Ministério da Educação

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GILIANE DA SILVA PEREIRA

FUNÇÃO AFIM E PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: EXPLORANDO SUAS CONEXÕES EM SALA DE AULA

Campos dos Goytacazes/RJ
2010

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GILIANE DA SILVA PEREIRA

FUNÇÃO AFIM E PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: EXPLORANDO SUAS CONEXÕES EM SALA DE AULA

Campos dos Goytacazes/RJ
2010

GILIANE DA SILVA PEREIRA

FUNÇÃO AFIM E PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: EXPLORANDO SUAS CONEXÕES EM SALA DE AULA

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro como requisito parcial para a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Professora Doutora Mônica Souto da Silva Dias

Campos dos Goytacazes/RJ
2010

Dados de Catalogação na Publicação (CIP)

P436f Pereira, Giliane da Silva.
Função afim e progressões aritméticas: explorando suas conexões em sala de aula / Giliane da Silva Pereira - Campos dos Goytacazes, RJ : [s.n.], 2010.
88 f. : il.

Orientadora: Mônica Souto da Silva Dias.
Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Campos dos Goytacazes, RJ, 2010.
Bibliografia: p.64 -65.

1. Matemática (Ensino médio) – Estudo e ensino. 2. Educação matemática. 3. Aprendizagem significativa. I. Dias, Mônica Souto da Silva, orient.II. Título.

CDD – 510.7

GILIANE DA SILVA PEREIRA

FUNÇÃO AFIM E PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: EXPLORANDO SUAS CONEXÕES EM SALA DE AULA

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro, como requisito parcial para a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 15 de julho de 2010.

Banca Avaliadora:

Profª. Mônica Souto da Silva Dias (orientadora)
Doutora em Educação Matemática/PUC/SP
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro

----

Profº. Salvador Tavares
Mestre em Educação Matemática/USU/RJ
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro

----

Profª. Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo
Mestre em Economia Empresarial/UCAM/RJ
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus porque dEle, por Ele e para Ele são todas as coisas.

Agradeço também:

À professora Mônica Souto pela dedicação e por ter aceitado a orientação desta monografia.

À professora Carmem Lúcia Azevedo.

Aos professores do Curso de Licenciatura em Matemática pela contribuição na minha formação.

Aos colegas e amigos de turma.

Aos meus pais, especialmente minha mãe, que nunca me deixou desistir.

Aos alunos que participaram do teste exploratório.

À professora Príscila que cedeu seis aulas para que seus alunos participassem da aplicação da atividade.

Aos alunos que participaram da validação das atividades.

À professora Kathia Maria Miranda que fez a correção ortográfica desta monografia.

À professora Marly Monteiro que revisou o *abstract* desta monografia.

Aos meus amigos, que se aproximando a defesa, me apoiaram e incentivaram.

Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.

LOBACHEVSKY

RESUMO

Esta pesquisa buscou responder a seguinte questão *Como se dá o processo de ensino e aprendizagem de função afim e progressão aritmética quando esses conceitos são abordados de forma conectada?* A revisão bibliográfica indicou que as progressões aritméticas, geralmente, não são estudadas como restrições da função afim. Deste modo, foram elaboradas e validadas atividades nas quais eram propostos o estudo de progressões aritméticas ancoradas nos conhecimentos dos alunos sobre função afim. A metodologia adotada foi a pesquisa qualitativa, tendo como sujeitos de pesquisa alunos de uma turma da 2º. série do Ensino Médio. Os dados foram obtidos por meio da observação da turma e das respostas escritas e orais às tarefas propostas pela pesquisadora. A análise e elaboração das atividades foram subsidiadas pela Transposição Didática e Aprendizagem Significativa. Os resultados obtidos apontam que o estudo conectado de progressões aritméticas com função afim possibilita uma aprendizagem significativa das primeiras. Observou-se também que a transposição didática adotada estimulou uma mudança na atitude acadêmica dos alunos, tornando-os mais atentos e envolvidos com as atividades propostas.

Palavras-chave: Progressão aritmética. Função afim. Aprendizagem significativa.

ABSTRACT

This research aimed at answering the following question: *How does the process of teaching and learning of affine function and arithmetic progression work when these concepts are addressed in a connected way?* The bibliographic review indicated that the arithmetic progressions are not usually studied as restrictions of affine function. Thus, were developed and validated activities in which were proposed the study of arithmetic progressions anchored in the students' knowledge of affine function. The methodology used was qualitative research having as subjects of research students in a class of 2nd grade of High School. The data were obtained by observing the class and the written and oral answers to the tasks proposed by the researcher. The analysis and elaboration of activities were subsidized by the Didactic Transposition and Meaningful Learning. The results indicate that the connected study of arithmetic progressions and affine function enables significant learning of the first. It was also noted that the adopted didactic transposition stimulated a change in academic attitude of the students, making them more aware and involved with the proposed activities.

Keywords: Arithmetic progression. Affine function. Meaningful Learning.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O conteúdo matemático *função* sempre foi um tema apreciado pela autora[1] desta pesquisa. Quando da elaboração do seu trabalho de conclusão de curso da Licenciatura em Matemática, ela começou a idealizar uma situação relacionada a esse tema que pudesse ser abordada de forma diferente daquela que há nos livros. Iniciada a revisão bibliográfica, encontrou um artigo intitulado *Investigando Padrões em PA e PG* de um minicurso sobre *padrões* em *progressão aritmética* (MOURA, 2007). Este artigo trazia o estudo de *progressão aritmética* utilizando figuras além de tratar da importância da interpretação geométrica. Isso chamou a atenção desta professora em formação, pois, até então, a mesma não se tinha dado conta de que a *progressão aritmética* é uma restrição[2] da *função afim* ao conjunto dos números naturais, fato que passou despercebido durante o estudo de *funções* em toda a sua vida acadêmica.

A professora em formação interessada nesse assunto procurou a orientadora que a encaminhou para as leituras necessárias. Assim, teve início o processo de pesquisa que resultou nesta monografia.

Serão apresentadas a seguir algumas colocações de autores a respeito do ensino e aprendizagem de *funções* e de *sequências*, que subsidiaram a construção da questão de pesquisa e dos objetivos deste trabalho.

Alguns conceitos algébricos são extremamente importantes, dentre eles o de *função*, devido ao seu papel central na Matemática do Ensino Médio e em diversas disciplinas de formação básica nos cursos de graduação em Ciências Exatas, da Saúde e Sociais Aplicadas (BARRETO; CAMELO; FILHO, 2008). Além disso, o conceito de *função* é de fundamental importância para a ciência, sendo assim, é um conteúdo que deve ser bem abordado na educação básica (LOPES, 2000 apud SOUZA JUNIOR, 2007).

Segundo Barreto, Camelo e Filho (2008), o estudo do conceito de *funções* é grandemente complexo, e de difícil compreensão para os alunos, pois compõe-se de muita

---

[1] Neste texto, a autora deste trabalho também será chamada de pesquisadora ou professora em formação, sendo este último termo uma denominação específica dos alunos da Licenciatura em Matemática cursada por ela.

[2] A r*estrição* de uma função f: $A \longrightarrow B$ a um subconjunto $X \subset A$ é a função $f \mid X : X \longrightarrow B$, definida por $(f \mid X)(x) = f(x)$ para todo $x \in X$. Considerando-se a inclusão i: $X \longrightarrow A$, temos $f \mid X = f \circ i : X \longrightarrow B$. (LIMA, 1976, p.17).

abstração e envolve outros diversos conceitos, tais como: a ideia de variável, domínio, imagem, etc (BARRETO; CAMELO; FILHO, 2008).

Em relação ao tema *sequência numérica* e *progressão aritmética*, Vale e Pimentel (2005) afirmam: “Os temas, sobretudo no estudo das sucessões (progressões, indução matemática) e funções, são um universo para explorar problemas e investigações com padrões” (VALE; PIMENTEL, 2005 apud SOLIS, 2008, p. 43). O termo *padrão* é definido por Vale e Pimentel (2005):

> ... entendendo o termo padrão numérico ligado a idéia de algum tipo de regularidade (e.g. repetição, recursiva) na qual se possa identificar uma lei que permita continuar a seqüência numérica e chegar à generalizações (VALE; PIMENTAL, 2005 apud SOLIS, 2008, p. 44).

Para Vale et al (2006), o estudo de *padrões* pode trazer uma série de vantagens para o ensino e aprendizagem da Matemática, entre eles, fazer os alunos descobrirem relações, encontrarem conexões e fazerem generalizações (VALE et al, 2006 apud SOLIS, 2008).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio (BRASIL, 2008):

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria Matemática (BRASIL, 2008, p. 122).

E quanto às sequências:

> Com relação às seqüências, é preciso garantir uma abordagem conectada à idéia de função, na qual as relações com diferentes funções possam ser analisadas (BRASIL, 2008, p. 122).

Ainda citando os PCNs, é importante que esses dois conceitos sejam apresentados de forma conectada para que o aluno seja capaz de compreender as relações existentes entre esses dois conteúdos (BRASIL, 2008, p. 122), possibilitando uma compreensão mais aprofundada de cada um deles.

Esta posição é ratificada por Lima (2001a) quando define *sequência*:

> Seqüências são funções cujo domínio é o conjunto dos números naturais (seqüência infinita) ou o conjunto dos *n* primeiros números naturais (seqüência finita, com *n* elementos) (LIMA, 2001a, p. 46).

Dante (2005) afirma que frequentemente encontramos grandezas que sofrem variações iguais em intervalos de tempos iguais (DANTE, 2005). Alguns exemplos são: juros simples de um determinado produto, aluguel de um imóvel, o preço de uma corrida de táxi, etc. Os valores de cada uma dessas situações podem ser expressos por meio de *sequências* em que cada termo é obtido a partir do primeiro somado a um valor fixo.

Essas *sequências* em que cada termo, a partir do segundo, é obtido do anterior somado a um valor fixo são chamadas de *progressões aritméticas*.

Associar as *sequências* aos seus gráficos permite ao aluno compreender o comportamento da *sequência* sem precisar simplesmente decorar informações (BRASIL, 2008).

A interpretação geométrica de uma *progressão aritmética* deve ser apresentada ao aluno, uma vez que são *funções* e estas possuem representações gráficas.

No entanto Lima (2001a), ao analisar alguns livros didáticos para o Ensino Médio, observou que não é feita uma conexão de *progressão aritmética* com a *função afim*:

> Não é feita figura alguma ilustrando que os termos de uma P.A. são igualmente espaçados sobre uma reta. Nem é apresentado o gráfico de uma P.A. onde seus termos seriam pontos alinhados no plano (LIMA, 2001a, p. 56).

Entretanto o livro mais recente de Dante (2005) já aborda essa conexão. No capítulo sobre *funções* deste livro, há um tópico "*Função e Seqüências*" no qual *sequência* é definida como *função*. No capítulo sobre *Função Afim*, aparece um tópico "F*unção Afim e Progressão Aritmética*", mostrando relação entre ambas. Já no capítulo sobre P*rogressões*, é feita a interpretação geométrica de uma *Progressão Aritmética*, porém com um exemplo apenas: o de uma *progressão aritmética* crescente.

A seguir, temos o que Lima et al (2001) afirma sobre essa conexão:

> Existe uma conexão interessante entre funções afins e progressões aritméticas, análoga à que vemos mais tarde entre funções exponenciais e progressões geométricas.
> Uma progressão aritmética pode ser vista geometricamente como uma seqüência (finita ou infinita) de pontos x_1, x_{2},….., x_{i}, ... igualmente espaçados na reta. Isto quer dizer que a *razão* $h = x_{i+1} – x_i$ não depende de i: $h = x_2 – x_1 = x_3 – x_2 = x_{i+1} – x_1 = ...$
> Se f: IR $\rightarrow$ IR é uma função afim, digamos $f(x) = ax + b$, e x_1, x_2,... , x_i... é uma progressão aritmética, então os pontos $y_1 = f(x_1)$, i = 1, 2, ... também estão igualmente espaçados, isto é, formam uma progressão aritmética cuja razão é $y_{i+1} = (ax_{i+1} + b) – (ax_i + b) = a (x_{i+1} – x_i) = ah$.
> Assim, se tivermos uma reta não vertical (gráfico de uma função afim) em IR^2 e tomarmos sobre ela os pontos $(1, y_1)$, $(2, y_2)$, ..., (i , y_1), ... cujas abscissas são os números naturais 1, 2, ... , as ordenadas y_1, y_2, ..., y_i, ... desses pontos formam uma progressão aritmética (LIMA et al, 2001, p. 101).

A definição de *função afim* adotada neste trabalho é: “Chama-se função polinomial do primeiro grau, ou função afim, a qualquer função *f* de IR em IR dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, em que **a** e **b** são números reais dados e **a** $\neq 0$” (IEZZI et al, 2002, p. 39).

Um exemplo da interpretação geométrica de uma *progressão aritmética* é apresentada a seguir (Figura 1).

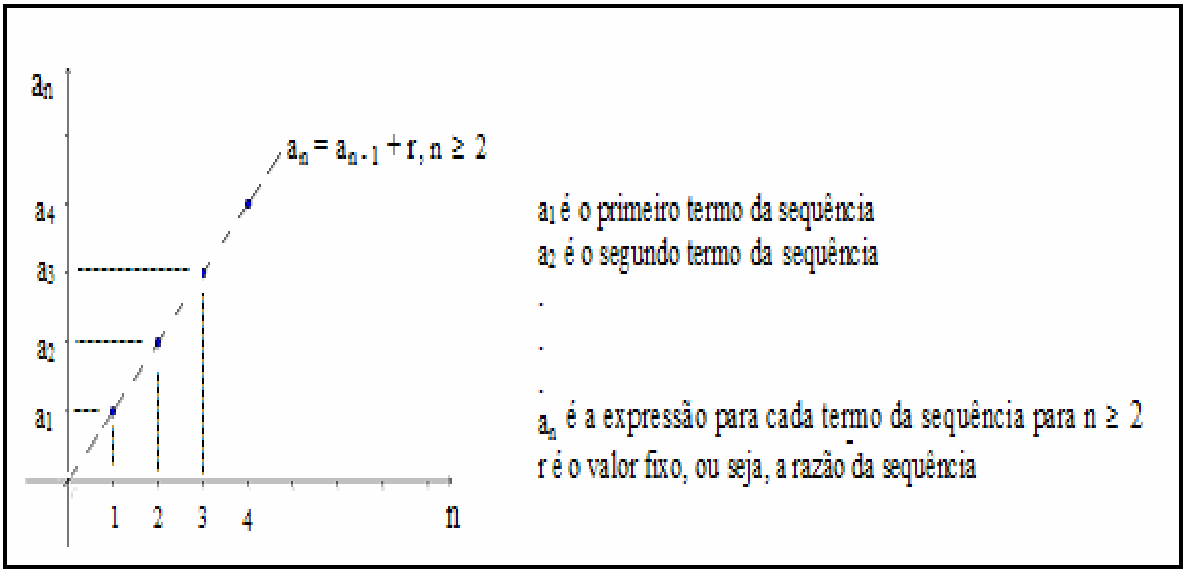


Figura 1: Exemplo da interpretação geométrica de uma progressão aritmética

Percebe-se que nessa *sequência* os pontos do plano têm coordenadas $(1, a_1)$, $(2, a_2)$, $(3, a_3)$, etc. estão alinhados e igualmente espaçados, o que mostra que essa *sequência* é uma restrição da *função afim*.

Diante do exposto, apresenta-se a questão de pesquisa:

Como se dá o processo de ensino e aprendizagem de função afim e progressão aritmética quando esses conceitos são abordados de forma conectada?

Para responder a esta questão, formularam-se os objetivos a seguir:

1) Estudar relações existentes entre a *função afim* e a *progressão aritmética*.

2) Investigar resultados de pesquisas sobre tal relação e suas implicações para o ensino e aprendizagem de *progressão aritmética* e *função afim*.

3) Elaborar e experimentar atividades sobre *função afim* e *progressão aritmética* com base nos resultados encontrados.

4) Analisar os dados obtidos na experimentação à luz do referencial teórico.

Os instrumentos de coleta de dados serão atividades elaboradas tendo em vista uma aprendizagem significativa, considerando a teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel (AUSUBEL, 1978 apud MOREIRA, 1999). Serão trabalhadas atividades para explorar a ideia central de que a *progressão aritmética* é uma restrição da *função afim*.

O público alvo será o alunado da 2ª. série do Ensino Médio que ainda não tenham estudado *progressão aritmética*, apenas *função afim*, pois é geralmente neste nível de ensino que são abordados os tópicos *função afim* e *progressão aritmética*.

Esta monografia, além destas considerações iniciais, consta de três capítulos. No primeiro é apresentado o referencial teórico da pesquisa.

No segundo capítulo são expostos os aspectos metodológicos, que incluem a caracterização da pesquisa, a identificação dos sujeitos participantes e as atividades.

O capitulo três traz o relato e análise de dados obtidos no teste exploratório e na experimentação aplicada em turma de 2ª. série de Ensino Médio.

Por último, são expostos nas considerações finais os resultados encontrados e as perspectivas de continuidade deste trabalho.

1. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo é apresentado o referencial teórico que subsidiou a elaboração das atividades bem como a análise dos dados da pesquisa.

1.1 Transposição Didática

A formação de um objeto de ensino passa por um processo evolutivo que é uma das questões centrais da Educação Matemática. As estruturas desse processo são descritas por meio da transposição didática.

A transposição didática pode ser vista como um caso específico da transposição dos saberes. Segundo Pais (2002c) as ideias de transposição e saber estão fortemente ligadas: "Quando falamos em transposição, sempre podemos relacionar a existência de um saber específico. Assim como, quando admitimos um determinado saber, é natural pensar na existência de um movimento de transposição" (PAIS, 2002c, p. 14).

Pais (2002c) afirma que quando nos referimos à produção de um determinado saber, há um processo evolutivo que caracteriza a ideia de transposição didática. Por isso, é importante diferenciarmos o saber do conhecimento mesmo que não seja utilizado na prática. "O *saber* é quase sempre caracterizado por ser relativamente descontextualizado, despersonalizado e mais associado a um contexto científico histórico e cultural" (PAIS, 2002c, p. 14). Já quanto ao conhecimento, Pais (2002c) afirma que ele sempre diz respeito ao contexto mais individual e subjetivo, revelando algum aspecto com o qual o sujeito tem uma experiência direta e pessoal" (PAIS, 2002c, p. 15). O conhecimento está mais relacionado com a experiência pessoal do aluno. Para exemplificar, ao assistir uma aula, o aluno já possui algum conhecimento sobre o tema da aula e quando o professor aborda um novo conteúdo, cada aluno assimila de forma diferente, o que mostra a subjetividade dos mesmos.

A transposição didática também pode ser entendida como as adaptações que o professor faz para transformar conhecimento científico em conteúdo didático, ou seja, adaptar o conteúdo a linguagem do aluno, desde que não omita informações importantes.

Chevallard (1991) definiu transposição didática como:

> Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, desde um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática (CHEVALLARD, 1991 apud PAIS, 2002a, p. 19).

O papel do professor é muito importante na definição da forma final como a Matemática é apresentada ao aluno. Para o estudo de *função afim* e de *progressão aritmética* de maneira conectada, o professor pode mudar a transposição didática que comumente aparece nos livros didáticos, fazendo as adaptações necessárias. De acordo com Pais (2002a):

> A transposição didática permite interpretar as diferenças que ocorrem entre a origem de um conceito da matemática, como ele encontra-se proposto nos livros didáticos, a intenção de ensino do professor e, finalmente, os resultados obtidos em sala de aula (PAIS, 2002a, p. 12).

A transposição didática é analisada a partir de três tipos de saberes: o saber científico, o saber a ensinar e o saber ensinado. O objeto do saber científico está mais associado ao saber que é desenvolvido nas universidades ou institutos de pesquisas, artigos, teses, livros especializados, etc. Esse saber não pode ser ensinado na forma como se encontra nos textos técnicos. Portanto para passar o saber científico para saber escolar faz-se necessário um trabalho didático a fim de promover uma reformulação (PAIS, 2002b).

