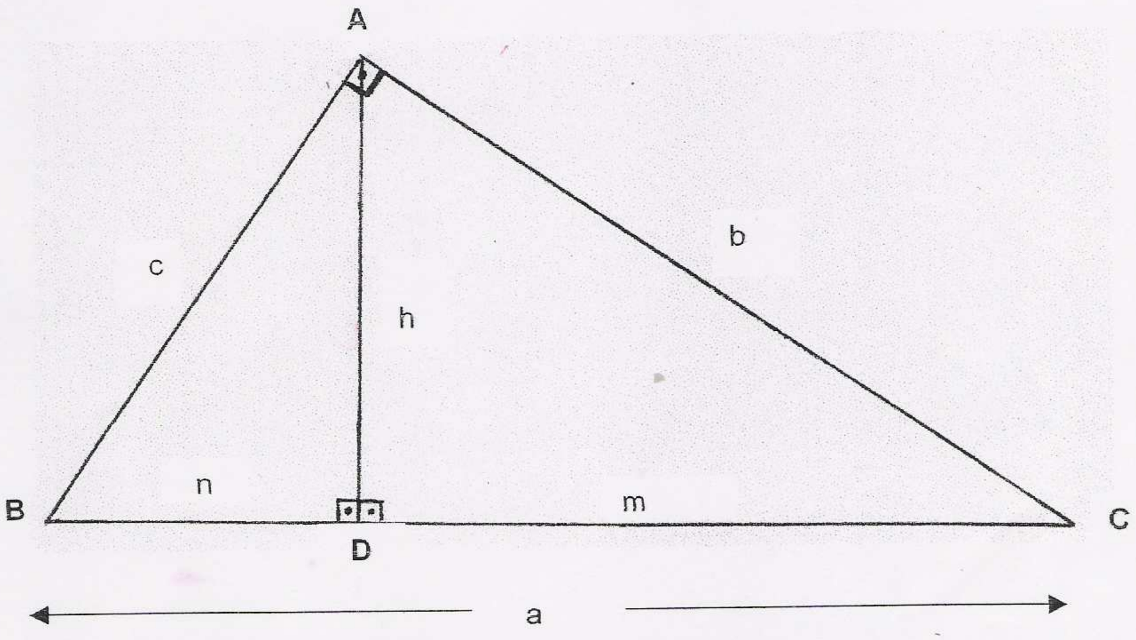
6- Compare os três triângulos retângulos obtidos e diga quais deles são semelhantes.

Os três são semelhantes.

