



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

Universidade da Tecnologia e do Trabalho



CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LEONARDO DOS SANTOS LACERDA GOMES

MARINA CORRÊA MIRANDA

MICHELLE OLIVEIRA MANHÃES DE SOUSA

REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES:

Uma abordagem para a sala de aula

Campos dos Goytacazes/RJ

2007

**LEONARDO DOS SANTOS LACERDA GOMES
MARINA CORRÊA MIRANDA
MICHELLE OLIVEIRA MANHÃES DE SOUSA**

**REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES:
UMA ABORDAGEM PARA A SALA DE AULA**

Monografia apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a Ms Vera Lucia Fazoli da Cunha Freitas Viana

Campos dos Goytacazes/RJ

2007

Este trabalho, nos termos da legislação que resguarda os direitos autorais, é considerado propriedade institucional.

É permitida a transcrição parcial de trechos do trabalho ou menção ao mesmo para comentários e citações desde que não tenha finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade dos autores.

LEONARDO DOS SANTOS LACERDA GOMES
MARINA CORRÊA MIRANDA
MICHELLE OLIVEIRA MANHÃES DE SOUSA

REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES:
UMA ABORDAGEM PARA A SALA DE AULA

Monografia apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 13 de Março de 2008

Banca Avaliadora:

Prof^a Vera Lucia Fazoli da Cunha Freitas Viana (orientadora)
Mestre em Educação Matemática / USU / RJ
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos

Prof. Salvador Tavares
Mestre em Educação Matemática / USU / RJ
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos

Prof^a Mônica Souto da Silva Dias
Mestre em Educação Matemática / USU / RJ
Faculdade de Filosofia de Campos / RJ

AGRADECIMENTOS

A Deus, por nos ter dado sabedoria, paciência e ter sido suporte nos momentos difíceis.

À professora Vera Fazoli, por sua dedicação em todo o processo monográfico, pela paciência demonstrada e por ter nos aceitado como seus orientandos em sua atuação no CEFET-Campos.

Aos nossos colegas de curso, pelo companheirismo durante todos esses anos e a alguns colegas, em especial, que colaboraram e nos ajudaram, de alguma forma, na elaboração desse projeto.

Às nossas famílias, que são essenciais em quaisquer etapas de nossas vidas.

RESUMO

Neste trabalho trataremos da relevância do ensino de diferentes formas de representação de frações, principalmente, da necessidade de se trabalhar com o discreto e o contínuo ao longo de toda a escola básica, trabalhando os dois numa mesma proporção, pois esse é o momento em que a criança se encontra apta para o aprendizado. Como objetivo pretendemos propor atividades que facilitem a construção do conhecimento das várias formas de representação de frações pelo aluno, além de investigar algumas causas do fracasso de alunos e professores dos vários níveis de ensino ao trabalhar com este tópico do currículo. O primeiro capítulo constará de uma abordagem histórica sobre frações e como aconteceu seu desenvolvimento por meio da contribuição dos povos da Antigüidade. No segundo capítulo, será feita a fundamentação teórica deste trabalho, estabelecendo-se uma relação entre ensino, aprendizagem e Educação Matemática com o campo conceitual das frações. No terceiro capítulo, faremos uma breve discussão sobre o discreto e o contínuo, mostrando a importância de se trabalhar o par e o que isso acrescenta no desenvolvimento escolar do aluno. No quarto capítulo, mostraremos os resultados de uma pesquisa realizada com professores do 6º ano do Ensino Fundamental, para identificar as prioridades e as preocupações dos mesmos em relação ao ensino de frações. O quinto capítulo constará da análise das atividades aplicadas aos alunos do 6º ano de Ensino Fundamental de modo a avaliar como está sendo abordado o ensino de frações em sala de aula.

Palavras-chave: Representação de frações. Aspectos históricos. Educação Matemática. Discreto e Contínuo.

ABSTRACT

In this work, we will discourse about the importance of teaching different ways of representation of fractions, specially the need of working with the discreet and the continuous throughout the whole basic school, working with both in the same proportion, for this is the moment that the child is able to learn. The objective of this work is to propose activities that make the construction of the knowledge of the many ways of fraction representation easier by the student, besides investigating some of the causes of failures of students and teachers from various levels of education when dealing with this topic. The first chapter will consist of a historical approach about fractions and how its development happened through the contribution from folks of ancient times. In the second chapter, the theoretical basis of this work will be done, establishing a relation among teaching, learning and mathematical education with the conceptual field of fractions. In the third chapter, we will have a brief discussion about the discreet and the continuous, showing the relevance of working on the pair and what they add to the student development in school. In the forth chapter, we will present the results of a research made with teachers from the 6th year of Elementary Education to identify their priorities and worries related to the teaching of fractions. The fifth chapter will feature the analysis of activities applied in the 6th year of Elementary Education in order to evaluate how the teaching of fractions is being approached.

Key-words: Representation of fractions. Historical aspect. Mathematical Education. Discreet and Continuous.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	11
CAPÍTULO 1: UM BREVE HISTÓRICO SOBRE FRAÇÕES.....	13
Frações Unitárias.....	14
Papiro Rhind.....	14
Outras Frações.....	15
Cálculo Com Frações.....	16
Frações Decimais.....	17
Frações Sexagesimais.....	18
Processo de Sylvester.....	19
Nove Capítulos da Arte Matemática.....	19
CAPÍTULO 2: ENSINO, APRENDIZAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM SUA RELAÇÃO COM O CAMPO CONCEITUAL DAS FRAÇÕES.....	21
Obstáculo Epistemológico.....	26
CAPÍTULO 3: DISCUSSÃO SOBRE DISCRETO E CONTÍNUO.....	31
Contar e Medir e a Idéia de Discreto e Contínuo.....	31
Discreto e Contínuo e a Educação Básica.....	33
O Conceito de Número pela Via do Discreto e do Contínuo.....	33
Discreto e Contínuo e os Números Fracionários.....	35
Discreto e Contínuo e os Números Irracionais.....	35
CAPÍTULO 4: PESQUISA COM PROFESSORES (6º ANO).....	37
CAPÍTULO 5: ANÁLISE DAS ATIVIDADES APLICADAS A ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	48
Análise das Atividades Aplicadas.....	48
Objetivo das Atividades.....	54

Comentários De Algumas Atividades.....	55
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	61
REFERÊNCIAS.....	62
ANEXOS.....	67
ANEXO 1: Questionário da pesquisa com professores.....	68
ANEXO 2: Questionários respondidos pelos professores.....	71
ANEXO 3: Atividades.....	82
ANEXO 4: Fotos.....	128

INTRODUÇÃO

Dentre os muitos mitos arraigados ao ensino da Matemática está o de que um tópico do programa deve ser ensinado e esgotado numa determinada série. Sendo assim os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental são premiados (ou castigados) com um pacote sobre frações.

O objetivo deste trabalho é propor atividades que facilitem a construção do conhecimento das várias formas de representação de frações pelo aluno, e investigar algumas causas do fracasso de alunos e professores dos vários níveis de ensino ao trabalhar com este tópico do currículo.

Lopes afirma que:

Naturalmente, a questão não deve ser interpretada tão literalmente – certamente nós devemos ensinar frações como parte do currículo elementar. Mas é minha convicção que nós não devemos ensinar frações do modo que têm sido ensinadas e ainda são ensinadas. Realmente, se a questão fosse “Nós ainda precisamos ensinar frações como elas são ensinadas hoje, na maioria dos programas elementares?”, então a questão pode ser interpretada literalmente e minha resposta seria “Não, na verdade, nós nunca deveríamos ter ensinado frações deste modo” (2004, p. 1).

Em nossa pouca experiência na área do magistério temos percebido as dificuldades que o estudo de frações causa nos alunos dos Ensinos Fundamental e Médio, e também em parte dos professores, em relação à escolha de uma metodologia adequada. Resolvemos, então, dar à pesquisa que realizamos neste trabalho enfoque às representações de frações. Isso porque o que realmente acontece no ensino é uma apresentação de linguagem e simbolismo excessivos que, além de não ajudarem, só atrapalham a construção de conceitos neste campo conceitual.

Com todo esse rigor com que a Matemática é ensinada, somado com o currículo que tem de ser cumprido, algumas particularidades não são discutidas. O ensino de frações se dá de maneira que só fica registrado seu conceito como parte-todo.

É necessário fazer uma análise do ensino e da aprendizagem de frações para saber como estas estão sendo trabalhadas, pois é muito comum ouvir queixas de alunos quando o tema, ou até mesmo questões abordadas em sala de aula, envolvem frações. Será que tal fato não está relacionado à forma e ao momento em que este conteúdo é abordado? Será que a passagem da idéia da fração como relação parte-todo para a fração como número ou razão não é algo extremamente complexo para os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental? Será que a forma de abordagem deste conteúdo, pelos professores, não tem sido equivocada?

No decorrer do trabalho também foi realizada uma pesquisa de campo, de natureza quantitativa, baseada nos dados coletados nos questionários que foram entregues a alguns professores do 6º ano do Ensino Fundamental. O intuito desse questionário foi identificar como os professores abordam frações, no 6º ano do Ensino Fundamental, quais os principais equívocos que são cometidos e, a partir daí, pudemos propor atividades que permitissem ao professor auxiliar o aluno a construir o conceito de frações.

Na pesquisa qualitativa que foi realizada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, foram propostas atividades que, não só incentivaram os alunos a realizá-las, mas que mostraram a eles o quão simples e prazeroso pode ser trabalhar com frações e fazer suas representações de diferentes formas.

A monografia consta das seguintes partes: introdução; Capítulo 1 – Um breve histórico sobre frações; Capítulo 2 – Ensino, Aprendizagem e Educação Matemática em sua relação com o campo conceitual das frações; Capítulo 3 – Discussão sobre discreto e contínuo; Capítulo 4 – Pesquisa com professores do 6º ano; Capítulo 5 – Análise das atividades aplicadas a alunos do 6º ano do Ensino Fundamental e Considerações Finais.

CAPÍTULO 1: UM BREVE HISTÓRICO SOBRE FRAÇÕES

Neste capítulo será feita uma abordagem histórica sobre frações, a fim de mostrar seu desenvolvimento por meio da contribuição dos diferentes povos.

Um fator relevante que beneficia o processo de ensino é a História da Matemática, pois ela organiza, por meio dos fatos históricos, uma ordem cronológica em que os conteúdos que se quer ensinar possam ser abordados. Com isso, não queremos dizer que é preciso contar a história, mas sim, evidenciar o tema numa visão histórica.

Hoje, é muito comum o uso de frações, porém, quando elas ainda não eram conhecidas, os povos tinham dificuldade para resolver seus “problemas” sem utilizá-las.

As frações começaram a ser utilizadas a partir da necessidade do homem de representar algumas medidas que não podiam ser feitas com números inteiros.

Segundo Bezerra (2001, p. 47), o historiador grego Heródoto escreveu há cerca de 2300 anos que, por volta do ano 3.000 a.C., um antigo faraó de nome Sesóstris dividiu o solo do Egito às margens do rio Nilo entre seus habitantes. Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem, o faraó mandava funcionários examinarem e determinarem, por medida, a extensão exata da perda. Todo ano, no mês de junho, época das cheias, a água do rio Nilo subia muitos metros acima do seu normal, e permanecia assim até o mês de setembro. Quando as águas baixavam a seu nível normal, os proprietários tinham perdido toda a sua marcação das terras, e tinham que marcá-las novamente. Foi quando se começou a usar uma marcação feita com cordas, que seria uma espécie de medida. As pessoas encarregadas de fazer essas medições eram chamadas de estiradores de cordas. Os estiradores de cordas tinham que verificar quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Mas ao fazerem a medição, raramente aquela medida cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno. A partir daí, os egípcios sentiram a necessidade de criar os números fracionários para representar esta situação.

FRAÇÕES UNITÁRIAS

Segundo Boyer (2001, p. 9), como os egípcios interpretavam a fração apenas como uma parte da unidade, eles utilizavam somente as frações unitárias, isto é, com numerador igual a 1; por exemplo: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$ etc, e essas frações eram denominadas frações egípcias.

Para escrever as frações unitárias eles colocavam um sinal oval alongado sobre o denominador e as outras frações eram expressas por uma soma de frações de numerador 1.

Segundo Boyer (2001, p. 9), a notação hieroglífica egípcia era usada para representar as frações unitárias, nas quais um símbolo elíptico era colocado sobre o número do denominador. Por exemplo, a fração $\frac{1}{3}$ aparecia como $\overset{\circ}{\text{III}}$.

Para as frações excepcionais $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$ eram usados símbolos especiais.

PAPIRO RHIND



Figura 1: Papiro Rhind

Segundo Eves (1995, p. 67), o Egito foi, por muito tempo, o mais rico campo de pesquisas históricas sobre a Antigüidade. Devido ao clima seco daquela região, o Egito teve um papel primordial na preservação de muitos papiros.

O Papiro Rhind, o mais extenso dos de natureza Matemática, tem aproximadamente 0,30 m de altura e 5 m de comprimento. Este papiro foi encontrado num quarto de uma arruinada construção junto ao Ramasseum e recebeu este nome porque foi comprado por um egiptólogo escocês, chamado Alexander Henry Rhind, numa cidade à margem do rio Nilo em 1858. Também chamado de Papiro de Ahmes, em homenagem ao escriba que o copiou, por volta de 1650 a.C., este texto matemático na forma de manual prático contém 85 problemas em escrita hierática (Eves, 1995).

Publicado em 1927, o Papiro Rhind é uma das principais fontes de informações referentes à Matemática egípcia antiga, na qual apareceram muitas aplicações da Matemática a problemas práticos, inclusive ao uso que faziam das frações unitárias (Eves, 1995).

No Papiro Rhind já podia ser encontrada a notação hierática, onde o ponto substitui o símbolo elíptico. Um exemplo disso é a fração $\frac{1}{8}$, que aparece como $\overset{\cdot}{\equiv}$ (Eves, 1995).

Atualmente, o Papiro Rhind encontra-se no Museu Britânico, em Londres.

