INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL BRASIL
PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS NO CONTEXTO DO ENSINO MÉDIO

ANA KELLY NOGUEIRA FALCÃO

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2012

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

ANA KELLY NOGUEIRA FALCÃO

A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS NO CONTEXTO DO ENSINO MÉDIO

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro, como requisito parcial para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª Drª Mônica Souto da Silva Dias

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2012

F178g Falcão, Ana Kelly Nogueira.
A geometria analítica como método de resolução de problemas geométricos no contexto do ensino médio / Ana Kelly Nogueira Falcão - Campos dos Goytacazes, RJ : [s.n.], 2012.

59 f.; il.
Orientador: Mônica Souto da Silva Dias
Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Câmpus Campos-Centro. Campos dos Goytacazes, RJ, 2012.
Bibliografia: f. 33.

1. Geometria analítica (Ensino médio) – Estudo e ensino. 2. Geometria euclidiana (Ensino médio) – Estudo e ensino. I. Dias, Mônica Souto da Silava, orient. II. Título.

CDD – 516.3

ANA KELLY NOGUEIRA FALCÃO

A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS NO CONTEXTO DO ENSINO MÉDIO

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro, como requisito parcial para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 23 de março de 2012.

Banca Avaliadora:

Profª Mônica Souto da Silva Dias (orientadora)
Doutora em Educação Matemática/PUC/SP
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

---

Profª Gilmara Teixeira Barcelos
Doutora em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

---

Profª Ana Paula Rangel de Andrade
Especialista em Educação Matemática/FAFIC
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por todas as bênçãos.

A minha orientadora Mônica, pelo esforço e dedicação em todas as etapas deste trabalho. Agradeço por todas as sugestões e conselhos.

A professora Carla que contribuiu com a revisão de português deste trabalho.

A minha mãe Alciléa por ter me dado todo o apoio para que eu pudesse me dedicar aos estudos, inclusive à faculdade.

Ao meu esposo Jefferson Gomes pelo apoio, companheirismo e paciência nos dias difíceis. Obrigada por todos os momentos que passamos juntos e por sempre me dizer “Vai dar tudo certo!”.

A minha amiga Bruna que compartilhou comigo diversas orientações com a professora Mônica.

As minhas amigas e amigos que no decorrer do curso compartilharam bons momentos comigo.

Não posso deixar de agradecer ao meu amigo Douglas que sugeriu o tema para a minha monografia e me auxiliou nas pesquisas.

E por fim, obrigada a todos que de alguma forma colaboraram para a concretização deste trabalho monográfico que não é apenas um projeto de faculdade, mas também o projeto de uma vida.

Lutar por um ideal, não desistir de um sonho e querer vencer é inerente à natureza humana. E é essa constante busca pela superação de desafios e de nossos próprios limites que nos dá a certeza de que realmente estamos vivos.

Adriana Richit

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo pesquisar as contribuições, para o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica e Geometria Euclidiana, quando a primeira é utilizada como método de resolução de problemas da segunda. A revisão de literatura apontou que o ensino da Geometria Analítica no Ensino Médio não faz referência aos problemas de Geometria Euclidiana estudados pelos alunos. Deste modo, foi estruturada uma pesquisa qualitativa com aspectos de estudo de caso, a fim de investigar como os alunos mobilizavam seus conhecimentos ao resolver problemas de Geometria Euclidiana com métodos da Geometria Analítica. O instrumento de coleta de dados foi uma lista de problemas de Geometria Euclidiana, que, inicialmente, foi resolvida livremente pelos alunos. Após, os alunos foram orientados a tentar resolver os problemas utilizando os métodos da Geometria Analítica. A análise das respostas à luz da Representação Semiótica e da Dialética Ferramenta Objeto, permite afirmar que a contribuição para o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica é que, a possibilidade do aluno vivenciar uma aplicação dos conteúdos desta disciplina em outra área da Matemática permite ao mesmo compreendê-la como ferramenta, e não apenas como objeto de estudo. Tal compreensão pode alargar os horizontes no momento da escolha de estratégias para resolver problemas geométricos. A possibilidade de tratamentos distintos para o mesmo objeto geométrico constitui uma das maiores contribuições para o ensino e aprendizagem de Geometria Euclidiana. Além disso, é imprescindível ressaltar a importância da interação entre os domínios da Geometria Analítica e da Geometria Euclidiana, realizada na resolução dos problemas propostos.

Palavras-chave: Geometria Analítica. Geometria Euclidiana. Representação Semiótica.

ABSTRACT

The present study aimed to search for contributions to the teaching and learning of Analytic Geometry and Euclidean Geometry, when the first is used as a method of solving the second. The review of literature pointed out that the teaching of Analytic Geometry in high school does not make reference to Euclidean Geometry problems studied by students. Thus, it was a structured qualitative research with aspects of case study to investigate how students were mobilising their knowledge to solve problems of Euclidean Geometry with methods of Analytic Geometry. The data collection instrument was a list of issues of Euclidean Geometry, which, initially, was resolved freely by students. After the students were instructed to try to resolve the problems using the methods of Analytic Geometry. The analysis of the responses in the light of Semiotic and Dialectic Representation Object Tool, allows you to assert that the contribution to the teaching and learning of Analytic Geometry is that the ability of the student to experience an application of the contents of this discipline in other area of mathematics allows you to even understand it as a tool, and not just as an object of study. Such understanding can broaden horizons at the time of the choice of strategies to solve geometric problems. The possibility of different treatments for the same geometric object is one of the largest contributions to the teaching and learning of Euclidean Geometry. In addition, it is essential to emphasize the importance of interaction between the fields of Analytic Geometry and Euclidean Geometry, held in solving the problems proposed.

Keywords: Analytic Geometry. Euclidean Geometry. Semiotic Representation.

SUMÁRIO

SUMÁRIO 6
INTRODUÇÃO 7
1. REFERENCIAL TEÓRICO 11
1.1. Dialética – Ferramenta – Objeto 11
1.2. Registros de Representação Semiótica 14
2. METODOLOGIA DE PESQUISA 19
2.1. Caracterização da pesquisa 19
2.2. Perfil dos participantes do teste exploratório 20
2.3. Perfil dos participantes da pesquisa 21
2.4- As atividades 21
3. EXPERIMENTO E ANÁLISE DOS DADOS 23
3.1. Teste exploratório 23
3.2. Experimentação com alunos pré-vestibulandos 25
3.2.1. Primeiro encontro 25
3.2.2- Segundo encontro 26
CONCLUSÃO 31
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 33
ANEXOS 34
Anexo 1: Lista de Problemas de Geometria Euclidiana 35
Anexo 2: Lista de Revisão de Geometria Analítica 38
Anexo 3: Entrevista oral semi estruturada 41
Anexo 4: Questão final 43
Anexo 5: Resolução dos alunos do Ensino Médio 45

INTRODUÇÃO

Buscando justificar a motivação na escolha do tema *A Geometria Analítica Como Método de Resolução de Problemas* a autora fez uma retrospectiva de sua trajetória escolar e vivência acadêmica, a qual revelou uma preocupação com o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica no Ensino Médio.

Como estudante de Ensino Médio, a autora não teve oportunidade de aprender Geometria Analítica. No curso de licenciatura, não foram vivenciadas situações que trabalhassem a Geometria Analítica visando relacioná-la com a Geometria Euclidiana, para compreender mais profunda e detalhadamente as contribuições e possibilidades que essa relação poderia oferecer à aprendizagem da Matemática.

Tal fato é destacado por Wagner (1999) quando afirma que geralmente cada tema é tratado de forma completamente independente dos demais, ou seja, não se faz ligação alguma entre dois ou mais assuntos.

> Com a geometria ocorre o mesmo, ou seja, as aulas de geometria analítica da 3.ª série do Ensino Médio não fazem, em geral, nenhuma referência aos problemas de geometria (sintética) que os alunos conhecem (WAGNER, 1999, p.17).

Ainda segundo Wagner (1999), o programa de Matemática do Ensino Médio no Brasil constitui-se de um conjunto de temas dividido pelas três séries. Como não há um programa oficial, a distribuição dos assuntos pelas séries obedece a critérios tradicionalmente sugeridos pelos livros didáticos.

De acordo com Nery (2008), dependendo de como a Geometria Analítica é lecionada, com o decorrer das aulas o aluno percebe que há muitas fórmulas (ponto médio, baricentro, distância entre dois pontos), equações (geral, reduzida, segmentária) e condições (paralelismo, perpendicularismo, tangência) a serem memorizadas e raramente o professor as deduz. Segundo o referido autor, as equações das cônicas (elipse, parábola e hipérbole) dificilmente são apresentadas para os alunos. Quando o professor consegue chegar até o assunto, geralmente o aluno está desmotivado, e o professor, frustrado por não conseguir motivá-lo:

> A Geometria Analítica, como está na maioria dos livros didáticos, apresenta suas fórmulas e, em seguida, os exercícios com meras aplicações diretas para sua memorização (NERY, 2008, p.19).

> A Geometria Analítica fica parecendo uma parte da Matemática que se encerra em si mesma. Para mim, é aí que está a maior falha no ensino da Geometria Analítica (NERY, 2008, p.20).

Além disso, para Wagner (1999), a divisão dos temas do currículo de Matemática em compartimentos torna o trabalho mais prático, no entanto não conduz a um ensino de qualidade. Os livros didáticos também não fazem referência às ligações existentes entre os temas de Matemática estudados e aqueles de outras matérias, presentes na mesma série. É necessário que, para cada assunto de Matemática estudado, o professor forneça aplicações, ou seja, possibilidades de aplicar o tema estudado, em problemas da vida real, em outras áreas da Matemática ou em outras disciplinas do currículo escolar. Essas ligações tornam o ensino mais interessante e estimulante, além do aprendizado ser permanente.

Segundo Nery (2008), a Geometria Analítica é um estudo da Geometria Plana por meio de equações. Por isso, constitui-se basicamente de fórmulas. No entanto, afirma o autor, se ela é um estudo da Geometria Plana, os professores devem resolver exercícios desta área utilizando o método das coordenadas. Nery (2008) encara essas duas geometrias como irmãs gêmeas. Ao interagir com essas duas geometrias junto a seus alunos, ele percebe que alguns preferem a Geometria Analítica e outros a Geometria Plana. Ainda afirma que muitos ficam encantados ao ver um exercício sendo resolvido de duas maneiras, e acham muito interessante poder ter liberdade de escolher as coordenadas para cada ponto estratégico da figura.

Wagner (1999) afirma que o modo como a Geometria Analítica é ensinada no Ensino Médio leva os alunos a pensar que os métodos da Geometria Analítica servem apenas para resolver problemas de Geometria Analítica. No entanto, o método das coordenadas é uma ferramenta que pode ser utilizada para resolver vários tipos de problemas, inclusive os problemas que não apresentam equações ou coordenadas. O autor realça a importância do professor propor problemas que permitam ao aluno utilizar um sistema de coordenadas adequado e buscar uma solução simples.

Existem muitos problemas nos quais o método das coordenadas é mais eficiente que o euclidiano para sua resolução. Sobre a importância do estudo da Geometria Analítica, Wagner (1999) considera que:

> A Geometria Analítica é uma boa ferramenta que pode ser aplicada em diversos problemas. É também necessário dizer que o método analítico pode ser adequado para alguns problemas e não para outros. A moral da história é que o método analítico é uma opção que devemos ter em mente, mas sua

> utilização depende da sensibilidade de cada um ao abordar um novo problema (WAGNER, 1999, p.22).

Outra questão que precisa de reflexão, segundo Richit (2005), é o fato das pesquisas voltadas à Geometria Analítica serem recentes e bastante escassas, principalmente na área da Educação Matemática, o que faz desta disciplina um campo de investigação ainda muito fértil. Di Pinto (2000, apud RICHIT, 2005) corrobora esta afirmação.

Richit (2005) constata, ao comparar os dados apresentados no trabalho de Cavalca (1997, apud RICHIT, 2005) com os dados obtidos por Di Pinto (2000, apud RICHIT, 2005), que há uma relação entre o índice de reprovação em Álgebra e a dificuldade de interpretar algebricamente um dado problema. Sugere então uma reflexão sobre a importância de desenvolver no aluno a capacidade de interpretar uma construção gráfica, geométrica e algebricamente. Esta capacidade poderia reduzir certas dificuldades tanto em Geometria Analítica como em Álgebra.

Outro aspecto mencionado por Richit (2005) é que a Geometria Analítica é uma das disciplinas dos currículos de cursos superiores, como por exemplo, Engenharia, Matemática e Ciência da Computação, que apresenta, segundo Di Pinto (2000, apud RICHIT, 2005), um dos maiores índices de reprovação, revelando sua problemática.

Por meio das pesquisas desenvolvidas por Cavalca (1997, apud RICHIT, 2005) e Munhoz (1999, apud RICHIT, 2005) conclui-se que, de um modo geral, a forma como a Geometria Analítica vem sendo tratada ao longo do Ensino Médio e Superior contribui para o agravamento desta realidade. Há uma lacuna na transição de conceitos e propriedades da representação geométrica para a algébrica.

