INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DOS SUMÉRIOS AOS TEMPOS ATUAIS: O CONCEITO DE BASE E OUTRAS HISTÓRIAS

KÍSSILA SILVA RANGEL

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2012

KÍSSILA SILVA RANGEL

DOS SUMÉRIOS AOS TEMPOS ATUAIS: O CONCEITO DE BASE E OUTRAS HISTÓRIAS

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos--Centro, como requisito parcial para conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Esp. Ana Paula Rangel de Andrade

Coorientadora: Profª. Esp. Mylane dos Santos Barreto

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2012

Dados de Catalogação na Publicação (CIP)

R196d Rangel, Kíssila Silva.
Dos sumérios aos tempos atuais : o conceito de base e outras histórias / Kíssila Silva Rangel – Campos dos Goytacazes (RJ): [s.n.], 2012.
157 f.: il.

Orientadora: Ana Paula Rangel de Andrade.
Coorientadora: Mylane dos Santos Barreto.

Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Campus Campos-Centro. Campos dos Goytacazes, RJ, 2012.
Bibliografia: f. 111 - 115.

1. Matemática - História. 2. Numeração – História. 3. Numerais - História. I. Andrade, Ana Paula Rangel de, orient. . II. Barreto, Mylane dos Santos, coorient. III. Título.

CDD – 510.9

KÍSSILA SILVA RANGEL

DOS SUMÉRIOS AOS TEMPOS ATUAIS: O CONCEITO DE BASE E OUTRAS HISTÓRIAS

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos--Centro, como requisito parcial para conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 23 de novembro de 2012.

Banca Avaliadora:

Profª. Ana Paula Rangel de Andrade (orientadora)
Especialista em Educação Matemática/FAFIC
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro

---

Profª. Mylane dos Santos Barreto (coorientadora)
Especialista em Educação Matemática/UNIFLU/FAFIC
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro

---

Profª. Vera Lucia Fazoli da Cunha Freitas Viana
Mestre em Educação Matemática/USU/RJ
Universidade Candido Mendes

Profª. Juliana Santos Barcellos Chagas
Especialista em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática/ UFF
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por me capacitar, dar forças para lutar no decorrer desta jornada e permitir a realização deste sonho, concedendo-me vida e saúde para honrar o mérito que Ele me deu: concluir um curso superior, almejado por muitos e, infelizmente, alcançado por tão poucos.

Aos meus pais, Josimeres Silva e Salvador Rangel, e aos meus irmãos Kethelen Rangel, Wanderson Rangel (in memorian) e Maria Aparecida Cordeiro, por todo incentivo nesta e em tantas outras caminhadas da minha vida, em especial a minha mãe, por sempre me sustentar em oração.

A Maycon Araújo, que esteve ao meu lado nas horas fáceis e nas mais difíceis dessa árdua tarefa.

Às minhas orientadoras Ana Paula Rangel de Andrade e Mylane dos Santos Barreto por toda paciência, dedicação e carinho, e à banca avaliadora, Juliana Chagas e Vera Lucia Viana, por aceitar fazer parte desta realização.

Aos professores e colegas da Licenciatura em Matemática que, de alguma forma, contribuíram para a minha formação.

Aos participantes do teste exploratório e da experimentação das atividades, que cooperaram para a realização deste trabalho.

Por fim, sou agradecida a todos que colaboraram, direta ou indiretamente, no decorrer desta jornada e na realização desta pesquisa.

Ninguém começa a ser educador numa certa terça-feira, às quatro horas da tarde. Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática.

Paulo Freire

RESUMO

O conceito de base é essencial para a compreensão dos algoritmos presentes nas operações matemáticas. Aliado à História da Matemática, esse tema ganha maior abrangência, permitindo outro olhar sobre as diversas culturas que o utilizaram. Este trabalho monográfico desenvolveu um estudo sobre o conceito de base, permeado pela História da Matemática, fundamental para a compreensão dos algoritmos presentes nas operações matemáticas. Foi realizada uma pesquisa qualitativa por meio do estudo de caso, que teve como entidade pesquisada um grupo de alunos do primeiro módulo de um curso Técnico em Informática. Foram elaboradas e experimentadas atividades, utilizando-se materiais manipuláveis como o ábaco e tecnologias digitais como o vídeo que proporcionaram a exploração, a análise e a compreensão do conceito de base. Os dados foram obtidos por meio da observação, anotações no caderno de campo, registros de imagem, áudio e vídeo, aplicação de um questionário e construção de um mapa conceitual. A análise dos dados coletados permitiu afirmar que o uso da História da Matemática em sala de aula possibilita ao aluno uma análise mais próxima dos impasses, dúvidas e questionamentos que estiveram presentes no contexto de algumas civilizações antigas. Dessa forma, a Matemática passa a ser compreendida como criação humana, e não apenas como objeto de estudo. Esta compreensão contribuiu para o ensino e aprendizagem de bases, e consequentemente, dos algoritmos utilizados nas operações matemáticas.

Palavras-chave: História da Matemática. Sistemas de Numeração. Bases.

ABSTRACT

The basis concept is crucial to understanding of the algorithms in mathematical operations. When aligned to the History of Mathematics, this theme gains bigger coverage allowing another perspective over several cultures that adopted it. In this project was developed a study about the basis concept, permeated by the History of Mathematics, essential for the understanding of algorithms present the prospect entity was a group of students from the first semester of Computer Technician Course. Activities were developed and tested using handling materials as abacus and digital technologies like video, which provided exploit, analysis and comprehension of the basis concept. The data was obtained through observation, notes on the field notebook, recorded images, audio and video materials, application of a quest and construction of a conceptual map. This data analysis allowed to ensure that the use of the History of Mathematics in classroom enables students a close look of impasses, doubts and questions that were present in the context of some ancient civilizations. Thereby, Mathematics becomes understandable as human action, not only as a study subject. This understanding contributed to teaching and learning of the basis concept and, consequently, of algorithms used in mathematical operations.

Keywords: History of Mathematics. Numbering Systems. Basis.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A aprendizagem da Matemática está ligada à compreensão do seu significado e para tal é necessário perceber as suas relações com outros objetos e acontecimentos. Desta forma, deve-se apresentar o conhecimento matemático aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução (BRASIL, 1997).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), a utilização da História e de instrumentos como ábacos e calculadoras, pode proporcionar um trabalho interessante com números e, em especial, com o sistema de numeração. De acordo com este documento,

> Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias [sic] matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns "porquês" e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento (BRASIL, 1997, p. 34).

Fauvel (1991 apud MIGUEL et al., 2009, p. 9) defende a importância do uso da história no ensino de Matemática com as seguintes justificativas:

> 1) a história aumenta a motivação para a aprendizagem da Matemática;
> 2) humaniza a matemática;
> 3) mostra seu desenvolvimento histórico por meio da ordenação e apresentação de tópicos no currículo;
> 4) os alunos compreendem como os conceitos se desenvolveram;
> 5) contribui para as mudanças de percepções dos alunos com relação à Matemática, e
> 6) suscita oportunidades para a investigação em Matemática.

Gasperi e Pacheco (s.d., p. 8) expõem que "[...] ao abordar a história da matemática em sala de aula, o professor deve revelar a Matemática como criação humana, levando os alunos a encará-la como fruto da necessidade do homem".

Segundo Miguel e Brito (1996, p. 53),

> A história poderia auxiliar os futuros professores a perceber que o movimento de abstração e generalização crescentes por que passam muitos conceitos e teorias em matemática não se deve, exclusivamente, a razões de ordem lógica, mas à interferência de outros discursos na constituição e no desenvolvimento do discurso matemático.

Para Almeida e Linardi (2009, s.p.), esta ferramenta é “[...] uma fonte causadora de reflexões que podem conduzir o aluno a compreender as idéias [sic], através da busca do entendimento dos fatos que geraram as descobertas matemáticas”.

Caraça (1989, p. XIII) corrobora com essa ideia, quando expõe a ciência sob dois aspectos diferentes:

> Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições.

Miguel et al. (2009, p. 108) afirmam que “Um dos obstáculos imediatos ao sucesso do ensino-aprendizagem da Matemática diz respeito ao desinteresse dos estudantes com relação ao modo como a Matemática é apresentada em sala de aula”.

Para Bezerra (s.d.), a maioria dos professores utilizam técnicas de cálculo sem entenderem o porquê dos procedimentos e os alunos repetem este modelo sem compreenderem seu sentido lógico ou prático. Um exemplo disto é a falta de compreensão do significado do “vai um” e “pede emprestado” nas operações matemáticas de soma e subtração, respectivamente. A autora expõe que a maioria dos estudantes,

> [...] faz uso de tais processos sem estabelecer vínculo com as unidades, dezenas e centenas, uma dificuldade decorrente do aprendizado do Sistema de Numeração Decimal, relacionada a não-compreensão [sic] dos agrupamentos e trocas, especialmente na base 10 (BEZERRA, s.d., p. 4).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) destacam a importância das quatro operações na resolução de problemas, ligados ou não à Matemática.

Ainda sobre o tema, Bezerra (s.d., p.2) comenta que:

> Relatórios de avaliação, entre eles os apresentados pelo Sistema de Avaliação de Educação Básica – SAEB, ressaltam o estudo das operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) como um tema central nos currículos do Ensino Fundamental. Entretanto, muitos alunos chegam ao final desse nível de ensino sem ter desenvolvido o domínio ou a compreensão dos procedimentos algorítmicos relativos às quatro operações.

Segundo Zuffi e Souza (2008, p. 37):

> A Matemática tem sido desenvolvida em lugares particulares, por razões particulares, e alguns autores acreditam que um melhor entendimento dessas razões pode ajudar os estudantes a relacionar as idéias [sic] matemáticas de maneira mais eficaz do que se tomassem em conta somente o seu próprio ambiente.

Gimenez e Lins (1997) acreditam que o enfoque dado às “regras” para resolver problemas relacionados aos sistemas de numeração, acarreta a perda do seu valor central além de conceder à história uma interpretação bastante superficial. Este tema será tratado nessa pesquisa cujo foco será no conceito de base, presente desde o tempo dos sumérios até os dias atuais.

Diante do exposto, surgiu a seguinte questão de pesquisa: “De que forma o estudo sobre o desenvolvimento do conceito de base na história pode auxiliar na compreensão do sistema decimal e, consequentemente, no significado dos algoritmos encontrados nas operações matemáticas?”.

Buscando responder a esta questão, objetiva-se desenvolver um estudo sobre o conceito de base, com o uso da História da Matemática, que auxilie a compreensão dos algoritmos presentes nas operações matemáticas. Espera-se que a utilização desses algoritmos, ao final dessa pesquisa, seja feita não mais de forma mecânica, mas com uma verdadeira apreensão de significados.

Este trabalho consta de três capítulos, além desta Introdução e das Considerações Finais.

No primeiro capítulo, encontra-se o aporte teórico da pesquisa fundamentado no uso da História da Matemática em sala de aula, na importância do conceito de base tanto na computação como nas operações matemáticas, e na utilização dos materiais concretos e das tecnologias no ensino de Matemática.

O capítulo dois apresenta os aspectos metodológicos desta pesquisa e a elaboração das atividades e do questionário. Foi utilizada a pesquisa qualitativa como metodologia, sendo seu desenvolvimento por meio do estudo de caso. A coleta de dados se deu por meio da observação, das anotações no diário de bordo, fotografias e gravação em áudio e em vídeo. Nas seções referentes à elaboração das atividades e do questionário, são descritas todas as questões desenvolvidas bem como seus objetivos.

O terceiro capítulo apresenta o relato da aplicação das atividades desenvolvidas. É descrito e analisado todo o desenvolvimento do teste exploratório, e da experimentação, a qual foi apresentada para o primeiro módulo de um curso Técnico em Informática, público alvo desta pesquisa, de uma escola pública de Campos dos Goytacazes. Além disso, são analisados os dados obtidos por meio do questionário e do mapa conceitual.

Nas considerações finais, são destacados alguns aspectos relevantes sobre o desenvolvimento deste trabalho, a resposta à questão de pesquisa, e sugestões para pesquisas futuras.

1. APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, será apresentado o aporte teórico que subsidiou o processo de elaboração deste trabalho monográfico.

1.1. O uso da História da Matemática em sala de aula

A História da Matemática é permeada de acontecimentos que estão na origem de muitos conteúdos trabalhados pelos professores em suas aulas.

Segundo D'Ambrósio (1996, p. 29-30), esta ferramenta "[...] é um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época". O autor ainda expõe que:

> As práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer a esses registros e a interpretações dos mesmos. Isso é igualmente verdade ao se fazer ensino das várias disciplinas. Em especial da Matemática, cujas raízes se confundem com a história da humanidade (D'AMBRÓSIO, 1999, p. 97).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) a História da Matemática, além de esclarecer ideias que estão sendo construídas pelos alunos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo esse documento:

> Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno frente ao conhecimento matemático (BRASIL, 1997, p.34).

Para Gasperi e Pacheco (s.d., p. 4),

> Por meio da história da matemática, pode-se verificar que a matemática é uma construção humana, foi sendo desenvolvida ao longo do tempo e, por assim ser, permite compreender a origem das idéias [sic] que deram forma à cultura, como também observar aspectos humanos de seu desenvolvimento, enxergar os homens que criaram essas idéias [sic] e as circunstâncias em que se desenvolveram.

Balestri completa esse raciocínio ao afirmar que, utilizando a História da Matemática, "[...] é possível discutir em sala de aula quais foram as necessidades e condições que permitiram à humanidade o desenvolvimento de determinado conteúdo ou ramo da matemática" (BALESTRI, 2008, p.72).

Vitti (1995, p. 40) relaciona essa visão ao ensino afirmando que:

> Se o ensino e o desenvolvimento da matemática fosse inspirado nas necessidades e realidade do homem e em seu momento histórico, o ensino desta disciplina se tornaria interessante, os assuntos poderiam ser apresentados de uma maneira mais clara e significativa para o aluno [...]

Balestri também chama a atenção para a questão da fragmentação. "Os conteúdos matemáticos são freqüentemente [sic] abordados de forma fragmentada, dificultando que o estudante perceba as relações existentes entre diferentes conteúdos, e as conexões entre as áreas da matemática" (BALESTRI, 2008, p.73). Utilizar a História da Matemática por meio da problematização auxilia o aluno a superar esse modo fragmentado com que lhe é apresentada a Matemática escolar (BALESTRI, 2008).

De acordo com Miguel e Brito (1996, p. 50), "A problematização com base na história pode contribuir para que o futuro professor reflita sobre diferentes concepções que se tem [sic] de aspectos da atividade matemática e do seu ensino".

Zuffi e Souza (2008) acreditam que quando nos dispomos a utilizar a História da Matemática, pedagogicamente, acentuam-se as suas relações com a interdisciplinaridade.

Gasperi e Pacheco (s.d., p. 2) complementam esta ideia ao afirmar que "com a história da matemática, tem-se a possibilidade de buscar outra forma de ver e entender essa disciplina, tornando-a mais contextualizada, mais integrada com as outras disciplinas, mais agradável".

A história também deve ser usada de forma a direcionar as explicações dadas aos porquês da Matemática (GASPERI; PACHECO, s.d.).

Para Miguel et al. (2009, p. 109), "É comum os estudantes levantarem na sala de aula, questões relacionadas aos porquês do modo como determinados tópicos são apresentados de determinada maneira [...]" e a História da Matemática é um boa aliada para este tipo de esclarecimento.

Segundo Nobre (1996), a busca dos "porquês" é o pensamento que norteia o desenvolvimento histórico da Matemática. O autor afirma que "Em vez de se ensinar a praticidade dos conteúdos escolares, investe-se na fundamentação deles. Em vez de se ensinar o para quê, ensina-se o porquê das coisas" (NOBRE, 1996, p. 31).

Como recurso didático, a História da Matemática pode trazer importantes contribuições à Educação Matemática e à formação dos professores de Matemática (BALESTRI, 2008). O autor ainda afirma que:

> Para a que a história da matemática dê maiores contribuições à Educação Matemática, seu uso em sala de aula não pode se resumir à simples narração ou tratamento cronológico de acontecimentos históricos. À medida que ela é utilizada como um recurso pedagógico que abre um leque de possibilidades para o trabalho com diferentes conteúdos, suas contribuições tornam-se mais relevantes (BALESTRI, 2008, p. 17).

Sobre o assunto, Andrade e Viana (2010, s.p.) afirmam que:

> [...] a própria história de alguns conteúdos pode sugerir um caminho para sua abordagem, funcionando como um excelente recurso metodológico. Compreender a História da Matemática de uma maneira mais ampla, analisando qual o modelo matemático que influenciava os pensadores de uma determinada época, qual a relação dessas ideias matemáticas existentes com o contexto cultural e político apresentado e como a sociedade apropria-se de tais conhecimentos que são, assim, transmitidos, é uma tarefa para os professores de Matemática da atualidade.

Miguel et al. (2009, p. 10) apontam algumas dificuldades nesse processo como:

> [...] o despreparo dos professores que não tiveram tanto em sua formação inicial quanto na continuada, oportunidades de estudo da história da Matemática e de análise das possibilidades de inserção desta história em suas práticas pedagógicas; [...]

De acordo com D'Ambrósio (1996), muitos professores pensam que se ficarem falando sobre a Matemática, não sobrará tempo para lecionar o conteúdo de Matemática. Para o autor, a solução é:

> [...] cortar conteúdos, retirando coisas chatas, obsoletas e inúteis, tais como inúmeras técnicas de derivação e de integração e de cálculos aritméticos e algébricos. Tudo isso se faz quando e se for necessário, hoje trivialmente com uma calculadora cientifica de bolso – nem é necessário usar computador (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 16).

Segundo Nobre (1996), muitas vezes o professor conduz para o aluno aquilo que lhes foi transmitido, ou seja, apenas os resultados. O autor ainda afirma que:

> [...] muitas coisas são transmitidas de forma tal, que passam a ser vistas como se fossem naturais. E a crença nesta "naturalidade" fica no pensamento da criança até que um dia (se é que este dia irá existir) ela, ao saber da verdadeira origem de certas coisas, terá uma enorme decepção. Neste sentido, destaco a necessidade de que, ao transmitir um conteúdo, o professor deve estar ciente de que a forma acabada, na qual ele se encontra, passou por inúmeras modificações ao longo de sua história (NOBRE, 1996, p. 30).

D'Ambrósio (1989, p. 16) ratifica estas informações ao dizer que a maioria dos professores apresenta a Matemática "[...] como um corpo de conhecimentos acabado e polido", fazendo com que o aluno acredite que fazer Matemática é seguir e aplicar regras, e que na aula seu papel é passivo e insignificante.

Baroni, Teixeira e Nobre (2009) expõem que a História da Matemática é um instrumento que destaca o valor da Matemática em sala de aula, fazendo com que os alunos percebam que a mesma vai muito além dos cálculos. Para os autores, o uso da História da Matemática pode servir a diversas situações como:

> a) apresentar a História da Matemática como elemento mobilizador em salas de aulas numerosas ou com alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem;

> b) usar a História da Matemática na educação de adultos, promovendo a oportunidade ao aluno de observar, ao longo da história, o esforço de pessoas para superar dificuldades semelhantes àquelas que eles próprios possam estar vivenciando [...] (BARONI; TEIXEIRA; NOBRE, 2009, p. 172).

Lutz (s.d) alerta para o fato de que a história por si só não desperta o interesse do aluno.

Ainda sobre o assunto,

> [...] para o professor motivar seus alunos, é preciso, primeiramente, que ele próprio esteja motivado. A história da matemática é um recurso que pode despertar a curiosidade do aluno e motivá-lo. Mas seu uso em sala de aula não deve restringir-se a motivar e despertar a curiosidade do aluno (PACHECO, 2007 apud BALESTRI, 2008, p. 62).

Neste trabalho, a História da Matemática foi utilizada não só como elemento motivador, mas também como uma ferramenta no processo de construção do conhecimento. Espera-se que o aluno ganhe um novo olhar frente à Matemática, de forma a entendê-la como construção humana, e não somente como objeto de estudo.

1.2. A importância do conceito de base

Esta seção trata da importância do estudo do conceito de base para alunos do curso Técnico em Informática, público-alvo desta pesquisa, assim como para a compreensão dos algoritmos utilizados nas operações matemáticas.

1.2.1. O uso das bases na computação

Na computação, o uso das bases é de grande importância visto que elas são necessárias não só no circuito interno dos computadores, mas também na manipulação dos mesmos por programadores, analistas, entre outros. Ao ser feita a experimentação das atividades, os alunos presentes reconheceram a importância deste tema apesar de afirmarem que durantes as aulas no curso a apresentação das bases se deu por meio de regras.

Segundo José Neto (s.d., p. 10),

> [...] uma importante característica das teorias das quais se ocupa a Ciência da Computação é que elas se apóiam [sic] em bases matemáticas muito bem estruturadas, constituindo assim um sólido corpo de elegantes fundamentos, aplicáveis a todas as atividades da área.

Mano (1998, s.p.) expõe que:

> Devido à simplicidade de projeto e construção, acarretando na redução de seu custo e maior confiabilidade, os circuitos eletrônicos que formam os computadores digitais atuais são capazes de distinguir apenas dois níveis de tensão: um valor positivo para representar o valor binário 1 e um valor aproximado a 0 V (zero volt) para representar o valor binário 0. Na realidade, estes valores não são absolutos, e sim faixas de valores, com uma margem de tolerância.

Segundo Fomim, o sistema binário possui um “defeito” que consiste em ter que utilizar muitos símbolos para escrever os números, mesmo que não sejam muito grandes, pois a base deste sistema é pequena. “Entretanto, esse defeito é compensado por uma série de vantagens, razão pela qual o sistema binário difundiu-se muito em diferentes ramos da tecnologia e, especialmente, nos modernos computadores” (FOMIM, 1995, p. 20).

Parreira Júnior (s.d.) declara que a representação de um número no sistema binário apresenta muitos bits ficando longo e passível de erros quando manipulados por programadores, analistas, engenheiros de sistemas, entre outros. Dessa forma, são adotadas por esses profissionais representações que sejam potências de 2, tal como a octal (base 8) e a hexadecimal (base 16), com o intuito de facilitar a visualização e manipulação das grandezas processadas nos computadores.

A tabela abaixo (Tabela 1) apresenta alguns números em decimal e sua representação correspondente em binário, octal e hexadecimal:

Tabela 1 - Alguns números em decimal, binário, octal e hexadecimal

Base 10	Base 2	Base 8	Base 16
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Fonte: PARREIRA JÚNIOR, s.d., p. 34.

1.2.2. O conceito de base e as operações matemáticas

Vieira Júnior (2010) afirma que “os sistemas de numeração são geralmente abordados por uma aula expositiva e sem significação, acontecendo assim à reprodução de exercícios sem nenhuma compreensão por parte do aluno” (VIEIRA JÚNIOR, 2010, p. 114).

Segundo Vygotsky (1993 apud RODRIGUES FILHO; GURGEL, 2002, p. 48):

> [...] Se a criança opera com o sistema decimal sem estar consciente dele enquanto tal, não se pode afirmar que ela o domina: pelo contrário, está subordinada a ele. Quando ela consegue ver o sistema decimal como um exemplo específico do conhecimento mais amplo de uma escala de notação, pode operar deliberadamente com esse ou qualquer outro sistema numérico.

Bezerra (s.d.) expõe que os professores por se sentirem na obrigação de acelerarem o conteúdo, trabalham-no de forma superficial. Com isso, grande parte dos alunos e até mesmo alguns professores apresentam dificuldades quanto ao domínio dos algoritmos, sendo estes utilizados de maneira mecânica e sem significação.

Para Rangel (1992), o aluno “aprende” na escola uma Matemática cheia de regras arbitrárias, sem conexão com uma eficaz reflexão sobre a realidade. “Como a adição com transporte é ‘ensinada’ pela regra do ‘vai um’, sem permitir que a criança pense o número como totalidade e realize mentalmente agrupamentos para encontrar o total, ela aprende o arbítrio e o generaliza” (RANGEL, 1992, p. 27).

Para Monteiro (2007), utilizar sistemas de numeração posicional não decimal com os alunos é adequado por provocar questionamentos, além de testar o entendimento dos alunos sobre os métodos que os mesmos empregam, de forma automática, na base 10.

Lerner e Sadovsky (1996 apud BATISTA, 2011, p.8) expõe que:

> [...] para as criança [sic] é um enigma a relação entre o agrupamento e a escrita numérica, que há a falta de vínculo entre “vai um” e “peço emprestado” com unidades, dezenas e centenas. A falta de compreensão das especificidades do sistema de numeração decimal traz prejuízos aos estudantes.

Segundo Andrade e Viana (2010, s.p.) “A descoberta do Princípio da Base marcou o nascimento dos sistemas de numeração que simplificaram o árduo processo de efetuar cálculos simples, uma vez que possibilitaram a utilização de algoritmos para efetuar as operações”.

As autoras ainda destacam a importância do aprendizado do conceito de base, diante às dificuldades apresentadas pelos alunos com as operações matemáticas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p. 50) apontam alguns conteúdos conceituais e procedimentais que devem ser abordados em sala de aula de Matemática. Dentre eles destaca-se:

> - Organização em agrupamentos para facilitar a contagem e a numeração entre grandes coleções;
> - Leitura, escrita, comparação e ordenação de notação numérica pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (base, valor posicional).

1.3. A utilização do material concreto no ensino de Matemática

Ao defender que a educação deveria se iniciar pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentais, Pestalozzi destacou pela primeira vez o uso deste tipo de material no século XIX. No Brasil, a defesa do uso de recursos didáticos nas aulas de Matemática surgiu na década de 1920 (NACARATO, 2005, p. 1).

Bezerra ainda diz que:

> A utilização de materiais concretos (jogos, material dourado, dinheiro chinês, calculadoras, dentre outros) no Ensino da Matemática, tem a função de tornar mais prazeroso o aprendizado, para que de forma mais criativa e dinâmica o aluno se sinta estimulado a aprender, diminuindo assim, os bloqueios que a matemática exerce sobre alguns deles e conseguindo mostrar como a mesma é importante e de que maneira se faz presente em seu cotidiano (BEZERRA, s.d., p. 2).

Copello et al. (2009) ratificam essas informações ao proferir que esses materiais estabelecem relações entre as situações da manipulação e a abstração dos conceitos, além de formar um entendimento significativo do algoritmo. Os autores afirmam que:

> A Matemática a partir da utilização de material concreto torna as aulas mais interativas, assim como incentiva a busca, o interesse, a curiosidade e o espírito de investigação; instigando-os na elaboração de perguntas, desvelamento de relações, criação de hipóteses e a descoberta das próprias soluções (COPELLO et al., 2009, p. 10733).

Reys (1971 apud MENDES, 2008, p. 11) define material concreto como aquele que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar.

Nomeando como materiais manipuláveis, Nacarato (2005) expõe que os livros didáticos estão cada vez mais carregados de desenhos dos mesmos, cuja maioria não se encontra nas escolas. Quando disponibilizados não são usados, ou por desconhecimento de sua utilidade ou por falta de condições de trabalho.

Segundo Matos e Serrazina (1996 apud Nacarato, 2005), grande parte dos professores utilizam os materiais manipuláveis apenas para introduzir algum conceito, de forma que chegando a ele, passa-se a trabalhar apenas no nível abstrato. Expõem ainda que:

> É como se a situação que serviu para os introduzir funcionasse como um andaime que se retira quando se acaba o prédio. Não queremos com isto dizer que se tenha de estar sempre a trabalhar com materiais, mas que as concretizações que serviram para elaborar as noções matemáticas podem ser situações importantes para os alunos verificarem algumas propriedades ou compreenderem outras. Isto só se consegue se, desde o início, houver uma verdadeira acção [sic] por parte da criança e não uma simples reprodução do que foi dito pelo professor (MATOS; SERRAZINA, 1996 apud NACARATO, 2005, p. 3).

De acordo com Nacarato (2005), quando os materiais manipuláveis são utilizados de forma inadequada, pouca ou nenhuma contribuição ocorrerá para a aprendizagem matemática. A autora ainda acrescenta que nenhum tipo de material didático representa a melhoria do ensino. A eficácia do material dependerá da forma como este é utilizado.

Segundo Pais (2000 apud MORAIS, 2008, p. 7),

> O uso inadequado de um recurso didático pode resultar em uma inversão didática em relação à sua finalidade pedagógica inicial. Isto ocorre quando o material passa a ser utilizado como uma finalidade em si mesmo em vez de ser visto um instrumento para a aquisição de um conhecimento específico.

Ao ponderar sobre materiais manipuláveis, Kishimoto (2002, p.14) levanta um questionamento a respeito da diferença entre brinquedos e materiais pedagógicos.

> Se brinquedos são sempre suportes de brincadeiras, sua utilização deveria criar momentos lúdicos de livre exploração, nos quais prevalece a incerteza do ato e não se buscam resultados. Porém, se os mesmos objetos servem como auxiliar da ação docente, buscam-se resultados em relação à aprendizagem de conceitos e noções, ou ainda ao desenvolvimento de algumas habilidades. Nesse caso, o objeto conhecido como brinquedo não realiza sua função lúdica, deixa de ser brinquedo para tornar-se material pedagógico.

Copello (2009) afirma que a utilização do material concreto só garante a aprendizagem se feita com a presença do professor, para mediar a ação e articular as situações experienciadas no material concreto e os conceitos matemáticos, para uma posterior abstração e sistematização.

O material didático deve ser utilizado no momento em que sua função pedagógica estiver formalizada, constituindo uma ligação entre a sua manipulação e situações significativas para a aprendizagem do aluno (MORAIS, 2008).

Esta mesma autora divide os materiais concretos, em dois tipos: estruturados e não estruturados. Os materiais estruturados são “[...] objetos utilizados com fins de representação de determinadas relações matemáticas [...]” (MORAIS, 2008, p.9). O ábaco, o tangram e o geoplano são exemplos desses objetos. Quanto aos materiais não estruturados, Morais (2008, p. 9) expõe que “[...] são objetos comuns, não tem [sic] finalidade específica para representar fatos matemáticos. É o caso de palitos de sorvete, tampinhas de garrafa e outros materiais do gênero”. Lemos (2010, p. 24) complementa esta ideia afirmando que “Esses dependem da criatividade do professor”.

Neste trabalho monográfico, utilizou-se o ábaco, os canudos e elásticos coloridos com o objetivo de levar os alunos a visualizarem no concreto as trocas feitas nas operações de soma e subtração, e a representação dos números em diversas bases. Baseando-se nas definições acima, é possível dizer que o ábaco está inserido no grupo dos materiais concretos estruturados enquanto os canudinhos e elásticos no grupo dos materiais concretos não estruturados.

Segundo Lock et al. (2011, p. 13887) o ábaco é um instrumento “que potencializa a compreensão dos sistemas de numeração decimal e a (re)significação do cálculo do “vai um” e “pede emprestado” na construção dos algoritmos.”

Lerner e Sadovsky (1996 apud BATISTA, 2011, p. 8) ainda expõem que: “Com a utilização do ábaco o aluno buscará soluções para representar uma quantidade e efetuar uma operação, desse modo irá compreender as regularidades do sistema decimal”.

Verotti (2009) chama a atenção para o uso de recursos como o material concreto no processo de aprendizagem de alunos especiais. Segundo a autora,

> Vai bem longe o tempo em que a voz, o quadro-negro e o giz eram as únicas ferramentas de trabalho do professor. Imagens, objetos, jogos, livros, filmes, músicas, tudo o que possa ser usado a favor da aprendizagem é bem-vindo e ganha importância ainda maior nos novos tempos da escola inclusiva. Afinal, além de proporcionar as

> aulas mais estimulantes, diversificar recursos é uma maneira de torná-las também mais acessíveis a todas as crianças - tenham elas deficiência ou não.

1.4. Tecnologias digitais em Educação Matemática

Este capítulo trata da importância das tecnologias digitais utilizadas neste trabalho.

1.4.1. Mapa conceitual

Lopes define mapa conceitual como uma representação gráfica, parecida com diagrama, o qual indica relações entre conceitos. Segundo a autora, a sua construção é feita por estruturação, “[...] que principiando com os conceitos mais abrangentes, vão evoluindo na inter-relação com conceitos progressivamente mais específicos e menos abrangentes” (LOPES, 2007, p. 75).

Menegolla (2005) expõe que o mapa conceitual é uma teoria de David Ausubel, o qual ressalta que para ser capaz de aprender novos conceitos, é necessário existir o conhecimento prévio. Expõe ainda que:

> A teoria de Ausubel pode ser considerada como uma Teoria da Subsunção ou da Subordinação. Em lógica a subsunção consiste em subordinar um conceito a outro onde o conhecimento toma forma de uma estrutura hierárquica de conceitos em que aprender é incorporar novo material a uma estrutura cognitiva preexistente (MENEGOLLA, 2005, s.p.).

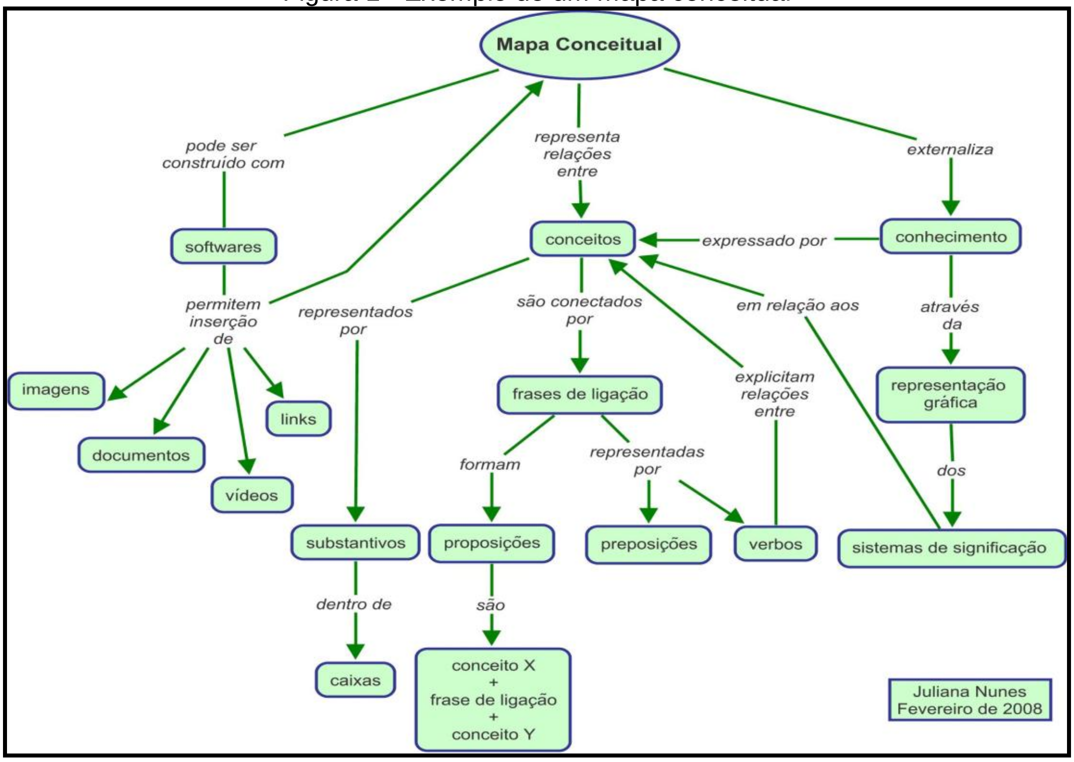
Os mapas conceituais representam o conhecimento do aluno sobre determinado assunto, mostrando ao professor seu entendimento no mesmo, de forma que este pode revisar o desenvolvimento do conteúdo, caso não tenha atingido seu objetivo proposto inicialmente. Com esta ferramenta, é possível analisar a evolução do conhecimento adquirido pelo aluno, dando a oportunidade de esclarecer dúvidas e validar certezas (MENEGOLLA, 2005).