OUTRAS FRAÇÕES

Segundo Boyer (2001, p. 9), os egípcios davam um importante papel à fração $\frac{2}{3}$ nos processos aritméticos, pois era considerada a fração geral representada pelo sinal hierático $\overset{\cdot}{\lambda}$ e utilizada como base para as operações fracionárias. De modo que, para achar a terça parte de um número qualquer, primeiro achavam-se dois terços desse número e depois o dividiam por dois. “Conheciam e usavam o fato de dois terços da fração unitária $\frac{1}{p}$ ser a soma de duas frações unitárias $\frac{1}{2p}$ e $\frac{1}{6p}$.”

CÁLCULO COM FRAÇÕES

Os egípcios não costumavam usar o sinal de adição entre as frações, isso porque ainda não tinham sido inventados os símbolos das operações. Como no sistema de numeração egípcio os símbolos se repetiam com muita frequência, os cálculos que envolviam números fracionários e, até mesmo, números inteiros, eram muito complicados. Assim, os egípcios, e outros povos também, inventaram o seu próprio sistema de numeração. Mas na hora de efetuarem os cálculos, as pessoas sempre encontravam dificuldades. Somente por volta do ano 300 a.C. começou a surgir um sistema de numeração que mostrou-se bem mais prático e eficiente que os outros: o sistema de numeração romano.

<http://educar.sc.usp.br/licenciatura/2003/hm/page03.htm>

Karlson afirma que:

O cálculo com frações simples desenvolveu-se antes mesmo da regulamentação definitiva da divisão, que realmente não era trabalho fácil enquanto faltava uma notação numérica adequada. Todas as velhas civilizações, desde egípcios e babilônios até hindus e chineses, conheciam sem exceção as frações, sabendo mesmo manejá-las com relativa destreza (1961, p. 51).

A respeito dos sistemas numéricos posicionais, dois deles possuem um relevante papel na história da Matemática, que são os sistemas decimal e sexagesimal. Referentes a eles chamamos as respectivas frações de frações decimais e frações sexagesimais.

Aaboe diz que “a ausência do equivalente à virgula decimal é, certamente, uma falha no sistema sexagesimal”. Ele também afirma que “De qualquer maneira, esta deficiência é um pequeno preço a pagar em troca da enorme vantagem de que as operações com frações são em geral não mais complicadas do que as operações com os inteiros” (2002, p. 19).

FRAÇÕES DECIMAIS

As frações decimais, que representam um tipo especial de frações cujo denominador é uma potência de 10, já podiam ser encontradas no século XIV a.C.

Na China, onde já se utilizavam as operações com frações comuns, o que significava encontrar o mínimo denominador comum, houve uma certa tendência à decimalização de frações.

Da mesma forma que a numeração sexagesimal, na Mesopotâmia, surgiu a partir de uma convenção utilizada para pesar e medir no sistema sexagesimal, na China, a adesão à metrologia decimal resultou num comum uso decimal no tratamento de frações.

No século XVI d.C. o francês François Viète (1540 - 1603) desenvolveu um processo prático para reescrever as frações decimais. Esse processo consistia em escrever os números com vírgula. Devido à praticidade e modernização de tal método, o mesmo continua sendo utilizado até hoje.

O quadro, a seguir, ilustra a equivalência entre as frações decimais e os números decimais.

Fração Decimal	=	Números Decimais
$\frac{1}{10}$	=	0,1
$\frac{1}{100}$	=	0,01
$\frac{1}{1000}$	=	0,001
$\frac{1}{10000}$	=	0,0001

FRAÇÕES SEXAGESIMAS

As frações sexagesimais, que são escritas em forma de notação posicional, eram usadas pelos babilônios e vieram a substituir as antigas notações utilizadas, a hieroglífica e a hierática.

Segundo Boyer (2001), do mesmo modo que as frações decimais nos ajudam a efetuar alguns cálculos, as frações sexagesimais também agilizavam os cálculos e era o melhor método conhecido de toda civilização existente até a Renascença.

Aaboe afirma que:

Não há, obviamente, nada de particularmente marcante sobre os números 10 e 60; a escolha de 10 por nossos antepassados foi simplesmente devida a um acaso biológico, e embora os babilônios também usassem seus dedos para contar, como podemos deduzir de seu símbolo especial para 10, sua escolha de 60 como base teve também motivação fora da Matemática (2002, p. 15).

Segundo Aaboe, uma vantagem do sistema de base sexagesimal sobre o sistema de base decimal é que “mais frações podem ser escritas como frações sexagesimais finitas do que como frações decimais finitas” (2002, p. 18).

Para os babilônios, uma mesma representação cuneiforme representava $2(60) + 2$, como também representava $2 + 2(60)^{-1}$ ou para $2(60)^{-1} + 2(60)^{-2}$ e outras frações.

Essa escrita permitiu aos babilônios chegar a um valor aproximado da $\sqrt{2}$, sendo o valor obtido 1,414222, cuja diferença para o real valor é de 0,000008, mostrando, assim, a utilidade e eficácia da descoberta das frações sexagesimais.

Segundo Aaboe, o astrônomo Klaudius Ptolemeios, conhecido por Ptolomeo, viveu em torno de 150 d.C e realizou alguns trabalhos em Matemática pura, porém se tornou mais famoso como matemático aplicado. Em seu principal trabalho, atualmente conhecido por *Almagesto*, afirma que “em geral usaremos o sistema numérico sexagesimal devido à inconveniência das frações” (SILVA, 1997, p.14).

PROCESSO DE SYLVESTER

Segundo Boyer (2001, p. 82), o processo estabelecido pelo matemático inglês J. J. Sylvester foi desenvolvido para representar qualquer fração racional, compreendida entre 0 e 1 e, para tanto, utiliza como método a soma de frações unitárias.

O primeiro passo para o desenvolvimento do processo consiste em estabelecer uma fração inicial e , a partir dela, achar a maior fração unitária, ou seja, aquela que possui o menor denominador, menor que a fração dada. Após determinar que frações serão utilizadas no processo, deve-se subtrair a fração unitária da fração dada. Do resultado da diferença encontrada entre as frações obtém-se a maior fração unitária que seja menor que o resultado dado. A partir do resultado obtido, subtrai-se, novamente, e dá-se continuidade ao processo. Como último passo do processo, Sylvester explica como achar a maior fração unitária menor que uma fração dada. Para tanto, deve-se dividir o denominador da fração dada pelo seu respectivo numerador e considerar o sucessor do quociente como denominador da fração unitária procurada.

NOVE CAPÍTULOS DA ARTE MATEMÁTICA

Segundo Boyer (2001, p. 133), Os Nove Capítulos da Arte Matemática, também conhecido por Chiu Chang Suan Shu, é um dos textos matemáticos mais influentes da China, e o seu autor é desconhecido.

Este livro contém 246 problemas distribuídos em 9 capítulos, e para cada problema é dada uma resposta sem que seja fornecido o método utilizado para resolvê-lo, e a maior parte destes são problemas práticos do dia-a-dia.

Os Nove Capítulos teve grande influência na Matemática chinesa, pois foi utilizado como manual de ensino não só na China, mas também nos países e regiões próximas.

O tema frações é abordado em dois destes capítulos. Primeiramente no capítulo 1, que tem o título Medição de Terrenos (*Fang tian*), onde se encontra o cálculo da área de terrenos de diversas formas e cálculo com frações, como somar, subtrair, simplificar,

comparar, calcular média e dividir ou multiplicar frações. E, posteriormente, segue-se o capítulo 4, com o título de Largura Pequena (*Shao guang*), onde são encontrados problemas em que se mudam as dimensões de campos mantendo a sua área; adição de frações unitárias; extração de raízes quadradas e cúbicas e a sua aplicação a círculos e esferas.

CAPÍTULO 2: ENSINO, APRENDIZAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM SUA RELAÇÃO COM O CAMPO CONCEITUAL DAS FRAÇÕES

Segundo Ubiratan D'Ambrósio (1986), o educador deve estimular a curiosidade e a criatividade de seus alunos, quanto ao que é ensinado, agindo, assim, em harmonia com a essência da filosofia da educação, que é o aprender com prazer.

O ensino deve sempre atender às necessidades dos alunos, porque qualquer disciplina só terá algum valor real se estiver dentro da realidade dos mesmos, de modo que o professor deve conhecer bem as dificuldades e necessidades de cada um.

Embora seja necessária esta preocupação por parte do docente, existe uma discussão bastante interessante e pertinente sobre as competências e concepções dos estudantes.

Gerard Vergnaud (apud Bezerra, 2001, p. 12) afirma que, no processo de ensino e aprendizagem, não se deve enfatizar a realidade social na qual o aluno está inserido, embora não se descarte essa hipótese. Ele apenas sugere que tal processo parta da situação-problema, ou seja, relacionando conceitos com situações e vice-versa. Isso ocorre porque um conceito dentro de uma situação-problema sempre traz em seu contexto um grande número de outros conceitos. Assim, com o tempo, o aluno desenvolverá habilidades e competências, por meio de experiências que envolvam várias situações, tanto dentro da sala de aula quanto fora dela. Logo, é dever do professor resgatar do aluno os conhecimentos já adquiridos por ele e acrescentar os que forem necessários.

Para Ubiratan D'Ambrósio o professor, como mediador da aprendizagem Matemática, deve estar atento à realidade cultural com a qual trabalha. No caso das medidas, por exemplo, é relevante explorar as medidas agrárias locais e as medidas de capacidade usadas em feiras, relacionando-as com as medidas dos sistemas legais. A escola deve promover atividades que envolvam situações-problema do cotidiano dos estudantes, isto é, do grupo social no qual estão inseridos e, a partir deles, criar situações novas nas quais eles poderão mobilizar os conhecimentos que já têm e ampliá-los, construindo, assim, novos conhecimentos. Dessa forma, o aluno terá um melhor aproveitamento em aula, e por meio da troca de conhecimentos adquiridos na

busca de um ponto em comum, os educadores estarão contribuindo para uma sociedade formada por indivíduos que atingiram seu potencial.

Concluí-se que, apesar de Vergnaud não descartar a linha de raciocínio de Ubiratan, ele também organiza o processo, só que em etapas.

Sendo assim, os educadores precisam desenvolver situações didáticas, de forma que o aluno possa interagir e participar efetivamente do processo de aprendizagem. Como mencionado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, VOL.1, p. 97):

[...] os alunos constroem significados a partir de múltiplas e complexas interações. Cada aluno é sujeito de seu processo de aprendizagem, enquanto o professor é o mediador na interação dos alunos com os objetos de conhecimento: o processo de aprendizagem compreende também a interação dos alunos entre si, essencial à socialização. Assim sendo, as orientações didáticas apresentadas enfocam fundamentalmente a interação do professor na criação de situações de aprendizagem coerentes com essa concepção.

Assim, a busca didática pela interação do aprendiz com o processo de aprendizagem requer várias tentativas por parte do educador. O que acaba acontecendo, na maioria das vezes, é que estes desistem de tentar e voltam ao seu antigo cotidiano curricular.

Esse regresso pode se confirmar com dados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2003. Segundo este, a média esperada pelos avaliadores não foi atingida, mostrando que a dificuldade não se encontra apenas no conteúdo apresentado, mas também, na forma como os professores têm ensinado tal assunto. O primeiro passo para a melhoria do ensino da Matemática nas escolas brasileiras depende, principalmente, da aptidão dos professores em fazer com que seus alunos produzam significado para o que é ensinado. É de suma importância que os docentes estejam bem preparados, e isso significa dominar o conteúdo a ser ensinado e conhecer as melhores estratégias para o ensino. E como isso pode ser feito? A partir do incentivo do governo em promover cursos de especialização para melhor capacitar

os mesmos e adequar a pesquisa em Educação Matemática, das séries iniciais, ao funcionamento dos sistemas de ensino, antecipando, assim, os avanços nessa área.

Gentile afirma que:

As secretarias (municipais e estaduais) de Educação e o Ministério da Educação praticamente não aparecem como atores importantes da realidade do magistério. É igualmente preocupante porque estas instituições deveriam ser as provedoras não só das políticas públicas, mas também de toda infra-estrutura e das condições gerais para a aprendizagem ocorra (Revista Nova Escola, 2007, p. 34).

A socióloga Sônia Kruppa, em entrevista à Revista Nova Escola (2007), afirma que a educação não pode ser vista como um fator isolado, pois ela depende do bom funcionamento das políticas públicas. Logo a integração dessas políticas com a comunidade escolar deve ter por objetivo atender a todas as necessidades educacionais, ou seja, o trabalho deve ser feito coletivamente. Só assim, a formação do educando é concretizada.

O ensino e a aprendizagem da Matemática não deve limitar-se à automatização de procedimentos, mas ajudar o aluno a compreender o problema proposto. Isso pode ser feito de duas maneiras: incentivar o aluno a resolver um significativo número de problemas, sempre os relacionando às situações do cotidiano e aplicar atividades que promovam a reflexão dos estudantes. Pode-se, por exemplo, organizá-los em grupos para fazer uma pesquisa quantitativa no seu ambiente escolar. O objetivo dessa prática é que os estudantes possam trabalhar a noção de proporção e porcentagem, construir gráficos e tabelas, se possível utilizando recursos de informática.

É de domínio público que este tipo de trabalho demanda tempo e compromisso por parte dos docentes, e que estes não recebem um salário digno para se dedicarem ao trabalho numa única escola, desdobrando-se para conseguir um salário diretamente proporcional ao seu esforço. Para tanto, seria de suma importância que o governo se responsabilizasse por uma reforma na área de educação, tanto no orçamento, destinando verbas decentes para pagamento de professores, quanto na implementação

de recursos que permitam aos profissionais na área de educação realizarem suas propostas de trabalho para a melhoria do ensino.

O que se observa é que existem alguns fatores que os professores e as instituições de ensino priorizam – como, por exemplo, o cumprimento do currículo – o que impossibilita o educador de trabalhar a contextualização de forma adequada e incluir novas práticas de ensino, deixando seus alunos decepcionados e desestimulados com as aulas, em especial, as de matemática.