Para Richit (2005) a prática docente em Geometria Analítica precisa priorizar os aspectos que podem levar o aluno a uma maior compreensão dos conteúdos desta disciplina, entre eles a ampliação das possibilidades de visualização de conceitos e propriedades, a realização de experimentação e a ênfase na interpretação de construções geométricas e gráficas.

Segundo Maltempi (2004; 2005, apud RICHIT, 2005) e Valente (1993; 1999; 2003b, apud RICHIT, 2005), a aprendizagem é um processo centrado no aluno e fornece autonomia para que possa executar suas ações físicas e mentais, estimulado pela criatividade, curiosidade e interesse pessoal.

Segundo a definição de Boulos e Camargo (1987, p. xiii, apud RICHIT, 2005), a Geometria Analítica é o estudo da Geometria pelo método cartesiano, que consiste em associar equações aos entes geométricos, e por meio do estudo dessas equações (com o auxílio da Álgebra) obter conclusões a respeito daqueles entes geométricos.

Ao considerar essa definição, Richit (2005) constata que a Geometria Analítica tem a Álgebra como sua aliada mais importante. Além disso, é por meio deste método de estudo que Geometria e Álgebra se relacionam, pois problemas de Geometria são resolvidos por processos algébricos e relações algébricas são interpretadas geometricamente. Esta transição entre domínios é um processo de suma importância para a construção do conhecimento na área.

Com base no exposto acima formulou-se a questão geradora desta pesquisa: *quais são as contribuições para o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica e Geometria Euclidiana, quando a primeira é utilizada como método de resolução de problemas da segunda?*

O objetivo deste trabalho foi analisar como os alunos mobilizavam seus conhecimentos ao resolver problemas de Geometria Euclidiana com métodos da Geometria Analítica.

Neste texto, cabe esclarecer o significado dos termos *método da Geometria Euclidiana* e *método da Geometria Analítica.* Ao referir-se a métodos da Geometria Euclidiana, a autora deste trabalho está se reportando à resolução de questões matemáticas por meio das fórmulas geométricas estudadas no âmbito da Geometria Euclidiana Plana e Espacial, no Ensino Médio. Os métodos da Geometria Analítica são entendidos aqui como aqueles baseados na utilização de um referencial cartesiano bidimensional ou tridimensional, e na associação de equações aos entes geométricos.

1. REFERENCIAL TEÓRICO

Os dados desta pesquisa serão analisados à luz da teoria Dialética Ferramenta/Objeto (DOUADY, 1993, apud MARANHÃO, 2002) e Registro de Representação Semiótica (DUVAL, 2003). Nos itens a seguir, é explicitado cada um dos referenciais teóricos citados.

1.1. Dialética Ferramenta/Objeto

Maranhão (2002) fez uma pesquisa sobre a Dialética Ferramenta/Objeto e o papel da interação entre domínios no funcionamento dessas fases. Para isso, a autora refletiu sobre os resultados das pesquisas de Regine Douady acerca do desenvolvimento de concepções matemáticas de estudantes, em sala de aula, na resolução de diversas sequências de problemas.

Douady (1993, apud MARANHÃO, 2002) afirma que saber matemática é ter disponíveis noções e teoremas matemáticos para resolver problemas e interpretar novas questões. Neste caso, as noções e os teoremas matemáticos têm o estatuto de ferramenta. Ou seja, as ferramentas são os conhecimentos matemáticos que os alunos possuem e utilizam para resolver problemas.

Por outro lado, Douady (1993, apud MARANHÃO, 2002) afirma que saber matemática é também identificar as noções e os teoremas como elementos de um corpo, é formular definições, enunciar teoremas desse corpo e demonstrá-los. Então, estes saberes têm estatuto de objeto. Neste caso, os conhecimentos a serem adquiridos pelos alunos são objetos de estudo.

De acordo com Douady (1993, apud MARANHÃO, 2002), para um professor, ensinar é criar as condições para que os alunos produzam um saber, um conhecimento, e uma ferramenta é um objeto em seu funcionamento científico. No entanto, para o aluno, aprender é se engajar numa atividade pela qual se produza um saber com seu estatuto de ferramenta e de objeto, e o uso de uma ferramenta é algo prático.

Com base nos autores mencionados na Introdução deste trabalho, é possível afirmar que a Geometria Analítica tem sido abordada no Ensino Médio apenas como objeto de ensino. Ainda que os exercícios de aplicação métrica e de demonstração presentes nos livros usuais de Geometria Analítica possam fazer crer que sejam questões de aplicação, percebe-se que os alunos não a compreendem como uma ferramenta, uma vez que raramente utilizam seus métodos para resolver problemas externos ao assunto. Um aluno que já estudou resolução de equações polinomiais de segundo grau utiliza este método em qualquer área da Matemática para resolver problemas nos quais apareça uma equação deste tipo. O mesmo não ocorre com os métodos da Geometria Analítica.

Maranhão (2002) descreve as fases da dialética ferramenta/objeto como se seguem. Na primeira fase, o aluno mobiliza conhecimentos antigos para resolver pelo menos uma parte do problema. Esses conhecimentos antigos são objetos de saber matemático que nessa fase funcionam como ferramenta. Situações que visam à criação de novos conhecimentos matemáticos são exemplos de problemas adequados a essa fase. No contexto desta pesquisa, a apresentação de problemas de Geometria Euclidiana acompanhados da sugestão para utilizar o sistema de eixos cartesiano como referência, constitui um exemplo de problemas adequados a esta fase. O aluno terá os conhecimentos de Geometria Euclidiana para tentar resolver o problema, mas a inserção do sistema cartesiano referencial representará uma possível dificuldade.

A segunda fase é a da pesquisa, na qual os alunos encontram dificuldades para resolver completamente o problema. Com isso, é necessário colocar em jogo novos conhecimentos que são implícitos, ou seja, conhecimentos novos que o aluno está criando e, no entanto, ele não consegue explicar do que se trata. Neste trabalho, o aluno poderá atribuir representação algébrica (associar pontos às coordenadas cartesianas, e equações às retas).

A terceira fase é a da explicitação, na qual o aluno descreve o que ele obteve em seu trabalho e as dificuldades que surgiram. Nessa fase, o professor deve promover debates sobre os conhecimentos antigos que estão sendo utilizados, e os conhecimentos novos que estão sendo criados. Colocando o foco nesta pesquisa, nesse momento o professor poderá orientar o aluno quanto à localização mais adequada da figura geométrica no referencial cartesiano.

Com isso, novos conhecimentos podem entrar em conflito com conhecimentos antigos, surgindo erros ou contradições. O professor pode esclarecer certas noções aos alunos e escolher o melhor momento e a melhor forma de intervir, respeitando a liberdade dos educandos.

Na quarta fase, os alunos podem formular alguns conceitos, propriedade ou procedimentos como objetos de conhecimento matemático. Com relação à Geometria Analítica, nesta fase os alunos desenvolvem as fórmulas iniciais da disciplina, tais como distância entre dois pontos e equação da reta.

De acordo com Douady (1993, apud MARANHÃO, 2002), os problemas propostos devem envolver, pelo menos, dois domínios, de modo que um sirva de referência ao outro. Estes domínios são ramos de conhecimento matemático. Pelo fato dos conhecimentos de um domínio não serem suficientes para resolver um problema, o aluno lança mão de conhecimentos de outros domínios. No âmbito deste trabalho, os domínios envolvidos são o geométrico e o algébrico. O fato do estudante necessitar disponibilizar conhecimentos aprofundados da Geometria Euclidiana para resolver um problema pode impedir que ele avance na resolução, se o aluno não possuir tais conhecimentos. Nesse caso, se possível, o ele poderá lançar mão dos métodos da Geometria Analítica. Com essa interação entre domínios diferentes, as resoluções dos problemas proporcionam o avanço do conhecimento dos mesmos.

A quinta fase é aquela em que os novos conhecimentos são desenvolvidos, chegando à sua institucionalização como objetos de saber matemático. Estes novos objetos matemáticos serão utilizados como um conhecimento antigo, ou seja, como uma ferramenta. Neste trabalho, são desenvolvidos os conhecimentos da Geometria Analítica, que poderão ser utilizados como ferramenta na resolução de problemas. Cabe ao professor saber o momento e o modo de passar para esta fase, ressaltando o que considera importante neste processo pelo qual o aluno passou.

Na sexta fase, o aluno resolve diversos exercícios para se familiarizar com o novo conhecimento, para que se tornem disponíveis para a criação de outros.

Na última fase, um novo problema é proposto, para que os alunos reutilizem os novos conhecimentos em uma situação mais complexa, que envolva novos conhecimentos, iniciando assim um novo ciclo. Dessa forma, os conhecimentos novos assumem o papel de conhecimentos antigos, sobre os quais o aluno vai institucionalizar novos conhecimentos. Focalizando neste trabalho, nesta fase os alunos utilizam os conhecimentos de Geometria Analítica adquiridos durante as outras fases para a resolução de um novo problema. Sendo assim, neste momento os métodos da Geometria Analítica se tornam conhecimentos antigos e os alunos os utilizam como uma ferramenta de auxílio na resolução de novos problemas e não mais como um objeto de estudo.

Para Maranhão (2002), a fim de usar as noções desenvolvidas por Douady, deve-se levar em conta que, para que as fases da dialética ferramenta/objeto funcionem é necessário a compreensão da interação entre domínios que têm referência entre si, para que seja viável o uso das ferramentas adequadas à solução de cada problema e a validação dos conhecimentos pelos alunos. Com relação à Geometria Analítica e a Geometria Euclidiana, embora pareçam domínios iguais, e de certa forma os domínios possuam intersecções, é importante ressaltar que a inserção do referencial cartesiano no problema geométrico acrescenta elementos algébricos que modificam as estratégias de resolução. Deste modo, podemos afirmar que temos domínios distintos.

Neste trabalho não foram utilizadas as fases da Dialética Ferramenta/Objeto. As situações descritas em cada fase, relacionadas ao contexto da pesquisa, constituem apenas exemplos com o objetivo de ilustrar a teoria. A autora utilizou a noção e implicações da dialética ferramenta/objeto no contexto de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica.

1.2. Registros de Representação Semiótica

Segundo Duval (2003), para compreender as dificuldades que muitos alunos têm na aprendizagem da Matemática, não se pode restringir ao campo matemático ou à sua história. Para o autor, o objetivo do ensino da Matemática é contribuir para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, análise e visualização, por isso é necessária uma abordagem cognitiva, procurando descrever o funcionamento cognitivo que possibilita a um aluno em uma situação de ensino, compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos. Duval (2003) sugere duas questões para analisar as condições e os problemas da aprendizagem matemática:

> 1. Quais sistemas cognitivos são necessários mobilizar para aceder aos objetos matemáticos e para efetuar as múltiplas transformações que constituem os tratamentos matemáticos?
> 2. Esses sistemas cognitivos são os únicos a ser mobilizados por qualquer processo de conhecimento em outros domínios científicos (geologia, astronomia, física, biologia...) e práticos, ou, ao contrário, trata-se de sistemas específicos, cujo desenvolvimento e cuja aquisição são próprios da atividade matemática? (DUVAL, 2003, p.12)

De acordo com o autor, para compreender as reais causas das dificuldades dos alunos, não podemos nos limitar a um modelo geral de aquisição de conhecimento centrado nas ações, interações e desequilíbrios como fatores principais da construção de conceitos matemáticos. O autor ainda afirma que o desenvolvimento das representações semióticas foi essencial para a evolução do pensamento matemático, por que as possibilidades de tratamento matemático dependem do sistema de representação utilizado e dos objetos matemáticos não serem diretamente perceptíveis ou observáveis.

Segundo o autor, são várias as representações semióticas utilizadas em Matemática. Há o sistema de numeração, as figuras geométricas e as representações gráficas, entre outras, as quais podem ser mobilizadas ao mesmo tempo ou trocadas a qualquer o momento. Existem quatro tipos diferentes de registro de representação, como mostra o quadro (Figura1) a seguir.

	Representação Discursiva	**Representação Não Discursiva**
Registros Multifuncionais Os tratamentos não são algoritmizáveis.	**Língua natural** Associações verbais (conceituais). Formas de raciocinar: ▪ argumentação a partir de observações, de crenças...; ▪ dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	**Figuras geométricas planas ou em perspectivas** (configurações em dimensão 0, 1 , 2 ou 3). ▪ apreensão operatória e não somente perceptiva; ▪ construção com instrumentos.
Registros Monofuncionais Os tratamentos são principalmente algoritmos.	**Sistemas de escritas** ▪ numéricas (binária, decimal, fracionária ...); ▪ algébricas; ▪ simbólicas (línguas formais). Cálculo	**Gráficos cartesianos** ▪ mudanças de sistemas de coordenadas; ▪ interpolação, extrapolação.

Figura 1: Quadro comparativo de representações
Fonte: DUVAL, 2003, p. 14.