A autora continua, afirmando que:

> [...] através da análise desses mapas, pode-se ter uma idéia [sic] mais clara, das transformações ocorridas na cadeia do conhecimento individual ou do grupo, tais como dúvidas que viraram certezas, certezas que viraram dúvidas, certezas validadas, surgimento de novas dúvidas, etc. A utilização de convenções apropriadas pode inclusive facilitar a identificação do percurso do aluno durante a sua investigação, sintetizando através de uma coleção de mapas, seu conhecimento sobre o tema em diferentes instantes. Este conhecimento consiste de suas certezas provisórias, de suas dúvidas temporárias e de suas conclusões (MENEGOLLA, 2005, s.p.).

Moreira (1997, p. 1) define os mapas conceituais como "diagramas que indicam relações entre **conceitos**. Mais especificamente, podem ser interpretados como diagramas hierárquicos que procuram refletir a organização conceitual de um corpo de conhecimento ou de parte dele". A seguir, é apresentado um exemplo de mapa conceitual (Figura 1).

Figura 1 - Exemplo de um mapa conceitual



Fonte: NUNES, 2008.

Paiva e Freitas (2005) afirmam que deixar a criação do mapa conceitual para os alunos é a forma mais produtiva de se utilizar o mesmo no ensino e na aprendizagem da Matemática. Os autores ainda relatam que:

> O processo de construção de um mapa conceitual é uma poderosa estratégia de aprendizagem de natureza gráfica, que motiva o “aprender a pensar” acerca das relações entre os conceitos. Com ele o professor poderá visualizar como o aluno está concebendo cognitivamente os processos de interligações de conceitos e com isso agir de forma coerente e específica para corrigir ou acrescentar pontos que contribuirão para o acréscimo e melhoria da aprendizagem (PAIVA; FREITAS, 2005, p. 13).

Lopes (2007) expõe que o mapa conceitual é um tipo de instrumento avaliativo e que utilizado deste modo “[...] favorece a identificação dos conceitos apropriados e das relações estabelecidas entre eles [...]”.

Moreira corrobora a ideia acima ao afirmar que o uso do mapa conceitual possibilita a avaliação da aprendizagem. “Avaliação não com o objetivo de testar conhecimento e dar uma nota ao aluno, a fim de classificá-lo de alguma maneira, mas no sentido de obter informações sobre o tipo de estrutura que o aluno vê para um dado conjunto de conceitos” (MOREIRA, 2006, p. 17).

Neste trabalho monográfico, utilizou-se o mapa conceitual como técnica de coleta de dados e instrumento avaliativo. A seção 3.4 apresenta observações referentes ao tema.

1.4.2. Registros de imagem, áudio e vídeo

Esta pesquisa contou com registros de imagem, áudio e vídeo, em que se utilizou uma câmera fotográfica/filmadora digital e um gravador de áudio com o objetivo de armazenar e analisar, posteriormente, alguns procedimentos feitos pelos alunos.

Além desses recursos, o vídeo foi utilizado como forma de coleta de dados na filmagem de alguns processos feitos pelos alunos, e enquanto instrumento metodológico na exibição de um recorte do filme “A História do Número 1”[1], de forma que as imagens e explicações contidas neste, serviram de revisão para o estudo feito.

É válido ressaltar que a filmagem dos alunos foi feita somente no teste exploratório, visto que na experimentação a turma era bem menor, o que possibilitou um melhor acompanhamento da mesma.

Em relação ao uso do vídeo, Lima (2010) afirma que a sua utilização enriquece as aulas, proporciona a interação com o conhecimento e estimula a participação direta do aluno.

Morán (1995) cita algumas propostas de utilização do vídeo. Dentre elas, apresenta o seu uso como ilustração, o qual aproxima o aluno de realidades distantes e desconhecidas. O autor afirma que:

> O vídeo muitas vezes ajuda a mostrar o que se fala em aula, a compor cenários desconhecidos dos alunos. Por exemplo, um vídeo que exemplifica como eram os romanos na época de Júlio César ou Nero, mesmo que não seja totalmente fiel, ajuda a situar os alunos no tempo histórico. Um vídeo traz para a sala de aula realidades distantes dos alunos, como por exemplo a Amazônia, a África ou a Europa. A vida aproxima-se da escola através do vídeo (MORÁN, 1995, p. 30).

Outro aspecto importante citado por Morán (1995) é a necessidade de se aproveitar as expectativas positivas, quanto ao uso do vídeo, para atrair os alunos e estabelecer ligação entre o vídeo e a aula.

Pinheiro, Kakehashi e Angelo (2005) concordam que o vídeo é um instrumento valioso na coleta de dados em pesquisas qualitativas. As autoras ainda afirmam que:

> A utilização simultânea de áudio e de vídeo por meio de filmagem em pesquisas qualitativas constitui escolha metodológica, no sentido de apreender o fenômeno complexo em que os discursos e as imagens são suas partes inerentes (PINHEIRO; KAKEHASHI; ANGELO, 2005, p. 720).

---

[1] Filme produzido pela BBC (British Broadcasting Corporation), interpretado, escrito e dirigido por Terry Jones. Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=3rijdn6L9sQ>.

2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

O presente capítulo apresenta a metodologia utilizada neste trabalho monográfico, assim como a elaboração das Atividades e do questionário com seus respectivos objetivos.

2.1. Pesquisa qualitativa

Este trabalho monográfico cuja questão de pesquisa é “De que forma o estudo sobre o desenvolvimento do conceito de base na história, pode auxiliar na compreensão do sistema decimal e, consequentemente, no significado dos algoritmos encontrados nas operações matemáticas?”, realizou-se numa metodologia de pesquisa qualitativa, por meio do estudo de caso.

Segundo D’Ambrósio (2006), a pesquisa qualitativa, mesmo quando envolve grupos de participantes, tem como foco entender e interpretar dados e discursos. Para o autor, esse tipo de pesquisa “Lida e dá atenção às pessoas e às suas idéias [sic], procura fazer sentido de discursos e narrações que estariam silenciosas. E a análise dos resultados permitirá propor os próximos passos” (D’AMBRÓSIO, 2006, p. 19).

Ainda sobre o assunto, Goldenberg (2009, p. 49-50) afirma que:

> [...] Os métodos qualitativos enfatizam as particularidades de um fenômeno em termos de seu significado para o grupo pesquisado. É como um mergulho em profundidade dentro de um grupo “bom para pensar” questões relevantes para o tema estudado.

Segundo Günther (2006), tanto Mayring quanto Flick e colab. consideram como elemento essencial da pesquisa qualitativa o estudo de caso.

Para Ponte (2006), esta forma de pesquisa tem por objetivo compreender a fundo o “como” e os “porquês” de determinada entidade. O autor ainda declara que:

> É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se

> supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno [sic] de interesse (PONTE, 2006, p.2).

O estudo de caso permite utilizar várias técnicas de coleta de dados. Nesta pesquisa, usou-se a observação, o diário de bordo, os registros de imagem, áudio e vídeo, a aplicação de um questionário e a construção de um mapa conceitual que foi trabalhado como forma de avaliação.

Segundo Araújo et al. (2008), apesar de os processos mais utilizados no estudo de caso, para colher os dados, serem a observação e as entrevistas, nenhum método pode ser descartado.

Yin (2010, p. 143) afirma que “[...] qualquer achado ou conclusão do estudo de caso é, provavelmente, mais convincente e acurado se for baseado em diversas fontes diferentes de informação, seguindo um modo corroborativo”.

Complementando esta ideia, Araújo et al. (2008, p. 14) expõem que:

> [...] Múltiplas fontes de evidência ou dados por permitir por um lado, assegurar as diferentes perspectivas dos participantes no estudo e por outro, obter várias “medidas” do mesmo fenómeno [sic], criando condições para uma triangulação dos dados, durante a fase de análise dos mesmos.

A seguir, apresenta-se cada uma das formas de coleta de dados utilizadas no decorrer do trabalho, com exceção dos registros de imagem, áudio e vídeo, e do mapa conceitual que já foram abordados na seção 1.4.

2.1.1. Observação e diário de bordo

Neste trabalho monográfico, todas as impressões da professora em formação, no decorrer do minicurso, foram registradas em um caderno, identificado por alguns autores como diário de bordo ou caderno de campo. Essas observações foram de grande importância, visto que auxiliaram nas conclusões obtidas neste trabalho.

A observação fez-se presente a todo o momento nos dois encontros realizados. Moreira e Caleffe (2008) dizem que a mesma é utilizada como método para coleta de dados em vários tipos de pesquisa.

Para Yin (2010, p. 136), “A evidência observacional é frequentemente útil para proporcionar informação adicional sobre o tópico [sic] sendo estudado”.

Godoy (1995, p. 27) assegura que “A observação tem um papel essencial no estudo de caso. Quando observamos, estamos procurando apreender aparências, eventos e/ou comportamentos”. A autora afirma que, na maioria das vezes, essas observações são registradas por meio de anotações escritas.

Ainda sobre o assunto, Creswell (2010, p. 214) afirma que as “Observações qualitativas são aquelas em que o pesquisador faz anotações de campo sobre o comportamento e as atividades dos indivíduos no local de pesquisa”.

Segundo Araújo et al. (2008), o diário de bordo apoia o investigador no acompanhamento do desenvolvimento do estudo. Os autores expõem que:

> O **diário de bordo** constitui um dos principais instrumentos do estudo de caso. Segundo Bogdan e Biklen (1994) este é utilizado relativamente às notas de campo. O diário de bordo tem como objectivo [sic] ser um instrumento em que o investigador vai registrando as notas retiradas das suas observações no campo (ARAÚJO et al., 2008, p. 14).

2.1.2. Questionário

Visando verificar a opinião do aluno sobre os diversos tópicos abordados no minicurso, elaborou-se um questionário cujos dados foram utilizados para averiguar se o objetivo do trabalho monográfico foi alcançado.

Segundo Lopes (2007, p. 25):

> O questionário, portanto, confere maior autonomia de resposta. A ausência do pesquisador concede ao respondente espaço para refletir e responder em consonância com seus pensamentos, com suas crenças, com seus valores, com suas possibilidades.

Moreira e Caleffe (2008) apontam quatro vantagens relacionadas à utilização do questionário, a saber: uso eficiente do tempo, anonimato para o respondente, possibilidade de uma alta taxa de retorno e perguntas padronizadas.

Com relação ao uso eficiente do tempo, entre outros benefícios, os autores expõem que:

> O professor/pesquisador pode rascunhá-lo em sua própria casa; O questionário pode ser preenchido no ritmo dos respondentes [...]; O professor/pesquisador poderá coletar dados de um número grande de pessoas de uma só vez [...] (MOREIRA; CALEFFE, 2008, p. 96).

Moreira e Caleffe (2008) afirmam que o fato de o pesquisador conhecer o entrevistado pode gerar certa dificuldade na coleta de dados, de forma que este não seja franco em suas respostas. Com isso, o anonimato dos respondentes torna-se importante para adquirir opiniões verdadeiras.

Expõem, ainda, que o pesquisador pode lembrar aos respondentes de completar o questionário, aumentando sua taxa de retorno e quanto aos itens padronizados, asseguram que "o pesquisador realmente sabe que todos os respondentes receberam os mesmos itens e na mesma ordem" (MOREIRA; CALEFFE, 2008, p. 99), declarando que, dessa forma, não existe um entrevistador para interpretar ou distorcer o significado das repostas.

Goldenberg (2009, p. 87) ratifica as informações citadas, ao afirmar que o questionário:

> [...] pode ser aplicado a um grande número de pessoas ao mesmo tempo; as frases padronizadas garantem maior uniformidade para a mensuração; os pesquisados se sentem mais livres para exprimir opiniões que temem ser desaprovadas ou que poderiam colocá-los em dificuldades; menor pressão para uma resposta imediata, o pesquisado pode pensar com calma.

O questionário foi aplicado ao final do minicurso. A seção 3.3 apresenta observações referentes a essa aplicação.

2.2. Elaboração das Atividades

Para este trabalho monográfico, foram preparadas cinco apostilas intituladas "Sumérios e Elamitas" (Apêndice A), "Babilônios" (Apêndice B), "Egípcios" (Apêndice C), "O significado da base" (Apêndice D) e "Trabalhando com o ábaco" (Apêndice E).

Cada apostila apresenta uma parte teórica e uma atividade relacionadas à mesma. A maioria das atividades tem um caráter investigativo, inclusive com o propósito de gerar questões para serem discutidas, posteriormente, e não, simplesmente, de verificar se a parte teórica do material foi compreendida.

2.2.1. Atividade 1

Esta atividade está inserida na apostila "Sumérios e Elamitas" (Apêndice A) que apresenta o método de contagem, o tipo de sistema, e os signos numéricos adotados por esses povos. Vale ressaltar que a ideia da base já está presente no texto.

A Atividade 1 consta de duas questões. O objetivo da primeira (Figura 2.1) é possibilitar aos alunos representar números escritos no sistema indo-arábico nos sistemas sumério e elamita.

Figura 2.1 - Primeira questão da Atividade 1

1) Represente os números abaixo segundo o sistema derivado das "pedras-contas" dos Sumérios e Elamitas:

Indo-arábico	Sumérios	Elamitas
74		
4.000		

Fonte: elaboração própria.

A segunda (Figura 2.2) tem por objetivo levar o aluno a refletir e a comparar o sistema indo-arábico com o dos sumérios e elamitas segundo o princípio de posição.

Figura 2.2 - Segunda questão da Atividade 1

2) O nosso sistema de numeração é posicional, ou seja, um mesmo símbolo pode assumir valores diferentes dependendo de sua posição. O sistema dos sumérios e elamitas também segue este principio? Justifique.

Fonte: elaboração própria.

2.2.2. Atividade 2

A Atividade 2 encontra-se na apostila “Babilônios” (Apêndice B) e possibilita aos alunos a redescoberta de problemas que, historicamente, marcaram o seu tempo.

Inicialmente, a parte teórica apresenta uma ilustração dos dois algarismos utilizados por essa civilização, a base, o tipo de sistema e alguns exemplos da sua escrita numérica.

Em seguida, há as duas primeiras questões da Atividade 2 (Figura 2.3). O objetivo da primeira é permitir aos alunos a representação de números escritos no sistema babilônico, no nosso sistema. Os exemplos foram elaborados com o intuito de levá-los a um impasse: uma mesma representação pode expressar quantidades diferentes. Esse fato norteia a segunda questão, possibilitando uma reflexão sobre o assunto.

Figura 2.3 - Primeira e segunda questões da Atividade 2

1) Indique as representações abaixo no nosso sistema de numeração.

Sistema Babilônico	Sistema Indo-arábico
	
	

2) As representações do quadro da questão anterior poderiam expressar outras quantidades? Justifique sua resposta.

Fonte: elaboração própria.

O texto que segue mostra a solução encontrada pela civilização babilônia. Neste caso, a inserção de um espaço entre as ordens, acompanhado de um exemplo.

A terceira questão (Figura 2.4) tem por finalidade verificar a compreensão do aluno referente à solução apresentada.

Figura 2.4 - Terceira questão da Atividade 2

3) Observando agora os espaços, indique no nosso sistema as seguintes representações:

Sistema Babilônico	Sistema Indo-arábico
	
	

Fonte: elaboração própria.

A quarta questão foi preparada com o intuito de possibilitar ao aluno a descoberta de outro problema enfrentado pela civilização babilônia: a falta de um símbolo para representar a casa vazia. Complementando o objetivo desta, elaborou-se a quinta questão levando-o a essa reflexão (Figura 2.5).

Figura 2.5 - Quarta questão da Atividade 2

4) Represente os números abaixo no sistema de numeração babilônico.

Sistema Indo-arábico	Sistema Babilônico
60	
3642	

5) Ao resolver a 4ª questão você encontrou algum tipo de dificuldade? Em caso afirmativo, descreva qual.

____

____

____

Fonte: elaboração própria.

Apresenta-se, então, o recurso encontrado pela civilização babilônia para este caso: a criação de um símbolo para representar a casa vazia.

Posteriormente, tem-se a sexta questão (Figura 2.6), que apresenta o mesmo quadro da quarta, com o objetivo de analisar o entendimento do aluno diante do resultado apresentado.

Figura 2.6 - Sexta questão da Atividade 2

6) Agora que você já conhece o símbolo que representa o zero babilônico, refaça a 4ª questão utilizando o mesmo.

Sistema Indo-arábico	Sistema Babilônico
60	
3642	

Fonte: elaboração própria.

2.2.3. Atividade 3

Esta atividade está presente na apostila “Egípcios” (Apêndice C) que apresenta na parte teórica, os símbolos usados por essa civilização bem como alguns exemplos da sua escrita.

Consta de 4 questões, em que a primeira (Figura 2.7) tem a finalidade de, ao analisar os exemplos dados na parte teórica, levar o aluno a distinguir o valor de cada hieróglifo.

Figura 2.7 - Primeira questão da Atividade 3

1) Relacione cada número abaixo a seu respectivo hieróglifo.

a) 1 ( )
b) 10 ( )
c) 100 ( )
d) 1.000 ( )
e) 10.000 ( )
f) 100.000 ( )
g) 1.000.000 ( )

Fonte: elaboração própria.

A segunda e terceira questões (Figura 2.8) tratam de verificar se o sistema é posicional, justificando a resposta, e de identificar a sua base respectivamente.

Figura 2.8 - Segunda e terceira questões da Atividade 3

2) O sistema de numeração egípcio é posicional? Justifique.

____

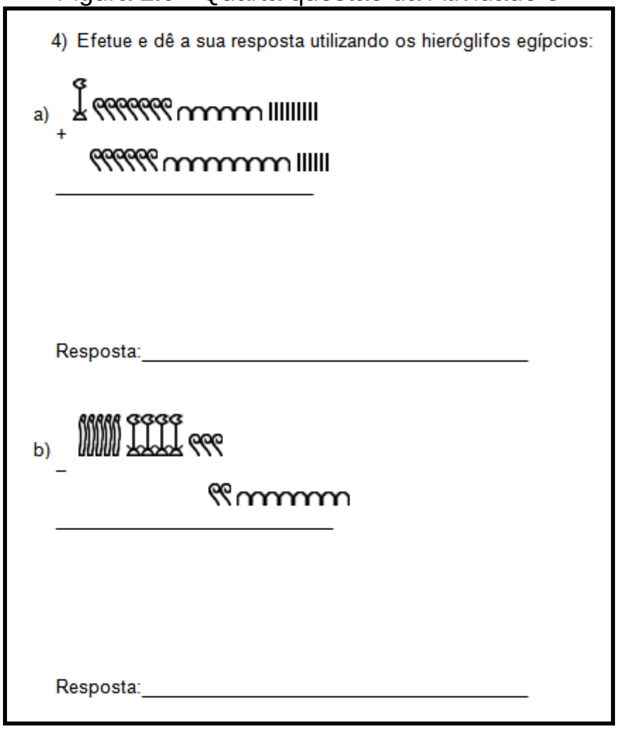
____

3) Qual foi a base adotada pelos egípcios? ____________________

Fonte: elaboração própria.

Na quarta questão (Figura 2.9), pretende-se levar o aluno a efetuar algumas trocas como, por exemplo, de 10 barras por uma ferradura, mostrando a compreensão do conceito de base.

Figura 2.9 - Quarta questão da Atividade 3



Fonte: elaboração própria.

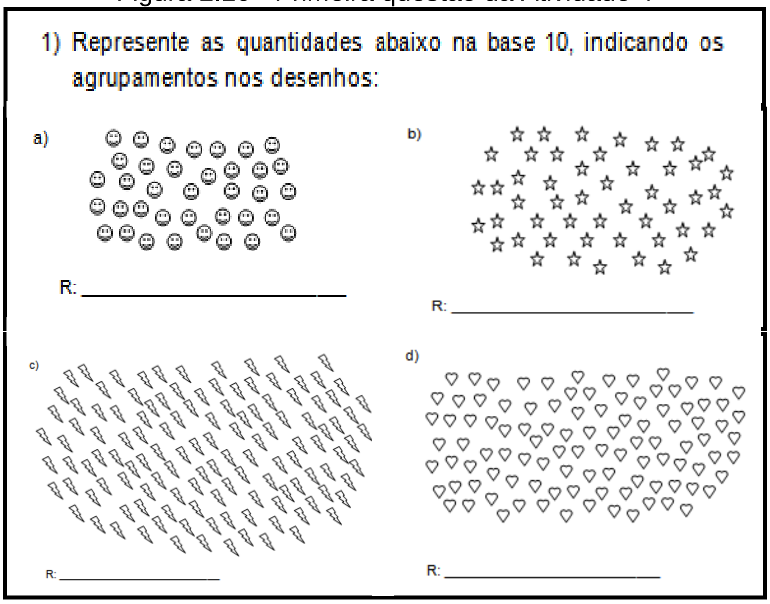
2.2.4. Atividade 4

A Atividade 4 está inserida na apostila “O significado da base” (Apêndice D) que inicia com a história do processo de contar, utilizado pelos papua da Nova Guiné.

O texto que segue exibe a imagem de um osso entalhado com várias marcas reunidas de cinco em cinco, exemplificando a necessidade de se buscar esse conjunto em uma contagem. Apresentam-se exemplos de agrupamentos usados nos dias atuais, e o conceito de base, por meio de uma coleção de bolinhas, a representação, a leitura e a forma polinomial de um número bem como o significado das ordens presentes nesses registros.

A Atividade 4 apresenta 8 questões. A primeira (Figura 2.10) tem o intuito de verificar a compreensão do aluno quanto ao conceito de base, explorando, nesse caso, a base 10.

Figura 2.10 - Primeira questão da Atividade 4



Fonte: elaboração própria.

A segunda questão (Figura 2.11) tem o mesmo objetivo da primeira com o diferencial das bases e da utilização de canudos na montagem dos agrupamentos.

Figura 2.11 - Segunda questão da Atividade 4

2) Em cada item a seguir, utilize canudinhos para formar grupos e registre os números na base indicada:

a) 15 na base 2: ______________________

b) 20 na base 3: ______________________

c) 71 na base 4: ______________________

Fonte: elaboração própria.

Em seguida, tem-se o texto “O uso de bases na computação” o qual apresenta uma tabela com números nas bases decimal, binária, octal e hexadecimal, necessários à resolução de questões posteriores.

A terceira questão (Figura 2.12) possui o objetivo de representar números escritos em uma base qualquer, diferente de 10, na base 10.

Figura 2.12 - Terceira questão da Atividade 4

3) Represente os números abaixo na base 10:

a) $(10012)_3$ = ______________________________

b) $(742)_8$ = ______________________________

c) $(B5F8)_{16}$ = ______________________________

Fonte: elaboração própria.

A quarta questão (Figura 2.13) pretende associar os agrupamentos feitos à operação de divisão.

Figura 2.13 - Quarta questão da Atividade 4

4) Que operação matemática poderia registrar os agrupamentos que você fez na 2ª questão? Exemplifique por meio da letra **a** dessa mesma questão.

Fonte: elaboração própria.

A quinta questão (Figura 2.14) tem por objetivo representar números escritos na base 10, em outras bases, utilizando a operação de divisão.

Figura 2.14 - Quinta questão da Atividade 4

5) Represente os números abaixo nas bases indicadas, utilizando as conclusões obtidas na questão anterior.

a) 28 na base 8 = ____________

b) 123 na base 16 = ___________

c) 54 na base 2 = ____________

Fonte: elaboração própria.

A sexta questão (Figura 2.15), possui o mesmo objetivo da primeira, ou seja, verificar a compreensão do aluno quanto ao conceito de base, nesse caso, utilizando uma tabela de multiplicação na base 8.

Figura 2.15 - Sexta questão da Atividade 4

6) Preencha a seguinte tabela na base 8:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0								
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								

Fonte: elaboração própria.

A sétima questão (Figura 2.16) foi elaborada com o intuito de, ao amarrar e desamarrar os canudos, possibilitar que o aluno realize trocas como, por exemplo, dois canudos soltos por um grupo de dois desses objetos.

Figura 2.16 - Sétima questão da Atividade 4

7) Resolva as seguintes operações utilizando os canudinhos, e registre sua resposta nas bases utilizadas em cada item:

a) $(1101)_2 + (101)_2 =$ ______________________

b) $(23)_8 + (56)_8 =$ ______________________

c) $(124)_5 - (32)_5 =$ ______________________

d) $(1010)_2 - (111)_2 =$ ______________________

Fonte: elaboração própria.

Usando os mesmo exemplos da sétima, criou-se a oitava questão (Figura 2.17) com a finalidade de levar o aluno a associar os algoritmos, normalmente utilizados no papel, às trocas feitas na questão anterior, compreendendo, assim, o significado do “vai um” e do “pedir emprestado” no amarrar e desamarrar de canudos.

Figura 2.17 - Oitava questão da Atividade 4

8) Arme e efetue, relacionando cada procedimento aos que foram utilizados na 7ª questão.

a) $(1101)_2 + (101)_2 =$ ____________

b) $(23)_8 + (56)_8 =$ ______________

c) $(124)_5 - (32)_5 =$ ______________

d) $(1010)_2 - (111)_2 =$ _____________

Fonte: elaboração própria.

2.2.5. Atividade 5

Esta Atividade, que consta de duas questões, encontra-se na apostila “Trabalhando com o ábaco” (Apêndice E) a qual apresenta uma breve história deste instrumento assim como o seu princípio.

A primeira questão (Figura 2.18) propõe que sejam resolvidas operações de soma e subtração com a utilização do ábaco, de forma que fiquem mais evidenciadas as trocas de dez unidades por uma dezena, dez dezenas por uma centena e assim por diante.

Figura 2.18 - Primeira questão da Atividade 5

1) Utilizando o ábaco, resolva as seguintes operações:

a) 52 + 73 = ____________________________

b) 46 + 25 = ____________________________

c) 665 + 387 = __________________________

d) 50 - 36 = ____________________________

e) 865 - 172 = __________________________

f) 3823 - 1684 = ________________________

Fonte: elaboração própria.

A segunda questão (Figura 2.19) apresenta os mesmos exemplos da primeira, com o objetivo de associar os processos feitos no ábaco com as etapas dos algoritmos normalmente utilizados nessas operações.

Figura 2.19 - Segunda questão da Atividade 5

2) Efetue as operações abaixo, relacionando os algoritmos que já conhece com os procedimentos utilizados no ábaco.

a) $\begin{array}{r} 52 \\ +\ 73 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 46 \\ +\ 25 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 665 \\ +\ 387 \\ \hline \end{array}$

d) $\begin{array}{r} 50 \\ -\ 36 \\ \hline \end{array}$ e) $\begin{array}{r} 865 \\ -\ 172 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 3823 \\ -\ 1684 \\ \hline \end{array}$

Fonte: elaboração própria.

2.3. Elaboração do questionário

O questionário elaborado (Apêndice F) tem por objetivo saber a opinião dos alunos à respeito de alguns temas tratados no minicurso. É dividido em quatro partes em que as três primeiras tratam, respectivamente, do uso da História da Matemática em sala de aula, do conceito de base e dos algoritmos presentes nas operações matemáticas e a última de comentários gerais sobre o trabalho.

A primeira e segunda partes (Figura 2.20) têm como objetivo principal verificar, respectivamente, se o uso da História da Matemática e a manipulação com canudos e ábaco, contribuíram para a compreensão do conceito de base.

Figura 2.20 - Primeira e segunda partes do questionário

Primeira parte: Sobre o uso da História da Matemática em sala de aula

a) Antes desse minicurso, você teve contato com a História da Matemática?

( ) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, em que contexto?

b) O estudo sobre os sistemas de numeração dos sumérios, egípcios, babilônicos e indo-arábicos auxiliou na compreensão do conceito de base?

( ) Sim ( ) Não

Comente:

c) Dê a sua opinião sobre o filme "A História do Número 1".

d) O que você acha do uso da História da Matemática em sala de aula?

Segunda parte: Sobre o conceito de base.

a) Antes deste minicurso, você estudou o conteúdo de Base?

( ) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, em que contexto?

b) Você considera que a manipulação com canudos contribuiu para a compreensão desse conceito?

( ) Sim ( ) Não

Comente:

c) Você considera que o uso do ábaco contribuiu para a compreensão desse conceito?

( ) Sim ( ) Não

Comente:

Fonte: elaboração própria.

Com a parte que trata sobre os algoritmos presentes nas operações matemáticas (Figura 2.21), pretende-se verificar se o minicurso, por meio da manipulação de canudos, do ábaco e do estudo de bases, auxiliou na compreensão dos alunos quanto aos algoritmos usados nas operações de soma e subtração.

Figura 2.21 - Terceira parte do questionário

Terceira parte: Sobre os algoritmos presentes nas operações matemáticas:

a) Antes do minicurso, você utilizava as expressões "vai um" e "pedir emprestado" compreendendo os seus significados?

( ) Sim
( ) Não
( )Parcialmente ______________________________
____
____
____

Em caso afirmativo, vá para o item c.

b) Depois do minicurso, você compreende o significado dessas expressões?

( ) Sim
( ) Não
( ) Parcialmente______________________________
____
____
____

c) A manipulação com canudos:

( ) Facilitou a compreensão dos algoritmos utilizados nas operações de soma e subtração;

( ) Dificultou a compreensão dos algoritmos utilizados nas operações de soma e subtração;

( ) Não mudou a compreensão que eu possuía sobre os algoritmos de soma e de subtração.

d) O uso do ábaco:

( ) Facilitou a compreensão dos algoritmos utilizados nas operações de soma e subtração;

( ) Dificultou a compreensão dos algoritmos utilizados nas operações de soma e subtração;

( ) Não mudou a compreensão que eu possuía sobre os algoritmos de soma e de subtração.

e) O estudo de Bases auxiliou na compreensão dos algoritmos presentes nas operações de soma e subtração?

( ) Sim
( ) Não
( ) Parcialmente

Comente:______________________________
____
____
____

Fonte: elaboração própria.

A quarta parte (Figura 2.22) e última trata dos comentários finais. Nesse item, os alunos, se quiserem, podem escrever suas impressões sobre o trabalho.

Figura 2.22 - Quarta parte do questionário

Quarta parte: Comentários finais:
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

Fonte: elaboração própria.

3. RELATO DE EXPERIÊNCIA

Neste capítulo, será descrita e analisada a aplicação deste trabalho monográfico, por meio do teste exploratório e da experimentação das atividades.

3.1. Teste Exploratório

O teste exploratório foi realizado em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma instituição pública da cidade de Campos dos Goytacazes, em quatro encontros num total de 10 horas.

A realização do mesmo teve a finalidade de verificar a clareza dos enunciados das atividades bem como sua relação com o objetivo da pesquisa, a ordem da sequência didática pensada e a adequação do tempo de aplicação da mesma.

3.1.1. Primeiro encontro

Esse encontro foi realizado no dia 02/12/2011 com carga horária de três horas, contou com a presença de 21 alunos e iniciou-se com uma breve apresentação da professora em formação e do trabalho que lhes seria exposto. Em seguida, foi entregue a apostila intitulada “Sumérios e Elamitas” (Apêndice A) que foi lida juntamente com os alunos (Figura 3.1).

Figura 3.1 - Apresentação inicial do primeiro encontro

Fonte: elaboração própria.

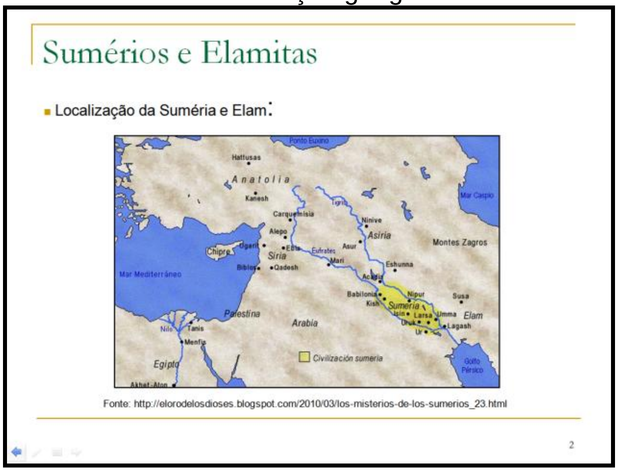
Com o objetivo de ilustrar melhor o método das “pedras-contas”, utilizou-se a representação dos símbolos dos sumérios com peças em argila. (Figura 3.2). Além disso, comentou-se o significado da perfuração nas pedras e ainda discutiu-se o princípio aditivo, indagando aos alunos sobre como seria a representação de determinados números neste sistema. Percebeu-se, nesse momento, que a repetição de algumas peças seria necessária em certas representações.

Figura 3.2 - Representação dos símbolos dos sumérios feitos com argila

Fonte: elaboração própria.

O mapa com a localização geográfica das civilizações suméria e elamita foi projetado em slide no momento em que se falou sobre essas civilizações (Figura 3.3).

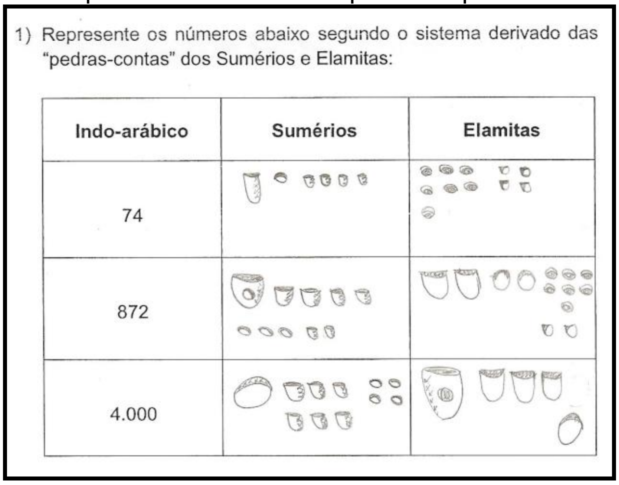
Figura 3.3 - Slide com a localização geográfica da Suméria e Elam



Fonte: elaboração própria.

Após o estudo dos sistemas de numeração destas civilizações, os alunos resolveram a primeira questão da Atividade 1. Percebeu-se que alguns não prestaram muita atenção no enunciado visto que utilizaram a representação do tablete de argila em vez do sistema das “pedras-contas” (Figura 3.4). Além disso, outros alunos representaram o setenta com 7 bolinhas e só refizeram a resposta , no momento em que a professora em formação explicou que as civilizações registravam os números da forma mais simplificada possível.

Figura 3.4 - Resposta de um aluno na primeira questão da Atividade 1



1) Represente os números abaixo segundo o sistema derivado das "pedras-contas" dos Sumérios e Elamitas:

Indo-arábico	Sumérios	Elamitas
74		
872		
4.000		

Fonte: protocolo de pesquisa.

Reavaliando a questão, optou-se pela retirada do segundo número do quadro, porque dois exemplos já são suficientes para o entendimento da mesma.

Todos responderam corretamente à segunda questão afirmando que, independentemente, da posição dos símbolos, cada um possui um único valor, ou seja, o sistema dos sumérios e elamitas não é posicional (Figura 3.5).

Figura 3.5 - Resposta de um aluno na segunda questão da Atividade 1

2) O nosso sistema de numeração é posicional, ou seja, um mesmo símbolo pode assumir valores diferentes dependendo de sua posição. O sistema dos sumérios e elamitas também segue este principio? Justifique.

Não, pois a peça tem um valor fixo

Fonte: protocolo de pesquisa.

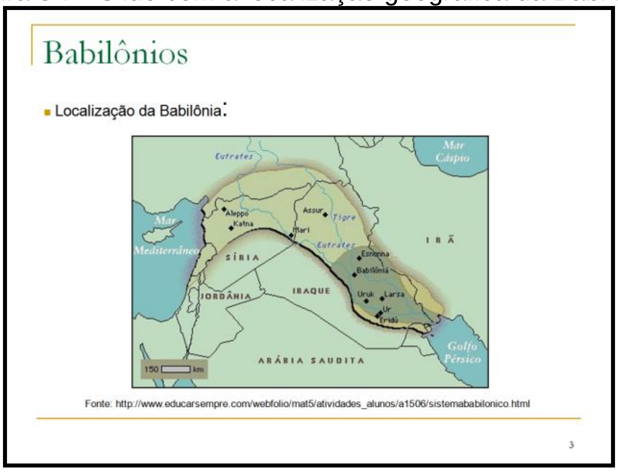
Em ambas as questões, a professora em formação contou com a participação dos alunos na correção (Figura 3.6).