Segundo Menezes, a comunidade escolar deveria dar atenção ao conteúdo programático e sua relação com a vida do aluno.

Ninguém vai se sentir motivado a conhecer algo que não tem relação nenhuma com a vida. [...] É necessário levar para a escola a cultura da comunidade e voltar à prática para a formação total do aluno. O que não dá é ficar esperando que ele saia correndo atrás dos conteúdos para dominá-los (Revista Nova Escola, 2007, p. 35).

Segundo Maria Tereza Coutinho, em entrevista à Revista Nova Escola (1996, p. 12), Piaget em sua teoria chamada de *Epistemologia Genética* ou *Teoria Psicogenética*, diz que a construção do conhecimento, ou seja, a sistematização da aprendizagem só ocorre quando acontecem ações físicas ou mentais sobre objetos que, provocando o desequilíbrio, resultam em assimilação ou acomodação dessas ações e, assim, em construção de esquemas ou conhecimento. Em outras palavras, uma vez que a criança não consegue assimilar o estímulo, ela tenta fazer uma acomodação e após, uma assimilação. O equilíbrio é, então, alcançado.

Se a escola for capaz de mobilizar esse mecanismo que a criança constrói em suas práticas cotidianas, poderá potencializar a sua capacidade de realizar, com sucesso, a atividade Matemática, sobretudo no que se refere às medidas e aos cálculos com números decimais que, historicamente, têm causado insucessos.

Segundo Geraldo Ávila (1993, p. 2), a Matemática depende muito de sua linguagem e simbolismo específico, sendo estes que a tornam tão inacessível. Mas,

podemos dizer, em certo sentido, que a linguagem e simbolismo da Matemática são um “mal necessário”.

Estes preceitos são muito úteis e indispensáveis enquanto ajudam na transmissão e na agilização das idéias. O que realmente acontece no ensino elementar é uma apresentação de linguagem e simbolismo excessivos, que além de não ajudarem, só atrapalham.

Com todo esse rigor com que a Matemática é ensinada, somado com o currículo que tem de ser cumprido, algumas particularidades não são discutidas. O ensino de frações se dá de maneira que só fica registrado seu conceito como parte-todo.

O que acontece algumas vezes, é que dificuldades encontradas pelos alunos passam despercebidas pelos professores, e estes levam estas dúvidas adiante. No que diz respeito ao ensino de frações, pelo que se tem observado não é diferente.

Nunes & Bryant afirmam que:

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba. (1997, p. 191).

O medo dos alunos diante de questões que tratem desse tema é motivo de preocupação. Que fatores não estão sendo levados em consideração quando ensinamos frações?

Bezerra diz que:

[...] se o professor tivesse uma melhor formação para desenvolver as habilidades e competências dos alunos, permitiria a estes a construção de seu próprio conhecimento. Assim, se as frações pudessem ser exploradas sob os vários modelos, conseqüentemente, as crianças ampliariam seu campo conceitual (2001, p. 66).

Segundo Guiomar Namó de Melo (2003, p. 14), o aluno só desenvolve competências se aprender para que serve o conhecimento e como aplicá-lo. E ainda mais, quando os alunos entendem o sentido dos conteúdos estudados, para a vida, tornam-se mais dispostos a realizar atividades que os levem à aprendizagem.

Isto está em harmonia com as palavras de Gilberto Flach, professor de Matemática e de laboratório de informática na Escola La Salle Esmeralda, em entrevista ao Jornal Mundo Jovem:

A Matemática surgiu do cotidiano, em situações muito concretas. Ela surgiu para medir terras, entre os egípcios; para controlar os estoques no comércio, entre os árabes, enfim, ela é desenvolvida a partir de situações muito práticas. O que acontece é que hoje se ensina Matemática sem o cotidiano e é por isso que as pessoas não aprendem. Temos que voltar a 'mergulhar' a Matemática nesse cotidiano, na vida, nos problemas sociais, econômicos (2004, p. 7).

OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICO

Muitas estratégias usadas por docentes para tornar o ensino mais atrativo, com intenção de facilitá-lo ou mesmo de despertar o interesse do aluno, na realidade, podem se tornar sérios entraves na aprendizagem do ensino científico. Alguns docentes utilizam-se desses modelos de materiais didáticos e o que deveria ser fonte de reflexão sobre sua utilização é amplamente utilizado por estes sem contestação. Mesmo que utilizadas com a intenção de facilitar a compreensão de um determinado assunto, na verdade não auxiliam, a não ser em alguns casos, quando muito bem adaptados. Ao contrário, esse "recurso facilitador" faz com que sejam substituídas linhas de raciocínio por resultados e esquemas. Fazendo referência ao ensino das frações, em geral o professor se limita a representá-las em forma de *pizzas* e barras de chocolate. Nesse momento começa a fazer parte do esquema mental do aluno somente essa idéia a respeito da representação de frações. A assimilação de noções erradas, sejam elas adquiridas dos conhecimentos empíricos que o educando vivencia em seu cotidiano ou

adquiridas na escola, poderá resultar na constituição de obstáculos epistemológicos (Bachelard, 1996).

Os obstáculos epistemológicos são inerentes ao processo de conhecimento, constituem-se em acomodações ao que já se conhece, podendo ser entendidos como anti-rupturas. O conhecimento comum seria um obstáculo ao conhecimento científico, pois este é um pensamento abstrato. Na visão de Lecourt os obstáculos “preenchem a ruptura entre o conhecimento comum e o conhecimento científico e restabelece a continuidade ameaçada pelo progresso do conhecimento científico” (1980, p. 26) e podem aparecer na forma de um contra-pensamento ou como paragem do pensamento. São encarados como resistências do pensamento ao pensamento.

Bachelard afirma que:

Não se tratam de obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos (1996, p. 17).

Muito dessa problemática, deve-se ao fato de os docentes não levarem em conta o conhecimento que os educandos já possuem e por conceberem a aquisição do novo conhecimento como uma adição, que pode ser atingida por meio de meras repetições. Além disso, normalmente esses conhecimentos não científicos oferecem uma satisfação imediata à curiosidade, o que indiferente de seu caráter, não se constitui em benefícios, ao contrário, os educandos passam a admirar as imagens e a contentarem-se, simplesmente, com resultados.

Na visão de Bachelard (1996), a preocupação dos educadores deveria ser alterar essa cultura cotidiana prévia, pois não é possível incorporar novos conhecimentos às concepções primordiais já enraizadas. Para que a aprendizagem ocorra de maneira efetiva, é preciso mostrar ao aluno razões para evoluir. O que significa estabelecer uma dialética entre variáveis experimentais e substituir saberes ditos estáticos e fechados, por conhecimentos abertos e dinâmicos.

Assim, essa ausência da busca pela explicação do fenômeno, ou seja, por saber como o fenômeno ocorre, faz com que se estabeleça a dita doutrina do geral. A generalização é colocada por Bachelard como outro obstáculo epistemológico e sua utilização em sala de aula pode ser também interpretada de forma impeditiva na formação do espírito científico, pois generalizações tornam uma lei tão clara, completa e fechada, que dificilmente levanta-se o interesse por questionar suas premissas. A generalização facilita, momentaneamente, uma compreensão, mas esse entendimento pode bloquear o interesse pelo estudo mais aprofundado. A lei geral é suficientemente satisfatória para que se perca o interesse por estudá-la. Segundo Costa (1998), parte dos obstáculos propostos é, de alguma forma, consequência de generalizações inapropriadas, de modo que o conhecimento geral acaba sendo um conhecimento vago. E isto ocorre quando o aluno generaliza de forma inadequada frações como discreto/contínuo.

O mesmo acontece quando fenômenos são explicados por meio de expressões, imagens, metáforas ou analogias, denominadas por Bachelard de obstáculo verbal, isto é, uma tendência a associar uma palavra concreta a uma palavra abstrata. Essa situação ocorre quando uma palavra é tão suficientemente explicativa, que funciona como uma imagem e pode vir a substituir a explicação (Andrade *et al.*, 2002). Bachelard observou, em sua obra *A formação do espírito científico* (1996), que o uso abusivo da palavra esponja, por exemplo, desencadeou uma imagem que manteve o pensamento preso a ela enquanto objeto, não avançando para o nível da idéia.

Ainda assim, alguns autores defendem o uso de analogias como estratégia pedagógica válida para melhor compreensão e integração na estrutura cognitiva (Adrover e Duarte, 1995); também existem trabalhos que apresentam propostas de metodologias de ensino com analogias (Nagem *et al.*, 2001) e, até mesmo, os que julgam o raciocínio metafórico e analógico como inerente ao ser humano (Andrade *et al.*, 2002). E, de fato, há que se considerar que, quando apropriadamente usadas, metáforas e analogias, podem ser boas ferramentas para ilustrar uma explicação; mas essas devem ser transitórias, devem ser usados como andaimes (*scaffolding*), conforme Jerome Bruner (apud Adrover e Duarte, 1995), isto é, apenas como um suporte para o alcance do conhecimento científico.

Talvez pareça incoerente propor essa analogia com o andaime, mas a idéia do uso de um andaime deve ser entendida como um auxílio, como algo temporariamente utilizado para atingir um determinado fim, não como algo inicial ou a primeira ação que deve ser feita para que se aproxime do conhecimento. Bachelard não é contra o uso de metáforas, contanto que elas venham após a teoria, como um auxílio no esclarecimento (Bachelard, 1986, p. 17).

O problema ocorre quando há o uso anterior à explicação da hipótese ou teoria, pois pode ocorrer uma tendência à estagnação do pensamento. O aluno se apega e aceita essa aproximação como uma idéia conclusiva, não percebendo a necessidade de maiores resoluções o que impossibilita a abstração necessária ao conhecimento.

Para Bachelard “a noção de obstáculo epistemológico pode ser estudada no desenvolvimento histórico do pensamento científico e na prática da educação” (1996, p. 21). Dessa maneira, existem inúmeras formas de obstáculos epistemológicos que, independente de sua natureza, necessitam ser identificados e retificados. Contudo, os obstáculos não devem ser compreendidos apenas como falha ou como dificuldades apresentadas por alunos. Eles são importantes à aprendizagem e para que esta ocorra, satisfatoriamente, é necessário que haja, além de questionamentos e críticas, ruptura entre conhecimento comum e científico, construindo este e desconstruindo aquele (Lopes, 1993).

A preocupação com a aprendizagem de determinados conceitos advém da experiência como professor, na qual observam-se dificuldades nos alunos em manifestarem idéias abstratas, por exemplo, em relação às representações das frações. A leitura de Bachelard nos instigou a buscar respostas para tais dificuldades, uma vez que observamos grande uso de analogias, por parte dos professores em sala de aula, como são alguns dos exemplos por nós presenciados.

Na resolução da questão 6, no capítulo 5, apresentada pelos alunos durante a aplicação das atividades foi observado o nível de abstração para a representação proposta. A questão informava que a figura no formato de um trapézio correspondia à terça parte do todo e pedia que o aluno representasse a figura inicial (anexo 3). Nesse instante, observaram-se dois tipos divergentes de resposta e parte dos alunos optou em representar tal figura adicionando duas iguais à anterior, colocando-as lado a lado

formando uma só figura, e o outro grupo colocou os trapézios lado a lado, porém separados. Este fato nos chamou atenção e ilustra que o educando consegue abstrair tal representação de maneira correta, desde que se trabalhe o conteúdo sem analogias.

É importante identificar alguns destes obstáculos propostos por Bachelard, relacionados ao ensino de frações e analisar o porquê dessas manifestações. Assim comparar e verificar os materiais didáticos utilizados em cada situação de aprendizagem e se há diferença significativa nos conceitos apresentados pelos alunos que possa ser atribuída à influência do material didático, também deve ser objetivo do docente.

CAPÍTULO 3: DISCUSSÃO SOBRE DISCRETO E CONTÍNUO

Neste capítulo faremos um breve relato sobre o par discreto e contínuo e sua atuação nas diversas áreas da Matemática. Inicialmente, iremos definir e caracterizar esses dois termos.

O termo discreto vem do latim *discretus*, que é uma conjugação do verbo *discernere*, cuja tradução para o português é discernir, tendo o mesmo significado de discriminar, distinguir e separar.

A Matemática discreta, que também é conhecida como Matemática finita, abrange as seguintes áreas do conhecimento científico: a lógica – com o estudo do raciocínio, a indução Matemática, a teoria de conjunção – sobre grupos de objetos, as relações em conjuntos, a teoria dos números, a combinatória, a álgebra linear, entre outras.

Já o termo contínuo vem de *con-tenere*, cuja tradução para o português é ter junto, também podendo ter o mesmo significado de manter unido e segurar.

E a Matemática contínua envolve as seguintes áreas: a idéia de função, a geometria, as derivadas e as integrais.

CONTAR E MEDIR E A IDÉIA DE DISCRETO E CONTÍNUO

Segundo Brolezzi, os termos discreto e contínuo referem-se, na Matemática, a contar e medir, respectivamente. Crump diz, segundo Brolezzi, que “Não existe, no entanto, uma distinção cognitiva entre ‘contar’, e ‘medir’, e a relação entre ambos requer um estudo mais profundo” (1996, p. 5).

Ao pensar em medir, na realidade, a idéia de se ordenar está intimamente relacionada. A raiz da idéia de ordem vem de se compararem duas quantidades ou medidas diferentes, a fim de determinar uma ordem entre elas, como por exemplo, primeiro e segundo lugares, maior ou menor em altura, etc.

Estudos mostram que sempre houve uma dualidade entre números discretos e a medida contínua, e que sem essa dualidade a Matemática não teria evoluído tanto. Em seu livro *A Antropologia dos Números*, Crump registrou que, segundo suas pesquisas,

existe uma conexão inseparável entre contagem e medida, como ele mesmo cita o caso de se medirem distâncias contando-se passos. Esta forte interrelação entre contar e medir pode ser comparada à forte relação entre o caso discreto/contínuo.