Neste trabalho, entende-se que a representação da figura geométrica em Geometria Euclidiana é classificada como um registro multifuncional com representação não discursiva. Entretanto, ela não se dá, em geral, sempre no plano operatório, mas no perceptivo, pois é comum alunos reconhecerem uma figura geométrica pelo seu formato, mas não conhecer suas propriedades.

Já a representação de um objeto geométrico em Geometria Analítica pode ser classificada como um registro monofuncional com representação não discursiva. Esta observação garante a diferença entre os dois registros. Portanto, é lícito falar em conversão de registros, isto é, ao representar uma figura geométrica da Geometria Euclidiana com os procedimentos da Geometria Analítica, estar-se-á realizando uma conversão de registros. Este fato evidencia que a mudança de registro possui um custo cognitivo, que pode ser benéfico para o desenvolvimento do aluno ao criar condições para que ele se aproprie do objeto de estudo.

Para Duval (2003), em uma resolução de problema, um registro pode parecer privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro para o outro. O autor apresenta e explica dois tipos de transformação de representações semióticas: os tratamentos e as conversões.

Para o autor, quando é feita a transformação de uma representação semiótica em outra do mesmo sistema, tem-se um tratamento. Por exemplo, o processo de resolução de uma equação ou de um sistema de equações é feito dentro de um mesmo registro. Por outro lado, quando a transformação é feita entre representações semióticas de diferentes sistemas conservando a referência ao mesmo objeto, tem-se uma conversão, ou seja, muda-se o registro de representação.

Duval (2003) afirma que na conversão os alunos não reconhecem o mesmo objeto nas duas representações diferentes, como por exemplo, ao ter as representações de uma função em uma equação e em um gráfico, o aluno não reconhece que o objeto de estudo é o mesmo, ou seja, para os alunos são “coisas” diferentes. Àquele pode reconhecer uma função quadrática pelo seu gráfico, mas não a reconhece pela sua lei quando esta se apresenta num formato diferente de $y = ax^2 + bx + c$. Dessa forma, seguindo o pensamento do mesmo autor, há um limite na capacidade dos estudantes utilizarem os conhecimentos já adquiridos e as suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos. Ele afirma também que, para o aluno ter capacidade de converter é necessária a coordenação dos registros mobilizados.

O autor descreve os pontos de vista matemático e cognitivo da conversão. Do ponto de vista matemático, a conversão serve somente para escolher o registro que seja mais econômico e potente. No entanto, do ponto de vista cognitivo, a conversão é a atividade de transformação representacional fundamental que conduz à compreensão. Duval (2003) afirma que muitas vezes essas diferenças entre o ponto de vista matemático e o cognitivo não são levadas em conta nas pesquisas em didática e no ensino de Matemática.

Sobre a irredutibilidade da conversão a um tratamento, Duval (2003) afirma que, geralmente, considera-se que a conversão de uma representação de um objeto de um registro a outro é uma operação simples e local, e também é comum descrever a conversão como uma associação entre nomes e figuras ou como uma codificação. Sendo assim, a conversão seria uma forma simples de tratamento, seria uma aplicação de regras e não iria permitir uma apreensão global e qualitativa. Segundo o mesmo autor, a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro, isso porque não se deve jamais confundir um objeto com sua representação. No entanto, o autor faz o seguinte questionamento:

> Como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação? (DUVAL, 2003, p.21).

Duval (2003) afirma que dificilmente é observado que o conteúdo de uma representação depende mais do registro do que do objeto representado, pois passar de um registro de representação para o outro é mudar o modo de tratamento e, também, explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Além disso, afirma o autor que duas representações de um mesmo objeto em registros diferentes não possuem o mesmo conteúdo, pois todos os registros de representação não possuem a mesma natureza.

Poder-se-ia imaginar que as representações de um objeto geométrico na Geometria Euclidiana e na Geometria Analítica seriam iguais, uma vez que a representação não se modifica, apenas são acrescentados novos elementos. Tomando um exemplo para comparação, consideremos uma função e as suas representações na forma algébrica e na forma gráfica. Pode-se afirmar que são representações muito distintas, pois uma pertence ao domínio algébrico, e a outra ao domínio gráfico. Entretanto, há diferenças sutis, porém marcantes, entre as representações de um objeto geométrico na Geometria Euclidiana e na Geometria Analítica. Considerando que a representação na segunda inclui a representação da primeira, a principal distinção se dá no plano operatório, que é conseqüência do acréscimo de uma representação para os elementos. Em Geometria Analítica, um ponto não é apenas representado por uma marca no papel, como em Geometria Plana, mas também, e principalmente, por um par ordenado que indica a sua posição no referencial cartesiano, como mostra o esquema (Figura 2) a seguir.

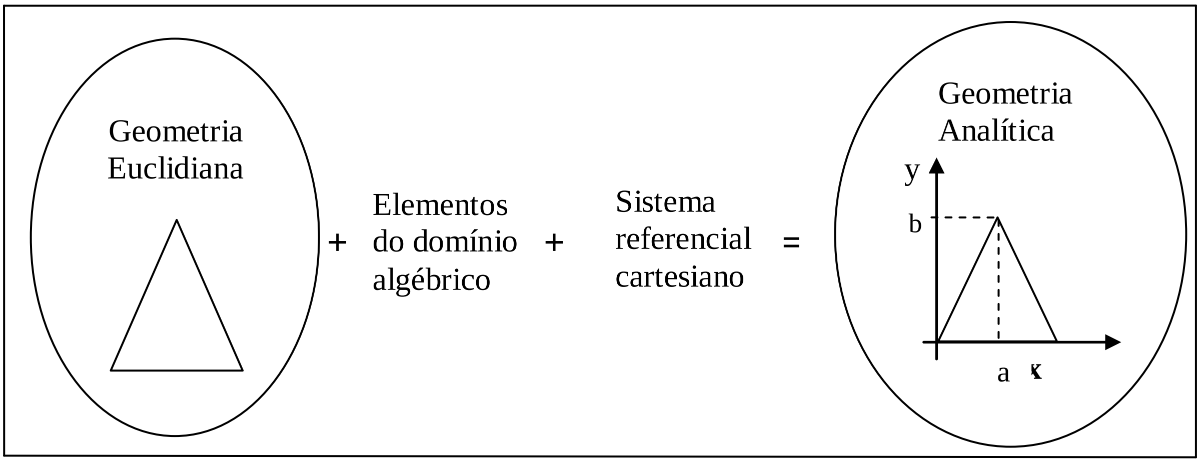


Figura 2: Esquema relacionando Geometria Euclidiana e Geometria Analítica.

Fonte: Autora

A vivência acadêmica da autora deste trabalho como aluna do Ensino Médio e da Licenciatura em Matemática, bem como sua pequena experiência como monitora do Ensino Médio, a leva a inferir que a conversão citada anteriormente não é contemplada neste nível de ensino.

2. METODOLOGIA DE PESQUISA

Richit (2005) enfatiza, baseada nas pesquisas de Hillel e Sierpinska (1994) e Di Pinto (2000), que a Geometria Analítica relaciona a Geometria e a Álgebra, tal que um dado problema pode ser interpretado em ambas as áreas. No entanto, as dificuldades apresentadas pelos alunos em cada área vêm comprometendo sua aprendizagem.

Assim, uma abordagem qualitativa se mostrou mais adequada a este estudo, visando à analisar e compreender as concepções e conjecturas dos alunos acerca da estratégia de trabalho adotada e as contribuições deste projeto à construção do conhecimento dos mesmos. Neste trabalho foram utilizadas como fonte de dados lista de problemas, entrevista escrita semi-estruturada e questionário.

2.1. Caracterização da pesquisa

Com relação ao presente trabalho, dentre as pesquisas qualitativas optou-se pelo estudo de caso, pois este tipo de pesquisa tem sido utilizado para estudar questões de aprendizagem dos alunos (PONTE, 2010).

O estudo de caso é uma investigação sobre uma situação específica. Esta investigação tem como objetivo descobrir o que há de essencial e característico em tal situação de estudo e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um conhecimento ou acrescentar conhecimento ao já existente (PONTE, 2010).

Na Educação Matemática, o estudo de caso tem sido usado para investigar questões de aprendizagem dos alunos, práticas profissionais de professores, etc. No estudo de um caso é sempre preciso ter atenção ao seu contexto. O estudo de caso pode ser exploratório, servindo para obter informação preliminar acerca do respectivo objeto de interesse, pode ser descritivo, com o propósito de descrever, e, finalmente, pode ser analítico, procurando problematizar o seu objeto, construir ou desenvolver nova teoria ou confrontá-la com teoria já existente. Em Educação Matemática há lugar para qualquer um destes tipos de estudo (PONTE, 2010).

O estudo de caso de cunho analítico proporciona um significativo avanço do conhecimento. Baseia-se fortemente em trabalho de campo ou em análise documental, podendo possuir um profundo alcance analítico, confrontando situações conhecidas e teorias existentes.

Assim, pode ajudar a gerar novas teorias e novas questões para futura investigação (PONTE, 2010).

Em Educação, e em particular na Educação Matemática, têm-se tornado cada vez mais comuns os estudos de caso de natureza qualitativa (PONTE, 2010).

A presente investigação possui características de um estudo de caso exploratório, descritivo e analítico. A pesquisa é um estudo de caso exploratório porque investiga se os alunos utilizam métodos da Geometria Analítica quando resolvem problemas de Geometria Euclidiana. É também descritivo, porque relata como os alunos resolvem os problemas de Geometria Euclidiana com e sem os métodos da Geometria Analítica. E, por fim, é analítico, uma vez que estuda os dados obtidos à luz de um referencial teórico, problematizando-os e gerando questões para outras pesquisas (PONTE, 2010).

Goldenberg (2000) também fala sobre a pesquisa qualitativa por meio do estudo de caso, a qual se tornou uma das principais modalidades de pesquisa e é a análise holística mais completa possível. A autora afirma que:

> Este método supõe que se pode adquirir conhecimento do fenômeno estudado a partir da exploração intensa de um único caso.
> Não é possível formular regras precisas sobre as técnicas utilizadas em um estudo de casos porque cada entrevista ou observação é única: depende do tema, do pesquisador e de seus pesquisados. (GOLDENBERG, 2000, p.33)

Para Goldenberg (2000) o pesquisador deve estar preparado para orientar o seu estudo e, também, para lidar com descobertas inesperadas e novos problemas que não foram previstos e que podem se tornar mais relevantes que os iniciais.

A pesquisa compreendeu duas partes, a saber: o teste exploratório e a experimentação das atividades.

2.2. Perfil dos participantes do teste exploratório

Os três alunos participantes do teste exploratório estavam cursando o 7°. período de um curso de licenciatura em Matemática. As idades dos mesmos variavam entre 20 e 30 anos, um aluno era do sexo masculino e os demais do sexo feminino.

O tempo dedicado a realização das atividades com este grupo de alunos foi de 3h 30min em horário extra-classe, ininterruptos.

2.3. Perfil dos participantes da experimentação

Os três alunos participantes da experimentação que tiveram seus trabalhos analisados, já haviam concluído o Ensino Médio e estavam participando de um curso Pré Vestibular. Dois destes alunos concluíram o Ensino Médio em escola particular e o outro aluno em escola pública. As idades dos mesmos eram 17, 18 e 21 anos.

Todos os participantes estudaram Geometria Analítica no Ensino Médio. No entanto, no curso de Pré Vestibular, este conteúdo ainda não havia sido abordado. Dois alunos se lembravam apenas de como calcular a distância entre dois pontos e o outro recordava-se de todos os métodos da Geometria Analítica utilizados nesta pesquisa.

Cabe ressaltar que no primeiro dia da experimentação, compareceram 13 alunos, e, no segundo dia, vieram apenas três, sendo que, destes, dois haviam participado das atividades do primeiro dia. Devido a este fato, decidiu-se apenas analisar as atividades dos três alunos que compareceram no segundo dia.

2.4. As atividades

As atividades previstas foram organizadas em quatro etapas:

1.ª Etapa: resolução da lista de problemas de Geometria Euclidiana (Anexo 1).

2.ª Etapa: resolução da lista com atividades de revisão de Geometria Analítica (Anexo 2).

3.ª Etapa: resolução da lista com problemas de Geometria Euclidiana, utilizando os métodos da Geometria Analítica.

4.ª Etapa: questão final.

Tais etapas ocorreram como estão relacionadas na figura 3.

	Etapa 1	Etapa 2		Etapa 3	Etapa 4
Data	14/05	14/05	21/05	21/05	21/05
Horário	14 horas às 16 horas	16 horas às 17 horas	14 horas às 14h30min	14h30min às 16 horas	16 horas às 17 horas

Figura 3: Cronograma das atividades

Fonte: Autora

Foram elaboradas duas listas de atividades, uma com problemas de Geometria Euclidiana (Anexo 1) e outra com exercício para revisão de Geometria Analítica (Anexo 2).

