INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CARLOS VINICIOS MARTINO RIBEIRO

OZINEIA VIEIRA DOS SANTOS DA SILVA DE OLIVEIRA

PERÍMETRO, ÁREA E SEMELHANÇA DE FIGURAS PLANAS: CONTRIBUIÇÕES DO USO DE MATERIAL DE APOIO PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

2012

CARLOS VINICIOS MARTINO RIBEIRO
OZINEIA VIEIRA DOS SANTOS DA SILVA DE OLIVEIRA

PERÍMETRO, ÁREA E SEMELHANÇA DE FIGURAS PLANAS: CONTRIBUIÇÕES DO USO DE MATERIAL DE APOIO PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, como requisito parcial à conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Ms. Carla Antunes Fontes

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2012

Dados de Catalogação na Publicação (CIP)

R484p Ribeiro, Carlos Vinicios Martino.

Perímetro, área e semelhança de figuras planas : contribuições do uso de material de apoio para a aprendizagem significativa / Carlos Vinicios Martino Ribeiro, Ozinea Vieira dos Santos da Silva de Oliveira – Campos dos Goytacazes (RJ) : [s.n.], 2012.

100 f. : il.

Orientadora: Carla Antunes Fontes.

Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Campus Campos-Centro. Campos dos Goytacazes, RJ, 2012.

Bibliografia: f. 66 – 69.

1. Geometria – Estudo e ensino. 2. Matemática – Estudo e ensino. I. Oliveira, Ozineia Vieira dos Santos da Silva de. II. Fontes, Carla Antunes, orient. III. Título.

CDD – 516.07

CARLOS VINICIOS MARTINO RIBEIRO

OZINEIA VIEIRA DOS SANTOS DA SILVA DE OLIVEIRA

PERÍMETRO, ÁREA E SEMELHANÇA DE FIGURAS PLANAS: CONTRIBUIÇÕES DO USO DE MATERIAL DE APOIO PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, como requisito parcial à conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 21 de novembro de 2012.

Banca Avaliadora:

Carla A. R.

Profª. Carla Antunes Fontes (orientadora)

Mestre em Matemática / UFRJ

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro

Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Profª. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Especialista em Matemática Superior/USS

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro

Profª. Mylane dos Santos Barreto

Especialista em Educação Matemática/UNIFLU/FAFIC

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos-Centro

DEDICATÓRIA

Dedicamos este trabalho a todos que contribuíram para o seu desenvolvimento, e à professora e mestre Carla, pela paciência e carinho que teve conosco durante toda esta orientação. Acima de tudo a Deus, por ter nos permitido chegar até aqui.

AGRADECIMENTOS

Carlos Vinicios

A Deus, por ter me ajudado nas minhas lutas e dificuldades, e que a cada dia tem renovado as minhas esperanças, assim, me dando forças para vencer as barreiras que surgirem em meu caminho. E por tudo de bom que Ele tem feito na minha vida.

À minha família, que sempre me deu apoio na vida e nos estudos, estando sempre ao meu lado, ajudando e orientando para me tornar uma pessoa melhor.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática, que, de alguma forma, contribuíram para minha formação docente. Cada um teve seu papel importante nesse processo. E não podemos deixar de destacar a dedicação e o comprometimento com o ensino, buscando sempre fazer o melhor pela educação.

À professora Carla Antunes, que com carinho e dedicação, colaborou de forma significativa para o desenvolvimento desse trabalho. Ela ajudava nas pesquisas, lendo artigos e buscando novas ideias para o enriquecimento e aperfeiçoamento dessa monografia. Graças à sua orientação, tivemos condições de dar início ao desenvolvimento e elaboração desse trabalho monográfico.

À minha colega Ozineia, que sempre fez parte do desenvolvimento desse trabalho. A sua ajuda e participação foram imprescindíveis. Sempre procuramos trabalhar juntos, um ajudando o outro, para que essa monografia fosse feita da melhor forma.

AGRADECIMENTOS

Ozineia

Agradeço a Deus, por ter chegado até aqui. Aos meus pais, por terem me apoiado tanto, ao meu filho Davi e ao meu esposo, que me ajudaram e me deram forças para concluir esta monografia, e à nossa orientadora Carla, que dedicou o seu tempo para nos orientar.

Dedicamos este trabalho a todos que contribuíram para o seu desenvolvimento, e à professora e mestre Carla, pela paciência e carinho que teve conosco durante toda esta orientação. Acima de tudo a Deus, por ter nos permitido chegar até aqui.

Eu escuto e esqueço.

Vejo e lembro.

Faço e entendo.

Confúcio

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é investigar a contribuição do uso de material de apoio (concreto e digital) para a aprendizagem significativa de área, perímetro e semelhança por alunos que estudaram estes assuntos através da aprendizagem mecânica. O geoplano foi o material concreto escolhido para o trabalho de resgate das noções de área, perímetro e semelhança, atribuindo-lhes significado. O recurso digital utilizado foi o *software Geogebra*, que promoveu a compreensão de algumas fórmulas para o cálculo de área, bem como a dedução da relação existente entre as áreas de figuras planas semelhantes. Foram preparados roteiros com exercícios para orientar o trabalho com ambos os materiais. Especificamente para o recurso digital, foi também elaborada uma introdução aos principais comandos do *software*, além de arquivos para serem utilizados na resolução das questões. A dinâmica foi idealizada de modo a estimular a interação do aluno com o material e também a troca de ideias entre os participantes. Foram dadas explicações apenas sobre os comandos do *Geogebra*. Nos demais momentos, só houve a intervenção dos professores quando solicitada pelos alunos. Nossa abordagem apoiou-se na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, e a metodologia de pesquisa foi o estudo de caso. Pudemos verificar a importância do uso de material de apoio para a aprendizagem significativa de área, perímetro e semelhança, baseados em nossas observações, em depoimentos dos alunos e também mediante seu rendimento nas atividades propostas. Foi verificado que a conclusão obtida sobre áreas de figuras semelhantes relacionou-se de maneira não arbitrária e substantiva à estrutura cognitiva preexistente, ou seja, houve aprendizagem significativa, facilitada pelo uso do geoplano e do *Geogebra*.

PALAVRAS-CHAVE: Geometria. Material de apoio. Aprendizagem significativa.

ABSTRACT

PERIMETER, AREA AND SIMILARITY OF PLANE FIGURES: CONTRIBUTIONS OF USING LEARNING AID MATERIAL TO THE MEANINGFUL LEARNING

The aim of this research is to investigate the contribution of using learning aid materials (concrete and digital) to the meaningful learning of perimeter, area and similarity by students who have studied these subjects through mechanical learning process. The geoplane was the chosen concrete material to review the concepts of area, perimeter and similarity, making them meaningful. *Geogebra* was used as a digital resource to promote the comprehension of some formulae for the calculus of area, as well as the deduction of the relationship between areas of similar plane figures. Scripts with exercises were prepared to guide the work with both materials. Specifically to the digital resource, it was also prepared an introduction to its main commands, beside archives to be used in questions' resolutions. The dynamic sequence was conceived in order to stimulate student's interaction with learning aid material and also the exchange of ideas between the participants. Explanations were given only about *Geogebra* command lines. At all of the other moments, there was teachers' intervention just when students asked for it. Our approach was based in David Ausubel's Meaningful Learning Theory, and the research methodology was the case study. We were able to verify the importance of the use of learning aid material to the meaningful learning of area, perimeter and similarity, based on our observations, on students statements and also through their results in the proposed activities. It was established that the conclusion obtained about the areas of similar figures was related to the pre-existent cognitive structure in a non-arbitrary and substantive way, that is, there was meaningful learning, made easier by the use of Geoplano and Geogebra.

KEYWORDS: Geometry. Learning aid material. Meaningful Learning Theory.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este trabalho consiste, desde sua origem, em trabalhar os assuntos de área e perímetro de algumas figuras planas, como quadriláteros e triângulos. Ao pensarmos na escolha do tema, começamos a buscar um assunto que pudesse ser ensinado aos alunos de forma lúdica. Por isso, elaboramos uma proposta que envolvesse o uso de material de apoio, neste caso material concreto e *software* (geoplano e Geogebra). Acreditamos que assim o aluno terá mais interesse em rever os conceitos e procedimentos referentes a área, perímetro e semelhança de figuras planas.

À medida que realizávamos pesquisas a fim de embasar o trabalho, nos deparamos com alguns obstáculos que nos fizeram mudar nossos objetivos iniciais.

Durante o percurso, alguns objetivos foram mantidos, outros traçados, e outros abandonados.

Os objetivos iniciais eram trabalhar os assuntos de área e perímetro, unidades de medida de comprimento, de área e de volume. A intenção era estudar as noções de área e perímetro com o auxílio do geoplano (o que resultou na Lista 1), e a dedução de algumas fórmulas de área a partir de atividades com o uso do *software* Geogebra (dando origem à Lista 3). As unidades de medida também seriam abordadas por meio de material concreto. Aplicaríamos a proposta a alunos do 9º ano de uma escola da Rede Pública do Município de Campos dos Goytacazes.

Uns dos fatores que nos fez repensar nossos objetivos é que já havia muitos trabalhos sobre tais assuntos. Além disso, os conteúdos escolhidos por nós eram muito abrangentes, e não haveria tempo para abordá-los todos.

Assim, decidimos que trabalharíamos os conceitos de área e perímetro utilizando o geoplano, e nos aprofundaríamos mais sobre áreas com o auxílio do *Geogebra*. Incluímos também em nosso trabalho o estudo da relação entre as áreas de figuras semelhantes, que geralmente não é destacada no Ensino Fundamental.

Aplicaríamos as atividades a dois grupos de alunos distintos. O primeiro grupo seria de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e o segundo, de alunos do 3º ano do Ensino Médio, ambos de escolas da rede pública de Campos dos Goytacazes.

Pretendíamos comparar os conhecimentos de cada grupo a respeito dos conteúdos já mencionados. O obstáculo aqui encontrado foi: como comparar ideias e conhecimentos de alunos com diferentes níveis de interesse sobre o assunto?

O que nos despertou para este fato foi o desinteresse observado na aplicação da proposta a alunos do 5º e do 7º períodos de um curso de Licenciatura em Matemática, que já haviam cursado as disciplinas de Geometria. Tal desinteresse provocou um rendimento aquém do esperado. Por outro lado, os recém-chegados ao 1º período do curso estavam mais motivados e interessados durante a aplicação, e obtiveram resultados superiores em relação ao grupo anterior.

Mantivemos então nossos objetivos relativos ao estudo de área, perímetro, e da relação entre as áreas de figuras semelhantes, tendo como materiais de apoio o geoplano e o *Geogebra*. A ideia era propor atividades onde os alunos compreendessem os conceitos de área e perímetro, tornando a aprendizagem mais interessante. O público alvo para o teste exploratório foi um grupo de alunos de 5º e 7º períodos de um curso de Licenciatura em Matemática. A validação foi feita com estudantes que iniciavam o primeiro período de um curso de Licenciatura em Matemática, recém-saídos do Ensino Médio de escolas da rede pública.

Pretendemos analisar em nossa pesquisa a contribuição do uso do geoplano e do *Geogebra* – os materiais de apoio – para a aprendizagem significativa de conceitos e procedimentos relativos a área, perímetro e semelhança de figuras planas.

Desejamos contribuir com o mundo acadêmico oferecendo uma proposta de ensino e aprendizagem que conduza o aprendiz à real apreensão de tais assuntos, através da aprendizagem significativa. Os conhecimentos que eles já devem possuir (subsunçores) são as noções básicas de perímetro, área e semelhança de figuras planas. O conhecimento a ser construído é, além da efetiva compreensão destes conceitos e de algumas fórmulas para o cálculo de áreas, a dedução da relação existente entre as áreas de figuras planas semelhantes.

A fim de verificar se os alunos possuíam os pré-requisitos necessários, aplicamos tanto no teste exploratório quanto na validação um Teste de Sondagem, antes de qualquer apresentação das listas elaboradas.

Após tal diagnóstico, fizemos uma abordagem breve sobre os assuntos que seriam tratados e, a partir daí, deixamos que eles fizessem as atividades. Ocorrendo qualquer dúvida em alguma questão, analisávamos junto com o aluno, mas não 'dávamos a resposta', O objetivo proposto por nós era o de levar os participantes a interagir com o material de apoio e verificar se esta interação poderia facilitar sua aprendizagem.

No terceiro momento, além de resolver a Lista 3, os alunos preencheram também um questionário sobre as atividades realizadas, para que pudéssemos avaliar melhor nosso trabalho.

Desde o início, escolhemos este tema por observar a grande dificuldade que os alunos têm em aplicar os conceitos de área e perímetro de figuras planas, bem como de reconhecer as propriedades de figuras planas semelhantes.

O conceito de área é considerado muito rico do ponto de vista da Matemática, pois agrega os eixos temáticos dos números, da Geometria, das grandezas e da Álgebra. Porém, várias pesquisas detectaram problemas no processo de ensino e aprendizagem das grandezas geométricas.

Baltar (1996), ao analisar avaliações do desempenho de alunos franceses e resultados de pesquisas em Educação Matemática, identificou alguns dos erros mais frequentes, assim como formulou hipóteses explicativas das dificuldades conceituais que os alunos podem enfrentar na construção do conceito de área.

Na pesquisa realizada por Baltar (1996), entre os erros cometidos com maior frequência pelos alunos avaliados destacam-se a confusão entre área e perímetro, a utilização de fórmulas errôneas (tais como: área = perímetro x 2; ou área = soma dos lados) e o uso inadequado de unidades (a expressão da medida da área de uma superfície cujo comprimento dos lados é dado em metros, por exemplo, é dada em metros, em metros cúbicos ou mesmo em centímetros, ao invés de metros quadrados). A autora observa ainda que essas avaliações, mesmo se localizando no contexto do sistema educativo francês, apontam para aspectos da aprendizagem dos conceitos de área e perímetro, identificados como complexos e problemáticos em outros contextos institucionais, inclusive no brasileiro.

Pesquisas realizadas no Brasil mostram o quanto é preocupante a situação do ensino das grandezas geométricas, especificamente o conceito de área, nas redes de ensino. Podemos citar, em âmbito nacional, o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB. Os relatórios do SAEB de 1995 a 2001 revelaram baixos índices de proficiência em torno das grandezas geométricas e em especial do conceito de área. (DUARTE, 2004)

Como nosso trabalho é um estudo de caso, não tem um fim em si mesmo.

Esperamos que seja um disparador de novas pesquisas sobre o uso de material de apoio, principalmente o concreto, que constatamos ser sempre um atrativo, independente da faixa etária de quem o manipula.

1 Importância do estudo

O estudo da Geometria no Ensino Básico tem um papel importante para o desenvolvimento do aluno. Trata-se de um dos tópicos da Matemática de maior relevância no contexto escolar.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática de Terceiro e Quarto Ciclos (BRASIL, 1998), o estudo da Geometria promove o desenvolvimento das habilidades de percepção espacial. Além disso, permite a elaboração de um sistema de propriedades geométricas e de uma linguagem para atuar nesse sistema. Desenvolve ainda a destreza na codificação e decodificação de desenhos.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+ (BRASIL, 2002) destacam que a Geometria é um campo apropriado para o desenvolvimento de habilidades de visualização e desenho, além de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução de problemas.

Diante desses argumentos, percebe-se como a Geometria tem papel importante no âmbito escolar, inclusive para o desenvolvimento cognitivo do aluno, por isso o seu estudo deve ser valorizado pelos professores.

É importante enfatizar a sua aplicabilidade, pois é notório o uso de seus conceitos em situações reais. A Geometria é trabalhada em certas áreas de estudo, além de ser bastante utilizada na Engenharia Civil, Mecânica, indústria naval, artes plásticas, etc.

É possível, também, encontrar a Geometria na natureza, por exemplo: a colmeia de abelha é formada por hexágonos regulares, a teia de aranha possui diversas figuras planas semelhantes, etc.

Ainda, citando alguns exemplos da Geometria no cotidiano, um olhar em volta sempre revela algo com características geométricas: o formato de uma casa, o aspecto de um girassol, a perpendicularidade de uma coluna em relação ao solo, o formato quadrangular do monitor de uma televisão, a forma espiral de um parafuso, a linearidade de uma barra de ferro e outros.

Levando em consideração o processo cognitivo no que diz respeito ao estudo da Geometria, este se torna importante por desenvolver no aluno habilidades e competências, além de estimular o intelecto. Também auxilia o desenvolvimento de raciocínios espaciais que serão utilizados em outras áreas do conhecimento, aprimora a capacidade de análise dedutiva e de formulação de hipóteses. São aperfeiçoados ainda a comparação de figuras e o trabalho com medidas. (VALENCIO, 2009)

Todos os autores pesquisados são unânimes ao afirmar a importância do estudo de Geometria, inclusive para outras áreas da Matemática.

"Observa-se que a Geometria é uma disciplina que oferece ao aluno possibilidades, frente a situações-problema, para desenvolver suas potencialidades." (OLIVEIRA, 2007, p. 1)

Para Lorenzato (1995), é uma das áreas que mais propiciam o desenvolvimento da criatividade, da percepção espacial e do raciocínio dedutivo, colaborando ainda para a compreensão do mundo que nos cerca.

Oliveira (2007) e Lorenzato (1995) ressaltam a importância de ensinar Geometria no Ensino Básico, sendo que Lorenzato já defendia seu ensino desde a Educação Infantil. Além do destacado valor para o entendimento do mundo à nossa volta, seu estudo permite ampliar a visão dedutiva, espacial e o saber criativo.

Contribui, assim, para a formação e o amadurecimento cognitivo do aluno. Também segundo a Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI, 1995), a Geometria é um instrumento com o qual podemos descrever, interagir e compreender o espaço em que vivemos.

> Neste sentido, seu estudo adquire relevância como instrumento de desenvolvimento de habilidades na resolução de situações e problemas do cotidiano, como na orientação para dirigir um carro, na utilização de um mapa, na criação e manuseio de objetos. (VALENCIO, 2009, p. 3)

Portanto, ensinar Geometria está além de simplesmente cumprir o programa curricular projetado pelo sistema de ensino. Trata-se, sim, de encaminhar o aluno ao processo de compreensão e percepção de conceitos e procedimentos que serão úteis para a vida, dentro e fora da escola.

Área e perímetro, especificamente, são conceitos geométricos que dão ênfase à análise da superfície de uma figura plana e de seu contorno, respectivamente.

> O ensino de Geometria, especificamente os conceitos de perímetro e

> área, nas séries finais do Ensino Fundamental, adquire grande importância quando percebemos como a Geometria está inserida em nosso dia-a-dia, ao nosso redor, nas formas da natureza, nos instrumentos que usamos e nos objetos que vemos e manuseamos. (VALENCIO, 2009, p. 3)

Nos conceitos e procedimentos a serem trabalhados em cada ciclo, os PCN de Ensino Fundamental trazem as noções de área, perímetro e semelhança relacionados, enfatizando seu significado. No segundo ciclo já encontramos, nos blocos 'Espaço e Forma' e 'Grandezas e Medidas', os seguintes tópicos:

> • Composição e decomposição de figuras planas e identificação de que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares.
> • Ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas. [...]
> • Cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem uso de fórmulas. (BRASIL, 1997, p. 60-61)

Observe que a noção de semelhança é abordada por meio de 'ampliação e redução de figuras planas', e tanto perímetro quanto área são inicialmente calculados 'sem uso de fórmulas', com o recurso da representação na malha quadriculada.

No terceiro ciclo devem ser abordados, segundo os PCN:

> • Composição e decomposição de figuras planas.
> • Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área). [...]
> • Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.
> • Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas. (BRASIL, 1998, p. 73-74)

Neste ciclo, são introduzidos o conceito de razão de semelhança e de equivalência de figuras planas. A ênfase é maior no cálculo da área, ainda por 'decomposição e/ou composição', sem a utilização de fórmulas.

Finalmente, no 4º ciclo, temos:

> • Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro).
> • Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações.
> • Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência).
> • Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado e construção dos gráficos cartesianos para representar essas interdependências. (BRASIL, 1998, p. 89-90)

Aqui aparecem a 'construção de conceitos e procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros', ou seja, são deduzidas as fórmulas, e também a 'análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado', o que pode ser estendido para outras figuras semelhantes.

Os PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2002) trazem, no tema 'Geometria e medidas', a unidade temática 'Geometria plana' (p. 125) que, entre outros assuntos, destaca a semelhança de figuras planas e as propriedades geométricas relativas ao conceito. Além disso, menciona o 'uso de escalas em representações planas', que é uma aplicação do conceito de semelhança.

Também na unidade temática 'Métrica' (BRASIL, 2002, p. 125), aparece a utilização de 'propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimentos, áreas e volumes'.

Constatamos assim que conceitos e procedimentos relativos a área, perímetro e semelhança de figuras planas são indispensáveis no Ensino Médio, pois são base para o estudo de Geometria Espacial.

2 Obstáculos ao processo de ensino e aprendizagem

Neste capítulo, abordaremos os resultados de algumas pesquisas sobre as dificuldades no ensino e aprendizagem de área, perímetro e semelhança.

Nessas pesquisas, encontramos dois tipos bastante distintos de obstáculos: um contemporâneo e outro de caráter histórico. O primeiro refere-se ao livro didático e à forma como os conceitos são trabalhados em sala de aula, enfatizando o despreparo do professor para o ensino de Geometria. O segundo trata do Movimento da Matemática Moderna (MMM), ocorrido na década de 1950, mas que repercute até hoje.