Figura 3.6 - Correção da primeira questão da Atividade 1

Fonte: elaboração própria.

Dando continuidade ao trabalho, foi entregue a apostila sobre os babilônios (Apêndice B) e, da mesma forma que na anterior, indicou-se no slide a localização geográfica desta civilização (Figura 3.7).

Figura 3.7 - Slide com a localização geográfica da Babilônia

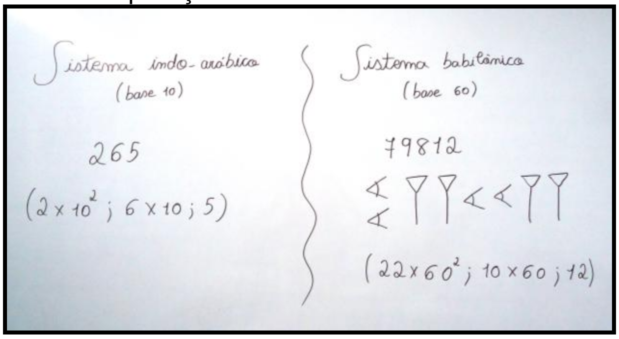


Fonte: elaboração própria.

.

Essa apostila, também, foi lida juntamente com os alunos. surgiram muitas dúvidas em relação ao sistema posicional, de forma que se tornou necessário dar exemplos comparando o nosso sistema de numeração com o sistema de numeração babilônico (Figura 3.8).

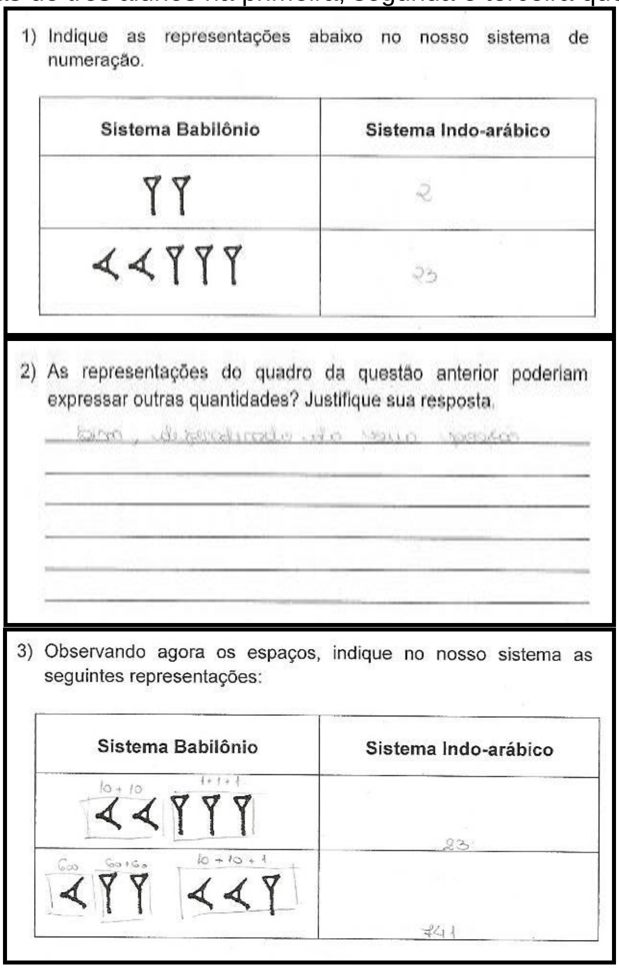
Figura 3.8 - Comparação dos sistemas indo-arábico e babilônico



Fonte: elaboração própria.

Os alunos resolveram a primeira questão da Atividade 2 e obtiveram as respostas 2 para o primeiro exemplo e 23 para o segundo. Ao responderem a segunda questão, perceberam que uma das dificuldades que os babilônios encontraram foi a ambiguidade na representação numérica; necessitando, assim, da introdução de um espaço entre os símbolos. A partir dessa observação, responderam corretamente à terceira questão (Figura 3.9).

Figura 3.9 - Respostas de três alunos na primeira, segunda e terceira questões da Atividade 2



1) Indique as representações abaixo no nosso sistema de numeração.

Sistema Babilônio	Sistema Indo-arábico
	2
	23

2) As representações do quadro da questão anterior poderiam expressar outras quantidades? Justifique sua resposta.

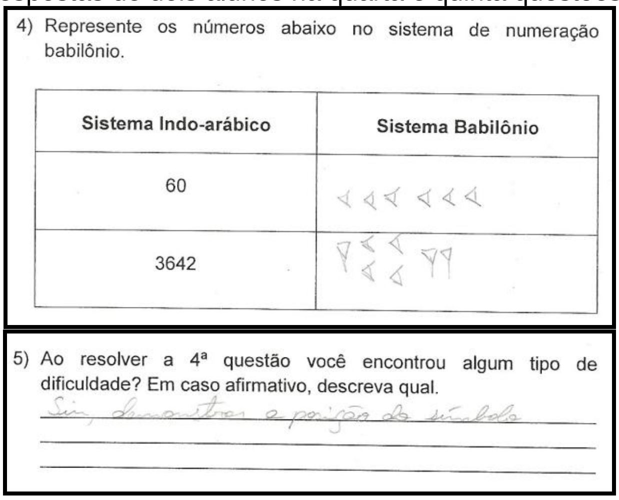
3) Observando agora os espaços, indique no nosso sistema as seguintes representações:

Sistema Babilônio	Sistema Indo-arábico
10 + 10 1+1+1	23
600 60+60 10 + 10 + 1	741

Fonte: protocolo de pesquisa.

Na quarta questão, os alunos encontraram outra dificuldade que consiste na indicação do tamanho do espaço que deveria ser deixado para representar a casa vazia. Com isso, responderam satisfatoriamente à quinta questão (Figura 3.10) e apresentaram algumas sugestões para solucionar o problema como, por exemplo, deixar o espaço de um dedo, colocar um tracinho, dentre outros.

Figura 3.10 - Respostas de dois alunos na quarta e quinta questões da Atividade 2


4) Represente os números abaixo no sistema de numeração babilônio.

Sistema Indo-arábico	Sistema Babilônio
60	
3642	

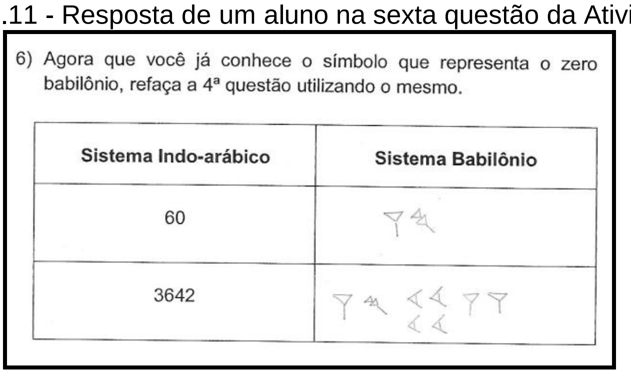
5) Ao resolver a 4ª questão você encontrou algum tipo de dificuldade? Em caso afirmativo, descreva qual.

Sim, demonstrar a posição do símbolo

Fonte: protocolo de pesquisa.

Em seguida, a professora em formação mostrou o símbolo que os babilônios criaram para representar a casa vazia e com isto, os alunos resolveram corretamente a sexta questão (Figura 3.11).

Figura 3.11 - Resposta de um aluno na sexta questão da Atividade 2


6) Agora que você já conhece o símbolo que representa o zero babilônio, refaça a 4ª questão utilizando o mesmo.

Sistema Indo-arábico	Sistema Babilônio
60	
3642	

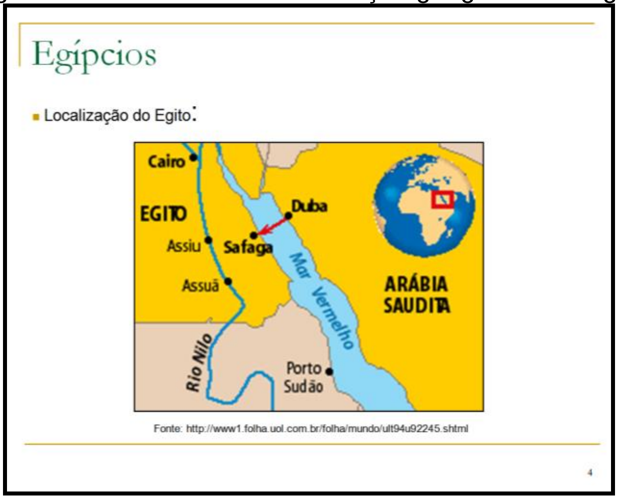
Fonte: protocolo de pesquisa.

Ressalta-se, aqui, a riqueza da discussão nesta atividade, pois os alunos conseguiram detectar e debater os problemas enfrentados por essa civilização quanto ao sistema de numeração, além de perceberem que a construção de um sistema de numeração não é simples. A forma como foram trabalhados os exercícios contribuiu para um rápido entendimento sobre este fato.

Baroni, Teixeira e Nobre (2009) destacam esta situação ao afirmar que o uso da História da Matemática pode levar os alunos a observarem, o esforço que as civilizações tiveram que fazer para superar os seus problemas.

Prosseguindo, foi entregue a apostila sobre os egípcios (Apêndice C), mostrada a localização geográfica dessa civilização no slide (Figura 3.12), e após a leitura do texto, os alunos responderam à Atividade 3.

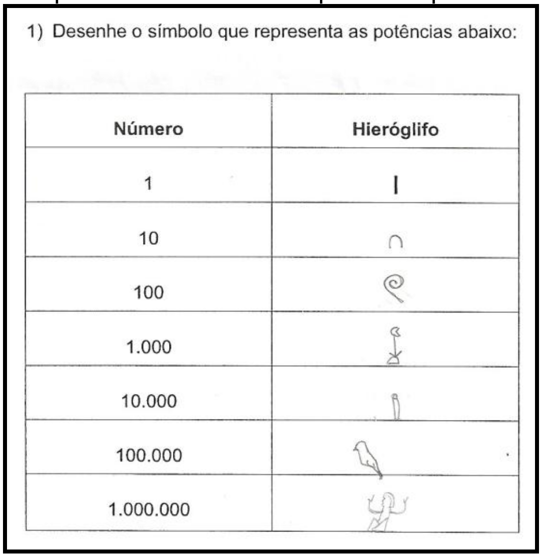
Figura 3.12 - Slide com a localização geográfica do Egito



Fonte: elaboração própria.

Na primeira questão, a maioria dos alunos representou o número 10 com dez tracinhos verticais. Ao perceber isso, antes mesmo que continuassem, a professora em formação sugeriu que fosse feita uma observação mais minuciosa das representações mostradas anteriormente. Assim, todos responderam corretamente (Figura 3.13).

Figura 3.13 - Resposta de um aluno na primeira questão da Atividade 3



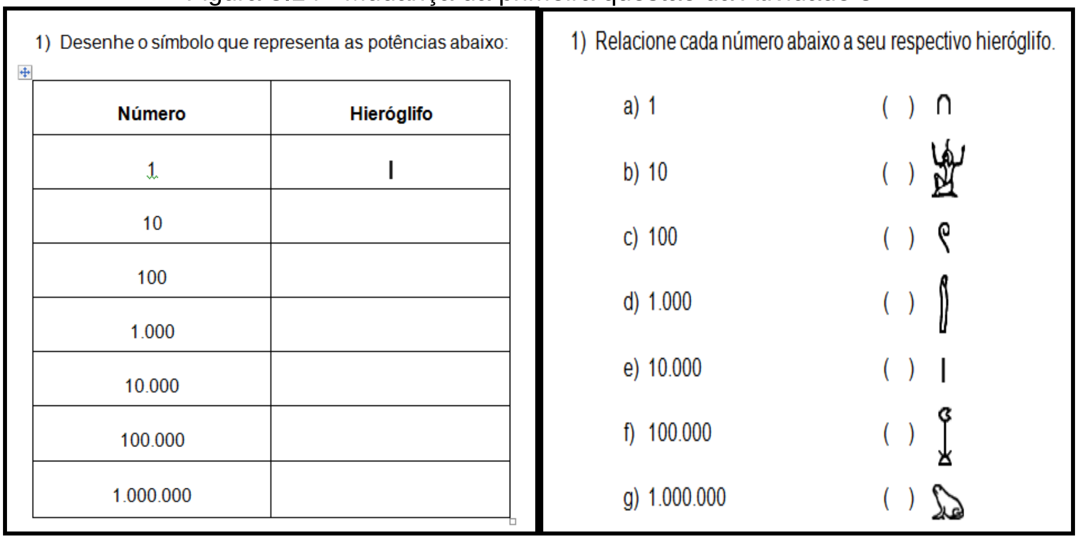
1) Desenhe o símbolo que representa as potências abaixo:

Número	Hieróglifo
1	I
10	∩
100	
1.000	
10.000	
100.000	
1.000.000	

Fonte: protocolo de pesquisa.

Percebida essa dificuldade, mudou-se o enunciado e a estrutura da questão (Figura 3.14).

Figura 3.14 - Mudança da primeira questão da Atividade 3



1) Desenhe o símbolo que representa as potências abaixo:

Número	Hieróglifo
1	I
10	
100	
1.000	
10.000	
100.000	
1.000.000	

1) Relacione cada número abaixo a seu respectivo hieróglifo.

a) 1 ( ) ∩

b) 10 ( )

c) 100 ( )

d) 1.000 ( )

e) 10.000 ( ) I

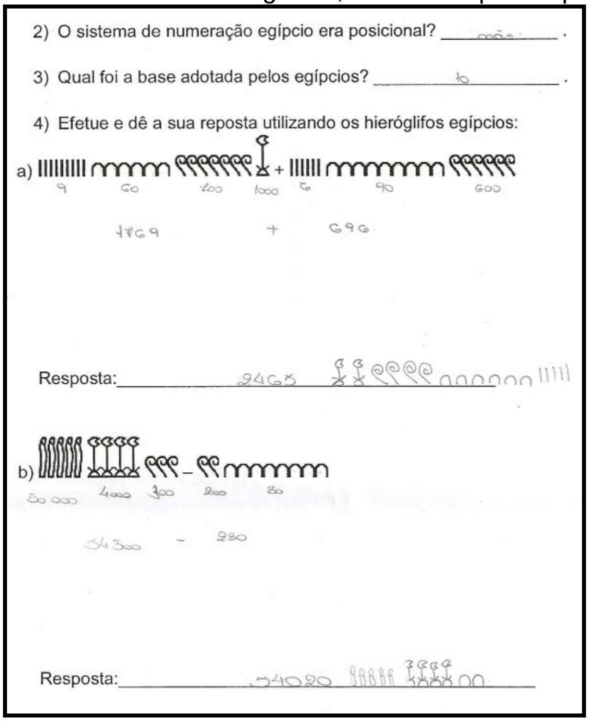
f) 100.000 ( )

g) 1.000.000 ( )

Fonte: elaboração própria.

A segunda e terceira questões foram respondidas corretamente pelos alunos, e na quarta os mesmos chegaram às respostas corretas, passando as representações dadas para o nosso sistema de numeração (Figura 3.15). Nessa última, a maioria dos alunos representou as respostas finais sem a utilização dos hieróglifos. Dessa forma, a professora em formação os indagou de como seriam as repostas usando os mesmos, fazendo com que os alunos as registrassem de maneira correta.

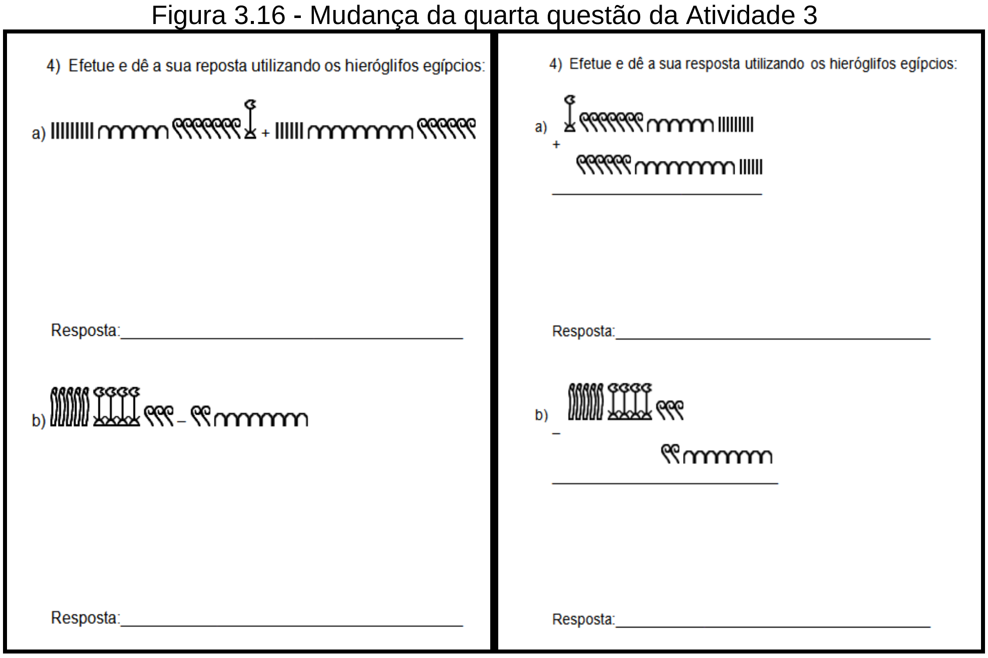
Figura 3.15 - Respostas de um aluno na segunda, terceira e quarta questões da Atividade 3



Fonte: protocolo de pesquisa.

É importante que, na quarta questão, os alunos utilizem a troca, por exemplo, de dez “tracinhos” por uma “ferradura”. Como não o fizeram, pensou-se em deixar a professora em formação conduzir a resolução da questão na experimentação, elaborando perguntas que levassem à compreensão do conceito da base. Além disso, alterou-se a estrutura da questão, deixando a conta armada (Figura 3.16).

Figura 3.16 - Mudança da quarta questão da Atividade 3

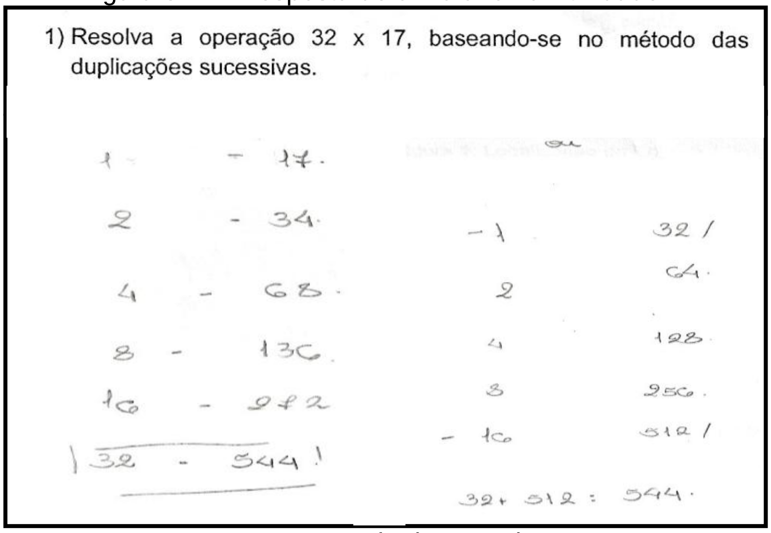


Fonte: elaboração própria.

A professora em formação continuou a leitura da apostila, explicando a forma que os egípcios utilizavam para encontrar o resultado da multiplicação e da divisão por 10.

Mostrou-se, também, um algoritmo utilizado por essa civilização para resolver a multiplicação por outros números. Nesse momento, foi percebida a facilidade de entendimento da propriedade distributiva presente no mesmo e com isso, todos responderam corretamente à Atividade 4 (Figura 3.17).

Figura 3.17 - Resposta de um aluno na Atividade 4


1) Resolva a operação 32 x 17, baseando-se no método das duplicações sucessivas.

1 - 17.
2 - 34.
4 - 68.
8 - 136.
16 - 272
32 - 544

-1 32 /
2 64.
4 128.
8 256.
-16 512 /
32+ 512 = 544.

Fonte: protocolo de pesquisa.

Foi perceptível que esta etapa foi cansativa, talvez, pela grande quantidade de informações, ou até mesmo pelo inicial desinteresse de alguns alunos pela história.

3.1.2. Segundo Encontro

Sendo realizado no dia 03/12/2011, com carga horária de uma hora e com a presença de 9 alunos, esse momento, tornou-se necessário devido à insuficiência de tempo para terminar as atividades previstas para o primeiro encontro.

Iniciou-se com uma apresentação em slides dos sistemas de numeração das civilizações chinesa e maia (Apêndice G). Vale ressaltar que a todo instante era perguntado aos alunos quais os problemas encontrados pelas civilizações, que soluções foram dadas aos mesmos, dentre outros.

Em seguida, os alunos assistiram ao filme "A História do Número 1", (Figura 3.18), o qual despertou ainda mais a curiosidade e interesse dos mesmos pelo tema. Segundo Morán (1995, p. 30) "Um bom vídeo é interessantíssimo para introduzir um novo assunto, para despertar a curiosidade, a motivação para novos temas".

Foi feito um recorte priorizando as civilizações que já haviam sido estudadas. Dessa forma, as imagens e explicações serviram de revisão para os alunos.

Figura 3.18 - Alunos assistindo o filme "A História do Número 1"

Fonte: elaboração própria.

A curiosidade e interesse foram tão grandes, que uma aluna perguntou à professora em formação o motivo da escolha deste tema para seu trabalho de conclusão de curso.

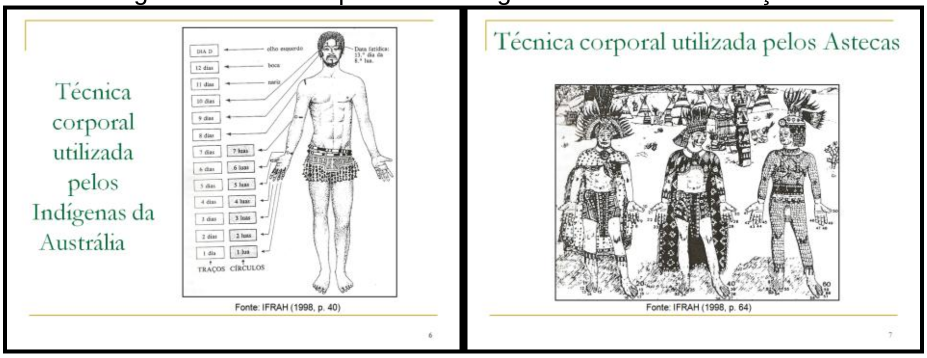
3.1.3. Terceiro Encontro

Essa etapa foi realizada no dia 09/12/2011, com carga horária de três horas, contou com a presença de 17 alunos e iniciou-se com a entrega da apostila intitulada "O significado da base" (Apêndice D). A leitura foi acompanhada da apresentação de slides com as imagens presentes na apostila (Apêndice H).

Os alunos mostraram-se bem interessados com a história sobre o surgimento e desenvolvimento da contagem. No momento em que foi mostrada a técnica corporal utilizada pelos papua da Nova Guiné, acharam muito curioso e até se divertiram com a performance da professora em formação, que exemplificou como seria a contagem de 14 carneiros fazendo os gestos referentes a mesma.

Os alunos não atentaram para como seria a contagem de uma quantidade acima de 41, limite máximo permitido pela técnica corporal referente a um homem. Dessa forma, decidiu-se acrescentar novos slides na experimentação, exemplificando contagens acima desse valor em outras civilizações. (Figura 3.19).

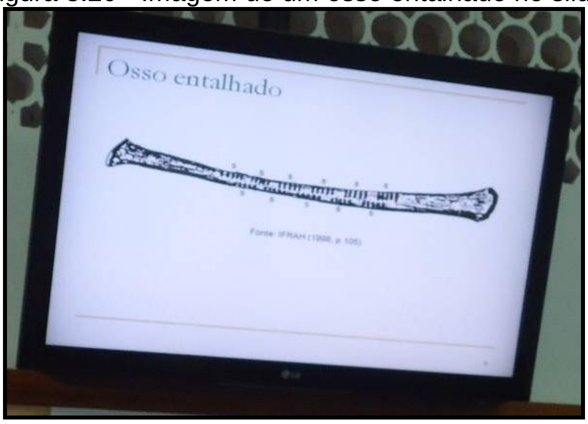
Figura 3.19 - Exemplos de contagens de outras civilizações



Fonte: elaboração própria.

Vale ressaltar que a partir do momento em que se falou sobre o uso da base como no exemplo do osso entalhado (Figura 3.20), os alunos já o compreenderam, talvez pelo estudo feito anteriormente.

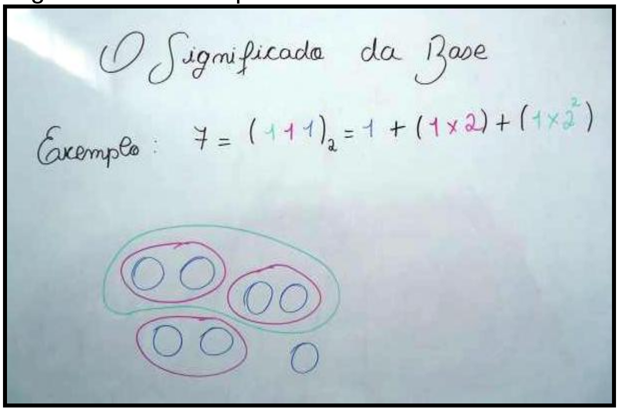
Figura 3.20 - Imagem de um osso entalhado no slide



Fonte: elaboração própria.

A partir daí, a compreensão e o desenvolvimento de todo o conteúdo foram rápidos e com poucas dúvidas. É importante destacar que, para o estudo de bases, utilizaram-se canetas coloridas com intuito de facilitar o entendimento do aluno (Figura 3.21).

Figura 3.21 - Exemplo do uso de canetas coloridas



Fonte: elaboração própria.

Expôs-se, na apostila, exemplos de agrupamentos utilizados nos dias atuais. Além disso, foi apresentado um conjunto de 7 bolinhas agrupadas em subconjuntos de 3, com o intuito de aprofundar o conceito de base. Nesse momento, falou-se a respeito da representação do agrupamento feito, e da leitura do mesmo.

No exemplo citado acima, em que a representação é $(21)_3$, percebeu-se que a maioria dos alunos pronunciou vinte e um na base 3, em vez de dois um na base 3. Dessa forma, enfatizou-se a questão da leitura. A professora em formação mostrou outros números perguntando como deveriam ser lidos e os alunos responderam corretamente.

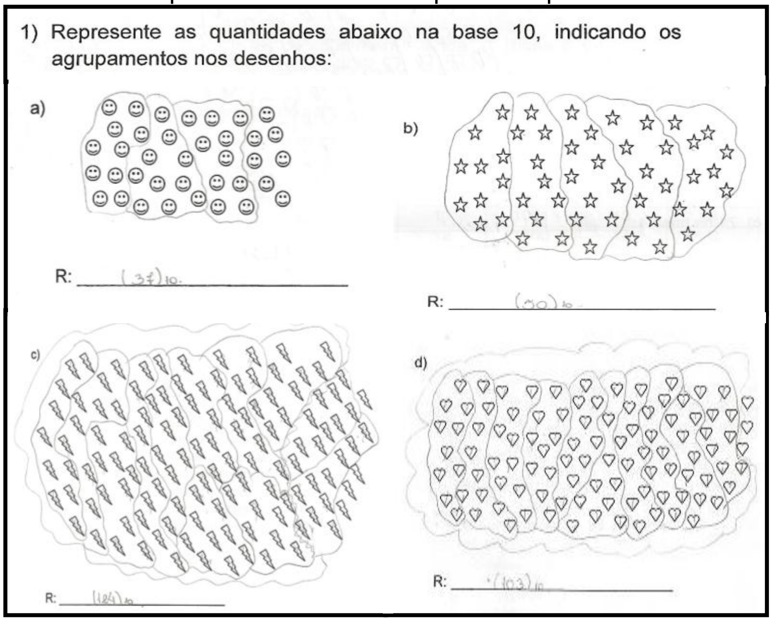
Foi exibido na apostila outro exemplo com 7 bolinhas, porém agrupadas duas a duas. Por meio desse, mostrou-se o significado de cada ordem. Além disso, foram feitas observações sobre a forma polinomial e sobre o índice indicativo das bases.

Ao ser falado das ordens de determinado número, a professora em formação comparou o exemplo visto, 7 na base 2, com o nosso sistema, mostrando que, neste caso existem nomes especiais para cada uma.

Após esse estudo, os alunos responderem à primeira e segunda questões da Atividade 5. Na primeira questão, mostraram dificuldade em registrar o zero, e também não atentaram que o número encontrado era a quantidade de objetos desenhados.

A princípio, pareceu estranha essa dúvida, mas o fato de o foco da atividade estar nos agrupamentos, fez com que alguns alunos perdessem a informação de que a resposta traduzia o número total de objetos. Além disso, foi colocado o índice 10 nas respostas, indicação desnecessária nesse caso (Figura 3.22).

Figura 3.22 - Resposta de um aluno na primeira questão da Atividade 5



Fonte: protocolo de pesquisa.

A correção desta questão foi feita com a utilização de slides, contendo o passo a passo de cada item. Abaixo, a correção do item **d** (Figura 3.23).

Figura 3.23 - Slides com a correção do item **d** da primeira questão da Atividade 5

Fonte: elaboração própria.

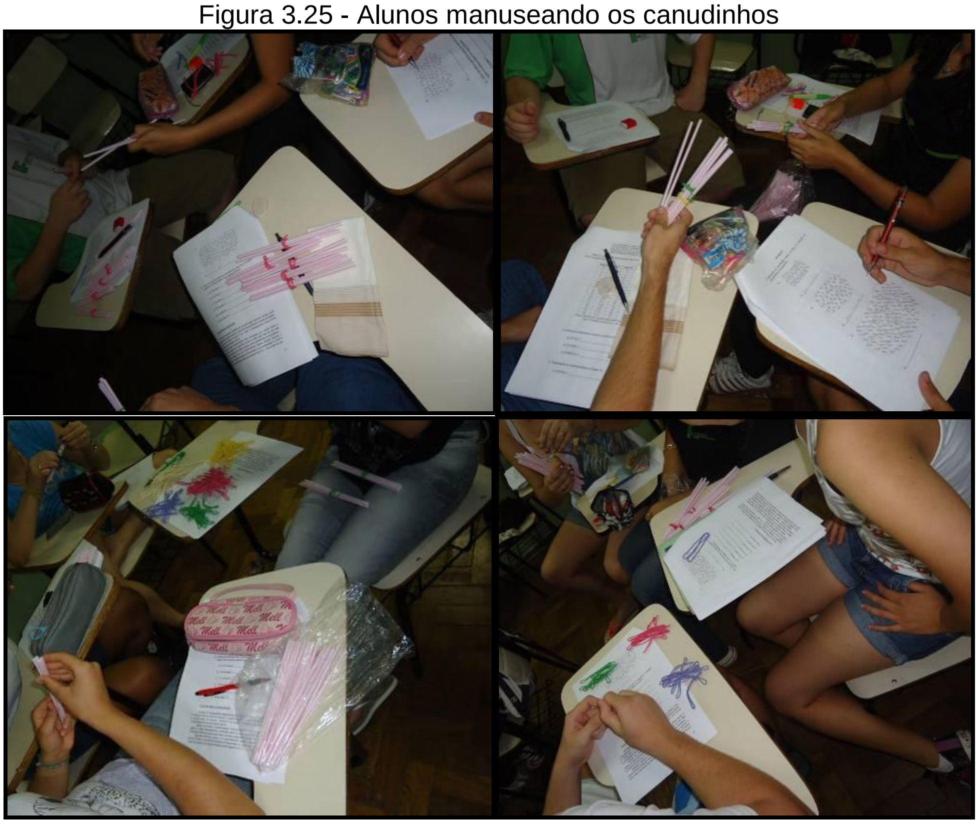
Para realizar a segunda questão, que solicita a representação de alguns números do sistema decimal em outras bases, foram formados grupos com quatro alunos cada e entregue canudinhos e elásticos coloridos. O primeiro item foi feito com auxílio da professora em formação que mostrou os agrupamentos e o registro correspondente (Figura 3.24).

Figura 3.24 - Resolução do item **a** da segunda questão da Atividade 5

Fonte: elaboração própria.

Em seguida, os alunos fizeram os outros itens, discutindo e interagindo entre si, na busca da resposta correta (Figura 3.25).

Figura 3.25 - Alunos manuseando os canudinhos



Fonte: elaboração própria.

Nesse momento, a professora em formação conferiu as respostas com os alunos, e quando necessário, escreveu a forma polinomial no quadro com a finalidade de identificar os agrupamentos feitos.

Essa questão foi de grande importância, pois levantou discussões como a impossibilidade da utilização do algarismo 4 num registro na base 4, por exemplo. A maioria dos grupos mostrou dificuldade no item c e embora a professora em formação tenha usado a forma polinomial para verificar que os resultados estavam incorretos, percebeu-se a necessidade em abordá-lo novamente no próximo encontro.

Os alunos que participaram dessa atividade e que já tinham estudado esse conteúdo no curso Técnico, falaram que se tivessem aprendido desta forma prestariam mais atenção às aulas visto que a utilização de canudinhos tornou o assunto mais prazeroso. Esse relato está de acordo com o que afirma Rodrigues, Rodrigues e Marques (2009) ao expor que a utilização de materiais concretos na aprendizagem de Matemática faz com que ocorra um maior interesse e envolvimento por parte dos alunos, deixando-os mais animados e dispostos para as aulas.

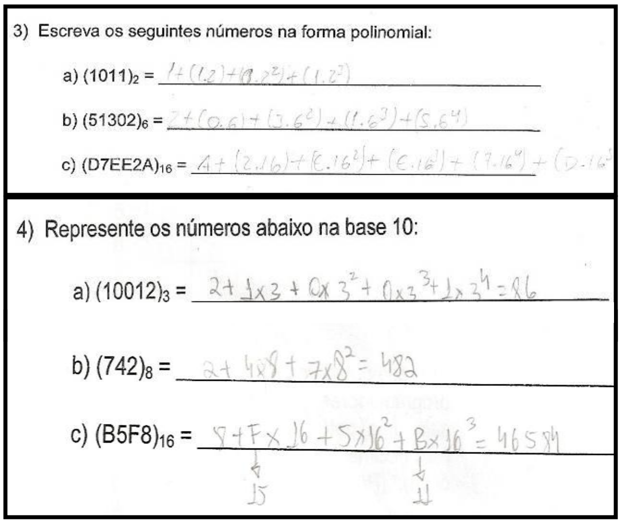
Paralelamente à dinâmica proposta, esses alunos resolveram as questões por meio da divisão para confirmarem as respostas. Ao manusear os canudos, uma aluna perguntou à professora em formação "Essa é uma maneira mais fácil de explicar isso?" (informação verbal)[2], apontando para a divisão. A professora em formação respondeu de forma afirmativa.

Em relação ao texto sobre o uso das bases na computação, não houve dúvidas. Ao mostrar a tabela com a representação dos números nas bases decimal, binário, octal e hexadecimal, a professora em formação destacou algumas representações, mostrando seu significado por meio de desenhos no quadro ou de agrupamentos com canudos. Posterior a isso, os alunos fizeram o restante da atividade.

Na terceira e quarta questões, os alunos foram ágeis e não demonstraram nenhum tipo de dificuldade (Figura 3.26).

[2] Pergunta feita por uma das alunas à professora em formação. Campos dos Goytacazes, 9 de dezembro de 2011.