A lista de problemas de Geometria Plana (Anexo 1) foi resolvida pelos alunos, num primeiro momento, pela Geometria Plana. Após a revisão de Geometria Analítica, os alunos a resolveram novamente utilizando o plano cartesiano e os métodos da Geometria Analítica, ou seja, nesta fase, os conteúdos de Geometria Analítica deveriam ser utilizados como ferramenta. Assim, o objetivo desta lista foi proporcionar ao aluno a tomada de consciência de que um problema pode ser resolvido com ferramentas diferentes.

A lista de revisão de Geometria Analítica (Anexo 2) tem como objetivo revisar conceitos e fórmulas que poderiam ser utilizados nas resoluções dos problemas de Geometria Euclidiana.

A estratégia adotada foi a seguinte: primeiramente entregou-se a cada aluno a lista de problemas de Geometria Euclidiana, que ele resolveu individualmente e sem consulta. Depois, foi realizada uma breve revisão dos conteúdos de Geometria Analítica necessários para a experimentação. Ponto médio de um segmento, equação da reta no plano, distância entre dois pontos, distância entre ponto e reta e cosseno do ângulo formado por duas retas foram os conteúdos que integraram a revisão citada. É importante esclarecer que as questões da lista de revisão foram resolvidas com o tratamento escalar, que era o enfoque dado ao estudo de Geometria Analítica no livro de Ensino Médio adotado na turma à qual pertenciam os alunos participantes da experimentação.

Após a revisão, entregou-se a lista com os mesmos problemas de Geometria Euclidiana a cada um dos alunos, para que os resolvessem agora com os métodos da Geometria Analítica. Neste momento, ao passar a representação de uma figura da Geométrica Euclidiana para a Geometria Analítica, há uma conversão de registros.

Para finalizar as atividades, foi entregue um problema para ser resolvido pelos alunos. Os alunos responderam, também, a um questionário com perguntas cujo objetivo era colher a opinião dos mesmos sobre as atividades.

3. EXPERIMENTO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo são relatados a parte experimental da pesquisa e a análise dos dados provenientes da experimentação. Inicialmente é apresentado o teste exploratório e em seguida a experimentação em um grupo de alunos do terceiro ano do Ensino Médio.

3.1. Teste exploratório

O objetivo do teste exploratório foi verificar a clareza dos enunciados dos problemas das listas, bem como a adequação de sua quantidade, grau de dificuldade e o tempo necessário para a sua execução pelos alunos. Também foi observada, qual deve ser a postura da autora no direcionamento dos trabalhos.

O teste exploratório foi realizado com três alunos do 7°. período de um curso de licenciatura em Matemática, no dia primeiro de março de 2011 das 14 horas às 17 horas e 30 minutos em horário extra-classe. Dos três períodos de Geometria Analítica do curso de licenciatura mencionado anteriormente, dois alunos já haviam cursado os três, e uma aluna, dois. Todos haviam concluído as disciplinas de Geometria Plana Plana e Espacial.

Primeiramente, os participantes tentaram resolver, sem consulta e individualmente, a lista com oito problemas de Geometria Plana (Anexo 1).

Os alunos não receberam nenhuma orientação da autora e resolveram corretamente a primeira, a segunda e a terceira questões, usando apenas métodos da Geometria Plana.

Quanto às outras, alguns alunos não resolveram corretamente ou apenas registraram informações contidas no enunciado e não avançaram na resolução das mesmas.

Em seguida, a autora entregou a cada aluno uma lista com atividades de revisão de Geometria Analítica (Anexo 2), que foi resolvida pela autora com a participação dos alunos. Estes não recordaram-se apenas da fórmula da distância entre ponto e reta na quarta questão, por isso, foi necessário a demonstração de algumas fórmulas.

Os alunos receberam novamente a lista com problemas de Geometria Plana para ser resolvida, agora com os métodos da Geometria Analítica. Foi necessária uma hora para tentar resolver os problemas da lista. A primeira, segunda e terceira questões foram resolvidas com facilidade.

No entanto, eles tiveram um pouco de dificuldade em visualizar como poderiam utilizar a Geometria Analítica para resolver os problemas seguintes, neste momento, eles não imaginaram que precisariam colocar os eixos do plano cartesiano e as coordenadas de cada ponto e, assim, resolver cada problema.

Nesse momento, a autora foi ao quadro e discutiu com o grupo a resolução das questões, deixando que os alunos terminassem de resolver cada problema.

As questões um, dois e três tinham em comum o fato das figuras relacionadas possuírem ângulos retos, o que facilitou o posicionamento adequado do par de eixos cartesianos, além da resolução exigir apenas aplicação direta das fórmulas de distância entre dois pontos e a determinação da equação da reta.

Durante o encontro, a autora observou como os alunos estavam resolvendo e se apresentavam dificuldades. A partir de então, verificou-se que ao final da resolução dos problemas os alunos estavam exaustos pelo tempo que estavam em sala e que esta aula teria um melhor rendimento se ocorresse em dois dias.

Ao final, a autora fez uma entrevista oral semi estruturada (Anexo 3) com os participantes sobre o tema abordado neste trabalho. A primeira pergunta solicitava que eles comentassem sobre a resolução dos problemas pela Geometria Plana e pela Geometria Analítica. Os alunos participantes concordaram que a resolução destes problemas pela Geometria Plana é mais complicada porque era trabalhosa, e por isso eles não conseguiram resolver muitas questões por essa Geometria. Afirmaram também que a resolução pela Geometria Analítica é mais fácil, simples de compreender e mais rápida.

Os participantes do teste exploratório consideraram viável a aplicação desses problemas em uma turma de Ensino Médio, pois o tema era interessante. Afirmaram ainda que alguns alunos preferem a Geometria Plana por não conhecer outra possibilidade.

Mesmo não sendo questionados sobre as atividades, eles falaram que as mesmas eram longas e cansativas para serem resolvidas em 3h 30min.

Ao perguntar aos participantes se já haviam resolvido problemas de Geometria Plana utilizando métodos da Geometria Analítica, eles responderam que, dessa forma, não. Nunca haviam estudado partindo da Geometria Plana para a Geometria Analítica. Eles utilizavam métodos da Geometria Analítica apenas quando estudavam Geometria Analítica, no plano cartesiano.

A autora perguntou também quais as principais contribuições da utilização da Geometria Analítica para resolver problemas de Geometria Plana. Eles responderam que é bom utilizar dois métodos, pois para resolver problemas de Geometria Plana não tem-se que utilizar apenas os métodos que se aprende nesta disciplina, uma vez que existem outras opções que podem auxiliar na resolução de problemas da mesma.

Com a aplicação do teste exploratório, verificou-se que nas questões um, dois e três, figuras relacionadas possuem ângulos retos, o que facilitou o posicionamento adequado no par de eixos cartesianos, e os alunos não tiveram dificuldades de resolvê-las. No entanto, nas demais questões, os alunos tiveram dificuldades com relação ao posicionamento dos eixos cartesianos.

Verificou-se, também, a necessidade de extensão do tempo de aplicação no grupo de Ensino Médio, pois a mesma em apenas um dia foi cansativa. Houve ainda, uma modificação na lista de problemas de Geometria, da qual foi retirada uma questão. Em geral, os alunos conseguiram resolver os problemas com mais facilidade pelos métodos da Geometria Analítica.

3.2. Experimentação com alunos pré-vestibulandos

Conforme descrito na metodologia, o encontro ocorreu em dois encontros. Seguem o relato e a análise.

3.2.1. Primeiro encontro

Neste encontro compareceram 13 alunos de um curso pré-vestibular particular. Foi entregue a lista de problemas para que os alunos pudessem resolver individualmente ou em dupla, sem recorrer à autora ou a material didático. Após duas horas, foi encerrada esta etapa, recolhida a resolução dos alunos e distribuida a lista de exercícios de prérrequisitos, que foi resolvida pela autora juntamente com os alunos, no tempo de uma hora.

No momento da resolução da lista de problemas, os alunos não se lembraram da lei dos cossenos, o que dificultou a resolução do problema 4. Todos resolveram as três primeiras questões e um aluno resolveu a quinta questão. Nos demais problemas, os alunos apenas passaram as informações do enunciado para as figuras ou tentaram fazer alguns cálculos, mas não chegaram à resolução dos problemas. Foi observado que nenhum aluno utilizou os métodos da Geometria Analítica como ferramenta como mostra a figura 4.

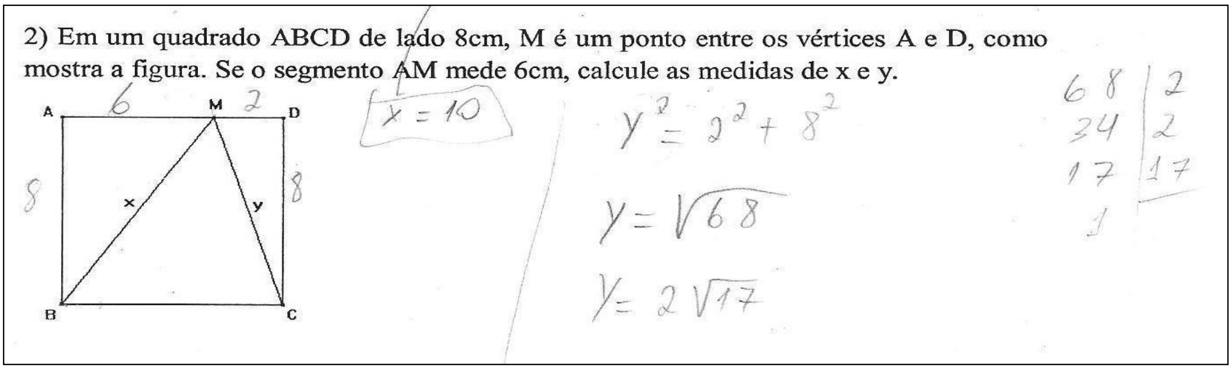


Figura 4: Resolução da questão 2 da lista de problemas de um dos alunos utilizando os métodos da Geometria Plana.

Fonte: Autora

No momento da resolução da lista de prérrequisitos, ao serem indagados sobre a estratégia de resolução das questões desta lista, percebeu-se que os alunos não conheciam algumas fórmulas e teoremas da Geometria Analítica. Deste modo, foi preciso demonstrá-los, e o tempo programado não foi suficiente, sendo necessário retomar as duas últimas questões no encontro seguinte.

Durante a resolução citada acima, os alunos não apresentaram dúvidas e acompanharam o desenvolvimento das demonstrações com facilidade.

3.2.2. Segundo encontro

Neste encontro, compareceram dois dos treze alunos que vieram no primeiro dia e um aluno que não compareceu no primeiro dia, por isso, foram analisadas apenas as atividades desses três alunos. As últimas questões da lista de prérrequisitos foram resolvidas. Para isso, foram disponibilizados 30 minutos do tempo da aula. Após este momento, foi entregue novamente para os alunos a lista de problemas de Geometria Plana. No entanto, a autora pediu para que os alunos utilizassem os conhecimentos de Geometria Analítica para resolver os problemas.

Dois alunos conseguiram resolver todas as questões e um aluno conseguiu resolver 5 questões. Entretanto, eles confessaram ter dificuldades em localizar as figuras no plano cartesiano para, a partir daí, utilizar os métodos da Geometria Analítica para resolver os problemas. Os três alunos conseguiram resolver os problemas utilizando os métodos da Geometria Analítica como ferramenta, como mostra a figura 5.

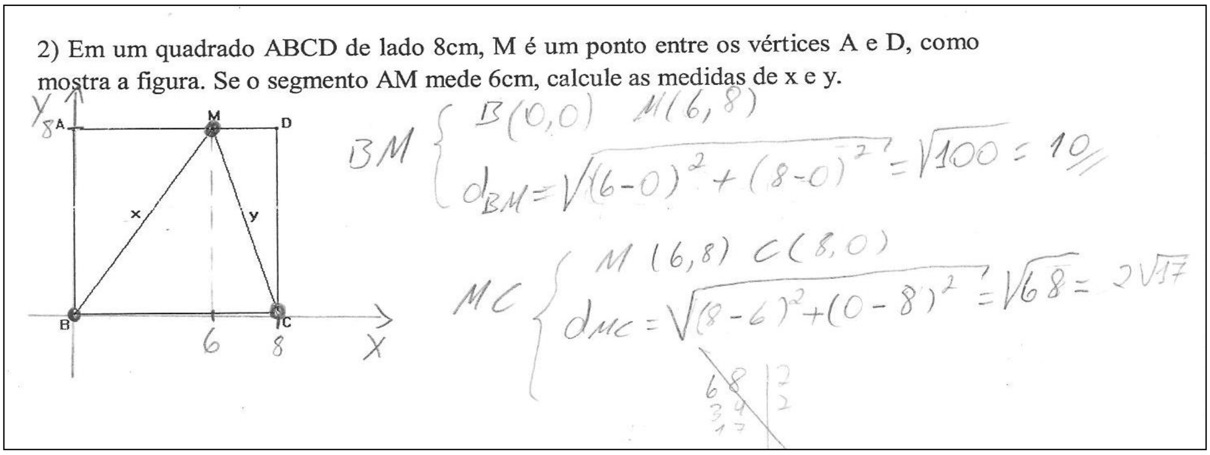


Figura 5: Resolução da questão 2 da lista de problemas de um dos alunos utilizando os métodos da Geometria Analítica.