Ao considerar que uma grandeza é discreta, associam-se a ela objetos concretos, ou seja, tudo aquilo que é possível pegar, logo, tudo aquilo que podemos relacionar à contagem, por exemplo, as páginas de um livro. E ao considerar contínuo como uma grandeza, faz-se uma comparação com elementos abstratos, ou seja, tudo o que não é possível contar. Sendo assim, pode-se apenas medir, por exemplo, a quantidade de massa de um livro.

Quando é necessário contar o número de caixas em um estoque, mesmo existindo tamanhos distintos, a contagem é feita tomando cada caixa como uma unidade. Assim, o tamanho da caixa será irrelevante no processo contábil. Logo se percebe que todo o processo relaciona-se à contagem discreta.

Porém, ao considerar o mesmo exemplo acima para fazer uma relação com o contínuo, pode-se observar que o tamanho, o peso e o espaço que a caixa ocupa não são medidas estritamente precisas, e são necessários alguns recursos para fazer tais medições. Sendo assim, pode-se concluir que esta contagem é feita de maneira contínua.

Scheinerman (p. vii) ilustra a diferença entre o discreto e o contínuo como:

A diferença é perfeitamente ilustrada pelos relógios de pulso. A Matemática contínua corresponde aos relógios analógicos – o tipo que separa os ponteiros das horas, minutos e segundos. Os ponteiros se movem suavemente ao longo do tempo. Do ponto de vista de um relógio analógico, entre 12:02pm e 12:03pm há um número infinito de diferentes tempos possíveis, na medida em que o ponteiro dos segundos percorre o mostrador [...].

No entanto, a Matemática discreta é comparável a um relógio digital, em que há apenas um número finito possível de tempos diferentes entre 12:02pm e 12:03pm. Um relógio digital não reconhece frações de segundo! Não há tempo algum entre 12:02:03 e 12:02:04. O relógio salta de um instante para o próximo (Scheinerman apud Moura, 2004).

DISCRETO E CONTÍNUO E A EDUCAÇÃO BÁSICA

Pode-se perceber que trabalhar com discreto e contínuo não é tão complexo, porém a dificuldade existe porque durante a Educação Básica, o par discreto e contínuo não é trabalhado, e este é um problema que está na raiz da Educação Matemática e presente em diversas outras áreas do conhecimento. Por isso, a importância e a necessidade de se trabalhar o par, numa mesma proporção ao longo de toda a escola básica, pois é nesse momento que a criança se encontra apta para o aprendizado.

Segundo Piaget (1983, p. 24), há uma fase propícia para o desenvolvimento de habilidades lógicas, chamadas operações concretas. Nessa fase, a criança é capaz de receber essas informações, pois é justamente quando a criança inicia a educação básica.

Segundo Moura (2004), apesar do par discreto e contínuo não ser trabalhado junto na educação básica, isso não quer dizer que ele não é trabalhado separadamente. O que se observa é que a Matemática contínua é a que predomina, sendo ela a que facilita as soluções exatas; resultando em pouco tempo para o estudo da Matemática discreta, abandonando-se as aproximações. E nesse pouco tempo deve-se trabalhar um conteúdo de vital importância: a formação da idéia de número.

O CONCEITO DE NÚMERO PELA VIA DO DISCRETO E DO CONTÍNUO

O conceito de número é trabalhado todo de forma discreta, por meio da contagem e relações de conjuntos contáveis. Não é mencionado que tal idéia pode ser trabalhada com o conceito de medida, logo, este conceito é desenvolvido a partir do momento em que se trabalha com frações. Devem-se enfatizar os dois conceitos pertinentemente pois, segundo Caraça, essas ações de contar e de medir, fazem parte do dia a dia e sua fundamentação é essencial.

Kamii afirma, segundo Moura, que *“O número envolve a quantificação de objetos discretos e, portanto, não pode ser ensinado através da extensão, que é uma quantidade contínua”* (2004, p. 59).

O próprio Piaget diz, segundo comenta Rangel (1992), que a criança organiza o número em função de sucessão do mesmo, o que quer dizer, que só constrói o quatro

após ter construído o um, o dois e o três; depois o cinco e assim sucessivamente. Esse conceito de relação, estabelecido pela criança, é fundamental para a formação do pensamento lógico-matemático, pois, à medida que o sujeito consegue estabelecer, em sua mente, relações entre objetos e organizá-los, sua inteligência progride.

Por meio de suas observações, Piaget pôde diferenciar dois tipos de relações que o sujeito pode estabelecer sobre os objetos: as relações simétricas e as assimétricas. A primeira dá origem à formação da estrutura lógica de classificação; já a segunda constitui a estrutura lógica de seriação.

A construção do número pela criança se dá pela síntese dessas duas estruturas lógicas.

As operações lógicas e aritméticas nos parecem, portanto, com um único sistema total e psicologicamente natural, com as segundas resultando da generalização e da fusão das primeiras, sob seus dois aspectos complementares da inclusão de classes e da seriação das relações, mas com eliminação das qualidades (Piaget apud Rangel, 1992, p. 114).

Segundo Rangel (1992, p. 115), ao tratar sobre a gênese do número na criança, Piaget não esclarece como se dá o progresso de ela atingir, completamente, a capacidade de contar, a fim de avaliar a quantidade total, o que mostra que esta habilidade não é garantia da verdadeira consolidação da estrutura do número operatório para a criança.

Em seu livro *Educação Matemática e a Construção do Número pela Criança*, Rangel (1992) concorda que não é suficiente a criança aprender a contar, para afirmarmos que a criança atingiu o significado operatório do número. Segundo ela, nenhum estudo realizado até o momento esclareceu como a criança se torna capaz de contar com exatidão os objetos, e diante disso existe a necessidade de os professores se aprofundarem nessa questão.

DISCRETO E CONTÍNUO E OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Trabalhar com o par discreto/contínuo também é muito importante se levarmos em consideração o ensino de frações. Assim, abordaremos agora as representações de frações e como as principais civilizações faziam uso dos números.

Outro tópico que fornece importantes elementos para o estudo do discreto e do contínuo é a análise dos símbolos numéricos. Por isso, nos aprofundaremos nas primeiras linguagens Matemáticas mais desenvolvidas, as do Egito Antigo e da Mesopotâmia.

No Egito Antigo a matemática era utilizada tanto para medir quanto para contar. Para os egípcios, os números não eram resultado de uma correspondência um a um, sendo a freqüência do uso de frações um fato que evidencia isso. Porém, os egípcios usavam, exclusivamente, as frações unitárias, cujo numerador é igual a um. Sendo assim, pode-se perceber a freqüente utilização de noções numéricas para medidas, que não poderiam se aplicar apenas a números inteiros. Ao determinar que o numerador deveria ser um, os egípcios consideravam as frações como partes de um inteiro, sendo a divisão definida pelo denominador:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$$

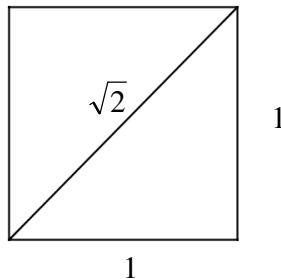
Outro fato interessante era de que a divisão egípcia era feita por meio de um algoritmo que era composto pela multiplicação pelo inverso do divisor.

Já na Mesopotâmia, onde a matemática era bem mais desenvolvida que a do Egito, a maneira de lidar com a relação entre o discreto e o contínuo era mais requintada, não havendo nenhuma opção entre um ou outro. E foi na antiga Mesopotâmia que se desenvolveu o sistema numérico com base sexagesimal, que facilitou a representação de frações, como foi dito anteriormente.

DISCRETO E CONTÍNUO E OS NÚMEROS IRRACIONAIS

A origem histórica da descoberta dos números irracionais surgiu de uma necessidade que está intimamente ligada a fatos de natureza geométrica e de natureza

aritmética. Os de natureza geométrica podem ser ilustrados com o problema para calcular a medida da diagonal do quadrado de lado 1.



Este problema geométrico arrasta outro de natureza aritmética, que consiste na impossibilidade de encontrar números conhecidos - racionais - para raízes quadradas de outros números, como por exemplo, raiz quadrada de 2. Estes problemas já eram conhecidos da Escola Pitagórica (século V a.C.), que considerava os irracionais heréticos. A Ciência Grega consegue um aprofundamento de toda a teoria dos números racionais, por via geométrica - "Elementos de Euclides" - mas não avançou, por razões essencialmente filosóficas, no campo do conceito de número. Para os gregos, toda a figura geométrica era formada por um número finito de pontos, sendo estes concebidos como minúsculos corpúsculos - "as mónadas" - todos iguais entre si; daí resultava que, ao medir um comprimento de n mónadas com outro de m , essa medida era sempre representada por uma razão entre dois inteiros n/m (número racional); tal comprimento incluía-se, então, na categoria dos comensuráveis. Ao encontrar os irracionais, aos quais não conseguem dar forma de fração, os matemáticos gregos são levados a conceber grandezas incomensuráveis. A reta onde se marcavam todos os racionais era, para eles, perfeitamente contínua; admitir os irracionais era imaginá-la cheia de "buracos". É no século XVII, com a criação da Geometria Analítica (Fermat e Descartes), que se estabelece a simbiose do geométrico com o algébrico, favorecendo-se o tratamento aritmético do comensurável e do incomensurável.

Newton (1642-1727) define pela primeira vez "número", tanto racional como irracional. O termo comensurável significa que se pode medir, logo se refere ao termo discreto; já o termo incomensurável significa aquilo que não se pode medir, então emite a idéia de contínuo.

CAPÍTULO 4: PESQUISA COM PROFESSORES (6º ANO)

Este capítulo tem por objetivo analisar o trabalho dos professores sobre frações, no que se refere aos termos discreto e contínuo.

Para tanto, foi feita uma pesquisa quantitativa, utilizando-se um questionário (Anexo 1), realizada com professores de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, das esferas particular, municipal, estadual do município de Campos dos Goytacazes.

De acordo com o Instituto de Pesquisa UNIBAN a pesquisa quantitativa:

Permite mensurar opiniões, reações, sensações, hábitos e atitudes, através de uma amostra que represente a população de forma estatisticamente comprovada.

O instrumento utilizado para coleta de dados no método quantitativo é o questionário estruturado com questões fechadas (lista de respostas pré-codificadas) ou questionário semi-estruturado com perguntas fechadas e abertas.

O objetivo dessa pesquisa foi verificar se os professores utilizam, além do material didático, outros recursos para elaboração de suas aulas. E em relação ao ensino de frações qual é a maior preocupação e o que eles priorizam ao estudar o tema em questão.

No entanto, não foi fácil conseguir o resultado obtido nessa pesquisa, pois alguns fatores dificultaram o processo. A recuperação dos questionários preenchidos foi muito difícil, pois a não colaboração por parte de alguns professores e até a falta de tempo e interesse, no momento de responder, foram algumas das dificuldades encontradas.

Para a consolidação dessa pesquisa, houve a necessidade de irmos à Secretaria Estadual de Educação, à Secretaria Municipal de Educação e ao Sindicato das Escolas Particulares, a fim de levantarmos o número total de professores que atuam no 6º ano do Ensino Fundamental no município de Campos dos Goytacazes.

Logo, a nossa pesquisa foi baseada na quantidade de questionários que conseguimos reaver, que corresponde a 20% do número total de professores. Alguns questionários respondidos pelos professores estão disponíveis no anexo 2.

A partir destes resolvemos mensurar essa pesquisa por meio de gráficos, como pode ser conferido abaixo:

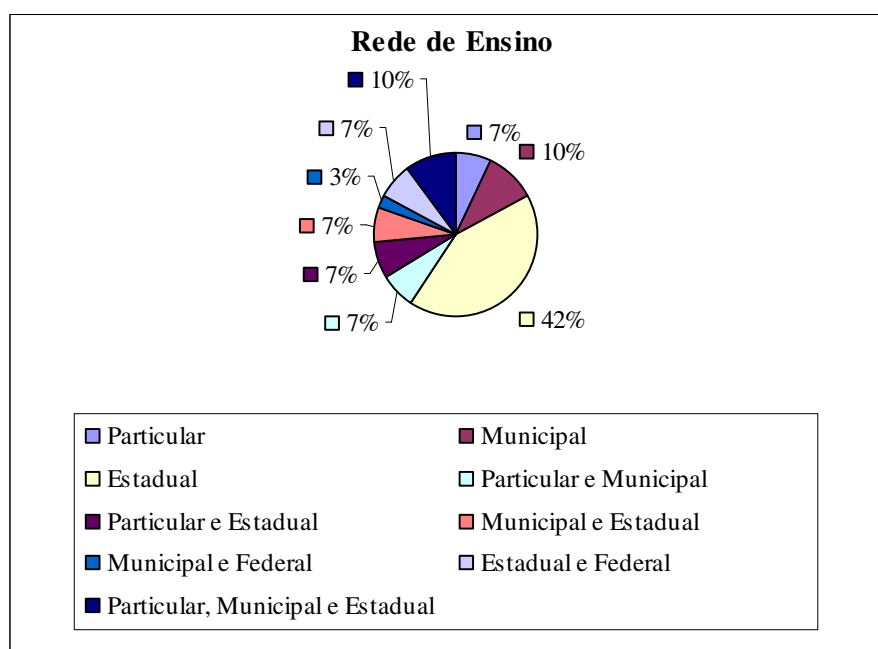


Gráfico 1

Este gráfico se refere à primeira pergunta do questionário, na qual indagamos em que rede de ensino os professores atuam.

Pode-se observar que 42% dos professores lecionam na rede Estadual e apenas 3% lecionam, ao mesmo tempo, nas redes Municipal e Federal.