2.1 Sala de aula e livros didáticos

Os alunos têm apresentado muitas dificuldades e obstáculos referentes ao estudo de área e perímetro. É muito comum a troca de conceitos e a inversão de significados.

> Os alunos confundem os conceitos de área e perímetro e também se atrapalham ao resolverem atividades de cálculo de áreas, pois muitas vezes não sabem qual fórmula utilizar. Estas situações ilustram claramente a falta de conhecimento dos alunos, ou seja, eles não se apropriaram significativamente dos conceitos, em especial, o de área. Para esta apropriação é necessário colocar o aluno numa situação em que ele construa os conhecimentos por conta própria. (VALENCIO, 2009, p. 28)

Todos nós temos nossas próprias noções de espaço e de medidas, pois são indispensáveis para a organização da vida diária em qualquer sociedade. Ou seja, temos noções intuitivas de área e perímetro. Então, por que os alunos fazem tanta confusão ao estudá-los? Será que as noções que eles trazem poderiam ajudar o professor a elaborar tarefas mais significativas? Como criar situações aproveitando os conhecimentos prévios dos alunos? O problema está no conteúdo ou na forma como é ensinado? (SANTOS, 2008)

A resposta a tais questões, segundo Lima (1995), é o fato de que

> [...] o cálculo de área é usualmente ensinado através de fórmulas de área, que são funções que fornecem a medida da área, em termos do comprimento de segmentos associados à figura. Este

> procedimento é indispensável para o cálculo de áreas, mas, em sua utilização, têm sido verificadas persistentes dificuldades entre os alunos. Uma delas é a confusão entre área e perímetro; outra é a extensão indevida da validade das fórmulas de área: a área de um paralelogramo é o produto dos lados (LIMA, 1995 apud BELLEMAIN, 2002, p.27).

Isto não é diferente do que ocorre com a noção de semelhança, que pode ser abordada intuitivamente através de ampliações e reduções de figuras, com as quais os alunos geralmente têm contato, seja desenhando ou dando um 'zoom' na tela do computador. Ao introduzir termos como 'lados homólogos proporcionais', o assunto distancia-se da realidade do educando, e ele não é capaz de realizar associações, terminando por memorizar as condições para que duas figuras sejam semelhantes, ao invés de compreender o conceito de semelhança.

Com base no exposto, percebem-se algumas das dificuldades que os alunos têm encontrado, e fica evidente que é preciso esclarecer a diferença entre os conceitos de área e perímetro e atribuir significado ao conceito de semelhança. Ao mesmo tempo, os professores exigem dos alunos apenas a memorização de fórmulas e condições, o que é algo extremamente maçante e sem sentido para o educando.

O despreparo dos professores também favorece o mau desempenho dos alunos. A realidade é que muitos deles não gostam de ensinar Geometria, e outros não estão preparados para trabalhar este assunto. Isto se reflete em sala de aula.

Embora a Geometria seja de inegável utilidade prática, sua abordagem ao longo das últimas décadas vem sofrendo um progressivo abandono, culminando em descaso e tratamento puramente superficial. Muitas são as causas para esse abandono, mas as principais são: a má formação dos professores, que sem os conhecimentos de Geometria tendem a não ensiná-la, e a dependência dos livros didáticos, que em geral trazem a Geometria ao final do volume, relegando-a ao último assunto do ano letivo, quando há tempo. Além disso, a abordagem de Geometria nos livros resume-se a um conjunto de definições, propriedades e fórmulas. (LORENZATO, 1995)

"Este costume de programar a geometria para o final do ano letivo é, de outro modo, reforçado pelos livros didáticos que, pelo que pude observar, abordam esses temas quase sempre por último".(PAVANELLO, 1989, p. 6) Como consequência, a Geometria raramente é abordada, em função da 'falta de tempo', e quando o é, sua abordagem é feita às pressas, de forma superficial e mecânica, por meio da simples aplicação de fórmulas para o cálculo de áreas ou da memorização da definição de figuras semelhantes.

Pirola (2000) reafirma a formação deficitária do professor. O fato do professor de Matemática não saber Geometria faz com que ele não ensine, pelo menos de forma integral, este conteúdo. Logo, seus alunos também não o aprendem.

Talvez por tal formação deficitária, muitos professores ficam 'presos' ao livro didático. O que deveria ser um material de apoio termina por definir todo o processo de ensino e aprendizagem a ser realizado em sala de aula, do conteúdo à forma de explicar. Isto pode levar ao trabalho apenas com a aplicação de fórmulas para o cálculo das áreas e a definições distanciadas da realidade, como a de semelhança.

"Sabemos que professores de matemática, apoiados nos livros didáticos, introduzem o conceito de área como um número associado a uma superfície e rapidamente passam ao cálculo da área, utilizando fórmulas." (FACCO, 2003, p.31)

> A valorização da aprendizagem de conceitos não é uma prática facilmente encontrada na educação escolar. Há uma tendência tradicional na prática de ensino da Matemática que valoriza, em excesso, a função da memorização de fórmulas, regras, definições, teoremas e demonstrações. Como consequência, os problemas propostos, são nesse caso, mais voltados para a reprodução de modelos do que para a compreensão conceitual [...] (PAIS, 2008, p. 56)

Isso se aplica à realidade das aulas de Matemática de muitas escolas. De certa forma, não está errado memorizar fórmulas matemáticas, estudar teoremas, demonstrar ou definir, desde que haja também a compreensão dos conceitos, em especial, os de área, perímetro e semelhança.

> Definir é necessário, mas é muito menos que conceituar, porque o texto formal de uma definição só pode apresentar alguns traços exteriores ao conceito. Por exemplo, a definição de uma figura geométrica, por si só, não pode traduzir a essência do conceito correspondente. (PAIS, 2008, p. 56)

O texto acima esclarece a importância de valorizar os conceitos, porque através deles o aluno compreende melhor o que está sendo ensinado, o conhecimento em sua essência.

2.2 Movimento da Matemática Moderna

Estudos realizados por pesquisadores brasileiros, como Perez (1991) e Pavanello (1993) mostraram que, mesmo presente na grade curricular das escolas, a Geometria não vinha sendo abordada adequadamente nas salas de aula. Em 1989, Pavanello já apontava, como uma das causas, o Movimento da Matemática Moderna (MMM), e esclarecia porquê:

> [...] a orientação de trabalhar a geometria sob o enfoque das transformações, assunto não dominado pela grande maioria dos professores secundários, acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer abordagem, passando a trabalhar predominante a álgebra – mesmo porque, como a Matemática Moderna fora introduzida através desse conteúdo, enfatizara sua importância. (PAVANELLO, 1989, p. 164-165)

Passos (2000) também afirma que muitas pesquisas realizadas nas últimas décadas do século XX destacaram o MMM como uma das causas para o 'esvaziamento' do ensino da Geometria.

Pereira (2001) analisou oito pesquisas (seis dissertações e duas teses) que abordavam o abandono do ensino da Geometria no Ensino Básico, realizadas de 1988 a 2000. Destas, cinco apontavam como possível causa deste abandono "as lacunas deixadas pelo MMM" (PEREIRA, 2001, p. 56).

Segundo Nasser e Tinoco (2001), o MMM impôs à Matemática um "caráter puramente estruturalista", distante da realidade do saber escolar. Houve então um abandono do ensino de Geometria, pois nem os professores, nem os alunos, estavam preparados para fazer demonstrações nesta área em sala de aula, como preconizava o MMM.

Com esse movimento, houve um direcionamento maior ao ensino da Álgebra, podendo-se mesmo afirmar que, não só no Brasil, o ensino da Geometria foi posto em segundo plano. (ARBACH, 2002)

Morelatti (2006) lamenta as lacunas deixadas pelo MMM.

> Com o movimento da Matemática Moderna, a partir de 1950, o

> ensino da matemática passou a enfatizar o simbolismo e a exigir dos alunos grandes abstrações, distanciando a matemática da vida real. O que se percebe é que o aluno formado por este currículo aprendeu muito pouco de Geometria e não consegue perceber a relação deste conteúdo com sua realidade. Por outro lado, o professor que não conhece Geometria não consegue perceber a beleza e a importância que a mesma possui para a formação do cidadão. A Geometria estimula a criança a observar, perceber semelhanças, diferenças e a identificar regularidades. (MORELATTI, 2006, p. 263)

A partir deste trecho de Morelatti, pode-se inferir que a maioria dos professores que hoje leciona Matemática foi um "aluno formado por este currículo", que "aprendeu muito pouco de Geometria". Assim, a não ser que sua formação no curso de Licenciatura tenha sanado tais dificuldades, tornou-se um "professor que não conhece Geometria", portanto não vê razão em ensiná-la.

Este é um desdobramento das lacunas deixadas pelo MMM: o antigo aluno, que hoje é professor, tende a reproduzir o ensino que teve, perpetuando a valorização da Álgebra em detrimento da Geometria.

3 Proposta de ensino e aprendizagem

Neste capítulo, será brevemente explicada a Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel, e de que forma ela norteia nossa proposta.

Justificaremos, também teoricamente, o uso do geoplano e do *Geogebra* como materiais de apoio em atividades que estimulem a ocorrência da aprendizagem significativa. A escrita da seção 3.1 teve como principais referências os artigos de Tavares (2007), Moreira (2008), Albino (2008), Santos (2009) e Schirlo (2011).

3.1 Fundamentação teórica

> Se eu tivesse que reduzir toda psicologia educacional a um único princípio, diria isto: O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos. (AUSUBEL, 1980, p. viii apud TAVARES, 2007, p. 1)

Para compreender a Teoria da Aprendizagem Significativa proposta por David Ausubel (1918-2008), é necessário esclarecer alguns conceitos.

Em primeiro lugar, a *estrutura cognitiva* de uma pessoa é o conjunto de todos os saberes que ela já possui. Isso inclui ideias, conceitos e relações entre eles. Na citação acima, é 'aquilo que o aprendiz já conhece'.

Os conceitos que fazem parte de uma estrutura de conhecimento específica, ou seja, sobre um determinado assunto, são chamados de *subsunçores*. Em nosso trabalho, partimos do pressuposto de que os alunos já traziam os conceitos de área, perímetro e semelhança. Estes eram os subsunçores do aprendiz, 'o que ele sabe'.

Seguindo a orientação da citação, para 'descobrir o que eles sabiam' sobre área, perímetro e semelhança, foi realizado um teste de sondagem sobre estes conceitos.

Ausubel menciona também tipos de aprendizagem que se opõem, por exemplo: por recepção × por descoberta; mecânica (ou *automática*) × significativa.

A aprendizagem por recepção se dá quando um resultado final é apresentado 'pronto' ao aprendiz, cabendo a ele apenas a tarefa de incorporá-lo à sua estrutura cognitiva. Na aprendizagem por descoberta, o educando é levado, por meio de alguma estratégia, a estabelecer ele próprio o resultado. Em nossas atividades, a relação entre as áreas de figuras semelhantes não era apresentada ao aluno. Ele foi levado, por meio de exercícios, a fazer comparações e deduzir, ele mesmo, tal relação. Tratou-se, portanto, de uma aprendizagem por descoberta.

A diferença entre a aprendizagem mecânica e a significativa, de acordo com o autor, é que na segunda, os conhecimentos a serem aprendidos ancoram-se em subsunçores, estabelecendo novas relações ou modificando as já existentes na estrutura cognitiva do educando. Na aprendizagem mecânica, por outro lado, o novo conhecimento fica 'solto' na estrutura cognitiva, não se relacionando a ideias preexistentes.

> A aprendizagem automática, por sua vez, ocorre se a tarefa consistir de associações puramente arbitrárias, como na associação de pares, quebra-cabeça, labirinto, ou aprendizagem de séries e quando falta ao aluno o conhecimento prévio relevante necessário para tornar a tarefa potencialmente significativa, e também (independentemente do potencial significativo contido na tarefa) se o aluno adota uma estratégia apenas para internalizá-la de uma forma arbitrária, literal (por exemplo, como uma série arbitrária de palavras). (AUSUBEL, 1980, p. 23 apud SANTOS, 2009, p. 55)

Observe-se aqui que Ausubel não descarta a necessidade da aprendizagem mecânica para, por exemplo, introduzir conceitos com os quais a pessoa nunca teve contato. Para ensinar vocabulário em inglês a alguém que não conhece uma palavra do idioma, é necessário lançar mão da aprendizagem mecânica: não há ideias-âncora sobre as quais o novo conhecimento pode ser construído. Este tipo de aprendizagem aparece em geral fortemente relacionado à memorização.

A aprendizagem significativa *pode* ocorrer sempre que o educando traz, em sua estrutura cognitiva, ideias-âncora, mesmo que não estejam totalmente corretas.

O novo conhecimento, se aprendido significativamente, tratará de aperfeiçoá-las.

Sempre que ocorrer a interação entre ideias preexistentes e o novo conhecimento, a aprendizagem é significativa, no sentido de que este novo conhecimento adquire significado para quem o aprende.

Para que a aprendizagem seja significativa, porém, também é necessário que a pessoa esteja disposta a aprender desta forma. O professor muitas vezes se esforça para explicar ao aluno 'de onde veio' uma fórmula para o cálculo de área, mas ele simplesmente opta por memorizá-la, 'desperdiçando' a oportunidade de aprender com significado. Em geral, quando associações não são feitas, o conteúdo é rapidamente esquecido: não há *retenção*.

Outra condição para que ocorra a aprendizagem significativa é que o material utilizado seja elaborado de forma a propiciá-la, isto é, seja *potencialmente significativo*. Aqui pecam, muitas vezes, os livros didáticos, que apresentam resultados 'mastigados', desvinculados da realidade, prontos para ser memorizados, sem dar ao aluno a chance de atribuir significado ao novo conhecimento. É quase sempre estimulada a aprendizagem mecânica, que o professor, sem perceber, reproduz em suas aulas ao 'acompanhar o livro didático', tanto no conteúdo quanto na forma de explicar. O aluno acostuma-se então a 'receber tudo pronto', chegando a um ponto em que de fato rejeita a aprendizagem significativa, por ser 'mais trabalhosa'. Cria-se aí um círculo vicioso: o aluno aprende mecanicamente, e o professor só exige dele a resolução de questões mecânicas, pois foi a forma pela qual ensinou.

No presente trabalho, foram preparados roteiros escritos para utilização dos recursos instrucionais, a fim de criar materiais potencialmente significativos para os educandos.

Iniciamos com um teste de sondagem, para investigar a presença dos subsunçores. Em seguida, houve a aplicação da Lista 1, para ser resolvida com o uso do geoplano, na intenção de promover a aprendizagem significativa dos conceitos de área, perímetro e semelhança, que em geral são aprendidos mecanicamente, como mostram as pesquisas citadas no Capítulo 2.

A Lista 2 introduziu o *software Geogebra* e seus principais comandos, necessários à aplicação da última atividade. Acreditamos que aqui tenha ocorrido a aprendizagem mecânica, uma vez que ainda não havia subsunçores suficientes para a 'ancoragem' dos novos conhecimentos. Porém, o resultado desejado foi alcançado: os alunos conseguiram utilizar o *software* na resolução das questões da Lista 3.

Na Lista 3, através de exercícios com o uso do *Geogebra*, os alunos foram encaminhados à dedução de algumas fórmulas para o cálculo de áreas, que na maioria das vezes são memorizadas. Também deduziram a relação entre as áreas de figuras planas semelhantes, raramente mencionada no Ensino Fundamental, mas essencial ao estudo de troncos e de sólidos semelhantes.

Supondo que houvesse interesse dos participantes e que o material fosse potencialmente significativo, como saber se de fato ocorreu a aprendizagem significativa? Para Ausubel,

> [...] a aprendizagem significativa ocorre quando a tarefa de aprendizagem implica relacionar, de forma não arbitrária e substantiva (não literal), uma nova informação a outras com as quais o aluno já esteja familiarizado, e quando o aluno adota uma estratégia correspondente para assim proceder. (AUSUBEL, 1980, p. 23 apud SANTOS, 2009, p. 55)

Ser "não-arbitrária" significa existir uma relação lógica e clara entre a nova informação e outras já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

A "substantividade" do aprendizado significa que o aprendiz apreendeu o sentido, o significado da nova informação. Ele é capaz não só de expressá-lo com suas próprias palavras, como também de reconhecê-lo quando escrito de forma diferente daquela pela qual aprendeu.

O uso adequado de materiais de apoio pode facilitar a aprendizagem significativa, conforme veremos nas próximas seções. Além disso, o relato e a análise da validação das atividades deixarão claro que houve esse tipo de aprendizagem, pois os alunos foram capazes de aplicar seus conhecimentos de área, perímetro e semelhança em um contexto diferente do que lhes foi apresentado.

3.2 Material de apoio

O uso de material de apoio na sala de aula pode contribuir para a aprendizagem dos alunos. Sendo manipulável, possibilitará aos mesmos comparar, deduzir e fazer possíveis conjecturas de situações abstratas, fortalecendo sua compreensão sobre os assuntos.

"[...] as pesquisas sugerem um método inovador com uma abordagem mais interessante ao aluno proporcionando assim, na manipulação de materiais concretos ou no uso de recursos computacionais, a construção dos conceitos de forma mais significativa." (SANTOS, 2008, p. 27)

Com os avanços das tecnologias de informação, percebe-se a importância do uso do computador na educação, podendo tornar-se uma excelente ferramenta no que diz respeito à construção do conhecimento, fazendo com que o mesmo tenha significado.

Formas tradicionais de ensino de área e perímetro limitam os professores, bloqueando o pensamento inovador, ficando a prática restrita a um conjunto de definições, propriedades e fórmulas. Esta dificuldade poderia ser sanada através de uma efetiva formação continuada, que capacitaria o professor a abrir seu leque de dinâmicas para o ensino de área e perímetro.

Segundo os PCN (BRASIL, 1997),

> Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho. (BRASIL, 1997, p. 24)

Não basta apenas ter a sala cheia de computadores, se o professor não tiver o objetivo de utilizá-los de maneira que possa conduzir o educando à construção do conhecimento, através do desenvolvimento de atividades que permitam aos alunos interagirem em um ambiente mais interessante.

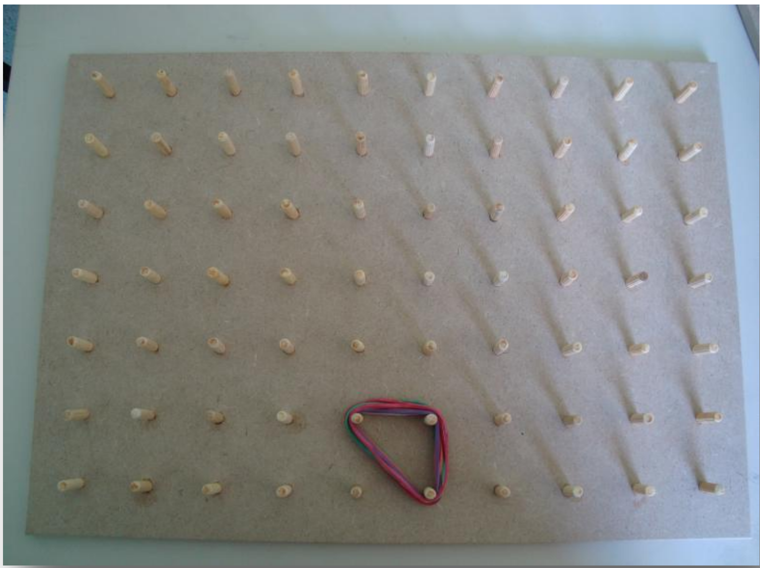
Utilizar materiais de apoio não é sinônimo de sucesso, nem de aprendizagem significativa. Seu (bom) uso está associado à concepção que o professor tem a respeito e à forma pela qual ele conduz o trabalho em sala de aula.

É preciso pesquisar sobre o material mais adequado a determinado assunto ou faixa etária, e elaborar um roteiro para sua utilização em sala, a fim de que o trabalho não se perca.

Em nossas pesquisas, encontramos fortes referências ao uso do geoplano e do *Geogebra* no estudo de áreas e perímetros de figuras planas. Por isso, estes foram os recursos escolhidos por nós.

3.2.1 Geoplano

Ilustração 1 – Figura: Geoplano retangular utilizado nas atividades



Fonte: Autores.

Os geoplanos são tabuleiros quadrados, retangulares ou circulares que levam pregos ou pinos em determinada distribuição, para que se possam prender elásticos. A palavra *geoplano* vem do inglês “geoboards” ou do francês “geoplans”, onde “geo” vem de geometria e plano, de tábua ou tabuleiro, ou superfície plana.

O geoplano é um recurso didático-pedagógico dinâmico e manipulativo, ou seja, nele se pode construir, movimentar e desfazer. Contribui para explorar problemas geométricos, possibilitando a verificação de conjecturas e podendo-se registrar o trabalho no papel quadriculado. Além disto, o geoplano facilita o desenvolvimento dos conceitos de simetria, reflexão, rotação e translação, perímetro e área.

No geoplano utilizam-se elásticos, de preferência de cores variadas, que tornam o material mais alegre e divertido.

O geoplano é um meio, uma ajuda didática, que oferece um apoio à representação mental e uma etapa no caminho da abstração, proporcionando uma experiência geométrica aos estudantes, lembrando sempre que um recurso didático por si só não representa todo o ensino. O professor deve, no decorrer dos trabalhos, ir questionando, complementando , assessorando o processo de redescoberta, em nosso caso específico, dos conceitos de área, perímetro e semelhança.