O saber a ensinar está ligado a uma forma didática adequada para apresentar o saber ao aluno. O processo de ensino resulta no objeto de saber ensinado, que é o saber registrado no plano de aula do professor. Porém nem sempre o resultado da aprendizagem corresponde ao conteúdo ensinado (PAIS, 2002b). Para tal, é fundamental a utilização de conhecimentos anteriores para a aprendizagem de um novo conceito (AUSUBEL, 1978 apud MOREIRA, 1999).

A transposição didática de *progressão aritmética* ocorre, de modo geral, de forma desconectada de *função afim* (LIMA, 2001a). Neste trabalho, propõe-se um outro modo, uma abordagem de *progressão aritmética* ancorada nos conhecimentos sobre *função afim* que o aluno possui.

Segundo Pais (2002a), a trajetória de um conteúdo matemático, desde a sua origem até a sua abordagem em sala de aula e a aprendizagem do aluno, pode ser interpretada por meio da transposição didática. Retomando a citação anterior:

> A transposição didática permite interpretar as diferenças que ocorrem entre a origem de um conceito da matemática, como ele encontra-se proposto nos livros didáticos, a intenção de ensino do professor e, finalmente, os resultados obtidos em sala de aula (PAIS, 2002a, p. 12).

Para compreender a transposição didática da *função afim* e da *progressão aritmética*, recorreu-se aos registros da história da Matemática. Esses registros revelam a existência de problemas de *progressões aritméticas* em um papiro que data por volta de 1950 a.C. (EVES, 2008,). Em relação à gênese do conceito de *função*, Souza Junior (2007) afirma que pode ser estabelecida a partir de *tabletas* babilônicas que relacionavam colunas numéricas. Alguns assuntos tratados eram problemas de juros compostos, de impostos e equações quadráticas. Estas tabletas datam em torno de 1700 a.C. (AABOE apud SOUZA JUNIOR, 2007). A história da Matemática também revela que a sequência dos tópicos no ensino segue a ordem em que eles foram descobertos (EVES, 2004). Pode-se dizer que a transposição didática da *função afim* e da *progressão aritmética* inverte a ordem em que foram descobertas. Ou seja, o estudo de *funções* encontra-se antes do estudo de *sequências.*

Nesta pesquisa, serão observados os ganhos cognitivos do aluno ao estudar *progressão aritmética* conectada à *função afim*. Deste modo, o saber a ensinar *progressão aritmética* estará sendo apresentado ao aluno por meio de uma determinada transposição didática: o estudo de *progressão aritmética* a partir de *função afim*.

1.2 Aprendizagem Significativa

Segundo Moreira (1999), foi David Ausubel (1918-2008), psicólogo e teórico cognitivista, que apresentou uma teoria a respeito da aprendizagem e das formas de incorporação da aprendizagem de novas informações à estrutura cognitiva[3]. Depois de aposentado, voltou à psiquiatria, desde então, Joseph D. Novak, professor da Universidade de Cornell é quem tem elaborado, refinado e divulgado a teoria de aprendizagem significativa que hoje também é conhecida como *Teoria de Ausubel e Novak* (MOREIRA, 1999).

De acordo com esta teoria existem dois tipos de aprendizagem: a aprendizagem por descoberta em que o aprendiz, sozinho, é levado a encontrar o significado de um ou mais

[3] Estrutura cognitiva é definida por Ausubel (1978) como o conteúdo total e organizado de ideias de um dado indivíduo; ou, no contexto de aprendizagem ou certos assuntos, refere-se ao conteúdo e organização de suas ideias naquela área particular de conhecimento (MOREIRA, 1999, p. 151).

conceitos que estão imersos no conteúdo total. E a aprendizagem por recepção na qual o material é apresentado todo pronto ao sujeito (BRITO, 2001).

A aprendizagem por descoberta e por recepção pode ser mecânica (automática) ou significativa. A primeira ocorre quando a aprendizagem de novas informações não interage com conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva. A nova informação é armazenada, porém de forma arbitrária (aleatória). No entendimento da autora deste trabalho, tem-se uma informação armazenada de forma arbitrária quando um conteúdo é estudado de forma desconectada de outros que já sejam conhecidos ou aprendidos pelos alunos. Porém segundo Brito (2001):

> No caso da aprendizagem significativa, o novo material e os elementos relacionados a ele e já presentes na estrutura cognitiva formam um terceiro elemento, que não é nem o novo e nem o antigo, mas a composição modificada de ambos, o produto resultante da interação entre os dois (BRITO, 2001, p. 75).

Brito (2001) faz essa afirmação com base na teoria de Ausubel. De acordo com essa teoria, os conhecimentos prévios do aluno não devem ser desprezados, pois para que haja uma aprendizagem significativa deve haver uma interação dos conhecimentos que o aluno já possui com o novo conteúdo que está sendo adquirido. Os conhecimentos prévios dos alunos devem ser valorizados, logo cabe ao professor identificá-los e utilizá-los para ajudar o aluno a elaborar um novo conhecimento.

Esta aprendizagem é caracterizada pela *interação* de novas informações com os aspectos da estrutura cognitiva.

Para ocorrer esta aprendizagem significativa, algumas condições são necessárias. Uma delas é que o material a ser aprendido seja relacionável a estrutura cognitiva do aprendiz.

> A essência do processo de aprendizagem significativa é que idéias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira substantiva (não-literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante para aprendizagem dessas idéias. Este aspecto especificamente relevante pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito, uma proposição, já significativo (AUSUBEl, 1978 apud MOREIRA, 1999, p. 156).

No caso deste trabalho, o conceito significativo é a *função afim*, parte-se então deste conceito significativo para possibilitar a aprendizagem de *progressão aritmética* de forma substantiva e não arbitrária. Entende-se que a forma substantiva e não arbitrária ocorre quando há uma interação entre os conceitos, neste caso, *progressão aritmética* e *função afim*. Tal interação é construída pelos conhecimentos do aluno e possibilitada pelas escolhas didáticas do professor.

Uma outra condição explicitada por MOREIRA (1999) é “a disposição do indivíduo para relacionar, de maneira substantiva e não-arbitrária, o novo material, potencialmente significativo, à sua estrutura cognitiva” (MOREIRA, 1999, p. 156).

Para sabermos se essa aprendizagem realmente está ocorrendo, temos que verificar se há evidências. Moreira (1999) afirma:

> Propõe, então, que ao procurar a evidência de compreensão significativa, a melhor maneira de evitar a “simulação da aprendizagem significativa” é formular questões e problemas de uma maneira não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido (MOREIRA, 1999, p. 156).

Na compreensão da autora deste trabalho, a aprendizagem significativa ocorre quando o aluno, após estudar um certo conteúdo matemático, ao se deparar com um problema, por exemplo, consegue utilizar este conhecimento para resolvê-lo, mesmo este conteúdo aparecendo implicitamente no problema. Portanto os conteúdos devem ser questionados de maneiras diferentes pelo professor a fim de averiguar se houve ou não uma aprendizagem significativa. É interessante que os conteúdos sejam abordados nos exercícios como ferramenta[4], trabalhando questões diversificadas, tais como: pedir para o aluno explicar, justificar ou até mesmo dar definições, e não apenas como objeto, em que as questões exigem só aplicação de fórmulas para serem resolvidas. Em se tratando das atividades deste trabalho, na questão 2 (Figura 51) a *função afim* apresenta-se como objeto, enquanto que na questão 5 (Figura 30) tem-se *função afim* como ferramenta.

A aprendizagem pode ser influenciada por alguns fatores que são classificados por Ausubel (1978) em dois grupos de categoria: a intrapessoal e a situacional. A categoria

[4] Num tal funcionamento científico, as noções e teoremas matemáticos têm um estatuto de ferramenta, (...) Saber matemática é também identificar as noções e teoremas como elementos de um corpo cientificamente e socialmente reconhecido. É também formular definições, enunciar teoremas desse corpo e demonstrá-los. Dizemos então que esses saberes têm estatuto de objeto (MARANHÃO apud MACHADO, 2002, p. 116).

intrapessoal compreende os fatores internos do aluno e podem ser cognitivos ou afetivos-sociais. O intrapessoal está relacionado aos conhecimentos que já foram adquiridos e podem influenciar a aprendizagem geral. A categoria situacional refere-se à disposição do aluno para esta aprendizagem significativa. É preciso ter disposição para relacionar o novo material com as ideias existentes na estrutura cognitiva para ocorrer uma aprendizagem eficaz.

De acordo com Brito (2001), podemos dizer que ocorreu aprendizagem significativa quando o novo material é incorporado à estrutura cognitiva de maneira não arbitrária e substantiva (não literal).

As atividades desta pesquisa foram elaboradas tendo em vista uma aprendizagem significativa. Foram aplicadas ao alunado da 2ª. série do Ensino Médio que estão cursando o 1º. bimestre do ano letivo e já estudou *funções*. Isso permitirá averiguar se as novas informações (*sequências*) estarão interagindo de forma substantiva e não arbitrária com os conhecimentos que eles já possuem (*funções*), segundo a abordagem proposta neste trabalho, caracterizando a ocorrência desta aprendizagem.

2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo são apresentadas as opções metodológicas que nortearam a presente pesquisa.

2.1 Caracterização da pesquisa

Esta é uma pesquisa de caráter qualitativo. De acordo com Goldenberg (2000):

> Os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos. Estes dados não são padronizáveis como os dados quantitativos, obrigando o pesquisador a ter flexibilidade e criatividade no momento de coletá-los e analisá-los (GOLDENBERG, 2000, p. 53).

Os dados qualitativos exigem descrições detalhadas das situações envolvidas. Para a realização de uma pesquisa qualitativa de campo, não existem métodos e nem técnicas, pois cada entrevista ou observação é única: depende do tema, do pesquisador (professor em formação), dos pesquisados e também das imprevisíveis situações que ocorrem no dia a dia da pesquisa (GOLDENBERG, 2000).

Segundo Goldenberg (2000), as questões elaboradas devem ser claras, simples e diretas, o pesquisador deve ter um equilíbrio para não perguntar demais e nem ficar aquém do necessário. O importante não é verificar o que se conhece ou não, mas sim saber por que razão o entrevistado havia esquecido, ocultado, ou simplesmente não ter feito o registro do conhecimento.

O material coletado deve ser conservado para ser retornado no futuro ou para possibilitar que outros pesquisadores tenham acesso aos seus dados (GOLDENBERG, 2000).

A escolha do objeto de pesquisa está relacionada a um problema central. No caso desta pesquisa, tal problema consiste no fato de não ser feita uma conexão da *progressão aritmética* com a *função afim*, por ocasião do estudo da primeira (LIMA, 2001a). Goldenberg (2000) afirma que a delimitação do objeto de estudo deve ser claramente explicitada pelo pesquisador para que outros pesquisadores analisem as conclusões obtidas. O pesquisador também deve esclarecer as características dos indivíduos pesquisados a fim de que o leitor tire suas próprias conclusões sobre os resultados e a sua possível aplicação em outros grupos de situações similares[5].

As dificuldades encontradas durante a pesquisa, as pessoas que se recusaram a dar entrevistas, as perguntas que não foram respondidas pelos pesquisados, as contradições apresentadas assim como a inconsistência das respostas devem ser registradas, possibilitando uma visão ampla de estudo, e não apenas os aspectos positivos e os que "deram certo" (GOLDENBERG, 2000)[6].

2.2 Identificação dos participantes da pesquisa

Os participantes da pesquisa foram trinta e quatro alunos do 2º. ano do Ensino Médio de um colégio da rede estadual localizado no município de Campos dos Goytacazes (RJ), do turno matutino. Escolheu-se essa turma, uma vez que esse público alvo ainda não estudou *progressão aritmética*, apenas *função afim*.

Para a análise das atividades, foram consideradas apenas as atividades dos discentes que compareceram aos quatro encontros, no caso em tudo, vinte e quatro alunos.

Essa turma esteve, no ano anterior, sem aulas de Matemática, durante dois bimestres e em consequência disso, apresentou muitas dificuldades nos pré-requisitos.

2.3 As atividades

Como afirmado nas considerações iniciais, estruturam-se as atividades visando a uma aprendizagem significativa dos alunos. Algumas questões foram elaboradas pela professora em formação, outras, adaptadas de alguns livros de Ensino Médio. A ordenação das questões teve como objetivo possibilitar aos alunos, que ao resolvê-las, fossem capazes de identificar uma *progressão aritmética* como uma restrição da *função afim*.

Inicialmente foram previstas três atividades. A primeira (Apêndice 3) continha questões sobre *função afim* e *progressão aritmética* de modo implícito, isto é, os enunciados tratavam de problemas que não remetiam diretamente ao tema *progressões aritméticas*. O objetivo era o de fazer os alunos perceberem essa conexão e assim evidenciarem uma aprendizagem significativa. Porém, durante a experimentação no segundo ano do Ensino

---

[5] Neste trabalho, no item 2.2, consta a identificação dos participantes da pesquisa.
[6] Neste trabalho são apresentadas as dificuldades encontradas durante a realização do mesmo.

Médio, tendo em vista a dificuldade que a turma apresentou no primeiro encontro, fez-se necessário organizar uma atividade intermediária (Apêndice 5) a fim de verificar se os alunos haviam compreendido aspectos da *função afim* e da *progressão aritmética*, tais como: a identificação dos coeficientes linear e angular, a relação entre este último e o crescimento e decrescimento da *função*, reconhecimento da lei da *função* e de que seu gráfico era uma reta, além da identificação da razão, do primeiro termo de uma *progressão aritmética* e se esta era crescente ou decrescente. A atividade intermediária foi aplicada entre a atividade 2 (Apêndice 4) e a atividade 3 (Apêndice 6).

A atividade 2 (Apêndice 4), constava de uma questão com alguns gráficos para que os alunos identificassem qual deles indicava a representação gráfica de uma *progressão aritmética*.

A atividade 3 (Apêndice 6), incluía cinco questões de *função afim* e *progressão aritmética* (de modo implícito) para avaliar se houve uma aprendizagem significativa. Para esta avaliação, os alunos resolveram a atividade individualmente, sem nenhuma ajuda da professora em formação ou da professora da turma.

Foi realizado um teste exploratório com seis alunos do 6º. período de um curso de Licenciatura em Matemática de Campos dos Goytacazes (RJ) com as atividades um e dois, visando avaliar o material preparado, o tempo gasto na resolução das atividades e a condução da aula. Foram seis horas de duração distribuídos em dois momentos de três horas.

A experimentação das atividades aplicadas no teste exploratório e no Ensino Médio foi organizada segundo os quadros a seguir (Figuras 2 e 3):

Teste exploratório	
Atividade	Encontro
1	Primeiro
2	Segundo

Figura 2: Quadro da aplicação das atividades no teste exploratório

Ensino Médio	
Atividade	Encontro
1	Primeiro
1	Segundo
2	Terceiro
Intermediária	Terceiro
3	Quarto

Figura 3: Quadro da aplicação das atividades na turma do Ensino Médio

O primeiro, segundo e terceiro encontros na turma de Ensino Médio foram dirigidos pela professora em formação. No quarto encontro, ocorreu a resolução de uma atividade de avaliação que foi aplicada pela professora da turma seguindo orientações da professora em formação.

3. RELATO E ANÁLISE DA PESQUISA

3.1 O teste exploratório

O teste exploratório foi realizado nos dias 02 e 09 de dezembro de 2009 em uma turma de 6°. período (diurno) do Curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública. Essa turma compunha-se de seis alunos e a aplicação do teste durou três horas em cada dia.

Primeiro encontro

Inicialmente foi entregue a atividade (Apêndice 1) que constava de 13 questões para que os alunos resolvessem individualmente, mas podiam comunicar-se, o que ocorreu poucas vezes. As dúvidas eram esclarecidas pela professora em formação à medida que surgiam.

As atividades não foram solucionadas tão rapidamente. Por isso, para resolução, foram selecionadas as questões de 1 a 7, 10, 13 e 14, uma vez que 3 horas não seria suficiente para o término das atividades. O tempo utilizado pelos alunos para resolver as questões propostas indicou que seria adequado uma redução do número de questões, pois extrapolou o tempo previsto, deste modo, foram retiradas as questões: 8, 9, 11, 12 e 15.

Após a resolução das questões, a professora em formação indagou aos alunos se eles relacionavam as expressões encontradas como resposta de cada questão com algum conteúdo. A resposta foi *sim* e que o conteúdo era *função*.

Os alunos foram questionados sobre o que lembravam sobre *função afim*, e as respostas orais foram organizadas no quadro branco, utilizando um mapa conceitual (Figura 4).

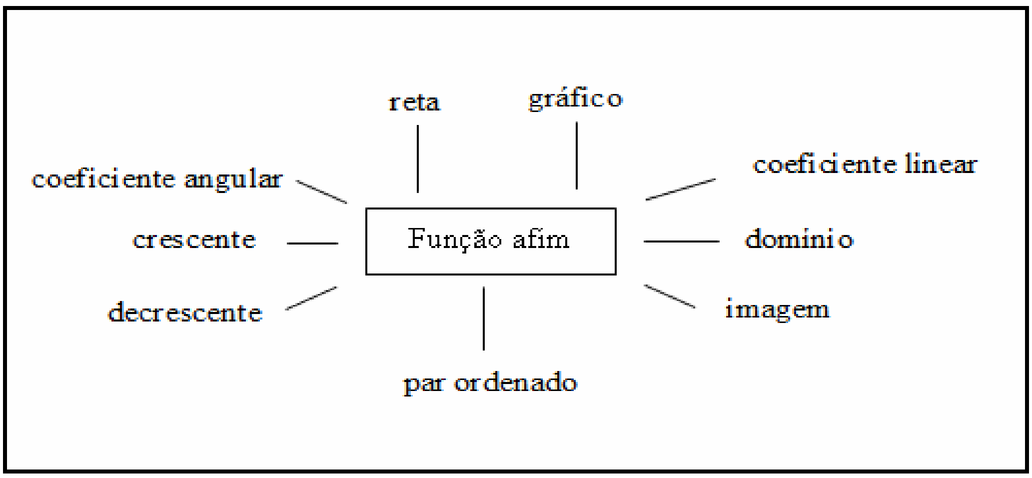


Figura 4: Modelo do mapa conceitual construído pela professora em formação durante o teste exploratório

Como eles já lembravam de muitos conhecimentos sobre o tema, a professora em formação fez uma breve revisão, propondo um diálogo. Nesse diálogo e nos demais neste trabalho, considere P para a professora em formação e A para o aluno:

P: Qual é a lei de uma função afim?
A: y = ax + b.
P: O **a** é chamado de?
A: Coeficiente angular.
P: E o **b**?
A: Coeficiente linear.
P: Quando que a função afim é crescente?
A: Quando **a** é maior que **zero**.
P: E quando que é decrescente?
A: Quando **a** é menor que **zero**.
P: Qual é o domínio da função?
A: IR
P: Qual é a imagem?
A: IR

Em seguida, foi perguntado em quais questões a resposta encontrada foi *função afim*. Os alunos responderam que eram as questões: 1, 2, 3, 7, 10, 13 e 14.

Na primeira e segunda questões, aparecia uma tabela que foi feita no quadro branco para que os alunos a observassem. Depois, a professora em formação perguntou se existiam semelhanças entre a tabela da primeira e a da segunda questão. Então eles responderam que de um elemento para outro era acrescentado um valor constante, ou seja, a diferença entre elementos consecutivos era constante. Veja, como exemplo, a tabela da primeira questão (Figura 5):

t (em meses)	1	2	3
J (em reais)	60	120	180

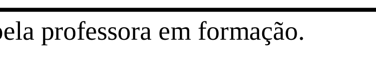


Figura 5: Tabela desenhada no quadro pela professora em formação.

Os alunos observaram que como essa diferença era constante, então, as *sequências* eram *progressões aritméticas* em que o primeiro termo de cada uma delas era igual a 1.

Foi solicitado que construíssem uma definição para *progressão aritmética*. Uma das respostas foi que *progressão aritmética* é uma *sequência* em que cada termo é igual ao anterior mais um valor constante.