Figura 3.26 - Respostas de dois alunos na terceira e quarta questões da Atividade 5



3) Escreva os seguintes números na forma polinomial:

a) $(1011)_2$ = $1+(1.2)+(0.2^2)+(1.2^3)$

b) $(51302)_6$ = $2+(0.6)+(3.6^2)+(1.6^3)+(5.6^4)$

c) $(D7EE2A)_{16}$ = $A+(2.16)+(E.16^2)+(E.16^3)+(7.16^4)+(D.16^5)$

4) Represente os números abaixo na base 10:

a) $(10012)_3$ = $2+1\times3+0\times3^2+0\times3^3+1\times3^4=86$

b) $(742)_8$ = $2+4\times8+7\times8^2=482$

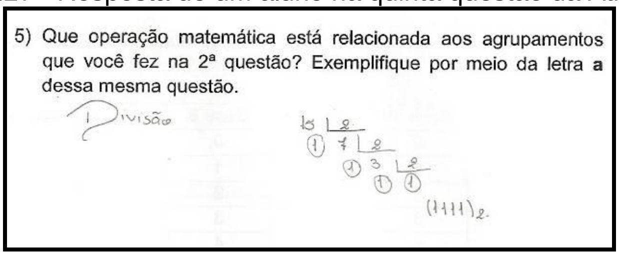
c) $(B5F8)_{16}$ = $8+F\times16+5\times16^2+B\times16^3=46584$

15 11

Fonte: protocolo de pesquisa.

Para melhor entendimento da quinta questão (Figura 3.27), foram mostradas as amarrações feitas com os canudinhos e elásticos coloridos na segunda questão, e perguntado aos alunos que operação matemática estava sendo feita naquele momento. Ao responderem “divisão”, a professora em formação registrou a mesma no quadro, comparando-a com as amarrações feitas anteriormente.

Figura 3.27 - Resposta de um aluno na quinta questão da Atividade 5



5) Que operação matemática está relacionada aos agrupamentos que você fez na 2ª questão? Exemplifique por meio da letra **a** dessa mesma questão.

Divisão

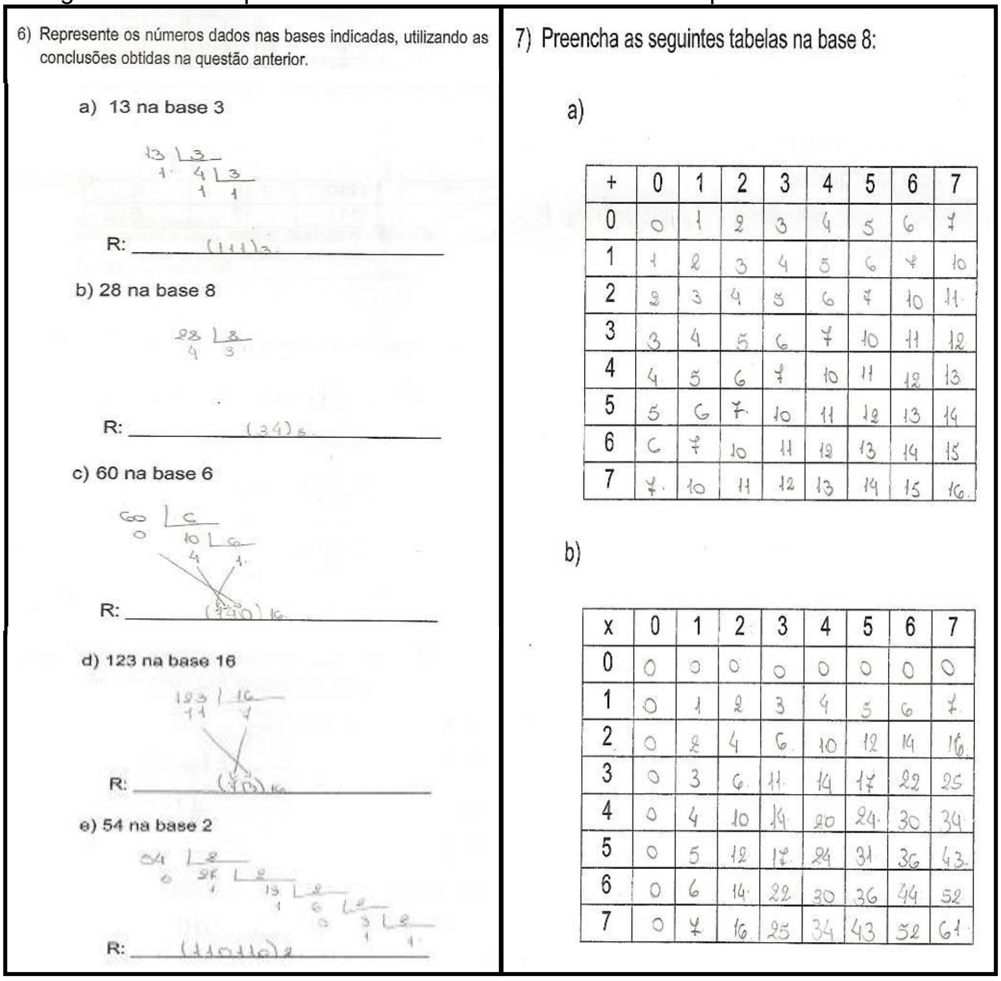
15 | 2
1 7 | 2
1 3 | 2
1 1

$(1111)_2$

Fonte: protocolo de pesquisa.

Na sexta e sétima questões, os alunos resolveram sem interferência da professora em formação, não apresentando dificuldades (Figura 3.28).

Figura 3.28 - Respostas de um aluno na sexta e sétima questões da Atividade 5



6) Represente os números dados nas bases indicadas, utilizando as conclusões obtidas na questão anterior.

a) 13 na base 3

R: $(111)_3$

b) 28 na base 8

R: $(34)_8$

c) 60 na base 6

R:

d) 123 na base 16

R:

e) 54 na base 2

R: $(110110)_2$

7) Preencha as seguintes tabelas na base 8:

a)

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

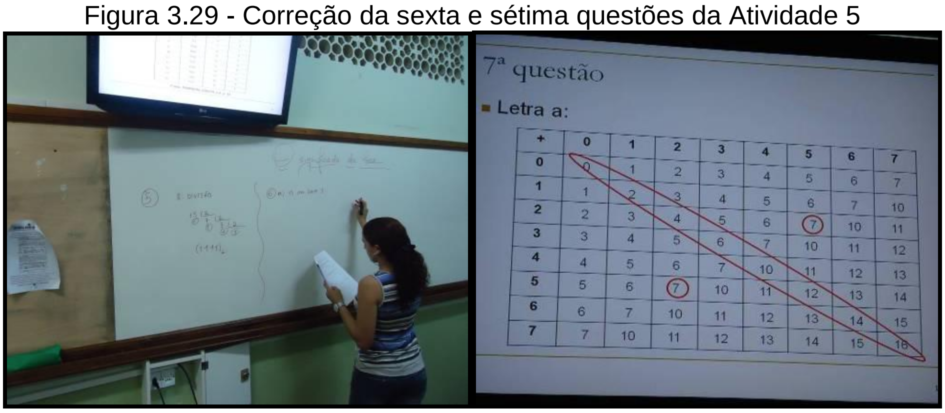
b)

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Fonte: protocolo de pesquisa.

A sexta questão foi corrigida no quadro, e para a sétima foram utilizados slides, contendo o passo a passo de sua resolução. Ambas as questões obtiveram participação efetiva dos alunos em suas correções (Figura 3.29). É válido ressaltar que se ponderou a respeito da simetria em relação à diagonal principal e da propriedade comutativa, ambas existentes na tabela.

Figura 3.29 - Correção da sexta e sétima questões da Atividade 5



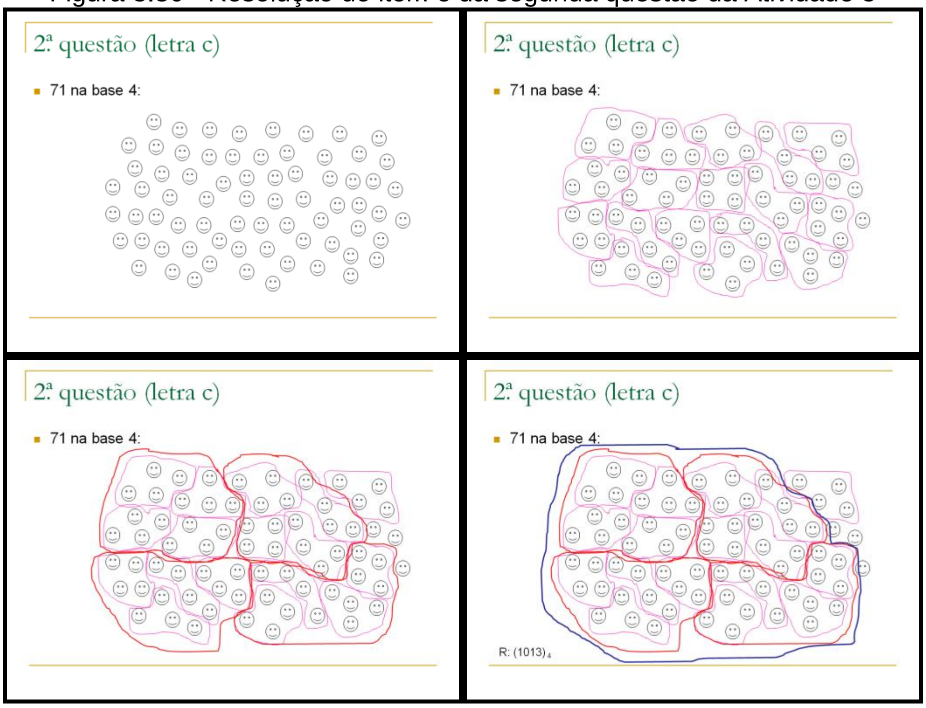
Fonte: elaboração própria.

O encontro terminou e percebeu-se a necessidade de diminuir a quantidade de itens em algumas questões visto que o tempo não foi suficiente para realizá-los. Dessa forma, a segunda questão que era composta por 6 itens, passou a ter apenas os três primeiros e a sexta que apresentava 5 itens, ficou com o segundo e os dois últimos.

3.1.4. Quarto Encontro

Com realização no dia 16/12/2011, carga horária de 3 horas e a presença de 21 alunos, o encontro teve início com uma nova discussão sobre o item **c** da segunda questão da Atividade 5. Não foram utilizados os canudos nessa explicação, buscando-se outra forma de esclarecimento. Dessa maneira, foi preparada no slide, passo a passo, a nova resolução (Figura 3.30) e é possível afirmar que a forma utilizada elucidou o item tratado já que os alunos não apresentaram dúvidas.

Figura 3.30 - Resolução do item **c** da segunda questão da Atividade 5



Fonte: elaboração própria.

Em seguida, foi dada continuidade a esta atividade pelo fato de a mesma não ter sido finalizada no último encontro. Pediu-se aos alunos que formassem os mesmos grupos e que resolvessem apenas os itens **b**, **c**, **e** e **f** das questões restantes, visto que analisando os encontros anteriores foi percebido que o tempo era insuficiente para a quantidade de itens. Para a experimentação, retiraram-se os itens que não foram feitos.

Na oitava questão, que solicita a resolução de algumas operações utilizando os canudos e elásticos coloridos, a professora em formação fez o item **b** juntamente com os alunos, e em seguida, os mesmos discutiram entre si a solução dos outros itens (Figura 3.31).

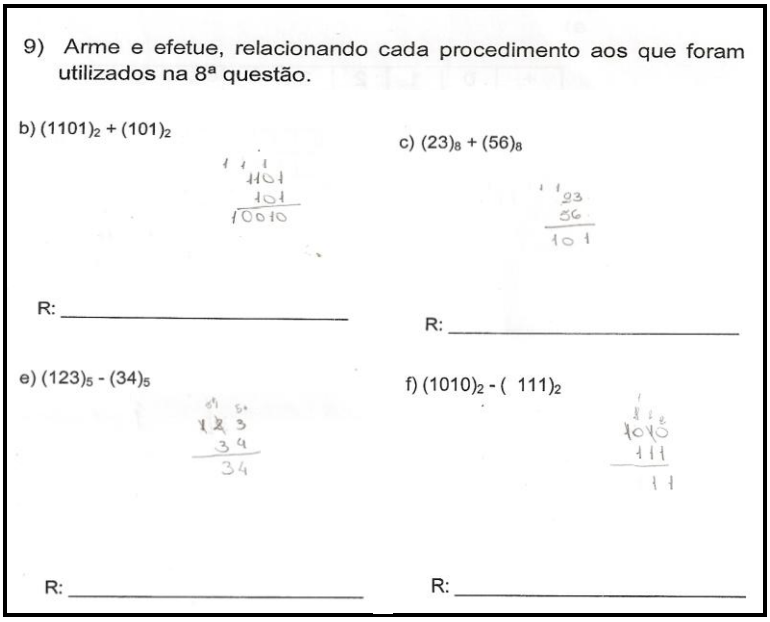
Figura 3.31 - Alunos resolvendo a oitava questão da Atividade 5

Fonte: elaboração própria.

Foi percebido que o amarrar e o desamarrar de canudos foi fundamental para a compreensão do conceito de base. Os alunos conseguiram fazer as operações manuseando o material e apresentaram poucas dúvidas, que eram sanadas com ajuda da professora em formação.

Na resolução da nona questão, os alunos conseguiram relacionar os passos feitos na questão anterior, utilizando os canudos e elásticos, com os algoritmos normalmente empregados, de forma que registraram corretamente as respostas de cada item (Figura 3.32). Sobre esse fato, Copello et al. (2009, p. 10732) afirmam que "o material concreto tem possibilitando [sic] que os estudantes estabeleçam relações entre as situações experienciadas na manipulação de tais materiais e a abstração dos conceitos estudados".

Figura 3.32 - Resposta de um aluno na nona questão da Atividade 5



9) Arme e efetue, relacionando cada procedimento aos que foram utilizados na 8ª questão.

b) $(1101)_2 + (101)_2$

1101
101
10010

R: ____________________

c) $(23)_8 + (56)_8$

23
56
101

R: ____________________

e) $(123)_5 - (34)_5$

123
34
34

R: ____________________

f) $(1010)_2 - (\ 111)_2$

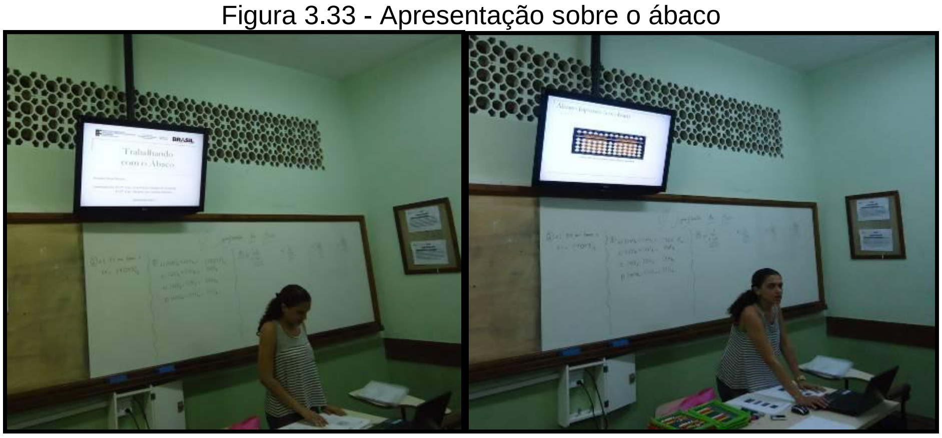
1010
111
11

R: ____________________

Fonte: protocolo de pesquisa.

Com o término da Atividade 5, foi entregue a apostila cujo título é "Trabalhando com o ábaco" (Apêndice E). Após falar sobre a história e mostrar em slides alguns modelos de ábaco (Apêndice I), explicou-se o seu princípio e percebeu-se o grande interesse dos alunos em usar o instrumento (Figura 3.33).

Figura 3.33 - Apresentação sobre o ábaco

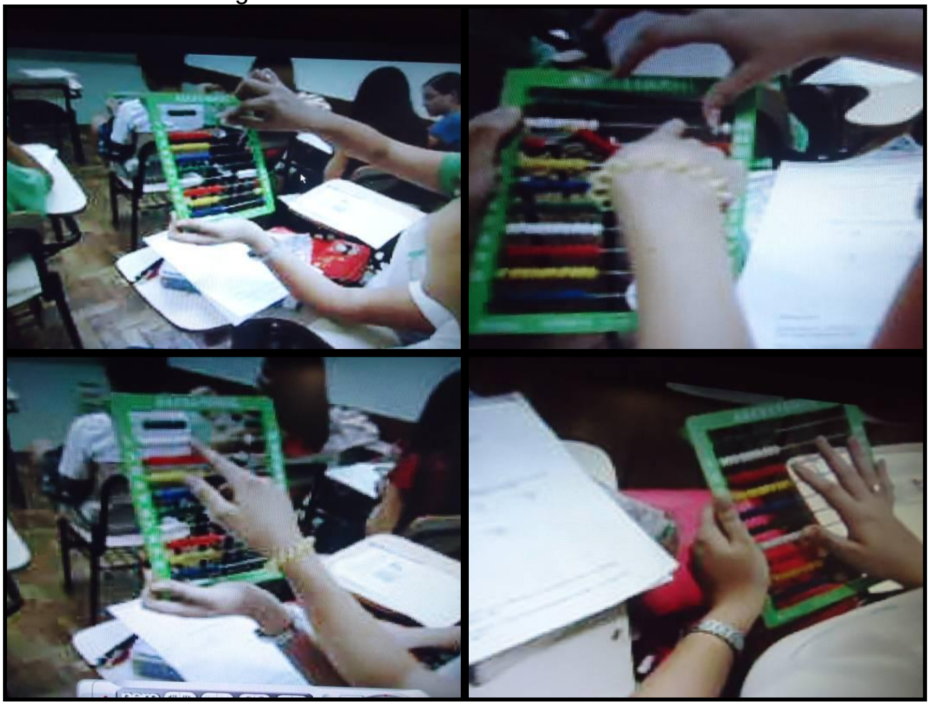


Fonte: elaboração própria.

Foi pedido que os alunos sentassem em duplas, e a resolução da Atividade 6 foi ágil e sem maiores problemas. Além disso, eles a realizaram sozinhos e a professora em formação os assessorou quando solicitada. A utilização do ábaco foi bastante expressiva, de forma que os alunos ficaram em silêncio, e realmente, foram muito participativos no manuseio do mesmo. Segundo Morais (2008, p. 24), “quando o aluno manuseia os materiais, está construindo seu próprio conhecimento”.

Na primeira questão, alguns alunos tiveram dificuldade no último item que trata de uma subtração com números de quatro algarismos. Para compreenderem essa operação, eles fizeram a conta mentalmente ou no papel e transpuseram a resposta no ábaco (Figura 3.34). A professora em formação formulou perguntas relembrando o significado da dezena, centena e unidade de milhar e a partir daí os movimentos de troca surgiram e deram sentido às operações.

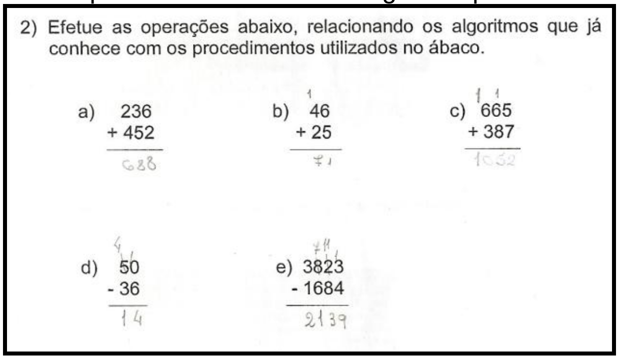
Figura 3.34 - Alunos manuseando o ábaco



Fonte: elaboração própria.

Na segunda questão (Figura 3.35), todos os itens foram corrigidos no quadro de forma gradativa e, juntamente com os alunos, a professora em formação comparou cada passo feito no ábaco às etapas feitas no quadro com o algoritmo comumente utilizado, o “vai um” e o “pedir emprestado”. Percebeu-se que a realização dessa questão foi significativa e de grande importância.

Figura 3.35 - Resposta de um aluno na segunda questão da Atividade 6



2) Efetue as operações abaixo, relacionando os algoritmos que já conhece com os procedimentos utilizados no ábaco.

a) 236 + 452 = 688

b) 46 + 25 = 71

c) 665 + 387 = 1052

d) 50 - 36 = 14

e) 3823 - 1684 = 2139

Fonte: protocolo de pesquisa.

Como referido anteriormente, Lock et al. (2011, p. 13887) afirmam que o ábaco é um instrumento "que potencializa a compreensão dos sistemas de numeração decimal e a (re)significação do cálculo do "vai um" e "pede emprestado" na construção dos algoritmos".

Após o término da Atividade 6, foi feita a apresentação em slide do sistema de numeração indo-arábico (Apêndice J). Os alunos se mostraram muito interessados em saber como surgiu o nosso sistema e como este se desenvolveu até os dias atuais. Foi possível perceber que compreenderam toda a história contada, inclusive, sobre o sistema posicional.

Dando continuidade ao encontro, foi entregue uma folha de avaliação do minicurso, na qual o aluno pôde escrever sua opinião sobre o mesmo. Um aluno ressaltou a importância do trabalho feito, como base para uma futura profissionalização.

> As aulas foram muito produtivas, melhorando o raciocínio lógico e dando uma boa base para o curso técnico e/ou a faculdade que o aluno possa cursar (Aluno A).

A maioria dos alunos ressaltou que a quantidade de itens das atividades deveria ser diminuída.

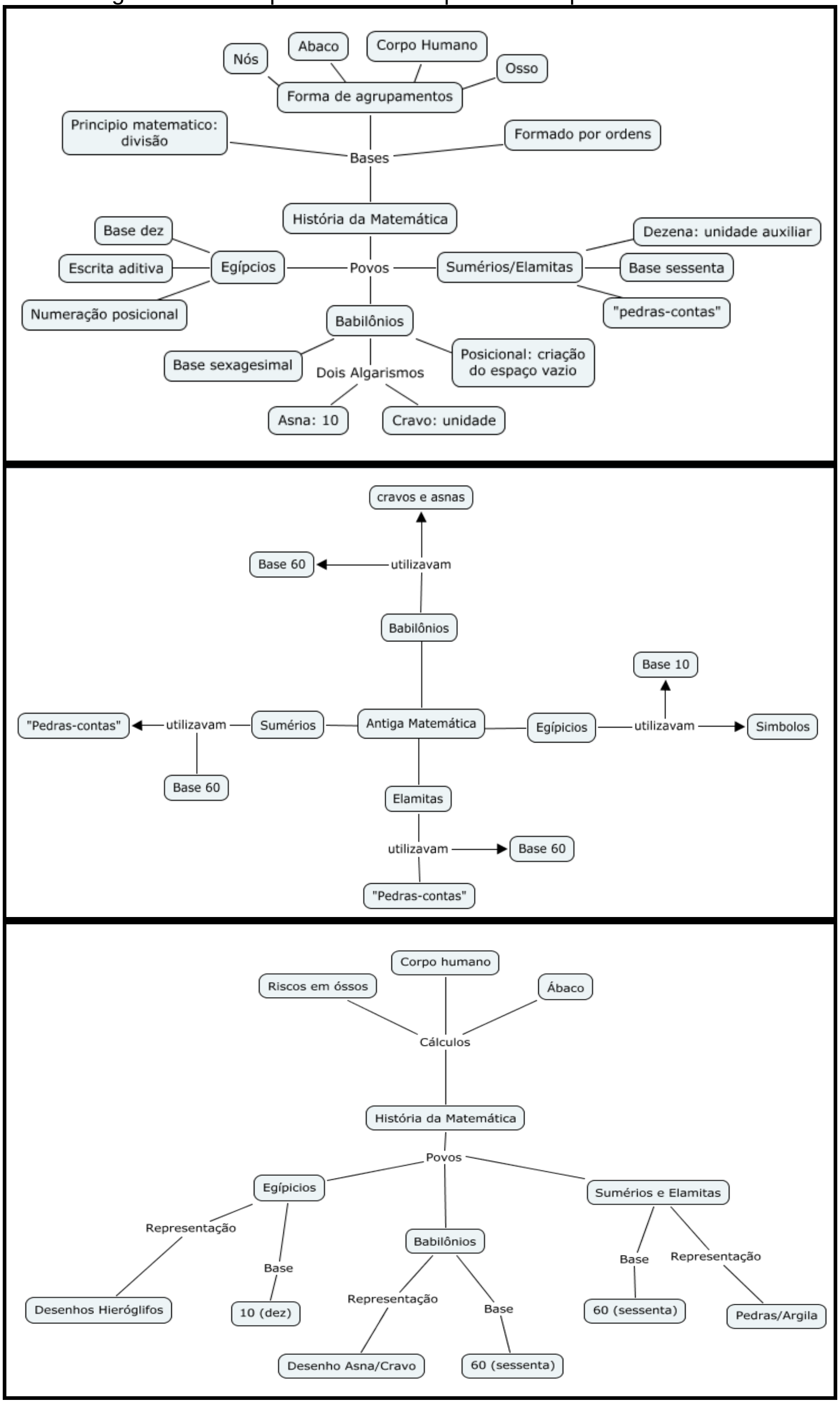
> Aconselho diminuir a quantidade de questões somente (Aluno B).

Pôde-se perceber que todos gostaram de estudar o conteúdo com a utilização dos materiais concretos e das tecnologias. Além disso, interessaram-se pela evolução histórica dos algarismos.

> Gostei do método de ensino utilizado. Uma maneira fácil e interativa de aprender. A utilização de objetos do cotidiano foi o mais legal e interessante (Aluno C).
>
> Foi essencial os materiais apresentados em sala, incluindo o vídeo (Aluno D).
>
> Para mim as aulas mais interessantes foram onde aprendemos mais sobre o uso de bases que não sejam a decimal. Estou até agora impressionado e pensando que em certas ocasiões 1 + 1 não é = 2 (Aluno E).
>
> Foi muito produtivo, pude aprender sobre a forma de números de civilizações antigas, foi interessante perceber também como os nossos números evoluíram até hoje (Aluno F).

Além dessa avaliação feita por todos os alunos presentes no último encontro, finalizou-se o mesmo pedindo aos quatro alunos que participaram de todo o trabalho para confeccionar um mapa conceitual sobre o que apreenderam. Foi perceptível que o estudo da História da Matemática foi muito significativo, visto que nenhum deles deixou de citá-lo no mapa conceitual, inclusive, colocando-o como tema central. Abaixo estão três desses mapas (Figura 3.36).

Figura 3.36 - Mapas conceituais produzidos por três alunos



Fonte: protocolo de pesquisa.

3.2. Experimentação das Atividades

A experimentação foi realizada em uma turma do primeiro módulo do curso Técnico em Informática de uma instituição pública da cidade de Campos dos Goytacazes. Um fator que justifica a escolha desta turma é a necessidade neste ciclo da compreensão do conceito de base, em especial das bases dois, oito e dezesseis. Quanto à instituição, a opção se deu pelo fato de a mesma possuir uma área especializada contendo este conteúdo em sua matriz curricular.

O trabalho foi apresentado na forma de minicurso com dois encontros de 4 horas cada. O primeiro tratou da história dos sistemas de numeração dos sumérios e elamitas, dos babilônicos e dos egípcios, e iniciou um estudo sobre o significado da base, contando com a presença de 9 alunos. O segundo deu continuação a esse estudo e acrescentou um outro no ábaco, envolvendo as operações de soma e subtração no sistema decimal. Contou com a presença de 7 alunos, dos quais 5 já haviam participado do primeiro encontro.

As datas do minicurso foram definidas de forma que os encontros fossem realizados na sexta-feira, já que os alunos não possuíam aula neste dia. Além disso, é válido ressaltar que o segundo encontro antecedeu a uma semana de provas, o que pode ter sido a causa da quantidade de alunos presentes.

A partir do momento em que se definiu a carga horária de 8 horas foi necessário fazer algumas modificações no trabalho, adaptando-o a esse novo quantitativo, mas sem comprometer o objetivo do mesmo. Com isso, optou-se por retirar as apresentações em slides das civilizações chinesa e maia e do sistema indo-arábico presentes no teste exploratório, bem como algumas questões das apostilas utilizadas. Abaixo estão selecionadas algumas dessas alterações (Quadro 1):

Quadro 1 - Algumas alterações feitas para a experimentação das atividades

<table>
<tr><th>Apostilas</th><th>Exercícios retirados</th></tr>
<tr><td>Egípcios</td><td>Atividade 4
1) Resolva a operação 32 x 17 baseando-se no método das duplicações sucessivas.</td></tr>
<tr><td>O significado da base</td><td>3) Escreva os seguintes números na forma polinomial:
a) $(1011)_2$ = ____
b) $(51302)_6$ = ____
c) $(D7EE2A)_{16}$ = ____

7) Preencha as seguintes tabelas na base 8:
a)
<table>
<tr><td>+</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
</table>

Fonte: elaboração própria.

3.2.1. Primeiro encontro

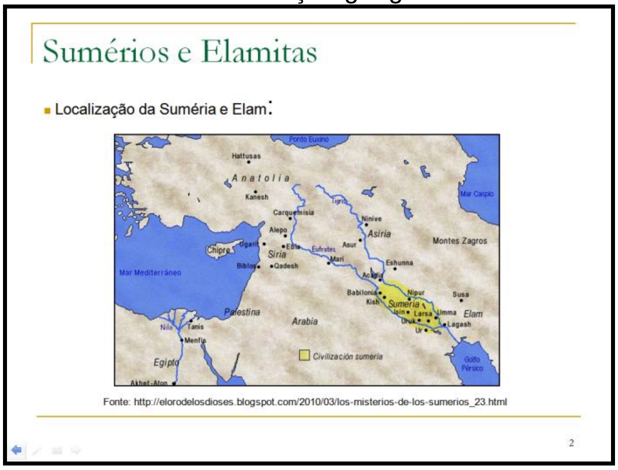
Realizado no dia 25/05/2012, este encontro iniciou-se com uma breve apresentação da professora em formação e do trabalho que lhes seria exposto. Em seguida entregou-se a apostila intitulada “Sumérios e Elamitas” (Apêndice A) que foi lida juntamente com os alunos (Figura 3.37).

Figura 3.37 - Professora em formação lendo um trecho da Apostila “Sumérios e Elamitas”

Fonte: elaboração própria.

O mapa com a localização das duas civilizações o qual constava na apostila foi projetado em slide para facilitar a visualização (Figura 3.3).

Figura 3.3 - Slide com a localização geográfica da Suméria e Elam



Fonte: elaboração própria.

Da mesma forma que, no teste exploratório, utilizou-se a representação dos símbolos dos sumérios com peças em argila (Figura 3.38) com o objetivo de ilustrar melhor o método das “pedras-contas”. Mais uma vez, comentou-se o significado da perfuração nas pedras e discutiu-se a respeito do princípio aditivo, indagando aos alunos sobre como seria a representação de determinados números neste sistema. Também foi percebido que a repetição de algumas peças seria necessária em certas representações.

Figura 3.38 - Exposição da representação dos símbolos dos sumérios feitos com argila

Fonte: elaboração própria.

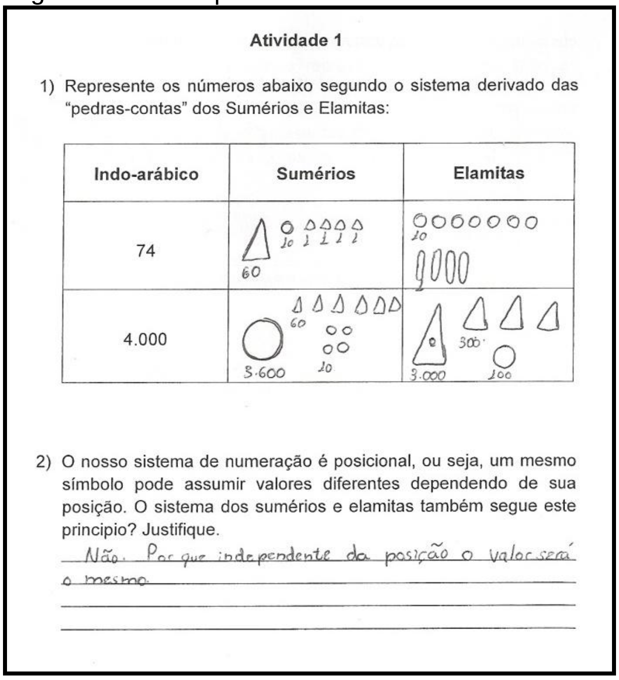
Prosseguindo, foi mostrada a nova forma de representação dos sistemas de numeração sumério e elamita (Figura 3.39) em que eram reproduzidos os símbolos não mais por pedras, mas por marcas representadas em um tablete de argila. Discutiu-se então, a sua vantagem.

Figura 3.39 - Exposição da nova representação dos símbolos dos sumérios feitos com argila

Fonte: elaboração própria.

A seguir, foi resolvida a Atividade 1 juntamente com os alunos, que a responderam corretamente (Figura 3.40). Na segunda questão, a maioria ratificou que cada símbolo possui o seu valor independentemente da posição.

Figura 3.40 - Resposta de um aluno na Atividade 1



Atividade 1

1) Represente os números abaixo segundo o sistema derivado das "pedras-contas" dos Sumérios e Elamitas:

Indo-arábico	Sumérios	Elamitas
74	60 10 1 1 1 1	10 1
4.000	60 3.600 10	3.000 300 100

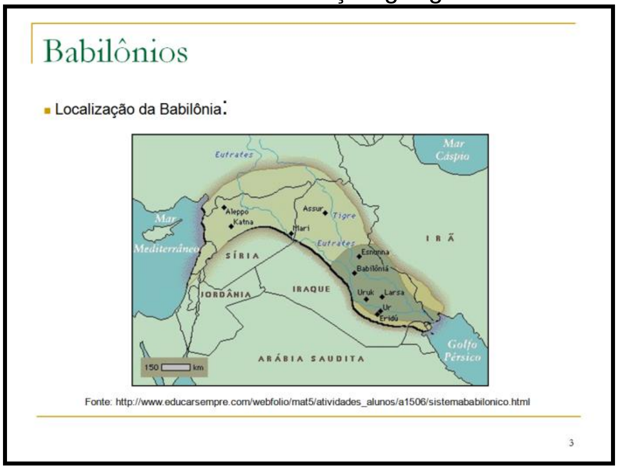
2) O nosso sistema de numeração é posicional, ou seja, um mesmo símbolo pode assumir valores diferentes dependendo de sua posição. O sistema dos sumérios e elamitas também segue este principio? Justifique.

Não. Por que independente da posição o valor será o mesmo

Fonte: protocolo de pesquisa.

Dando continuidade ao trabalho, foi entregue a apostila sobre os babilônios (Apêndice B) e da mesma forma que na anterior, foi indicada, no slide, a localização geográfica desta civilização (Figura 3.7). Esse material, também foi lido juntamente com os alunos.

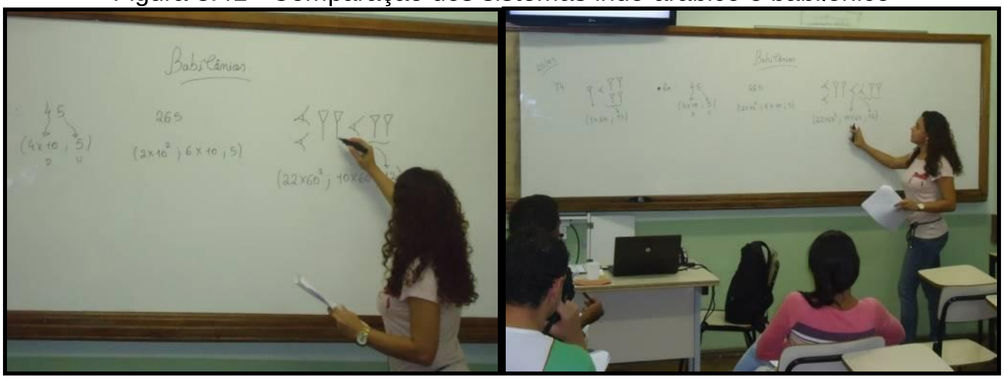
Figura 3.7 - Slide com a localização geográfica da Babilônia



Fonte: elaboração própria.

Como foi percebido no teste exploratório que os alunos apresentaram dificuldade em entender o sistema posicional dos babilônios, foi feita aqui a comparação do sistema babilônico com o nosso sistema de numeração (indo-arábico) (Figura 3.41). Observou-se que essa comparação auxiliou bastante os alunos na Atividade 2.