O geoplano pode ser utilizado pelo professor, à frente da turma, ou individualmente por cada aluno. O trabalho individual proporciona aos estudantes elaborar as ideias segundo o seu próprio ritmo. Nesse caso, o papel do professor deve ser de condutor ou guia. Deve orientar o trabalho dos estudantes no geoplano e guiar as observações para que eles encontrem todas as possibilidades do caso, nos deslocamentos dos elásticos, chegando à descoberta de relações.

Sobre as limitações do geoplano observamos, ao elaborar as atividades, que não seria possível construir qualquer tipo de figura plana. Como utilizamos um geoplano em que as distâncias entre os pinos eram iguais na vertical e na horizontal, só poderiam ser construídos polígonos cujos ângulos internos fossem de 45, 90 ou 135 graus, por causa da posição dos pinos em relação uns aos outros.

Utilizar um geoplano de dimensões maiores pode facilitar a manipulação e a visualização do que está sendo construído. O único problema de trabalhar com esse tipo de geoplano está relacionado ao seu deslocamento, pois levar uma quantidade considerável de geoplanos de um lugar para o outro dá muito trabalho, por conta do seu peso e tamanho. Por outro lado, quanto menor o geoplano, mais fácil transportá-lo, e pior para o aluno manipular e visualizar as construções.

3.2.2 Geogebra

Com a evolução da informática e o acesso facilitado aos computadores, verifica-se uma ampla possibilidade de aplicação dessa poderosa ferramenta à educação. A informática, através dos seus softwares educativos, permite um aprendizado dinâmico e mais participativo por parte dos alunos, evidenciando no discente a figura central do processo ensino e aprendizagem.

O computador pode auxiliar a construção do conhecimento e a compreensão de conceitos. Existem softwares que contribuem mais (ou menos) para essa compreensão (software aberto ou fechado). No entanto, a criação de um ambiente de aprendizagem que favoreça a construção do conhecimento e o desenvolvimento de habilidades de pensar, necessárias ao cidadão atual, não depende somente do software escolhido, mas sim do professor e da metodologia utilizada por ele.

O desenvolvimento de projetos de trabalho utilizando o computador permite uma aprendizagem por meio da participação ativa dos alunos. Permite ainda, a vivência de situações-problema, a reflexão sobre elas e a tomada de decisão. Ao educador compete resgatar as experiências do aluno, auxiliá-lo na identificação de problemas, nas reflexões e na caracterização dessas reflexões em ações. Desta forma, espera-se que o aluno seja capaz de aprender a aprender, de realizar aprendizagem significativa de conceitos geométricos, desenvolvendo autonomia para o aprendizado. (MORELATTI, 2006)

O *Geogebra* é um *software* de matemática dinâmica que agrega geometria, álgebra e cálculo. Foi desenvolvido para aprender e ensinar matemática nas escolas por Markus Hohenwarter e uma equipe internacional de programadores.

O *Geogebra* permite, por exemplo, traçar um polígono qualquer e obter seu perímetro e sua área. Seu pano de fundo é o plano cartesiano, que pode ser utilizado ou não, dependendo do assunto a ser estudado. Em nosso caso, apenas desenhamos quadriláteros e calculamos perímetro e área.

Foram preparadas telas de acordo com a questão, para que o aluno interagisse com o *software* e tirasse suas próprias conclusões. Também o utilizamos para justificar as fórmulas para o cálculo da área de alguns quadriláteros.

Nesse trabalho, se observou que, mesmo sendo um software excelente, o *Geogebra* apresenta uma limitação no cálculo de áreas, realizando aproximações indevidas, e até mesmo exibindo o valor incorreto da área, por exemplo, de um quadrado. Nossa suspeita é que, por ter o plano cartesiano como base, a distância entre pontos seja calculada por meio da fórmula conhecida em geometria analítica. Isto pode levar a imprecisões caso as coordenadas dos pontos não tenham valores racionais. Fizemos um teste e observamos que, quando as coordenadas dos pontos têm valores inteiros, não houve problemas no cálculo da área.

4 Metodologia de pesquisa

Yin (2010, p. 28-29), afirma que o estudo de caso é adequado como metodologia de pesquisa quando: as questões são do tipo "como" ou "porquê", o investigador tem pouco controle sobre os acontecimentos (inclusive os resultados) e o objeto da pesquisa é um fenômeno atual, estudado no contexto da vida real. É diferente, por exemplo, de uma pesquisa realizada em laboratório, onde as condições são controladas, os sujeitos estão distantes de seu ambiente natural e há certa previsão dos resultados.

Nossas questões de pesquisa abordam **como** o uso de material de apoio pode contribuir para o resgate significativo de conceitos e procedimentos relativos a área, perímetro e semelhança de figuras planas, bem como para a dedução da relação entre as áreas de figuras semelhantes.

Ao iniciar a proposta de ensino e aprendizagem, não havia como prever de que forma se daria o processo de aplicação ou quais seriam seus resultados.

Tínhamos mais dúvidas do que certezas, principalmente em relação ao trabalho com o geoplano, pois não sabíamos se os alunos iriam gostar, ou se achariam 'bobo', por ser um material concreto. Quanto às atividades com o uso do *Geogebra*, poderia haver dificuldades na resolução das questões, nos comandos do *software*, etc.

Nosso objeto de pesquisa é um fenômeno atual, pois apesar de existirem há tempos, as dificuldades no ensino e aprendizagem de conceitos e procedimentos referentes a perímetro, área e semelhança de figuras planas ainda persistem. O uso de material de apoio também se faz cada vez mais presente, como atestam as pesquisas citadas no referencial teórico.

O ambiente de realização da pesquisa foi o mais real possível. Dizemos isto porque, apesar de não ser um ambiente 'controlado', sabemos que a maioria das escolas públicas não dispõe de um laboratório de informática como o utilizado na segunda parte das atividades. Nesse caso, o professor poderia usar um computador conectado a um projetor multimídia para manipular os arquivos do *Geogebra*, e os alunos acompanhariam respondendo as questões na folha de papel.

O público alvo desta pesquisa são alunos que já estudaram perímetro, área e semelhança de figuras planas. A rigor, de acordo com o currículo preconizado pelos PCN, as atividades poderiam ser aplicadas a qualquer estudante que já tivesse concluído o Ensino Fundamental. Porém, tendo em vista a situação já comentada do ensino de Geometria no EF, muitas vezes os alunos terminam o quarto ciclo com fracas noções de área, perímetro e semelhança de figuras planas. Por isso, recomendamos que as atividades sejam aplicadas a alunos de Ensino Médio. Em particular, podem ser bastante interessantes para estudantes do 3º ano, já que a Geometria Plana é assunto frequente de questões do ENEM e de outros exames de vestibular (Anexo A).

A validação de nossa proposta foi realizada com um grupo de estudantes recém-saídos do Ensino Médio, que iniciavam o primeiro período de um curso de Licenciatura em Matemática. Todos eram egressos de escolas públicas, o que nos aproximou bastante da realidade. O fato de terem na Matemática sua área de preferência pode ser visto sob dois ângulos. Se por um lado houve um interesse 'natural' pelas atividades que foram aplicadas, por outro, as lacunas ou dificuldades demonstradas no assunto não foram resultantes de falta de estudo ou desinteresse, mas do real descaso com o ensino da Geometria no Ensino Básico. Ainda podemos pensar assim: se alunos que têm afinidade com a área enfrentam obstáculos na aprendizagem dos assuntos objeto da pesquisa, que dizer dos que não têm? Se a proposta surtiu o efeito esperado no grupo de validação, pode precisar de alguns ajustes, como uma revisão de prerrequisitos ou um tempo maior para sua aplicação, a fim de alcançar o mesmo resultado com alunos cuja preferência não seja a Matemática.

Além disso, segundo Yin (2010, p.40), um estudo de caso é uma *investigação feita em uma situação particular*, conduzida de forma a descobrir as características mais importantes do objeto estudado que contribuam para a sua compreensão global (do objeto). Assim, não há problema nas particularidades mencionadas, uma vez que nosso objeto de estudo é a contribuição do uso de material de apoio, e acreditamos que as reações do grupo escolhido possibilitaram a descoberta de características importantes para que tal uso seja bem sucedido.

Por todas as considerações dos parágrafos anteriores, podemos dizer que nossa metodologia de pesquisa foi realmente o estudo de caso.

Também nos chamou a atenção uma das características desejáveis do pesquisador do estudo de caso, que é a capacidade de aproveitar situações imprevistas e revertê-las a seu favor, por "não estar afetiva e intelectualmente comprometido com os resultados que possa vir a encontrar." (YIN, 2010, p. 95)

Durante o teste exploratório, fomos capazes de ouvir as críticas sobre as atividades e ponderar sobre elas com os participantes. Não tentamos 'defender' nosso trabalho, como poderia acontecer caso estivéssemos afetivamente envolvidos.

Após, analisamos cada questão e modificamos vários enunciados, explorando novos aspectos surgidos durante a aplicação. Isto demonstra que tivemos o distanciamento necessário, segundo Ponte (2006, p. 8):

> Na verdade, para se descobrir aspectos novos, escondidos, de uma dada situação, é essencial um distanciamento e uma capacidade de interrogar de modo muito livre os acontecimentos.

A análise crítica e o constante debate sobre as situações nos levou, também, a modificar a maneira de explicar o desenvolvimento de algumas questões, nas quais os alunos demonstraram sentir mais dificuldade.

"O estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes." (YIN, 2010, p. 39)

Apesar de seu empirismo, este tipo de investigação não é intervencionista. Não se pretende modificar a situação, mas sim compreendê-la. Não temos a pretensão de suprir todas as deficiências de conceitos e procedimentos sobre área, perímetro e semelhança, apenas com a aplicação desta proposta. A finalidade das atividades é, antes de tudo, utilizar o material de apoio a fim de propiciar o resgate e a reflexão sobre tais assuntos, e analisar sua contribuição para que os alunos sejam capazes de fazê-lo de forma significativa.

> Na verdade, um estudo de caso pode ter um profundo alcance analítico, interrogando a situação, confrontando-a com outras situações já conhecidas e com as teorias existentes. Pode assim ajudar a gerar novas teorias e novas questões para futura investigação. (PONTE, 2006, p. 8)

O fato de ser uma investigação empírica não a exime de ter forte referencial teórico, como afirma Ponte (2006).

> Um estudo de caso pode com vantagem apoiar-se numa orientação teórica bem definida; além disso, pode seguir uma perspectiva interpretativa, que procura compreender como é o mundo do ponto de vista dos participantes ou uma perspectiva pragmática, tendo em vista proporcionar uma perspectiva global, tanto quanto possível completa e coerente do objeto de estudo. (PONTE, 2006, p. 1)

Por isso, buscamos referenciais teóricos que apoiassem nossa pesquisa. Acreditamos também ter seguido uma perspectiva interpretativa ao analisar o processo de aplicação das atividades, e uma perspectiva pragmática ao interpretar os resultados obtidos com o uso do material de apoio.

Nossa intenção com esta pesquisa não é chegar a conclusões 'fechadas' sobre o uso de material de apoio, mas sim apontar características que tornem este uso mais proveitoso nos assuntos em questão, suscitando novas pesquisas sobre a possibilidade de sua utilização no processo de ensino e aprendizagem de outros temas.

> Deste modo, num estudo de caso não faz sentido formular conclusões sob a forma de proposições gerais. Poderá haver, isso sim, a formulação de *hipóteses de trabalho* a testar em novas investigações. Além disso, parte da tarefa de pensar em que medida certos aspectos se podem ou não aplicar a outros casos fica a cargo dos leitores que deles têm um conhecimento mais direto, ou seja, tem lugar a *generalização pelo próprio leitor* (Merriam, 1988). Não devemos menosprezar o fato que muito do valor dos estudos de caso deriva das questões que ajudam a levantar. Na verdade, a importância da investigação educacional tem muito a ver com as questões que coloca e não apenas com as respostas que formula (Nóvoa, 1991; Yin, 1984). (PONTE, 2006, p. 16)

Para Yin (2010), os estudos de caso podem ser explanatórios (ou causais), descritivos ou exploratórios. (YIN, 2010, p. 43) Nossa pesquisa se enquadra no estudo de caso explanatório, pois não pretendemos investigar porque os alunos têm dificuldades, nem descrevê-las apenas, mas sim analisá-las e propor uma alternativa à prática existente, que seria o uso de material de apoio no resgate de conceitos e procedimentos relativos a área, perímetro e semelhança, a fim de que adquiram significado para o aluno.

De acordo com Ponte (2006, p. 12),"[...] um estudo de caso produz sempre um conhecimento de tipo particularístico [...].".

> Em síntese, os estudos de caso *não se usam quando se quer conhecer propriedades gerais de toda uma população*. Pelo contrário, usam-se para compreender a especificidade de uma dada situação ou fenômeno, para estudar os processos e as dinâmicas da prática, com vista à sua melhoria, ou para ajudar um dado organismo ou decisor a definir novas políticas, ou ainda para formular novas teorias. *O seu objetivo fundamental é proporcionar uma melhor compreensão de um caso específico e ajudar a formular hipóteses de trabalho sobre o grupo ou a situação em causa*. (PONTE, 2006, p.17)

5 Teste exploratório

5.1 Material elaborado

Em um primeiro momento, foi realizado um teste de sondagem a fim de verificar se os alunos traziam, em sua estrutura cognitiva, os conceitos de área, perímetro e semelhança (subsunçores), necessários à aplicação de atividades tendo em vista a aprendizagem significativa.

Em seguida, foi aplicada a Lista 1, para ser feita com o auxílio do geoplano. A Lista 2 servia para introduzir o *software Geogebra* e os comandos que iríamos utilizar. Por último, havia a Lista 3, para ser feita com o auxílio do *Geogebra*, em arquivos preparados para este fim.

O teste de sondagem e as Listas estão disponíveis no **Apêndice A**. As telas do *Geogebra*, no **Apêndice C**.

5.2 Dinâmica e resultados

Este Teste Exploratório teve por objetivo observar como ocorreu a aprendizagem de áreas e perímetros de polígonos específicos, a saber, triângulos, retângulos, losangos, quadrados e trapézios, bem como de semelhança, para um grupo de professores de Matemática em formação. Ele foi aplicado a dois períodos do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense, a fim de verificar seus conhecimentos a respeito de área, perímetro e semelhança de figuras planas e colher contribuições para a melhoria das atividades. No decorrer da aplicação deste Teste Exploratório, houve quatro momentos. Em dois deles, os participantes puderam interagir com o geoplano ou com o computador (*software Geogebra*).

No primeiro momento (Teste de sondagem), foi realizado um teste sobre o conteúdo a ser abordado, para diagnosticar a apreensão de conceitos básicos que eles deveriam ter para chegar a determinadas conclusões.

Em um segundo momento (Lista 1), eles, a partir do manuseio do geoplano e da interação com o mesmo, realizaram as atividades propostas. A partir daí, conheceram outra maneira de aprender o conceito de área e perímetro de vários polígonos diferentes, através da decomposição de figuras, sem o auxílio de fórmulas.

Em um terceiro momento (Lista 2), foi realizado o reconhecimento do software *Geogebra*, para que os participantes pudessem dominar as ferramentas que seriam usadas na atividade seguinte (Lista 3).

No quarto a último momento (Lista 3), trabalhamos com atividades que envolviam áreas de figuras planas (triângulos e quadriláteros) no *software Geogebra*, para que os alunos compreendessem, com significado, as fórmulas de área destas figuras. No final da Lista 3, foi dado um questionário para que os professores em formação respondessem e dessem sugestões que viessem contribuir para o melhoramento do trabalho.

Foram utilizados dois dias para a realização do Teste exploratório, onde, em cada dia, o tempo de duração da realização das atividades propostas foi de duas horas.

No dia 24 de março de 2011, iniciamos a aplicação do Teste Exploratório, no horário de 13h as 15h, na sala 203 bloco F, com cinco alunos do 5º e 7º períodos do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense (Ilustração 2).

Ilustração 2 – Figura: Teste Exploratório

Fonte: autores.

A primeira atividade aplicada neste Teste Exploratório foi o Teste de Sondagem, com quatro questões, que permitiria verificar os conhecimentos prévios dos participantes sobre área, perímetro e semelhança.

Na 1ª questão do Teste de Sondagem (Ilustração 3), havia 4 itens para serem respondidos pelos participantes. Em cada um, havia uma frase que deveria ser completada com as palavras "área" ou "perímetro". Três pessoas acertaram o 1º item, quatro acertaram o 2º, três o 3º e todos acertaram o 4º. Nesta questão houve um bom número de acertos por itens respondidos, pois não houve dúvida ou ambiguidade na questão ou nos itens.

Ilustração 3 – Figura: Teste Exploratório – Teste de Sondagem – Questão 1

1) Complete as lacunas das frases abaixo com "o perímetro" ou "a área", de acordo com a situação.

a) Para calcular a quantidade de arame farpado necessária para cercar um terreno, preciso saber _______________ do terreno.

b) Para calcular a quantidade de ladrilhos necessária para forrar a parede de uma cozinha, preciso saber _______________ da parede.

c) Para reservar espaço para um quadro a ser pendurado na parede, preciso saber _______________ do quadro.

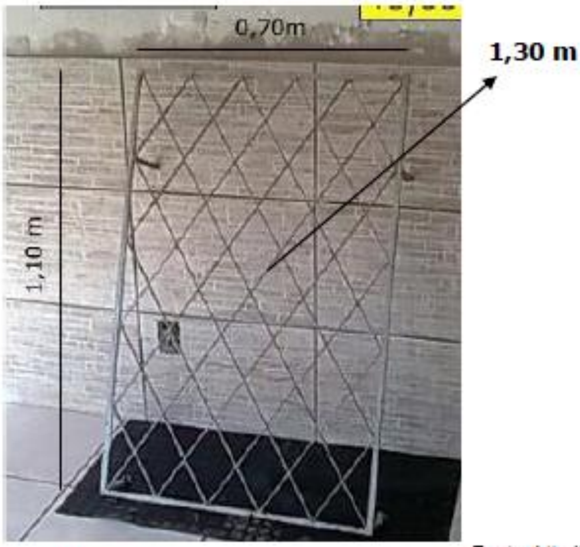
d) Para comprar um cinto, preciso saber _______________ da cintura.

Fonte: autores.

Na 2ª questão do Teste de Sondagem (Ilustração 4, próxima página), havia 3 itens para serem respondidos pelos participantes. No 1º item, não houve acertos, pois dois deixaram em branco e três erraram (sendo que um usou o conceito de área no lugar de perímetro para resolver o item). Ninguém acertou o 2º item, pois quatro deixaram em branco e um errou. No 3º item, dois acertaram todas as possíveis respostas, sendo que, dos outros três, dois colocaram "quadrado" como resposta e um não mencionou o losango. Nesta questão, houve um grande número de erros por itens respondidos. Acreditamos que eles não estavam acostumados com questões contextualizadas em Geometria. Este é o resultado de apenas decorar fórmulas, ao invés de compreender conceitos: quando se pede algo diferente do usual, a pessoa não consegue resolver. Isto prova, mais uma vez, que de nada adiantam fórmulas e equações, se não sabemos para que servem, nem quando devem ser utilizadas.

Ilustração 4 – Figura: Teste Exploratório – Teste de Sondagem

2) A figura abaixo é de uma grade de ferro para janela, colocada à venda na internet.



Fonte: http:\\cidaderiodejaneiro.olx.br

a) Qual foi a quantidade de ferro utilizada para confeccionar a grade?

b) Vou comprar a grade para colocar em uma janela que tem 10 cm a menos de largura e 10 cm a menos de altura que a grade. Se eu quiser fazer uma tela "mosquiteiro" para cobrir a janela onde a grade será colocada, que quantidade de tela terei que comprar?

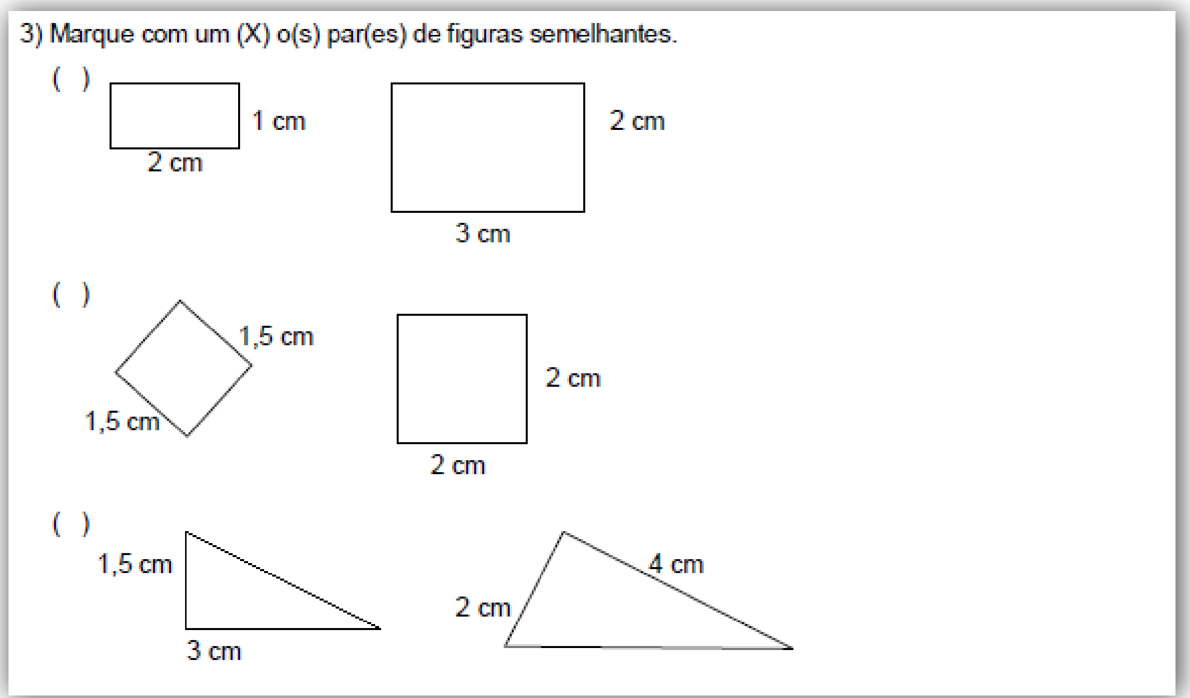
c) No desenho da grade há vários polígonos. Dê o nome de todos os que você conseguir visualizar.