Fonte: Autora

É importante ressaltar que os alunos não haviam conseguido resolver os problemas 4, 5, 6, 7 utilizando apenas métodos da Geometria Plana. Obtiveram sucesso ao resolver as mesmas questões utilizando como ferramenta os conhecimentos da Geometria Analítica. Eles não apresentaram dificuldades em fazer a conversão da linguagem escrita para a linguagem matemática, bem como em encontrar as coordenadas corretas de cada ponto dos problemas, após a localização da figura no plano cartesiano. Ou seja, depois de posicionar os eixos do plano cartesiano nas figuras geométricas, a única dificuldade apontada, como já citado anteriormente, foi localizar a figura no plano cartesiano de modo mais adequado. Este fato permite afirmar que a utilização dos métodos da Geometria Analítica pode facilitar a resolução dos problemas de Geometria Plana.

Por fim, foi solicitado aos alunos que resolvessem uma questão final (Figura 6) de Geometria Plana. O objetivo desta atividade foi observar qual dos dois métodos os alunos utilizariam para resolver tal questão. Dos três alunos que participaram da experimentação, dois resolveram esta questão e o outro não a resolveu por falta de tempo. Os dois alunos resolveram corretamente, utilizaram os métodos da Geometria Analítica e não apresentaram dificuldades.

A questão final tinha o seguinte enunciado: Determine a altura relativa a um dos lados congruentes de um triângulo isósceles, sabendo que este mede 6cm e o outro lado mede 4cm. A seguir estão a resolução de um dos alunos.

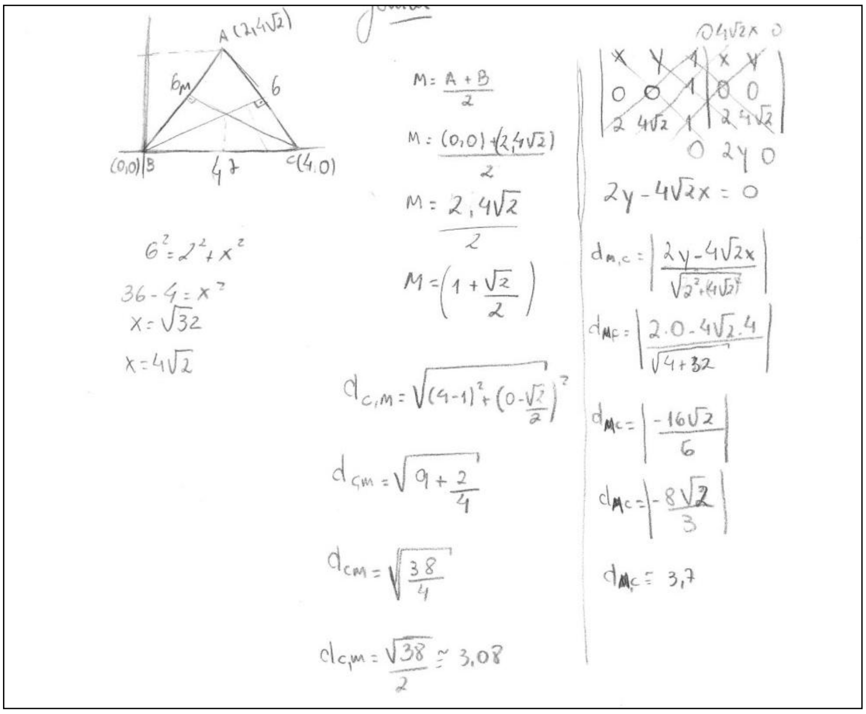


Figura 6: Resolução da questão final de um dos alunos utilizando os métodos da Geometria Analítica.
Fonte: Autora

A representação de uma figura geométrica no plano e a representação desta mesma figura no plano cartesiano podem ser consideradas como duas representações de mesma natureza, a gráfica. A passagem de uma representação à outra é entendida como uma mudança de registro, pois na segunda representação, a figura não muda, mas são acrescidas a ela elementos referenciais a um sistema de eixos cartesianos. Porém, esta mudança é fundamental para que se utilizem ferramentas distintas das utilizadas na representação no plano, a fim de resolver problemas.

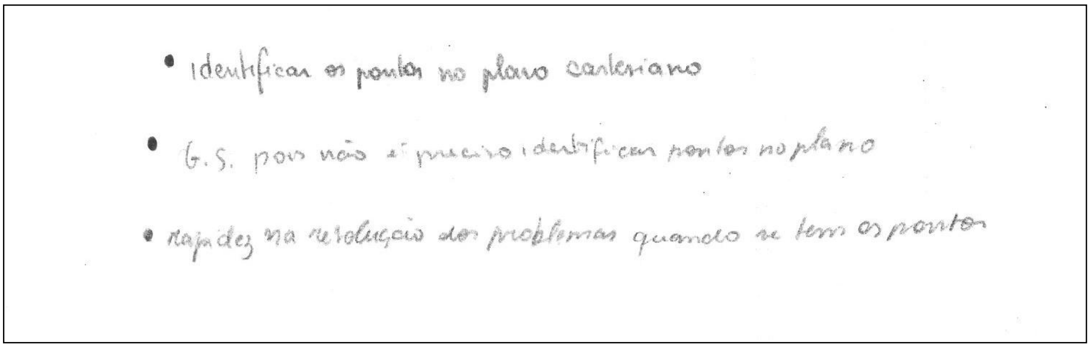
Ao final, solicitou-se aos alunos que respondessem a entrevista, com quatro perguntas. Segue as perguntas e respostas dos alunos:

1) Nós resolvemos exercícios de Geometria utilizando métodos da Geometria Plana e da Geometria Analítica. Comente sobre os dois métodos. Fale, por exemplo, qual você achou mais fácil, se sua aplicação é viável no Ensino Médio.

2) Você já havia resolvido problemas de Geometria utilizando métodos da Geometria Analítica? Em caso positivo, quando?

3) Na sua opinião, quais são as principais contribuições da utilização da Geometria Analítica para resolver problemas de Geometria Sintética?

4) Gostaria de fazer algum comentário?



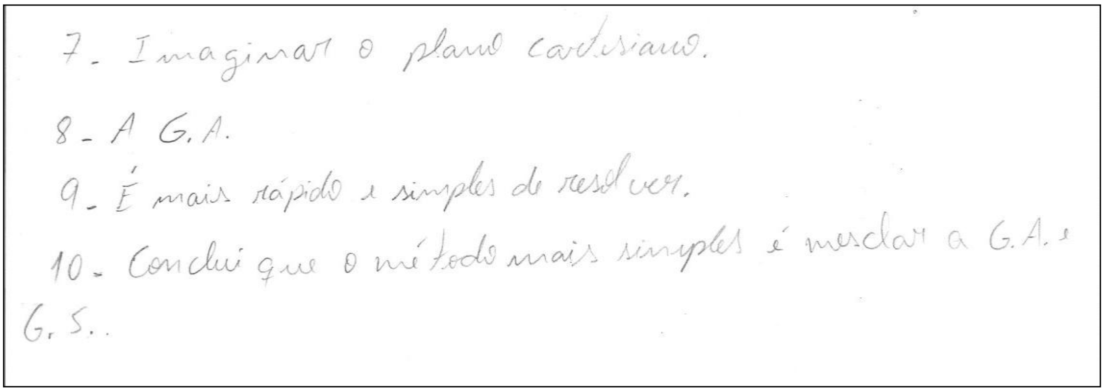
• identificar os pontos no plano cartesiano

• G.S. pois não é preciso identificar pontos no plano

• rapidez na resolução dos problemas quando se tem os pontos

Figura 7: Resposta de um aluno.

Fonte: Autora



7- Imaginar o plano cartesiano.

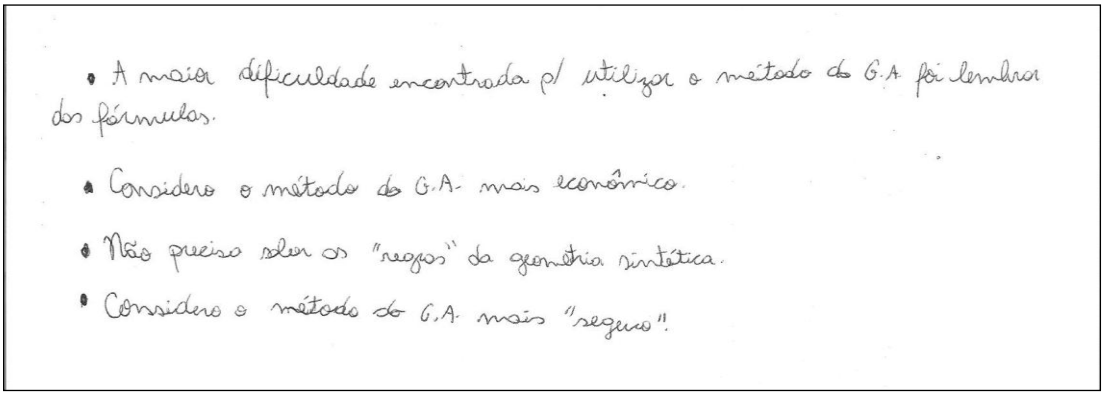
8- A G.A.

9- É mais rápido e simples de resolver.

10- Conclui que o método mais simples é mesclar a G.A. e G.S..

Figura 8: Resposta de um aluno.

Fonte: Autora



• A maior dificuldade encontrada p/ utilizar o método de G.A foi lembrar das fórmulas.

• Considero o método de G.A. mais econômico.

• Não preciso saber as "regras" da geometria sintética.

• Considero o método de G.A. mais "seguro".

Figura 9: Resposta de um aluno.

Fonte: Autora

Ao analisar as respostas dos alunos, verificamos que a maior dificuldade encontrada por eles ao utilizarem os métodos da Geometria Analítica foi na manipulação do plano cartesiano e em relembrar as fórmulas. Podemos observar, também, que os alunos afirmaram que a Geometria Analítica é mais econômica ou mais simples que a Geometria Plana. Já o outro aluno, prefere a Geometria Plana por não envolver o plano cartesiano, e este mesmo aluno afirma que depois que se têm os pontos no plano a resolução do problema é mais rápida.

CONCLUSÃO

Tendo em vista o estudo de Geometria Analítica voltado para a resolução de problemas desta disciplina (WAGNER 1999; NERY, 2008), surgiu uma interrogação: quais seriam as contribuições para o ensino e aprendizagem de Geometria Euclidiana se fossem utilizados métodos da Geometria Analítica? A busca por uma resposta culminou com a elaboração e execução da presente pesquisa.

No processo de investigação, optou-se por elaborar questões de Geometria Euclidiana que pudessem ser resolvidas pelos métodos da Geometria Analítica. Tais questões foram apresentadas a um grupo de alunos em dois momentos. No primeiro momento eles as resolveram livremente, e no segundo momento, foram orientados a utilizar métodos da Geometria Analítica.

Retornando à questão de pesquisa, *Quais são as contribuições para o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica e Geometria Euclidiana quando a primeira é utilizada como métodos de resolução de problema da segunda?*, pode-se afirmar que a contribuição para o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica é que, a possibilidade do aluno vivenciar uma aplicação dos conteúdos dessa disciplina em outra área da Matemática, permite ao mesmo compreendê-los como uma ferramenta, e não apenas como um objeto de estudo. Tal compreensão pode alargar os horizontes no momento da escolha de estratégias para resolver um problema geométrico.

A possibilidade de tratamentos distintos para o mesmo objeto geométrico constitui uma das maiores contribuições para o ensino e aprendizagem de Geometria Euclidiana. Segundo Duval (2003), para que um objeto matemático seja realmente aprendido pelo aluno, é necessário que este saiba representá-lo em domínios distintos, quando possível. Além desta contribuição, pode-se citar a simplicidade das resoluções de certos problemas geométricos utilizando métodos da Geometria Analítica, fato evidenciado pelos alunos durante a pesquisa.

Este trabalho teve por objetivo analisar como os alunos mobilizavam seus conhecimentos ao resolver problemas de Geometria Euclidiana com métodos da Geometria Analítica. Observou-se que, ao se deparem com um problema de Geometria Euclidiana, os alunos mobilizaram conhecimentos desta disciplina para resolvê-los, e nem cogitaram utilizar, em momento algum, métodos de Geometria Analítica, mostrando-se surpresos com tal possibilidade. Este fato reforça a afirmação de que os conteúdos de Geometria Analítica estão sendo abordados apenas com caráter de objeto, sem enfatizar o caráter de ferramenta, conforme citado na Introdução deste trabalho.

Como continuidade deste trabalho, é sugerida a investigação da questão de pesquisa utilizando um *software* de geometria dinâmica que integre a Álgebra em sua configuração, por exemplo, o *software* GeoGebra[1].

Os resultados deste estudo de caso foram apresentados como uma contribuição para a reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica, particularmente para a intensificação do enfoque desta disciplina como ferramenta.