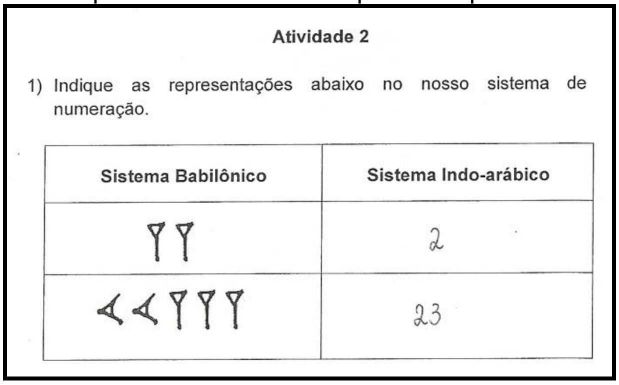
Figura 3.41 - Comparação dos sistemas indo-arábico e babilônico



Fonte: elaboração própria.

Na primeira questão desta atividade, responderam 2 para o primeiro exemplo e 23 para o segundo (Figura 3.42).

Figura 3.42 - Resposta de um aluno na primeira questão da Atividade 2



Atividade 2

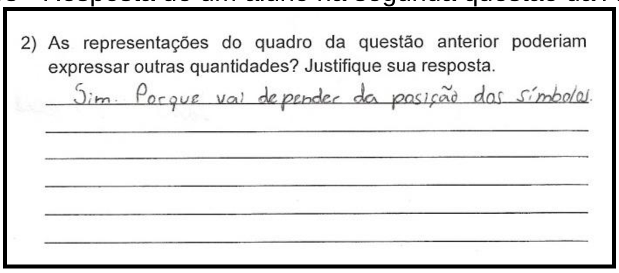
1) Indique as representações abaixo no nosso sistema de numeração.

Sistema Babilônico	Sistema Indo-arábico
	2
	23

Fonte: protocolo de pesquisa.

Nessa questão, os alunos foram indagados se a primeira representação poderia ser o número 61, e a segunda o 1203, por exemplo. Com isso, referindo-se a primeira, um aluno perguntou como saberia que um dos cravos estava na segunda ordem. Dessa forma, responderam satisfatoriamente à questão seguinte (Figura 3.43).

Figura 3.43 - Resposta de um aluno na segunda questão da Atividade 2



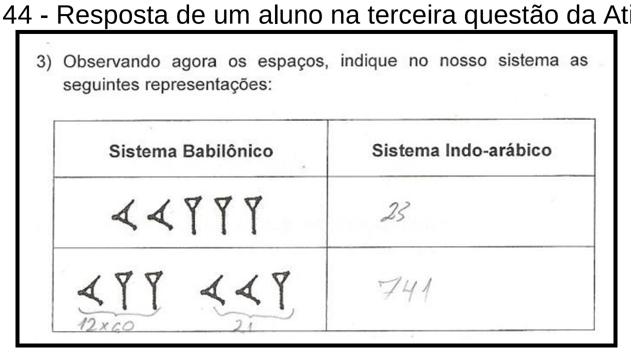
2) As representações do quadro da questão anterior poderiam expressar outras quantidades? Justifique sua resposta.

Sim. Porque vai depender da posição dos símbolos.

Fonte: protocolo de pesquisa.

Continuou-se a leitura da apostila em que a professora em formação mostrou aos alunos a solução que os babilônios encontraram para tal ambiguidade. Com essa informação, os alunos registraram de forma correta os números da terceira questão (Figura 3.44).

Figura 3.44 - Resposta de um aluno na terceira questão da Atividade 2



3) Observando agora os espaços, indique no nosso sistema as seguintes representações:

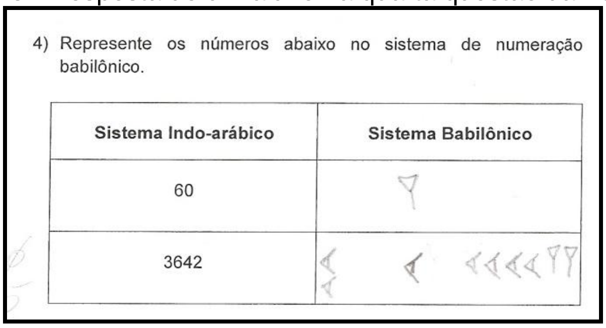
Sistema Babilônico	Sistema Indo-arábico
	23
12x60 21	741

Fonte: protocolo de pesquisa.

Neste momento, um aluno perguntou se deveria multiplicar por 10 o número que estava na segunda ordem. A professora em formação o indagou sobre a base utilizada no sistema babilônico, e o mesmo pôde perceber que a multiplicação deveria ser por 60. Mais uma vez foi necessária a comparação com o nosso sistema.

Ao resolver a quarta questão, os alunos não perceberam a dificuldade que era a ausência de um registro para representar a casa vazia (Figura 3.45).

Figura 3.45 - Resposta de um aluno na quarta questão da Atividade 2



4) Represente os números abaixo no sistema de numeração babilônico.

Sistema Indo-arábico	Sistema Babilônico
60	
3642	

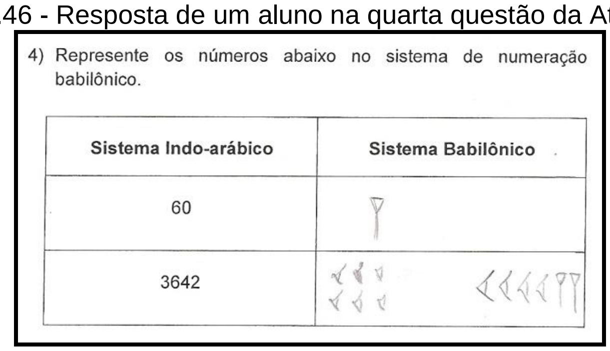
Fonte: protocolo de pesquisa.

Em relação ao número 60, todos os alunos desenharam um cravo e indagou-se, então, como eles sabiam que o mesmo estava na segunda ordem. Nenhuma resposta foi obtida.

Quanto ao número 3642 surgiram respostas como: 5 asnas na terceira ordem, uma asna na segunda e 4 asnas e 2 cravos na primeira. Nesse caso, o aluno disse ter pensado que deveria multiplicar por 60 os algarismos da segunda e terceira ordem, de forma que representaria o número correto. Com isso foi necessário, mais uma vez, fazer a comparação com o nosso sistema de numeração, enfatizando o conceito de base.

Outro aluno registrou 6 asnas na segunda ordem e 4 asnas e 2 cravos na primeira, totalizando 3642 (Figura 3.46).

Figura 3.46 - Resposta de um aluno na quarta questão da Atividade 2



4) Represente os números abaixo no sistema de numeração babilônico.

Sistema Indo-arábico	Sistema Babilônico
60	
3642	

Fonte: protocolo de pesquisa.

Ao deparar-se com essa resposta, a professora em formação lembrou que o registro mais adequado, nesse caso, seria 1 cravo na terceira ordem e 4 asnas e 2 cravos na primeira. Como 6 asnas equivalem a 60, elas deveriam ser trocadas por um cravo na terceira ordem já que os babilônios, utilizavam a base 60 em seu sistema de numeração. Neste momento, um aluno perguntou como saberia que o cravo estava na terceira ordem, repetindo a indagação da professora.

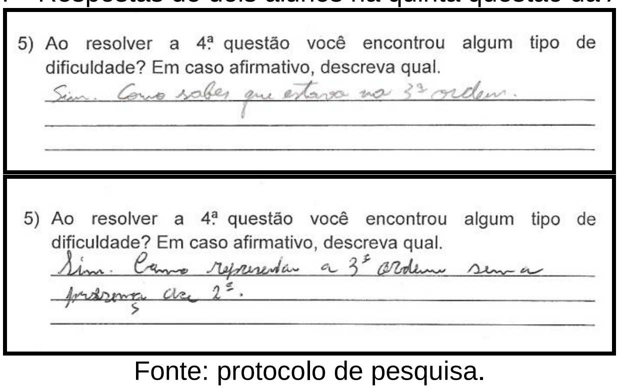
Para discussão dessa questão, a professora em formação registrou todas as respostas no quadro e fez os cálculos, juntamente com os alunos, referentes a cada uma delas como, por exemplo: $50 \times 60^2 + 10 \times 60 + 42$. A todo o momento eram feitos comentários sobre o sistema posicional.

Ainda, nessa questão, um aluno perguntou por que na segunda e terceira ordens multiplica-se por 60 e 60^2 respectivamente. A professora em formação respondeu, fazendo novamente a comparação com o nosso sistema de numeração e enfatizando o conceito de base.

É importante observar o número de vezes em que se tornou necessário fazer este tipo de comparação.

Na quinta questão que trata de uma pergunta a respeito das possíveis dificuldades encontradas ao resolver a quarta, a maioria respondeu de forma afirmativa (Figura 3.47).

Figura 3.47 - Respostas de dois alunos na quinta questão da Atividade 2


5) Ao resolver a 4ª questão você encontrou algum tipo de dificuldade? Em caso afirmativo, descreva qual.

Sim. Como saber que estava na 3ª ordem.

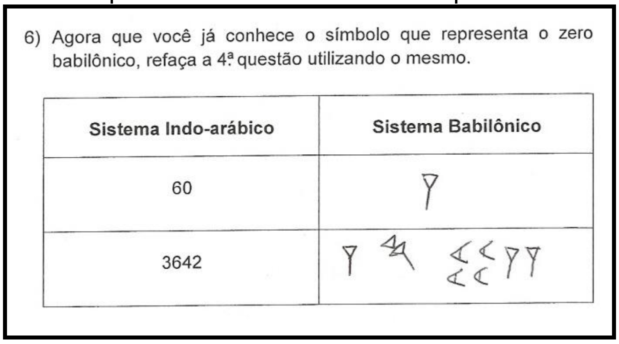
5) Ao resolver a 4ª questão você encontrou algum tipo de dificuldade? Em caso afirmativo, descreva qual.

Sim. Como representar a 3ª ordem sem a presença da 2ª.

Fonte: protocolo de pesquisa.

Continuou-se a leitura da apostila, revelando a solução encontrada pelos babilônios para este problema, que foi a criação do zero babilônico (cravo duplo). Foi feita uma comparação com o nosso sistema de numeração, mostrando aos alunos que o cravo duplo representava somente a casa vazia e não um número nulo. Em seguida, todos responderam corretamente à sexta questão (Figura 3.48).

Figura 3.48 - Resposta de um aluno na sexta questão da Atividade 2



6) Agora que você já conhece o símbolo que representa o zero babilônico, refaça a 4ª questão utilizando o mesmo.

Sistema Indo-arábico	Sistema Babilônico
60	
3642	

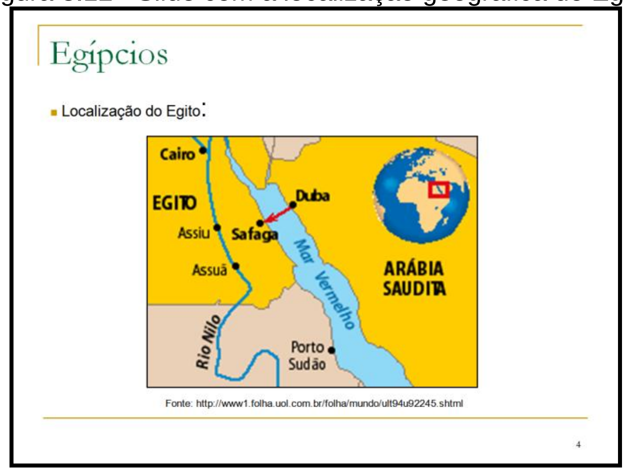
Fonte: protocolo de pesquisa.

Da mesma forma que no teste exploratório, houve um grande debate, por parte dos alunos, em relação aos problemas enfrentados por essa civilização quanto ao sistema de numeração.

Sobre esse tema, Prado (1990 apud Lutz, s.d.) expõe que de posse do material histórico, o aluno pode usar sua imaginação, buscando penetrar no espírito de cada época e compreender seus problemas dentro daquele contexto.

Prosseguindo, foi entregue a apostila sobre os egípcios (Apêndice C), mostrada a localização geográfica dessa civilização no slide (Figura 3.12) e após a leitura do texto, pediu-se aos alunos que resolvessem as três primeiras questões da Atividade 3.

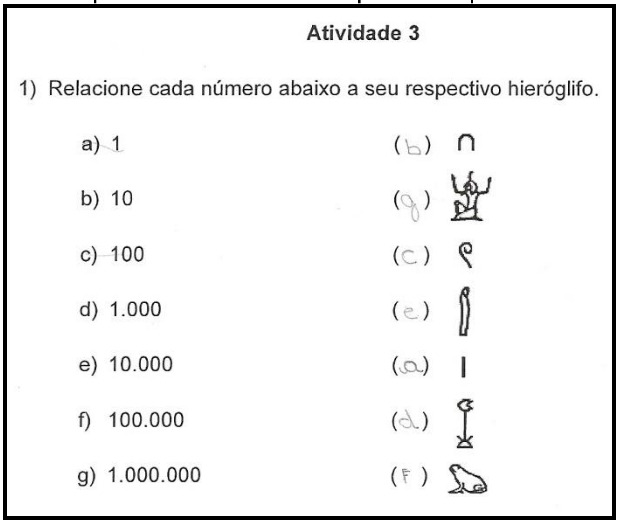
Figura 3.12 - Slide com a localização geográfica do Egito



Fonte: elaboração própria.

A maioria respondeu de forma correta a primeira questão (Figura 3.49). Apenas dois inverteram duas das letras da sequência. Percebido isso, a professora em formação analisou cada item juntamente com os alunos de forma que os mesmos chegaram à sequência correta.

Figura 3.49 - Resposta de um aluno na primeira questão da Atividade 3



Atividade 3

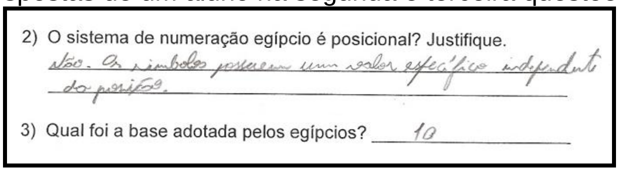
1) Relacione cada número abaixo a seu respectivo hieróglifo.

a) 1 (b)
b) 10 (g)
c) 100 (c)
d) 1.000 (e)
e) 10.000 (a)
f) 100.000 (d)
g) 1.000.000 (f)

Fonte: protocolo de pesquisa.

Na segunda questão que pergunta se o sistema de numeração egípcio é posicional, um aluno colocou que sim justificando que no texto, em cada exemplo, os hieróglifos estavam registrados em posições diferentes. Nesse momento, a professora em formação fez uma nova comparação com o nosso sistema de numeração, mostrando que neste um algarismo possui valores diferentes dependendo de sua posição, o que não ocorre no sistema egípcio. Os outros alunos responderam satisfatoriamente. A terceira questão foi respondida corretamente por todos (Figura 3.50).

Figura 3.50 - Respostas de um aluno na segunda e terceira questões da Atividade 3



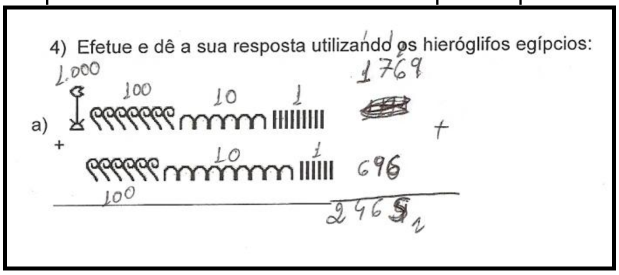
2) O sistema de numeração egípcio é posicional? Justifique.
Não. Os simbolos possuem um valor específico independente da posição.

3) Qual foi a base adotada pelos egípcios? 10

Fonte: protocolo de pesquisa.

Na quarta questão que consiste em fazer com que o aluno passe pelo processo de trocar, por exemplo, 10 barras por uma ferradura, mostrando a compreensão do conceito de base, mesmo estando as contas já armadas com os hieróglifos egípcios, os alunos resolveram o item **a,** utilizando números equivalentes ao nosso sistema (Figura 3.51).

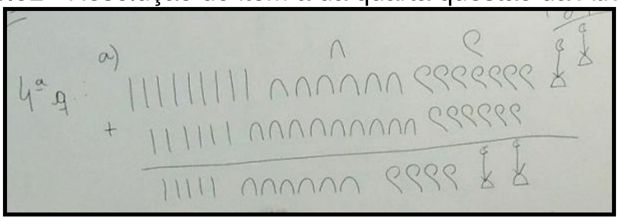
Figura 3.51 - Resposta de um aluno no item **a** da quarta questão da Atividade 3



Fonte: protocolo de pesquisa.

Percebido isso, pediu-se que fizessem a questão sem essa transformação. Como os alunos não conseguiram, naquele momento, pensar dessa maneira, o item **a** foi resolvido com a professora em formação que a todo o instante indagava sobre o que deveria ser feito (Figura 3.52).

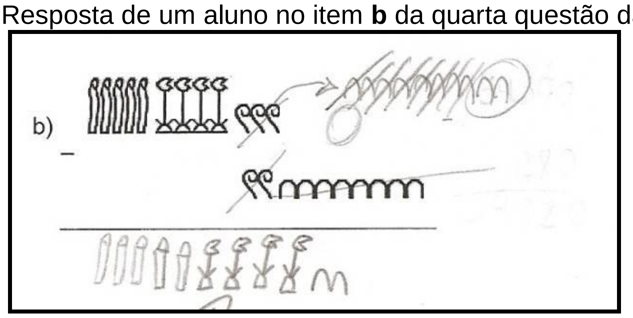
Figura 3.52 - Resolução do item **a** da quarta questão da Atividade 3



Fonte: elaboração própria.

Neste momento, ficou marcada a força das expressões “vai um” e “pedir emprestado”, visto que os alunos as usavam constantemente. Com isso, a professora em formação utilizou frases como “troca 10 barras por uma ferradura”, no decorrer da resolução, fazendo com que os mesmos compreendessem os verdadeiros significados dessas operações. Dessa forma, todos fizeram corretamente o item **b** da questão (Figura 3.53).

Figura 3.53 - Resposta de um aluno no item **b** da quarta questão da Atividade 3

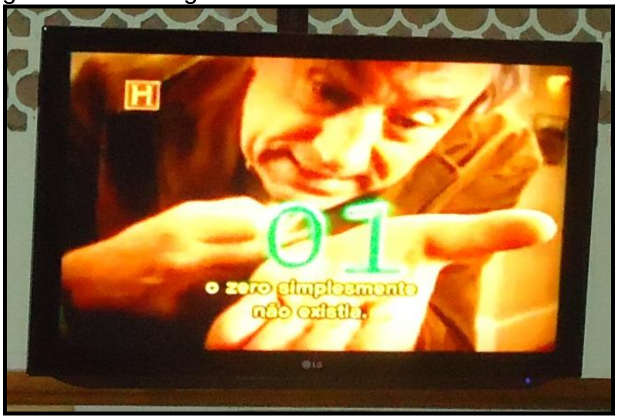


Fonte: protocolo de pesquisa.

Sobre esse fato, Lerner e Sadovsky (1996 apud BATISTA, 2011) afirmam que os alunos não entendem a relação entre o agrupamento e a escrita numérica, ou seja, não compreendem o vínculo existente entre “vai um” e “pede emprestado” com as ordens dos números.

Após o término dessa apostila, os alunos assistiram ao filme “A História do Número 1”. Foi feito um recorte priorizando as civilizações que já haviam sido estudadas, de forma que as imagens e explicações serviram de revisão para o estudo feito (Figura 3.54).

Figura 3.54 - Imagem do filme “A História do Número 1”



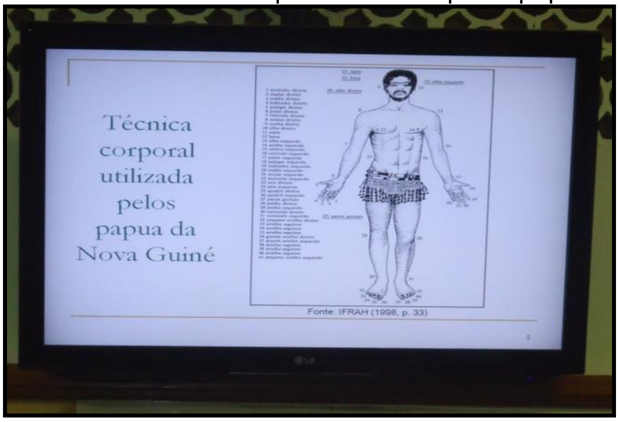
Fonte: elaboração própria.

Posteriormente ao filme, perguntou-se aos alunos o que acharam sobre a parte histórica até então apresentada. Além de responderem ser uma forma diferente e nova de aprender, uma aluna colocou que é bom saber a origem dos fatos, pois a Matemática não surgiu do nada, possibilitando um melhor entendimento nos cálculos.

Prosseguindo, foi entregue a apostila intitulada “O significado da base” (Apêndice D), e sua leitura foi acompanhada da apresentação em slides, contendo as imagens presentes na mesma (Apêndice H). Algumas dessas figuras já tinham aparecido no filme, como a do osso de Ishango. Além disso, a professora em formação ratificou que as marcas não estavam agrupadas, representando apenas o registro de uma dada quantidade.

No momento em que se falou da contagem utilizada pelos papua da Nova Guiné (Figura 3.55), a professora em formação exemplificou fazendo gestos referentes ao cômputo de seis objetos. Analisou-se, ainda, junto aos alunos, as vantagens e restrições dessa técnica.

Figura 3.55 - Slide com a técnica corporal utilizada pelos papua da Nova Guiné



Fonte: elaboração própria.

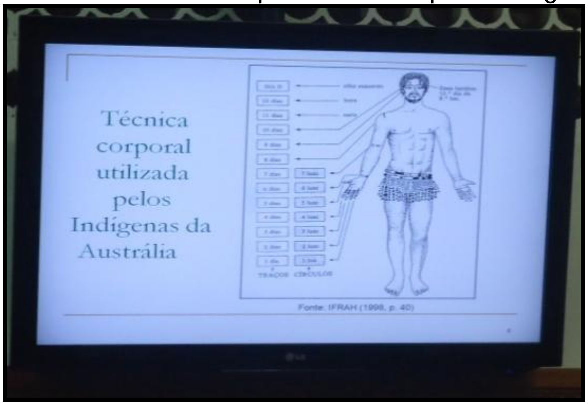
Como já citado, com o teste exploratório surgiu a necessidade de se apresentar em outros exemplos, já que o método acima traz uma limitação de contagem até 41. Mostrou-se, então, em slide um exemplo da técnica corporal utilizada pelos astecas, que usavam vários homens para representar quantidades acima desta (Figura 3.56).

Figura 3.56 - Slide com a técnica corporal utilizada pelos astecas

Fonte: elaboração própria.

Além disso, apresentou-se um exemplo da técnica corporal utilizada pelos indígenas da Austrália, mostrando como eram feitas as marcas no corpo quando se queriam fazer uma contagem registrando dias e luas, por exemplo (Figura 3.57).

Figura 3.57 - Slide com a técnica corporal utilizada pelos indígenas da Austrália

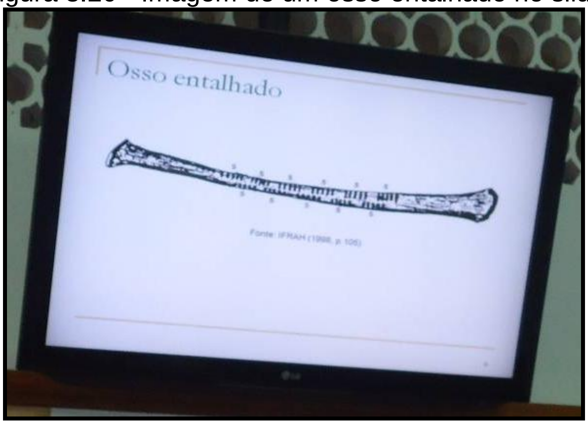


Fonte: elaboração própria.

Prosseguindo, a professora em formação comentou que, em certas situações, quando a quantidade é extensa, é necessário utilizar agrupamentos na contagem.

Continuou-se a leitura e a partir do momento em que foi mostrado o uso da base no osso entalhado (Figura 3.20) os alunos logo o compreenderam, talvez pelo estudo feito anteriormente, em que esse significado já havia sido desenvolvido nas leituras referentes às civilizações suméria, elamita, babilônia e egípcia. Em seguida, foram citados alguns agrupamentos que são feitos nos dias atuais.

Figura 3.20 - Imagem de um osso entalhado no slide



Fonte: elaboração própria.

Visando a um aprofundamento do conceito de base, foi apresentado na apostila um conjunto de 7 bolinhas agrupadas em subconjuntos de 3. Ao perguntar aos alunos o que significava agrupar determinada quantidade de três em três, foi respondido que a mesma está sendo representada na base 3.

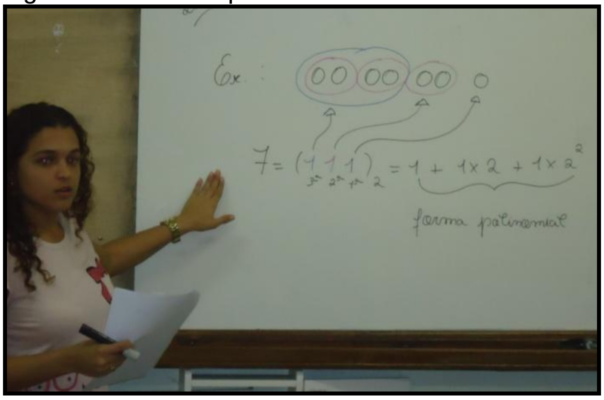
No exemplo citado acima, em que a representação é $(21)_3$, percebeu-se no teste exploratório que a maioria dos alunos pronunciou vinte e um na base 3, em vez de dois um na base 3. Dessa forma, enfatizou-se a questão da leitura, mostrando o número $(47)_9$ e perguntando como este deveria ser lido e os alunos responderam corretamente.

Um novo caso foi abordado por meio de um exemplo com 7 bolinhas agrupadas de duas a duas, presente na apostila. Por meio deste, foi mostrado o significado de cada ordem. Além disso, foram feitas observações sobre a forma polinomial e sobre o índice indicativo das bases.

Ao ser falado das ordens de determinado número, a professora em formação comparou o exemplo visto, 7 na base 2, com o nosso sistema, mostrando que, nesse caso, existem nomes especiais para cada uma.

É importante destacar que, da mesma forma que no teste exploratório, para o estudo de bases foram utilizadas canetas coloridas com intuito de facilitar o entendimento do aluno (Figura 3.58).

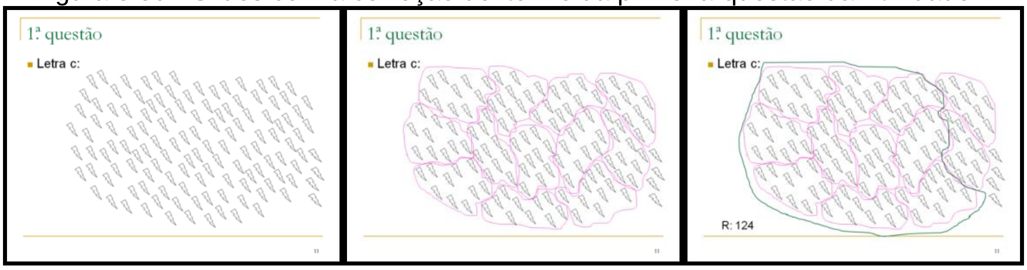
Figura 3.58 - Exemplo do uso de canetas coloridas



Fonte: elaboração própria.

Os alunos resolveram a primeira questão da Atividade 4, que tem o intuito de analisar a compreensão a respeito do conceito de base. A correção foi feita com o auxílio de slides, contendo o passo a passo da mesma (Figura 3.59).

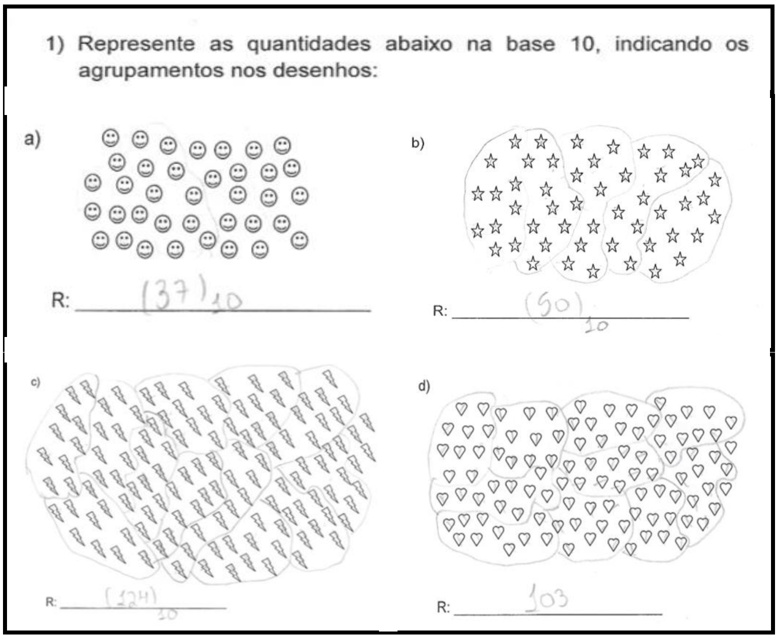
Figura 3.59 - Slides com a correção do item **c** da primeira questão da Atividade 4



Fonte: elaboração própria.

Percebeu-se que dois alunos registraram as respostas desta questão com parênteses e índice, mesmo sendo dito anteriormente que na base 10 não é feita essa indicação (Figura 3.60). Além disso, alguns tiveram dificuldades para representar a casa vazia com o zero. Com isso, a professora em formação escreveu a forma polinomial no quadro e a comparou com os agrupamentos feitos.

Figura 3.60 - Resposta de um aluno na primeira questão da Atividade 4

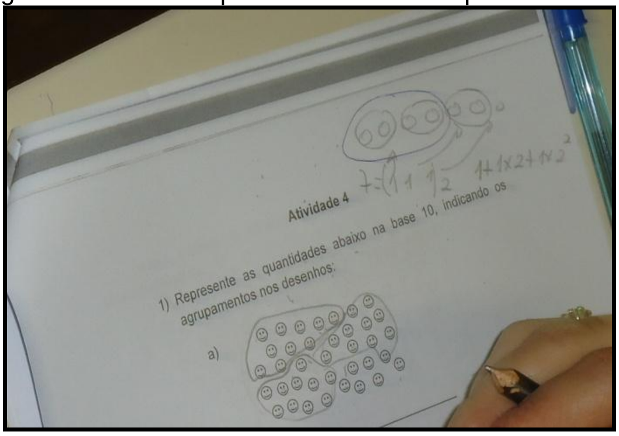


Fonte: protocolo de pesquisa.

Também foi percebido, como no teste exploratório, que a maioria dos alunos não atentou que o número registrado era a quantidade de objetos desenhados. Acredita-se que o fato de se focarem nos agrupamentos, fez com que os mesmos não percebessem que a resposta traduzia o número total de objetos.

Mostrando dificuldade em registrar as respostas dessa questão, uma aluna colocou um dos exemplos estudados anteriormente no alto da página (Figura 3.61), buscando, provavelmente, uma comparação entre as duas situações.

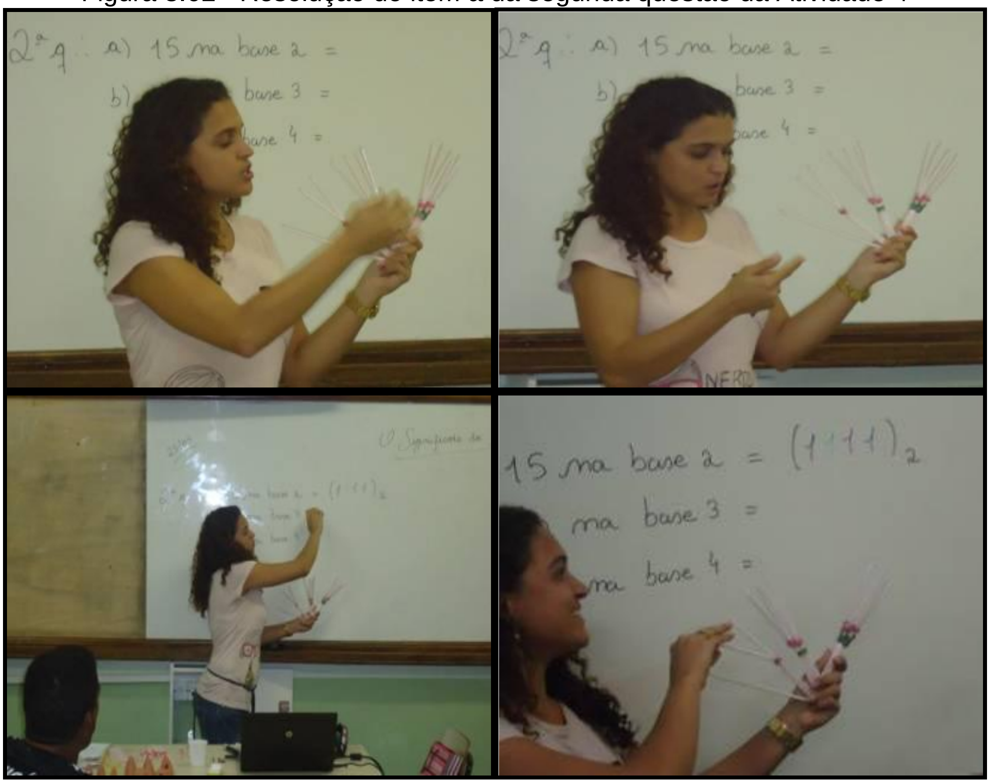
Figura 3.61 - Registro de um exemplo anterior anotado por uma aluna na Atividade 4



Fonte: elaboração própria.

Na segunda questão, que pretende levar o aluno a visualizar e entender o conceito de base por meio do material concreto, a professora em formação fez o primeiro item juntamente com os alunos (Figura 3.62). Houve uma preocupação em associar cada agrupamento com os algarismos presentes na representação numérica. Para que resolvessem os outros, pediu-se que os mesmos formassem duplas, entregando-lhes os canudinhos e os elásticos coloridos.

Figura 3.62 - Resolução do item **a** da segunda questão da Atividade 4



Fonte: elaboração própria.

Foi percebido que os alunos discutiram suas ideias entre si, de forma satisfatória, apresentando poucas dúvidas (Figura 3.63).

Figura 3.63 - Alunos resolvendo a segunda questão da Atividade 4

Fonte: elaboração própria.

No item **b**, uma das duplas escreveu $(22)_3$, apresentando dificuldade em registrar a casa vazia, visto que o correto é $(202)_3$. Nesse caso, a professora em formação voltou ao item **d** da primeira questão e refez os agrupamentos, mostrados em slide (Figura 3.64). Com isso, a dupla compreendeu o registro que deveria ser feito.

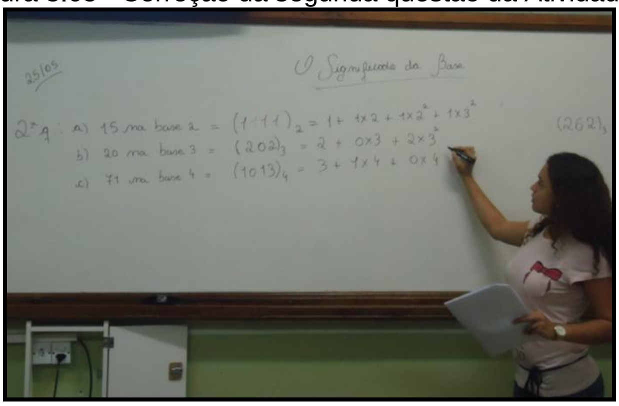
Figura 3.64 - Slide com a resposta do item **d** da primeira questão da Atividade 4

Fonte: elaboração própria.