Em seguida, escreveu-se no quadro a definição apresentada por Iezzi e Hazzan (1993):

> Chama-se progressão aritmética (P.A.) uma seqüência pela seguinte fórmula de recorrência:
>
> $$\begin{cases} a_1 = a \\ a_n = a_{n-1} + r \ \forall\ n \in \mathbb{N},\ n \geq 2 \text{ em que } a \text{ e } r \text{ são números reais dados.} \end{cases}$$
>
> (IEZZI; HAZZAN, 1993, p. 6)

Foi feita uma identificação dos termos da *progressão aritmética* considerando a fórmula do termo geral: $a_n = a_1 + (n-1)r$, que não foi demonstrada, pois já era conhecida pelos alunos.

Os educandos disseram que quando a razão é maior que **zero**, a *progressão aritmética* é crescente; quando a razão é menor que **zero**, a progressão aritmética é decrescente e, quando a razão é igual a **zero**, é constante e o domínio é IN*.

Surgiu uma dúvida ao identificar o termo independente, pois considerando $a_n = a_1 + (n-1)r$ o independente seria o a_1, mas ao distribuirmos temos $a_n = a_1 + nr - r$, logo o termo independente seria $a_1 - r$. A professora em formação não aprofundou a reflexão sobre tal dúvida.

Os alunos sabiam que a *função afim* é uma *função* definida de IR em IR, tal que $\forall$ x $\in$ IR, $\exists$ y $\in$ IR, de modo que $y = ax + b$, a $\neq$ 0, pois eles tinham acabado de ver que *progressão aritmética* é toda *sequência* de modo que cada elemento é igual ao anterior, a partir do segundo termo, somado com um número e esse número é real.

Em vista destas colocações, foi perguntado o que se observa entre *função afim* e *progressão aritmética*. Eles responderam que *progressão aritmética é uma função afim.*

A professora em formação, então, disse que como a *progressão aritmética* é uma *função* cujo domínio é o conjunto {x $\in$ IN / x ≥ 1}, daí a *progressão aritmética* é uma restrição da *função afim*, uma vez que o domínio da *progressão aritmética* está contido no domínio da *função afim*.

A definição de *sequência* de acordo com Lima (2001a) foi escrita no quadro:

> Seqüências são funções cujo domínio é o conjunto dos números naturais (seqüência infinita) ou o conjunto dos *n* primeiros números naturais (seqüência finita, com *n* elementos) (LIMA, 2001a, p. 22).

Não foi possível a resolução de todas as atividades previstas em apenas 3 horas, o que ocorreu uma semana após este primeiro encontro.

Segundo Encontro

A *progressão aritmética* é uma restrição da *função afim* e sendo assim, é possível estabelecer relações entre esses dois conteúdos. Então, a professora em formação iniciou o segundo encontro escrevendo no quadro a seguinte questão:

É possível estabelecer um paralelo entre os elementos de uma *função afim* e os elementos de uma *progressão aritmética*? Se possível, como seria?

Após alguns minutos, os alunos fizeram o seguinte quadro (Figura 6), que foi reproduzido no quadro pela professora em formação.

Função afim	P.A.
Y = ax +b	$a_n = a_1 + (n – 1)r$
Crescente a > 0	Crescente r > o
Decrescente a < 0	Decrescente r < 0
Domínio: IR	Domínio: IN*
Gráfico: reta	Gráfico: formado por pontos colineares
Termo independente: b	Considerando $a_n = a_1 + (n – 1)r$: termo independente: a_1

Figura 6: Modelo do quadro feito pelos alunos

Depois, a atividade dois (Apêndice 2) foi entregue para que eles resolvessem sozinhos.

Um dos alunos teve a seguinte dúvida: *se na função afim **b** é o valor onde o gráfico intersecta o eixo y, na progressão aritmética, em que valor irá intersectar o eixo x?* Este questionamento não foi aprofundado.

De modo geral, os alunos ainda não tinham atentado para o fato de que a *progressão aritmética* é uma restrição da *função afim*. Esta conexão/relação foi observada por eles no decorrer dos dois encontros.

Uma aluna disse oralmente que foi interessante abordar esses dois conteúdos simultaneamente, pois segundo ela, a *progressão aritmética* é mais difícil do que a *função* *afim* e quando a *progressão aritmética* é estudada, o enfoque dado recai na parte algébrica e não na geométrica. Realmente essas observações estão em consonância com o que Lima (2001a) afirma:

> Não é feita figura alguma ilustrando que os termos de uma P.A. são igualmente espaçados sobre uma reta e nem é apresentado o gráfico de uma P.A. onde seus termos seriam pontos alinhados do plano (LIMA, 2001a, p. 56).

Após esse teste, foram feitas algumas modificações de alguns enunciados a fim de clarificar o objetivo de cada questão. Com o teste, também foi possível verificar qual seria a condução da aula e o tempo necessário para conclusão das atividades.

3.2 A experimentação na turma da 2ª. série do Ensino Médio

Primeiro encontro

Inicialmente, a professora em formação apresentou-se e falou que a participação dos alunos seria muito importante. Em seguida, foi entregue a atividade 1 que constava de nove questões (Apêndice 3) para serem resolvidas num tempo de duas horas e, se surgissem dúvidas, eles poderiam perguntar. Os alunos olharam, folhearam e falaram que era muito exercício; que não sabiam fazer; que já estavam com fome e que gostavam de sair cedo. A professora em formação, mais uma vez, disse que aquela atividade era importante e que eles precisariam resolver. Para a resolução, os alunos sentaram-se em grupos (Figura 7) de dois ou três alunos, seguindo orientação da professora em formação.

Figura 7: Alunos sentados em grupo para resolução da atividade

A professora da turma permaneceu na sala durante todo o encontro, porém não interveio em nenhum momento.

Ao olhar a primeira questão, eles falaram que não sabiam como fazer. Mediante a reclamação, a professora da turma olhou a atividade e disse que no ano anterior (1º. ano do Ensino Médio) esses alunos ficaram um semestre sem professor de Matemática e com isso, o que eles estudaram sobre *função afim* (pré-requisito para a resolução da atividade 1) foi muito pouco.

Então, a professora em formação leu o enunciado da primeira questão (Figura 8) com eles e perguntou o que acontecia de um mês para o outro. Eles responderam que estava aumentando de 60 em 60.

1. Observe a tabela:[i]

t (em meses)	1	2	3
J (em reais)	60	120	180

a) Dê a lei da função que expressa os juros simples em função do prazo de acordo com a tabela.

b) Construa o gráfico dessa função.

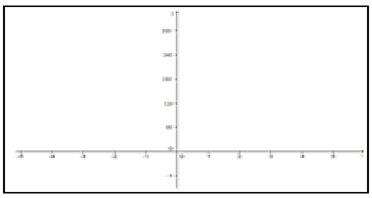
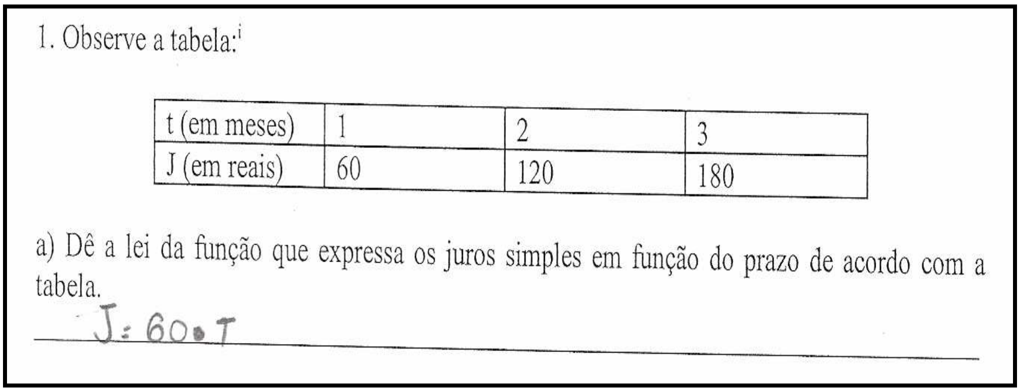


Figura 8: Primeira questão da atividade 1

A professora em formação enfatizou que R$ 60,00 aumentava todo mês. Os alunos perceberam que o juro simples dependeria da quantidade de meses. Apesar de notarem que o juro aumentava R$ 60,00 a cada mês e que o juro dependia da quantidade de meses, os educandos não conseguiram responder ao item **a**, cuja resposta era $J = 60t$, ou seja, tiveram dificuldades em escrever na linguagem matemática.

Após a explicação da professora em formação para o item **a**, os alunos responderam a questão. A seguir (Figura 9), resposta de um aluno:



1. Observe a tabela:

t (em meses)	1	2	3
J (em reais)	60	120	180

a) Dê a lei da função que expressa os juros simples em função do prazo de acordo com a tabela.

J: 60•T

Figura 9: Resposta da primeira questão item **a**

No item **b**, que solicitava a construção do gráfico da *função*, os alunos construíram o gráfico corretamente e disseram que sabiam marcar pontos no plano cartesiano. Neste item, o percentual de acerto foi de 83%. Ressalta-se que nas questões que tiveram interferência da professora em formação, devido às condições da turma, não se considerou percentual de acerto para a análise. A seguir (Figura 10), resposta de um aluno:

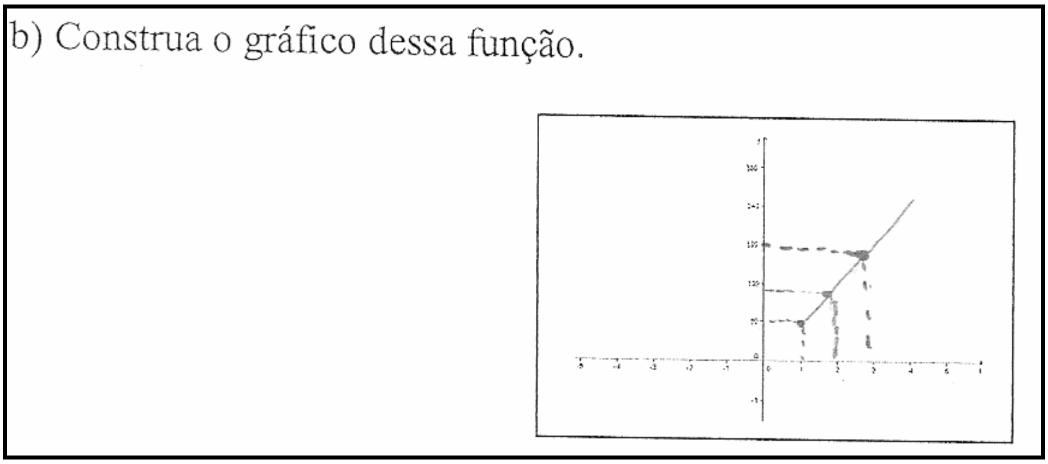
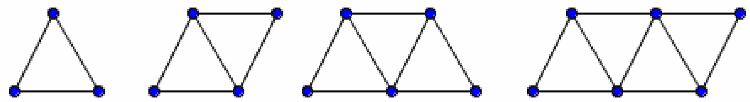


Figura 10: Resposta do item **b** da primeira questão

A segunda questão (Figura 11) solicitava, no item **a**, o preenchimento de uma tabela que relacionava o número de triângulos formados com o número de palitos necessários para tal.

2. Observe a sequência de triângulos formados por palito: [ii]



a) Complete a tabela :

Número de triângulos	Número de palitos
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
n	

Figura 11: Segunda questão da atividade 1

Os alunos foram completando a coluna com o número de palitos até quatro triângulos e perguntaram quantos palitos eram precisos para formar cinco triângulos. Então, a professora em formação perguntou o que acontecia com o número de palitos. Eles falaram que aumentava de dois em dois. Deste modo, eles continuaram a tabela. Porém em **n** triângulos, eles se espantaram, perguntando que **n** era aquele. Esse fato pode sugerir que a transposição didática dos conteúdos matemáticos tem sido calcada na resolução de exercício[7], utilizando, de modo restrito, atividade de observação e generalizações. Segue-se o diálogo entre a professora em formação e os alunos, iniciado pela professora em formação no momento em que eles se depararam com o **n**:

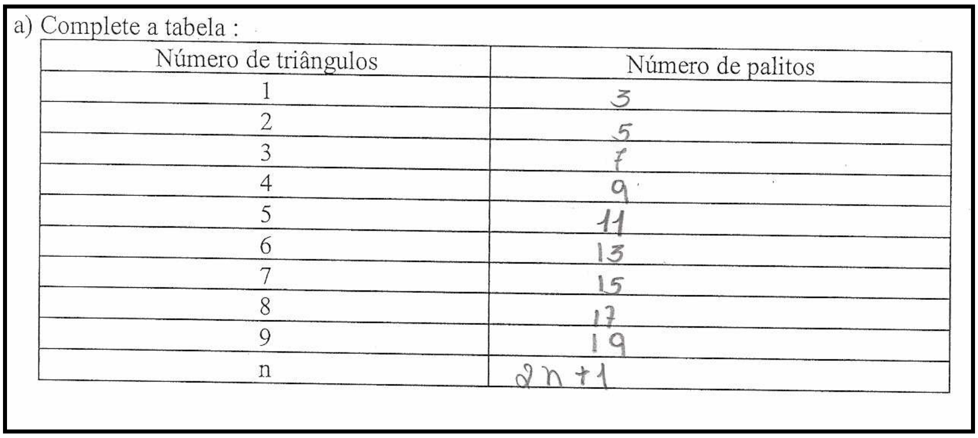
> P: Com um triângulo, qual é o número de palitos?
> A: Três.
> P: Com dois triângulos, qual é o número de palitos?
> A: Cinco.
> P: Três é o quê de um? Cinco é o quê de dois? É o dobro?

Neste momento os alunos perceberam que o número de palitos era igual ao dobro do número de triângulos somado com um:

[7] Aqui, adotou-se a concepção de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 22-23) para problema e exercícios: “um problema é uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata, enquanto que um exercício é uma questão que pode ser resolvida usando um método já conhecido”.

P: Se o número de triângulo for **n**, qual vai ser o número de palitos?
A: 2n + 1.

Em seguida, os alunos puderam completar a tabela. Neste item, o percentual de acerto foi de 100%. A seguir (Figura 12), resposta de um aluno:


a) Complete a tabela :

Número de triângulos	Número de palitos
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	15
8	17
9	19
n	2n +1

Figura 12: Resposta da segunda questão item **a**

No item **b** (Figura 13), o aluno deveria expressar a lei que relacionava o número de palitos em função do número de triângulos.

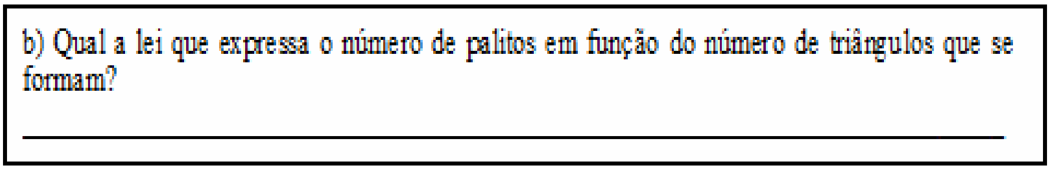
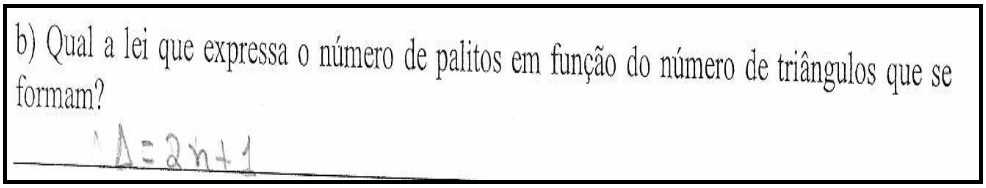

b) Qual a lei que expressa o número de palitos em função do número de triângulos que se formam?

Figura 13: Item **b** da segunda questão

Neste item**,** eles perguntaram se a resposta seria a mesma que aparecia na tabela quando o número de triângulo era **n**, o que foi confirmado pela professora em formação. A seguir (Figura 14), resposta de um aluno:


b) Qual a lei que expressa o número de palitos em função do número de triângulos que se formam?

A = 2n+1

Figura 14: Resposta de um aluno para o item **b** da segunda questão

No item **c** (Figura 15), o aluno teria que responder de que tipo era a *função* encontrada no item anterior.

c) De que tipo é essa função?

Figura 15: Item **c** da segunda questão

Neste momento, a professora em formação teve que falar que a expressão encontrada no item anterior era uma *função afim* ou *função polinomial do primeiro grau*, pois eles não conseguiram reconhecer, uma vez que no ano anterior o conteúdo foi visto de forma superficial. A seguir (Figura 16), resposta de um aluno:

c) De que tipo é essa função?
De 1º grau

Figura 16: Resposta da segunda questão item **c**

No item **d** (Figura 17) era pedido o domínio e a imagem da função.

d) Qual o domínio e a imagem da função?

Figura 17: Segunda questão item **d**

Os alunos não sabiam o que era domínio e nem o que era imagem. A professora em formação disse que numa *função*, o domínio são os valores que **x** pode assumir e imagem, os valores de **y**, utilizando uma linguagem bem simples para melhor compreensão. Em seguida, foi pedido que os alunos olhassem a tabela e respondessem. Alguns alunos responderam apenas o domínio ou apenas a imagem. Portanto para análise deste item foram considerados domínio e imagem separadamente. Em relação ao domínio, o percentual de acerto foi de 92% e 8% dos alunos não responderam. Para o conjunto imagem, o percentual de acerto foi de 8%, 13% deixaram em branco e 79% das respostas apresentaram erro, pois os alunos responderam que a imagem eram os números naturais maiores que 3. A seguir (Figura 18), resposta de um aluno:

d) Qual o domínio e a imagem da função?
D = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}   Im = {3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19}

Figura 18: Respostas do item **d** da segunda questão

Alguns, ao invés de dizer que D = IN* e a Im = {P ∈ IN / P é ímpar}, responderam apenas os valores que apareciam na tabela, resposta condizente com o que foi explicado.

No item **e** (Figura 19), o aluno teria que construir o gráfico da *função* e responder se seria uma reta e justificar a resposta.