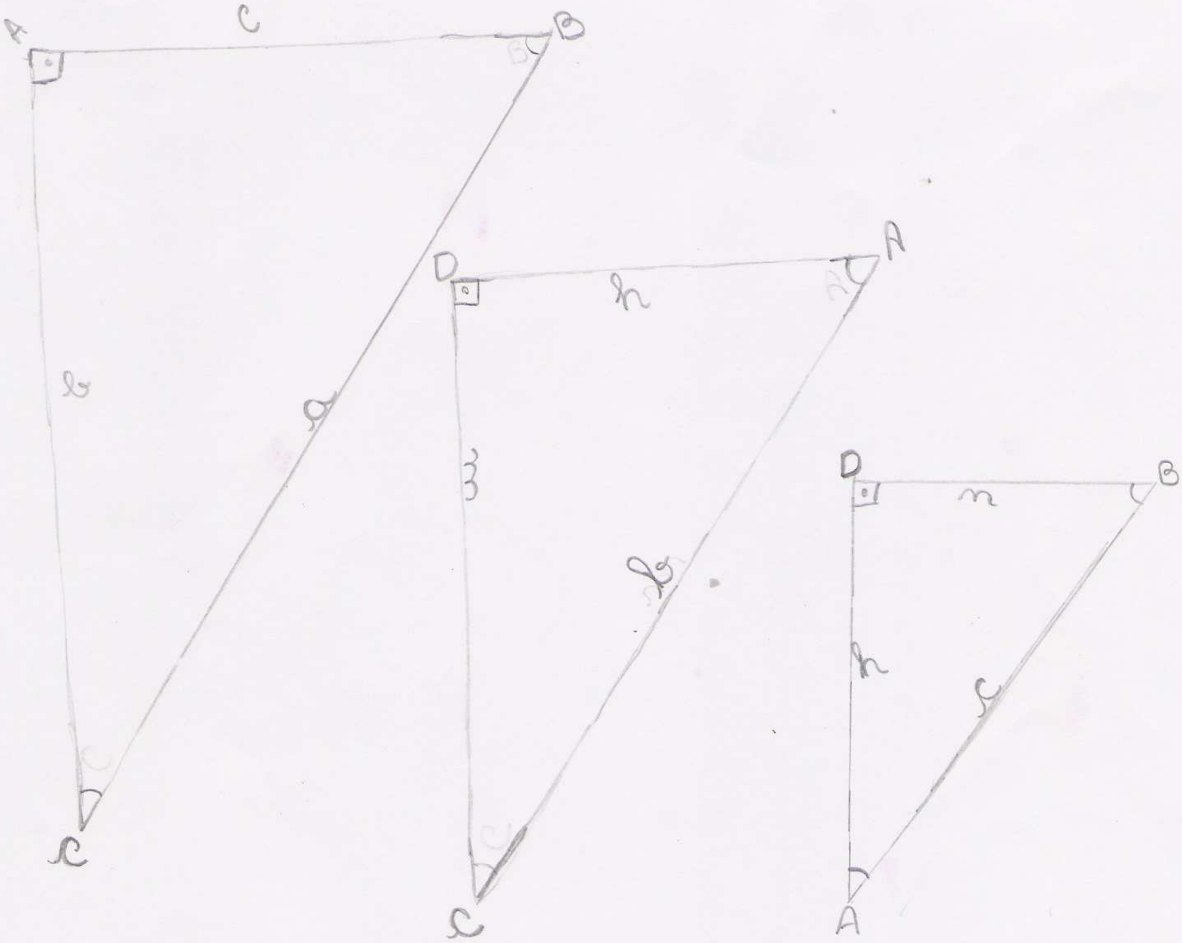
7- Como você identificou a semelhança?

Sobrepondo os ângulos correspondentes.

8- Sobreponha aos triângulos da figura abaixo os três triângulos emborrachados e identifique nestes as letras maiúsculas que correspondem aos vértices e as letras minúsculas que representam as medidas dos lados.



9- Arrume a seguir, os três triângulos emborrachados, de modo que seus ângulos congruentes fiquem numa mesma posição.



10- A partir da arrumação anterior, você pode dizer que:

10.1) O triângulo ABC é semelhante ao triângulo DAC.

10.2) O triângulo ADB é semelhante ao triângulo CDA.

10.3) O triângulo ABC é semelhante ao triângulo DBA.

11- Comparando os triângulos semelhantes que relações podem ser obtidas entre as medidas dos seus lados?

$\Delta ABC \sim \Delta DAC$

$$\frac{b}{m} = \frac{a}{b} = \frac{c}{h}$$

$\frac{b}{m} \times \frac{a}{b} \rightarrow b^2 = a.m$

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{h} \rightarrow a.h = c.b$

$\frac{b}{m} \times \frac{c}{h} \rightarrow b.h = c.m$

$\Delta ABC \sim \Delta DBA$

$$\frac{h}{b} = \frac{n}{c} = \frac{c}{a}$$

$\frac{h}{b} \times \frac{n}{c} \rightarrow h.c = n.b$

$\frac{n}{c} \times \frac{c}{a} \rightarrow a.n = c^2$

$\frac{h}{b} \times \frac{c}{a} \rightarrow h.a = c.b$

$\Delta DBA \sim \Delta DAC$

$$\frac{m}{h} = \frac{h}{m} = \frac{b}{c}$$

$\frac{m}{h} \times \frac{h}{m} \rightarrow h^2 = m.n$

$\frac{h}{m} \times \frac{b}{c} \rightarrow h.c = b.m$

$\frac{m}{h} \times \frac{b}{c} \rightarrow m.c = b.h$

1º $\rightarrow b^2 = a.m$
2º $\rightarrow a.h = c.b$
3º $\rightarrow b.h = c.m$
4º $\rightarrow b.m = h.c$
5º $\rightarrow a.n = c^2$
6º $\rightarrow h^2 = m.n$