Outra dupla escreveu $(262)_3$, registrando os 6 grupos de 3 canudos que não estavam soltos. Nesse momento, foi discutido o registro do algarismo 6 feito em uma representação na base 3. Foi perguntado por que não é possível esse tipo de registro, e uma aluna respondeu que 6 grupos de canudinhos ainda podiam ser agrupados em dois grupos de 3. A professora em formação complementou, afirmando sobre a impossibilidade do registro de um algarismo igual ou maior que o número da base que está sendo trabalhada.

A correção foi feita juntamente com os alunos e aproveitou-se o momento para relembrar a forma polinomial, conferindo as respostas apresentadas (Figura 3.65).

Figura 3.65 - Correção da segunda questão da Atividade 4



Fonte: elaboração própria.

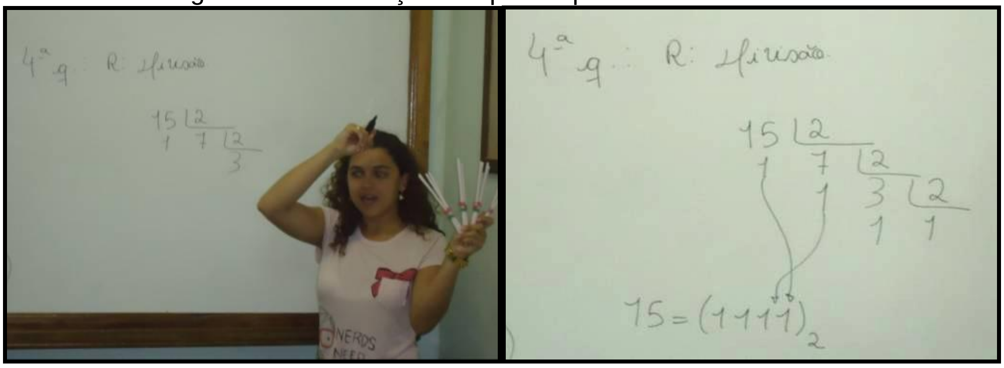
Como um aluno precisava sair mais cedo e havia a preocupação com o tempo, decidiu-se mudar a ordem das questões. Em vez da leitura do texto sobre o uso de bases na computação, foi feita a quarta questão da atividade pela ligação que esta possui com a segunda.

Nesta questão, é perguntado que operação matemática está relacionada aos agrupamentos feitos na segunda e solicita-se que se exemplifique por meio do item **a** dessa mesma questão. Esta pretende levar o aluno a associar os agrupamentos feitos com a divisão.

Diferentemente do teste exploratório, em que alguns alunos já faziam divisões desde a primeira questão, na experimentação esse fato não foi notado. No momento em que foi perguntado que operação matemática poderia registrar os agrupamentos, ninguém respondeu. Uma aluna citou a operação de divisão, apenas quando a professora em formação comentou sobre as quatro operações.

A resolução foi feita juntamente com os alunos e utilizaram-se os agrupamentos feitos, com canudos e elásticos coloridos, comparando cada um às etapas da divisão (Figura 3.66).

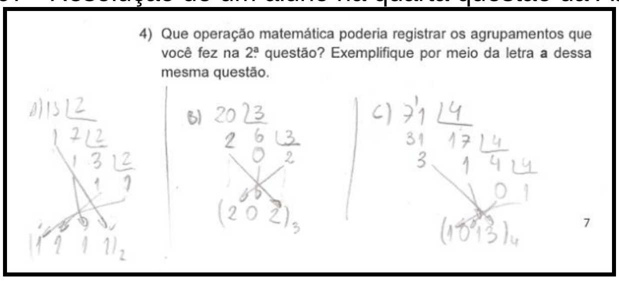
Figura 3.66 - Correção da quarta questão da Atividade 4



Fonte: elaboração própria.

Foi pedido, então, que os alunos fizessem o mesmo com os outros itens da segunda questão. Todos resolveram corretamente (Figura 3.67).

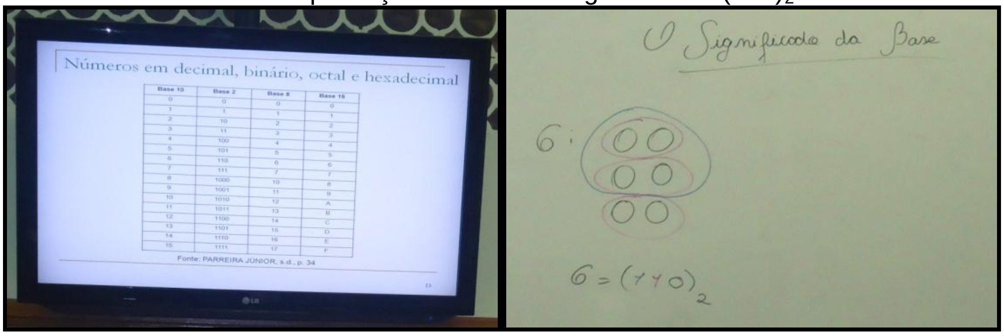
Figura 3.67 - Resolução de um aluno na quarta questão da Atividade 4


4) Que operação matemática poderia registrar os agrupamentos que você fez na 2ª questão? Exemplifique por meio da letra a dessa mesma questão.

Fonte: protocolo de pesquisa.

Fez-se, então, a leitura do texto sobre o uso de bases na computação. Ao mostrar o quadro com os números em decimal, binário, octal e hexadecimal, a professora em formação exemplificou no quadro com bolinhas e canetas coloridas alguns números presentes na mesma (Figura 3.68).

Figura 3.68 - Slide com a tabela de alguns números em decimal, binário, octal e hexadecimal e a exemplificação de um dos registros: $6 = (110)_2$



Fonte: elaboração própria.

Os alunos não conseguiram resolver a terceira questão que solicitava a representação de determinados números na base 10. Dessa forma, foi feito juntamente com os mesmos o item **a** relembrando a forma polinomial. A partir daí resolveram os outros itens.

No item **b**, dessa questão um aluno registrou o número $(742)_8$ da seguinte maneira: $7 \times 8^8 + 4 \times 8 + 2$. Percebido isso, a professora em formação fez mais uma vez a comparação com o nosso sistema, enfatizando o conceito de base.

No item **c**, que se trata de um número que possui letras em sua representação, a maioria dos alunos perguntou o que deveria ser feito. Indagou-se sobre o valor das letras ali representadas e, assim, os alunos fizeram a substituição respondendo corretamente à questão (Figura 3.69).

Figura 3.69 - Resposta de um aluno na terceira questão da Atividade 4

3) Represente os números abaixo na base 10:

a) $(10012)_3 = 2 + 1 \times 3 + 0 \times 3^2 + 0 \times 3^3 + 1 \times 3^4 = 86$

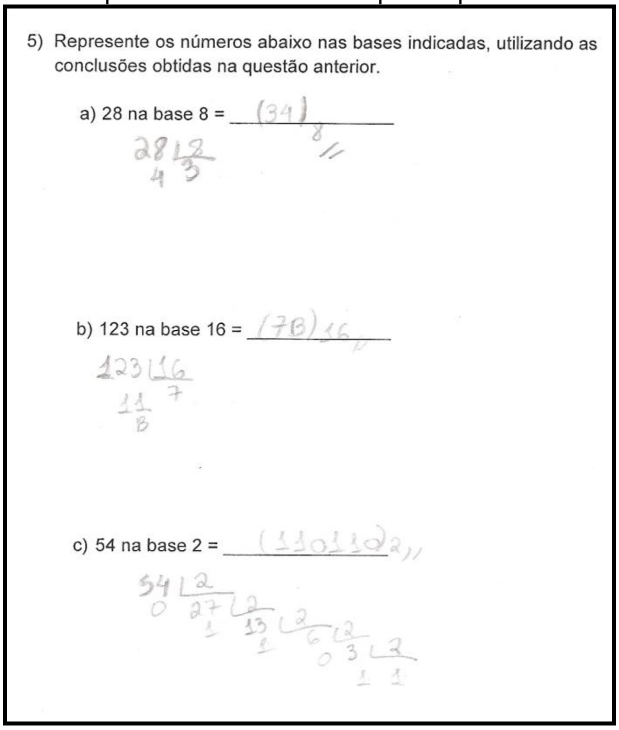
b) $(742)_8 = 2 + 4 \times 8 + 7 \times 8^2 = 482$

c) $(B5F8)_{16} = 8 + 15 \times 16 + 5 \times 16^2 + 11 \times 16^3 = 46.584$

Fonte: protocolo de pesquisa.

Na quinta questão, que solicita a representação de alguns números na base 10 em outras bases, todos responderam de maneira adequada (Figura 3.70). Fez-se a correção, utilizando os canudos de forma que os alunos os associassem às operações realizadas em cada item.

Figura 3.70 - Resposta de um aluno na quinta questão da Atividade 4


5) Represente os números abaixo nas bases indicadas, utilizando as conclusões obtidas na questão anterior.

a) 28 na base 8 = $(34)_8$

b) 123 na base 16 = $(7B)_{16}$

c) 54 na base 2 = $(110110)_2$

Fonte: protocolo de pesquisa.

O item **a** consiste em registrar o número 28 na base 8. Apesar de escrever corretamente $(34)_8$, uma aluna, ao tentar conferir se sua resposta estava certa, escreveu 28 = 4 x 3 + 8 ao invés de 28 = 4 + 3 x 8. Com isso, a professora em formação representou a quantidade fazendo agrupamentos de 8 com os canudos. Dessa forma, ela entendeu o que deveria ser feito.

O primeiro encontro foi finalizado, deixando para o início do segundo, a discussão das três questões restantes da apostila sobre o significado da base.

A turma era muito tímida de forma que a professora em formação só conseguiu entender algumas dificuldades à medida que os acompanhava de carteira em carteira ou até mesmo quando insistia na participação dos mesmos.

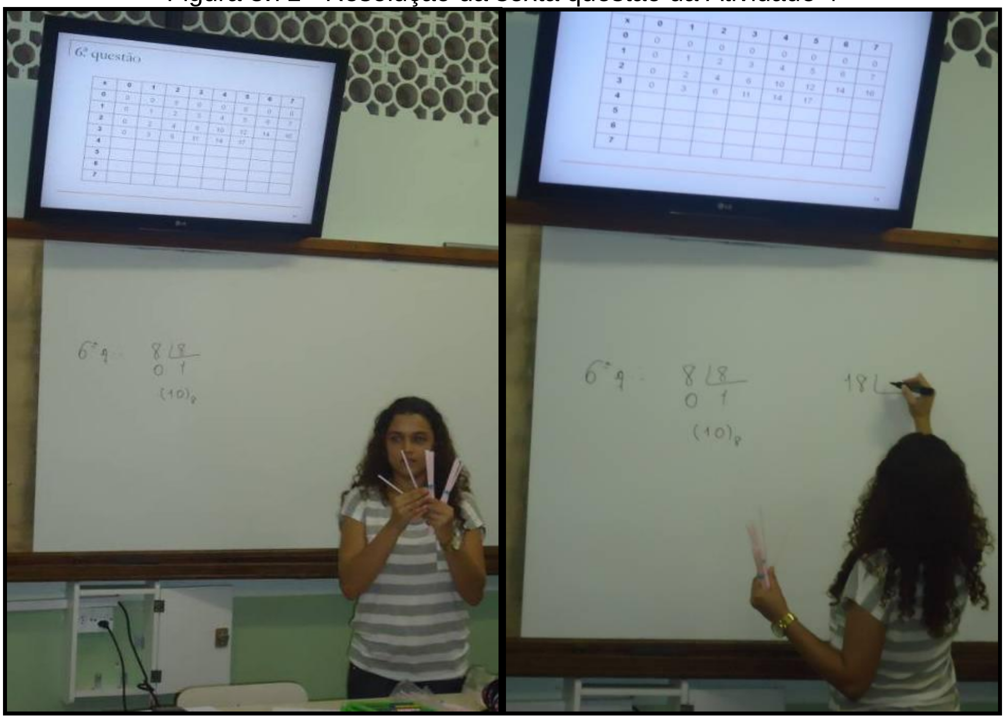
Um aluno se destacou nas discussões das questões, oralizando o seu pensamento com facilidade. Percebido isso, a professora em formação conversou com a turma pedindo que no próximo encontro houvesse maior participação.

3.2.2. Segundo encontro

Este encontro foi realizado no dia 01/06/2012 e iniciou-se com a resolução da sexta questão da Atividade 4 que trata do preenchimento de uma tabela de multiplicação em que os números são escritos na base 8.

Para resolução, a professora em formação preparou alguns agrupamentos com canudos e elásticos coloridos, representando algumas respostas, no intuito de rever o conceito de base. A correção, inicialmente, foi feita com os alunos, de forma que eram mostrados os agrupamentos e, paralelamente, a conta de divisão. (Figura 3.71).

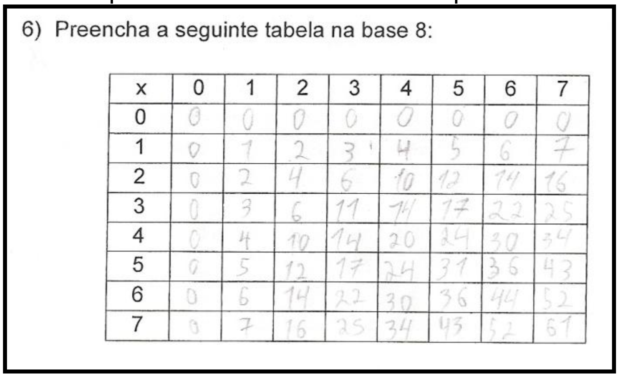
Figura 3.71 - Resolução da sexta questão da Atividade 4



Fonte: elaboração própria.

Este encontro contou com a presença de dois novos alunos. Assim, enquanto os outros terminavam a sexta questão (Figura 3.72), foi dada uma explicação, com o uso de canudos, sobre o conceito de base a esses alunos que o compreenderam rapidamente.

Figura 3.72 - Resposta de um aluno na sexta questão da Atividade 4



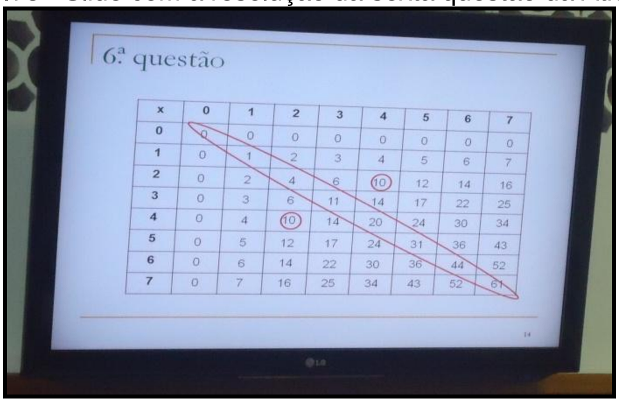
6) Preencha a seguinte tabela na base 8:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Fonte: protocolo de pesquisa.

Ao corrigir esta questão, um aluno insistia em falar, “dez na base 8”. Observado isso, a professora em formação o relembrou que a pronúncia correta é “um, zero na base 8” e a todo momento ratificava essa informação por meio das respostas da tabela. A correção foi feita com auxílio de um slide (Figura 3.73).

Figura 3.73 - Slide com a resolução da sexta questão da Atividade 4

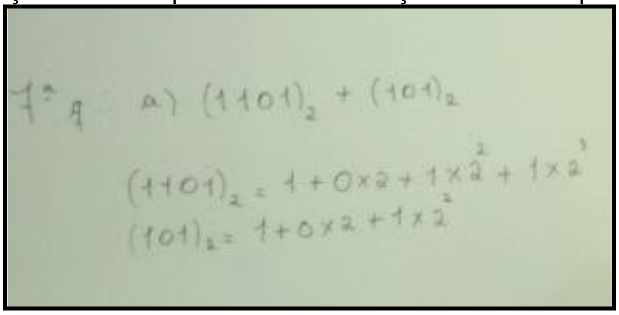


Fonte: elaboração própria.

É importante destacar que, nesta questão, assim como no teste exploratório, também foi mostrada a simetria existente em relação à diagonal principal da matriz, além da propriedade comutativa que a originou.

A sétima questão solicita a resolução de algumas contas, utilizando os canudinhos. A fim de que os alunos percebessem melhor os agrupamentos, a professora em formação utilizou a forma polinomial (Figura 3.74).

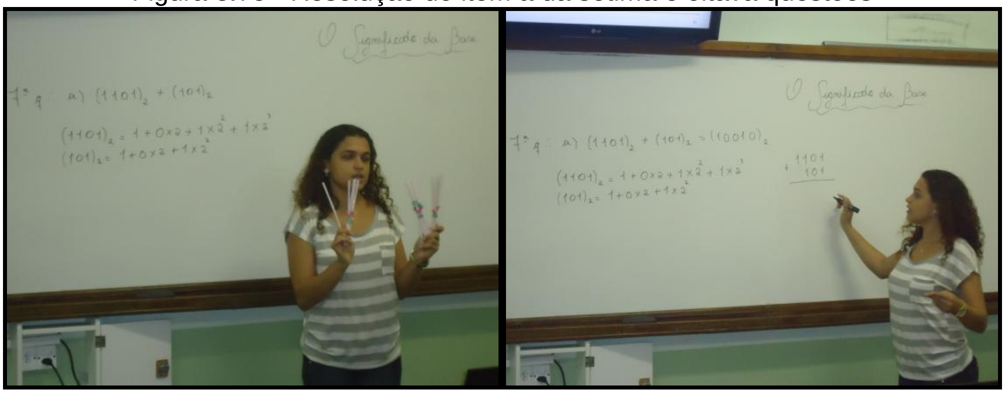
Figura 3.74 - Utilização da forma polinomial na correção da sétima questão da Atividade 4



Fonte: elaboração própria.

De início, foi feito com os alunos o item **a** e, paralelamente, a este, o item **a** da oitava questão que trata da mesma operação, porém sem os canudos (Figura 3.75). Embora não fosse essa a proposta inicial, a mudança se deu pela percepção de que seria importante fazer a relação dos dois processos naquele momento. O objetivo dessas resoluções em sequência foi fazer com que os alunos associassem os algoritmos presentes na conta aos processos feitos com o material concreto, de forma que compreendessem o significado do “vai um” e do “pedir emprestado” no amarrar e desamarrar de canudos.

Figura 3.75 - Resolução do item **a** da sétima e oitava questões

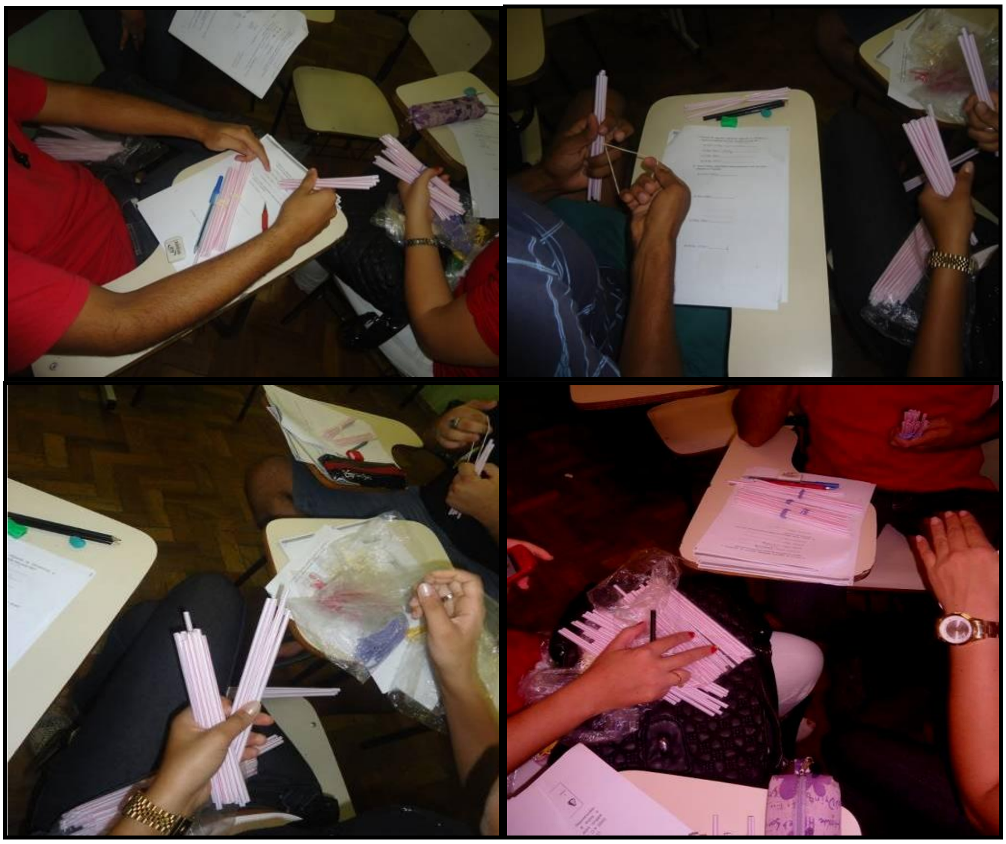


Fonte: elaboração própria.

É importante destacar que ao ser resolvido o item **a** da oitava questão, a professora em formação confirmava a posição das ordens e, principalmente, as trocas feitas como, por exemplo, troca dois canudos soltos por um grupo de dois canudos. Com isso, os alunos atentaram para o verdadeiro significado do “vai um” e do “pedir emprestado”.

Os outros itens da sétima questão foram resolvidos pelos alunos, que se organizaram em duplas (Figura 3.76). A correção foi feita em cada uma delas, e os alunos mostraram à professora em formação como haviam resolvido cada item.

Figura 3.76 - Alunos resolvendo a sétima questão da Atividade 4



Fonte: elaboração própria.

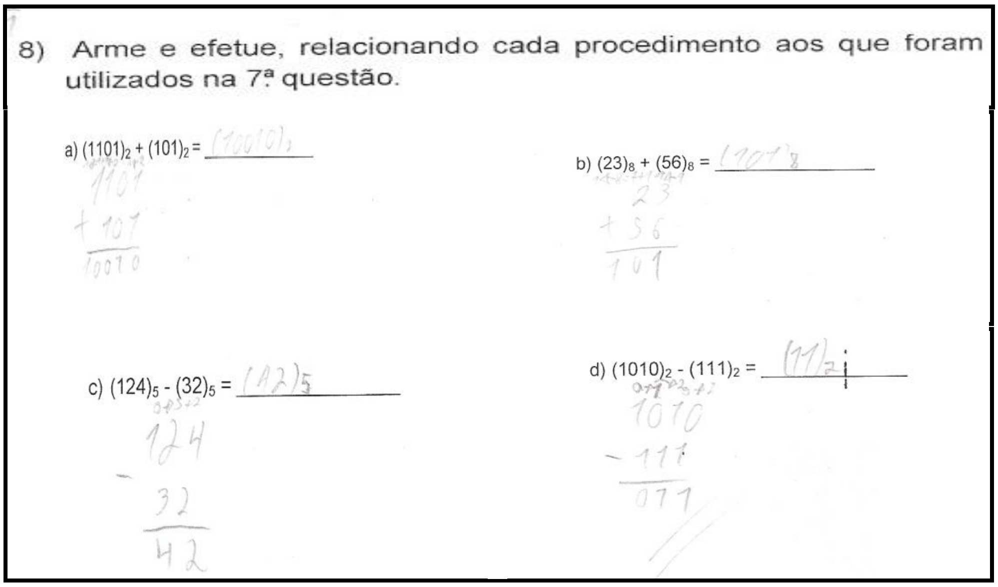
Percebeu-se que o amarrar e o desamarrar de canudos foi fundamental para a compreensão do conceito de base subjacente à questão. Os alunos conseguiram fazer as operações propostas apresentando poucas dúvidas.

Quanto a esse aprender significativo, Fiorentini e Miorim (1990, s.p.) afirmam que:

> Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um ‘aprender’ mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e porque faz. Muito menos um ‘aprender’ que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade.

A oitava questão, exceto o item **a** resolvido anteriormente, foi feita juntamente com os alunos, que a responderam corretamente (Figura 3.77). Estes eram indagados de forma a relacionar cada etapa das operações aos agrupamentos feitos, utilizando os canudos e elásticos coloridos. É importante destacar que a todo o momento a professora em formação falava as palavras ordem, agrupar e desagrupar.

Figura 3.77 - Resposta de um aluno na oitava questão da Atividade 4



8) Arme e efetue, relacionando cada procedimento aos que foram utilizados na 7ª questão.

a) $(1101)_2 + (101)_2 =$ $(10010)_2$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ +\ 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$

b) $(23)_8 + (56)_8 =$ $(101)_8$

$$\begin{array}{r} 23 \\ +\ 56 \\ \hline 101 \end{array}$$

c) $(124)_5 - (32)_5 =$ $(42)_5$

$$\begin{array}{r} 124 \\ -\ 32 \\ \hline 42 \end{array}$$

d) $(1010)_2 - (111)_2 =$ $(11)_2$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ -\ 111 \\ \hline 011 \end{array}$$

Fonte: protocolo de pesquisa.

Com o término da Atividade 4, foi entregue a apostila cujo título é “Trabalhando com o ábaco” (Apêndice E). Após falar sobre a história e mostrar em slides alguns modelos de ábaco (Apêndice I), explicou-se o seu princípio e foi notado bastante interesse dos alunos em usar o instrumento (Figura 3.78).

Figura 3.78 - Apresentação sobre o ábaco

Fonte: elaboração própria.

Posteriormente à leitura da parte teórica da apostila, a professora em formação distribuiu um ábaco para cada aluno e mostrou exemplos da representação e da soma de alguns números nesta antiga máquina de calcular.

Um dos cálculos feitos foi o item **a** da primeira questão da Atividade 5, que pede a resolução de algumas operações utilizando o ábaco. No momento em que deveria ser somado 7 dezenas e só havia cinco para somar, os alunos por já saberem a resposta final (125), diziam que era para tirar 3 dezenas das 5 existentes. A professora em formação reforçou que era preciso ter explicações embasadas. Relembrou que 10 unidades de uma ordem correspondem a uma unidade da ordem imediatamente superior e prosseguiu, juntamente com os alunos, na conta. Os mesmos compreenderam o processo e resolveram os outros itens satisfatoriamente. (Figura 3.79).

Figura 3.79 - Alunos resolvendo a primeira questão da Atividade 5

Fonte: elaboração própria.

Como se percebeu no primeiro encontro que o tempo foi suficiente para realizar boa parte das atividades, acrescentou-se um item em ambas as questões da Atividade 5.

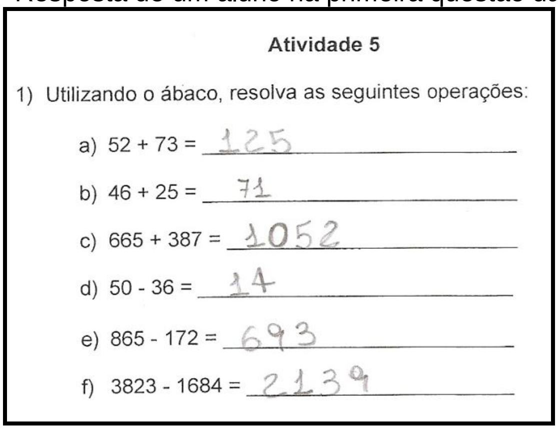
Fez-se a correção individualmente e cada aluno mostrou como havia feito as operações. As de soma foram resolvidas de forma ágil e nas de subtração, os alunos apresentaram algumas dúvidas que eram discutidas pela professora em formação. Nesse caso, pedia-se que repetissem o processo realizado no ábaco, explicando o porquê de cada passo, e discutia-se cada etapa com a intenção de descobrir possíveis erros.

É válido ressaltar que, apesar de ter sido entregue um ábaco para cada aluno, por conta própria, eles formaram duplas. Esse fato tornou a atividade mais produtiva, visto que eles interagiam discutindo a forma de resolução e analisando junto com o colega cada operação.

Alguns alunos expressaram a vontade de fazer a conta no cantinho da folha. Essa insegurança com o novo instrumento pode ter sido originada pelo pouco tempo disponível em se trabalhar com o mesmo.

Todos conseguiram desenvolver seu raciocínio satisfatoriamente, cada um no seu tempo (Figura 3.80). Além disso, é válido ressaltar que a todo momento era lembrado o significado da base.

Figura 3.80 - Resposta de um aluno na primeira questão da Atividade 5



Atividade 5

1) Utilizando o ábaco, resolva as seguintes operações:

a) 52 + 73 = 125

b) 46 + 25 = 71

c) 665 + 387 = 1052

d) 50 - 36 = 14

e) 865 - 172 = 693

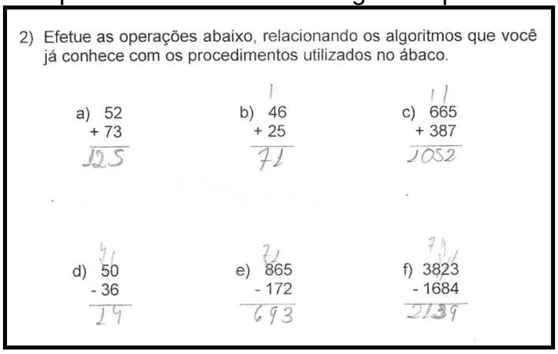
f) 3823 - 1684 = 2139

Fonte: protocolo de pesquisa.

A segunda questão, que visa a associar as etapas feitas no ábaco com os processos do papel e, consequentemente, entender o significado do “vai um” e “pedir emprestado”, foi resolvida juntamente com os alunos. Estes indicavam oralmente os passos a serem seguidos no ábaco, mostrando o efeito dessas trocas na conta feita no quadro.

A todo momento era falado “troca 10 unidades por uma dezena”, “troca uma centena por 10 dezenas” evitando as expressões “vai um” e “pedir emprestado”, com o intuito de reforçar o significado desses algoritmos. Além disso, percebeu-se que ficou claro para os alunos esse significado, à medida que as expressões foram justificadas com os movimentos e as trocas feitos no ábaco (Figura 3.81).

Figura 3.81 - Resposta de um aluno na segunda questão da Atividade 5


2) Efetue as operações abaixo, relacionando os algoritmos que você já conhece com os procedimentos utilizados no ábaco.

a) 52 + 73 = 125
b) 46 + 25 = 71
c) 665 + 387 = 1052
d) 50 - 36 = 14
e) 865 - 172 = 693
f) 3823 - 1684 = 2139

Fonte: protocolo de pesquisa.

Essa situação é comentada por Lerner e Sadovsky (1996 apud Batista, 2011) ao expor que a utilização do ábaco para representar quantidades e efetuar operações, faz com que o aluno compreenda as regularidades do sistema decimal.

3.3. Análise dos questionários

Dando continuidade, entregou-se o questionário de avaliação do minicurso (Apêndice F). Como foi exposto na seção 2.3, esse instrumento é dividido em quatro partes, as quais tratam do uso da Histórica da Matemática em sala de aula, do conceito de base, dos algoritmos presentes nas operações matemáticas e das impressões pessoais sobre o trabalho.

Em relação ao uso da História da Matemática em sala de aula, a maioria dos alunos respondeu no primeiro item, que antes do minicurso não teve contato com o mesmo. Os que responderam sim justificaram apenas que foi na escola e um deles disse que o conteúdo não era tão vasto.

> Sim. Em algumas aulas de História ou Matemática da escola. Porém, o conteúdo não era tão grande e eu aprendi mais sobre a História da Matemática no minicurso. (Aluno A)

No item **b**, a maioria dos alunos afirmou que o estudo sobre as diversas civilizações auxiliou na compreensão do conceito de base.

> Sim. Eu não tinha um conhecimento tão bom e agora entendo perfeitamente (Aluno B).
>
> Sim. Por que conhecemos a história, como tudo começou, e assim facilita o entendimento, além de ser também um fato curioso, por que até os números, cálculos têm sua História (Aluno C).

No item **c**, apenas um aluno achou o filme “A História do Número 1” cansativo e sem novidades, enquanto os outros disseram ser este interessante.

> É um filme meio cansativo devido às tentativas de humor e a maioria das coisas ditas pelo filme já haviam sido explicadas pela professora (Aluno A).
>
> Bom. Pois ele retratou o nascimento da matemática, retratando as dificuldades e as evoluções no sistema numérico, informando o nascimento do número 0 (Aluno D).
>
> Muito interessante, pois retrata a origem do nº 1 de forma como nunca vi e imaginei antes (Aluno E).

Morán (1995) expõe que o uso do vídeo como ilustração aproxima o aluno de realidades distantes e desconhecidas.

No item **d**, todos responderam positivamente reconhecendo a importância da História da Matemática em sala de aula e a necessidade de se conhecer o contexto que dá origem a um determinado conteúdo.

> Muito legal, pois em nosso dia a dia na sala de aula acaba não tendo tempo de aprender de onde veio a Matemática (Aluno B).
>
> Necessário, pois antes de iniciar qualquer coisa você precisa saber sobre suas origens (Aluno D).
>
> Muito importante, porque além de conhecer a história, conhecemos também o contexto em que determinado conteúdo da Matemática foi surgindo, e isso é muito importante (Aluno C).

Eves (1995) corrobora com a ideia do aluno C neste último comentário quando afirma que a Matemática não se desenvolve no vácuo e está atrelada aos fatos históricos de cada época.

Na parte que trata sobre o conceito de base, apesar de cursarem o curso Técnico em Informática, no primeiro item, alguns alunos disseram não terem tido contato com o estudo de bases, enquanto os outros responderam que sim e de forma rápida.

> Aprendi de forma bem breve e só da base 2 (binária) (Aluno E).
>
> Uma rápida ideia de como era no curso Técnico (Aluno F).
>
> Nas aulas de Matemática do Ensino Médio e em aulas de sistemas dígitos (Aluno G).

No item **b**, apenas um aluno achou que a manipulação com os canudos não contribuiu para a compreensão do conceito de base. Os outros responderam positivamente.

> Sim. Para os que não conseguiram entender a ideia em teoria, uma referência visual ajuda muito a compreender o conceito (Aluno A).
>
> Não, por que confundi muito (Aluno C).
>
> Sim. Nós vemos o que realmente acontece, como realmente é (Aluno F).
>
> Sim. Toda forma de ensino que seja exemplificada contribui para o ensino (Aluno G).

Em relação ao ábaco, no item **c**, todos responderam que o mesmo contribuiu para a compreensão do conceito de base e ratificaram que esse instrumento ajuda a entender as operações que são feitas mecanicamente.

> O ábaco é um bom exemplo de como o sistema de base 10 funciona (Aluno A).
>
> No início é um pouco difícil, mas depois com a prática, comecei a entender melhor. O ábaco faz a gente entender e praticar o que fazemos nas contas normais mecanicamente (Aluno C).
>
> Nossa Matemática é muito mecânica, então o uso do ábaco contribui no entendimento do conceito [...] tornando a aula mais dinâmica e mais fácil de entender (Aluno E).

Na terceira parte do questionário, que trata dos algoritmos presentes nas operações matemáticas, no item **a,** a maioria dos alunos respondeu que antes do minicurso utilizava as expressões “vai um” e “pedir emprestado” compreendendo seus significados e apenas um aluno disse entender parcialmente. Este, respondeu afirmativamente ao ser perguntado se após o minicurso compreende o significado das expressões “vai um” e “pedir emprestado”, por meio do item **b**.

> Parcialmente. Fazia mecanicamente, porque já estava acostumada, mas não entendia totalmente porque usava o “vai um” e “pedir emprestado” (Aluno C).

Apesar de a maioria dos alunos responder positivamente com relação ao questionamento citado, percebeu-se que estas respostas não estavam de acordo com o que foi presenciado no decorrer do minicurso.

No item **c**, o aluno que, anteriormente, escreveu ter se confundido com a manipulação de canudos, registrou que a mesma dificultou a compreensão dos algoritmos utilizados nas operações de soma e subtração, enquanto os outros alunos responderam que esta facilitou.

No item **d**, dois alunos responderam que o ábaco não mudou a compreensão que possuíam sobre os algoritmos de soma e subtração, enquanto os outros disseram que o mesmo facilitou esta percepção.