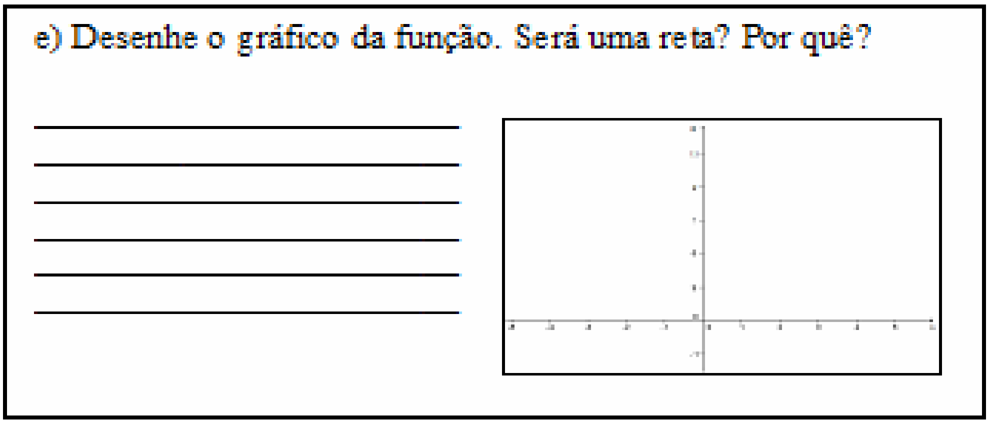


Figura 19: Segunda questão item **e**

Grande parte dos alunos fez uma reta e falou que por ser *função* do primeiro grau, o gráfico era uma reta, não atentando para o domínio da *função*, mas alguns alunos responderam corretamente. Neste item, o percentual de acerto foi de 25%. Dentre os alunos que não acertaram este item, alguns marcaram apenas os pontos, porém justificaram dizendo que o gráfico era uma reta. A seguir (Figura 20), respostas de dois alunos:

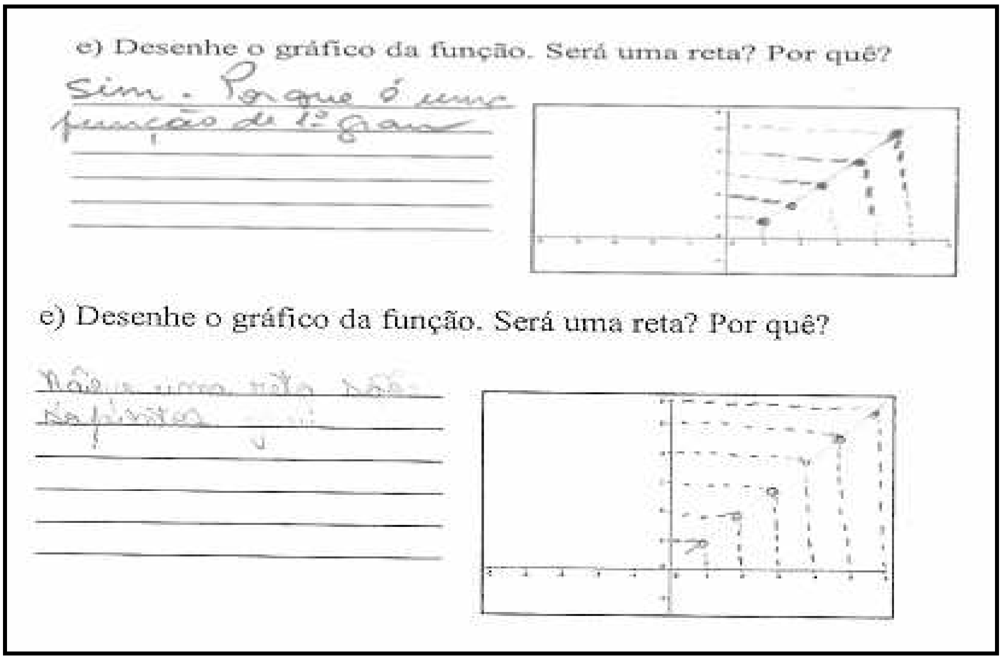
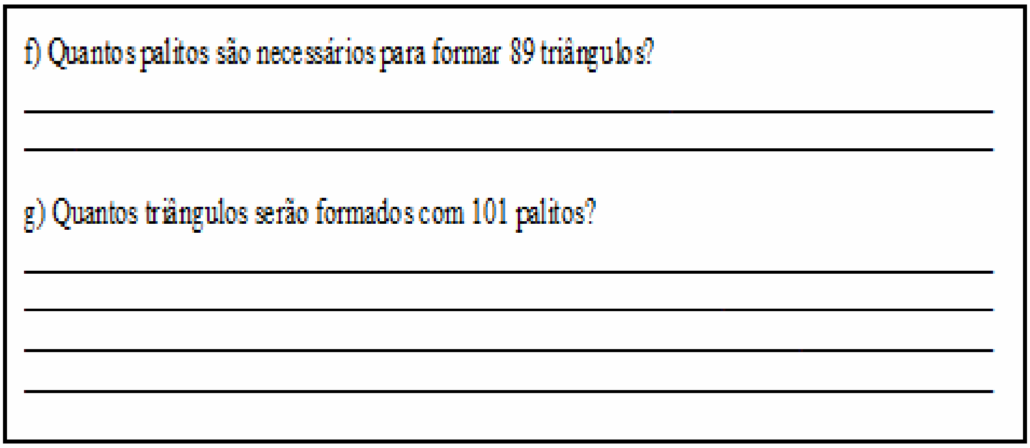


Figura 20: Resposta da segunda questão item **e** de dois alunos

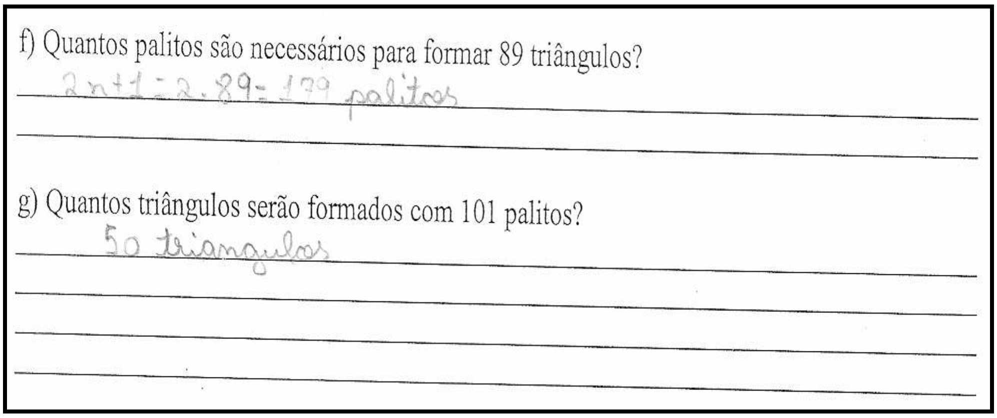
No item **f** (Figura 21), o aluno teria que calcular a quantidade de palitos necessários para a formação de 89 triângulos e, no item **g** (Figura 21), calcular a quantidade de triângulos necessários para formar 101 palitos.


f) Quantos palitos são necessários para formar 89 triângulos?

g) Quantos triângulos serão formados com 101 palitos?

Figura 21: Itens **f** e **g** da segunda questão

Esses dois itens foram respondidos sem dificuldades. No item **f** o percentual de acerto foi de 88% e no **g** foi de 83%. A seguir (Figura 22), resposta de um aluno.


f) Quantos palitos são necessários para formar 89 triângulos?

2n+1=2.89=179 palitos

g) Quantos triângulos serão formados com 101 palitos?

50 triangulos

Figura 22: Respostas dos itens **f** e **g** da segunda questão

Neste momento, a professora em formação percebeu que a dificuldade estava na interpretação das questões, uma vez que esses dois itens eram de mais fácil compreensão.

Na terceira questão (Figura 23), requeriam-se do aluno a observação da *sequência* de figuras e a elaboração de uma expressão que relacionasse o número de pontos assinalados em cada figura da *sequência* com o número de quadrados da mesma figura.

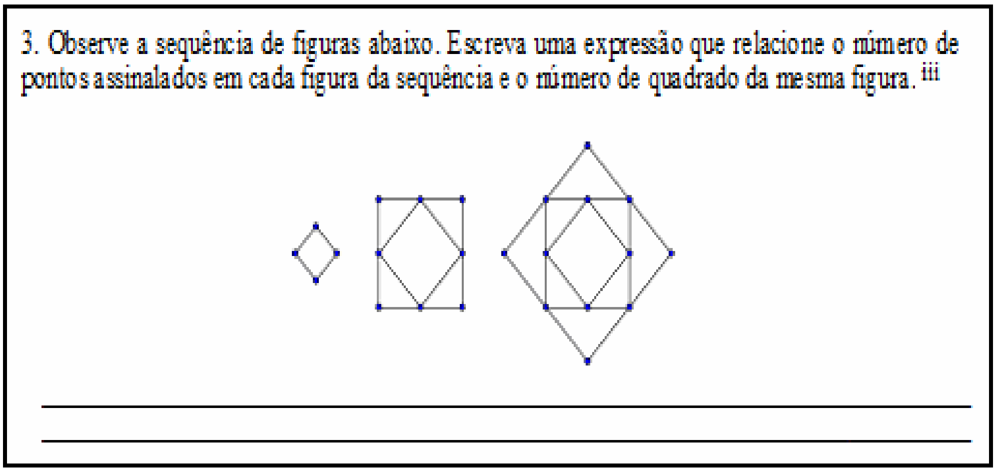


Figura 23: Terceira questão

Para a resolução desta questão, era necessária a observação. O diálogo a seguir foi entre a professora em formação e os alunos, iniciado pela professora em formação, em vista da dificuldade apresentada pelos alunos, pois a ela era solicitada pelos alunos ininterruptamente:

> P: Um quadrado tem quantos pontos?
> A: Quatro.
> P: Dois quadrados têm quantos pontos?
> A: Oito.
> P: E três quadrados?
> A: Doze.

Depois do diálogo, eles conseguiram responder à questão. A seguir (Figura 24), resposta de um aluno:

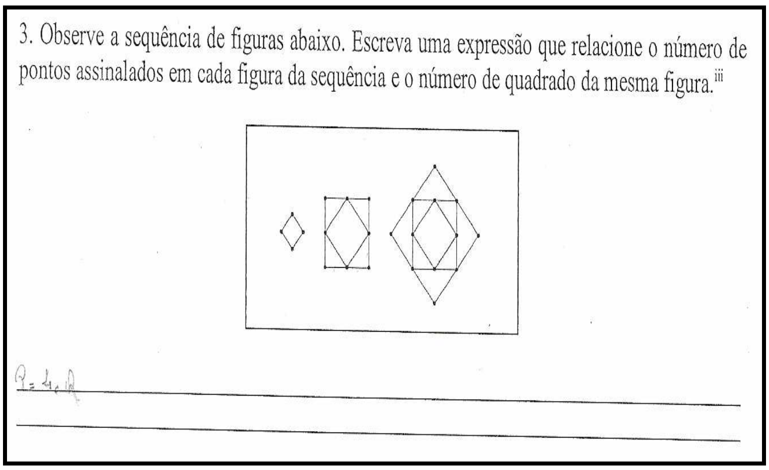


Figura 24: Resposta da terceira questão

A quarta questão (Figura 25) solicitava a compreensão para que pudesse ser resolvida.

4. Um corpo percorre 4,9 m durante o 1°. segundo. Depois disso, em cada segundo percorre sempre 9,8m a mais do que no segundo anterior. [iv]
Quantos metros o corpo percorrerá em 8 segundos?

Figura 25: Quarta questão

Diante das dificuldades apresentadas pelos alunos para resolver as questões anteriores que eram consideradas mais simples pela professora em formação, esta ficou surpresa com a facilidade com que os alunos resolveram a questão 4 (Figura 25). É importante registrar que alguns alunos agrupados já haviam resolvido e chamavam a professora em formação para verificar se estava correto o resultado. Nesta questão, o percentual de acerto foi de 75%. A seguir (Figura 26), registro do raciocínio de um aluno:

1º - 4,9 m
2º - 4,9 m + 9,8
3º 4,9 + 9,8 + 9,8
4º 4,9 + 9,8 + 9,8, 9,8

Figura 26: Solução de um aluno para a quarta questão

Este aluno observou que 4,9 m eram percorridos sempre e que a partir do tempo igual a 2 segundos, percorria-se 9,8 m a mais em relação ao segundo anterior. Partindo deste raciocínio, ele escreveu a lei. A seguir (Figura 27), resposta de um aluno:

a): 4,9 + (t - 1) . 9,8

Figura 27: Resposta da quarta questão

Alguns alunos escreveram a lei corretamente, mas esqueceram de responder à questão que pedia a distância percorrida pelo corpo em 8 segundos.

Outros alunos responderam, mas cometeram um equívoco na resolução algébrica, resolvendo primeiro a adição ao invés da multiplicação. A seguir (Figuras 28 e 29), resolução de dois alunos para a quarta questão:

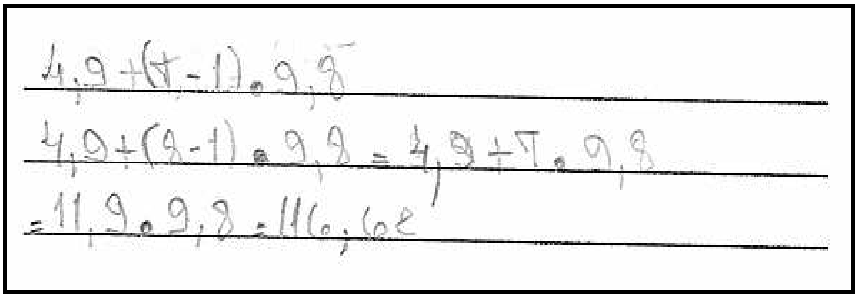


Figura 28: Resolução da quarta questão apresentando erro

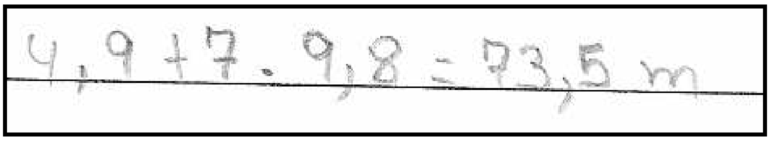


Figura 29: Resposta correta para a quarta questão

Enquanto a professora em formação esclarecia dúvidas de alguns alunos, ela pôde ouvir os que já haviam entendido, explicando para os colegas. Observou-se uma mudança no comportamento dos alunos com relação à participação e interesse nas tarefas propostas. Pode-se afirmar que o tipo de transposição didática feita pela professora em formação pôde estimular a modificação de atitude do aluno em relação à sua conduta acadêmica, pois nesta turma, como afirmado no início deste relato, prevalecia o desinteresse pela atividade proposta. Isso mostra a influência da transposição didática proposta nos fatores intrapessoal, que neste trabalho é a *função afim* e situacional dos alunos, ou seja, a disposição do aluno para a aprendizagem significativa, permitindo mudanças. Após a resolução de três questões, grande parte da turma já apresentava iniciativa própria para buscar soluções.

A quinta questão (Figura 30) possuía um gráfico e continha cinco itens para serem respondidos.

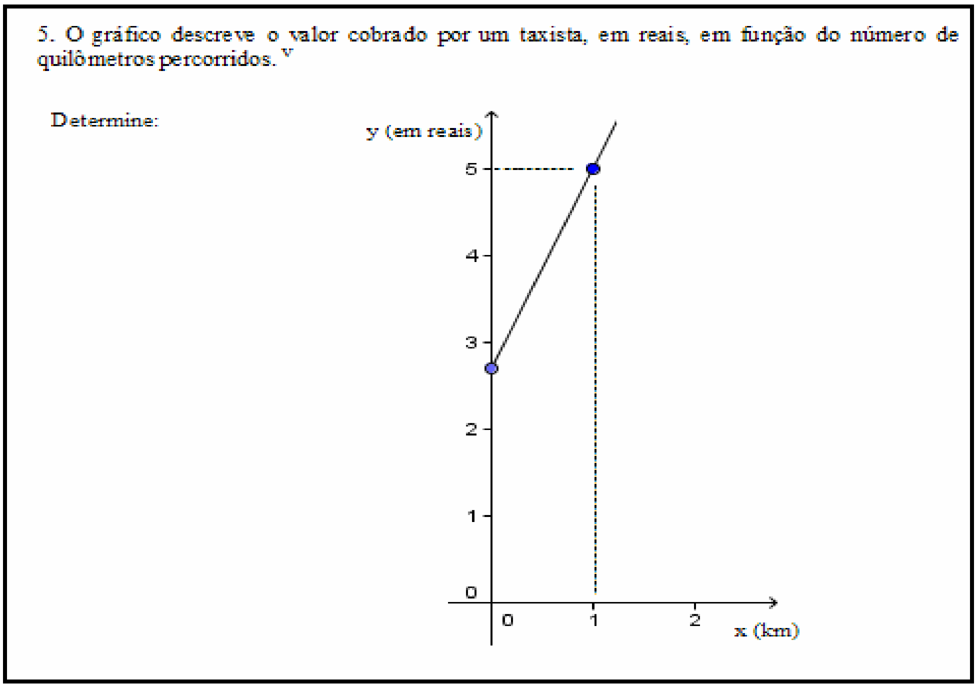


Figura 30: Quinta questão

Nesta questão houve dificuldades na interpretação do gráfico. Essa questão constava de cinco itens: **a**, **b**, **c**, **d** e **e**.

No item **a** (Figura 31), era para determinar o preço da bandeirada.

a) O preço da bandeirada (valor fixo que é pago).

Figura 31: Quinta questão item **a**

Nesse momento, a professora em formação teve que falar que bandeirada é um valor fixo que a pessoa paga ao utilizar o táxi. O valor inicial correspondia ao ponto em que o tempo (abscissa) era igual a **zero**. Nesta questão, este valor era aproximadamente R$ 2,70.

No item **a**, o percentual de acerto foi de 100%. A seguir (Figura 32), resposta de um aluno:

a) O preço da bandeirada (valor fixo que é pago).
R$: 2,70

Figura 32: Resposta da quinta questão item **a**

No item **b** (Figura 33), era solicitado o preço cobrado por quilômetro rodado.

b) O preço cobrado por quilômetro rodado.

Figura 33: Quinta questão item **b**

Neste item, alguns alunos tiveram dúvidas para responder. Pensaram que a resposta seria R$ 5,00. Então, a professora disse que nesses R$ 5,00 estava incluída a bandeirada. Depois de esclarecida a dúvida, os alunos responderam. O percentual de acerto foi de 92%. A seguir (Figura 34), resposta de um aluno:

b) O preço cobrado por quilômetro rodado.

R$ 5 - 2,7 = 2,3

Figura 34: Resposta da quinta questão item **b**

No item **c** (Figura 35), era solicitada a expressão relacionada ao gráfico.

c) A expressão relacionada ao gráfico.

Figura 35: Quinta questão item **c**

Os alunos observaram que R$ 2,70 era fixo e que para cada km rodado, era cobrado R$ 2,30. Neste item, o percentual de acerto foi de 100%. A seguir (Figura 36), resposta de um aluno:

c) A expressão relacionada ao gráfico.

$y = 2,70 + 2,3 \cdot x$

Figura 36: Resposta do item **c** da quinta questão

No item **d** (Figura 37), os alunos tinham que calcular o preço que seria cobrado por uma corrida de 12 km. A lei da função que fornecia o valor pago encontrado no item **c** foi: $y = 2{,}7 + 2{,}3x$.

d) O preço de uma corrida com percurso de 12 km.

Figura 37: Quinta questão item **d**

Depois de substituir **x** por 12, três alunos cometeram um erro: somaram 2,7 com 2,3 e depois multiplicaram o resultado por doze. O percentual de acerto foi de 75%. A seguir (Figura 38), resposta de um aluno.

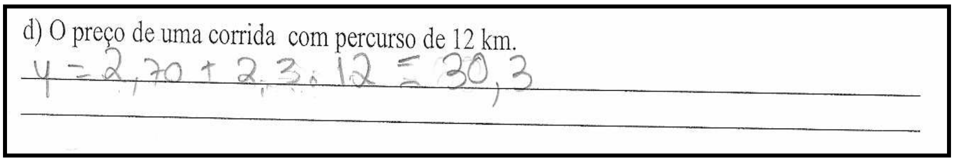

d) O preço de uma corrida com percurso de 12 km.
y = 2,70 + 2,3 . 12 = 30,3

Figura 38: Resposta do item **d** da quinta questão

No item **e** (Figura 39), era solicitada a distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 21,10.

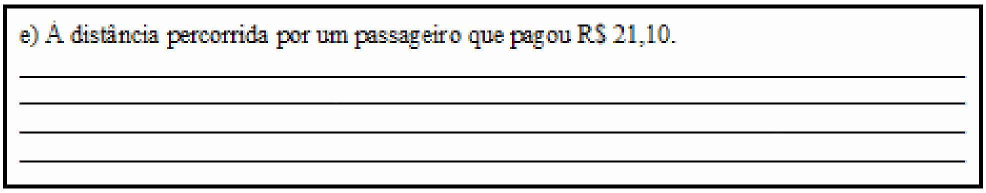

e) À distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 21,10.