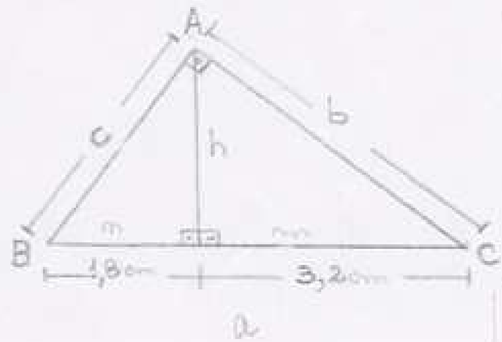
1º $b^2 = a.m$
5º $c^2 = a.n$

$b^2 + c^2 = am + an$
$b^2 + c^2 = a(m+n)$
$b^2 + c^2 = a.a$
$\boxed{b^2 + c^2 = a^2}$ Teorema de Pitágoras

EXERCÍCIOS

ALUNO:

1- Dada a figura abaixo, calcule **b**, **c** e **h**:



h

$\boxed{h^2 = m.n}$

$h^2 = 1,8 \cdot 3,2$

$h^2 = 5,76$

$h = \sqrt{5,76}$

$h = 2,4\ cm$

c

$\boxed{c^2 = a.n}$

$c^2 = 5 \cdot 1,8$

$c^2 = 9$

$c = \sqrt{9}$

$c = 3\ cm$

b

$\boxed{b^2 = a.m}$

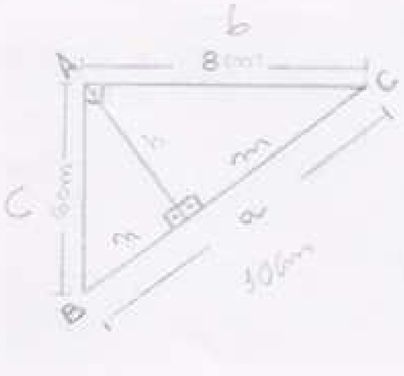
$b^2 = 5 \cdot 3,2$

$b^2 = 16$

$b = \sqrt{16}$

$b = 4\ cm$

2- Dada a figura abaixo, calcule **a** e **h**:



A

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$

$a^2 = 8^2 + 6^2$

$a^2 = 64 + 36$

$a^2 = 100$

$a = \sqrt{100}$

$a = 10\ cm$

h

$\boxed{b.c = a.h}$

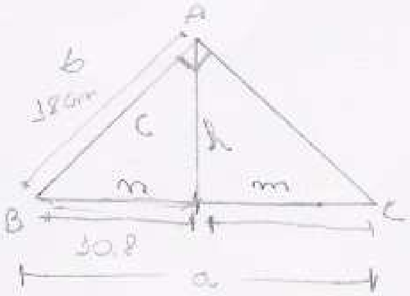
$8 \cdot 6 = 10 \cdot h$

$10h = 48$

$h = \frac{48}{10}$

$h = 4,8\ cm$

3- Determine a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo, sabendo que um cateto mede 18cm e que a projeção desse cateto sobre a hipotenusa mede 10,8cm.



$b^2 = a \cdot m$

$18^2 = a \cdot 10,8$

$324 = a \cdot 10.8$

$a = \frac{324}{10,8}$

$a = 30cm$ //

4- Um triângulo retângulo possui catetos cujas medidas são 4,5dm e 6dm. Determine:

a) a medida da hipotenusa desse triângulo;