Ao ser perguntado, no item **e**, se o estudo de bases auxiliou na compreensão dos algoritmos presentes nas operações matemáticas, a maioria dos alunos respondeu que sim com exceção de um que disse ter auxiliado parcialmente. Este não se justificou.

O questionário foi finalizado com os comentários finais, em que os alunos colocaram a sua opinião acerca do trabalho realizado.

> O minicurso foi muito produtivo, porque mostrou um lado da Matemática divertida e dinâmica e também muito historicamente interessante [...] mostrando de forma dinâmica o início desta disciplina que hoje em dia está em tudo que é a matemática (Aluno E).

Os alunos se mostraram interessados em utilizar os materiais concretos. Alguns também expuseram a importância do conteúdo de bases e a ausência deste nas escolas.

> O curso foi bem interessante principalmente por ensinar a usar bases diferentes da de 10 (como as 2, 8 e 16) (Aluno A).
>
> Nas escolas essas teorias, do minicurso, não são apresentadas (Aluno D).
>
> Achei muito interessante o ábaco, e gostei dos exemplos com canudos (Aluno F).

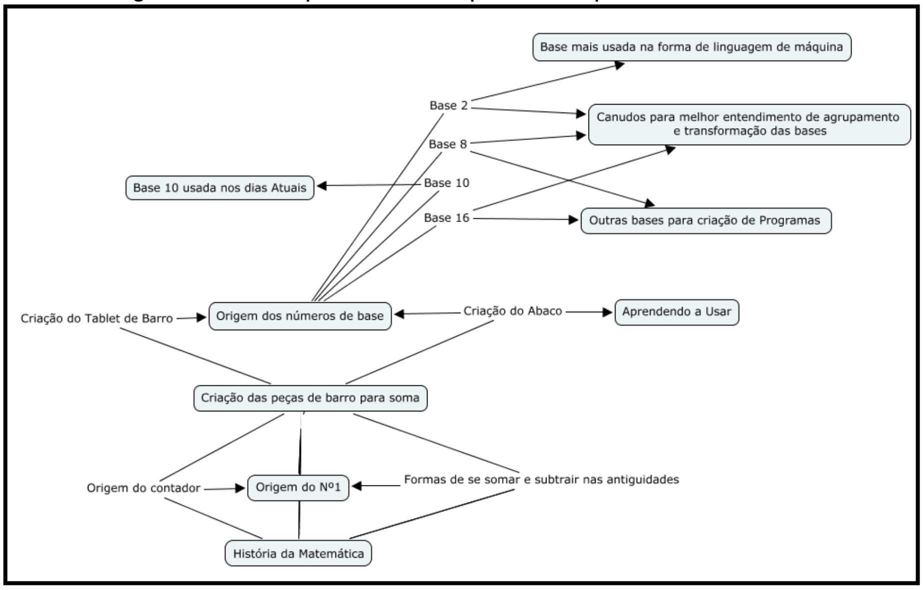
O fato de a maioria dos alunos expor que o estudo sobre as diversas civilizações ajudou na compreensão do conceito de base (primeira parte item **b**), e que este auxiliou na apreensão dos algoritmos presentes nas operações matemáticas (terceira parte item **e**), possibilita afirmar que o uso da História da Matemática subsidia o entendimento destes algoritmos.

3.4. Análise dos mapas conceituais

Depois da entrega dos questionários, mostrou-se aos alunos como manusear o mapa conceitual e foi utilizado, como exemplo, o mapa de uma aluna do teste exploratório. Pediu-se que confeccionassem um mapa conceitual sobre o que apreenderam do minicurso e como o tempo não foi suficiente, os alunos comprometeram-se em enviá-lo por e-mail para a professora em formação.

Apenas um aluno enviou o mapa conceitual na mesma semana da aplicação do trabalho (Figura 3.82). Diante disso, tornou-se necessário retornar à turma para marcar um horário em que os alunos restantes pudessem confeccioná-lo.

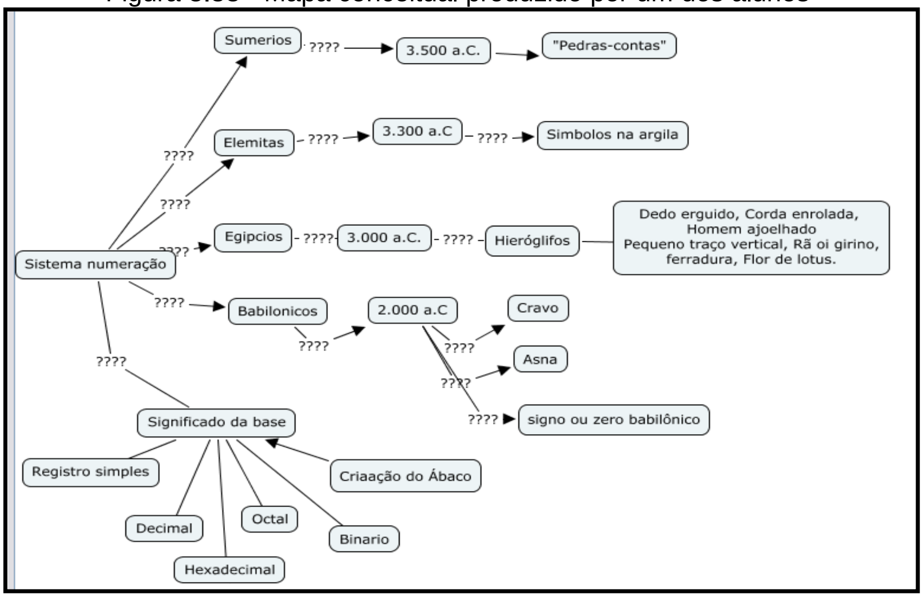
Figura 3.82 - Mapa conceitual produzido por um dos alunos



Fonte: protocolo de pesquisa.

É válido ressaltar que este encontro foi realizado três meses após o minicurso, visto que ocorrera uma greve na instituição de ensino na qual foi aplicado o trabalho. Contou-se com a presença de três alunos, para a confecção dos seus respectivos mapas conceituais (Figura 3.83). Abaixo está um desses mapas.

Figura 3.83 - Mapa conceitual produzido por um dos alunos



Fonte: protocolo de pesquisa.

Assim como no teste exploratório, percebeu-se que o estudo da História da Matemática foi muito expressivo, de forma que nenhum dos alunos deixou de citá-la no mapa conceitual.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho monográfico teve início com a leitura de diversos textos sobre a utilização da História da Matemática nas aulas de Matemática e sobre a compreensão que os alunos possuem a respeito da utilização das bases nas operações matemáticas.

Após essa primeira etapa, foi elaborada uma proposta de ensino e realizou-se um estudo de caso numa turma de primeiro módulo de um curso Técnico em Informática, que teve por objetivo desenvolver um estudo sobre o conceito de base, com o uso da História da Matemática, o qual pudesse auxiliar à compreensão dos algoritmos presentes nas operações matemáticas

Pretendeu-se, também, com esse trabalho mostrar que o estudo de bases por meio da História da Matemática é uma abordagem possível e adequada para a sala de aula, em particular, para alunos do Ensino Médio e do curso técnico em Informática.

Foram abordadas nesse estudo as características dos diversos sistemas de numeração e as dificuldades encontradas pelas civilizações na elaboração desses sistemas como, por exemplo, as que acarretaram na criação do zero. Atividades relacionadas à mudança de base bem como a construção de tábuas de adição e de multiplicação em diferentes bases também foram feitas e analisadas nesses encontros.

A aplicação de um teste exploratório foi de grande importância, já que possibilitou reformulações e ajustes nas atividades, bem como na sequência didática pensada inicialmente. Os participantes se mostraram interessados com o tema em estudo e, por meio dos dados coletados, pôde-se analisar que a proposta apresentada foi satisfatória quanto ao cumprimento dos objetivos.

Na experimentação, realizada com o público alvo desta pesquisa, surgiram algumas dificuldades, principalmente, quanto à compreensão do sistema posicional. No entanto, todas foram esclarecidas e mediadas pela professora em formação.

Neste trabalho monográfico é importante que se façam alguns registros sobre o teste exploratório e a experimentação. O teste exploratório contou com a participação de 21 alunos, ocorreu em 10 horas de minicurso, tempo maior que o da experimentação, a turma era dinâmica, questionadora, com uma participação autônoma, enriquecendo bastante o trabalho com sugestões. O horário de aplicação na maioria dos encontros estava incluso na própria grade curricular da turma. Já a experimentação se deu em 8 horas com a presença de 9 alunos que vieram em duas sextas, dias que não havia aulas para a turma. Embora esta não fosse muito dinâmica, obtiveram-se resultados muito próximos aos do teste com as mesmas dificuldades e impressões.

É válido ressaltar, tanto no teste quanto na experimentação, que a utilização dos canudos e elásticos coloridos e do ábaco foi satisfatória, facilitando a compreensão do conceito de base visto durante a realização do trabalho. Em relação ao ábaco, propõe-se que o uso deste recurso seja feito em um maior período de tempo de forma que os alunos sintam-se mais seguros em utilizá-lo e consigam entender melhor o seu funcionamento. Este fato possibilitará, uma compreensão mais rápida do significado dos algoritmos utilizados nas operações matemáticas.

Analisando os resultados obtidos, pode-se responder à questão de pesquisa afirmativamente, ou seja, o estudo sobre o desenvolvimento do conceito de base na História da Matemática auxilia na compreensão do sistema decimal e, consequentemente, no significado dos algoritmos encontrados nas operações matemáticas.

Espera-se que este trabalho sinalize a importância de se estudar o conceito de base nos cursos Técnicos em Informática, não apenas com exercícios, mas de forma fundamentada, bem como de se apresentar para alunos do Ensino Fundamental este estudo com as considerações feitas nesta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, C. A. de; LINARDI, P. R. História da Matemática: uma investigação nos currículos dos cursos de licenciatura em matemática nas instituições de Porto Alegre – RS e Região Metropolitana. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10.,2009, Ijuí. *Anais eletrônicos...* Ijuí: UNIJUÍ, 2009. Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_20.pdf>. Acesso em: 24 abr. 2012.

ANDRADE, A. P. R. de; VIANA, V. L. F. da C. F. Problematizando a História da Matemática. In: SEMANA DE MATEMÁTICA, 3., 2010, Campos dos Goytacazes. *Anais*. Campos dos Goytacazes: Essentia Editora, 2010.

ARAÚJO, C. et al. *Estudo de Caso*. Universidade do Minho, 2008.

BALESTRI, R. D. *A participação da História da Matemática na formação inicial de professores de matemática na ótica de professores e pesquisadores.* Londrina, 2008. Disponível em: <http://www.uel.br/pos/mecem/pdf/Dissertacoes/rodrigo_balestri_texto.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2011.

BARONI, R. L.; TEIXEIRA, M.; NOBRE, S. A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M.; BORBA, M. (Org.). *Educação Matemática*: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2009, p.164-185.

BATISTA, C. M. de S. Conhecimentos e práticas de professores de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: o sistema decimal. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2011, Recife. *Anais*... Recife: UFPE, 2011.

BEZERRA, M. da C. A. *O uso de materiais concretos para o ensino/aprendizagem das operações aritméticas.* [s.d.] Disponível em: <http://www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/comunica/doc/comunica18.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática - Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 28 maio. 2011.

CARAÇA, B. de J.. *Conceitos Fundamentais da Matemática.* 9.ed. Lisboa: Livraria Sá da costa, 1989.

COPELLO, G. B. et al. Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9., 2009, Paraná. *Anais ...* Paraná: PUC, 2009. p.10730-10739. Disponível em: <http://repositorio.furg.br:8080/jspui/bitstream/1/1014/1/material%20concreto.pdf>. Acesso em: 01 jul. 2012.

CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa:* métodos qualitativos, quantitativo e misto. Tradução Magda França Lopes. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

D'AMBRÓSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? *Temas e debates.* Brasília: SBEM, ano 2, n.2, p.15-19, 1989. Disponível em: <http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf>. Acesso em: 16 ago. 2011.

D'AMBRÓSIO, U. História da Matemática e Educação. *Caderno Cedes 40:* História e Educação Matemática. Campinas: Papirus, p.62-80, 1996.

___________. *Educação Matemática:* da teoria à prática.. Campinas: Papirus, 1996. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

___________. A História da Matemática: questões histográficas e políticas e reflexos na educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). *Pesquisa em Educação Matemática:* Concepções e Perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999. p. 97-115.

___________. Prefácio. In: BORBA, M. de C.; ARAUJO, J. de L. (Orgs.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática.* 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 9-21. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 1995.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática. *Boletim da SBEM*, São Paulo, n. 7, jul./ago. 1990.

FOMIN, S. *Sistemas de numeração.* Tradução Gelson Iezzi. São Paulo: Atual, 1995. (Coleção Matemática: Aprendendo e Ensinando).

GASPERI, W. N. H. de; PACHECO, E. R. *A História da Matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica.* [s.d]. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf>. Acesso em: 25 mar. 2012.

GIMENEZ, J.; LINS, R. C. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.* Campinas: Papirus, 1997. (Coleção perspectivas em Educação Matemática).

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. *Revista de Administração de Empresas*. São Paulo, v.35, n.3, mai./jun. 1995. p. 20-29. Disponível em: <http://www.producao.ufrgs.br/arquivos/disciplinas/392_pesquisa_qualitativa_godoy2.pdf>. Acesso em: 13 set. 2012.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar:* como fazer uma pesquisa qualitativa em ciências sociais. Rio de Janeiro: Record, 2009.

GÜNTHER, H. Pesquisa qualitativa versus pesquisa quantitativa: esta é a questão? *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, v. 22, n.2, p. 201-210, mai./ago. 2006. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/ptp/v22n2/a10v22n2.pdf>. Acesso em: 11 out. 2011.

JOSÉ NETO, J. A teoria da computação e o profissional de informática*. Revista de Computação e Tecnologia*, São Paulo, v.1, n.1, p.4-21, [s.d.].

KISHIMOTO, T. M. *O jogo e a educação infantil*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

LEMOS, T. L. O. *Geometria nas séries iniciais do ensino fundamental.* Belo Horizonte, 2010. Disponível em: <http://sigplanet.sytes.net/nova_plataforma/monografias../10393.pdf>. Acesso em: 27 jun. 2012.

LIMA, E. de C. Usos da TV e vídeo em sala de aula: relato de uma experiência com o "Projeto Cultura Afro-Brasileira"*.* In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM ALAGOAS, 5., 2010, Alagoas. *Anais eletrônicos*... Alagoas: UFAL, 2010. p. 1-9. Disponível em: <http://dmd2.webfactional.com/media/anais/USOS-DA-TV-E-VIDEO-EM-SALA-DE-AULA-RELATO-DE-UMA-EXPERIENCIA-COM-O-PROJETO-CULTURA-AFRO-BRASILEI.pdf>. Acesso em: 06 fev. 2012.

LOCK, C. K. et al. Reflexões sobre o Ensino de Matemática atrelado ao uso do material concreto nos anos iniciais de escolarização.In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 10., 2011, Curitiba. *Anais eletrônicos...* Curitiba: PUC, 2011. p. 13882-13893. Disponível em: <http://educere.bruc.com.br/CD2011/pdf/5654_3244.pdf>. Acesso em: 29 jul. 2012.

LOPES, B. J. S.*O mapa conceitual como ferramenta avaliativa.* Londrina, 2007. Disponível em: <http://www.uel.br/pos/mestredu/images/stories/downloads/dissertacoes/2007/2007%20-%20LOPES,%20Betania%20Jacob%20Stange.pdf>. Acesso em: 12 set. 2012.

LUTZ, M. M. *A História da Matemática no contexto do livro didático.* [s.d.] Disponível em: <www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/MicheleMelloLutz.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2010.

MANO, R. *Bits & Bytes.* Curso de tecnólogos em processamento de dados – TPD/P15. INF1215 – Organização de computadores. PUC: Rio de Janeiro. 1998. Disponível em: <http://wwwusers.rdc.puc-rio.br/rmano/comp5cb.html>. Acesso em: 29 out. 2012.

MENDES, I. A. *Tendências metodológicas no ensino de matemática.* Rede nacional de formação continuada de professores (MEC/SEB). Programa EDUCIMAT - formação, tecnologias e prestação de serviços em educação em ciências e matemáticas. v. 41. Editora da UFPA: Belém - Pará, 2008. Disponível em: <http://www.ufpa.br/par/files/Modulos/vol41.pdf>. Acesso em: 30 out. 2012.

MENEGOLLA, A. M. Usando mapas conceituais no estudo da matemática. In: ENCONTRO IBERO-AMERICANO DE COLETIVOS ESCOLARES E REDES DE PROFESSORES QUE FAZEM INVESTIGAÇÃO NA SUA ESCOLA, 5, 2005, Lajeado. *Anais eletrônicos...* Lajeado: UNIVATES, 2005. Disponível em:

<http://ensino.univates.br/~4iberoamericano/trabalhos/trabalho031.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2012.

MIGUEL, A. et al. *História da Matemática em atividades didáticas.* 2 ed. rev. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, A.; BRITO, A. de J. A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática. *Caderno Cedes 40*: História e Educação Matemática. Campinas: Papirus, 1996.

MONTEIRO, M. A. Sistemas não decimais de numeração posicional. *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro, n. 63, p. 13-15, 2. quadrim. 2007.

MORAIS, I. Z. de. *Os materiais manipuláveis no ensino de matemática com ênfase na formação de docentes.* Pinhais, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/977-4.pdf>. Acesso em: 27 ago. 2012.

MORÁN, J. M. O Vídeo na sala de aula. *Comunicação e Educação*. São Paulo, v.1., n.2., p. 27- 35, jan./abr. 1995.

MOREIRA, M. A.. *Mapas conceituais e Diagramas V.* Porto Alegre: UFRGS, 2006.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. *Metodologia de pesquisa para o professor pesquisador.* 2.ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. *Revista de Educação Matemática*. n. 1, p.1-6, 2005. Disponível em: <http://www.geometriadinamica.kit.net/eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf>. Acesso em: 15 out. 2012.

NOBRE, S. Alguns “Porquês” na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática. *Caderno Cedes 40*: História e Educação Matemática. Campinas: Papirus, 1996.

NUNES, J. S. *O uso pedagógico dos mapas conceituais no contexto das novas tecnologias.* [s.d.] Disponível em: <http://labspace.open.ac.uk/mod/resource/view.php?id=365568>. Acesso em: 17 out. 2012.

PAIVA, M. A. V.; FREITAS, R. C. de O. F. O uso de mapas conceituais como instrumento de apoio à aprendizagem da matemática*. Revista Científica.* Vitória, n.4, p.11-17, ago.2005. Disponível em: <http://www.faculdade.pioxii-es.com.br/anexos/Sapientia04/RC_N4_Cesat_artigo_2.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2012.

PARREIRA JÚNIOR, W. M. *Sistemas de computação digital.* Belo Horizonte: UEMG, [s.d.]. Disponível em: <http://www.waltenomartins.com.br/ap_scd_v1.pdf>. Acesso em: 02 nov. 2011.

PINHEIRO, E. M.; KAKEHASHI, T. Y.; ANGELO, M. O uso de filmagem em pesquisas qualitativas*. Revista Latino-americana de Enfermagem*, Ribeirão Preto, p.717-722, set./out. 2005. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rlae/v13n5/v13n5a16.pdf>. Acesso em: 23 mai. 2012.

PONTE, J. P. da. Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 2006. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20(Estudo%20caso).pdf>. Acesso em: 16 mar. 2011.

RANGEL, A. C. S. *Educação matemática e a construção do número pela criança:* uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos*.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

RODRIGUES, A.; RODRIGUES, M.; MARQUES, G. *O uso de materiais concretos como estratégia facilitadora para o ensino de Matemática*. 2009. Disponível em: <http://matconcretos1.blogspot.com.br/2009/10/o-uso-de-materiais-concretos-como.html>. Acesso em: 06 nov. 2012.

RODRIGUES FILHO, C.; GURGEL, C. M. do A. Aspectos interativos e discursivos no ensino de matemática em séries iniciais: uma interpretação. *Educação Matemática em Revista*. São Paulo: SBEM, ano 9, n.12, p. 46-54, jun. 2002.

VEROTTI, D. T. O uso de materiais flexibilizados em sala de aula. *Revista Nova Escola*. jul. 2009. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/inclusao/educacao-especial/toda-novidade-bem-vinda-495945.shtml>. Acesso em: 27 out. 2012.

VIEIRA JÚNIOR, T. J. O ensino de sistemas de numeração por meio da História da Matemática*. Revista FACEVV*. Vila Velha, n. 4, p.113-118, jan./jun. 2010. Disponível em: <http://www.facevv.edu.br/Revista/04/O%20ENSINO%20DE%20SISTEMAS%20DE%20NUMERA%C3%87%C3%83O%20POR%20MEIO%20DA%20HIST%C3%93RIA%20DA%20MATEM%C3%81TICA%20-%20truman%20jose.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2011.

VITTI, C. M. *Matemática com prazer.* Piracicaba: Editora Unimep, 1995.

YIN, R. K. *Estudo de caso:* planejamento e métodos. 4 ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ZUFFI, E. M.; SOUZA, P. de. Percepções sobre a História da matemática num curso de formação inicial de professores. *Educação Matemática em Revista.* Recife: SBEM, ano 13, n. 25, p. 37-45, dez. 2008.

APÊNDICES

Apêndice A - Apostila “Sumérios e Elamitas”

Licenciatura em Matemática - 7º Período - Atividade para a Experimentação da Monografia.
Professora em formação: Kíssila Silva Rangel
Aluno (a): ____ Data: ___/___/___

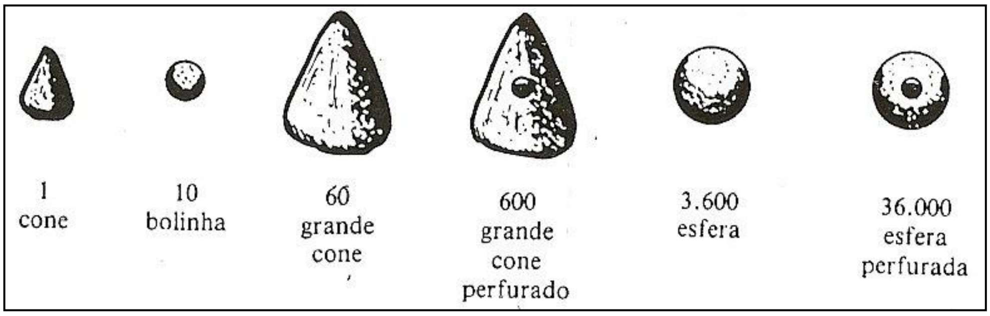
Sumérios e Elamitas

Figura 1: Localização da Suméria.

Fonte: http://elorodelosdioses.blogspot.com/2010/03/los-misterios-de-los-sumerios_23.html.

O sistema de numeração da Suméria foi criado por volta do ano 3500 a.C. e se originou do método das “pedras-contas”. Alem de ser aditivo, este sistema de contagem era calculado sobre a base sessenta e tinha a dezena como unidade auxiliar. Utilizavam a seguinte representação:

Figura 2: “Pedras-contas” dos sumérios.

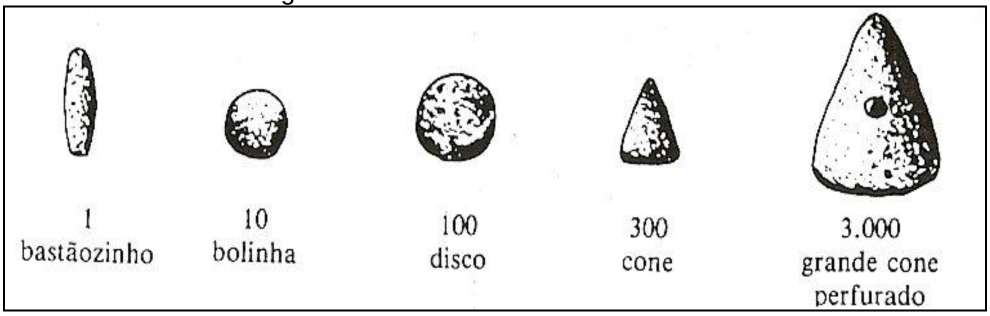


Fonte: IFRAH (1998, p.133).

A multiplicação de um determinado valor por 10 era demonstrada pela perfuração do objeto que o representava, de forma que, ao visualizar uma pequena marca circular no cone de valor 60 ou na esfera de valor 3.600, os sumérios já sabiam que obtinham as quantidades 600 e 36.000, respectivamente. Representavam-se também os números intermediários reproduzindo cada “pedra” tantas vezes quantas fossem necessárias.

De forma bem parecida com a dos sumérios, o sistema dos elamitas representava os números intermediários fazendo o somatório dos valores das pedras.

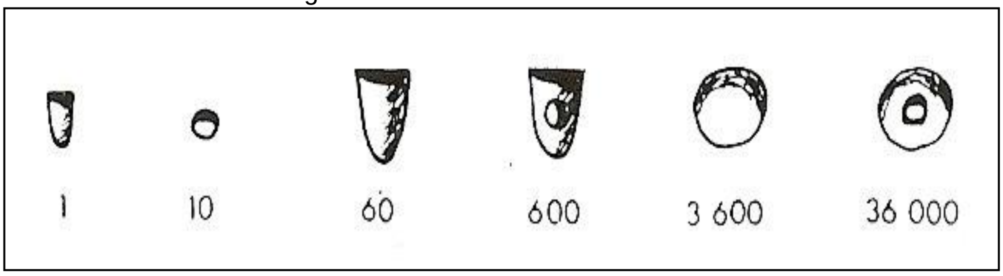
Figura 3: “Pedras-contas” dos elamitas.



Fonte: IFRAH (1998, p.134).

Mais tarde, cerca de 3300 a.C., por questões de praticidade, tanto os sumérios quanto os elamitas mudaram a sua forma de representação. Reproduziram os símbolos não mais por pedras, mas por marcas representadas na argila. Os sumérios passaram a simbolizar seu sistema da seguinte maneira:

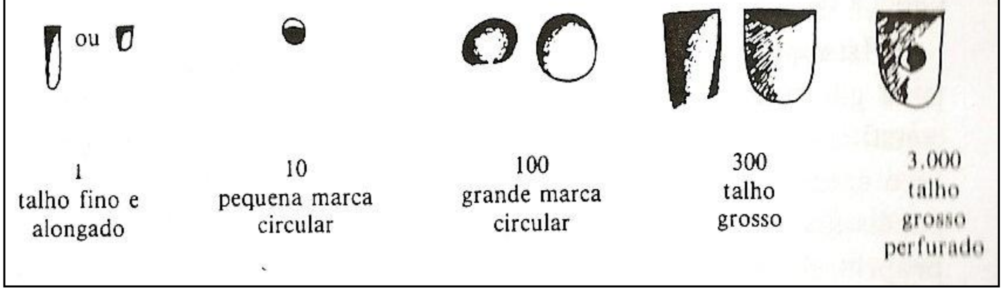
Figura 4: Novo sistema dos sumérios.



Fonte: IFRAH (1998, p.139).

Os elamitas, por sua vez, passaram a representar dessa forma:

Figura 5: Novo sistema dos elamitas.



Fonte: IFRAH (1998, p.139).

Segundo Ifrah (1998),

> Estas marcas gravadas são verdadeiros signos numéricos, pois cada uma delas é um símbolo gráfico que representa um número. Elas já constituem um verdadeiro sistema de numeração escrita: *acabam de nascer os mais antigos algarismos da história*. (IFRAH, 1998, p.140)

Atividade 1

1) Represente os números abaixo segundo o sistema derivado das "pedras-contas" dos Sumérios e Elamitas:

Indo-arábico	**Sumérios**	**Elamitas**
74		
4.000		

2) O nosso sistema de numeração é posicional, ou seja, um mesmo símbolo pode assumir valores diferentes dependendo de sua posição. O sistema dos sumérios e elamitas também segue este principio? Justifique.

____

____

____

____

Referência:

IFRAH, G. *Os números:* a história de uma grande invenção. 9. ed. São Paulo: Globo, 1998. 367 p.

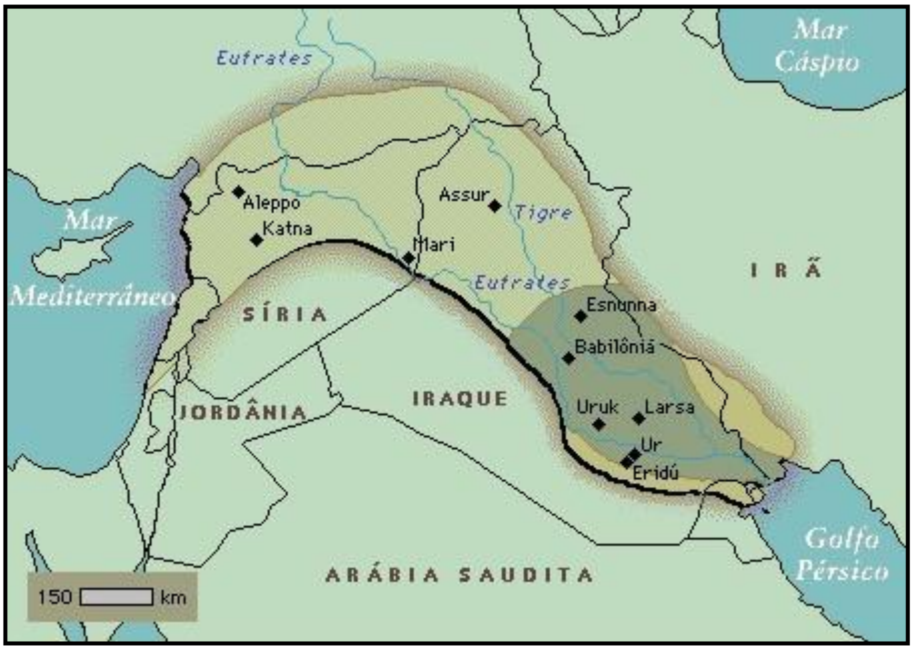
Apêndice B - Apostila “Babilônios”

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

Licenciatura em Matemática - 7º Período - Atividade para a Experimentação da Monografia.
Professora em formação: Kíssila Silva Rangel
Aluno (a): ____ Data: ___/___/___

Babilônios

Figura 1: Localização da Babilônia.



Fonte:http://www.educarsempre.com/webfolio/mat5/atividades_alunos/a1506/sistemababilonico.html.

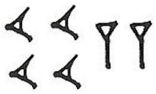
O sistema babilônico foi descoberto por volta do ano 2000 a.C. Esta numeração utilizava apenas dois algarismos: um “cravo” vertical representando a unidade e uma “asna” associada ao número 10.

Figura 2: Algarismos babilônicos.

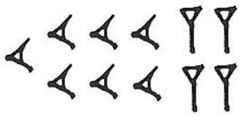
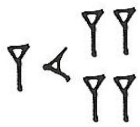
Fonte: IFRAH (1998, p.237).

Sendo fundado na base sexagesimal, o valor de seus algarismos era determinado pela sua posição na escrita dos números.

Os números de 1 a 59 eram representados de modo aditivo. A representação do número 42 era:

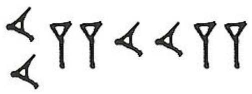
 (4 anas + 2 cravos)

Para os valores a partir de 60, a escrita era posicional, ou seja, um mesmo símbolo podia assumir valores diferentes dependendo de sua posição. O número 74, por exemplo, não era escrito como

 mas como: 

(1 x 60 ; 14)

O número 79812 era escrito da seguinte forma:



(22×60^2 ; 10 x 60 ; 12)

A numeração babilônica era bem parecida com o nosso sistema atual (sistema indo-arábico). A natureza de sua base e o modo de formação de seus algarismos marcaram a diferença entre os dois sistemas.

Atividade 2

1) Indique as representações abaixo no nosso sistema de numeração.

Sistema Babilônico	**Sistema Indo-arábico**
	
	

2) As representações do quadro da questão anterior poderiam expressar outras quantidades? Justifique sua resposta.

O sistema de numeração babilônico gerava ambigüidades na sua escrita. Então, para marcar a passagem de uma ordem para outra os escribas babilônios inseriram um espaço entre as mesmas.

O número 121, por exemplo, era escrito assim:

(2 x 60 ; 1)

3) Observando agora os espaços, indique no nosso sistema as seguintes representações:

Sistema Babilônico	**Sistema Indo-arábico**
	
	

4) Represente os números abaixo no sistema de numeração babilônico.

Sistema Indo-arábico	**Sistema Babilônico**
60	
3642	

5) Ao resolver a 4ª questão você encontrou algum tipo de dificuldade? Em caso afirmativo, descreva qual.

O sistema de numeração babilônico também comportava outro empecilho: a ausência do zero. Os escribas então introduziram o signo  ou  para representar a ausência de unidades de uma determinada casa, nascendo assim o zero babilônico. Porém, o zero não foi idealizado como número nulo, ou seja, não representava uma quantidade, e sim, um espaço vazio.

6) Agora que você já conhece o símbolo que representa o zero babilônico, refaça a 4ª questão utilizando o mesmo.

Sistema Indo-arábico	**Sistema Babilônico**
60	
3642	

Referências:

IFRAH, G. *Os números:* a história de uma grande invenção. 9. ed. São Paulo: Globo, 1998. 367 p.

Apêndice C - Apostila “Egípcios”

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro   Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica   Ministério da Educação   GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

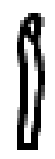
Licenciatura em Matemática - 7º Período - Atividade para a Experimentação da Monografia.
Professora em formação: Kíssila Silva Rangel
Aluno (a): ____ Data: ___/___/___

Egípcios

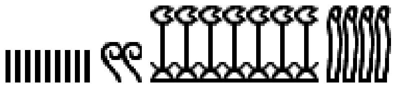
Figura 1: Localização do Egito.

Fonte: http://www1.folha.uol.com.br/folha/mundo/ult94u92245.shtml

Por volta do ano 3000 a.C. os egípcios criaram seu sistema de numeração, utilizando os seguintes símbolos:

Hieróglifo	**Descrição**
	Dedo erguido ligeiramente inclinado.
	Corda enrolada; rolo de pergaminho; espiral.
	Homem ajoelhado erguendo os braços para o céu.
	Pequeno traço vertical; bastão.
	Rã ou girino.
	Ferradura; calcanhar.
	Flor de lótus.

Abaixo estão alguns exemplos dessa escrita que era representada de forma aditiva:

 = 47209

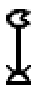
 = 1729

 = 3230000

Com base nessas representações, responda as questões da Atividade 3:

Atividade 3

1) Relacione cada número abaixo a seu respectivo hieróglifo.

a) 1	( )	
b) 10	( )	
c) 100	( )	
d) 1.000	( )	
e) 10.000	( )	
f) 100.000	( )	
g) 1.000.000	( )	

2) O sistema de numeração egípcio é posicional? Justifique.
____
____

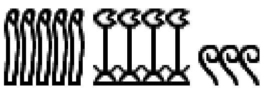
3) Qual foi a base adotada pelos egípcios? ________________________________

4) Efetue e dê a sua resposta utilizando os hieróglifos egípcios:

a) 

+ 

Resposta:

b) 

– 

Resposta:

Apêndice D - Apostila “O significado da base”

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica — Ministério da Educação — GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

Licenciatura em Matemática - 7º Período - Atividade para a Experimentação da Monografia.
Professora em formação: Kíssila Silva Rangel
Aluno (a): ____ Data: ___/___/___

O significado da base

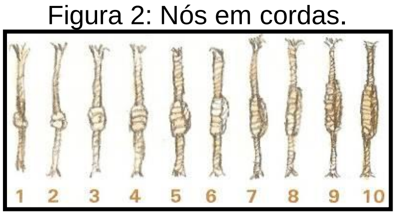
O conceito de número e o processo de contar se desenvolveram há muito tempo em consequência da necessidade humana. Os homens que estocavam ferramentas, armas e alimentos precisavam verificar e até mesmo registrar as quantidades referentes à esses produtos.

A maneira mais antiga de contar era baseada em um método de registro simples, onde se utilizava o princípio da correspondência biunívoca, ou seja, a contagem era feita um a um. O registro se dava de várias formas tais como pequenas marcas em ossos e nas paredes das cavernas, entalhes em pedaços de madeira, nós em cordas, entre outros. Vejamos alguns exemplos destes registros:

Figura 1: Osso de Ishango.