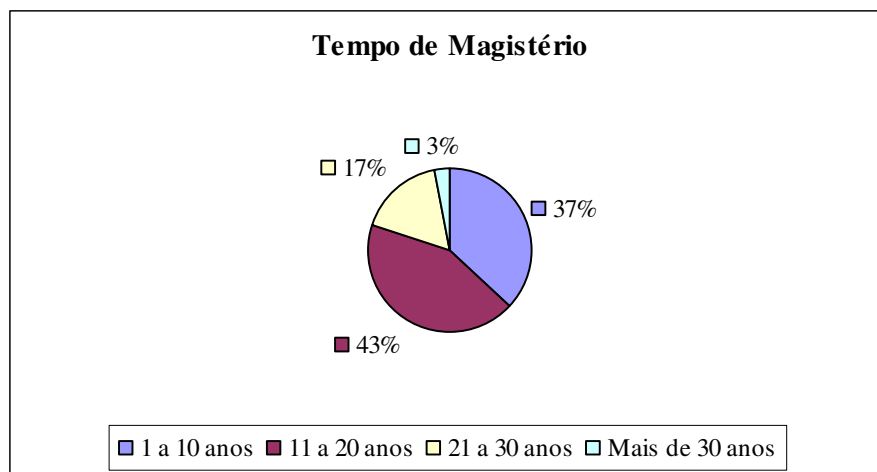


Gráfico 2

De acordo com o gráfico 2, 43% dos professores trabalham como docentes de 11 a 20 anos e apenas 3% dos mesmos trabalham há mais de 30 anos nessa área.

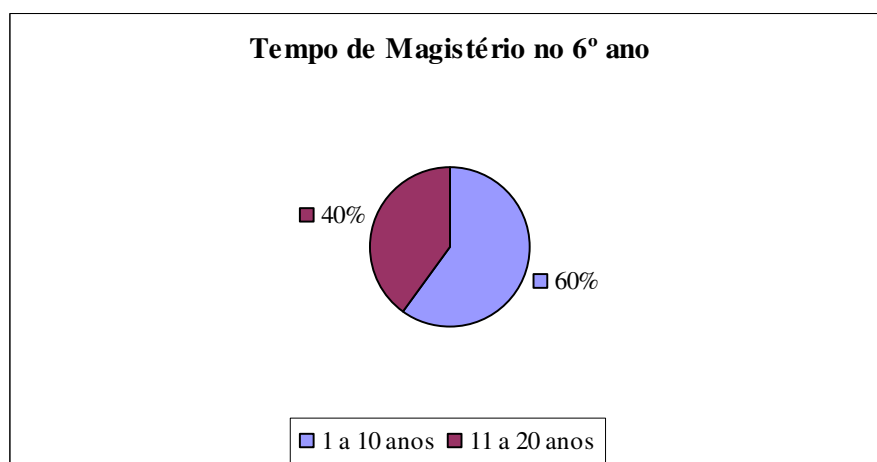


Gráfico 3

Como pode ser observado acima, 60% dos professores em questão lecionam no 6º ano há até 10 anos e 40% destes lecionam no 6º ano de 11 a 20 anos.

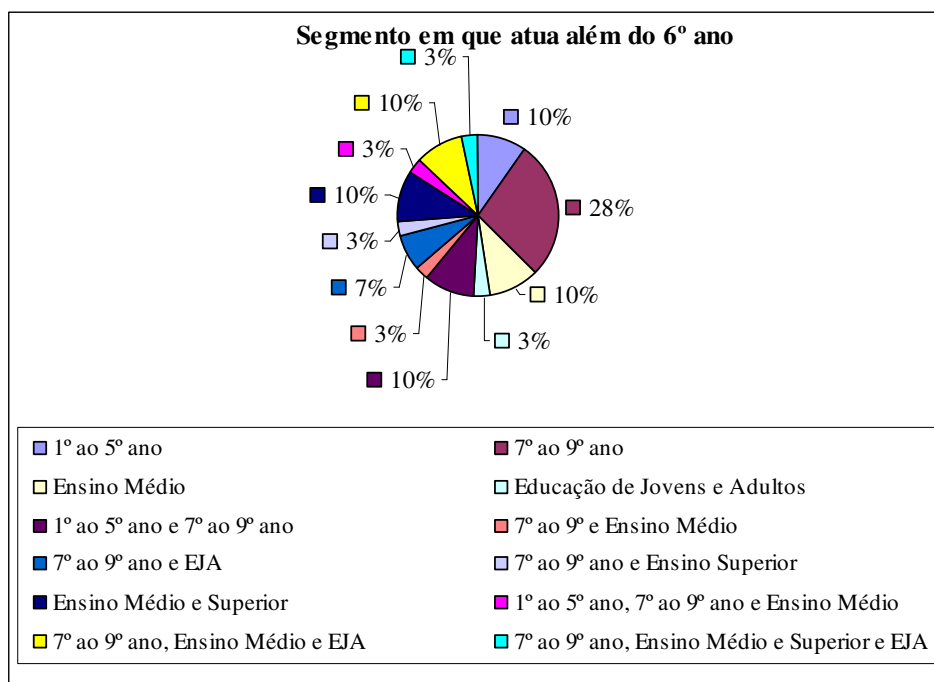


Gráfico 4

Todos os professores em questão atuam em outro segmento além do 6º ano. Neste gráfico, observamos que 28% dos professores atuam do 7º ao 9º ano do Ensino Fundamental. E empatados, com 3%, estão aqueles que dão aula para turmas: do EJA (Educação de Jovens e Adultos); 7º ao 9º ano e Ensino Médio; 7º ao 9º ano e Ensino Superior; 1º ao 5º, 7º ao 9º ano e Ensino Médio; e 7º ao 9º ano, Ensino Médio, Ensino Superior e EJA.

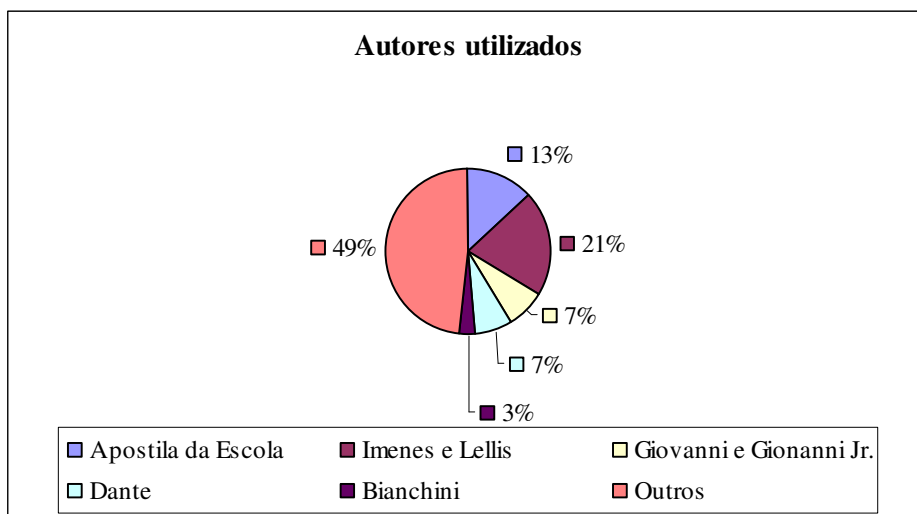


Gráfico 5

A quinta pergunta do questionário diz respeito aos autores dos livros didáticos adotados pelas escolas.

Podemos perceber que 13% dos professores responderam que a escola adotou apostilas ao invés de livros; 21% dos professores responderam que utilizam o livro de Imenes e Lellis; 7% dos professores utilizam o livro de Giovanni e Giovanni Jr. e, com a mesma porcentagem, adotam o livro de Dante; 3% utilizam o livro do Imenes; e 49% dos professores utilizam outros livros.

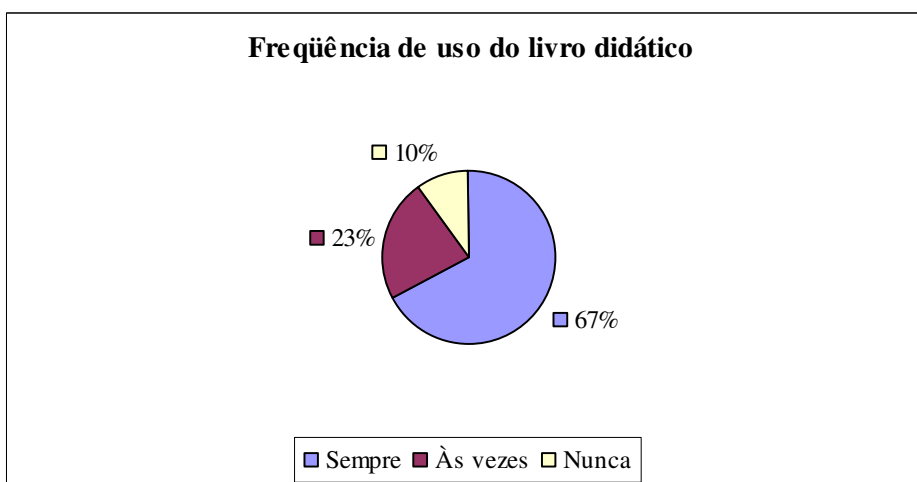


Gráfico 6

Este gráfico mostra a freqüência de uso do livro didático por parte dos professores.

Observamos que 67% dos professores sempre utilizam o livro didático adotado pela escola, 23% utilizam às vezes e 10% dos professores responderam que nunca utilizam o livro didático.

Tomando as palavras de Kimura:

Em relação ao livro didático, o professor precisa entender que se trata de um auxiliar e não um fim, por isso não pode restringir a sua prática a um único livro [...]. Não deve perder de vista que o livro didático é fundamental para o aluno, porque talvez seja o único material escrito formalmente sobre o assunto como fonte de consulta (2005, p. 198, 199).

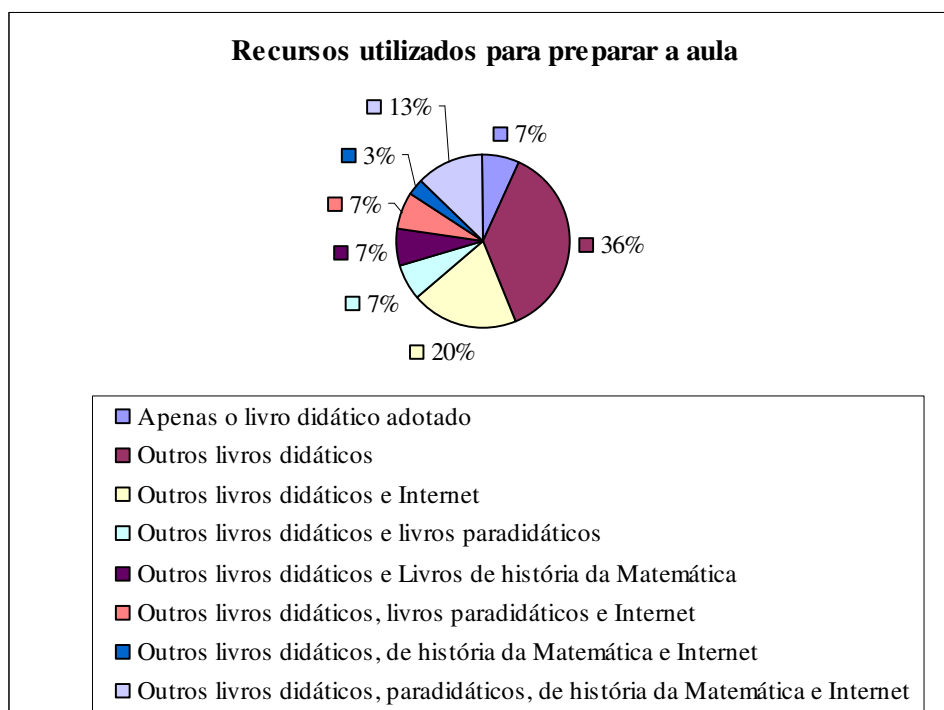


Gráfico 7

Muito importante para uma aula ser bem sucedida é a sua elaboração. Por isso, perguntamos aos professores quais recursos são utilizados na preparação de suas aulas.

Neste caso, 36% responderam que utilizam outros livros didáticos (além do adotado pela escola) e 3% dos professores responderam que utilizam outros livros didáticos, livros de história da Matemática e Internet.

Kimura também diz:

O professor deve estar preparado metodológica e teoricamente para atuar de forma satisfatória, compreendendo as dificuldades dos alunos para ajudá-los a superá-las. Neste contexto, o professor deve detectar as deficiências e planejar estratégias que possam contribuir na construção de conceitos necessários para o aprendizado (2005, p. 198).

Mesmo que o ambiente escolar não disponibilize recursos didáticos, o professor deve ser eficaz e optar por métodos dinâmicos e interessantes a fim de facilitar a aprendizagem dos alunos.

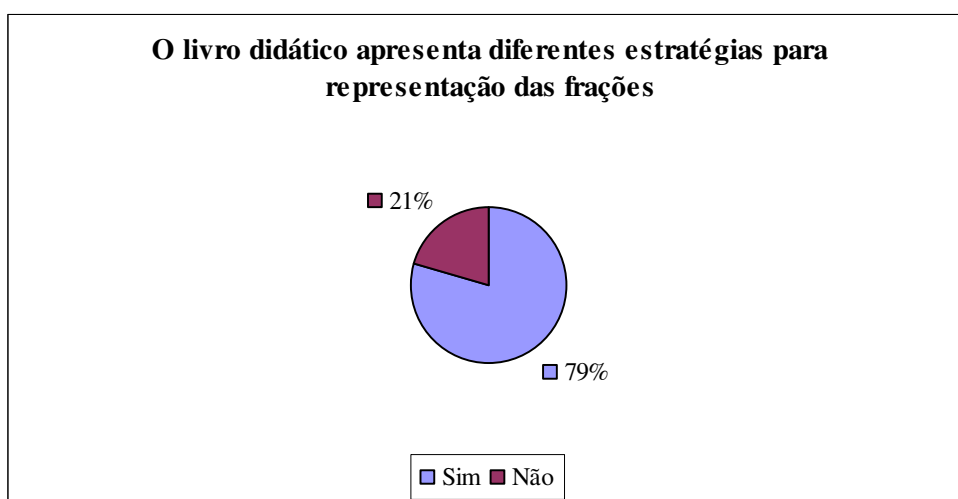


Gráfico 8

Na oitava pergunta do questionário buscamos saber dos professores se o livro didático apresenta diferentes estratégias para representação de frações.

Por meio do gráfico 8, observamos que 79% responderam que sim e 21% responderam que não.