[1] O GeoGebra é um software de geometria dinâmica elaborado por Markus Hohenwarter como produto de sua dissertação de mestrado.

REFERÊNCIAS BIBLIOBRÁFICAS

DIAS A. **Educação Matemática**: uma introdução. 2ª ed. São Paulo: EDUC, 2002, 115-134.

DI PINTO, M. A. **Ensino e aprendizagem da Geometria Analítica**: as pesquisas brasileiras da década de 90. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica - PUC, São Paulo, 2000.

DUVAL, Raymond. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. ln: MACHADO, Silva D. A. (org). **Aprendizagem em Matemática**. São Paulo: 2003.

FREITAS, José Orlando Gomes. A Geometria torna-se Álgebra. **Revista do Professor de Matemática.** São Paulo, n.27, p.22-25. quadrim. 1995.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar**: Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 4.ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2000.

HILLEL, J.; SIERPINSKA, A**. On one persistent mistake in linear algebra, in Proceedings of the 18th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** July 1994, Lisbon, Portugal, vol. III, 65-72, 1994.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática:**Registros de representação semiótica. 7.ª ed. São Paulo: Papirus, 2003.

MARANHÃO, Maria Cristina S. de A. **Dialética, Ferramenta, Objeto**. In: MACHADO, Silvia. São Paulo: 2002.

NERY, Chico. A Geometria Analítica no Ensino Médio. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, n.67, p.19-20. quadrim. 2008.

PONTE, João Pedro da. **O estudo de caso na investigação em educação Matemática**. Disponível em *http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docspt%5C94-Ponte%28Quadrante-Estudo%29.pdf*. Acesso em: 10 nov. 2010.

RICHIT, Adriana. **Projetos em Geometria Analítica Usando Software de Geometria Dinâmica**: Repensando a Formação Inicial Docente em Matemática. UNESP Rio Claro, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2005.

WAGNER, Eduardo. Sobre o ensino de Geometria Analítica. **Revista do Professor de Matemática.** São Paulo, n.41, p.17-22. quadrim. 1999.

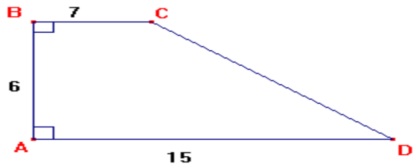
ANEXOS

ANEXO 1:

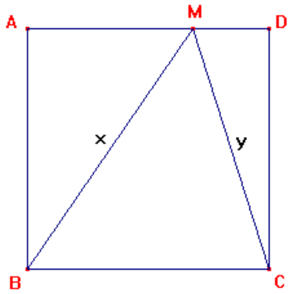
Lista de Problemas de Geometria Euclidiana

Problemas

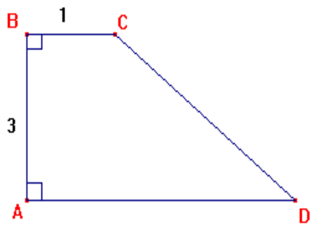
1) (RPM, ANO, p.) Num trapézio retângulo, as bases medem 15cm e 7cm e a altura mede 6cm. Calcule a medida do outro lado do trapézio.



2) Em um quadrado ABCD de lado 8cm, M é um ponto entre os vértices A e D, como mostra a figura. Se o segmento AM mede 6cm, calcule as medidas de x e y.

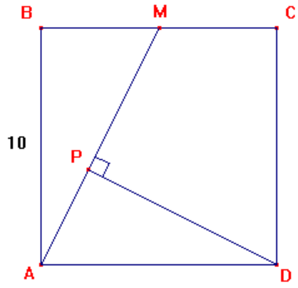


3) Sabendo que a área de um trapézio retângulo ABCD, como mostra a figura, é 9cm^2, que a sua altura é 3cm e que a base menor mede 1cm. Determine a equação da reta que passa pelo lado CD.

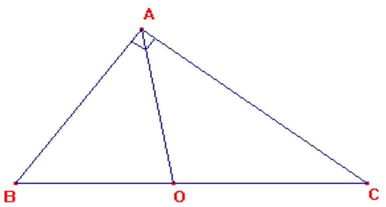


4) (RPM, p.19) Dois lados de um paralelogramo medem 2 e 3 e fazem entre si um ângulo de 60°. Qual é o cosseno do ângulo formado pelas diagonais?

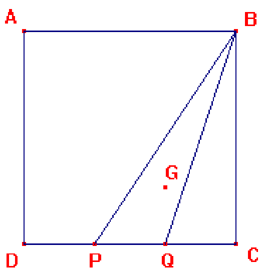
5) (RPM, p.20) O quadrado ABCD tem lado 10. Sendo M o ponto médio de BC, e DP perpendicular a AM. Qual é o comprimento do segmento DP?



6) (RPM, p.21) Os catetos de um triângulo ABC, retângulo em A, medem AB = 10cm e AC = 15cm. Se AO é bissetriz do ângulo A, calcule as áreas dos triângulos ABO e ACO.



7) (RPM, p.20) Na figura, o quadrado ABCD tem lado 9 e os pontos P e Q dividem o lado CD em três segmentos congruentes. Calcule a distância do vértice A ao baricentro G do triângulo BPQ.



ANEXO 2:

Lista de Revisão de Geometria Analítica

Atividades de Prérrequisitos

1) (PAIVA, 2004, p.34) Um sistema cartesiano é associado à planta de uma cidade de modo que o eixo Ox é orientado de oeste para leste, o eixo Oy é orientado de sul para norte e a unidade adotada em cada eixo é o quilômetro. Um automóvel que parte do ponto A do terceiro quadrante distante 3 km do eixo Ox e 5 km do eixo Oy percorre o seguinte trajeto: 15 km para o leste, 3 km para o norte, 3 km para o oeste e, finalmente, 2 km para o norte, estacionando em um ponto B. O ponto A, em relação a esse sistema de coordenadas, e a distância, em km, entre os pontos A e B são?

2)Sabendo que os vértices do triângulo ABC são os pontos A(3,-1), B(1,1) e C(5,5), determine:

a) o perímetro do triângulo ABC.

b) a área do triângulo ABC.

3) Os vértices de um triângulo são os pontos A(1,4), B(4,9) e C(10,15). Calcule o comprimento da mediana AM.

4) Determine a altura do triângulo ABC relativa ao lado BC. São dados A(-1,5), B(7/2,-3) e C(-4,-2).

5) Sabendo que os vértices do triângulo ABC são os pontos A(1,3), B(7,3) e C(3,5). Mostre que o triângulo ABC triângulo é retângulo.

ANEXO 3:

Entrevista oral semi estruturada

Entrevista oral semi estruturada

5) Nós resolvemos exercícios de Geometria utilizando métodos da Geometria Sintética (Euclidiana) e da Geometria Analítica. Comente sobre os dois métodos. Fale, por exemplo, qual você achou mais fácil, se sua aplicação é viável no Ensino Médio.

6) Você já havia resolvido problemas de Geometria utilizando métodos da Geometria Analítica? Em caso positivo, quando?

7) Na sua opinião, quais são as principais contribuições da utilização da Geometria Analítica para resolver problemas de Geometria Sintética?

8) Gostaria de fazer algum comentário?

ANEXO 4:

Questão final

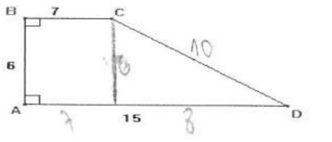
Questão final

Determine a altura relativa a um dos lados congruentes de um triângulo isósceles cujos lados congruentes medem 6cm e o outro lado mede 4cm.

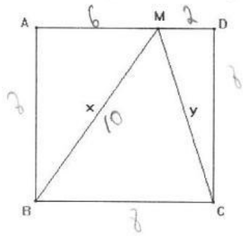
ANEXO 5:
Resolução dos alunos do Ensino Médio

Problemas

1) Num trapézio retângulo, as bases medem 15cm e 7cm e a altura mede 6cm. Calcule a medida do outro lado do trapézio.



2) Em um quadrado ABCD de lado 8cm, M é um ponto entre os vértices A e D, como mostra a figura. Se o segmento AM mede 6cm, calcule as medidas de x e y.



$2^2+8^2=y^2$

$4+64=y^2$

$68=y^2$

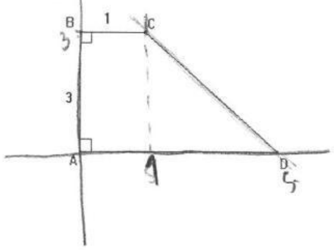
$y=2\sqrt{17}$

$6^2+8^2=x^2$

$x^2=100$

$x=10$

3) Sabendo que a área de um trapézio retângulo ABCD, como mostra a figura, é $9cm^2$, que a sua altura é 3cm e que a base menor mede 1cm. Determine a equação da reta que passa pelo lado CD.



$A=\frac{(B+b)\cdot h}{2}$

$9=\frac{3B+3}{2}$

$18-3=3B$

$B=5cm$

$y=ax+b$

$A(1,3)$

$B(5,0)$

$\begin{cases} 3=a+b \\ 0=5a+b \end{cases} \to a=3-b$

$5a=-b$

$5(3-b)=-b$

$15-5b=-b$

$15=4b \quad b=\frac{15}{4}$

$a=3-\frac{15}{4}$

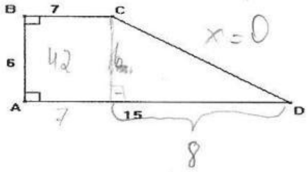
$a=\frac{12-15}{4}$

$a=-\frac{3}{4}$

$y=-\frac{3}{4}x+\frac{15}{4}$

Problemas

1) Num trapézio retângulo, as bases medem 15cm e 7cm e a altura mede 6cm. Calcule a medida do outro lado do trapézio.



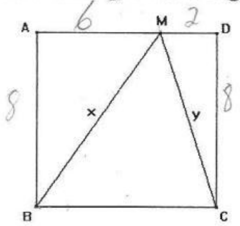
$x^2 = 6^2 + 8^2$

$x^2 = 36 + 64$

$x = \sqrt{100}$

$x = 10$

2) Em um quadrado ABCD de lado 8cm, M é um ponto entre os vértices A e D, como mostra a figura. Se o segmento AM mede 6cm, calcule as medidas de x e y.



$\boxed{x = 10}$

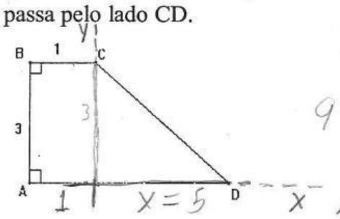
$y^2 = 2^2 + 8^2$

$y = \sqrt{68}$

$y = 2\sqrt{17}$

68	2
34	2
17	17
1	

3) Sabendo que a área de um trapézio retângulo ABCD, como mostra a figura, é $9cm^2$, que a sua altura é 3cm e que a base menor mede 1cm. Determine a equação da reta que passa pelo lado CD.



$A = \frac{(B+b)\,h}{2}$

$9 = \frac{(B+1)\,3}{2}$

$18 = 3B + 3$

$B = 5$

$(0,3)$ e $(5,0)$ $\quad y = ax + b$

$b = 3$

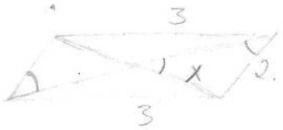
$\begin{cases} a0 + b = 3 \\ a.5 + b = 0 \end{cases}$

$5a = -3$

$a = \frac{-3}{5}$

$y = \frac{-3}{5}x + 3$

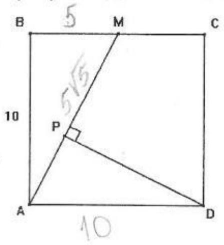
4) (RPM, p.19) Dois lados de um paralelogramo medem 2 e 3 e fazem entre si um ângulo de 60°. Qual é o cosseno do ângulo formado pelas diagonais?



$\operatorname{sen} 60° = \frac{x}{2}$

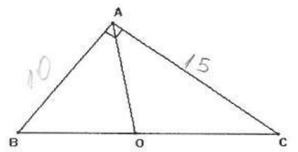
$x = 1$

5) (RPM, p.20) O quadrado ABCD tem lado 10. Sendo M o ponto médio de BC, trace DP perpendicular a AM. Qual é o comprimento do segmento DP?

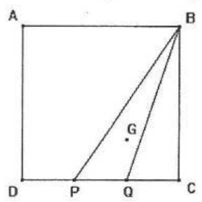


125	5
25	5
5	5
1	

6) (RPM, p.21) Os catetos de um triângulo ABC, retângulo em A, medem AB = 10cm e AC = 15cm. Se AO é bissetriz do ângulo A, calcule as áreas dos triângulos ABO e ACO.

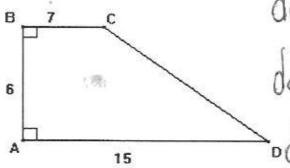


7) (RPM, p.20) Na figura, o quadrado ABCD tem lado 9 e os pontos P e Q dividem o lado CD em três segmentos congruentes. Calcule a distância do vértice A ao baricentro G do triângulo BPQ.