Fonte: http://sosmatematica.blogspot.com/2011/02/o-que-e-matematica_16.html.

Figura 2: Nós em cordas.



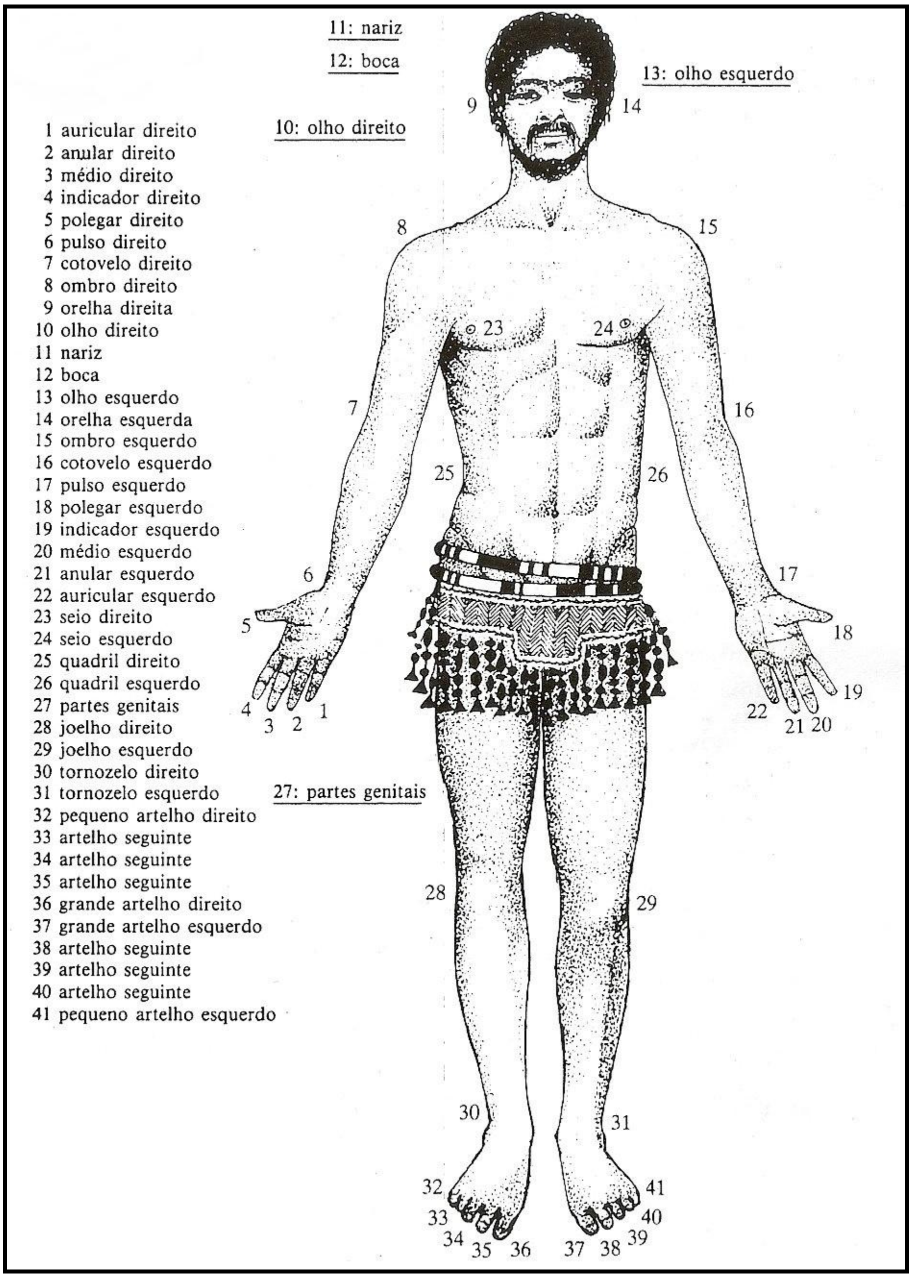
Fonte: IMENES (1988, p.16).

Figura 3: Registro de contagem em cavernas.

Fonte: http://matematica-debiloide.blogspot.com/2008/01/gnese-do-nmero.html.

O corpo humano também fez parte dessa história e utilizava a correspondência um a um por meio da "contagem visual".

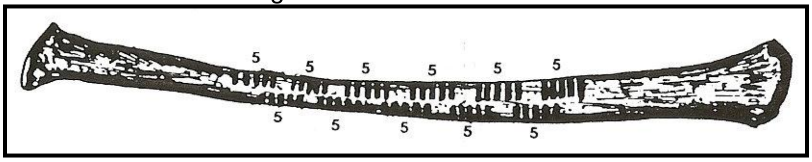
Figura 4: Técnica corporal utilizada pelos papua da Nova Guiné.



Fonte: IFRAH (1998, p. 33)

Quando se tornou necessário efetuar contagens mais extensas, o homem agrupou as quantidades em grupos determinados. O entalhe da figura seguinte retrata essa informação.

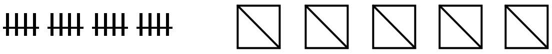
Figura 5 - Osso entalhado.



Fonte: IFRAH (1998, p.105)

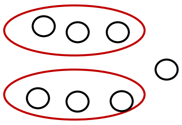
Nos dias atuais, podemos citar algumas formas de agrupamento como, por exemplo, prisioneiros contando o tempo de carceragem, uma votação em sala de aula, entre outros.

Exemplos:[3]



Está presente nesses últimos exemplos o conceito de base.

Para entendermos melhor essa ideia, vamos agrupar as bolinhas abaixo em subconjuntos de três bolinhas:



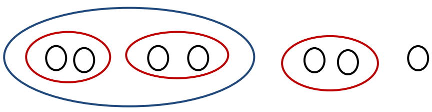
Obtivemos dois grupos de três bolinhas e uma bolinha solta.

Utilizamos o numeral $(21)_3$ para representar a situação acima. Neste caso o 2 representa dois grupos de três bolinhas e o 1 representa a bolinha solta. Dessa forma, podemos dizer que $(21)_3 = 1 + 2 \times 3$

O numeral $(21)_3$ é lido da seguinte maneira: “dois - um na base 3”

No exemplo abaixo, agrupamos as bolinhas em subconjuntos de duas bolinhas:

Exemplo:



$7 = (111)_2 = 1 + 1 \times 2 + 1 \times 2^2$

[3] O texto que segue até a p. 134 foi adaptado de: TAVARES, Salvador. *Curso de aperfeiçoamento em Matemática: sistema de numeração.* Prefeitura Municipal de Campos. Secretaria Municipal de Educação e Cultura. 1985.

Observações:

1. A expressão $1 + 1 \times 2 + 1 \times 2^2$ é considerada **forma ou notação polinomial** do numeral $(111)_2$.

2. Quando escrevemos um número no nosso sistema de numeração (base 10) não é preciso colocar o índice indicando a base.

Na escrita numérica, os algarismos ocupam um lugar chamado ordem. As denominações são (da direita para a esquerda): 1ª ordem, 2ª ordem, 3ª ordem, 4ª ordem e assim, sucessivamente.

Exemplo: $(437)_8$

1ª ordem

2ª ordem

3ª ordem

No sistema de numeração binário (base 2), uma unidade de determinada ordem corresponde a duas unidades da ordem imediatamente inferior. Da mesma forma, no sistema de numeração decimal (base 10), uma unidade de determinada ordem corresponde a 10 unidades da ordem imediatamente inferior.

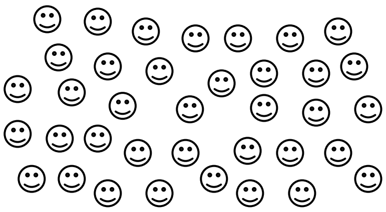
Generalizando:

Em um sistema de numeração X, uma unidade de determinada ordem corresponde a X unidades da ordem imediatamente inferior.

Atividade 4

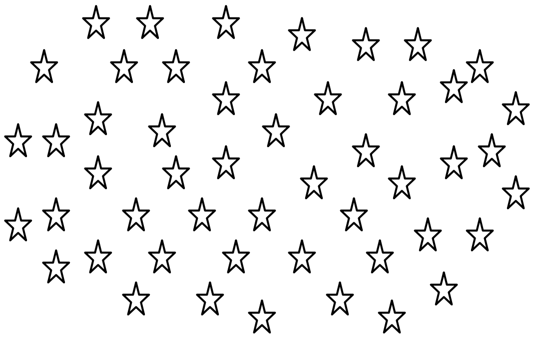
1) Represente as quantidades abaixo na base 10, indicando os agrupamentos nos desenhos:

a)



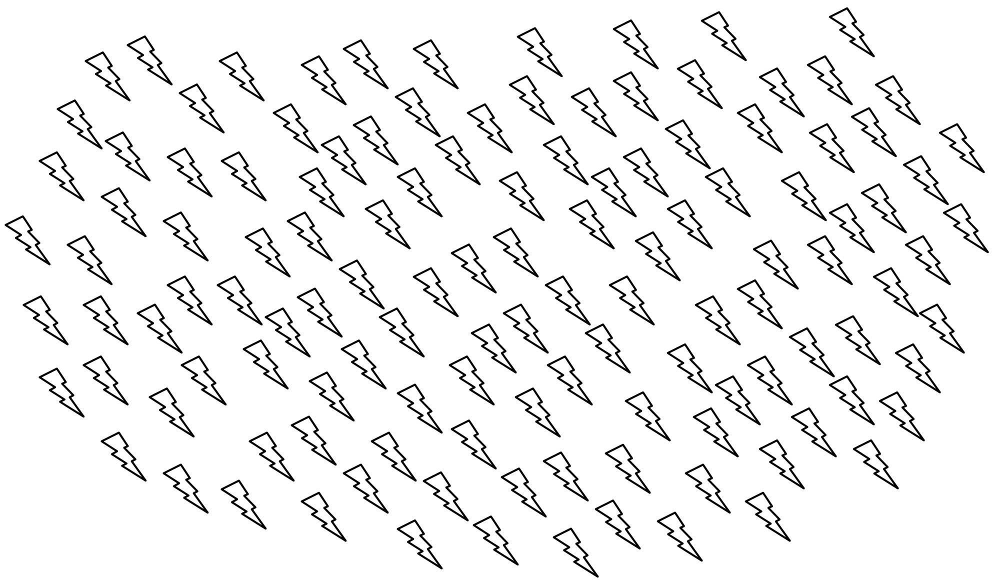
R: ______________________________

b)



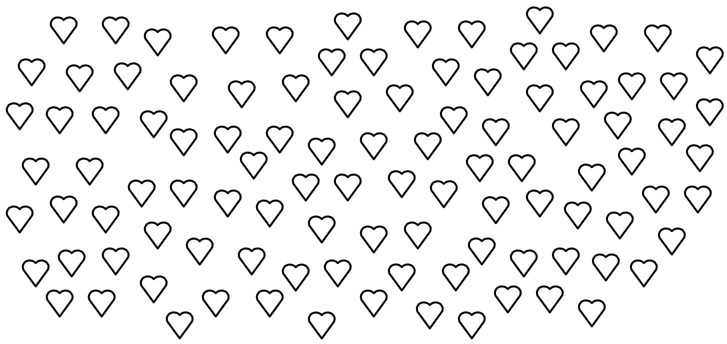
R: ______________________________

c)



R: ______________________________

d)



R: ___________________________

2) Em cada item a seguir, utilize canudinhos para formar grupos e registre os números na base indicada:

a) 15 na base 2: ___________________________

b) 20 na base 3: ___________________________

c) 71 na base 4: ___________________________

<u>O uso de bases na computação</u>:

Na área da computação trabalha-se com as bases decimal, binária, octal e hexadecimal da seguinte maneira: a decimal para entrada e saída de dados, a binária para os cálculos internos e as octal e hexadecimal como forma compactada de representação interna.

Apesar de possuir representação mais complexa, por utilizar letras e dígitos, a base hexadecimal é preferida sobre a octal pelo fato de ser mais compacta, de forma que requer menos espaço para representar os resultados.

Segundo Parreira Júnior, os computadores atuais utilizam apenas o sistema binário, onde as informações armazenadas ou processadas no mesmo usam duas grandezas representadas pelos algarismos 0 e 1. Ele ainda diz que,

> Os computadores utilizam a base 2 (sistema binário) e os programadores, por facilidade, usam em geral uma base que seja uma potência de 2, tal como 2^4 (base 16 ou sistema hexadecimal) ou eventualmente ainda 2^3 (base 8 ou sistema octal). (PARREIRA JÚNIOR,s.d., p. 33)

Abaixo, a tabela de representação dos números em decimal, binário, octal e hexadecimal.

Tabela 1: Números em decimal, binário, octal e hexadecimal.

Base 10	**Base 2**	**Base 8**	**Base 16**
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Fonte: PARREIRA JÚNIOR, s.d., p. 34

3) Represente os números abaixo na base 10:

a) $(10012)_3$ = ______________________________________

b) $(742)_8$ = ______________________________________

c) $(B5F8)_{16}$ = ______________________________________

4) Que operação matemática poderia registrar os agrupamentos que você fez na 2ª questão? Exemplifique por meio da letra **a** dessa mesma questão.

5) Represente os números abaixo nas bases indicadas, utilizando as conclusões obtidas na questão anterior.

   a) 28 na base 8 = ________________

   b) 123 na base 16 = ______________

   c) 54 na base 2 = ________________

6) Preencha a seguinte tabela na base 8:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0								
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								

7) Resolva as seguintes operações utilizando os canudinhos, e registre sua resposta nas bases utilizadas em cada item:

   a) $(1101)_2 + (101)_2 =$ __________________________

   b) $(23)_8 + (56)_8 =$ _____________________________

   c) $(124)_5 - (32)_5 =$ ____________________________

   d) $(1010)_2 - (111)_2 =$ __________________________

8) Arme e efetue, relacionando cada procedimento aos que foram utilizados na 7ª questão.

a) $(1101)_2 + (101)_2 =$ ______________

b) $(23)_8 + (56)_8 =$ _________________

c) $(124)_5 - (32)_5 =$ _________________

d) $(1010)_2 - (111)_2 =$ _______________

Referências:

IFRAH, G. *Os números*: a história de uma grande invenção. 9. ed. São Paulo: Globo, 1998. 367 p.

IMENES, L. M. *Os números na história da civilização.* São Paulo: Scipione, 1988. 48 p.(Coleção vivendo a Matemática)

PARREIRA JÚNIOR, W. M. *Sistemas de Computação digital.* Belo Horizonte:UEMG, [s.d.]. Disponível em: <http://www.waltenomartins.com.br/ap_scd_v1.pdf>. Acesso em: 02 nov. 2011.

Apêndice E - Apostila “Trabalhando com o ábaco”

Licenciatura em Matemática - 7º Período - Atividade para a Experimentação da Monografia.
Professora em formação: Kíssila Silva Rangel
Aluno (a): ____ Data: ___/___/___

Trabalhando com o ábaco

Figura 1: Calculador utilizando o ábaco.

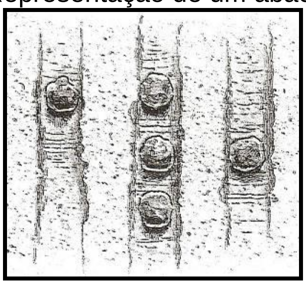
Fonte: IFRAH (1998, p. 305).

Com a evolução da sociedade, o homem precisou fazer cálculos cada vez mais difíceis, de forma que, teve que criar maneiras para substituir os dedos por objetos ou por máquinas mais eficientes, surgindo assim, o ábaco.

O ábaco é um dispositivo que tem por objetivo facilitar cálculos que são difíceis de fazer mentalmente. A data da criação deste instrumento não é clara, mas sabe-se que foi por volta de 2400 a.C. e a Índia, Mesopotâmia e Egito, são vistos como prováveis pontos de sua origem.

O ábaco mais antigo era formado por sulcos feitos na areia, juntamente com pequenas pedras, as quais eram movidas de acordo com o cálculo.

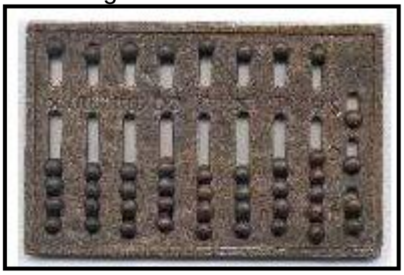
Figura 2: Representação de um ábaco antigo.



Fonte: BIANCHINI, PACCOLLA (1997, p. 42)

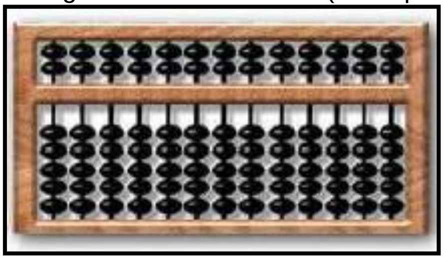
Nos dias atuais existem vários tipos de ábaco tais como: romano, chinês (Suan pan), japonês (Soroban), russo, egípcio, indiano, grego, entre outros. Vejamos alguns exemplos:

Figura 3: Ábaco Romano.



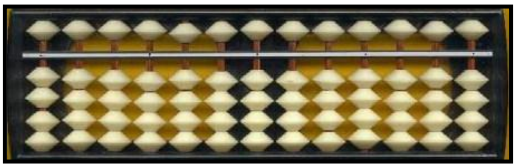
Fonte: http://abacolivre.codigolivre.org.br/manual-intro.html.

Figura 4: Ábaco Chinês (Suan pan).



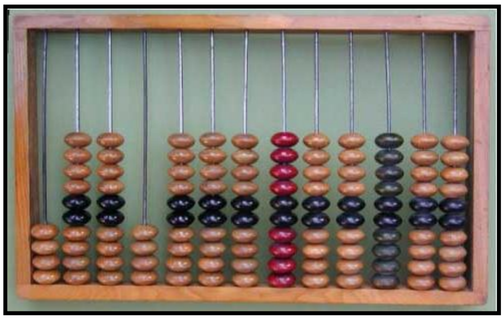
Fonte: http://abacolivre.codigolivre.org.br/manual-intro.html.

Figura 5: Ábaco Japonês (Soroban).



Fonte: http://eu.wikibooks.org/wiki/Abako_japoniarra.

Figura 6: Ábaco Russo.



Fonte: http://progettomatematica.dm.unibo.it/NumeriAdditivi/curiosit02.html.

Todos seguem basicamente o mesmo princípio: o valor de determinada bolinha depende de sua posição, ou seja, depende da fileira em que a mesma se encontra. O modelo seguinte é baseado no nosso sistema de numeração em que 10 bolinhas da fileira das unidades equivalem a uma bolinha da fileira das dezenas, 10 bolinhas da fileira das dezenas equivalem a uma bolinha da fileira das centenas e assim sucessivamente.

Figura 7: Representação do ábaco.

Fonte: http://educar.sc.usp.br/matematica/l2t3.htm

Atividade 5

1) Utilizando o ábaco, resolva as seguintes operações:

a) 52 + 73 = ______________________________

b) 46 + 25 = ______________________________

c) 665 + 387 = ___________________________

d) 50 - 36 = ______________________________

e) 865 - 172 = ___________________________

f) 3823 - 1684 = __________________________

2) Efetue as operações abaixo, relacionando os algoritmos que já conhece com os procedimentos utilizados no ábaco.

a) 52
+ 73

b) 46
+ 25

c) 665
+ 387

d) 50
- 36

e) 865
- 172

d) 3823
- 1684

Referências:

BIANCHINI, E.; PACCOLA. H. *Sistema de Numeração ao longo da História.* São Paulo: Moderna, 1997.

IFRAH, G. *Os números*: a história de uma grande invenção*.* 9. ed. São Paulo: Globo, 1998. 367 p.

Apêndice F - Questionário

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

Licenciatura em Matemática - 7º Período
Professora em formação: Kíssila Silva Rangel Data:01/06/12

QUESTIONÁRIO

A monografia intitulada “Dos sumérios aos tempos atuais: o conceito de Base e outras histórias” têm por objetivo desenvolver um estudo sobre o conceito de Base, com o uso da História da Matemática, que auxilie à compreensão dos algoritmos presentes nas operações matemáticas.

Pretende-se com este questionário saber a sua opinião sobre os diversos tópicos abordados neste minicurso. Esses dados serão utilizados para verificar se o objetivo acima foi alcançado.

Primeira parte: Sobre o uso da História da Matemática em sala de aula

a) Antes desse minicurso, você teve contato com a História da Matemática?

( ) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, em que contexto?

____
____
____
____

b) O estudo sobre os sistemas de numeração dos sumérios, egípcios, babilônicos e indo-arábicos auxiliou na compreensão do conceito de base?

( ) Sim ( ) Não

Comente:____
____
____
____
____
____

c) Dê a sua opinião sobre o filme “A História do Número 1”.

____
____
____
____
____
____

d) O que você acha do uso da História da Matemática em sala de aula?

____
____
____
____
____
____

Segunda parte: Sobre o conceito de base.

a) Antes deste minicurso, você estudou o conteúdo de Base?

( ) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, em que contexto?

____
____
____
____
____
____

b) Você considera que a manipulação com canudos contribuiu para a compreensão desse conceito?

( ) Sim ( ) Não

Comente:____
____
____
____
____
____

c) Você considera que o uso do ábaco contribuiu para a compreensão desse conceito?

( ) Sim ( ) Não

Comente:____
____
____
____
____
____

Terceira parte: Sobre os algoritmos presentes nas operações matemáticas:

a) Antes do minicurso, você utilizava as expressões “vai um” e “pedir emprestado” compreendendo os seus significados?

( ) Sim
( ) Não
( )Parcialmente ____
____
____
____

Em caso afirmativo, vá para o item c.

b) Depois do minicurso, você compreende o significado dessas expressões?

( ) Sim
( ) Não
( ) Parcialmente____
____
____
____

c) A manipulação com canudos:

( ) Facilitou a compreensão dos algoritmos utilizados nas operações de soma e subtração;

( ) Dificultou a compreensão dos algoritmos utilizados nas operações de soma e subtração;

( ) Não mudou a compreensão que eu possuía sobre os algoritmos de soma e de subtração.

d) O uso do ábaco:

( ) Facilitou a compreensão dos algoritmos utilizados nas operações de soma e subtração;

( ) Dificultou a compreensão dos algoritmos utilizados nas operações de soma e subtração;

( ) Não mudou a compreensão que eu possuía sobre os algoritmos de soma e de subtração.

e) O estudo de Bases auxiliou na compreensão dos algoritmos presentes nas operações de soma e subtração?

( ) Sim
( ) Não
( ) Parcialmente

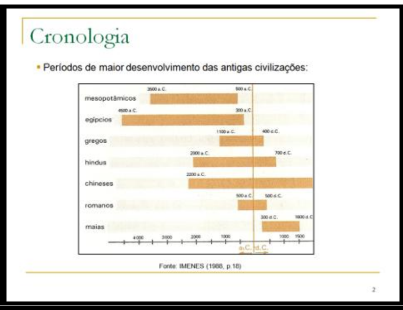
Comente:____
____
____
____

Quarta parte: Comentários finais:

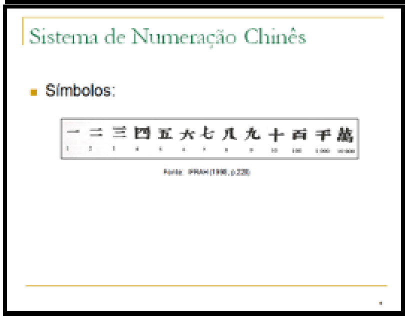
____
____
____
____
____
____
____
____
____

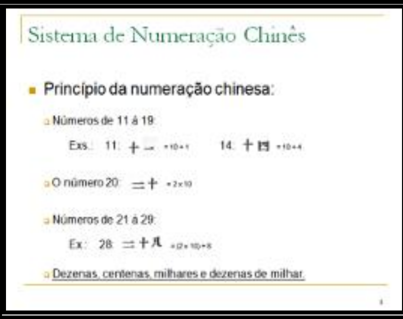
Apêndice G - Slides sobre os sistemas de numeração das civilizações chinesa e maia


INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
BRASIL
Sistemas de Numeração
Kíssila Silva Rangel
Orientadoras: Profª Esp. Ana Paula Rangel de Andrade
Profª Esp. Mylane dos Santos Barreto
Dezembro/2011

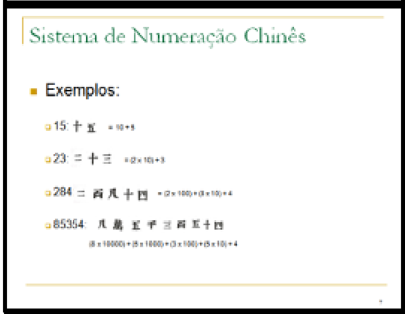

Cronologia
Períodos de maior desenvolvimento das antigas civilizações:
mesopotâmicos
egípcios
gregos
hindus
chineses
romanos
maias
Fonte: IMENES (1988, p.18)


Sistema de Numeração Chinês
Localização da China:
RÚSSIA
MONGÓLIA
Pequim
CHINA
JAPÃO
ÍNDIA

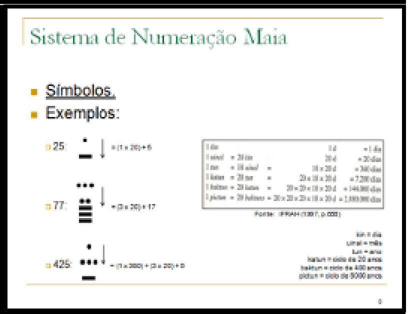

Sistema de Numeração Chinês
Símbolos:
一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 百 千 萬
Fonte: IFRAH (1998, p.228)

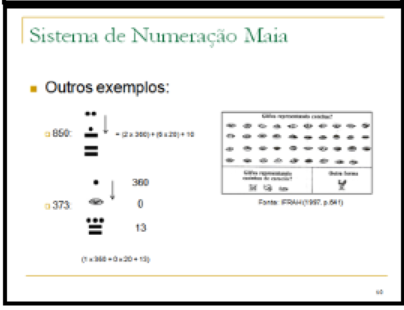

Sistema de Numeração Chinês
Princípio da numeração chinesa:
Números de 11 à 19:
Exs.: 11: 十一 = 10 + 1
14: 十四 = 10 + 4
O número 20: 二十 = 2 x 10
Números de 21 à 29:
Ex.: 28: 二十八 = (2 x 10) + 8
Dezenas, centenas, milhares e dezenas de milhar


Sistema de Numeração Chinês
Representando potências de 10:
十 百 千 萬
100 000 = 10 x 10 000 = 十萬
1 000 000 = 100 x 10 000 = 百萬
10 000 000 = 1 000 x 10 000 = 千萬
100 000 000 = 10 000 x 10 000 = 萬萬


Sistema de Numeração Chinês
Exemplos:
15: 十五 = 10 + 5
23: 二十三 = (2 x 10) + 3
284: 二百八十四 = (2 x 100) + (8 x 10) + 4
85354: 八萬五千三百五十四
(8 x 10000) + (5 x 1000) + (3 x 100) + (5 x 10) + 4

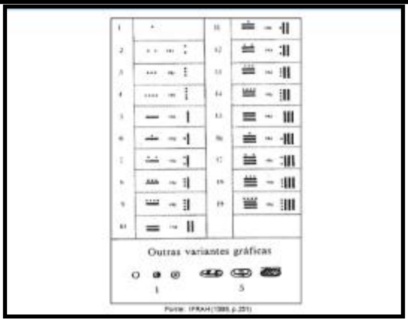

Sistema de Numeração Maia
Localização dos Maias
Golfo do México
Civilização Maia
Mérida
Cancún
MÉXICO
BELIZE
GUATEMALA
HONDURAS
EL SALVADOR
Oceano Pacífico


Sistema de Numeração Maia
Símbolos
Exemplos:
25: = (1 x 20) + 5
77: = (3 x 20) + 17
425: = (1 x 360) + (3 x 20) + 5
Fonte: IFRAH (1997, p.000)


Sistema de Numeração Maia
Outros exemplos:
850: = (2 x 360) + (6 x 20) + 10
373:
360
0
13
(1 x 360 + 0 x 20 + 13)
Fonte: IFRAH (1997, p.641)


Referências
IFRAH, G. Os números: a história de uma grande invenção. 9. ed. São Paulo: Globo, 1998. 367 p.
_____. História Universal dos Algarismos: a inteligência do homem contada pelos números e pelo cálculo. Tradução Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. 2 v.
IMENES, L. M. Os números na história da civilização. São Paulo: Scipione, 1988. 48 p. (Coleção Vivendo a Matemática).


DEZENAS
CENTENAS
MILHARES
DEZENAS DE MILHAR
Fonte: IFRAH (1998, p.232)


Outras variantes gráficas
Fonte: IFRAH (1998, p.251)

Apêndice H - Slides com as imagens da apostila “O significado da base”

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

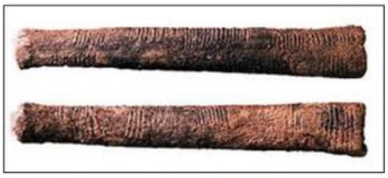
O Significado da Base

Kíssila Silva Rangel

Orientadoras: Profª Esp. Ana Paula Rangel de Andrade
Profª Esp. Mylane dos Santos Barreto

Dezembro/2011

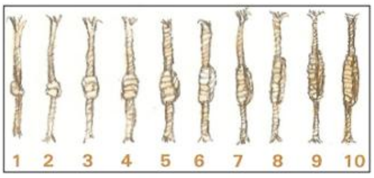
Osso de Ishango



Fonte: http://sosmatematica.blogspot.com/2011/02/o-que-e-matematica_16.html

2

Nós em cordas



Fonte: IMENES (1988, p.16)

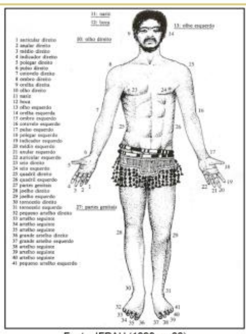
3

Registro de contagem em cavernas

Fonte: http://matematica-debiloide.blogspot.com/2008/01/gnese-do-nmero.html

4

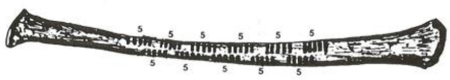
Técnica corporal utilizada pelos papua da Nova Guiné



Fonte: IFRAH (1998, p. 33)

5

Osso entalhado



Fonte: IFRAH (1998, p.105)

8

Apêndice I - Slides com as imagens da apostila "Trabalhando com o ábaco"

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro — Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica — Ministério da Educação — BRASIL

Trabalhando com o Ábaco

Kíssila Silva Rangel

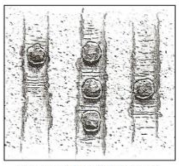
Orientadoras: Profª. Esp. Ana Paula Rangel de Andrade
Profª. Esp. Mylane dos Santos Barreto

Dezembro/2011

Calculador Utilizando o Ábaco

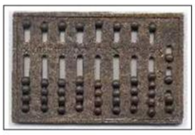
Fonte: IFRAH (1998, p. 305)

Representação de um Ábaco Antigo



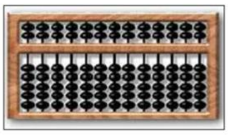
Fonte: BIANCHINI, PACCOLA (1997, p. 42)

Ábaco Romano



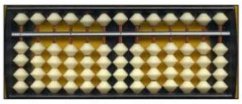
Fonte: http://abacolivre.codigolivre.org.br/manual-intro.html

Ábaco Chinês (suan pan)



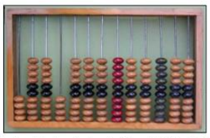
Fonte: http://abacolivre.codigolivre.org.br/manual-intro.html

Ábaco Japonês (soroban)



Fonte: http://eu.wikibooks.org/wiki/Abako_japoniarra

Ábaco Russo



Fonte: http://progettomatematica.dm.unibo.it/NumeriAdditivi/curiosit02.html

Representação do Ábaco

Fonte: http://educar.sc.usp.br/matematica/l2t3.htm

Referências

BIANCHINI, E.; PACCOLA. H. *Sistema de Numeração ao longo da História*. São Paulo: Moderna, 1997.

IFRAH, G. *Os números*: a história de uma grande invenção. 9. ed. São Paulo: Globo, 1998. 367 p.

Apêndice J - Slides sobre o sistema de numeração indo-arábico

Sistema de Numeração Indo-Arábico

Kíssila Silva Rangel

Orientadoras: Profª. Esp. Ana Paula Rangel de Andrade
Profª. Esp. Mylane dos Santos Barreto

Dezembro/2011

Sistema de Numeração Indo-Arábico

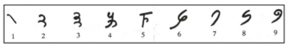
- Localização dos Hindus:

Fonte: http://pessoas.hsw.uol.com.br/informacoes-india.htm

2

Sistema de Numeração Indo-Arábico

- Data:
  - Séc. III a. C.
- Símbolos:



Fonte: IFRAH (1998, p.265)

3

Sistema de Numeração Indo-Arábico

Símbolos (continuação):

Os algarismos hindus eram fundamentados na base decimal repousando sobre o princípio de adição, além disso, era atribuído um algarismo especial a cada um dos números abaixo. Ou seja, a escrita hindu admitia algarismos particulares tanto para as unidades simples, quanto para cada dezena, centena e dezena de milhar..

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	200	300	400	500	600	700	800	900
1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000
10000	20000	30000	40000	50000	60000	70000	80000	90000

4

Sistema de Numeração Indo-Arábico

Exemplo:

- 7629:

- Notação por extenso:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100
eka	*dvi*	*tri*	*catur*	*pañca*	*sat*	*sapta*	*asta*	*nava*	*dasa*	*sata*

1.000	10.000	100.000	1.000.000	10.000.000	100.000.000	1.000.000.000	...
sahasra	*ayuta*	*laksa*	*prayuta*	*koti*	*vyarbuda*	*padma*	...

5

Sistema de Numeração Indo-Arábico

Exemplos:

- 4302:

dvi tri sata catur sahasra ➡ "Dois. Três centenas. Quatro milhar"
2 + (3 x 100) + (4 x 1.000)

- 456.789.123.682.231.456:

Sat, pañca dasa, catur sata, eka sahasra, tri ayuta, dvi laksa, dvi prayuta, asta koti, sat vyarbuda, tri padma, dvi kharva, eka nikharva, nava mahapadma, asta sankha, sapta samdra, sat madhya, pañca antya, catur pararddha.

(seis, cinco dezenas, quatro centenas, um milhar...)

6

Sistema de Numeração Indo-Arábico

- Sistema posicional:
  - Exemplos:
    - 456.789.123.682.231.456:

Sat, pañca, catur, eka, tri, dvi, dvi, asta, sat, tri, dvi, eka, nava, asta, sapta, sat, pañca, catur.

- 123:

tri dvi eka ➡ "três. dois. um"
3 + (2 x 10) + (1 x 100)

Atribuía-se um valor de unidade simples ao 3 (*tri*), um valor de dezena ao 2 (*dvi*), e um valor de centena ao 1 (*eka*).

7

Sistema de Numeração Indo-Arábico

- O vazio

Apesar da supressão das palavras tornando a escrita menos cansativa, os hindus encontraram outra dificuldade: o vazio.

- Exemplo:
  - 502:

śūnya ➡ vazio

dvi pañca ➡ "dois. cinco"
2 + (5 x 10)

dvi śūnya pañca ➡ "dois. vazio. cinco"
2 + (0 x 10) + (5 x 100)

8

Sistema de Numeração Indo-Arábico

- Características na numeração moderna:
  - Algarismos distintos e independentes para as unidades de 1 a 9;
  - Princípio de posição;
  - A representação do zero.

9

Referência

IFRAH, G. *Os números:* a história de uma grande invenção. 9. ed. São Paulo: Globo, 1998. 367 p.

______. *História Universal dos Algarismos:* a inteligência do homem contada pelos números e pelo cálculo. Tradução Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997, 2 v.

10