____

Fonte: autores.

Na 3ª questão do Teste de Sondagem (Ilustração 5, página seguinte), havia 3 itens, onde o participante deveria marcar a opção que apresentasse duas figuras semelhantes. Duas pessoas acertaram o 1º item, uma deixou em branco e duas erraram. O resultado do 2º Item foi idêntico ao do primeiro. Ninguém acertou o 3º Item, pois uma pessoa deixou em branco e quatro erraram. Nesta questão houve também um grande número de erros por itens respondidos, pois acredito que eles não se lembraram do conceito de figuras semelhantes, havendo assim dúvida sobre como resolver a questão, verificando qual(ais) era(m) os pares de figuras semelhantes. Nesta questão e na 4ª, não havia a representação de ângulos retos, e nós tivemos que colocá-la. Isto foi corrigido para a aplicação da atividade.

Ilustração 5 – Figura: Teste Exploratório – Teste de Sondagem – Questão 3

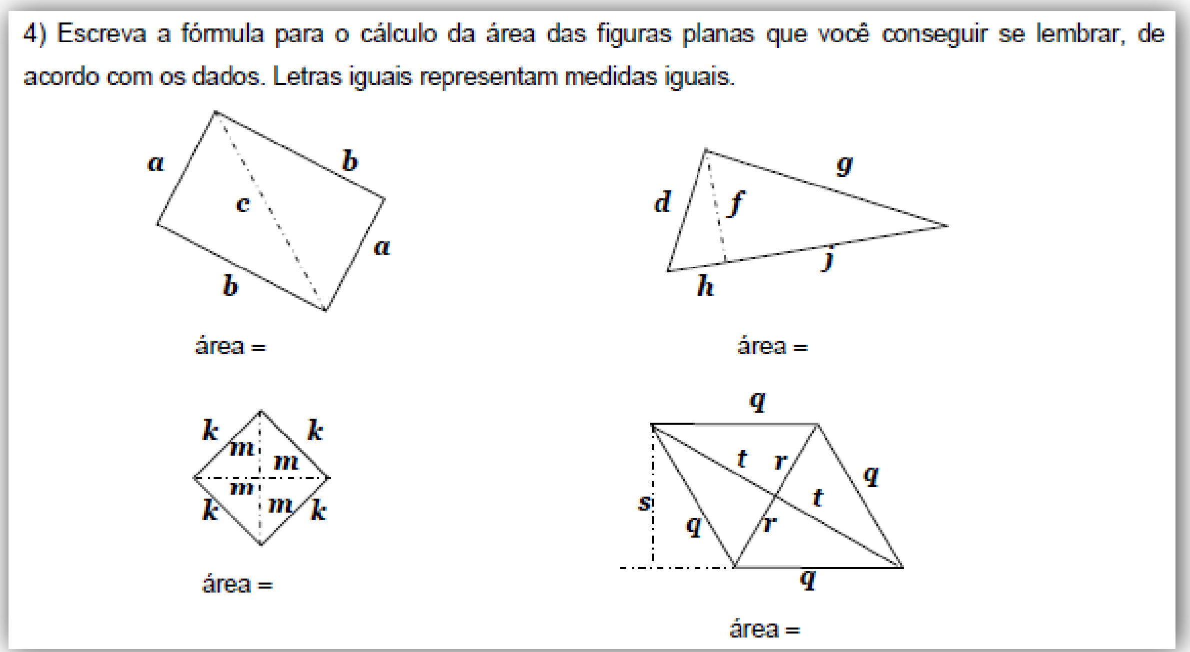


Fonte: autores.

Na 4ª questão do Teste de Sondagem (Ilustração 6, próxima página) havia 4 itens para serem respondidos pelos participantes, nos quais eles teriam que determinar a área de cada figura cujas medidas já eram dadas.

No 1º item, cuja figura é um retângulo, uma pessoa errou e quatro acertaram. No 2º item, cuja figura é um triângulo retângulo, duas pessoas erraram, uma deixou em branco e duas acertaram. No 3º item, cuja figura é um quadrado, uma pessoa errou e quatro acertam. No 4º item, cuja figura é um losango, uma pessoa acertou e quatro deixaram em branco. Nesta questão, os itens que tiveram um bom número de acertos foram aqueles que falavam em área de retângulos e de quadrados, pois são áreas mais usadas. Os itens que tiveram poucos acertos foram aqueles que falavam no cálculo da área do triangulo retângulo e do losango, que são áreas de figuras menos usadas pelos alunos.

Ilustração 6 – Figura: Teste Exploratório – Teste de Sondagem – Questão 4



Fonte: autores.

Nesta questão, tivemos que colocar ângulos retos em algumas figuras. Foram colocados a mão por nós, e tivemos que acrescentar para a aplicação. Também acrescentamos lacunas ao lado de cada palavra "área", para que ali fossem colocados os valores das mesmas, e indexamos cada figura com um item. Talvez a quantidade de erros mencionados nos dois últimos itens possa ser explicada, também, pela mudança das letras usuais por outras, diferentes. Por se recordarem apenas das fórmulas baseados nas letras usuais e por não se lembrarem de seu significado, não conseguiram fazer a mudança das letras usuais pelas dadas.

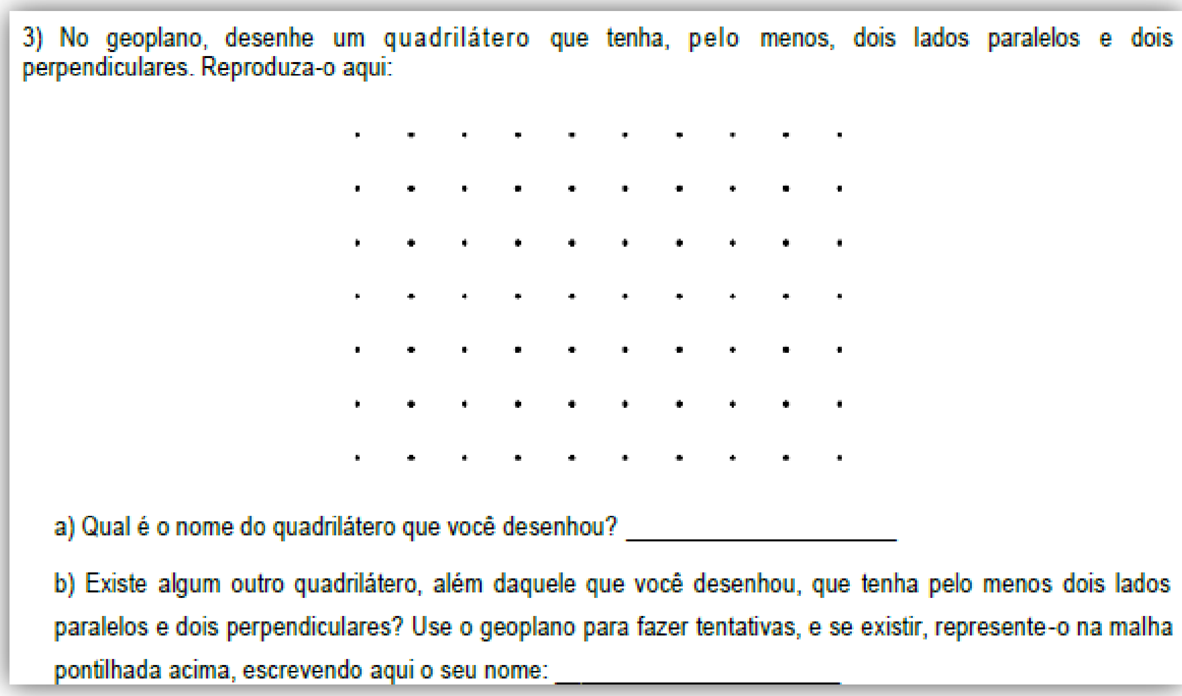
A segunda atividade aplicada neste Teste Exploratório foi a Lista 1, com seis questões, que permitiria rever, através do manuseio do geoplano e da interação com o mesmo, os conceitos de área, perímetro e semelhança. A partir daí, eles teriam contato com outra maneira de aprender os conceitos de área, perímetro e semelhança de figuras planas.

A questão 1 da Lista 1 foi uma atividade que permitiu a interação entre os participantes e o geoplano, pois os mesmos não conheciam esse material manipulável. A ideia da questão era de que cada participante tivesse a liberdade de construir, com auxílio do geoplano, qualquer tipo de figura. Em um primeiro momento, todos fizeram apenas figuras geométricas abstratas, como quadrados, triângulos, etc. Após nossa intervenção, avisando que *qualquer tipo* de figura poderia ser feita, foram aparecendo casas, flores, palhaços, e todos acabaram se divertindo muito no manuseio do geoplano. Esta questão teve um papel muito importante, pois transformou uma aula de Geometria em algo lúdico e divertido.

Na questão 2, eles teriam que desenhar três quadriláteros diferentes com os elásticos no geoplano e depois reproduzi-los na malha quadriculada. Todos acertaram.

Na questão 3 (Ilustração 7), eles teriam que desenhar no geoplano e depois reproduzir na malha quadriculada um quadrilátero que tivesse pelo menos dois lados paralelos e dois perpendiculares.

Ilustração 7 – Figura: Teste Exploratório – Lista 1 – Questão 3



3) No geoplano, desenhe um quadrilátero que tenha, pelo menos, dois lados paralelos e dois perpendiculares. Reproduza-o aqui:

a) Qual é o nome do quadrilátero que você desenhou? ____________________

b) Existe algum outro quadrilátero, além daquele que você desenhou, que tenha pelo menos dois lados paralelos e dois perpendiculares? Use o geoplano para fazer tentativas, e se existir, represente-o na malha pontilhada acima, escrevendo aqui o seu nome: ____________________

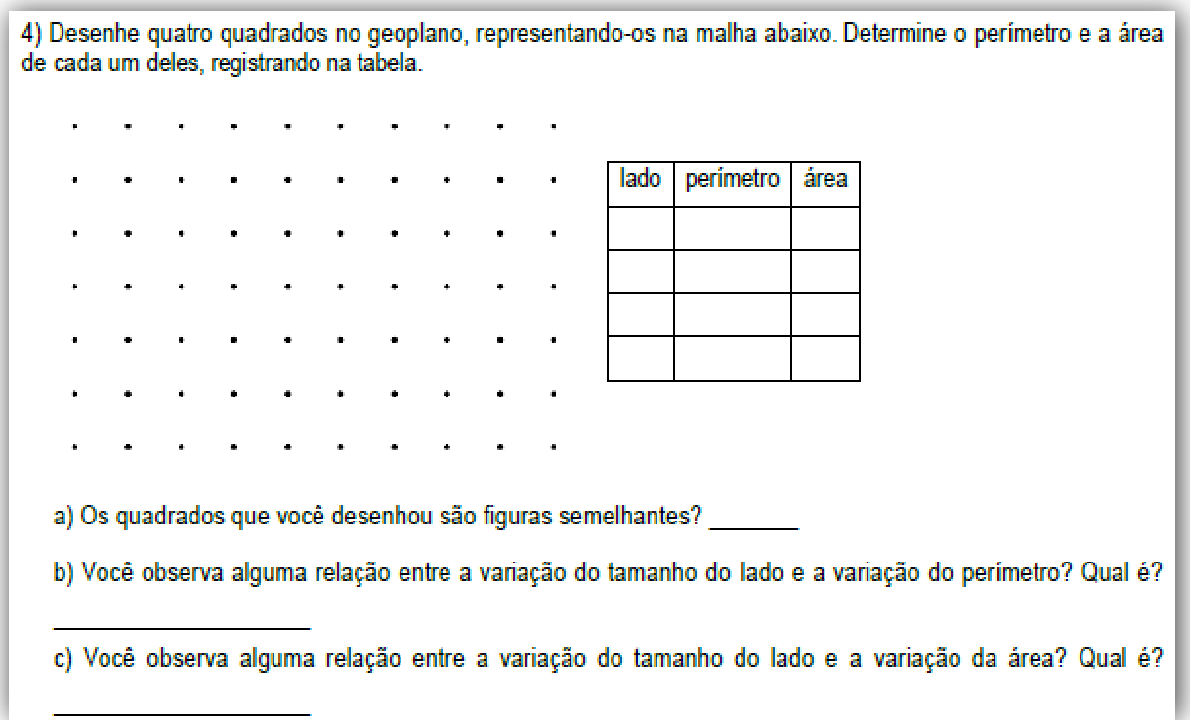
Fonte: autores.

Todos acertaram o quadrilátero e o item (a), sendo que os cinco desenharam retângulos. Um fez apenas o que era pedido na questão, e os outros quatro foram além, desenhando também um trapézio retângulo. No 2º item, os quatro que já haviam desenhado o trapézio retângulo escreveram apenas "trapézio", e o quinto deixou em branco.

Antes da questão 4, havia uma explicação sobre o que era a distância entre dois pinos (que era nossa unidade de comprimento), e o que era a região limitada pelos quatros pinos no geoplano (que era nossa unidade de área), sendo que a mesma não estava destacada e estava um pouco confusa. Com isso, ao invés da explicação esclarecer, ela confundia. A explicação ajudaria na resolução das questões seguintes. Isto foi corrigido para a aplicação.

A questão 4 (Ilustração 8) pedia que os participantes desenhassem 4 quadrados no geoplano e depois os representassem na malha, porém não se deixou claro que eles deveriam ser diferentes. Apesar disso, todos acertaram, inclusive em relação a determinar o perímetro e a área de cada um deles como foi pedido no enunciado.

Ilustração 8 – Figura: Teste Exploratório – Lista 1 – Questão 4



4) Desenhe quatro quadrados no geoplano, representando-os na malha abaixo. Determine o perímetro e a área de cada um deles, registrando na tabela.

lado	perímetro	área

a) Os quadrados que você desenhou são figuras semelhantes? _______

b) Você observa alguma relação entre a variação do tamanho do lado e a variação do perímetro? Qual é? ____________________

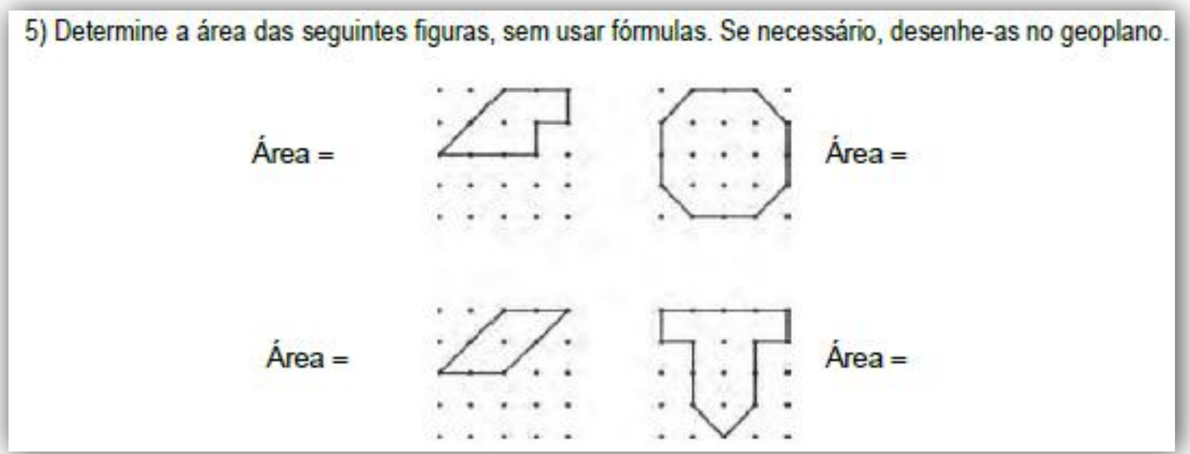
c) Você observa alguma relação entre a variação do tamanho do lado e a variação da área? Qual é? ____________________

Fonte: autores.

Foi comentado por eles que não estava claro no enunciado que nós queríamos as medidas dos lados, pois na tabela não estava escrito "medida do lado" mas sim "lado". Explicamos então que também a medida do perímetro e a medida da área de cada um deles deveriam ser registradas na tabela dada. Isto foi corrigido para a aplicação. No 1º item, pede-se para observar se as figuras são semelhantes, e todos acertaram. No 2º item, pede-se para observar alguma relação entre a variação do tamanho do lado e a variação do perímetro. Três acertaram e dois erraram. No 3º item, pede-se para observar alguma relação entre a variação do tamanho do lado e a variação da área. Três acertaram, um errou e um deixou em branco.

Na 5ª questão (Ilustração 9), pede-se aos alunos para determinarem as áreas das figuras dadas sem o uso de fórmulas, apenas usando a composição e a decomposição das figuras. Se fosse necessário, eles poderiam utilizar o geoplano para desenhar a figura de cada item.

Ilustração 9 – Figura: Teste Exploratório – Lista 1 – Questão 5



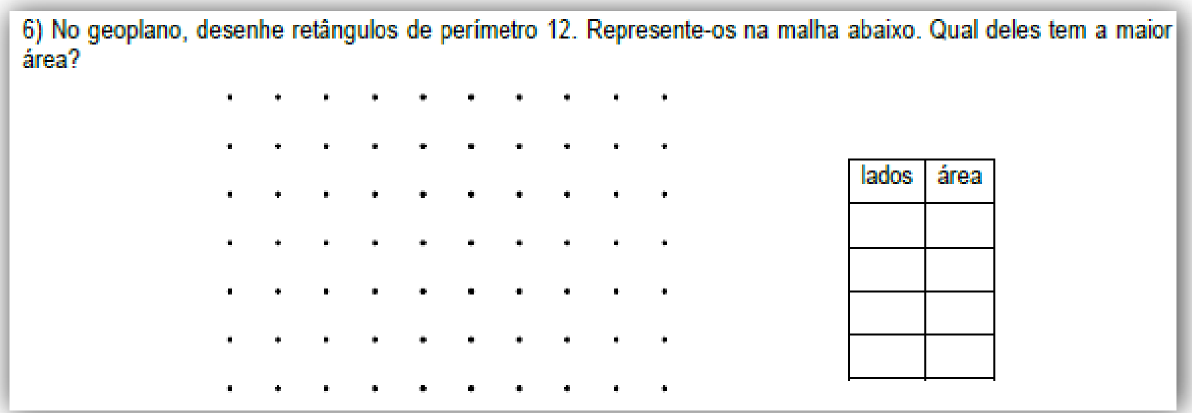
Fonte: autores.

A 5ª questão possuía quatro itens (Só que estes itens não estavam ligados a letras, e faltava em cada um deles o traço para colocar o valor da área, Isto foi corrigido para a validação.). Todos acertaram os quatro itens, sendo que, dos cinco participantes, somente um colocou "u.a " como representação de unidade de área ao lado da resposta.

Na 6ª questão (Ilustração 10, página seguinte), pedia-se aos participantes para desenharem no geoplano e depois representarem na malha pontilhada 3 retângulos de perímetro 12, porém não se deixou claro que eles deveriam ser diferentes. Apesar disso, todos acertaram. Em relação à tabela onde seriam registrados os valores do lado e da área de cada um deles, quatro acertaram e um errou. Em relação à pergunta "qual deles tem a maior área", não foi dado um espaço para escrever a resposta, dando a entender que a resposta deveria ser apenas observada, Assim, todos concluíram que era o quadrado de lado 4, mas quatro deixaram em branco e apenas um escreveu a resposta. Tudo isto foi corrigido para a validação da atividade.

A Lista 1 encerrou as atividades do primeiro dia do teste exploratório. No segundo dia, a saber, 29 de março de 2011, de 13h as 15h, na sala 201 do bloco F, foram feitas as Listas 2 e 3. Segue o relato da dinâmica feita com estas duas Listas.

Ilustração 10 – Figura: Teste Exploratório – Lista 1 – Questão 6


6) No geoplano, desenhe retângulos de perímetro 12. Represente-os na malha abaixo. Qual deles tem a maior área?

lados	área

Fonte: autores.

A terceira atividade aplicada neste teste foi a Lista 2, com apenas duas questões e cujo objetivo era que os participantes conhecessem e interagissem com o *software Geogebra*, para ter conhecimento das ferramentas que seriam usadas na atividade seguinte (Lista 3). Para os participantes, o *software* não foi nenhuma novidade, pois já haviam estudado sobre ele, e relembraram todos os seus comandos. Sendo assim, a contribuição que eles deram foi no sentido de verificar se as explicações estavam coerentes e compreensíveis. Não houve sugestões de modificação desta Lista.

A quarta e última atividade aplicada neste teste foi a Lista 3, com seis questões nas quais seriam usadas as ferramentas que aprenderam a utilizar na atividade anterior (Lista 2), para o estudo das áreas de algumas figuras planas. Para cada questão foi preparado um arquivo no *Geogebra*, disponibilizado por e-mail aos participantes.