Problemas

1) Num trapézio retângulo, as bases medem 15cm e 7cm e a altura mede 6cm. Calcule a medida do outro lado do trapézio.



C(7,6)
D(15,0)

$d_{C,D} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$d_{C,D} = \sqrt{(15-7)^2+(0-6)^2}$

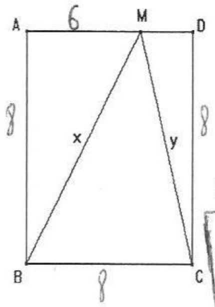
$d_{C,D} = \sqrt{(8)^2+(-6)^2}$

$d_{C,D} = \sqrt{64+36}$

$d_{C,D} = \sqrt{100}$

$\boxed{d_{C,D} = 10.}$

2) Em um quadrado ABCD de lado 8cm, M é um ponto entre os vértices A e D, como mostra a figura. Se o segmento AM mede 6cm, calcule as medidas de x e y.



B(0,0)
C(8,0)
M(6,8)

$d_{B,M} = \sqrt{(6-0)^2+(8-0)^2}$

$d_{B,M} = \sqrt{(6)^2+(8)^2}$

$d_{B,M} = \sqrt{36+64}$

$\boxed{d_{BM} = 10.}$

$\boxed{x = 10.}$

$d_{C,M} = \sqrt{(6-8)^2+(8-0)^2}$

$d_{C,M} = \sqrt{(-2)^2+(8)^2}$

$d_{C,M} = \sqrt{4+64}$

$d_{C,M} = \sqrt{68}$

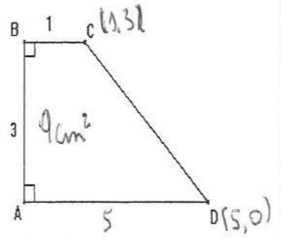
$\boxed{d_{C,M} = 2\sqrt{17}.}$

$\boxed{y = 2\sqrt{17}.}$

68	2
34	2
17	17

$2\sqrt{17}$

3) Sabendo que a área de um trapézio retângulo ABCD, como mostra a figura, é $9cm^2$, que a sua altura é 3cm e que a base menor mede 1cm. Determine a equação da reta que passa pelo lado CD.



C(1,3)

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

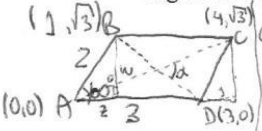
$3x \cancel{+0} + 5y - 15 \cancel{-0x} - \cancel{y} = 0$

19

	30°	45°	60°
sen	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$
cos	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$
tg		1	

$19 \times 7 = 133$

4) (RPM, p.19) Dois lados de um paralelogramo medem 2 e 3 e fazem entre si um ângulo de 60°. Qual é o cosseno do ângulo formado pelas diagonais?



$|AC| = \sqrt{x^2+y^2}$

$AC = (x_C - x_A, y_C - y_A)$

$\cos\alpha = \frac{u \cdot v}{|u||v|}$

$\cos\alpha = \frac{AC \cdot BD}{|AC| \cdot |BD|}$

$sen\,60° = \frac{w}{2}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{w}{2}$ $\quad \boxed{w = \sqrt{3}}$

$\cos 60° = \frac{z}{2}$ $\quad \frac{1}{2} = \frac{z}{2}$ $\quad \boxed{z = 1}$

$AC = (4-0, \sqrt{3}-0)$ $\quad \boxed{AC = (4, \sqrt{3})}$

$BD = (3-1, 0-\sqrt{3})$ $\quad \boxed{BD = (2, -\sqrt{3})}$

$|AC| = \sqrt{4^2+\sqrt{3}^2}$ $\quad \boxed{|AC| = \sqrt{19}}$

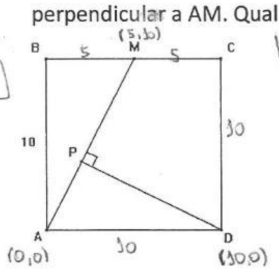
$|BD| = \sqrt{2^2+(-\sqrt{3})^2}$ $\quad |BD| = \sqrt{4+3}$ $\quad \boxed{|BD| = \sqrt{7}}$

$\cos\alpha = \frac{(4,\sqrt{3}) \cdot (2,-\sqrt{3})}{\sqrt{19} \cdot \sqrt{7}}$

$\cos\alpha = \frac{8-3}{\sqrt{133}}$

$\boxed{\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{133}}} = \boxed{\frac{5\sqrt{133}}{133}}$

5) (RPM, p.20) O quadrado ABCD tem lado 10. Sendo M o ponto médio de BC, trace DP perpendicular a AM. Qual é o comprimento do segmento DP?



$125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$ $\quad \boxed{5\sqrt{5}}$

$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 5 & 10 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$\cancel{0} + 5y + \cancel{0} - \cancel{0} - 10x - \cancel{0} = 0$

$\boxed{5y - 10x = 0}$

$d_{D,\overline{AM}} = \left|\frac{ay+bx+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

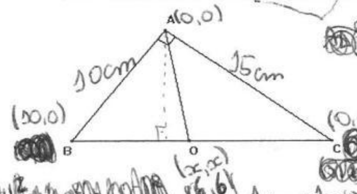
$d_{D,\overline{AM}} = \left|\frac{(5 \cdot 0) + (-10 \cdot 10)}{\sqrt{5^2+(-10)^2}}\right|$

$d_{D,\overline{AM}} = \left|\frac{-100}{\sqrt{25+100}}\right| = \left|\frac{-100}{5\sqrt{5}}\right| = \left|\frac{-100\sqrt{5}}{25}\right|$

$d_{D,\overline{AM}} = |-4\sqrt{5}|$ $\quad \boxed{d_{D,\overline{AM}} = 4\sqrt{5}}$

$325 = 5 \cdot 5 \cdot 13$ $\quad \boxed{5\sqrt{13}}$

6) (RPM, p.21) Os catetos de um triângulo ABC, retângulo em A, medem AB = 10cm e AC = 15cm. Se AO é bissetriz do ângulo A, calcule as áreas dos triângulos ABO e ACO.



X

$A_{ABO} = \frac{1}{2}|0| = \boxed{30\ cm^2}$

$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 10 & 0 & 1 \\ 6 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \cancel{0} + \cancel{0} + 60 - \cancel{0} - \cancel{0} - \cancel{0} = 60$

$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 10 & 0 & 1 \\ 0 & 15 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$\cancel{0} + \cancel{0} + 150 - \cancel{0} - 15x - 10y = 0$

$\boxed{-10y - 15x + 150 = 0}$ $\quad x = x$

$-10x - 15x + 150 = 0$

$-25x = -150$

$x = \frac{-150}{-25} = \boxed{6}$

$A_\Delta = \frac{10 \times 15}{2} = 75\ cm^2$

$A_{ACO} = 75 - 30 = \boxed{45\ cm^2}$

7) (RPM, p.20) Na figura, o quadrado ABCD tem lado 9 e os pontos P e Q dividem o lado CD em três segmentos congruentes. Calcule a distância do vértice A ao baricentro G do triângulo BPQ.

Fórmula do Baricentro

$\boxed{G = \frac{B+P+Q}{3}}$

$G = \frac{(9,9)+(3,0)+(6,0)}{3}$

$G = \frac{(18,9)}{3}$

$\boxed{G = (6,3)}$

$d_{A,G} = \sqrt{(6-0)^2+(3-9)^2}$

$d_{A,G} = \sqrt{(6)^2+(-6)^2}$

$d_{A,G} = \sqrt{36+36}$

$d_{A,G} = \sqrt{72}$

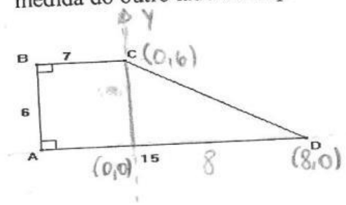
$\boxed{d_{A,G} = 6\sqrt{2}}$

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

$6\sqrt{2}$

Problemas

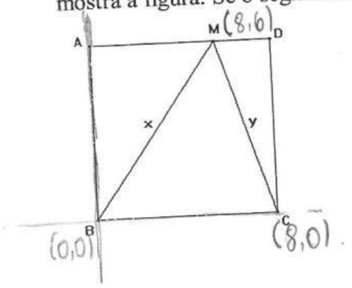
1) Num trapézio retângulo, as bases medem 15cm e 7cm e a altura mede 6cm. Calcule a medida do outro lado do trapézio.



$d_{C,D}=\sqrt{(8-0)^2+(6-0)^2} \to d_{C,D}=\sqrt{64+36}=\sqrt{100}$

$d_{C,D}=10cm$

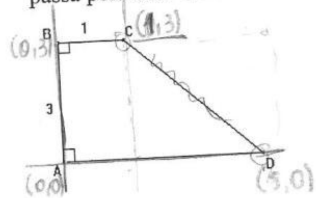
2) Em um quadrado ABCD de lado 8cm, M é um ponto entre os vértices A e D, como mostra a figura. Se o segmento AM mede 6cm, calcule as medidas de x e y.



$d_{B,M}=\sqrt{(8-0)^2+(6-0)^2}=\sqrt{100}=10\ ,\ x=10$

$d_{M,C}=\sqrt{(8-8)^2+(6-0)^2}=\sqrt{36}=6\ ,\ y=6$

3) Sabendo que a área de um trapézio retângulo ABCD, como mostra a figura, é 9cm^2, que a sua altura é 3cm e que a base menor mede 1cm. Determine a equação da reta que passa pelo lado CD.



$9=\frac{(1+B)\cdot 3}{2} \to 18=3+3B$

$B=5cm$

$15+0+y$

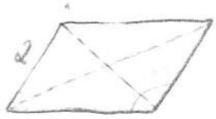
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & 1 & 5 & 0 \end{vmatrix}=0$$

$3x+5y+0$

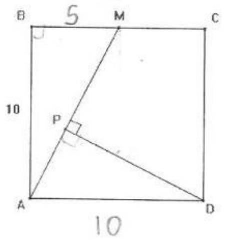
$(3x+5y)-(15+y)=0$

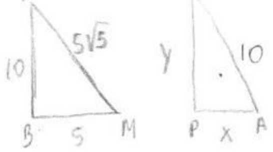
$3x+5y-15-y=0 \to 3x+4y-15=0$

4) (RPM, p.19) Dois lados de um paralelogramo medem 2 e 3 e fazem entre si um ângulo de 60°. Qual é o cosseno do ângulo formado pelas diagonais?



5) (RPM, p.20) O quadrado ABCD tem lado 10. Sendo M o ponto médio de BC, trace DP perpendicular a AM. Qual é o comprimento do segmento DP?





$\frac{10}{5\sqrt{5}} = \frac{y}{10}$

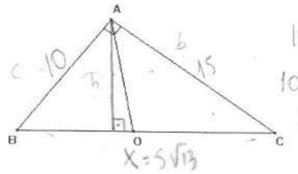
$\frac{100}{5\sqrt{5}} = y$

$\overline{DP} = 4\sqrt{5}$

$y = \frac{20}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{5}}{5} = 4\sqrt{5}$

6) (RPM, p.21) Os catetos de um triângulo ABC, retângulo em A, medem AB = 10cm e AC = 15cm. Se AO é bissetriz do ângulo A, calcule as áreas dos triângulos ABO e ACO.

$A_{ACO} =$



$10^2 + 15^2 = x^2$

$100 + 225 = x^2$

$x^2 = 325$

$x = 5\sqrt{13}$

$sen\,45° = \frac{CO}{10}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BO}{10}$

$BO = 5\sqrt{2}$

$sen\,45 = \frac{CO}{H}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{CO}{15}$

$CO = \frac{15\sqrt{2}}{2}$

$\frac{15 \times 10}{2} = \frac{5\sqrt{13} \cdot h}{2} \rightarrow h = \frac{150}{5\sqrt{13}} = \frac{30}{\sqrt{13}} \times \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{30\sqrt{13}}{13}$

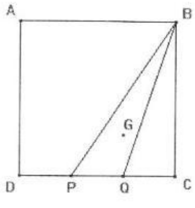
$A_{ABO} = \frac{5\sqrt{2} \times \frac{30\sqrt{13}}{13}}{2}$

$A = \frac{\frac{150\sqrt{26}}{13}}{2} \rightarrow A_{ABO} = \frac{150\sqrt{26}}{26}$

$A_{AOC} = \frac{\frac{15\sqrt{2}}{2} \times \frac{30\sqrt{13}}{13}}{2}$

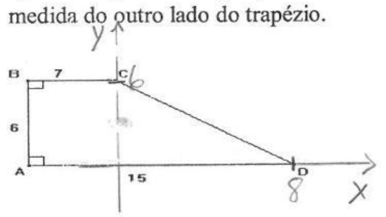
$A_{AOC} = \frac{\frac{450\sqrt{26}}{26}}{2} = \frac{450\sqrt{26}}{52}$

7) (RPM, p.20) Na figura, o quadrado ABCD tem lado 9 e os pontos P e Q dividem o lado CD em três segmentos congruentes. Calcule a distância do vértice A ao baricentro G do triângulo BPQ.