Figura 39: Quinta questão item **e**

O percentual de acerto foi de 87%. A seguir (Figura 40), resposta de um aluno:

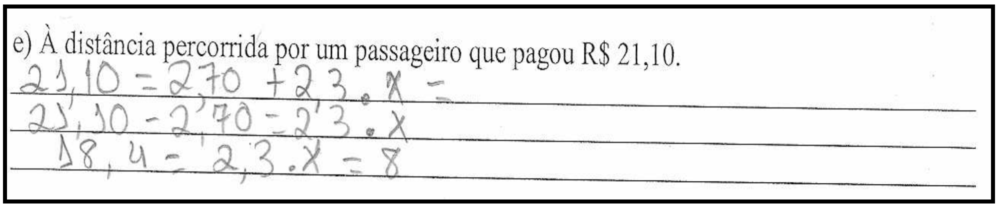

e) À distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 21,10.
21,10 = 2,70 + 2,3 . x =
21,10 - 2,70 = 2,3 . x
18,4 = 2,3 . x = 8

Figura 40: Resposta da quinta questão item **e**

A sexta questão (Figura 41) apresentava um gráfico e uma questão relacionada a ele. Os alunos observaram que os intervalos eram iguais, e somaram 37 a 461, encontrando a resposta correta. Nesta questão, o percentual de acerto foi de 100%. A seguir (Figura 41), resposta de um aluno:

Figura 41: Sexta questão

A professora em formação decidiu resolver as questões seguintes (Figura 42) junto com os alunos. Em vista deles não terem realizado um estudo consistente de *função afim*, poderiam ter dúvidas com relação aos coeficientes linear e angular, os quais eram objetos das questões:

7. Pablo comprou um aparelho eletrônico por R$ 2000,00. Passados 6 anos, o seu valor passa a ser igual a R$ 800,00.
Encontre a equação que descreve o valor do aparelho em cada ano, supondo uma desvalorização anual nos primeiros 9 anos.

___

8. O coeficiente angular da reta que representa a função afim $f(x) = ax + b$ é igual a 2. Sabendo que $f(1) = 3$, calcule $f(5)$.

___

9. A reta que representa uma função afim, intersecta o eixo y no ponto (0, 3) e, o eixo x no ponto (6, 0). Escreva uma equação para esta função.

___

Figura 42: Questões 7, 8 e 9

Mesmo os alunos tendo dificuldades, eles participaram e foram mostrando interesse no decorrer da atividade.

Segundo Encontro

Devido às dificuldades apresentadas pelos alunos no encontro anterior, a professora em formação decidiu que seria necessário retomar a *função afim* antes de prosseguir a aula.

Primeiramente, a professora em formação devolveu a atividade a cada aluno para que pudesse dar continuidade a aula e, em seguida, colocou no quadro a definição de *função afim*: “Chama-se função polinomial do primeiro grau, ou função afim, a qualquer função *f* de IR em IR dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, em que **a** e **b** são números reais dados e **a** $\neq 0$” (IEZZI et al, 2002, p. 39). Foi perguntado se eles sabiam o que era **a** e **b** na *função*. Como não sabiam, foi dito que **a** era chamado de coeficiente angular e **b** de coeficiente linear.

Depois, foram colocadas no quadro algumas *funções* para que eles pudessem identificar *função afim*, o coeficiente angular e o linear. As funções foram: $y = 2x + 3$, $y = \sqrt{x}$, $y = x^2 + 3$, $y = 3 - x$. Eles falaram corretamente que: $y = 2x + 3$ é *função afim* com **a** = 2 e o **b** = 3 e $y = 3 - x$ também era *função afim* com **a** = -1 e **b** = 3 (neste último exemplo, um aluno disse que estava invertido). Em seguida, a professora em formação falou que a *função* pode ser crescente ou decrescente. Quando o valor de **a** é maior do que **zero** a *função* é crescente e quando o valor de **a** é menor do que **zero**, é decrescente. Esta relação foi retomada mais a frente.

Pediu-se aos alunos que olhassem o item **b** da primeira questão para responder qual era a representação gráfica de uma *função afim*. Então eles falaram que era uma reta.

Foi mostrado também que domínio são os valores que **x** pode assumir e que em $y = ax + b$, **x** pode ser qualquer número real. Logo, o domínio é o conjunto dos números reais. A imagem está relacionada com os valores de **y**.

Depois desta explanação, foi feito um mapa conceitual no quadro com a palavra *função afim* e os alunos falaram o que estava relacionado com *função afim*: coeficiente angular (**a**), coeficiente linear (**b**), crescente, decrescente e reta. O mapa foi construído no quadro de giz (Figura 43), pela professora em formação, com a contribuição oral dos alunos. Este mapa conceitual foi reproduzido pelos alunos no verso de uma das folhas da atividade a pedido da professora em formação (Figura 44):

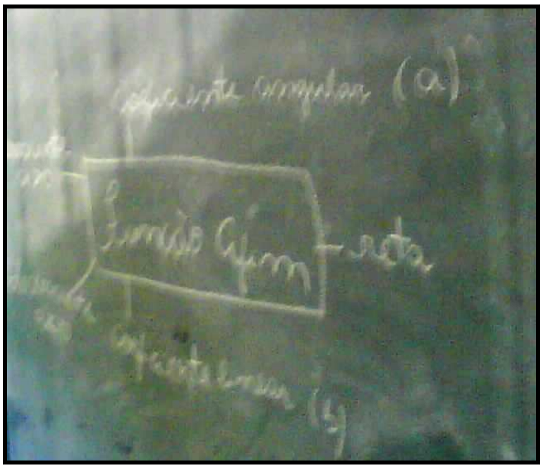


Figura 43: Mapa conceitual construído no quadro de giz

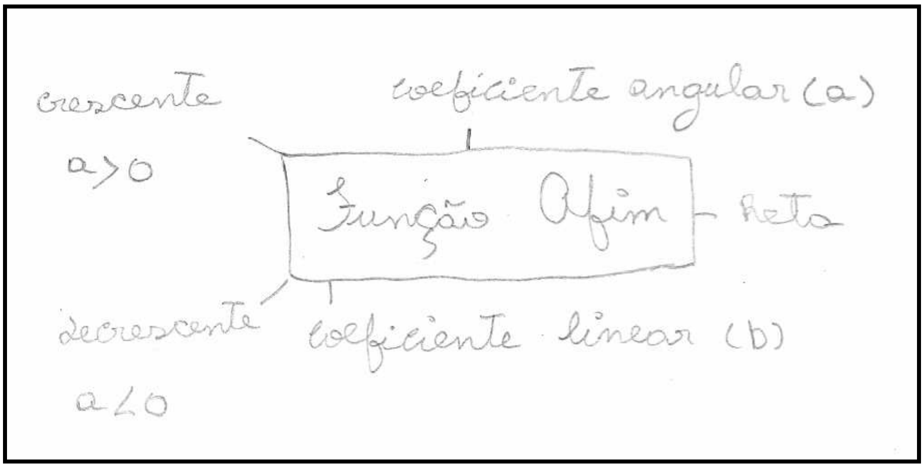


Figura 44: Mapa conceitual reproduzido pelos alunos

Em seguida, foi dito que na aula anterior eles haviam resolvido nove questões e que em algumas, foi solicitado a formação de uma lei ou expressão que relacionavam dois elementos. Eles lembraram. Depois, foi pedido para que eles observassem as questões da folha, identificassem em quais aparecia *função afim*, os valores de **a** e **b** e, se era crescente ou decrescente. Eles citaram algumas questões: a sétima, $y = -200x + 2000$ com **a** = - 200 e **b** = = 2000 e é decrescente, pois **a** < 0; a quinta, $y = 2{,}70 + 2{,}3x$ com **a** = 2,3 e **b** = 2,70 e é crescente pois **a** > 0; a segunda, $P = 2n + 1$ com **a** = 2 e **b** = 1 e também é crescente.

Depois desse breve estudo sobre *função afim*, a professora em formação escreveu no quadro as *sequências* das questões primeira e segunda, conforme o modelo a seguir:

1ª questão:	2ª questão
1 --------- 60	1--------- 3
2 --------- 120	2 --------- 5
3 --------- 180	3 --------- 7

Foi perguntado se existiam semelhanças entre as *sequências*. Os alunos observaram que a diferença era constante, tanto na primeira questão quanto na segunda.

1 --------- 60		1--------- 3	
	+ 60		+ 2
2 --------- 120		2 --------- 5	
	+ 60		+ 2
3 --------- 180		3 --------- 7	

Considerando a primeira *sequência*: (60, 120, 180, ...) foi perguntado qual seria o próximo termo. Eles falaram 240 e encontraram acrescentando 60 a 180. E na *sequência*: (3, 5, 7, ...) o próximo número seria 9. Então, a professora em formação disse que essas *sequências* são chamadas de *progressões aritméticas*. Foi pedido um contraexemplo. Eles responderam: (2, 3, 7) pois do primeiro para o segundo aumentou dois e do segundo para o terceiro, 4.

A professora em formação perguntou se alguém conseguiria falar com as próprias palavras a definição de *progressão aritmética* e um aluno respondeu que "é uma sequência em que um número é obtido do anterior somado a um valor constante".

A definição de *progressão aritmética* que foi escrita no quadro (Figura 45) para os alunos copiarem foi a de Iezzi e Hazzan (1993):

> Chama-se progressão aritmética (P.A.) uma sequência pela seguinte fórmula de recorrência:
>
> $$\begin{cases} a_1 = a \\ a_n = a_{n-1} + r \ \forall \ n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$$ em que *a* e *r* são números reais dados.
>
> (IEZZI; HAZZAN, 1993, p. 6)

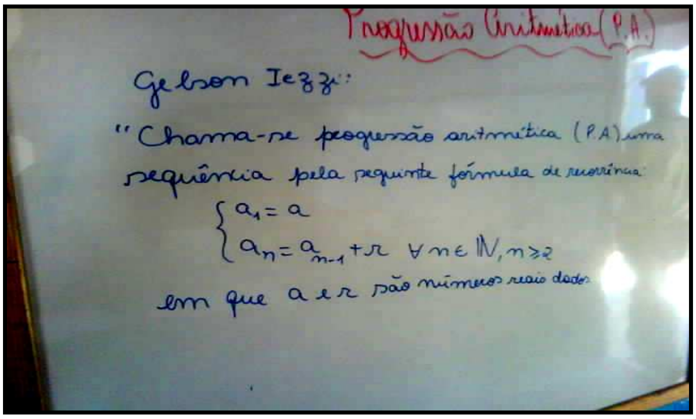


Figura 45: Definição de progressão aritmética escrita no quadro

Foi mostrado por meio de exemplos que assim como a *função afim*, *a progressão aritmética* pode ser crescente ou decrescente. Quando a razão é maior que **zero** a *progressão aritmética* é crescente e, quando é menor que **zero**, é decrescente. Foi pedido aos alunos um exemplo de uma *progressão aritmética* crescente. Eles responderam: (2, 5, 7, ...). Também foi pedido um exemplo de uma *progressão aritmética* decrescente. Eles falaram que poderia ser o contrário da *progressão aritmética* crescente: (7, 5, 2, ...). Os alunos puderam visualizar *sequência* crescente e decrescente por meio de exemplos. Foi enfatizado mais uma vez que o domínio da *função afim* é IR e explicado que o da *progressão aritmética* é IN*.

Neste momento, iniciou-se as ações que visavam levar o aluno a identificar a *progressão aritmética* como *uma função afim*.

A professora em formação recordou que eles viram que a *função afim* era uma *função* definida de IR em IR, tal que $\forall$ x $\in$ IR, $\exists$ y $\in$ IR, de modo que $y = ax + b$ **a** $\neq 0$. Também aprenderam que *progressão aritmética* é toda *sequência*, de modo que cada elemento, a partir do segundo termo, é igual ao anterior somado com um número e este número é real. Sendo assim, foi perguntado: “Em vista destas colocações, o que podemos observar entre *função afim* e *progressão aritmética*?”. O diálogo a seguir foi entre a professora em formação e os alunos, iniciado pela professora em formação:

P: A função afim tem uma lei?
A: Tem.
P: A função afim pode ser crescente ou decrescente?
A: Pode.
P: E a progressão aritmética?
A: Também pode.
P: É possível representar graficamente uma função afim?
A: Sim.

P: E uma progressão aritmética?
A: Também pode.
P: Então, o que podemos dizer da progressão aritmética em relação à função afim?

Após o estudo da *função afim* e da *progressão aritmética*, os alunos observaram que existem semelhanças entre esses dois conteúdos. Porém os alunos ficaram sem saber que resposta dar à última pergunta, mesmo percebendo várias semelhanças, não conseguiram associar *função afim* à *progressão aritmética* e responder o desejado: que a *progressão aritmética* é uma *função afim* (uma restrição). Portanto a professora em formação afirmou que a *progressão aritmética* é uma restrição da *função afim*, pois o domínio da primeira está contido no domínio da segunda. Confirmando que *sequências* são *funções*, foi escrita no quadro a definição de *sequências* de acordo com Lima (2001a):

> Seqüências são funções cujo domínio é o conjunto dos números naturais (seqüência infinita) ou o conjunto dos *n* primeiros números naturais (seqüência finita, com *n* elementos) (LIMA, 2001a, p. 46).

Este encontro foi finalizado com a definição de *sequência*.

Terceiro encontro

No terceiro encontro, a professora em formação iniciou fazendo uma retomada geral do que eles haviam visto no encontro anterior. Depois disso, a seguinte questão foi escrita no quadro: *É possível estabelecer um paralelo entre os elementos de uma função afim e os elementos de uma P.A.? Se possível, qual seria?*

Tudo que os alunos foram falando foi organizado no quadro (Figura 46), portanto, orientados pela professora em formação, fizeram da seguinte forma:

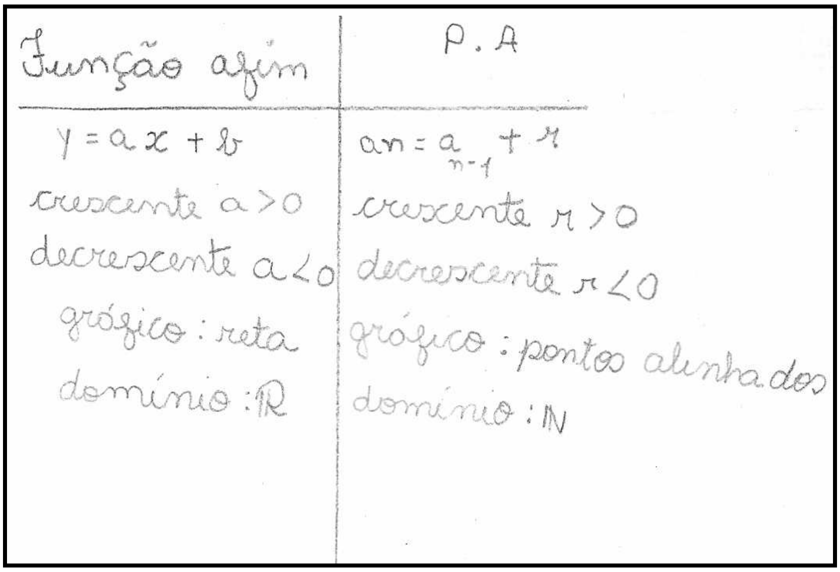


Figura 46: Paralelo entre os elementos de uma função afim e os elementos de uma P.A., organizado no quadro, por um aluno

Em relação ao gráfico, os alunos falaram que era formado por pontos. Nesse momento, uma aluna perguntou se por esses pontos poderia traçar uma reta. Então, a professora em formação complementou dizendo que esses pontos são alinhados, portanto é possível traçar uma reta unindo-os.

Em seguida, os alunos receberam a atividade 2 sobre gráficos (Apêndice 4) que tinha por objetivo a visualização gráfica de uma *progressão aritmética*. Para a resolução, os alunos formaram os mesmos grupos de dois ou três alunos do encontro anterior, seguindo orientação da professora em formação. Assim que a professora em formação terminou de ler o enunciado da questão, os alunos responderam em coro que o gráfico que representava uma *progressão aritmética* era o item **d**. Nesta questão, não houve dúvidas e os alunos resolveram a atividade sem consultar a professora em formação. O percentual de acerto desta atividade foi de 100%. A seguir (Figura 47), resposta de um aluno:

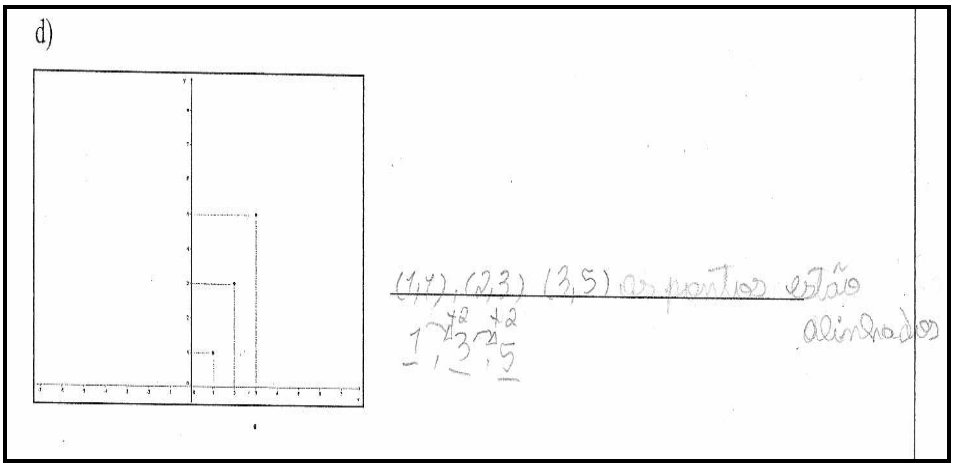


Figura 47: Resposta da Atividade 2

Os alunos justificaram dizendo que a diferença entre um ponto e outro era constante e que esses pontos estavam alinhados. O alinhamento foi observado por meio da visualização e também pela observação de que considerando a ordenada dos pontos, de uma para outra, o valor somado era constante. Disseram também que as demais opções não representavam uma *progressão aritmética*, pois os pontos não estavam alinhados.

Observou-se que a visualização da representação gráfica foi muito significativa para esses alunos. Depois disso, os alunos receberam a atividade intermediária (Apêndice 5) com cinco questões que foram elaboradas em vista da dificuldade apresentada na primeira atividade. Tal atividade teve o objetivo de fazer os alunos observarem as semelhanças da *função afim* com a *progressão aritmética* e visualizarem graficamente a *progressão aritmética* e a *função afim*. Os alunos resolveram esta atividade sozinhos; a única interferência da professora em formação foi para esclarecer alguns pré-requisitos que os alunos não possuíam como por exemplo calcular $f(x)$. Por ser uma atividade intermediária, esta foi corrigida com os alunos depois que estes a resolveram.

A primeira questão (Figura 48) solicitava a identificação da razão (r), do primeiro termo (a_1) de cada *sequência* e se esta era crescente ou decrescente.

1) Complete as sequências, indique a razão (r), o primeiro termo da sequência (a_1) e marque se ela é crescente ou decrescente.
a) (-2,- 5,- 8, ____ , ____ , ____) r = ___ a_1 = ___ ( ) crescente ( ) decrescente
b) (-3, -1, 1, ____ , ____ , ____) r = ___ a_1 = ___ ( ) crescente ( ) decrescente
c) (50, 56, 62, ____ , ____ , ____) r = ___ a_1 = ___ ( ) crescente ( ) decrescente
d) (-10, -8, -6, ____ , ____ , ____) r = ___ a_1 = ___ ( ) crescente ( ) decrescente

Figura 48: Questão 1

A seguir (Figuras 49 e 50), respostas de dois alunos:

1) Complete as sequências, indique a razão (r), o primeiro termo da sequência (a_1) e marque se ela é crescente ou decrescente.
a) (-2,-5,-8,-11, -15, -18) r = -3 a_1 = -2 ( ) crescente (X) decrescente
b) (-3, -1, 1, 3, 5, 7) r = 2 a_1 = -3 (X) crescente ( ) decrescente
c) (50, 56, 62, 68, 74, 80) r = 6 a_1 = 50 (X) crescente ( ) decrescente
d) (-10, -8, -6, -4, -2, 0) r = -2 a_1 = -10 ( ) crescente (X) decrescente

Figura 49: Resposta errada da questão 1

1) Complete as sequências, indique a razão (r), o primeiro termo da sequência (a_1) e marque se ela é crescente ou decrescente.

a) (-2,-5,-8, -11, -14, -17) r = -3 a_1 = -2 ( ) crescente (x) decrescente

b) (-3, -1, 1, 3, 5, 7) r = 2 a_1 = -3 (x) crescente ( ) decrescente

c) (50, 56, 62, 68, 74, 80) r = 6 a_1 = 50 (x) crescente ( ) decrescente

d) (-10, -8, -6, -4, -2, 0) r = 2 a_1 = -10 (x) crescente ( ) decrescente

Figura 50: Resposta correta da questão 1

A maioria dos alunos teve dúvida na *sequência*: (- 2, - 5, - 8, ___, ___, ___). Pensaram que era uma *progressão aritmética* crescente, uma vez que o módulo de cada número aumenta. Nesta questão, o percentual de acerto foi de 79%. Então, a professora em formação mostrou na reta numérica que o número - 5 aparece à esquerda do - 2, logo - 5 é menor que -2. Assim eles observaram que essa *sequência* é decrescente. Na *sequência*: (- 10, - 8, - 6, ___, ___, ___) também houve dúvida. Como o módulo do número diminui, pensaram que era uma *progressão aritmética* decrescente. Mas remetendo-os à reta numérica, os alunos concluíram que seria uma *progressão aritmética* crescente. Observa-se neste episódio a influência positiva da representação gráfica, quando esta é possível, na compreensão de fatos matemáticos.