Na questão 1 da Lista 3 (Ilustração 11, próxima página), havia três itens para serem respondidos pelos participantes.

Ilustração 11 – Figura: Teste Exploratório – Lista 3 – Questão 1

1) Abra o arquivo do *Geogebra* **'L3 ex1'**. Nele, há um quadrilátero ***ABCD*** no qual os vértices ***A***, ***B*** e ***D*** podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é ***ABCD***? Que características você observou para reconhecê-lo?

b) Movendo apenas o vértice ***D***, a área de ***ABCD*** se altera? E o perímetro?

c) Movendo os vértices ***A*** ou ***B***, a área de ***ABCD*** se altera? Por quê?

Fonte: autores.

No arquivo, o quadrilátero ABCD era um paralelogramo. Movendo o vértice D, as medidas da base e da altura não se modificavam, logo a área permanecia a mesma. Seu perímetro, porém, se modificava. Mover os vértices A ou B fazia com que a base mudasse de tamanho, mas a altura era mantida. Logo, a área era alterada.

No 1º e no 2º itens da questão, não houve erro. No 3º, houve quatro acertos, e uma pessoa não soube completar a resposta, ou seja, não soube explicar por que.

Na 2ª questão da Lista 3 (Ilustração 12) havia 2 itens para serem respondidos pelos participantes.

Ilustração 12 – Figura: Teste Exploratório – Lista 3 – Questão 2

2) Abra o arquivo do *Geogebra* **'L3 ex2'**. Os vértices ***A***, ***B*** e ***E*** podem ser movidos, e há três triângulos de mesma área. Mesmo que movimentemos um desses vértices, as áreas dos três triângulos permanecerão iguais (experimente!).

a) Diga quais são os triângulos, nomeando seus vértices, e explique porque os três têm a mesma área.

b) Estes três triângulos também têm sempre o mesmo perímetro?

Fonte: autores.

No arquivo desta questão, havia triângulos construídos de tal forma que possuíssem sempre bases de mesmo tamanho e altura de mesma medida. Assim, suas áreas eram sempre iguais. No 1º item, quatro pessoas acertaram e uma não soube completar a resposta, ou seja, não soube explicar por que. Todos acertaram o 2º item.

Na 3ª questão da Lista 3 (Ilustração 13), havia 4 itens para serem respondidos pelos participantes. Todos acertaram todos os itens, exceto por uma resposta incompleta no 2º item. No arquivo desta questão, o quadrilátero ABCD era um retângulo, e EFGH, um losango. A partir da área do retângulo, foi deduzida, pelos alunos, a fórmula para o cálculo da área do losango. Todos consideraram a questão fácil e interessante.

Ilustração 13 – Figura: Teste Exploratório – Lista 3 – Questão 3

3) Abra o arquivo do *Geogebra* **'L3 ex3'**. Há um quadrilátero ***ABCD***, e os pontos ***E***, ***F***, ***G*** e ***H*** são os pontos médios dos lados do quadrilátero ***ABCD***. Apenas os vértices ***A***, ***B*** e ***D*** podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é ***ABCD***? Que características você observou para reconhecê-lo?

____

b) Selecione a ferramenta '**Polígono**' e construa o quadrilátero ***EFGH***. Que tipo de quadrilátero é este? Que características você observou para reconhecê-lo?

____

c) Qual a razão entre as áreas de ***ABCD*** e ***EFGH***, ou seja, qual o valor de $\frac{\text{área de } \boldsymbol{ABCD}}{\text{área de } \boldsymbol{EFGH}}$?

____

d) A partir do item (c) e da fórmula para o cálculo da área de ***ABCD***, chegue a uma fórmula para o cálculo da área de ***EFGH***.

____

Fonte: autores.

Na 4ª questão da Lista 3 (Ilustração 14, próxima página) havia 4 itens para serem respondidos pelos participantes. No 1º item, houve 4 acertos e uma resposta incompleta. No 2º e no 3º itens, não houve erro. Já no 4º item, não houve acerto, pois três deixaram em branco e dois erraram.

No arquivo desta questão, o quadrilátero ABCD era um trapézio isósceles, e FGHJ era um losango. A intenção era chegar à fórmula para o cálculo da área do trapézio. Os alunos acharam a dedução da fórmula muito difícil, e só conseguiram fazê-la depois que nós explicamos.

Ilustração 14 – Figura: Teste Exploratório – Lista 3 – Questão 4

4) Abra o arquivo do *Geogebra* '**L3 ex4**'. Há um quadrilátero ***ABCD***, e os pontos ***F***, ***G***, ***H*** e ***J*** são os pontos médios dos lados do quadrilátero ***ABCD***. Apenas os vértices ***A***, ***B*** e ***D*** podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é ***ABCD***? Que características que você observou para reconhecê-lo?

____

b) Selecione a ferramenta '**Polígono**' e construa o quadrilátero ***FGHJ***. Que tipo de quadrilátero é este? Que características que você observou para reconhecê-lo?

____

c) Qual a razão entre as áreas de ***ABCD*** e ***FGHJ***? ______________________________

d) A partir do item (c) e da fórmula para o cálculo da área de ***FGHJ***, chegue à fórmula para o cálculo da área de ***ABCD***.

____

Fonte: autores.

Na 5ª questão da Lista 3 (Ilustração 15), havia 5 itens para serem respondidos pelos participantes. No 1º e no 2º itens, não houve erro. Do 3º ao 5º item, 4 acertos e um erro.

Ilustração 15 – Figura: Teste Exploratório – Lista 3 – Questão 5

5) Abra o arquivo do *Geogebra* '**L3 ex5**'. Não há figuras prontas.

a) Com o auxílio da ferramenta '**Polígono Regular**', construa um quadrado ***ABCD***. Usando outras ferramentas, determine:

i) a medida do lado do quadrado ***ABCD***: _____

ii) a medida do perímetro do quadrado ***ABCD***: _____

iii) a medida da área do quadrado ***ABCD***: _____.

b) Construa outro quadrado ***EFGH***, cujo lado meça o dobro do lado de ***ABCD***. Determine, também, seu perímetro e sua área, com o auxílio das ferramentas.

i) medida do lado do quadrado ***EFGH***: _____

ii) medida do perímetro do quadrado ***EFGH***: _____

iii) medida da área do quadrado ***EFGH***: _____

c) Qual a razão entre a medida do lado de ***ABCD*** e a medida do lado de ***EFGH***? _____

d) Qual a razão entre as medidas dos perímetros de ***ABCD*** e de ***EFGH***? _____

e) Qual a razão entre as medidas das áreas de ***ABCD*** e de ***EFGH***? _____

Fonte: autores.

Aqui, não havia figuras prontas no arquivo. Tudo foi construído por eles, com a medida de sua preferência. O fato de não haver algo pronto estimula o aluno a usar sua criatividade, dando a ele o direito de escolha, o que não é comum em sala de aula. Isto desperta o interesse, haja visto o alto índice de acertos da questão.

Na 6ª questão da Lista 3, havia 4 itens para serem respondidos pelos participantes. Do 1º ao 3º item, houve 4 acertos e um deixou em branco. No 4º item, houve dois acertos, um deixou em branco e outros dois não souberam completar a resposta. Esta questão tinha por objetivo levar o aluno a deduzir a relação entre as áreas de duas figuras semelhantes, no 4º item. No entanto, os participantes só conseguiram deduzi-la com nossa ajuda. Chegou-se à conclusão de que o enunciado não favorecia a dedução da relação, e foi modificado para a validação.

Ao final da Lista 3, havia um questionário sobre as atividades realizadas. Um resumo das respostas encontra-se na Ilustração 16.

Ilustração 16 – Figura: Teste Exploratório – Resumo do questionário

QUESTIONÁRIO

APÓS TERMINAR DE FAZER OS EXERCÍCIOS DESTA LISTA, POR FAVOR, RESPONDA E DÊ SUGESTÕES PARA A MELHORIA DE NOSSO TRABALHO.
DESDE JÁ, AGRADECEMOS SUA PARTICIPAÇÃO.

Em termos de conhecimento do assunto, a participação nessas atividades acrescentou:
( ) nada. (60%) algumas informações novas. (40%) muitas informações novas. ( ) tudo foi novidade.

Quanto à duração da Lista 1 (atividades com o Geoplano):
( ) muito longa. ( ) um pouco longa. (80%) normal. (20%) passou rápido.

Quanto à duração da Lista 2 (atividades de reconhecimento do *Geogebra*):
( ) muito longa. ( ) um pouco longa. (80%) normal. ( ) passou rápido. 20% faltou

Quanto à duração da Lista 3 (atividades com o uso do *Geogebra*):
( ) muito longa. (60%) um pouco longa. (20%) normal. (20%) passou rápido.

Qual dos recursos você mais gostou de utilizar:
(60%) Geoplano. ( ) *Geogebra*. (40%) ambos, sem ordem de preferência.

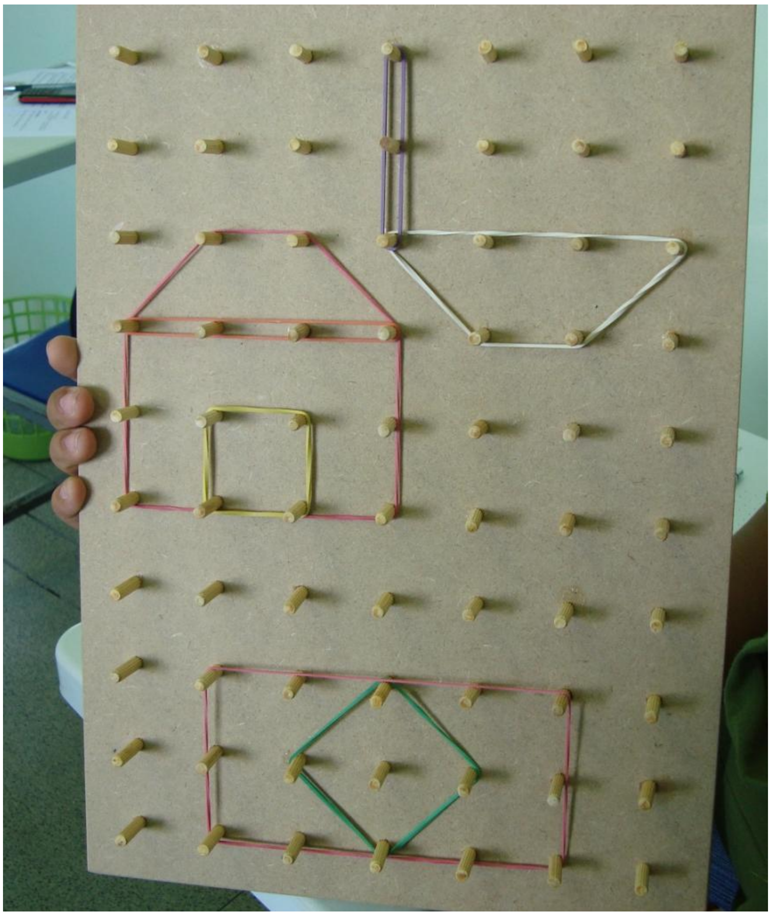
Você acredita que este tipo de atividade possa auxiliar alunos a partir do 9º ano do Ensino Fundamental no entendimento dos conceitos de área e perímetro de figuras planas? Por quê?
A resposta mais frequente foi "Sim", e a justificativa foi o fato do uso do Geoplano facilitar a visualização das figuras, ajudando assim a compreensão dos conceitos.

Quanto à compreensão das fórmulas para o cálculo de áreas que foram abordadas, esta atividade pode contribuir para que tais fórmulas façam mais sentido para os alunos? Por quê?
A resposta mais frequente foi "Não sei", e a justificativa foi o grau de dificuldade das atividades feitas com o auxílio do Geogebra, o que poderia prejudicar o aproveitamento do *software*.

Fonte: protocolos de pesquisa.

É preciso dizer que, tanto no teste exploratório como na validação, cujo relato será feito no próximo capítulo, os participantes trabalharam de forma autônoma, recorrendo a nós apenas quando necessário. Eles interagiram entre si todo o tempo, à exceção do momento do Teste de Sondagem. Nas atividades com o geoplano e com o *Geogebra*, mostraram seus desenhos (Ilustração 17), trocaram ideias e discutiram seus resultados. Isto prova mais uma vez que o uso de materiais de apoio favorece a interação e a autonomia, fazendo com que o aluno seja o sujeito de seu próprio aprendizado.

Ilustração 17 – Figura: Teste Exploratório – Desenhos no geoplano



Fonte: protocolos de pesquisa.

6 Validação

Nos dias 5 e 12 de abril de 2011, de 13h as 15h, foi feita a validação das atividades. Como nosso público alvo eram alunos que já tivessem estudado os conceitos de área, perímetro e semelhança, aplicamos a atividade para nove alunos do primeiro período do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense, recém-saídos do Ensino Médio.

6.1 Material reelaborado

Considerando as atividades do teste exploratório, que foi aplicado para alunos do 5º e 7º períodos, percebeu-se a necessidade de fazer algumas alterações, inclusive sugeridas pelos participantes.

Foram modificados os enunciados de algumas questões do teste de sondagem e da Lista 1, de forma a possibilitar um melhor entendimento.

Também a Lista 3, cujas atividades tinham que ser feitas com o *software Geogebra*, sofreu modificações. O nome dos arquivos mudou, a fim de facilitar seu reconhecimento. Por exemplo, ao invés de ‘L3 ex1’, o nome do arquivo ficou simplesmente ‘Questão 1.

Algumas correções feitas já foram comentadas ao longo do relato do teste exploratório. Além dessas, na questão 2 da Lista 3, houve uma modificação no enunciado do item (a). Antes era: “Diga quais são os triângulos, nomeando seus vértices, e explique por que os três têm a mesma área.”. Depois, ficou: “Quais são os triângulos que têm áreas iguais? Explique porque os três têm sempre a mesma área.”.

Na Lista 3, questão 3, item (c), trocamos “Qual o valor de” por “Qual é a fração”. Na questão 4, se fez necessário modificar os itens (c) e (d). No item (c), foi acrescentada a seguinte frase: “o valor da fração (área de ABCD)/(área de FGHJ)’. No item (d), foi acrescentada a seguinte frase:“(Sugestão: Trace os seguimentos FH, CG, e DG, e observe os triângulos ADG, DGC e GCB)".

Nessa mesma Lista 3, questão 5, houve a necessidade de modificar um parte do enunciado do item (c), ao qual foi acrescentado a seguinte fração: “(lado de ABCD)/(lado de EFGH)”. Já no item (d), foi acrescentada a seguinte fração: “(Perímetro de ABCD)/(Perímetro de EFGH)”. Entre os itens (d) e (e), foi adicionado o seguinte conceito: “Os quadrados que você construiu são figuras semelhantes. A razão entre as medidas de dois elementos lineares correspondentes de figuras semelhantes (por exemplo, lados, alturas, perímetros) é chamada de razão de semelhança.”.

O material modificado, usado na validação, está no **Apêndice B**.

6.2 Dinâmica e resultados

No dia 05 de abril de 2011, iniciamos a validação das atividades, com alunos do 1º período do Curso de Licenciatura em Matemática. A mesma teve início às 13hs e foi concluída às 15hs, nas salas 223 bloco A, e 201 bloco F. Nove alunos compareceram. No primeiro dia, foram aplicados o Teste de Sondagem e as Listas 1 e 2, ficando para o segundo dia apenas a Lista 3.

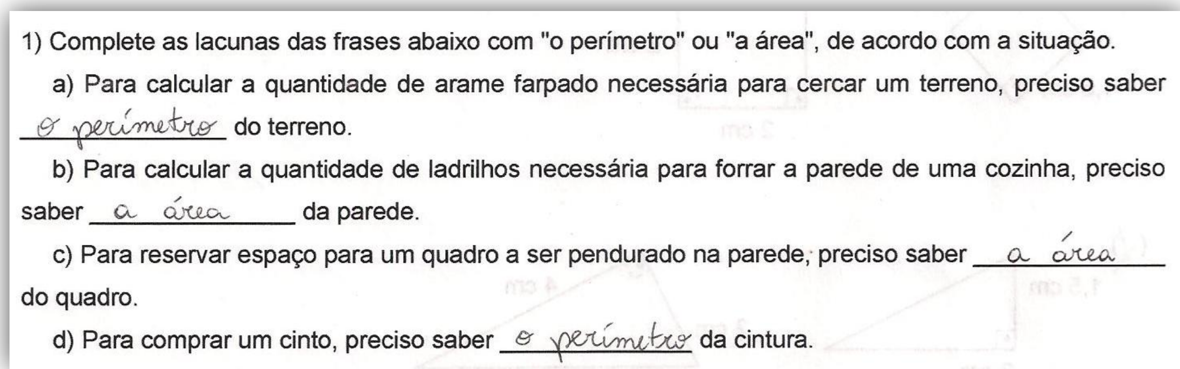
A primeira atividade aplicada foi o Teste de Sondagem, com 4 questões, que permitiria verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre área, perímetro e semelhança de polígonos (Ilustração 18).

Ilustração 18 – Figura: Validação – Teste de Sondagem

Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 1ª questão do Teste de Sondagem, havia 4 itens para serem respondidos pelos participantes. Todos acertaram os dois primeiros itens e oito acertaram os dois últimos (Ilustração 19, próxima página).

Ilustração 19 – Figura: Validação – Teste de Sondagem – Questão 1



1) Complete as lacunas das frases abaixo com "o perímetro" ou "a área", de acordo com a situação.

a) Para calcular a quantidade de arame farpado necessária para cercar um terreno, preciso saber o perímetro do terreno.

b) Para calcular a quantidade de ladrilhos necessária para forrar a parede de uma cozinha, preciso saber a área da parede.

c) Para reservar espaço para um quadro a ser pendurado na parede, preciso saber a área do quadro.

d) Para comprar um cinto, preciso saber o perímetro da cintura.

Fonte: protocolos de pesquisa.

Isto significa que praticamente todos os alunos sabiam diferenciar perímetro e área, ou seja, possuíam subsunçores necessários à realização do trabalho.

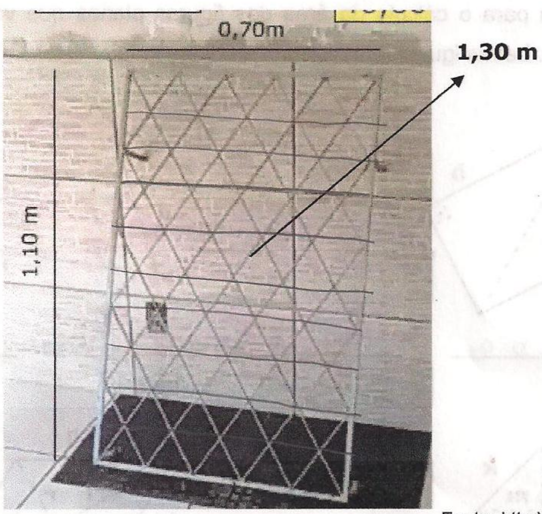
Na 2ª questão do Teste de Sondagem, havia 3 itens para serem respondidos pelos participantes. Ninguém acertou o primeiro item, pois 3 deixaram em branco e 6 erraram. No 2º item, só houve um acerto, pois cinco deixaram em branco e três erraram. No 3º item, sete acertaram e dois deixaram em branco (Ilustração 20, próxima página).

Tal resultado nos permitiu observar que, embora soubessem diferenciar área e perímetro, os alunos tinham dificuldade de aplicá-los a situações reais, não usuais em livros didáticos. Isto corrobora os resultados das pesquisas mencionadas, que apontaram dificuldades de aplicação dos conceitos de área e perímetro pela maioria dos estudantes.

O último item da questão, feito corretamente pela maioria, pedia o nome dos polígonos que poderiam ser visualizados na grade. Os alunos demonstraram, assim, capacidade de reconhecer os seguintes polígonos: triângulos, paralelogramos e losangos.

Ilustração 20 – Figura: Validação – Teste de Sondagem – Questão 2

2) A figura abaixo é de uma grade de ferro para janela, colocada à venda na internet.



Fonte: http:\\cidaderiodejaneiro.olx.br

a) Qual foi a quantidade de ferro utilizada para confeccionar a grade?

$2 \cdot 0{,}7 + 1{,}1 \cdot 2 + 10\cancel{0} \cdot \frac{1{,}3}{1\cancel{0}} = 1{,}4 + 2{,}2 + 13 = 4{,}6$ m

b) Vou comprar a grade para colocar em uma janela que tem 10 cm a menos de largura e 10 cm a menos de altura que a grade. Se eu quiser fazer uma tela "mosquiteiro" para cobrir a janela onde a grade será colocada, que quantidade de tela terei que comprar?

1 m × 0,6 m   0,6 m^2 de tela

c) No desenho da grade há vários polígonos. Dê o nome de todos os que você conseguir visualizar.