b) a altura desse triângulo, relativa à hipotenusa; 3,6

c) as medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

c) $\boxed{b \cdot h = c \cdot m}$

$4,5 \cdot 3,6 = 6 \cdot m$

$16,2 = 6m$

$6m = 16,2$

$m = \frac{16,2}{6}$ $m = 2,7 dm$

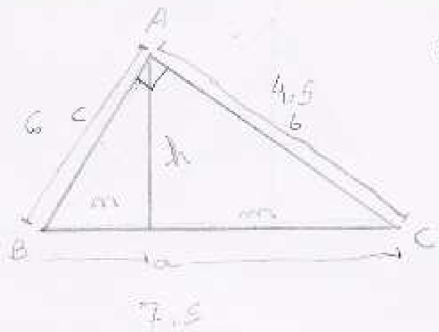
$c \cdot h = b \cdot m$

$6 \cdot 3,6 = 4,5 \cdot m$

$21,6 = 4,5m$

$4,5m = 21,6$

$m = \frac{21,6}{4,5} = 4,8 dm$ //



a) $\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$

$a^2 = 20,25 + 36$

$a^2 = 56,25$

$a = \sqrt{56,25}$

$a = 7,5 dm$ //

b) $\boxed{b \cdot c = a \cdot h}$

$4,5 \cdot 6 = 7,5 \cdot h$

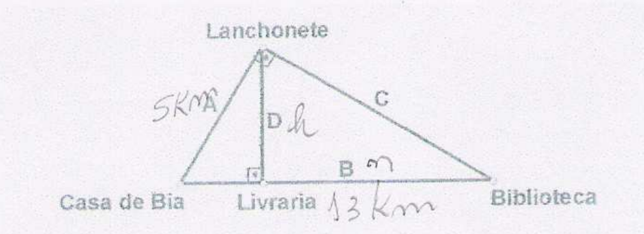
$7,5h = 27$

$h = \frac{27}{7,5}$

$h = 3,6 dm$

5- (NOVA ESCOLA 2003/ 8.ª série EF)

Bia mora em um bairro onde as ruas são linhas retas. Sua casa fica na esquina das ruas A e B, como mostrado no diagrama abaixo. A distância entre a casa de Bia e a Biblioteca é de 13km, e entre a casa de Bia e a Lanchonete é de 5km. O diagrama mostra ainda que as ruas B e D são perpendiculares entre si, assim como as ruas A e C.

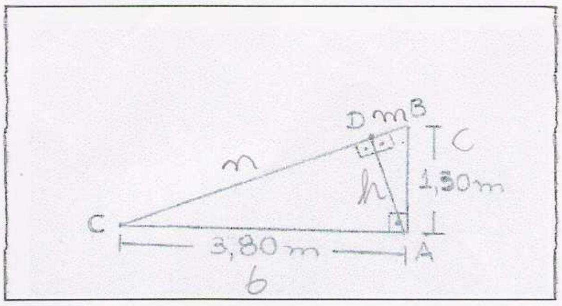


Bia está na Lanchonete e vai seguir até a Livraria pela rua D. A distância que Bia vai percorrer é aproximadamente igual a:

a) 4,6km
b) 6,5km
c) 7,2km
d) 9,0km

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$	$d \cdot c = a \cdot h$
$13^2 = 5^2 + c^2$	$5 \cdot 12 = 13h$
$169 = 25 + c^2$	$60 = 13h$
$c^2 = 169 - 25$	$13h = 60$
$c^2 = 144$	$h = \frac{60}{13}$
$c = \sqrt{144}$	$h = 4{,}6$ km
$c = 12$ km	

6- O telhado de uma escola apresenta parte de sua estrutura de sustentação esquematizada a seguir e mostrada na foto abaixo.



A partir das medidas fornecidas, calcule a medida aproximada do segmento AD.

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 3{,}80^2 + 1{,}30^2$

$a^2 = 14{,}44 + 1{,}69$

$a^2 = 16{,}13$

$a = \sqrt{16{,}13}$

$a = 4{,}02\ m$

$b \cdot c = a \cdot h$

$3{,}80 \cdot 1{,}30 = 4{,}02 \cdot h$

$4{,}94 = 4{,}02h$

$4{,}02h = 4{,}94$

$h = \dfrac{4{,}94}{4{,}02}$

$h = 1{,}22\ m$

7- (OBMEP 2005 – ENSINO MÉDIO)

A figura mostra um polígono ABCDEF no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto G está sobre o lado CD e sobre a reta que passa por A e E. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros. Qual é o perímetro do polígono ABCG?

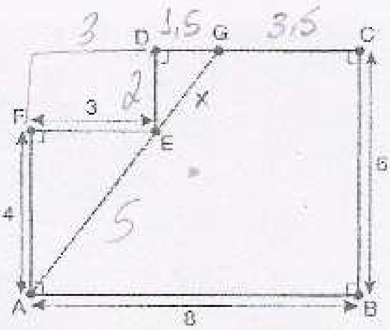
a) 22cm

b) 23cm

c) 24cm

d) 25cm

e) 26cm



$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 4^2 + 3^2$

$a^2 = 16 + 9$

$a^2 = 25$

$a = \sqrt{25}$

$a = 5$ cm

$\frac{4}{2} = \frac{5}{x}$

$4x = 10$

$x = \frac{10}{4}$

$x = 2,5$

$P = 3,5 + 6 + 8 + 5 + 2,5$

$P = 25$ cm