A segunda questão (Figura 51) solicitava a identificação dos coeficientes linear e angular, a relação entre este último e o crescimento e decrescimento da *função*.

2) Nas funções abaixo, diga o valor do coeficiente angular (a), o coeficiente linear (b) e marque se ela é crescente ou decrescente.

a) $y = 2x + 1$ a = ___ b = ___ ( ) crescente ( ) decrescente

b $y = -3x + 2$ a = ___ b = ___ ( ) crescente ( ) decrescente

c) $y = -x + 4$ a = ___ b = ___ ( ) crescente ( ) decrescente

d) $y = x - 1$ a = ___ b = ___ ( ) crescente ( ) decrescente

Figura 51: Segunda questão

A seguir (Figura 52), resposta de um aluno:

2) Nas funções abaixo, diga o valor do coeficiente angular (a), o coeficiente linear (b) e marque se ela é crescente ou decrescente.

a) $y = 2x + 1$ a = 2 b = 1 (x) crescente ( ) decrescente

b $y = -3x + 2$ a = -3 b = 2 ( ) crescente (x) decrescente

c) $y = -x + 4$ a = -1 b = 4 ( ) crescente (x) decrescente

d) $y = x - 1$ a = 1 b = 1 (x) crescente ( ) decrescente

Figura 52: Resposta da segunda questão contendo erro

Nesta questão, considerando a identificação dos coeficientes angular (**a**) e linear (**b**), o percentual de acerto foi de 83%, levando em conta a identificação em crescente e decrescente, o percentual foi de 96%.

No item **d** da segunda questão (Figura 51), houve um equívoco ao identificar o coeficiente linear. Ao invés dos alunos responderem que **b** = -1, eles responderam que **b** = 1. Uma possível explicação para este erro pode ser a não percepção de que se a lei de uma *função afim* é $y = ax + b$, no item **d,** seria $y = x + (-1)$ portanto **b** = -1.

A terceira questão (Figura 53) tinha por objetivo levar o aluno a perceber que tendo uma *progressão aritmética* e uma *função afim*, no caso (1, 4, 9, 13) e $f(x) = x + 2$, calculando $f(x)$ para cada termo da *progressão aritmética*, o resultado encontrado também forma uma *progressão aritmética*, que foi constatado por todos os alunos, sendo o percentual de acerto igual a 100%.

3) Considere a sequência: (1, 5, 9, 13) e a função afim f definida por f(x) = x + 2. Encontre o valor de:
a) f(1) = ____________ b) f(5) = ____________
c) f(9) = ____________ d) f(13) = ____________
Escreva os resultados encontrados na letra **a**, **b**, **c** e **d** respectivamente: ___, ___, ___, ___.
O que você observa nos resultados encontrados? ____________

Figura 53: Terceira questão

A seguir (Figura 54), resposta de dois alunos:

3) Considere a sequência: (1, 5, 9, 13) e a função afim f definida por f(x) = x + 2. Encontre o valor de:
a) f(1) = f = 1+2 = 3 b) f(5) = f = 5+2 = 7
c) f(9) = f = 9+2 = 11 d) f(13) = f = 13+2 = 15
Escreva os resultados encontrados na letra **a, b, c e d** respectivamente: 3, 7, 9, 16.
O que você observa nos resultados encontrados? observei que é uma sequência crescente (cresce de 4 em 4) e também é uma função e é P.A

3) Considere a sequência: (1, 5, 9, 13) e a função afim f definida por f(x) = x + 2. Encontre o valor de:
a) f(1) = 1+ 2 = 3 b) f(5) = 5 + 2 = 7
c) f(9) = 9 + 2 = 11 d) f(13) = 13 + 2 = 15
Escreva os resultados encontrados na letra **a, b, c e d** respectivamente: 3, 7, 11, 15.
O que você observa nos resultados encontrados? O número foi aumentando de quatro em quatro é PA e é crescente.

Figura 54: Resposta da quinta questão de dois alunos

A única dúvida que surgiu nesta questão foi de como calcular $f(x)$. A professora em formação disse que $f(1)$, por exemplo, se calculava substituindo **x** por 1 em $f(x) = x + 2$.

Na quarta questão (Figura 55), havia três gráficos de *função afim* para classificar em crescente e decrescente. Cada gráfico possuía uma tabela com dois valores de **x**. A tabela foi posta ao lado de cada gráfico para que o aluno observasse que, na ausência da lei de formação da *função*, pode-se identificar se a *função* é crescente ou decrescente analisando os valores de **x** e de **y**.

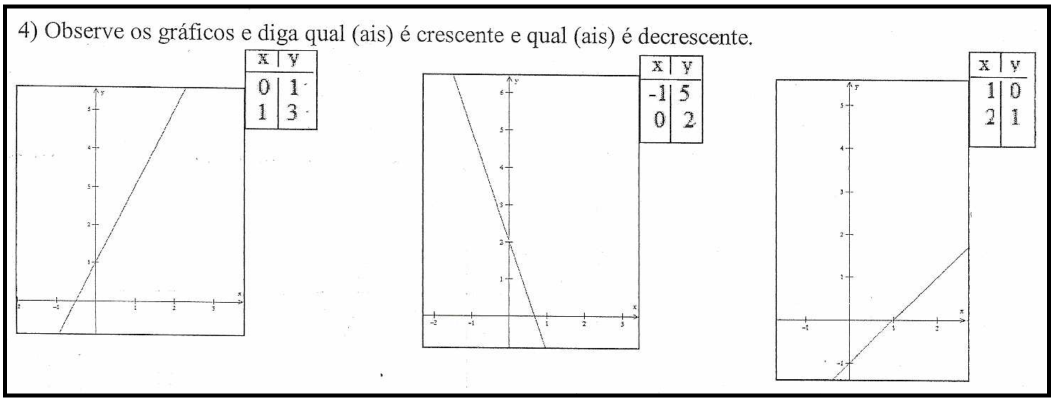


Figura 55: Questão 4

Foi mostrado graficamente que uma *função* é crescente quando à medida que os valores de **x** aumentam, os valores de **y** também aumentam. Analogamente, se à medida que os valores de **x** aumentarem e os de **y** diminuírem, a *função* será decrescente.

Portanto os gráficos 1 e 3 representam *funções* crescentes e o gráfico 2 representa uma *função* decrescente. O percentual de acerto nesta questão foi de 100%. A seguir (Figura 56), resposta de um aluno:

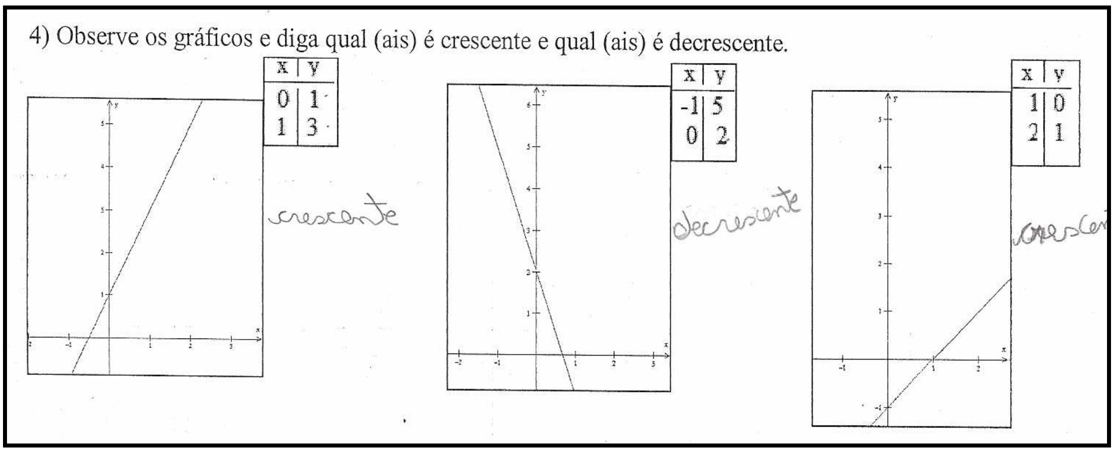


Figura 56**:** Resposta da quarta questão

A última questão (Figura 57) exibia um gráfico e o aluno deveria identificar se era de uma *função afim* ou de uma *progressão aritmética*. O objetivo era que os alunos concluíssem que o gráfico formado por pontos alinhados e igualmente espaçados é o gráfico de uma *progressão aritmética*.

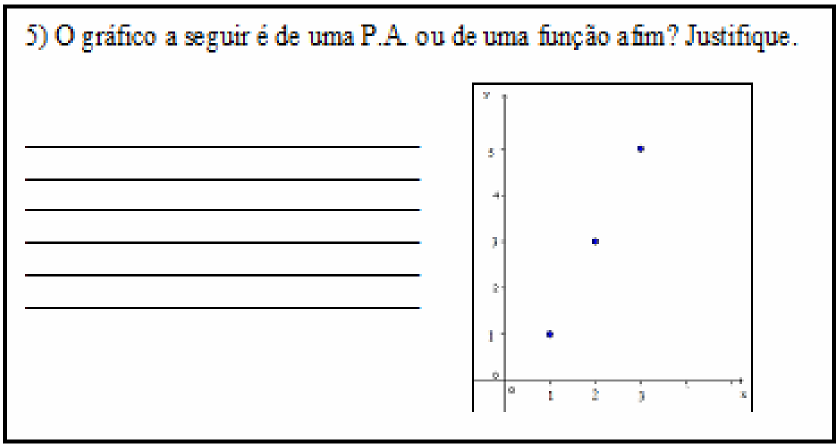

5) O gráfico a seguir é de uma P.A ou de uma função afim? Justifique.

Figura 57: Quinta questão

Nesta questão, os alunos identificaram que este gráfico era de uma *progressão aritmética*. O percentual também foi de 100%. A seguir (Figura 58), resposta de um aluno:

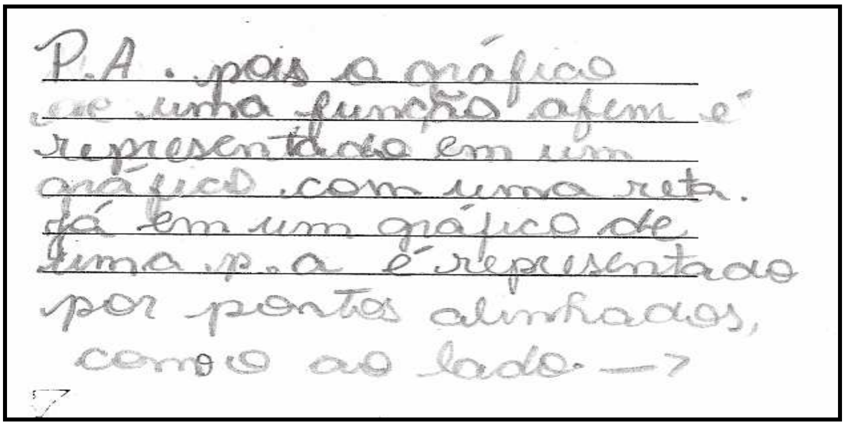

P.A. pois o gráfico de uma função afim é representado em um gráfico com uma reta. Já em um gráfico de uma p.a é representado por pontos alinhados, como ao lado —>

Figura 58: Resposta da quinta questão

A seguir (Figura 59), resposta de um aluno 2:

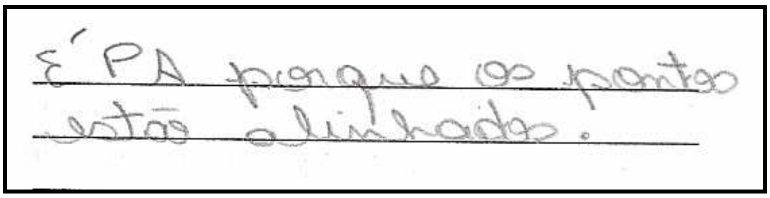

É PA porque os pontos estão alinhados.

Figura 59: Resposta da quinta questão

Nesta atividade, os alunos não tiveram dificuldade. Foi observado nas respostas dos alunos que nenhuma delas apresentava na justificativa o fato dos pontos estarem também igualmente espaçados, pois se assim não fosse, o gráfico não seria de uma *progressão aritmética*. Pode-se afirmar que isto ocorreu devido aos exemplos anteriores trabalhados com os alunos, nos quais só foram exibidos gráficos de *sequências* que eram *progressão aritmética*.

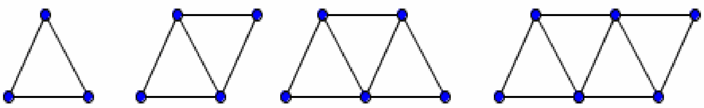
A verificação da aprendizagem ocorrerá por meio de uma terceira atividade, que será aplicada no quarto e último encontro.

Quarto encontro

Conforme já citado anteriormente, nesse encontro foi aplicada a terceira atividade com o objetivo de avaliar a aprendizagem dos alunos. Ela constava de cinco questões e foi aplicada pela professora da turma, que, a pedido da professora em formação, não forneceu nenhuma ajuda aos alunos durante a resolução. Os alunos trabalharam individualmente e não foi permitido consultar o material.

A primeira questão (Figura 60) solicitava, no item **a**, o preenchimento de uma tabela que relacionava o número de triângulos formados com o perímetro da figura.

1. Observe a sequência de triângulos formados por palito:



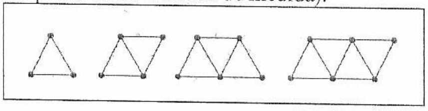
a) Complete a tabela :

Número de triângulos	Perímetro da figura
1	3
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
n	

Figura 60: Primeira questão

O percentual de acerto neste item foi de apenas 16%. A seguir (Figuras 61 e 62), respostas de dois alunos:

1. Complete a tabela relacionando o perímetro de cada figura composta por palitos com o número de triângulos formados(considere 1 palito como unidade de medida).



a) Complete a tabela.

Número de triângulos	Perímetro da figura
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	15
n	2n+1

Figura 61: Resposta correta da primeira questão, item **a**

a) Complete a tabela.

Número de triângulos	Perímetro da figura
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	15
n	m+2

Figura 62: Resposta da primeira questão, item **a**, contendo erro

O percentual de acerto nesta questão foi bem baixo (16%). A grande maioria dos alunos ao invés de relacionar o perímetro da figura com o número de triângulos da mesma figura, relacionou o perímetro da figura com o perímetro da figura anterior, relacionando erradamente o perímetro com o número de triângulos igual a **n**. Apenas 16% dos alunos observaram a *sequência* de palitos e completaram corretamente a tabela.

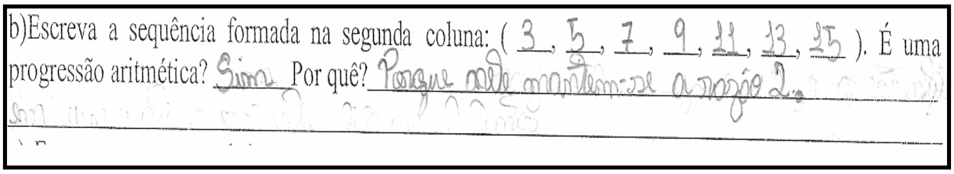
No item **b** (Figura 63), os alunos tinham que escrever a *sequência* formada na segunda coluna do item anterior e responder se esta *sequência* formava uma *progressão aritmética*.

b) Escreva a sequência formada na segunda coluna: (__, __, __, __, __, __, __). É uma progressão aritmética?____ Por quê?____

____

Figura 63**:** Primeira questão item **b**

Neste item, o percentual de acerto foi de 100%. A seguir (Figura 64), resposta de um aluno:

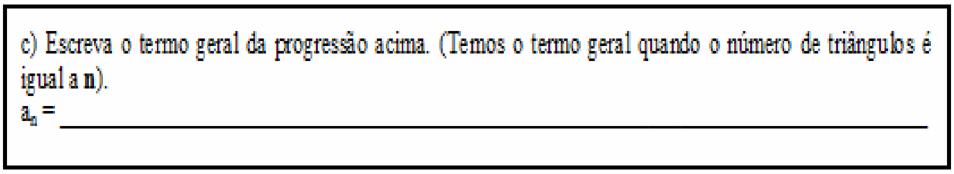


b)Escreva a sequência formada na segunda coluna: (3 , 5 , 7 , 9 , 11 , 13 , 15). É uma progressão aritmética? Sim Por quê? Porque ele mantém-se a razão 2.

Figura 64: Resposta da primeira questão item **b**

Neste item, todos os alunos observaram que a *sequência* formada na segunda coluna era uma *progressão aritmética* porque, a partir do segundo termo, estava mantendo a razão 2.

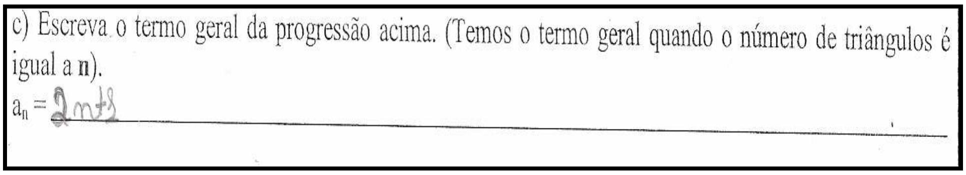
No item **c** (Figura 65) era pedido o termo geral da *sequência* do item anterior:



c) Escreva o termo geral da progressão acima. (Temos o termo geral quando o número de triângulos é igual a **n**).
a_n = __________

Figura 65: Primeira questão item **c**

Neste item o percentual de acerto foi de 16%, uma vez que esta resposta era a mesma da tabela do item **a** quando o número de triângulos era igual a **n**. A seguir (Figura 66), resposta de um aluno:



c) Escreva o termo geral da progressão acima. (Temos o termo geral quando o número de triângulos é igual a n).
a_n = 2n+1

Figura 66: Resposta da primeira questão item **c**

Neste item, os alunos puderam perceber que $a_n = 2n+1$, uma vez que o perímetro é igual ao dobro do número de triângulos somado com um.

Na segunda questão (Figura 67), havia uma função $f(x)$ em que o aluno teria que completar a tabela para cada valor de **x**.

2) Considere a função $y = x + 2$ e complete a tabela.

x	y
1	3
2	4
3	
4	
5	
6	
7	

Figura 67: Segunda questão

A seguir (Figura 68), resposta de um aluno:

2) Considere a função $y = x + 2$ e complete a tabela.

x	y
1	3
2	4
3	5
4	6
5 +2	7
6	8
7	9

Figura 68: Resposta da segunda questão

Nesta questão, os alunos substituíram cada valor de **x** na lei da função e encontraram o valor de **y**, completando corretamente a tabela. O percentual de acerto foi de 100%.

Na terceira questão (Figura 69), os alunos teriam que observar a primeira e a segunda questão e dizer se possuíam algo em comum.

3) O que você observa em relação a questão 1 e a questão 2? Possuem algo em comum?