Em caso afirmativo perguntamos quais são as diferentes estratégias do livro. E destacamos a resposta de dois professores à questão.

Professor 1 – *Associa frações à porcentagem, caso contínuo e discreto em algumas atividades.*

Professor 2 – *Consigo trabalhar com casos diferentes como o caso discreto e o caso contínuo, através de atividades que exploram os dois casos.*

Em caso negativo perguntamos quais são as estratégias adotadas por eles.

Professor 3 – *Sempre demonstrando a realidade deles (alunos) usando muito a prática do dia-a-dia.*

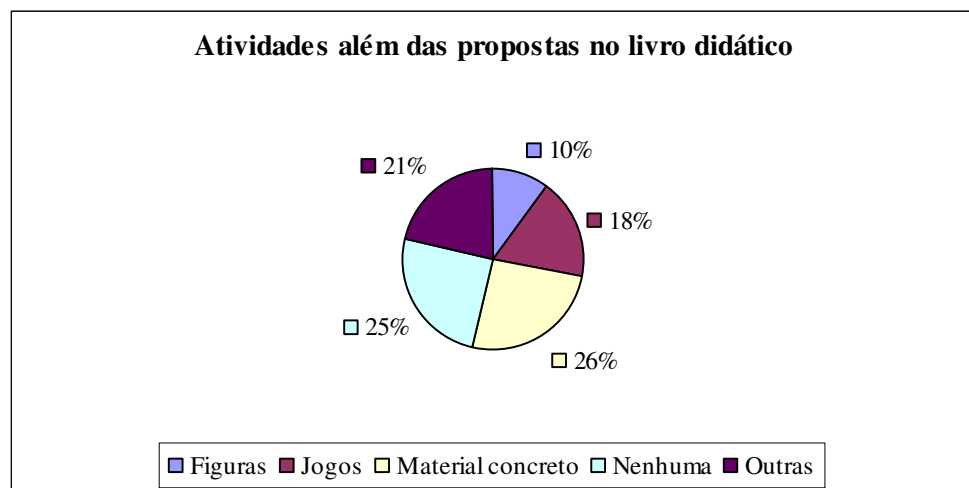


Gráfico 9

O gráfico 9 mostra as atividades utilizadas pelos professores, além das que são apresentadas no livro didático adotado.

10% dos professores responderam que utilizam figuras, 18% utilizam jogos, 26% responderam que utilizam material concreto, 21% responderam que utilizam outras atividades e 25% dos professores disseram que não utilizam nenhuma atividade além das propostas no livro didático.

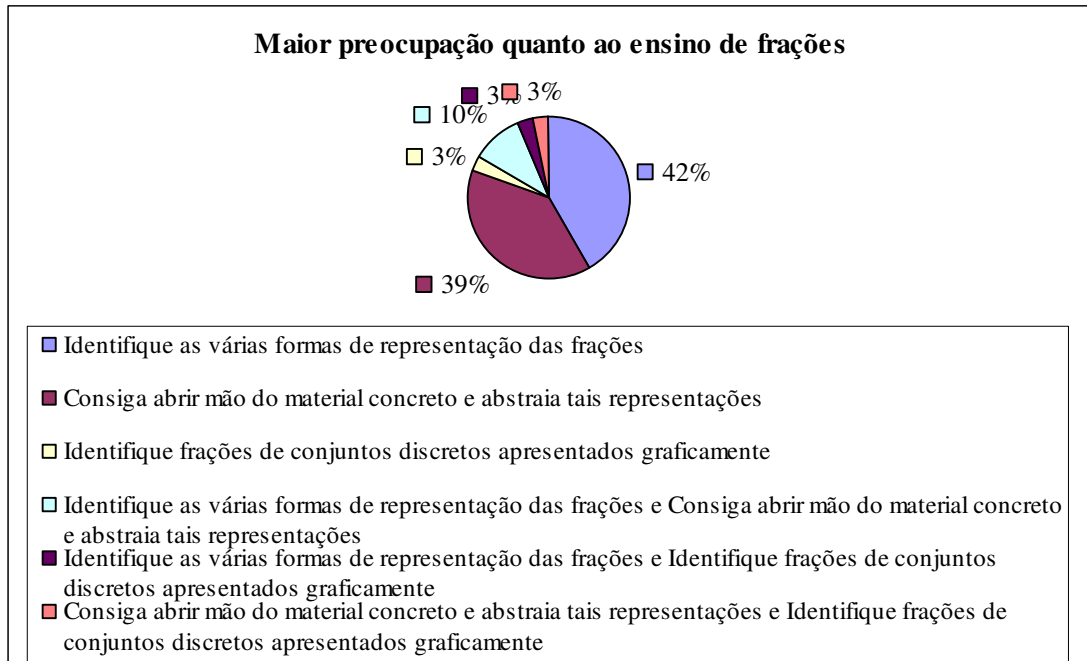


Gráfico 10

Levando em consideração o que já foi comentado no capítulo 3 (Discussão sobre Discreto e Contínuo), quisemos saber dos professores qual a maior preocupação quanto ao ensino de frações. A maioria realmente não se preocupa em trabalhar com o discreto e o contínuo, como pode ser observado graficamente, e 42% dos professores disseram que se preocupam que o aluno identifique as várias formas de representação das frações.

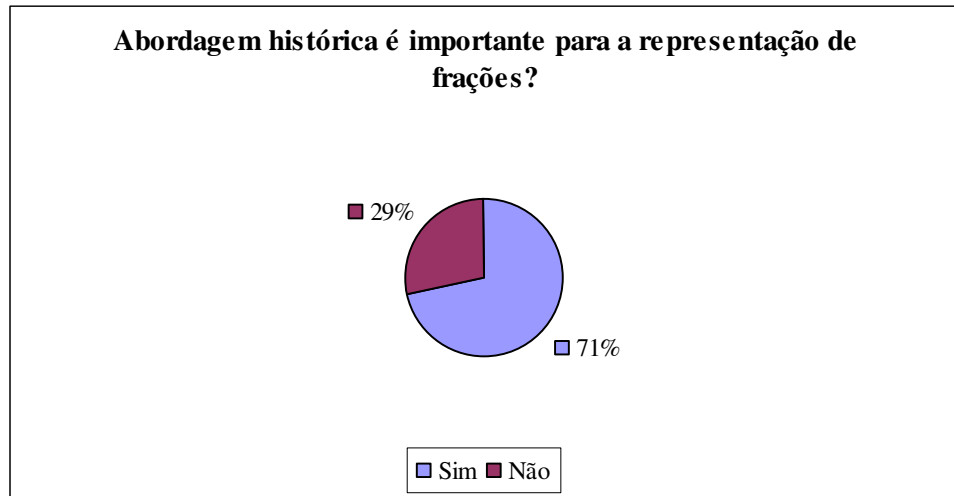


Gráfico 11

Na 11^a questão perguntamos se os professores acham a abordagem histórica importante para a representação de frações

Observamos que 71% dos professores responderam que sim, a abordagem histórica é importante, e 29% responderam que não.

Nesta questão pedimos para eles justificarem suas respostas, e destacamos duas:

Professor 4 – *Sim. É extremamente importante que o aluno compreenda que o conceito de fração surgiu devido às necessidades de medidas, ou seja, deu-se nos processos de medição de certas grandezas. Remeter seu pensamento ao passado significa aproximá-lo da Matemática, não a encarando como uma ciência, mas sim devido às necessidades do homem.*

Professor 5 – *Não, pois acho que não influencia no ensino.*

A fim de facilitar a aprendizagem dos alunos e quebrar paradigmas que rotulam a Matemática como uma ciência de difícil compreensão, acreditamos que entender a Matemática desde o seu início é uma forma de fazer com que os alunos sejam estimulados.

D'Ambrósio afirma que:

Somente através de um conhecimento aprofundado e global de nosso passado é que poderemos entender nossa situação no presente e, a partir daí, ativar nossa imaginação e nossa criatividade com propostas que ofereçam ao mundo todo um futuro melhor (apud Corrêa, 2006, p. 1).

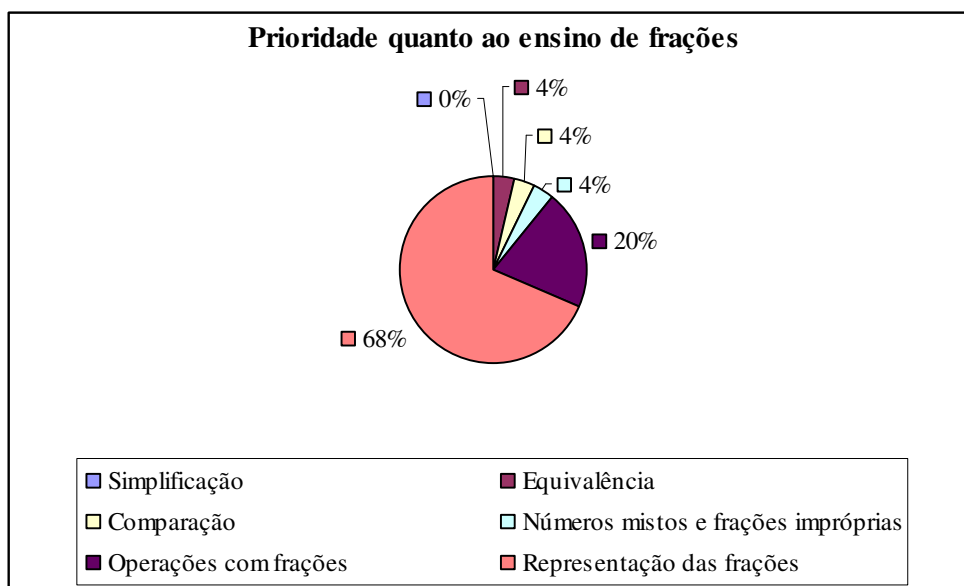


Gráfico 12

Como podemos perceber, no gráfico 12, 68% dos professores priorizam a representação de frações como o conteúdo mais importante quanto ao ensino de frações e, neste caso, nenhum dos professores achou que o conteúdo de simplificação é o mais importante.

CAPÍTULO 5: ANÁLISE DAS ATIVIDADES APLICADAS A ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

ANÁLISE DAS ATIVIDADES APLICADAS

Uma das etapas para realização desta monografia, consta da aplicação de algumas atividades para avaliar como está sendo abordado o ensino de frações em sala de aula. A princípio, estávamos indecisos entre turmas do 5º e 6º ano do Ensino Fundamental. Foi escolhida uma turma regular do 6º ano, em uma escola estadual, localizada no perímetro urbano da cidade de Campos dos Goytacazes para realização dessas atividades, pois estes alunos já tinham visto frações no 5º ano, conforme confirmamos com a professora da turma. Foram necessários 3 encontros, totalizando 9 horas/aula.

Inicialmente, no dia 14 de agosto de 2007 (terça-feira), conversamos com a diretora da escola, e explicamos sobre a importância da aplicação dessas atividades para a consolidação de nosso projeto. A diretora concordou prontamente em nos ajudar, e nos indicou a professora que devíamos procurar, a fim de combinarmos o melhor horário para os encontros. Informamos à professora que poderíamos nos encontrar com os alunos escolhidos num horário extraclasse de modo a não atrapalhar a sua programação, e que, para tal, havíamos elaborado uma carta para pedir a autorização dos pais dos respectivos alunos.

A professora achou desnecessário combinar outro horário, pois alegou que se fizéssemos assim, muitos dos alunos não iriam comparecer. Ficou combinado que utilizaríamos o horário vago que possuíam por estarem sem professor da disciplina de Artes.

Foram necessários três encontros para aplicação das atividades, composta de 20 questões contendo o assunto representação de frações.

A elaboração dessas atividades durou cinco semanas, pois queríamos preparar questões que expusessem o conhecimento dos alunos, com respeito ao ensino de frações, em especial que possibilitassem a discussão do caso discreto/contínuo. As atividades a que nos referimos se encontram no anexo 3.

Dia 22 de Agosto

No primeiro encontro, houve um atraso da professora da turma o que reduziu o nosso tempo de aula, pois precisávamos da presença dela para nos apresentar aos alunos. Com a sua chegada, conhecemos a turma e nos dirigimos a uma sala que a inspetora nos autorizou a usar.

Primeiramente, foi feita uma breve revisão sobre o conceito de fração como parte-todo e sua leitura, pois pensávamos que seria o suficiente para o primeiro dia. O atraso no início não afetou o desempenho dos alunos que, mesmo restando pouco tempo de aula, conseguiram resolver um número de questões superior às nossas expectativas.

Durante a revisão foi pedido aos alunos que respondessem os exemplos do quadro de giz, antes de receberem a folha de atividades. Eles souberam ler as frações e identificar seus termos. Ao representá-las eles não tiveram dificuldades quando a figura estava junta, porém ao separá-la alguns associaram que era a mesma fração anterior, outros não.

Para iniciar as atividades, a turma foi dividida em seis duplas e um trio, o que achávamos que facilitaria o primeiro encontro. O que pudemos perceber foi que algumas duplas tiveram mais facilidade e fizeram as atividades mais rapidamente do que outras. A primeira dupla já tinha chegado na atividade 11 (anexo 3) e ficou esperando pela explicação, pois havia outras duplas que ainda estavam na primeira folha. Na metade do segundo horário, 4 duplas estavam na folha 2, e 3 duplas, na folha 3. Até a 5ª questão nenhuma dupla teve muita dificuldade. A 6ª questão foi entendida somente após a explicação. A 8ª questão apenas as duplas 6 e 7 souberam fazer corretamente, e tivemos que explicar no quadro dando outros exemplos. Finalizando o primeiro dia, abordamos o tema frações equivalentes.

Abaixo, segue o diálogo entre os professores e os alunos:

P: O que significam os termos de uma fração?

A: A parte de baixo corresponde ao todo e a parte de cima o que se tomou do todo.

P: Como se denomina a parte de cima e a parte de baixo em uma fração?

A: Numerador e denominador.

P: A partir da representação feita no quadro:



Que fração está sendo representada na figura?

A: $\frac{3}{5}$

P: Como vocês explicam isso?

A: Porque a parte pintada representa o numerador e o total de partes representa o denominador.