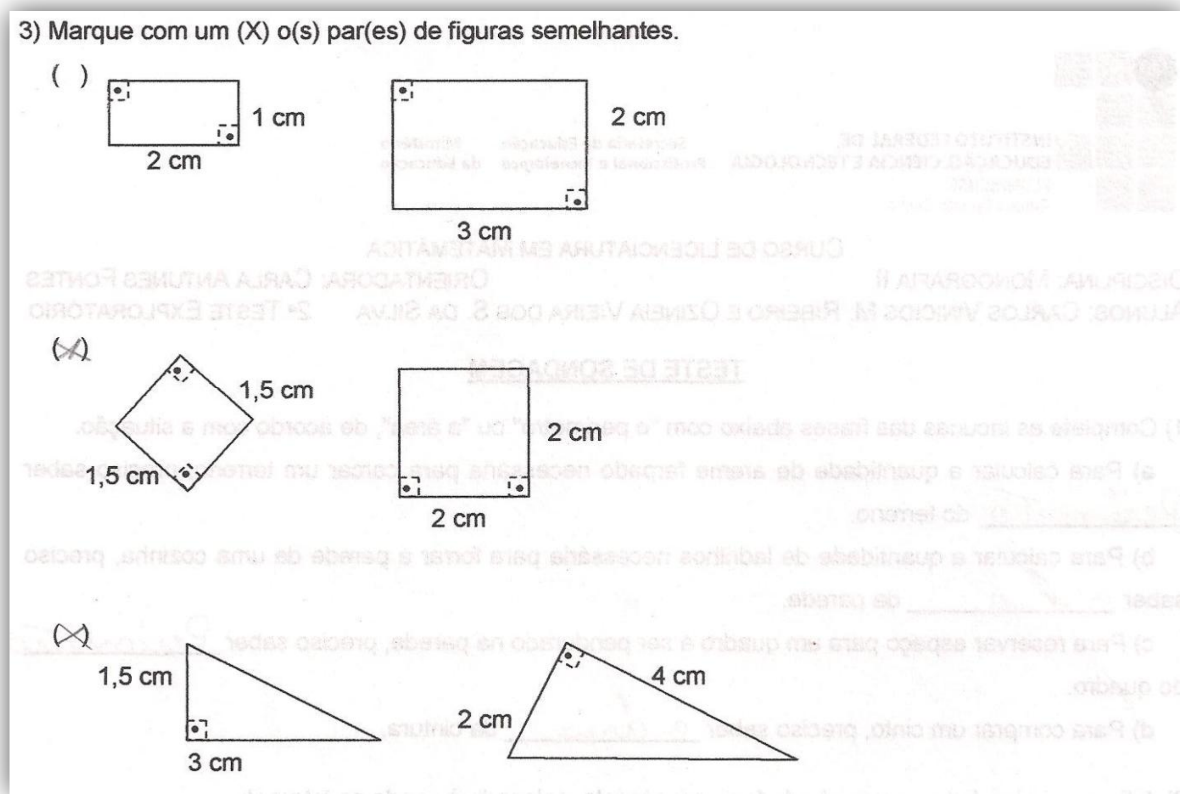
Triângulo, paralelogramo, losango.

Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 3ª questão do Teste de Sondagem, havia 3 itens nos quais o aluno deveria marcar a(s) opção(ões) que apresentasse(m) duas figuras semelhantes. O 1º Item foi feito corretamente por 7 alunos, assim como o 2º. Seis pessoas acertaram o 3º Item (Ilustração 21, página seguinte).

Com este resultado, os alunos demonstraram ter uma boa noção do conceito de semelhança, outro subsunçor necessário à aplicação da atividade.

Ilustração 21 – Figura: Validação – Teste de Sondagem – Questão 3

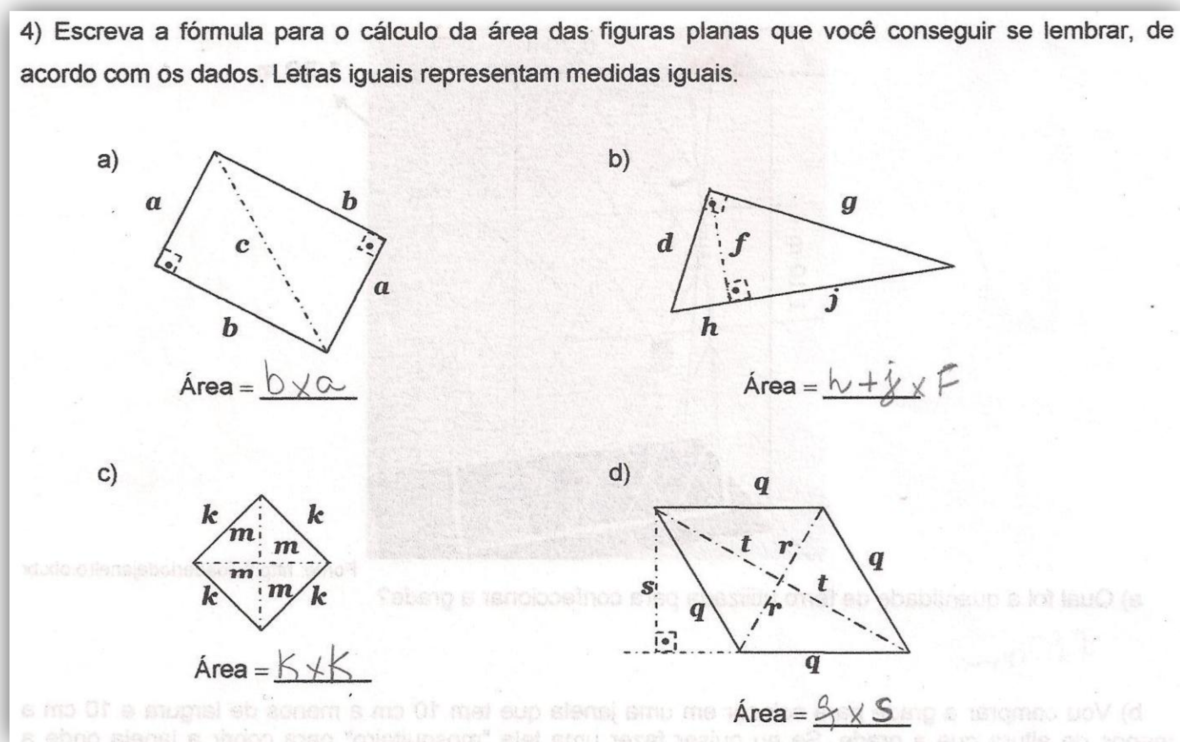


Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 4ª questão do Teste de Sondagem, havia 4 itens para serem respondidos pelos alunos, nos quais eles teriam que determinar a área de cada figura cujas medidas já eram dadas. No 1º item, cuja figura é um retângulo, uma pessoa errou, seis acertaram e duas deixaram em branco. No 2º item, que traz um triângulo, duas pessoas erraram, 3 acertaram e 4 deixaram em branco. No 3º item, há um quadrado: 2 deixaram em branco e 7 acertaram. No 4º item, cuja figura é um losango, 3 pessoas acertaram e 6 deixaram em branco (Ilustração 22, próxima página).

Acreditamos que a dificuldade enfrentada pelos alunos ao fazer esta questão se deva ao fato do cálculo de áreas não ser apresentado de forma usual. Havia várias variáveis, representando diversas medidas de cada polígono. Cabia ao aluno escolher as adequadas para o referido cálculo. Havia várias expressões para a área de uma mesma figura, o que em geral não acontece. Em questões de cálculo de área, na grande maioria das vezes, são disponibilizadas apenas as medidas necessárias, e há apenas uma forma de calcular. Além disso, as letras que representam as medidas foram escolhidas propositadamente de forma a fugir do convencional, de 'L' para lado, 'B' para base, 'H' para altura, etc.. O resultado desta questão serviu também para corroborar a afirmação de que o aluno apenas memoriza as fórmulas para o cálculo de área, sem compreendê-las. Caso contrário, teria sido capaz de resolver todos os itens acertadamente.

Ilustração 22 – Figura: Validação – Teste de Sondagem – Questão 4


4) Escreva a fórmula para o cálculo da área das figuras planas que você conseguir se lembrar, de acordo com os dados. Letras iguais representam medidas iguais.

a) Área = b x a

b) Área = h + j x F

c) Área = K x K

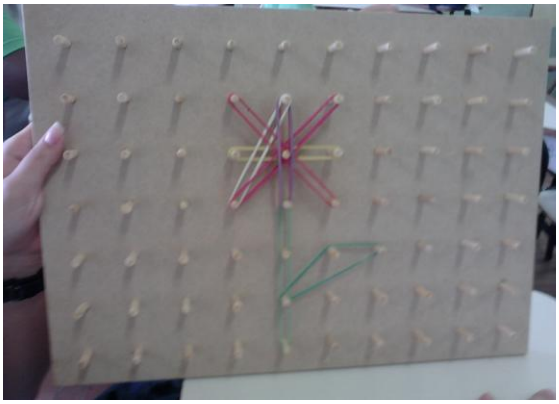
d) Área = q x S

Fonte: protocolos de pesquisa.

Após o Teste de Sondagem, entregamos a cada aluno um geoplano e uma cópia da Lista 1.

A 1ª questão da Lista 1 foi muito bem aproveitada pelos alunos, que "soltaram a imaginação" e fizeram vários desenhos no geoplano (Ilustração 23, página seguinte). Aliás, tanto no teste exploratório como na validação, o geoplano foi usado intensamente pelos alunos. No momento de ir ao laboratório de informática para fazer a Lista 2, alguns alunos que participaram da validação levaram o geoplano, porque ficaram "encantados" com o material.

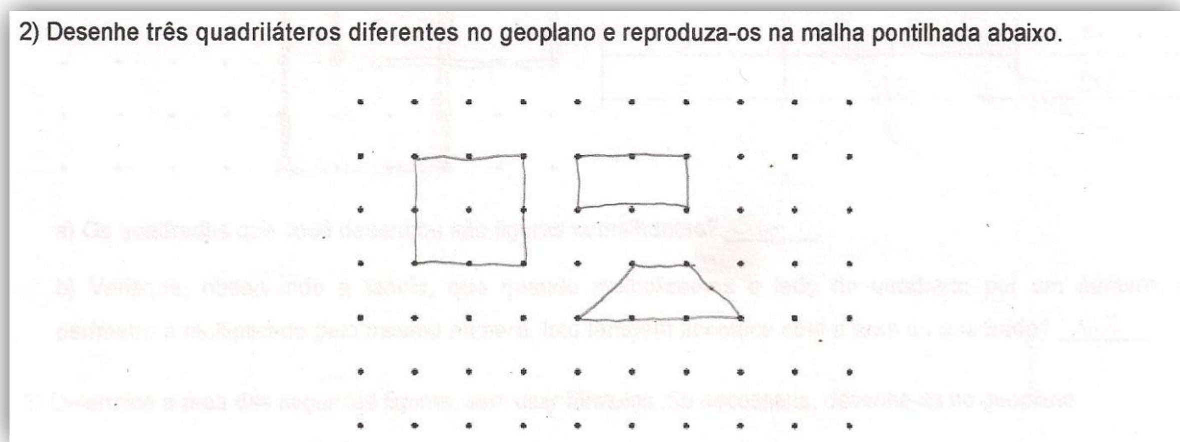
Ilustração 23 – Figura: Validação – Lista 1 – Questão 1



Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 2ª questão, eles teriam que desenhar três quadriláteros diferentes no geoplano e representá-los na malha pontilhada, o que foi feito com bastante facilidade (Ilustração 24).

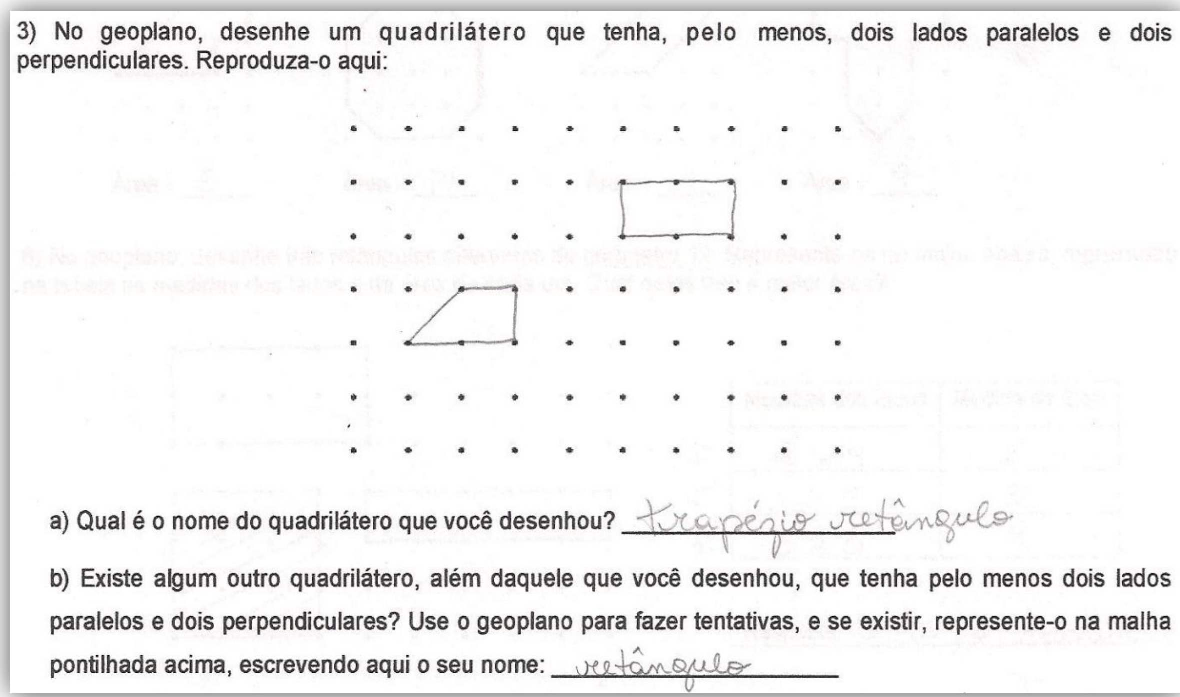
Ilustração 24 – Figura: Validação – Lista 1 – Questão 2



Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 3ª questão, eles teriam que desenhar no geoplano e depois reproduzir na malha quadriculada um quadrilátero que tivesse pelo menos dois lados paralelos e dois perpendiculares. Esta questão possui dois itens para serem respondidos. No 1º item, pede-se o nome do quadrilátero que o aluno desenhou, e todos acertaram. No 2º item, pergunta-se se existem outros quadriláteros na mesma condição e pede-se para usar o geoplano para fazer tentativas. Caso exista, pede-se para representá-los na malha quadriculada e escrever o seu nome. Em relação a desenhar outro quadrilátero que tenha estas características, dos nove alunos, dois deixaram em branco, um errou e seis acertaram; em relação a escrever seu nome, sete acertaram e dois erraram (Ilustração 25). A maioria dos participantes logo percebeu, movimentando os elásticos no geoplano, que haveria outra figura com as propriedades requeridas, e reconheceu em seguida o trapézio retângulo, também a partir do geoplano. Pudemos constatar, mais uma vez, a importância do material concreto para o processo de ensino e aprendizagem, como instrumento facilitador da construção do conhecimento, tendo o aluno como sujeito da ação.

Ilustração 25 – Figura: Validação – Lista 1 – Questão 3


3) No geoplano, desenhe um quadrilátero que tenha, pelo menos, dois lados paralelos e dois perpendiculares. Reproduza-o aqui:

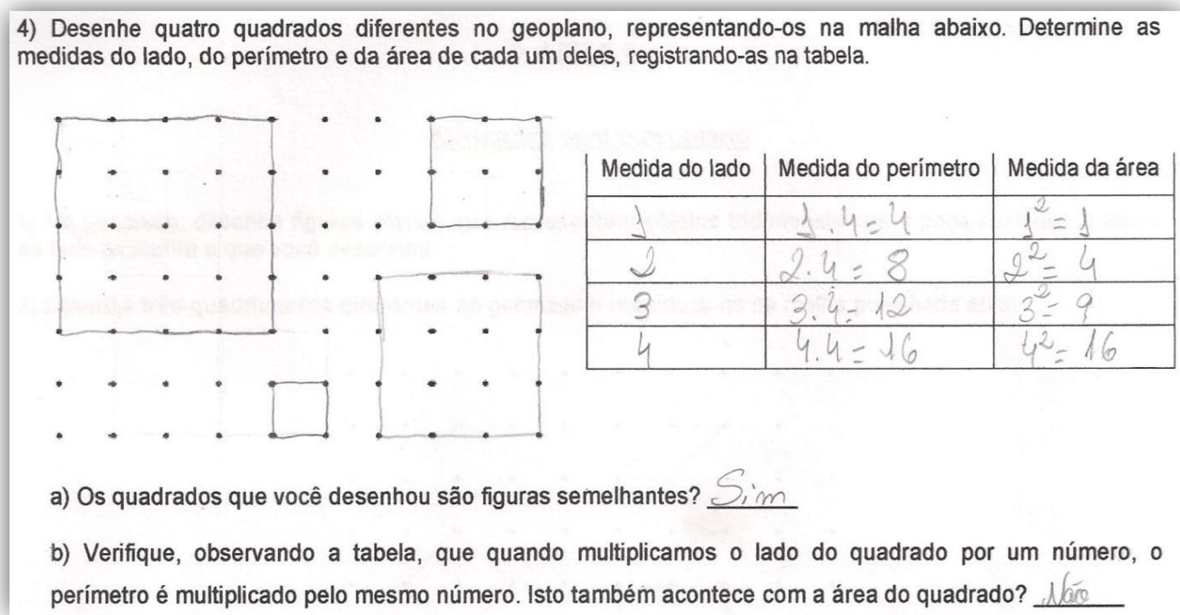
a) Qual é o nome do quadrilátero que você desenhou? trapézio retângulo

b) Existe algum outro quadrilátero, além daquele que você desenhou, que tenha pelo menos dois lados paralelos e dois perpendiculares? Use o geoplano para fazer tentativas, e se existir, represente-o na malha pontilhada acima, escrevendo aqui o seu nome: retângulo

Fonte: protocolos de pesquisa.

A 4ª questão pede para os participantes desenharem 4 quadrados diferentes no geoplano e depois representá-los na malha. Todos acertaram, inclusive em relação a determinar as medidas dos lados, do perímetro e da área de cada um deles, registrando os dados na tabela dada. Foram dados dois itens na questão 4, para serem respondidos de acordo com esses dados. No 1º item, 8 acertaram e 1 errou; no 2º item, 5 acertaram, 1 deixou em branco e 2 erraram (Ilustração 26, página seguinte).

Ilustração 26 – Figura: Validação – Lista 1 – Questão 4



4) Desenhe quatro quadrados diferentes no geoplano, representando-os na malha abaixo. Determine as medidas do lado, do perímetro e da área de cada um deles, registrando-as na tabela.

Medida do lado	Medida do perímetro	Medida da área
1	1.4 = 4	$1^2 = 1$
2	2.4 = 8	$2^2 = 4$
3	3.4 = 12	$3^2 = 9$
4	4.4 = 16	$4^2 = 16$

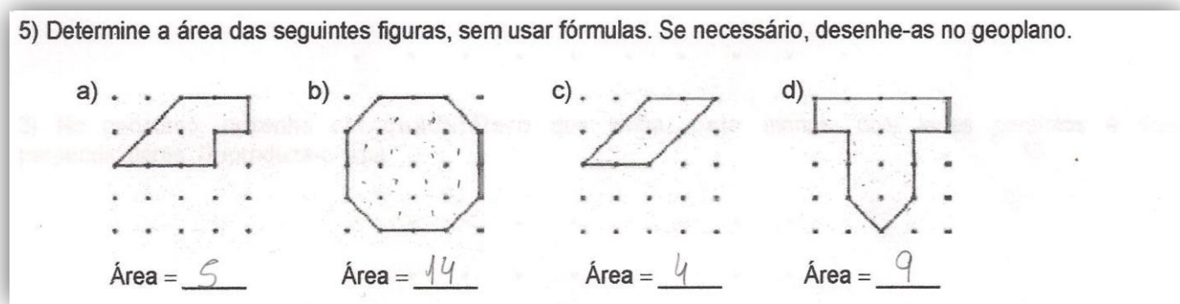
a) Os quadrados que você desenhou são figuras semelhantes? Sim

b) Verifique, observando a tabela, que quando multiplicamos o lado do quadrado por um número, o perímetro é multiplicado pelo mesmo número. Isto também acontece com a área do quadrado? Não

Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 5ª questão, pede-se aos alunos para determinarem as áreas das figuras dadas sem o uso de fórmulas, apenas usando a composição e a decomposição das figuras. Caso necessário, os alunos poderiam utilizar o geoplano para desenhar as figuras de cada item. A 5ª questão possui 4 itens, cada um com figuras diferentes. No 1º item, 7 acertaram e 2 erraram, no 2º item, todos acertaram, no 3º e no 4º itens, 8 acertaram e 1 errou. (Ilustração 27)

Ilustração 27 – Figura: Validação – Lista 1 – Questão 5



5) Determine a área das seguintes figuras, sem usar fórmulas. Se necessário, desenhe-as no geoplano.

a) Área = 5

b) Área = 14

c) Área = 4

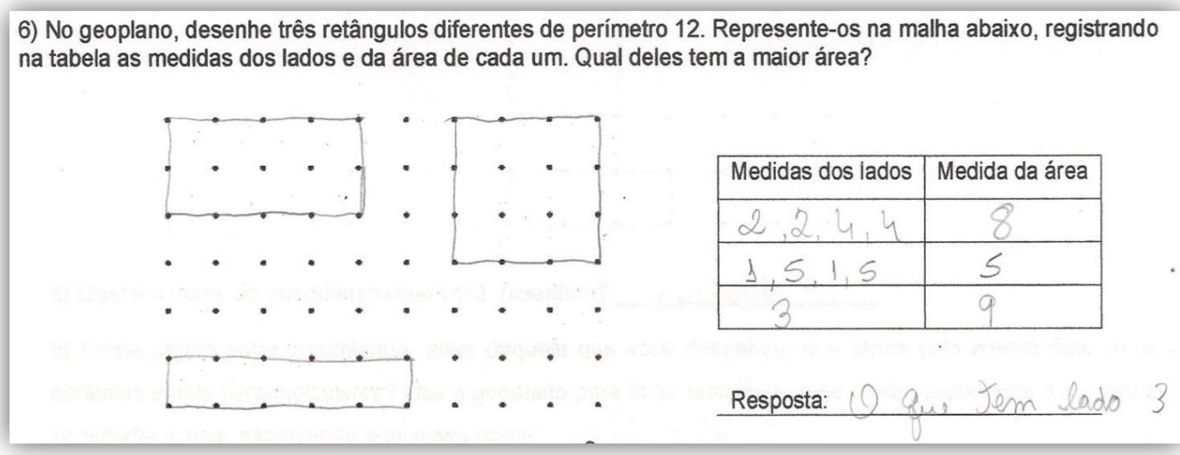
d) Área = 9

Fonte: protocolos de pesquisa.