Problemas

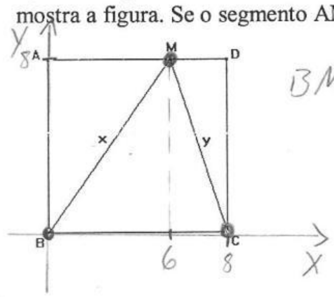
1) Num trapézio retângulo, as bases medem 15cm e 7cm e a altura mede 6cm. Calcule a medida do outro lado do trapézio.



$A(8,0) \quad B(0,6)$

$d_{AB(xy)} = \sqrt{(0-8)^2+(6-0)^2} = \sqrt{100} = 10$

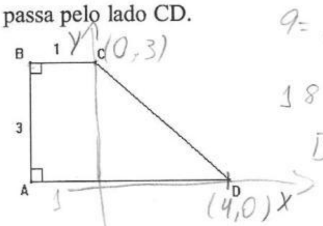
2) Em um quadrado ABCD de lado 8cm, M é um ponto entre os vértices A e D, como mostra a figura. Se o segmento AM mede 6cm, calcule as medidas de x e y.



$BM \begin{cases} B(0,0) \quad M(6,8) \\ d_{BM}=\sqrt{(6-0)^2+(8-0)^2}=\sqrt{100}=10 \end{cases}$

$MC \begin{cases} M(6,8) \quad C(8,0) \\ d_{MC}=\sqrt{(8-6)^2+(0-8)^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17} \end{cases}$

3) Sabendo que a área de um trapézio retângulo ABCD, como mostra a figura, é $9cm^2$, que a sua altura é 3cm e que a base menor mede 1cm. Determine a equação da reta que passa pelo lado CD.



$9=\frac{(B+1)3}{2}$

$18 = 3B+3$

$B = 5$

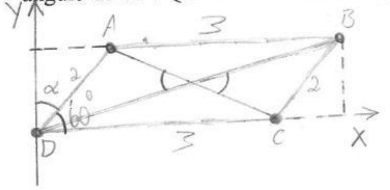
$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} x & y \\ 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{matrix}$

$0-3x-4y+0+0+12=0$

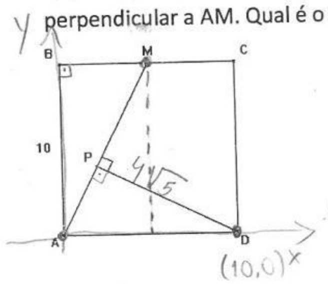
$-3x-4y+12=0 \times(-1)$

$3x+4y-12=0$

4) (RPM, p.19) Dois lados de um paralelogramo medem 2 e 3 e fazem entre si um ângulo de 60°. Qual é o cosseno do ângulo formado pelas diagonais?



5) (RPM, p.20) O quadrado ABCD tem lado 10. Sendo M o ponto médio de BC, trace DP perpendicular a AM. Qual é o comprimento do segmento DP?



$A(0,0)$ $M(5,10)$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 5 & 10 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} x & y \\ 0 & 0 \\ 5 & 10 \end{matrix}$$

$0 - 10x + 0 + 5y + 0 = 0$

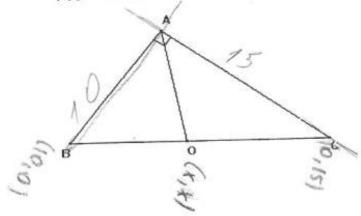
$-10x + 5y = 0 \times (-1)$

$10x - 5y = 0$

$$d = \left| \frac{-5y + 10x}{\sqrt{10^2 + 5^2}} \right| = \frac{100 \cdot \sqrt{125}}{\sqrt{125} \cdot \sqrt{125}} = \frac{100\sqrt{125}}{125} = \frac{20\sqrt{125}}{25} = \frac{4\sqrt{125}}{5} = \frac{4 \cdot 5\sqrt{5}}{5} = 4\sqrt{5}$$

$125 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \Rightarrow 5\sqrt{5}$

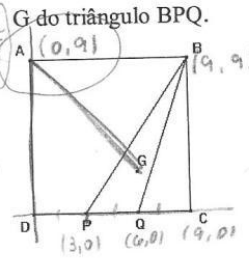
6) (RPM, p.21) Os catetos de um triângulo ABC, retângulo em A, medem AB = 10cm e AC = 15cm. Se AO é bissetriz do ângulo A, calcule as áreas dos triângulos ABO e ACO.



Fórmula do Baricentro

$$\boxed{G = \frac{B + P + Q}{3}}$$

7) (RPM, p.20) Na figura, o quadrado ABCD tem lado 9 e os pontos P e Q dividem o lado CD em três segmentos congruentes. Calcule a distância do vértice A ao baricentro G do triângulo BPQ.



$$G = \frac{(9,9) + (3,0) + (6,0)}{3}$$

$$G = \frac{(18,9)}{3}$$

$$G = (6,3)$$

$d_{A,B} = \sqrt{(0-6)^2 + (9-3)^2}$

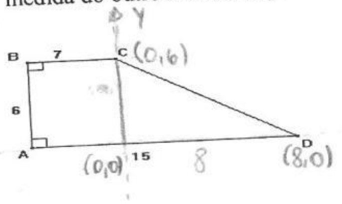
$d_{A,B} = \sqrt{36 + 36}$

$d_{A,B} = \sqrt{72}$

$d_{A,B} = 2\sqrt{2}$

Problemas

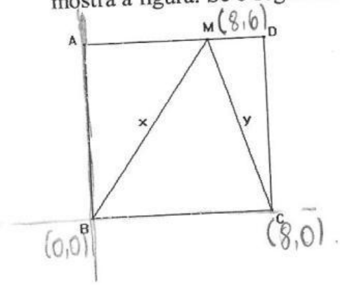
1) Num trapézio retângulo, as bases medem 15cm e 7cm e a altura mede 6cm. Calcule a medida do outro lado do trapézio.



$d_{C,D} = \sqrt{(8-0)^2 + (6-0)^2} \to d_{C,D} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100}$

$d_{C,D} = 10cm$

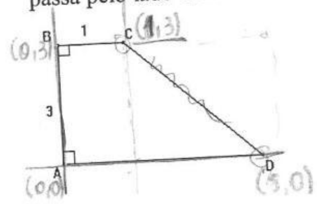
2) Em um quadrado ABCD de lado 8cm, M é um ponto entre os vértices A e D, como mostra a figura. Se o segmento AM mede 6cm, calcule as medidas de x e y.



$d_{B,M} = \sqrt{(8-0)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{100} = 10$, $x = 10$

$d_{M,C} = \sqrt{(8-8)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{36} = 6$, $y = 6$

3) Sabendo que a área de um trapézio retângulo ABCD, como mostra a figura, é $9cm^2$, que a sua altura é 3cm e que a base menor mede 1cm. Determine a equação da reta que passa pelo lado CD.



$9 = \frac{(1+B) \cdot 3}{2} \to 18 = 3 + 3B$

$B = 5cm$

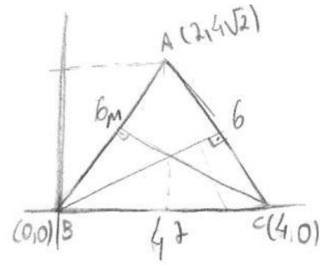
$15 + 0 + y$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} x & y \\ 1 & 3 \\ 5 & 0 \end{matrix} = 0$$

$3x + 5y + 0$

$(3x + 5y) - (15 + y) = 0$

$3x + 5y - 15 - y = 0 \to 3x + 4y - 15 = 0$



$$6^2 = 2^2 + x^2$$
$$36 - 4 = x^2$$
$$x = \sqrt{32}$$
$$x = 4\sqrt{2}$$

$$M = \frac{A + B}{2}$$
$$M = \frac{(0,0) + (2, 4\sqrt{2})}{2}$$
$$M = \frac{2, 4\sqrt{2}}{2}$$
$$M = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$d_{c,m} = \sqrt{(4-1)^2 + \left(0 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$
$$d_{cm} = \sqrt{9 + \frac{2}{4}}$$
$$d_{cm} = \sqrt{\frac{38}{4}}$$
$$d_{c,m} = \frac{\sqrt{38}}{2} \cong 3{,}08$$

$$\begin{array}{ccc}0 & 4\sqrt{2}x & 0\end{array}$$
$$\left|\begin{array}{ccc|cc} x & y & 1 & x & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4\sqrt{2} & 1 & 2 & 4\sqrt{2} \end{array}\right|$$
$$\begin{array}{ccc}0 & 2y & 0\end{array}$$

$$2y - 4\sqrt{2}x = 0$$

$$d_{m,c} = \left|\frac{2y - 4\sqrt{2}x}{\sqrt{2^2 + (4\sqrt{2})^2}}\right|$$
$$d_{Mc} = \left|\frac{2 \cdot 0 - 4\sqrt{2} \cdot 4}{\sqrt{4 + 32}}\right|$$
$$d_{Mc} = \left|\frac{-16\sqrt{2}}{6}\right|$$
$$d_{Mc} = \left|-\frac{8\sqrt{2}}{3}\right|$$
$$d_{Mc} \cong 3{,}7$$

U

Questionário

Prezado aluno, as perguntas abaixo se destinam a compor o perfil dos alunos que participarão das atividades da pesquisa da monografia intitulada "A Geometria Analítica Como Método de Resolução de Problemas", desenvolvida por Ana Kelly Nogueira Falcão e orientada pela Prof. Mônica Souto da Silva Dias. Os dados obtidos serão utilizados unicamente para fins acadêmicos. Agradecemos a sua colaboração.

1- Sexo: ( ) Feminino (X) Masculino

2- Idade: 18

3- Já concluiu o Ensino Médio? (X) Sim ( ) Não

Em caso negativo, qual série está cursando? _________

4- Já estudou Geometria Analítica no Ensino Médio? (X) Sim ( ) Não

Em caso positivo, quais tópicos de Geometria Analítica você estudou?

distancia entre dois pontos e area a partir do determinante

5- Já estudou geometria Analítica no curso Pré Vestibular? ( ) Sim (X) Não

Em caso positivo, quais tópicos de Geometria Analítica você estudou?

____

6- Concluiu (ou está cursando) o Ensino médio em escola particular ou público?

Particular

- identificar os pontos no plano carteriano
- G.S. pois não é preciso identificar pontos no plano
- rapidez na resolução dos problemas quando se tem os pontos

Questionário

Prezado aluno, as perguntas abaixo se destinam a compor o perfil dos alunos que participarão das atividades da pesquisa da monografia intitulada "A Geometria Analítica Como Método de Resolução de Problemas", desenvolvida por Ana Kelly Nogueira Falcão e orientada pela Prof. Mônica Souto da Silva Dias. Os dados obtidos serão utilizados unicamente para fins acadêmicos. Agradecemos a sua colaboração.

1- Sexo: ( ) Feminino (X) Masculino

2- Idade: 17

3- Já concluiu o Ensino Médio? (X) Sim ( ) Não

Em caso negativo, qual série está cursando? ________

4- Já estudou Geometria Analítica no Ensino Médio? (X) Sim ( ) Não

Em caso positivo, quais tópicos de Geometria Analítica você estudou?

Distância entre pontos, distância entre um ponto e uma reta, equação da reta e área do triângulo.

5- Já estudou geometria Analítica no curso Pré Vestibular? ( ) Sim (X) Não

Em caso positivo, quais tópicos de Geometria Analítica você estudou?

____

6- Concluiu (ou está cursando) o Ensino médio em escola particular ou público?

Pública.

- A maior dificuldade encontrada p/ utilizar o método da G.A foi lembrar das fórmulas.
- Considero o método da G.A. mais econômico.
- Não preciso saber as "regras" da geometria sintética.
- Considero o método da G.A. mais "seguro".

Questionário

Prezado aluno, as perguntas abaixo se destinam a compor o perfil dos alunos que participarão das atividades da pesquisa da monografia intitulada "A Geometria Analítica Como Método de Resolução de Problemas", desenvolvida por Ana Kelly Nogueira Falcão e orientada pela Prof. Mônica Souto da Silva Dias. Os dados obtidos serão utilizados unicamente para fins acadêmicos. Agradecemos a sua colaboração.

1- Sexo: ( ) Feminino (X) Masculino

2- Idade: 21

3- Já concluiu o Ensino Médio? (X) Sim ( ) Não

Em caso negativo, qual série está cursando? __________

4- Já estudou Geometria Analítica no Ensino Médio? (X) Sim ( ) Não

Em caso positivo, quais tópicos de Geometria Analítica você estudou?

Distância entre 2 pontos.

5- Já estudou geometria Analítica no curso Pré Vestibular? ( ) Sim (X) Não

Em caso positivo, quais tópicos de Geometria Analítica você estudou?

____

6- Concluiu (ou está cursando) o Ensino médio em escola particular ou público?

Na particular.

7- Imaginar o plano cartesiano.

8- A G.A.

9- É mais rápido e simples de resolver.

10- Conclui que o método mais simples é mesclar a G.A. e G.S..