____

____

Figura 69: Terceira questão

Nesta questão, o percentual de acerto foi de 100%. A seguir (Figura 70), resposta de um aluno:

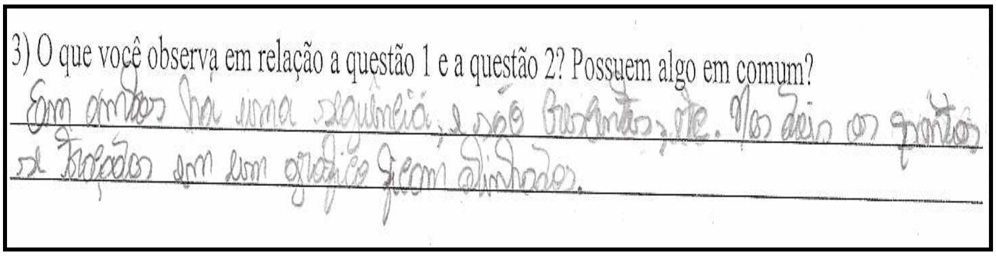

3) O que você observa em relação a questão 1 e a questão 2? Possuem algo em comum?
Em ambos há uma sequência, e são crescentes. Nos dois os pontos se traçados em um gráfico ficam alinhados.

Figura 70**:** Resposta da terceira questão

Esta questão permitiu aos alunos compararem as duas questões anteriores e concluírem que em ambas havia formado uma *sequência* crescente. Foi percebido por 8% dos alunos que, se marcados os pontos, estes estariam alinhados.

A quarta questão (Figura 71) tinha por objetivo levar o aluno a perceber que tendo uma *progressão aritmética* e *uma função afim*, no caso (1, 4, 9, 13) e $f(x) = x + 2$, calculando $f(x)$ para cada termo da *progressão aritmética*, o resultado encontrado também forma uma *progressão aritmética*. O que foi observado pelos alunos.

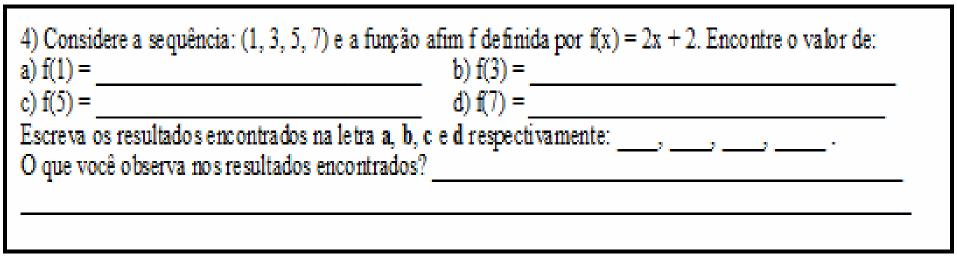

4) Considere a sequência: (1, 3, 5, 7) e a função afim f definida por f(x) = 2x + 2. Encontre o valor de:
a) f(1) = ____ b) f(3) = ____
c) f(5) = ____ d) f(7) = ____
Escreva os resultados encontrados na letra a, b, c e d respectivamente: ___, ___, ___, ___ .
O que você observa nos resultados encontrados? ____

Figura 71: Quarta questão

O percentual de acerto foi de 100%. A seguir (Figura 72), resposta de um aluno:

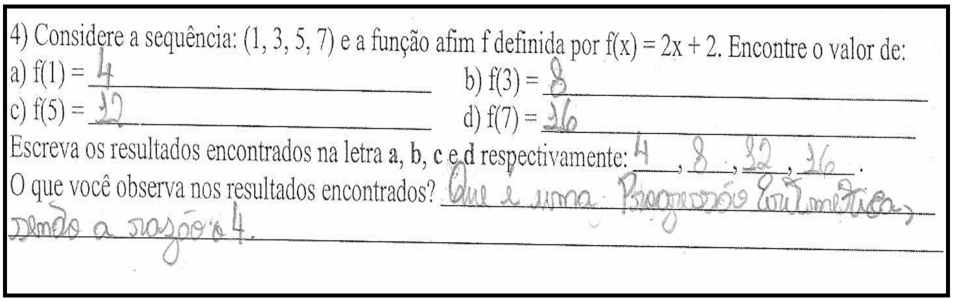

4) Considere a sequência: (1, 3, 5, 7) e a função afim f definida por f(x) = 2x + 2. Encontre o valor de:
a) f(1) = 4 b) f(3) = 8
c) f(5) = 12 d) f(7) = 16
Escreva os resultados encontrados na letra a, b, c e d respectivamente: 4, 8, 12, 16.
O que você observa nos resultados encontrados? Que é uma Progressão Aritmética, sendo a razão 4.

Figura 72: Resposta da quarta questão

A quinta questão (Figura 73) continha um gráfico no qual os alunos teriam que identificar a razão da *progressão aritmética* formada pelas ordenadas dos pontos assinalados.

Os alunos calcularam a diferença entre a ordenada de dois pontos, encontrando r = 3.

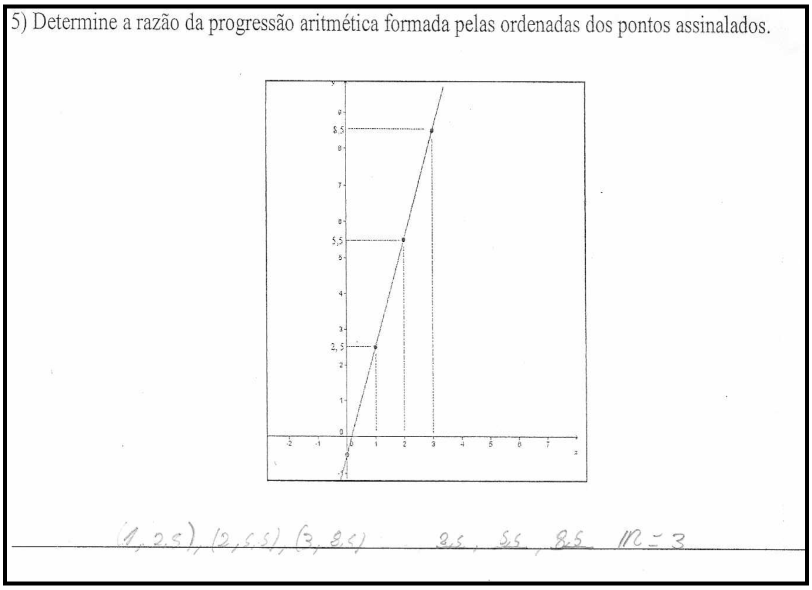


Figura 73: Resposta da quinta questão

Observa-se que nesta atividade houve poucos erros, 92% dos alunos acertaram esta questão.

A maioria das questões foi respondida corretamente, evidenciando a aprendizagem, uma vez que os alunos resolveram sozinhos e sem consulta, conforme pedido pela professora em formação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, estão relatadas as considerações finais da pesquisa, assim como sugestões de melhorias no material elaborado e a indicação para a continuidade da pesquisa. Serão relatados também os ganhos cognitivos do aluno ao estudar *progressão aritmética* conectada à *função afim*.

Este trabalho teve por objetivo estudar relações existentes entre a *função afim* e a *progressão aritmética*; investigar resultados de pesquisas sobre tal relação e suas implicações para o ensino e aprendizagem de *progressão aritmética* e *função afim*; elaborar e analisar atividades sobre *função afim* e *progressão aritmética* com base nos resultados encontrados. A transposição didática dos temas *função afim* e *progressão aritmética* previa o estudo destes conteúdos de forma conectada, visando a uma aprendizagem significativa (AUSUBEL, 1978 apud MOREIRA, 1999). Tendo em vista esta aprendizagem, foram elaboradas quatro atividades para que fossem validadas em uma turma do 2º. ano do Ensino Médio.

No decorrer das atividades, observou-se uma mudança no comportamento dos alunos relacionada à participação e ao interesse nas tarefas propostas. Pode-se afirmar que o tipo de transposição didática feita pelo professor pode estimular a modificação de atitude do aluno a respeito de sua conduta acadêmica, pois nesta turma, como observado no início do trabalho, prevalecia o desinteresse pela atividade proposta. Isto mostra a influência da transposição didática evidenciada nos fatores intrapessoal, que neste trabalho é a *função afim*, e situacional dos alunos, ou seja, a disposição do aluno para a aprendizagem significativa, permitindo mudanças.

Nas atividades, prevaleceram os domínios gráfico e numérico sobre o algébrico devido à imaturidade dos alunos, que foi percebida pela professora em formação desde o primeiro encontro. Observou-se que a visualização da representação gráfica foi muito significativa para esses alunos. Pode-se afirmar que trabalhar o domínio algébrico e o domínio gráfico simultaneamente só traz vantagens no estudo de conteúdos que possuem representações nesses dois domínios. Foi observada uma influência positiva da representação gráfica.

No caso deste trabalho, o conceito significativo foi a *função afim*. Partiu-se, então, deste conceito para possibilitar a aprendizagem de *progressão aritmética* de forma substantiva e não arbitrária. Pode-se afirmar que houve uma aprendizagem significativa dos alunos, uma vez que surgiu uma interação entre os conceitos novos (no caso, *progressão aritmética*) com os aspectos da estrutura cognitiva (no caso, a *função afim*).

Nas atividades, alguns conteúdos foram trabalhados como ferramenta, e não apenas como objetos. Isto possibilitou a interação das novas informações (*sequências*) com a *função afim* de forma substantiva e não arbitrária, evidenciando uma aprendizagem significativa. Para tal, foi fundamental a utilização de conhecimentos prévios para a aprendizagem de um novo conceito.

Sugere-se explorar questões que contenham gráficos com pontos alinhados, mas não igualmente espaçados, a fim de ressaltar este aspecto da *progressão aritmética*, bem como questões inseridas no domínio algébrico.

Voltando à questão de pesquisa*: Como se dá o processo de ensino e aprendizagem de função afim e progressão aritmética quando esses conceitos são abordados de forma conectada?* Pode-se afirmar que os resultados encontrados na experimentação apontam para uma aprendizagem significativa segundo Ausubel (1978). O novo conteúdo (*progressão aritmética*) interagiu com os conhecimentos (*função afim*) que os alunos possuíam em suas estrutura cognitiva. Interação esta que permitiu o armazenamento do novo conteúdo (*progressão aritmética*) de forma não arbitrária e substantiva pelos alunos, o que é um dos fatores que evidencia a aprendizagem significativa. As condições necessárias para esta aprendizagem também foram atendidas. Uma delas foi que o novo material interagiu com a estrutura cognitiva do aprendiz. A outra condição, também satisfeita, foi a disposição dos alunos em relacionar as novas informações com os conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva. Isto foi verificado no decorrer das atividades nas quais os alunos puderam resolver questões e problemas cujas resoluções exigiam esses dois conteúdos, mesmo aparecendo implicitamente nos problemas.

Conclui-se que trabalhar conteúdos como ferramenta seja fundamental para averiguar a ocorrência da aprendizagem significativa, uma vez que nestas, o aluno não resolve simplesmente com algoritmos mecanicamente memorizadas. Pode-se afirmar que a transposição didática realizada neste trabalho (*progressão aritmética* conectada à *função afim*) possibilitou a aprendizagem significativa dos alunos.

Uma proposta de continuidade da pesquisa é o estudo conectado de *funções exponenciais* à *progressão geométrica*.

REFERÊNCIAS

BARRETO, Antônio Luís de Oliveira; CAMELO, Lorena Silva; FILHO, José Aires de Castro. **O Estudo de Funções Mediado por Objetos de Aprendizagem.** Ceará: 2008 Disponível em: <http://www.proativa.vdl.ufc.br/publicacoes/download/0%20Estudo%20de%20Funcoes%Mediado%20por%20Objetos%20de%20Aprendizagem.pdf>. Acesso em: 07 maio 2010.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Matemática.** v. 1. São Paulo: Moderna, 2004.

BRASIL: **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN +) Ensino Médio.** Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 2008.

BRITO, Márcia Regina F. de. Aprendizagem significativa e a formação de conceitos na escola. In: BRITO, Márcia Regina F. de. **Psicologia da Educação Matemática.** Florianópolis: Insular, 2001, p. 69-84.

DANTE, Luiz Roberto**. Matemática.** v. único. São Paulo: Ática, 2005.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática.** Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da Unicamp, 2004. Tradução de: An introduction to the history of mathematics.

FINI, Lucila Diehl T.; JESUS, Marcos Antonio S. de. Uma proposta de aprendizagem significativa de matemática através de jogos. In: **Psicologia da Educação Matemática.** BRITO, Márcia Regina F. de. Florianópolis: Insular, 2001, p. 129-145.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisas qualitativas em ciências sociais.** 4. ed. Rio de Janeiro: Record, 2000.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática**. v. 4. São Paulo: Atual, 2002.

IEZZI, Gelson, HAZZAN, Samuel. **Fundamentos Matemática Elementar.** São Paulo: Atual, 1993.

LIMA, Elon Lages. **Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio.** 5. ed. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001a.

LIMA, Elon Lages et al. **A Matemática do Ensino Médio.** v.1. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.

LIMA, Valéria Scomparim de; BRITO, Márcia Rgina F. de. Mapeamento cognitivo e a formação do conceito de frações. In: BRITO, Márcia Regina F. de. **Psicologia da Educação Matemática.** Florianópolis: Insular, 2001b, p. 107-127.

MARANHÃO, Maria Cristina S. de A. et al. Dialética-Ferramenta-Objeto. In MACHADO, Silva Dias Alcantâra et al. **Educação Matemática: uma introdução**. 2. ed. São Paulo: Educ, 2002. Cap. 5, p. 115-154.

MOREIRA, Marcos Antônio. A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel. In: MOREIRA, Marcos Antônio. **Teoria de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999, p. 151-165.

MOURA, Maria Auxiliadora Lage. **Investigando Padrões em PA e PG.** In IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÂO MATEMÁTICA. Salvador, 2007. Anais. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/.../MC372971260634T.doc>. Acesso em: 15 ago 2009.

Orientações Gerais para a Construção de Trabalhos Monográficos. Rio de Janeiro. Disponível em: <http://portal.iff.edu.br/alunos/normas-e-procedimentos-academicos/diretrizes-monografias.pdf>. Acesso em 31 maio 2010.

PAIS, Luiz Carlos. Introdução: Conceitos da Didática Matemática. In: PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002a, p. 9-16.

PAIS, Luiz Carlos. Trajetórias do saber e a transposição didática. In: PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002b, p. 17-26.

PAIS, Luiz Carlos. Transposição Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. **Educação Matemática: uma introdução.** 2. ed. São Paulo: EDUC, 2002c, p. 13-40.

PONTE, João Pedro da; BROCADO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SANTOS, Carlos Alberto Marcondes; GENTIL, Nelson; GRECO, Sérgio Emílio. **Matemática.** 6. ed. São Paulo: Ática, 2002.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico.** 22. ed. São Paulo: Cortez, 2002.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; KIYUKAWA, Rokusaburo. **Matemática.** São Paulo: Saraiva, 1988.

SOLIS, Alexandre. **Argumentação e Prova no estudo de Progressões Aritméticas com o auxílio do Hot Potatoes.** Dissertação (Mestrado profissional em ensino de matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008**.** Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertaçao/alexandre_solis.pdf>. Acesso em 14 jun 2010.

SOUZA JUNIOR, Eduardo Monteiro de. **Uma Análise de Pesquisa Acadêmica em Educação Matemática sobre o Enfoque do Conceito de Função.** Dissertação (Mestrado em Educação)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.puc-campinas.edu.br/tde-arquivos/3/TDE-2009-07-21T083343z-1531/publico/Eduardo%20Monteiro%20de%20%Souza%20junior.pdf>. Acesso em 14 jun 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE 1: ATIVIDADE 1 APLICADA NO TESTE EXPLORATÓRIO

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

Nome:____

Atividades

1. Observe a tabela:[1]

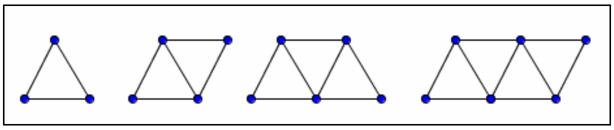
t (em meses)	1	2	3
J (em reais)	60	120	180

a) Dê a lei da função que expressa os juros simples em função do prazo de acordo com a tabela.

____

b) Construa o gráfico dessa função.

2. Observe a sequência de triângulos formados por palitos:[2]



a) Complete a tabela:

Número de triângulos	Número de palitos
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
n	

b) Qual a lei que expressa o número de palitos em função do número de triângulos que se formam?

____

c) De que tipo é essa função?

____

d) Qual o domínio e a imagem da função?

e) Desenhe o gráfico da função. Será uma reta? Por quê?

f) Quantos palitos são necessários para formar 89 triângulos?

g) Quantos triângulos serão formados com 101 palitos?

3. Complete a tabela relacionando o perímetro de cada figura formada no problema anterior (considere 1 palito como unidade de medida).[3]

a) Complete a tabela.

Número de triângulos	Perímetro da figura
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
n	

b) Expresse a lei que dá o perímetro em função do número de triângulos.

c) Dê o domínio e a imagem da função.

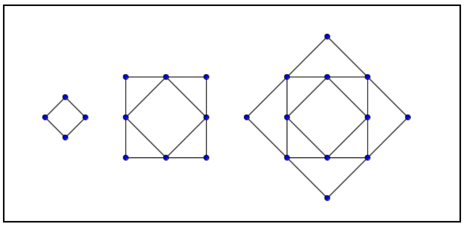
d) A função é crescente ou decrescente? Por quê?

e) Construa um gráfico para a função e explique por que será formado apenas de ponto.

4. Um calhambeque está se movendo segundo uma trajetória retilínea com velocidade constante.
Ao passar por um ponto A, aciona-se um cronômetro. Quando o cronômetro marcou 5 minutos, ele estava a 10 km de A.[4]
a) Quantos minutos marcará o cronômetro quando o calhambeque estiver a 40 Km de A?

b) Quando o cronômetro marcar 35 minutos, a que distância o veículo estará de A?

5. Observe a sequência de figuras abaixo. Escreva uma expressão que relacione o número de pontos assinalados em cada figura da sequência e o número de quadrado da mesma figura.[5]



6. Um corpo percorre 4,9 m durante o 1° segundo. Depois disso, em cada segundo percorre sempre 9,8m a mais do que no segundo anterior.
Quantos metros o corpo percorrerá em 8 segundos?[6]

7. Veja o quadro abaixo:[7]

3	5	7	9
11	13	15	17
19	21	23	25
...	...	...	...

a) É possível completar a sequência apresentada na tabela?

b) Qual número que estará na 12ª linha e 3ª Coluna?

c) Qual a soma dos elementos da 15ª linha?

8. Marina alugou um DVD por dois dias e pagou R$ 11, 50. Aline alugou outro por um dia e pagou R$ 6,00. A lei que expressa o preço (y) da locação de um DVD em função do número de dias (x) de aluguel é dada por uma função polinomial do 1° grau do tipo y = ax + b.[8]

a) Descubra a lei que relaciona y com x.

____

b) Quantos reais se pagaria por 4 dias de locação de um DVD?

____

____

c) Se Bruno pagou R$ 17,00 pela locação de um DVD, durante quantos dias ele ficou com esse DVD?

____

____

d) Joana tem R$ 15,00 para alugar um DVD. Qual o máximo de dias que ela pode alugar esse DVD?

____

____

____

9. O preço de uma corrida de táxi inclui uma parte fixa (bandeirada) mais um valor variável que depende do número de quilômetros rodados. Numa cidade, a bandeirada custa R$ 5,20 e o quilômetro rodado custa R$ 0,68.[9]

a) Indicando por x o número de quilômetros rodados e por y o preço a pagar, determine a função y = f(x).

____

b) Determine o preço a pagar por uma corrida de 7,5 km.

____

____

c) Calcule a distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 8,26.

____

____

10. O gráfico descreve o valor cobrado por um taxista, em reais, em função do número de quilômetros percorridos.[10]

Determine:

a) O preço da bandeirada.

____

b) O preço cobrado por quilômetro rodado.