O alto índice de acertos desta questão também pode ser atribuído ao geoplano, utilizado pelos alunos em todos os momentos.

Na 6ª questão, pede-se aos alunos para desenharem no geoplano e depois na malha pontilhada 3 retângulos diferentes de perímetro 12. Em todos os itens desta questão, 8 acertaram e 1 errou. (Ilustração 28) Aqui, foi feita por alguns alunos a pergunta 'clássica': "Pode ser um quadrado?". Isto aponta para o fato de que a maioria dos alunos não enxerga os quadrados como subconjunto dos retângulos.

Ilustração 28 – Figura: Validação – Lista 1 – Questão 6



6) No geoplano, desenhe três retângulos diferentes de perímetro 12. Represente-os na malha abaixo, registrando na tabela as medidas dos lados e da área de cada um. Qual deles tem a maior área?

Medidas dos lados	Medida da área
2, 2, 4, 4	8
1, 5, 1, 5	5
3	9

Resposta: O que tem lado 3

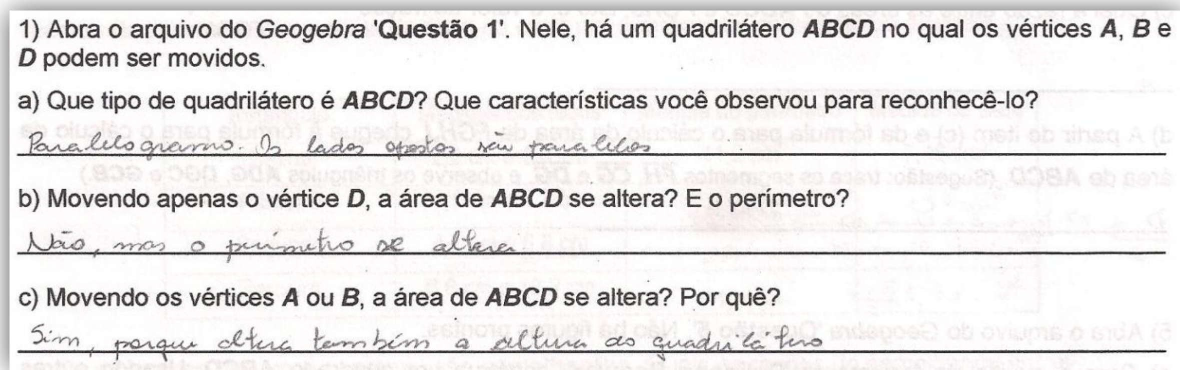
Fonte: protocolos de pesquisa.

A 3ª atividade aplicada neste dia foi a Lista 2, já no laboratório de informática. Através dela, os alunos iriam conhecer e interagir com o *software Geogebra*, para ter conhecimento das ferramentas que seriam usadas na atividade seguinte (Lista 3). Para todos, o software foi uma novidade, pois eles ainda não haviam estudado esse programa de geometria dinâmica. Não houve dificuldade, pois a interação com as ferramentas do software possibilitou o desenvolvimento das atividades.

No segundo dia de aplicação, também no laboratório de informática, foi aplicada a Lista 3, com 6 questões nas quais os alunos iriam usar as ferramentas que aprenderam a utilizar na atividade anterior (Lista 2) para o estudo das áreas de algumas figuras planas no *software Geogebra*.

Na 1ª questão da Lista 3, havia 3 itens para serem respondidos pelos participantes. No 1º item, 3 pessoas acertaram, 2 erraram e 4 não souberam completar a explicação. No 2º item, 9 pessoas acertaram e ninguém errou. No 3º item, 4 pessoas acertaram, 3 não souberam explicar por quê e duas não souberam responder corretamente. (Ilustração 29, página seguinte) Aqui ficou claro que os alunos tiveram dificuldade de visualizar as propriedades de algumas figuras planas.

Ilustração 29 – Figura: Validação – Lista 3 – Questão 1



1) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 1**'. Nele, há um quadrilátero ***ABCD*** no qual os vértices ***A***, ***B*** e ***D*** podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é ***ABCD***? Que características você observou para reconhecê-lo?

Paralelogramo. Os lados opostos são paralelos

b) Movendo apenas o vértice ***D***, a área de ***ABCD*** se altera? E o perímetro?

Não, mas o perímetro se altera

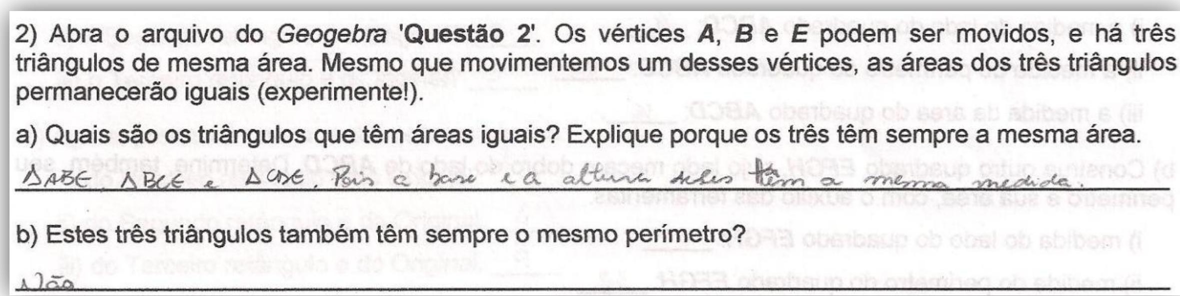
c) Movendo os vértices ***A*** ou ***B***, a área de ***ABCD*** se altera? Por quê?

Sim, porque altera também a altura do quadrilátero

Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 2ª questão da Lista 3, havia 2 itens para serem respondidos. No 1º item, 4 pessoas acertaram, duas erraram e três não souberam explicar corretamente. No 2º item, não houve erro. (Ilustração 30)

Ilustração 30 – Figura: Validação – Lista 3 – Questão 2



2) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 2**'. Os vértices ***A***, ***B*** e ***E*** podem ser movidos, e há três triângulos de mesma área. Mesmo que movimentemos um desses vértices, as áreas dos três triângulos permanecerão iguais (experimente!).

a) Quais são os triângulos que têm áreas iguais? Explique porque os três têm sempre a mesma área.

ΔABE, ΔBCE e ΔCDE. Pois a base e a altura deles têm a mesma medida.

b) Estes três triângulos também têm sempre o mesmo perímetro?

Não

Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 3ª questão da Lista 3, havia 4 itens para serem respondidos. No 1º item, houve 8 acertos e 1 não soube completar. No 2º item, houve 5 acertos e 4 respostas incompletas. No 3º item, 6 acertaram, 2 erraram e um não soube completar. No 4º item, houve 8 acertos e 1 erro. (Ilustração 31, página seguinte) Novamente, foi possível observar a dificuldade de visualização de propriedades de figuras planas.

Nesta questão, os alunos comentaram que nunca haviam visto uma demonstração da fórmula para o cálculo da área de um losango, e ficaram surpresos com a simplicidade da prova construída por eles mesmos.

Ilustração 31 – Figura: Validação – Lista 3 – Questão 3

3) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 3**'. Há um quadrilátero ***ABCD***, e os pontos ***E***, ***F***, ***G*** e ***H*** são os pontos médios dos lados do quadrilátero ***ABCD***. Apenas os vértices ***A***, ***B*** e ***D*** podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é ***ABCD***? Que características você observou para reconhecê-lo?

Retângulo. Os lados opostos são paralelos e perpendiculares.

b) Selecione a ferramenta '**Polígono**' e construa o quadrilátero ***EFGH***. Que tipo de quadrilátero é este? Que características você observou para reconhecê-lo?

losango

c) Qual a razão entre as áreas de ***ABCD*** e ***EFGH***, ou seja, qual é a fração $\frac{\text{área de } ABCD}{\text{área de } EFGH}$? $\frac{61,22}{30,61} = 2$

d) A partir do item (c) e da fórmula para o cálculo da área de ***ABCD***, chegue a uma fórmula para o cálculo da área de ***EFGH***.

$\left(\frac{b.h}{2}\right) = \frac{D.d}{2}$

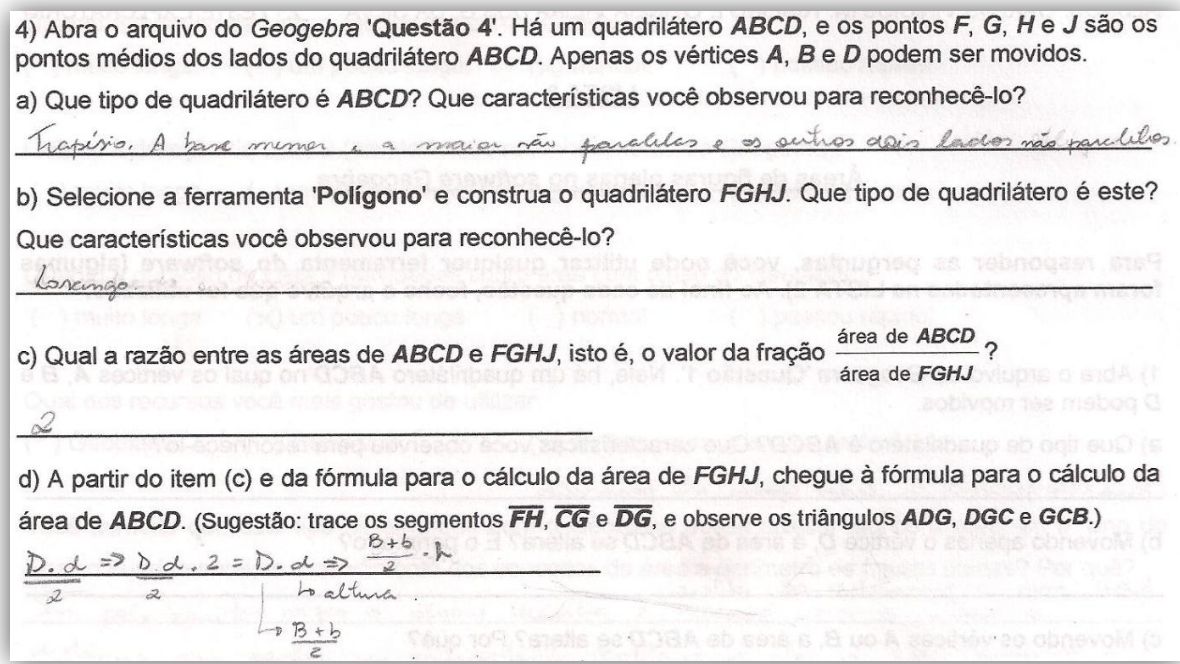
Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 4ª questão da lista 3, havia 4 itens. No 1º item, houve 3 acertos, 1 erro, 3 respostas incompletas e 2 não souberam responder corretamente. No 2º item, houve 6 acertos e 3 respostas incompletas. No 3º item, houve 8 acertos e 1 resposta incompleta. No 4º item, 3 erraram, 2 deixaram em branco e houve 4 respostas incompletas. (Ilustração 32, página seguinte)

Mais uma vez, ficou clara a dificuldade dos alunos em justificar sua resposta com base nas propriedades observadas da figura plana. Nenhum aluno mencionou o fato de um losango ter as diagonais perpendiculares, e o reconhecimento do trapézio se deu, via de regra, como uma figura que possui um par de lados paralelos e os outros dois lados não paralelos.

Assim como no teste exploratório, a questão foi considerada difícil pelos alunos, que precisaram de nossa intervenção para deduzir a fórmula do cálculo da área do trapézio.

Ilustração 32 – Figura: Validação – Lista 3 – Questão 4



4) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 4**'. Há um quadrilátero ***ABCD***, e os pontos ***F***, ***G***, ***H*** e ***J*** são os pontos médios dos lados do quadrilátero ***ABCD***. Apenas os vértices ***A***, ***B*** e ***D*** podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é ***ABCD***? Que características você observou para reconhecê-lo?

Trapézio. A base menor e a maior são paralelas e os outros dois lados não paralelos.

b) Selecione a ferramenta '**Polígono**' e construa o quadrilátero ***FGHJ***. Que tipo de quadrilátero é este? Que características você observou para reconhecê-lo?

Losango

c) Qual a razão entre as áreas de ***ABCD*** e ***FGHJ***, isto é, o valor da fração $\frac{\text{área de } ABCD}{\text{área de } FGHJ}$?

2

d) A partir do item (c) e da fórmula para o cálculo da área de ***FGHJ***, chegue à fórmula para o cálculo da área de ***ABCD***. (Sugestão: trace os segmentos $\overline{FH}$, $\overline{CG}$ e $\overline{DG}$, e observe os triângulos ***ADG***, ***DGC*** e ***GCB***.)

$\frac{D.d}{2} \Rightarrow \frac{D.d}{2}.2 = D.d \Rightarrow \frac{B+b}{2}.h$

altura.

$\frac{B+b}{2}$

Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 5ª questão da Lista 3, havia 7 itens. Todos acertaram o 1º e o 2º. No 3º item, houve 7 acertos e 2 erros. No 4º item, 8 acertaram e um deixou em branco. Todos acertaram o 5º e o 6º Itens, e no 7º item, houve 8 acertos e 1 erro. (Ilustração 33, página seguinte)

Ilustração 33 – Figura: Validação – Lista 3 – Questão 5

5) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 5**'. Não há figuras prontas.

a) Com o auxílio da ferramenta '**Polígono Regular**', construa um quadrado ***ABCD***. Usando outras ferramentas, determine:

i) a medida do lado do quadrado ***ABCD***: 4

ii) a medida do perímetro do quadrado ***ABCD***: 16

iii) a medida da área do quadrado ***ABCD***: 16.

b) Construa outro quadrado ***EFGH***, cujo lado meça o dobro do lado de ***ABCD***. Determine, também, seu perímetro e sua área, com o auxílio das ferramentas.

i) medida do lado do quadrado ***EFGH***: 8

ii) medida do perímetro do quadrado ***EFGH***: 32

iii) medida da área do quadrado ***EFGH***: 64

c) Qual a razão entre a medida do lado de ***ABCD*** e a medida do lado de ***EFGH*** $\left(\dfrac{\text{lado de } ABCD}{\text{lado de } EFGH}\right)$? $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

d) Qual a razão entre as medidas dos perímetros de ***ABCD*** e de ***EFGH*** $\left(\dfrac{\text{perímetro de } ABCD}{\text{perímetro de } EFGH}\right)$? $\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

Os quadrados que você construiu são figuras **semelhantes**. A razão entre as medidas de dois elementos lineares correspondentes de figuras semelhantes (por exemplo, lados, alturas, perímetros), é chamada de **razão de semelhança**.

e) A razão de semelhança entre os quadrados ***ABCD*** e ***EFGH*** é 2.

f) Qual a razão entre as medidas das áreas de ***ABCD*** e de ***EFGH*** $\left(\dfrac{\text{área de } ABCD}{\text{área de } EFGH}\right)$? 4

g) A razão entre as medidas das áreas de ***ABCD*** e de ***EFGH*** é igual à razão de semelhança entre os quadrados ***ABCD*** e ***EFGH***? Não

Fonte: protocolos de pesquisa.

Na 6ª questão da Lista 3, havia 4 itens. No 1º e 3º itens, houve 8 acertos e 1 erro. Todos acertaram o 2º item. No 4º item, houve 7 acertos e 2 erros. (Ilustração 34, página seguinte) Foi possível observar que as mudanças feitas no enunciado possibilitaram melhor compreensão da questão, em relação ao Teste Exploratório.

Aqui, percebeu-se que a maioria dos alunos foi capaz de deduzir a relação entre as áreas de figuras semelhantes.

Ilustração 34 – Figura: Validação – Lista 3 – Questão 6

6) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 6**'. Há um retângulo desenhado, ***ABCD***, cujas medidas dos lados, do perímetro e da área já foram encontrados e estão registrados na primeira linha da tabela abaixo, com o nome de 'Original'.

a) Movendo um dos vértices *C* ou *D*, faça os tamanhos dos lados do retângulo variarem de forma que suas medidas sejam a metade, o dobro e o triplo das medidas originais, respectivamente. Determine a medida do perímetro e a medida da área de cada novo retângulo, completando a tabela abaixo.

Retângulo	Medidas dos lados	Medida do perímetro	Medida da área
Original	2,2 cm e 3,4 cm	11,2 cm	7,48 cm²
Primeiro	1,1 cm e 1,7 cm	5.6	1.87
Segundo	4,4 cm e 6,8 cm	22.42	29.97
Terceiro	6,6 cm e 10,2 cm	33.6	67.33

b) Os retângulos que você construiu são **semelhantes**. Quais as razões de semelhança entre:

i) o Primeiro retângulo e o Original? 0.5

ii) o Segundo retângulo e o Original? 2

iii) o Terceiro retângulo e o Original? 3

c) Agora, preencha com a **razão entre as áreas**:

i) do Primeiro retângulo e do Original. 0.25

ii) do Segundo retângulo e do Original. 4

iii) do Terceiro retângulo e do Original. 9

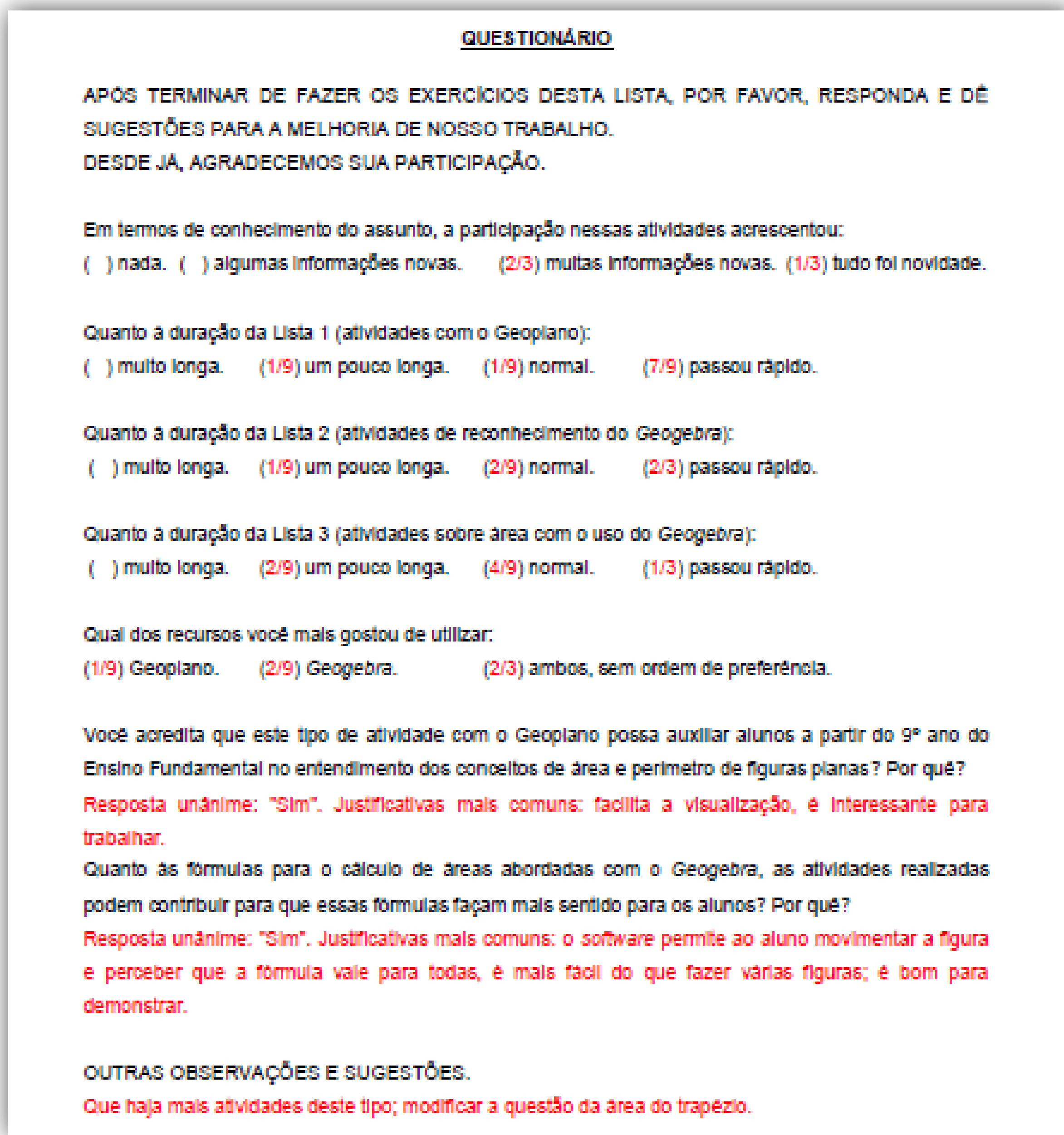
d) Comparando as respostas dadas nos subitens (i), (ii) e (iii) de (b) e (c), diga como obtemos a razão entre as áreas a partir da razão de semelhança entre as figuras.