P: Qual a leitura da fração representada?

A: Três quintos.

A seguir foram mostradas no quadro as diferentes formas de leitura, com denominadores entre 1 e 9, maiores que 10 e múltiplos 10.

P: Que fração representa essa figura?



A: Um meio.

P: Divida a figura acima em 6 partes iguais. E que fração representa essa figura?



A: Três sextos.

P: O que você pode observar?

A: Uma parte da primeira figura corresponde a três partes da segunda figura.

A partir daí foi explicado o conteúdo frações equivalentes.

Um fato que vale a pena ressaltar foi referente à 8ª questão. A questão pedia que se representasse $\frac{3}{4}$ da figura dada, sendo que o todo representava um múltiplo de quatro, ou seja, a questão poderia ser resolvida por frações equivalentes. Porém, uma aluna percebeu que a figura poderia ser dividida em três grupos de quatro, então ela tomou três partes de cada grupo, obtendo a mesma fração equivalente.

Dia 29 de Agosto

No segundo encontro foi decidido que as atividades não seriam mais feitas em dupla, mas sim individualmente, pois ao separá-los percebemos que as atividades não estavam rendendo tanto, porque eles não estavam trabalhando no mesmo ritmo do primeiro encontro, com exceção de poucos alunos. Logo as nossas suspeitas se concretizaram, pois havíamos percebido no primeiro encontro que, em algumas duplas, apenas um aluno fazia as atividades e o outro apenas copiava.

No decorrer do segundo dia, foi explicado o conteúdo probabilidade e foram feitas algumas atividades referentes a esse assunto. Finalizando as atividades do dia trabalhou-se o conceito de frações aparentes.

Abaixo, segue o diálogo entre os professores e os alunos:

P: De acordo com o enunciado da questão 10 (anexo 3), as duas partes pintadas correspondem ao número de bolinhas de gude pretas. Quantas bolinhas são representadas por cada parte?



A: Seis bolinhas de gude.

P: Qual o total de bolinhas?

A: Quarenta e duas bolinhas.

P: Como vocês chegaram a essa conclusão?

A: Se cada parte representa seis bolinhas e existem sete partes, é só multiplicar seis por sete.

P: Como ficariam divididas três barras de chocolates entre cinco crianças?

A: Primeiro dividiria cada barra em cinco partes e tomaria uma parte de cada barra, logo cada criança receberia $\frac{1}{5}$ de cada barra. Como são três barras, cada criança receberia no total $\frac{3}{5}$ da divisão.

P: Que relação existe entre fração e probabilidade?

A: No denominador são todas as chances possíveis de acontecerem, já no numerador é o que de fato aconteceu.

P: Então, lançando-se uma moeda, qual a probabilidade de sair coroa?

A: Um meio.

P: Como você chegou a essa conclusão?

A: Porque só existem duas possibilidades e somente uma pode acontecer.

P: Quais frações podemos chamar de aparentes?

A: $\frac{10}{5}$ e $\frac{6}{3}$

Dia 5 de Setembro

No terceiro encontro, por ter sido em horário extraclasse, alguns alunos não compareceram. Conseqüentemente, apenas 9 alunos concluíram as atividades. Para finalizar, faltavam apenas algumas questões referentes à representação de números mistos, probabilidade e porcentagem. Como alguns alunos desconheciam o assunto, foi necessária a intervenção do mediador.

Perguntamos aos alunos se eles já haviam estudado porcentagem anteriormente, pois esse assunto seria necessário para a resolução das questões referentes ao 3º encontro. Como nenhum deles conhecia a matéria, foi preciso ir ao quadro novamente para fazer uma explicação teórica, usando exemplos do cotidiano.

E a partir daí, começou o diálogo entre professores e alunos.

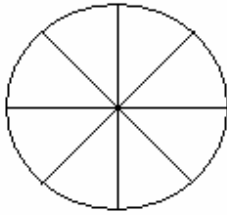
P: Quanto 50% representa do todo?

A: A metade.

P: Então, se cada um de vocês tem 16 balas e deve dar 50% das suas balas ao seu colega ao lado, quantas balas você dará a ele?

A: Oito balas.

P: Dada a figura abaixo e levando em consideração que cada parte da figura representa certa quantidade de balas, quantas partes você teria que pintar para representar a porcentagem de balas que você deu ao seu colega?




A: Quatro partes.

P: Como vocês chegaram a essa conclusão?

A: Pois cada parte equivale a 2 balas.

P: Que frações equivalentes você observou na resolução acima?

$$A: \frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$$

A partir da figura dada , responda as seguintes perguntas.

P: A parte pintada corresponde a que porcentagem do retângulo?

A: 75%.

P: E a parte não pintada corresponde a que porcentagem?

A: 25%.

Somente alguns alunos souberam responder corretamente as duas perguntas anteriores.

P: Como se escreve uma fração qualquer na forma decimal?

A: Não houve resposta na turma.

Como os alunos também não haviam estudado o conteúdo de números decimais, foi necessário fazer algumas intervenções, durante as atividades, referentes a esse conteúdo.

Portanto, essa experiência foi muito proveitosa, pois chegamos à conclusão de que os alunos realmente têm dificuldade em trabalhar com o par discreto/contínuo, visto que os professores, hoje, tendem a trabalhar somente com o discreto, deixando o contínuo de lado (Moura, 2004).

OBJETIVO DAS ATIVIDADES

Segundo Piaget, o processo da aprendizagem se inicia com uma dificuldade (situação-problema) e a necessidade de solucioná-la. *A necessidade leva à busca de soluções, desencadeando uma série de operações mentais voltadas para a solução do problema.*

Sendo assim, cabe ao professor desafiar o aluno, propor novos problemas a cada solução trazida e despertar dúvidas, não abrindo mão de tornar mais fácil o entendimento por parte dos alunos por meio de atividades concretas, sempre que possível.

Com isso fez-se necessário evidenciar o objetivo de cada atividade, para que assim ficasse explicitada a nossa intenção com as questões dadas.

Nas questões de 1 a 6, o objetivo foi trabalhar com o Caso Contínuo, mais especificamente a Concepção de Parte-todo. Detalharemos agora o objetivo de cada atividade. O da questão 1 era identificar o número fracionário que corresponde a uma figura representada. Já na questão 2, foi fazer a leituras das frações dadas. Na terceira questão, o objetivo foi representar frações dadas a partir de sua leitura. Na quarta, o objetivo era identificar o número fracionário que corresponde a uma figura representada. Na questão 5, o objetivo era identificar um número fracionário dado em uma figura. E finalizando essa etapa, a questão 6 tinha como objetivo reconstituir o inteiro.

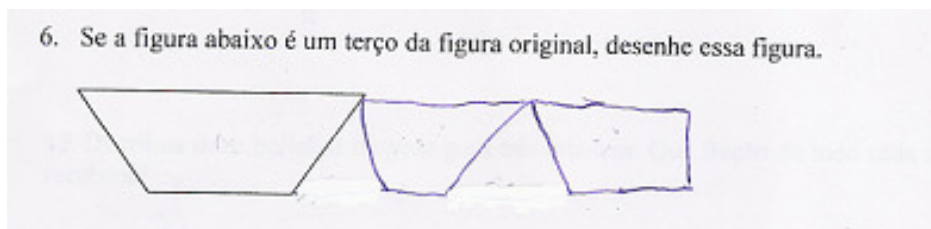
Nas questões de 7 a 10, o objetivo foi trabalhar com o Caso Discreto, mais especificamente a Concepção Parte-todo. Na questão 7 o objetivo era identificar o número fracionário que corresponde a uma figura representada. As questões 11 e 12 tinham como objetivo trabalhar a concepção de quociente, sendo uma com caso contínuo e a outra com o caso discreto, respectivamente. As questões 13 e 14 tinham o mesmo objetivo, de determinar a razão entre a quantidade de casos favoráveis e a quantidade de casos possíveis de um evento.

As questões de 15 a 20 tinham como finalidade trabalhar com a utilização de números fracionários para resolver problemas que envolvam outros conteúdos.

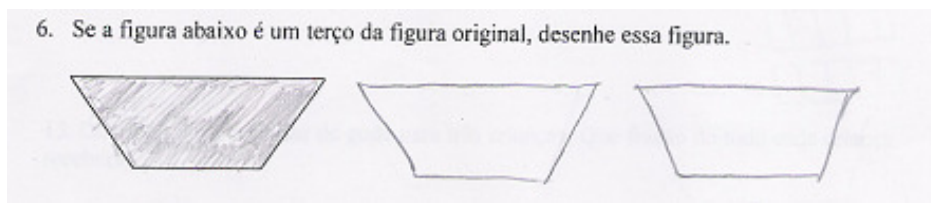
COMENTÁRIOS DE ALGUMAS ATIVIDADES

Vale ressaltar que nem todas as atividades aplicadas serão analisadas neste item. Existem, então, outras atividades que se encontram disponíveis no anexo que também foram resolvidas tanto de maneira correta quanto incorreta.

Análise da questão 6



Aluno 9



Aluno 13

6. Se a figura abaixo é um terço da figura original, desenhe essa figura.



Aluno 1

6. Se a figura abaixo é um terço da figura original, desenhe essa figura.



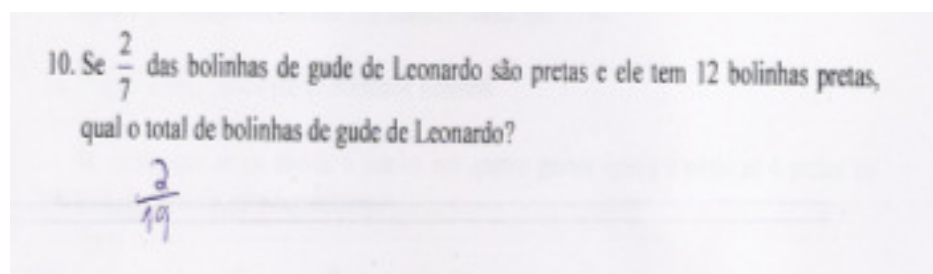
Aluno 8

A questão 6, como mostra acima, foi destacada por ter sido resolvida de várias formas diferentes, sendo irrelevante o fato de a resposta estar correta ou errada.

Os alunos 9, 13 e 8 solucionaram a questão corretamente, porém o fizeram de maneiras distintas. O aluno 9, por exemplo, entendeu o que estava sendo pedido e fez a questão corretamente, mas ele não se preocupou em reproduzir a figura original uniformemente. O aluno 13, em sua solução, apresentou justamente o que era esperado na atividade. E o aluno 8, apesar de ter resolvido corretamente, partiu do princípio de que a figura era um inteiro que foi dividido em três partes. Sendo assim, ele resolveu essa questão de modo contínuo, enquanto os outros 2 alunos, que acertaram a questão, o fizeram de maneira discreta.

Já o aluno 1, foi o único que resolveu a atividade incorretamente, dentre as selecionadas. De acordo com a resposta do aluno, pode-se perceber que ele não entendeu o que estava sendo pedido nesta questão, pois a resolveu de maneira totalmente equivocada.

Análise da questão 10



Aluno 9

10. Se $\frac{2}{7}$ das bolinhas de gude de Leonardo são pretas e ele tem 12 bolinhas pretas, qual o total de bolinhas de gude de Leonardo?



Aluno 15

Selecionamos esta questão, pois grande parte dos alunos apresentou dificuldade em sua resolução.

O aluno 9, apresentou a mesma resposta da maior parte da turma, resolvendo-a erroneamente. Ao ser interrogado após a resolução ele afirmou que somou 12 (que representa a quantidade de bolinhas pretas) com o denominador 7 da fração, permanecendo o numerador 2.

Já o aluno 15, em sua resolução, esquematizou uma figura com sete bolinhas (para não confundir o esquema representado pelo aluno com as bolinhas de gude, iremos relacionar tal representação como partes). Logo, duas partes representam o total de 12 bolinhas pretas; então para calcular o correspondente a cada parte, o aluno efetuou a seguinte divisão: 12 por 2. E depois multiplicou esse resultado pelo total de partes, ou seja, 6×7 , encontrando 42 como total de bolinhas de gude. Esse aluno interpretou corretamente o enunciado e, conseqüentemente, soube resolver a questão, porém ele se equivocou na resposta final colocando um sinal de porcentagem. Acreditamos que o motivo disso foi devido ao fato de essa questão ter sido resolvida no último encontro, quando restavam apenas questões de porcentagem.


Análise da questão 18

18. Complete, tornando-as verdadeiras:

a) Quem tem R\$100,00 e gasta 50%, gasta R\$50,00

b) Dos 80 eleitores inscritos, 25% votaram. O número de eleitores que votaram é 55.

c) Em um cinema há 100 poltronas, 10% estão vazias. O número de poltronas ocupadas é 90.



$$\frac{1}{4} \cdot 100 = \frac{100}{4}$$

$$\begin{array}{r} 100 \cancel{14} \\ 020 \\ 00 \\ \hline 25 \end{array}$$

d) A parte pintada corresponde a 75 % do retângulo.

e) A parte não pintada corresponde a 25 % do retângulo.


Aluno 13

18. Complete, tornando-as verdadeiras:

a) Quem tem R\$100,00 e gasta 50%, gasta 50 reais

b) Dos 80 eleitores inscritos, 25% votaram. O número de eleitores que votaram é 55.

c) Em um cinema há 100 poltronas, 10% estão vazias. O número de poltronas ocupadas é 90.



d) A parte pintada corresponde a 75 % do retângulo.

e) A parte não pintada corresponde a 25 % do retângulo.

Aluno 15

18. Complete, tomando-as verdadeiras:

- a) Quem tem R\$100,00 e gasta 50%, gasta 50,00.
 b) Dos 80 eleitores inscritos, 25% votaram. O número de eleitores que votaram é 20.
 c) Em um cinema há 100 poltronas, 10% estão vazias. O número de poltronas ocupadas é 90.



- d) A parte pintada corresponde a 75 % do retângulo.
 e) A parte não pintada corresponde a 25 % do retângulo.