____

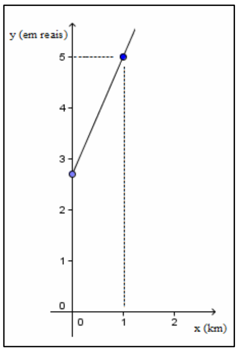
c) A expressão relacionada ao gráfico.

---

d) O preço de uma corrida de com percurso de 12 km.

---

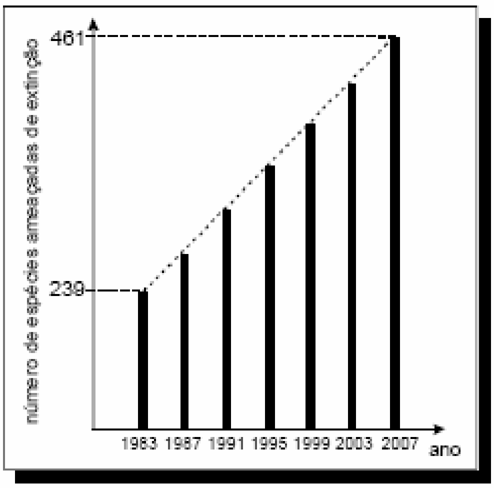
e) A distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 21,10.



11. (ENEM – 2007)

Questão 7

O gráfico abaixo, obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.



Se mantida, pelos próximos anos, a tendência de crescimento mostrada no gráfico, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a

A 465. B 493. C 498. D 538. E 699.

12. Uma loja vende um microondas à vista por R$ 520,00 ou em cheques pré-datados (sem entrada), cobrando uma taxa de juro simples de 2,5 % ao mês. Determine a lei que representa o juro (J) cobrado e o prazo de pagamento.[11]

____
____
____

13. Pablo comprou um aparelho eletrônico por R$ 2000,00. Passados 6 anos, o seu valor passa a ser igual a R$ 800,00.
Encontre a equação que descreve o valor do aparelho em cada ano, supondo uma desvalorização anual nos primeiros 9 anos.

____
____
____

14. O coeficiente angular da reta que representa a função afim f(x) = ax + b é igual a 2.
Sabendo que f(1) = 3, calcule f(5).

____
____
____

15. A reta que representa uma função afim intersecta o eixo y no ponto (0, 3) e, o eixo x no ponto (6, 0). Escreva uma equação para esta função.[8]

____
____
____

[1] Questão adaptada de: BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2004, p. 175.
[2] Questão adaptada de: SMOLE, Kátia Cristina Stocco; KIYUKAWA, Rokusaburo. **Matemática**. São Paulo: Saraiva, 1988, p. 110.
[3] Questão adaptada de: SMOLE, Kátia Cristina Stocco; KIYUKAWA, Rokusaburo. **Matemática**. São Paulo: Saraiva, 1988,p. 193
[4] Questão adaptada de: SANTOS, C.; GENTIL, N.; Sérgio E.. **Matemática.** 6. ed. São Paulo: Ática, 2002, p.119.
[5] Questão adaptada de: BIANCHINI, E.; PACCOLA, H.. **Matemática.** São Paulo: Moderna, 2004, p. 92.
[6] Questão adaptada de: SANTOS, C.; GENTIL, N.; Sérgio E.. **Matemática.** 6. ed. São Paulo: Ática, 2002, p.119.
[7] Questão adaptada de: BIANCHINI, E.; PACCOLA, H.. **Matemática.** São Paulo: Moderna, 2004, p. 193.
[8] Questão adaptada de: BIANCHINI, E.; PACCOLA, H.. **Matemática.** São Paulo: Moderna, 2004, p. 92.
[9] Questão adaptada de: BIANCHINI, E.; PACCOLA, H.. **Matemática.** São Paulo: Moderna, 2004, p. 89.
[10] Questão adaptada de: BIANCHINI, E.; PACCOLA, H.. **Matemática.** São Paulo: Moderna, 2004, p. 92.
[11] Questão adaptada de: Questão adaptada de: BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2004, p. 175.

APÊNDICE 2: ATIVIDADE 2 APLICACADA NO TESTE EXPLORATÓRIO

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

Nome:____

Atividades

1) Encontre o termo geral da progressão aritmética: (5, 8, 11, ...)

____
____
____

2) Encontre a lei da função que passa pelos pontos: (1, 5) e (2, 8).

____
____
____

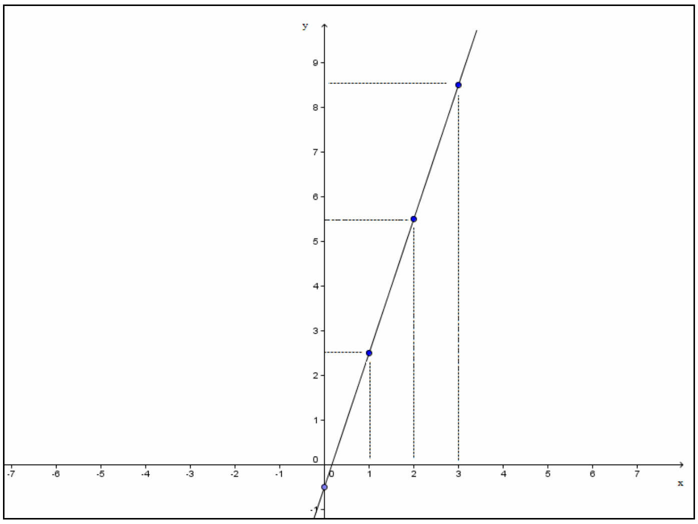
3) O que você observa em relação às respostas encontrada nas questões anteriores? Possuem algo em comum?

____
____
____

4) Considere a sequência: (1, 5, 9, 13) e a função afim f definida por f(x) = 2x - 1. Encontre f(1), f(5), f(9) e f(13). O que você observa?

____
____

5) Determine a razão da progressão aritmética formada pelas ordenadas dos pontos assinalados.



APÊNDICE 3: ATIVIDADE 1 APLICADA NA TURMA DE ENSINO MÉDIO

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica | Ministério da Educação | BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

Nome:____

Atividades[9]

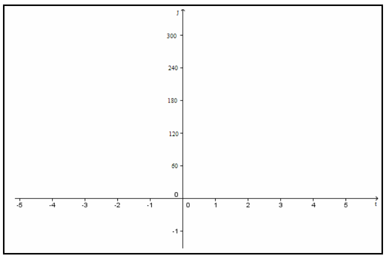
1. Observe a tabela:[1]

t (em meses)	1	2	3
J (em reais)	60	120	180

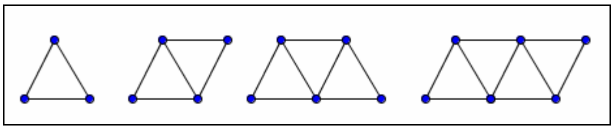
a) Dê a lei da função que expressa os juros simples em função do prazo de acordo com a tabela.

____

b) Construa o gráfico dessa função.



2. Observe a sequência de triângulos formados por palito:[2]



a) Complete a tabela:

Número de triângulos	Número de palitos
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
n	

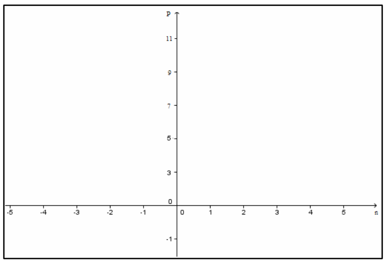
[9] Estas atividades foram elaboradas no âmbito de pesquisa para uma monografia intitulada “Função Afim e Progressões Aritméticas: Explorando suas conexões em sala de aula”, elaborada por Giliane da Silva Pereira, sob orientação da profª. Mônica Souto da Silva Dias.

b) Qual a lei que expressa o número de palitos em função do número de triângulos que se formam?

c) De que tipo é essa função?

d) Qual o domínio e a imagem da função?

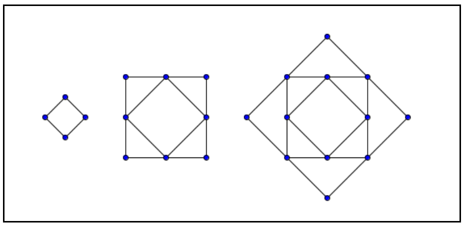
e) Desenhe o gráfico da função. Será uma reta? Por quê?



f) Quantos palitos são necessários para formar 89 triângulos?

g) Quantos triângulos serão formados com 101 palitos?

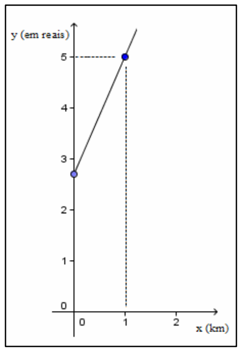
3. Observe a sequência de figuras abaixo. Escreva uma expressão que relacione o número de pontos assinalados em cada figura da sequência e o número de quadrado da mesma figura.[3]



4. Um corpo percorre 4, 9 m durante o 1°. segundo. Depois disso, em cada segundo percorre sempre 9,8m a mais do que no segundo anterior.[4]
Quantos metros o corpo percorrerá em 8 segundos?

5. O gráfico descreve o valor cobrado por um taxista, em reais, em função do número de quilômetros percorridos.[5]

Determine:



a) O preço da bandeirada (valor fixo que é pago).

b) O preço cobrado por quilômetro rodado.

c) A expressão relacionada ao gráfico.

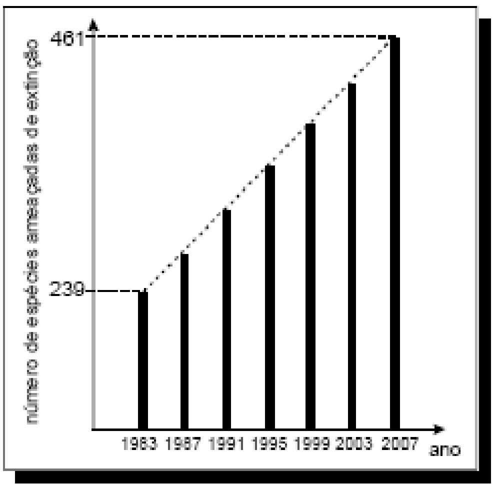
d) O preço de uma corrida de com percurso de 12 km.

e) A distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 21,10.

6. (ENEM – 2007)

Questão 7

O gráfico abaixo, obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.



Se mantida, pelos próximos anos, a tendência de crescimento mostrada no gráfico, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a

A) 465. B) 493. C) 498. D) 538. E) 699.

7. Pablo comprou um aparelho eletrônico por R$ 2000,00. Passados 6 anos, o seu valor passa a ser igual a R$ 800,00.
Encontre a equação que descreve o valor do aparelho em cada ano, supondo uma desvalorização anual nos primeiros 9 anos.

8. O coeficiente angular da reta que representa a função afim f(x) = ax + b é igual a 2. Sabendo que f(1) = 3, calcule f(5).

9. A reta que representa uma função afim intersecta o eixo y no ponto (0, 3) e, o eixo x no ponto (6, 0). Escreva uma equação para esta função. [10]

[1] Questão adaptada de: BIANCHINI, E.; PACCOLA, H. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2004, p. 175.
[2] Questão adaptada de: SMOLE, K.; KIYUKAWA, R.. **Matemática**. São Paulo: Saraiva, 1988, p. 110.
[3] Questão adaptada de: SMOLE, K..; KIYUKAWA, R.. **Matemática**. São Paulo: Saraiva, 1988,p. 193
[4] Questão adaptada de: SANTOS, C.; GENTIL, N.; Sérgio E.. **Matemática.** 6. ed. São Paulo: Ática, 2002, p.119.

APÊNDICE 4: ATIVIDADE 2 APLICADA NA TURMA DE ENSINO MÉDIO

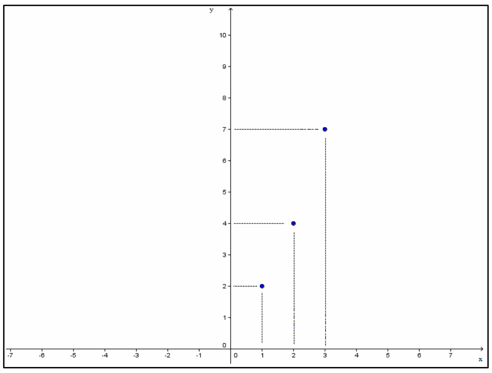
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

Nome:____

Atividade

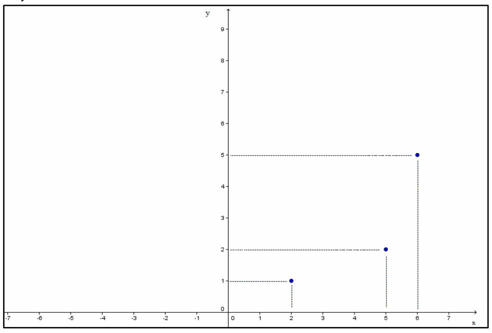
Em qual (ais) gráfico (s) a sequência formada pelas ordenadas dos pontos assinalados é uma progressão aritmética? Justifique sua resposta.

a)



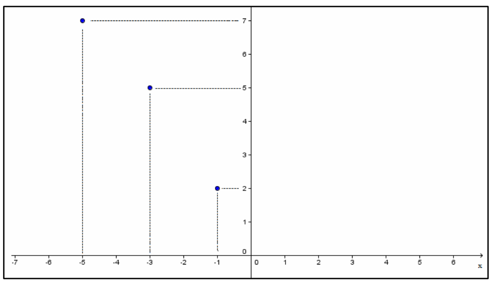
____

b)



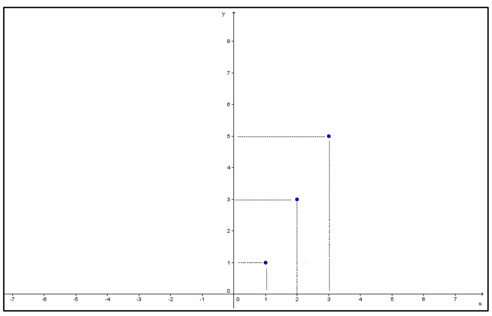
____

c)



____

d)



APÊNDICE 5: ATIVIDADE INTERMEDIÁRIA APLICADA NA TURMA DE ENSINO MÉDIO

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

Nome:____

Atividade

1) Complete as sequências, indique a razão (r), o primeiro termo da sequência (a_1) e marque se ela é crescente ou decrescente.

a) (-2,- 5,- 8, _____ , _____ , ______) r = _____ a_1 = _____ ( ) crescente ( ) decrescente
b) (-3, -1, 1, _____ , _____ , _____) r = _____ a_1 = _____ ( ) crescente ( ) decrescente
c) (50, 56, 62, _____ , _____ , _____) r = _____ a_1 = _____ ( ) crescente ( ) decrescente
d) (-10, -8, -6, _____ , _____ , _____) r = _____ a_1 = _____ ( ) crescente ( ) decrescente

2) Nas funções abaixo, diga o valor do coeficiente angular (a), o coeficiente linear (b) e marque se ela é crescente ou decrescente.

a) y = 2x + 1 a = _____ b = _____ ( ) crescente ( ) decrescente
b y = - 3x + 2 a = _____ b = _____ ( ) crescente ( ) decrescente
c) y = -x + 4 a = _____ b = _____ ( ) crescente ( ) decrescente
d) y = x – 1 a = _____ b = _____ ( ) crescente ( ) decrescente

3) Considere a sequência: (1, 5, 9, 13) e a função afim f definida por f(x) = x + 2. Encontre o valor de:

a) f(1) = ________________________________ b) f(5) = ___________________________
c) f(9) = ________________________________ d) f(13) = __________________________

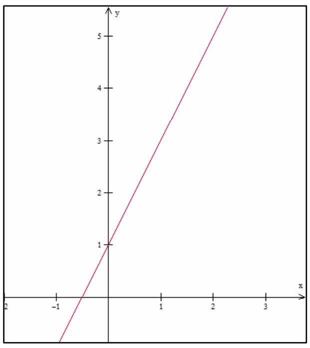
Escreva os resultados encontrados na letra **a**, **b**, **c** e **d** respectivamente: _____, _____, _____, _____ .

O que você observa nos resultados encontrados?

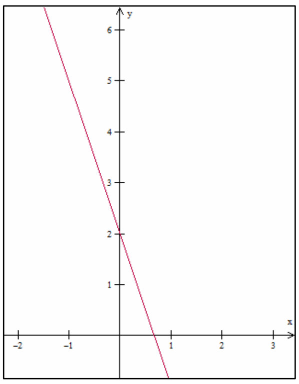
____
____
____

4) Observe os gráficos e diga qual (ais) é crescente e qual (ais) é decrescente.

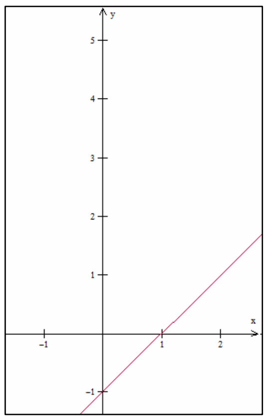
x	y
0	1
1	3



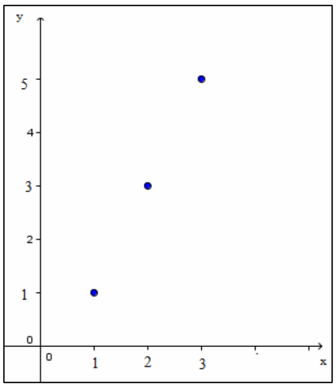
x	y
-1	5
0	2



x	y
1	0
2	1



5) O gráfico a seguir é de uma P.A. ou de uma função afim? Justifique.



APÊNDICE 6: ATIVIDADE 3 APLICADA NA TURMA DE ENSINO MÉDIO

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

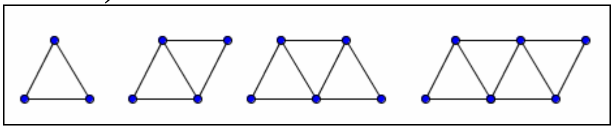
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

Nome:____

Atividade

1. Complete a tabela relacionando o perímetro de cada figura formada por palitos (considere 1 palito como unidade de medida).



a) Complete a tabela.

Número de triângulos	Perímetro da figura
1	3
2	
3	
4	
5	
6	
7	
n	

b) Escreva a sequência formada na segunda coluna: (___, ___, ___, ___, ___, ___, ___). É uma progressão aritmética?_____ Por quê?____

____

c) Escreva o termo geral da progressão acima. (Temos o termo geral quando o número de triângulos é igual a **n**).

a_n = ____

____

2) Considere a função y = x +2 e complete a tabela.

x	y
1	3
2	4
3	
4	
5	
6	
7	

3) O que você observa em relação a questão 1 e a questão 2? Possuem algo em comum?

____

____

____

4) Considere a sequência: (1, 3, 5, 7) e a função afim f definida por f(x) = 2x + 2. Encontre o valor de:

a) f(1) = ________________________________ b) f(3) = ___________________________

c) f(5) = ________________________________ d) f(7) = ___________________________

Escreva os resultados encontrados na letra **a**, **b**, **c** e **d** respectivamente: ____, ____, ____, _____ .

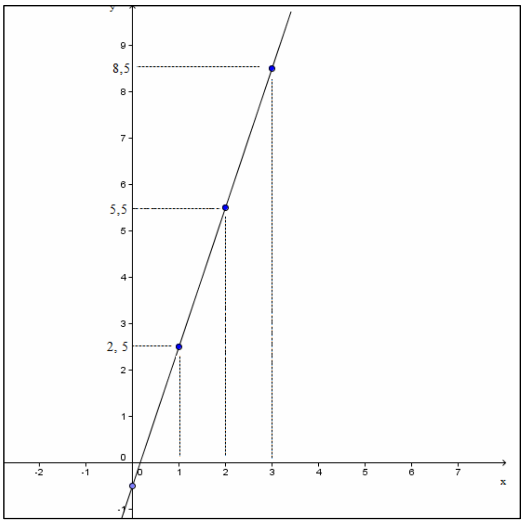
O que você observa nos resultados encontrados?

____

____

____

5) Determine a razão da progressão aritmética formada pelas ordenadas dos pontos assinalados.



____