Aluno 8

18. Complete, tomando-as verdadeiras:

- a) Quem tem R\$100,00 e gasta 50%, gasta 50,00.
 b) Dos 80 eleitores inscritos, 25% votaram. O número de eleitores que votaram é 20.
 c) Em um cinema há 100 poltronas, 10% estão vazias. O número de poltronas ocupadas é 90.



- d) A parte pintada corresponde a 30 % do retângulo.
 e) A parte não pintada corresponde a 70 % do retângulo.

Aluno 1

O motivo da seleção dessa atividade foi por ter sido o primeiro contato dos alunos com porcentagem. Apesar de nossa explicação observamos, nas atividades, que nenhum aluno selecionado conseguiu resolver todos os itens da questão acima corretamente.

No segundo item, por exemplo, verificamos que os alunos 13 e 15 subtraíram 25, que corresponde à porcentagem dada, de 80, o total de eleitores. Já no terceiro item, todos os alunos selecionados acertaram. Porém, da mesma forma que na questão

anterior, cinco deles utilizaram o mesmo cálculo, diminuindo, neste caso, 10 de 100, e encontraram 90 como resposta. O que, por coincidência, era a resposta correta.

O que aconteceu nos dois últimos itens, como pode ser observado anteriormente, foi o resultado de se exigir que eles resolvessem as questões de imediato, pois pensávamos que apenas a explicação bastaria para o entendimento deles.

Segundo Maria Tereza Coutinho, em entrevista à Revista Nova Escola (1996, p. 12), Piaget afirma que o aluno precisa de um determinado tempo para que o conteúdo seja absorvido e esse tempo é chamado de acomodação. E a aprendizagem, então, possa ser concretizada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscamos levantar alguns fatores relevantes ao ensino de frações e suas representações.

Na abordagem histórica apresentada, constatamos que a fração surgiu de uma necessidade de medir certas grandezas. Também foi feito um breve relato sobre a descoberta dos diferentes tipos de frações em cada momento da história, como frações unitárias, frações sexagesimais e frações decimais. Outro fato importante foi a preservação de documentos imprescindíveis para a comprovação de tais descobertas, como o Papiro Rhind.

Ao tratarmos o ensino e a aprendizagem na educação, com base em livros e artigos de revistas conceituados no assunto, concluímos que, na busca pelo melhor ensino, o professor se depara com diversos fatores complicadores e desestimuladores, dificultando assim o seu trabalho. Um desses fatores é a má remuneração, que leva o docente a se desdobrar e ter que lecionar em várias unidades educacionais, o que faz com que ele tenha menos tempo para se preparar para uma aula de qualidade.

O presente trabalho teve por objetivo diagnosticar o que se tem feito em prol do ensino de frações em sala de aula. Com isso, aprofundamo-nos mais nos casos discreto e contínuo e suas respectivas representações neste campo conceitual.

No decorrer deste trabalho, uma proposta interessante para o ensino de frações foi apresentada, que consiste na diferenciação que deve ser feita no que diz respeito aos termos discreto e contínuo em atividades.

Esperamos ter contribuído para a Educação Matemática com este trabalho e sugerimos um aprofundamento considerando o par discreto/contínuo nos conteúdos do Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

AABOE, A. *Episódios da História Antiga da Matemática*. 2. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.

ADROVER, J. F.; DUARTE, A. *El uso de analogias en la enseñanza de las ciencias*. Programa de estudios cognitivos. Buenos Aires, Argentina, Universidade de Buenos Aires, 1995.

ANDRADE, B. L.; ZYLBERSZTAJN, A.; FERRARI, N. *As analogias e metáforas no ensino de ciências à luz da epistemologia de Gastón Bachelard*. Monografia. Buenos Aires, Argentina, Universidade de Buenos Aires, 2002.

BACHELARD, G. *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Trad. Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BEZERRA, F.J.B. *Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo, SP, Pontifícia Universidade Católica – PUC, 2001.

BOYER, C.B. *História da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2001.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: volume 01 a 10*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROLEZZI, A.C. *A tensão entre o discreto e o contínuo na história da Matemática e no ensino da Matemática*. Dissertação (Doutorado em Educação). São Paulo, SP, Universidade de São Paulo – USP, 1996.

CARAÇA, B.J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. 3. ed. Lisboa: Gradiva, 2000.

CHAGAS, J. S. B. *Ensino-aprendizagem de números inteiros negativos: uma perspectiva histórico-cultural*. Monografia. Campos dos Goytacazes, RJ, Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos – CEFET-Campos, 2007.

CORRÊA, R. S. S. *A história da equação do segundo grau: uma abordagem para a sala de aula*. Monografia. Campos dos Goytacazes, RJ, Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos – CEFET-Campos, 2006.

COSTA, R. C. *Os Obstáculos epistemológicos de Bachelard e o ensino de ciências*. Monografia. Pelotas, RS, FaE/UFPel, 1998.

D'AMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação: Reflexões sobre educação e Matemática*. Campinas, SP: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas, SP: Papirus, 1996.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1995.

FLACH, G. *Lixo e reciclagem, a Matemática no cotidiano*. 2004. Disponível em: <<http://www.mundojovem.com.br/jornais-10-2004.php>>. Última consulta em: 14/11/07.

GENTILE, P. *A Educação, vista pelos olhos do professor*. Revista Nova Escola, n. 207, p.31. **Cidade: Abril**, 2007.

INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais). *O Ensino da Matemática na Educação Básica*. 2004. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/imprensa/artigos/ensino_matematica.htm>. Última consulta: 12/06/07.

KARLSON, P. *A Magia dos Números*. Rio de Janeiro: Globo, 1961.

KIMURA, C. F. K. *O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget*. Dissertação (Doutorado em Educação Matemática). São Paulo, SP, Pontifícia Universidade Católica – PUC, 2005.

LAGARTO, M. J. *História da Matemática na China*. Disponível em: <<http://www.malhatlantica.pt/mathis/China/china1.htm>>. Última consulta em: 14/12/2007.

LECOURT, D. *Para uma crítica da epistemologia*. 2. ed. Lisboa: Assírio e Alvim, 1980.

LOPES, A. J. *Reflexões sobre o ensino de frações no currículo de Matemática*. 2004. Disponível em: <http://www.matematicahoje.com.br/telas/educ_mat/artigos/artigos_integra.asp?aux=Fracoas>. Última consulta em: 03/03/07.

LOPES, A. R. C. *Contribuições de Gaston Bachelard ao ensino de ciências*. Monografia. Buenos Aires, Argentina, Universidade de Buenos Aires, 1993.

MELLO, G. N. *Afinal, o que é competência?*. Revista Nova Escola, n. 160, p.14. Cidade: Abril, 2003.

MELLO, G. N. *Que pessoas queremos formar?*. Revista Nova Escola, n. 179, p. 18. Cidade: Abril, 2005.

MOURA, L. O. G. *O contínuo e o discreto no ensino da Matemática*. Dissertação (Mestrado em Matemática). São Paulo, SP, Universidade de São Paulo – USP, 2004.

NAGEM, R. L.; CARVALHAES, D. O.; Dias, J. A. Y. T. *Uma proposta de metodologia de ensino com analogias*. Dissertação (Mestrado em Ciências). Pelotas, RS, FaE/UFPel, 2001.

Numeração Decimal. Disponível em:
<<http://www.somatematica.com.br/fundam/decimais/decimais2.php>>. Última consulta em: 06/12/07.

NUNES, T. BRYANT, P. *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Ed. Artes Médica, 1997.

OLIVEIRA, A. M. *História da Matemática*. Disponível em:
<<http://educar.sc.usp.br/licenciatura/2003/hm/page03.htm>>. Última consulta em: 12/12/2006.

PIAGET, J. *A Epistemologia Genética*. 2. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

RANGEL, A. C. S. *Educação Matemática e a construção do número pela criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

SANTOS, A. *Os números racionais e seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental*. Dissertação (Doutorado em Educação Matemática). São Paulo, SP, Pontifícia Universidade Católica - PUC, 2005.

SILVA, M. J. F. *Sobre a Introdução do Conceito de Número Fracionário*. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). São Paulo, SP, Pontifícia Universidade Católica - PUC, 1997.

TERRA, L. C. *Buscando uma maneira eficiente para trabalhar frações*. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre, RS, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, 2005.

UNIBAN (Instituto de Pesquisa de Mercado). *Pesquisa Quantitativa*. Disponível em: <<http://www.institutodepesquisauniban.org.br/controlle.asp?setor=1&acao=quant>>.

Última consulta em: 17/12/2007.

ANEXOS

ANEXO 1: Questionário da pesquisa com professores



Questionário

Prezado (a) Professor (a)
 Este questionário faz parte de um projeto monográfico sobre o processo de ensino e aprendizagem das frações.
 Não é necessário se identificar. Sua contribuição é valiosa na busca de alternativas que removam ou ao menos minimizem os possíveis obstáculos à aprendizagem dos alunos.
 Desde já agradeço seu apoio na realização deste trabalho.

1. Você leciona em escola(s):
 Particular Municipal Estadual Federal
2. Há quanto tempo? _____
3. Há quanto tempo trabalha com o 6º ano? _____
4. Segmentos em que você atua além do 6º ano.
 1º ao 5º ano
 7º ao 9º ano
 Ensino Médio
 Educação de Jovens e Adultos
 Ensino Superior
5. Qual o livro didático que a sua escola adota?
 Título do livro: _____
 Autor (es): _____
6. Você utiliza o livro didático adotado?
 Sempre
 Às vezes
 Nunca

Justifique a resposta dada à questão 6.

7. Marque os recursos que você utiliza para preparar suas aulas.
 Apenas o livro didático adotado
 Outros livros didáticos
 Livros paradidáticos
 Livros de história da Matemática

Internet

Outros: _____

8. O livro didático apresenta diferentes estratégias para a representação das frações?

Sim Não

Em caso afirmativo diga quais são. Em caso negativo diga quais as estratégias adotadas por você.

9. Que outras atividades você utiliza além das propostas no livro didático adotado?

10. A sua maior preocupação quanto ao ensino de frações é que o aluno:

Identifique as várias formas de representação das frações

Consiga abrir mão do material concreto e abstraia tais representações

Identifique frações de conjuntos discretos apresentados graficamente

Identifique frações de conjuntos contínuos

11. Você considera a abordagem histórica importante para a representação de frações?

Justifique.

12. Quanto aos conteúdos relacionados ao ensino de frações, você prioriza:

(Numere os itens abaixo de 1 a 6, sendo 1 para o mais importante)

Simplificação

Equivalência

Comparação

Números mistos e frações impróprias

Operações com frações

Representação das frações

ANEXO 2: Questionários respondidos pelos professores

ANEXO 3: Atividades

ANEXO 4: Fotos



Foto 1: Mediadora explicando o conteúdo



Foto 2: Mediadora continuando explicação



Foto 3: Mediador dando exemplos no quadro



Foto 4: Aluno resolvendo as atividades

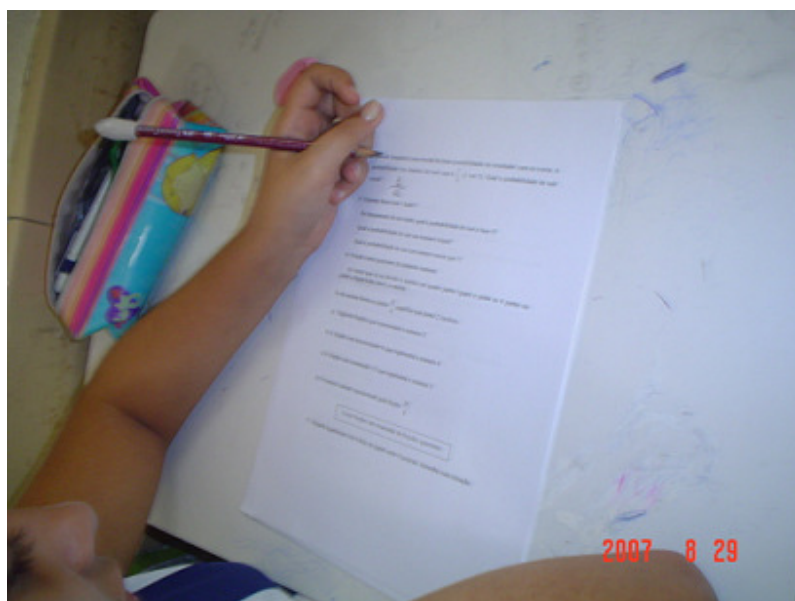


Foto 5: Aluna resolvendo as atividades

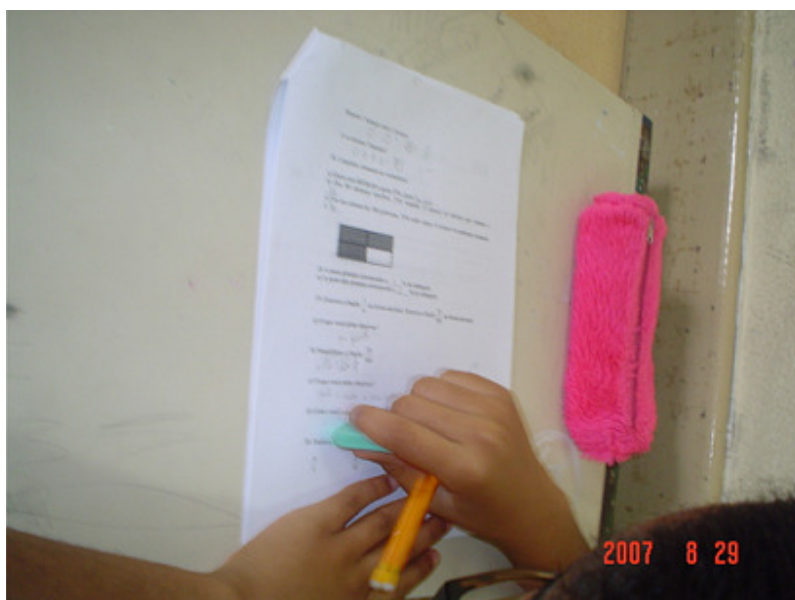


Foto 6: Aluna resolvendo as atividades