O valo da razão entre as áreas é o valo de semelhança ao quadrado

Fonte: protocolos de pesquisa.

Ao final da Lista 3, havia um questionário sobre as atividades realizadas. Um resumo das respostas encontra-se na Ilustração 35 (página seguinte).

Ilustração 35 – Figura: Validação – Resumo do Questionário



QUESTIONÁRIO

APÓS TERMINAR DE FAZER OS EXERCÍCIOS DESTA LISTA, POR FAVOR, RESPONDA E DÊ SUGESTÕES PARA A MELHORIA DE NOSSO TRABALHO.
DESDE JÁ, AGRADECEMOS SUA PARTICIPAÇÃO.

Em termos de conhecimento do assunto, a participação nessas atividades acrescentou:
( ) nada. ( ) algumas informações novas. (2/3) muitas informações novas. (1/3) tudo foi novidade.

Quanto à duração da Lista 1 (atividades com o Geoplano):
( ) muito longa. (1/9) um pouco longa. (1/9) normal. (7/9) passou rápido.

Quanto à duração da Lista 2 (atividades de reconhecimento do *Geogebra*):
( ) muito longa. (1/9) um pouco longa. (2/9) normal. (2/3) passou rápido.

Quanto à duração da Lista 3 (atividades sobre área com o uso do *Geogebra*):
( ) muito longa. (2/9) um pouco longa. (4/9) normal. (1/3) passou rápido.

Qual dos recursos você mais gostou de utilizar:
(1/9) Geoplano. (2/9) *Geogebra*. (2/3) ambos, sem ordem de preferência.

Você acredita que este tipo de atividade com o Geoplano possa auxiliar alunos a partir do 9º ano do Ensino Fundamental no entendimento dos conceitos de área e perímetro de figuras planas? Por quê?
Resposta unânime: "Sim". Justificativas mais comuns: facilita a visualização, é interessante para trabalhar.
Quanto às fórmulas para o cálculo de áreas abordadas com o *Geogebra*, as atividades realizadas podem contribuir para que essas fórmulas façam mais sentido para os alunos? Por quê?
Resposta unânime: "Sim". Justificativas mais comuns: o *software* permite ao aluno movimentar a figura e perceber que a fórmula vale para todas, é mais fácil do que fazer várias figuras; é bom para demonstrar.

OUTRAS OBSERVAÇÕES E SUGESTÕES.
Que haja mais atividades deste tipo; modificar a questão da área do trapézio.

Fonte: protocolos de pesquisa.

Pelas respostas do questionário, observa-se que muitas informações novas foram disponibilizadas aos alunos, e que tanto o geoplano como o *Geogebra* foram importantes para a aprendizagem no decorrer da realização das atividades.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a validação das atividades do geoplano e do *Geogebra* com os alunos, foi notado que os mesmos se interessaram mais pelo geoplano do que até mesmo pelo uso do *software*. Isso se deve ao fato de que os mesmos nunca tinham visto ou manipulado esse tipo de material antes, logo ele teve uma boa aceitação, pois é algo divertido e interessante. Além disso, segundo eles mesmos nos disseram, o material concreto, que eles pudessem manipular, os atraiu mais do que o *software*. Isto mostra que o computador não é a solução de todos os problemas, e que o material concreto, independente da idade, é sempre um atrativo.

Isso não significa que o *Geogebra* não tenha sido importante no processo de ensino e aprendizagem, mas como estamos em um mundo onde quase todas as pessoas sabem usar o computador, o mesmo não é mais novidade. É mais fácil encontrar um laboratório cheio de computadores do que materiais concretos nas escolas.

A aplicação das atividades com o uso do geoplano teve um resultado positivo, pois os alunos, além de se deslumbrar com o material, interagiram com ele de forma a alcançar a aprendizagem significativa. Destaque-se aqui que os participantes da validação desenvolvem atualmente trabalhos que utilizam o geoplano, e todos são unânimes ao atribuir tal fato à participação nas referidas atividades. Isto demonstra o alcance do trabalho realizado, e como foi importante desenvolvê-lo junto a professores em formação, que multiplicarão a mensagem sobre a eficácia do uso planejado do material concreto, particularmente do geoplano.

Sobre o *Geogebra*, os alunos não encontraram tanta dificuldade em manipulá-lo, mesmo não tendo conhecimento prévio a respeito, pois ele é um *software* cujos comandos não oferecem dificuldades de compreensão em sua aplicação. Durante esse processo, alguns alunos tiveram dificuldade em visualizar algumas figuras geométricas, no que diz respeito às suas propriedades.

Acreditamos que este trabalho será de grande valia para as pessoas, pois as mesmas terão acesso a um material que poderá auxiliar no ensino e aprendizagem de área e perímetro, bem como da razão entre as áreas de figuras semelhantes. Esse trabalho é diferente, pois tem atividades mais elaboradas e que são resolvidas com o uso material de apoio (geoplano e *Geogebra*).

O desenvolvimento dessa monografia foi interessante, pois durante a elaboração das atividades, com auxilio do geoplano e do *Geogebra*, percebemos que aprendemos bastante. Durante esse processo, notamos também o quanto foi trabalhoso desenvolver as atividades e como foi cansativa a aplicação das mesmas, porém vimos o quanto foi satisfatório e gratificante para a nossa experiência como futuros professores observar a aprendizagem dos alunos.

Acreditamos que o uso do material concreto é tão importante quanto o uso do *software* para a aprendizagem do aluno, sendo necessário que o professor saiba desenvolver um ambiente de aprendizagem que vá ao encontro da necessidade desse aluno.

Espera-se que este relato possa contribuir para um melhor planejamento da prática pedagógica do professor, tanto das séries iniciais como das finais do Ensino Básico, no que se refere à elaboração e ao planejamento do uso de materiais manipuláveis e à metodologia de atividades de classificação como forma de ativar conhecimentos prévios na construção dos conceitos geométricos, tendo em vista a aprendizagem significativa.

Como continuação deste trabalho, gostaríamos que fosse aplicado a professores (regentes). A escolha desse público alvo deve-se ao grande encantamento que os grupos demonstraram ao terem contato com o geoplano, até então desconhecido da grande maioria deles. Isto nos fez perceber que as atividades a serem aplicadas seriam muito mais eficientes se multiplicadas através de professores, ao invés de direcionadas aos alunos somente. Além disso, não adianta nada propor atividades aos professores se eles não souberem utilizá-las. É necessário capacitar os professores, para que eles possam então atingir seus alunos.

REFERÊNCIAS

ALBINO, César; LIMA, Sônia Albano de. A aplicação da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel na prática improvisatória. **Opus**. Goiânia, v. 14, n. 2, p. 115-133, dez. 2008.

ARBACH, Nelson. **O ensino de geometria plana**: o saber do aluno e o saber escolar. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/SP. São Paulo. PUC/SP, 2002. Disponível em <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_nelson_arbach.pdf>. Acesso em: mar. 2012.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

BALTAR, Paula Moreira. **Enseignement-apprentissage de la notion d'aire de surface plane**: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au céllege. Tese (Doutorado) – Universidade Joseph Fourier, Grenoble, França, 1996.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental. In: FOSSA J. A. (Ed.) **Série Textos de História da Matemática**, v. VIII. Natal: Editora da SBHMat, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

COMISSÃO INTERNACIONAL DE INSTRUÇÃO MATEMÁTICA - The International Commission on Mathematical Instruction (ICMI). **Boletim**, 39, Dezembro de 1995. Roskild, Denmark: Mogens Niss, IMFUFA, Roskilde University, dec. 1995. Disponível em: <http://www.mathunion.org/o/Organization/ICMI/bulletin/39/index.html>. Acesso em: set. 2010.

DUARTE, Jorge Henrique. Análise de Situações Didáticas Para Construção do Conceito de Área Como Grandeza no Ensino Fundamental. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, VIII. **Anais ...** Recife: SBEM, 2004. (CDROM) Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/01/CC17227801420.pdf>. Acesso em: set. 2010.

FACCO, Sonia Regina. Conceito de Área: uma proposta de Ensino-Aprendizagem. Dissertação (Mestrado) – PUC/SP, 2003. São Paulo: PUC/SP, 2003.

LIMA, Paulo Figueiredo. Considerações sobre o Ensino do Conceito de Área. In: Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática, 1995, Recife. **Anais ...** Recife: UFPE/ Grupo Internacional de Educação Matemática, 1995.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? In: Revista **A Educação Matemática em Revista**, Florianópolis (SC), SBEM, v. 04, p.3-13, 1995.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores associados, 2006.

MERRIAM, Sharan. **Case study research in education**: A qualitative approach. San Francisco, CA: Jossey-Bass, 1988.

MOREIRA, Marco Antonio. Organizadores prévios y aprendizaje significativo. In: **Revista Chilena de Educación Científica**. v. 7, p. 23-30, 2008.

MORELATTI, Maria Raquel Miotto; SOUZA, Luiz Henrique Gazeta de. Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do Ensino Fundamental e as novas Tecnologias. In: **Educar em Revista**, v. 28, p. 263-275. Curitiba: Editora UFPR, 2006. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/er/n28/a17n28.pdf>. Acesso em: ago. 2011.

NASSER, Lílian; TINOCO, Lucia. **Argumentações e provas no ensino de matemática**. Projeto Fundão, IM-UFRJ, 2001. Rio de Janeiro: UFRJ, 2001.

NÓVOA, Antonio. As ciências da educação e os processos de mudança. In: NÓVOA, Antonio et al. **Ciências de educação e mudança**. Porto: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 1991. p. 18-67.

OLIVEIRA, Eliane Moreira. Uma metodologia para aprendizagem da Geometria baseada em perfis intelectuais de alunos no Ensino Fundamental. In: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), 9, 2007. Belo Horizonte. **Anais ...** p. 1-15. Belo Horizonte: Universidade de Belo Horizonte, 2007. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Poster/Trabalhos/PO23230037391T.doc >. Acesso em: 02 abr. 2009.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2.ed., 2. Reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PAVANELLO, Regina Maria. **O Abandono do Ensino de Geometria**: Uma Visão Histórica. Dissertação (Mestrado) – UNICAMP. São Paulo: UNICAMP, 1989.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. In: **Revista Zetetiké**, ano 1, n. 1, p. 7-17. São Paulo: UNICAMP, 1993.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógicas**: A Geometria na Sala de Aula. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação – UNICAMP. Rio Claro: UNICAMP, 2000.

PEREIRA, Maria Regina de Oliveira Pereira. **A geometria escolar**: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino. Dissertação (Mestrado) – PUC-SP. São Paulo: PUC-SP, 2001.

PEREZ, Geraldo. **Pressupostos e reflexões teóricos e metodológicos da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares**. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação – UNICAMP. Rio Claro: UNICAMP, 1991.

PIROLA, Nelson Antonio. **Solução de problemas geométricos**: dificuldades e perspectivas. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação – Universidade Estadual de Campinas. Campinas: UNICAMP, 2000.

PONTE, João Pedro M. da. Estudos de caso em educação matemática.In: **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Vol. 19, Ano 25, p. 105-132, 2006. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20(Estudo%20caso).pdf>. Acesso em: jun. 2010.

SANTOS, Cíntia Aparecida Bento dos; DIAS, Marlene Alves. Uma análise da proposta de ensino-aprendizagem das noções de perímetro e área segundo os níveis de conhecimento esperado dos estudantes. In: Congresso Brasileiro de Leitura, 16º, 2007. São Paulo. ALB. **Anais ...** Campinas: Universidade de Campinas, 2007. Disponível em: <http://www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss03_02.pdf>. Acesso em: set. 2010.

SANTOS, Cíntia Aparecida Bento dos. **Formação de professores de matemática**: contribuições de teorias didáticas no estudo das noções de área e perímetro. 2008. 156 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo: UNICSUL, 2008.

SANTOS, Cínta Aparecida Bento dos; CURI, Edda. Alguns aspectos de articulação entre as teorias da didática francesa e suas contribuições para formação de professores. In: **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. V. 4.5, p. 53-66, UFSC, 2009.

SCHIRLO, Ana Cristina; DA SILVA, Sani de Carvalho Rutz. Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel: um diálogo colaborativo para o ensino de Geometria. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM), XI, 2011, Apucarana-PR. **Anais ...** v. 1. p. 1-13. Apucarana: FAP, 2011.

TAVARES, Romero. Construindo mapas conceituais. In: **Ciências & Cognição**: Revista científica eletrônica de estudos da cognição. Ano 04, Vol. 12, 2007. ISSN 1806-5821. Disponível em: <http://www.fisica.ufpb.br/~romero/objetosaprendizagem/Rived/Artigos/2007ConstruindoMC.pdf>. Acesso em: dez. 2011.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. O Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro (SP). Rio Claro: UNESP, 2004.

VALENCIO, Gerson et al. **Uma proposta didática para o ensino de Geometria Plana**: A questão do conceito de perímetro e área no Ensino Fundamental. Porto Alegre: UFRGS, 2009. Trabalho apresentado como requisito parcial para conclusão da disciplina de Tópicos de Educação Matemática A, do curso de Mestrado em ensino de Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/orientacoes/Microsoft%20Word%20-%20PPGEM%20-%20Trabalho%20Completo%20-%20%C1rea%20e%20Per%EDmetro.pdf>. Acesso em: set. 2010.

YIN, Robert K. **Case study research**: Design and methods. Newbury Park, CA: Sage, 1984.

YIN, Robert K. **Estudo de Caso**: Planejamento e Métodos. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Atividades do teste exploratório

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
DISCIPLINA: MONOGRAFIA II | ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES
ALUNOS: CARLOS VINICIOS M. RIBEIRO E OZINEIA VIEIRA DOS S. DA SILVA | TESTE EXPLORATÓRIO

TESTE DE SONDAGEM

1) Complete as lacunas das frases abaixo com "o perímetro" ou "a área", de acordo com a situação.

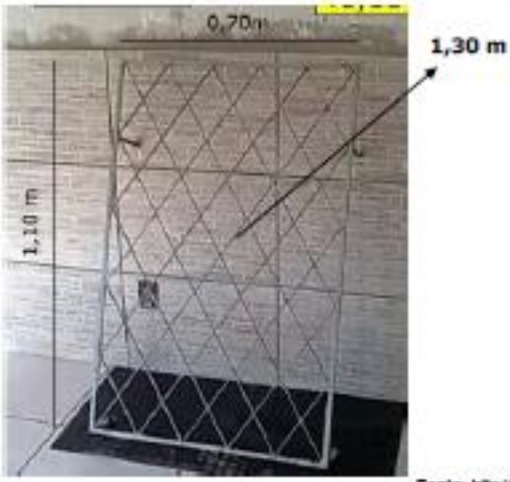
a) Para calcular a quantidade de arame farpado necessária para cercar um terreno, preciso saber _____________ do terreno.

b) Para calcular a quantidade de ladrilhos necessária para forrar a parede de uma cozinha, preciso saber _____________ da parede.

c) Para reservar espaço para um quadro a ser pendurado na parede, preciso saber _____________ do quadro.

d) Para comprar um cinto, preciso saber _____________ da cintura.

2) A figura abaixo é de uma grade de ferro para janela, colocada à venda na internet.



Fonte: http://cidaderiodejaneiro.olx.br

a) Qual foi a quantidade de ferro utilizada para confeccionar a grade?

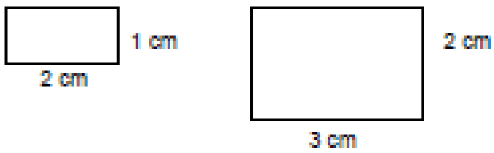
b) Vou comprar a grade para colocar em uma janela que tem 10 cm a menos de largura e 10 cm a menos de altura que a grade. Se eu quiser fazer uma tela "mosquiteiro" para cobrir a janela onde a grade será colocada, que quantidade de tela terei que comprar?

c) No desenho da grade há vários polígonos. Dê o nome de todos os que você conseguir visualizar.

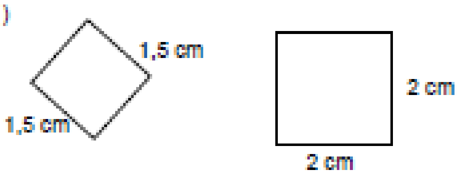
____

3) Marque com um (X) o(s) par(es) de figuras semelhantes.

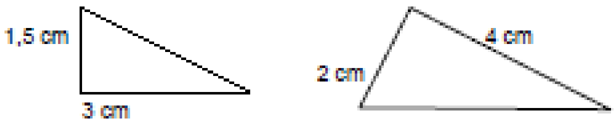
( )



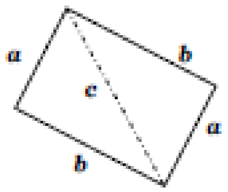
( )



( )

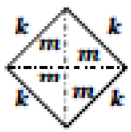


4) Escreva a fórmula para o cálculo da área das figuras planas que você conseguir se lembrar, de acordo com os dados. Letras iguais representam medidas iguais.

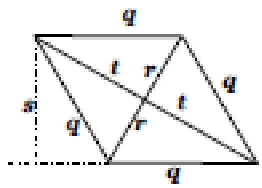


área =

área =



área =



área =

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica Ministério da Educação

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DISCIPLINA: MONOGRAFIA II ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES

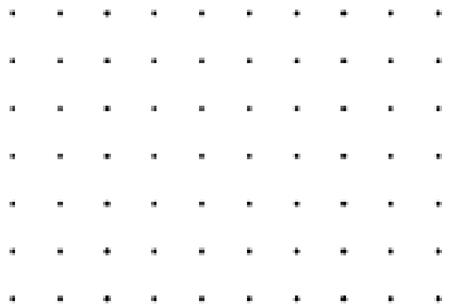
ALUNOS: CARLOS VINICIOS M. RIBEIRO E OZINEIA VIEIRA DOS S. DA SILVA TESTE EXPLORATÓRIO

LISTA 1

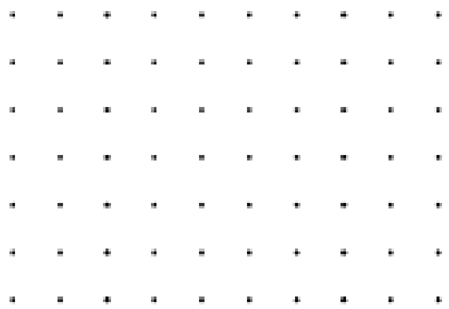
Atividades com o Geoplano

1) No geoplano, desenhe figuras que representem objetos e peça para que o aluno ao lado adivinhe o que você desenhou.

2) Desenhe três quadriláteros diferentes no geoplano e reproduza-os na malha pontilhada abaixo.



3) No geoplano, desenhe um quadrilátero que tenha, pelo menos, dois lados paralelos e dois perpendiculares. Reproduza-o aqui:



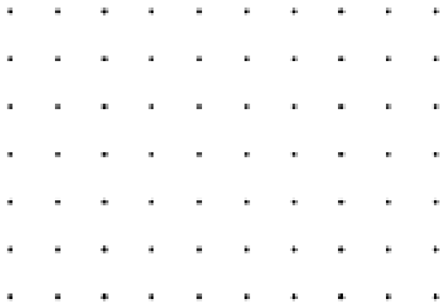
a) Qual é o nome do quadrilátero que você desenhou? ____________________

b) Existe algum outro quadrilátero, além daquele que você desenhou, que tenha pelo menos dois lados paralelos e dois perpendiculares? Use o geoplano para fazer tentativas, e se existir, represente-o na malha pontilhada acima, escrevendo aqui o seu nome: ____________________

Agora, a distância entre dois pinos, medida horizontal ou verticalmente, será nossa unidade de comprimento, e a região limitada por quatro pinos será nossa unidade de área.

Unidades de comprimento Unidade de área

4) Desenhe quatro quadrados no geoplano, representando-os na malha abaixo. Determine o perímetro e a área de cada um deles, registrando na tabela.



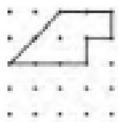
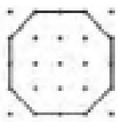
lado	perímetro	área

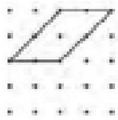
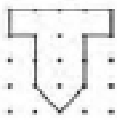
a) Os quadrados que você desenhou são figuras semelhantes? _______

b) Você observa alguma relação entre a variação do tamanho do lado e a variação do perímetro? Qual é? ____________________

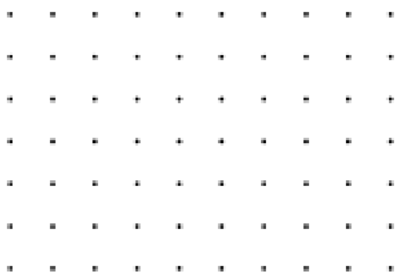
c) Você observa alguma relação entre a variação do tamanho do lado e a variação da área? Qual é? ____________________

5) Determine a área das seguintes figuras, sem usar fórmulas. Se necessário, desenhe-as no geoplano.

Área =


Área =

Área =


Área =

6) No geoplano, desenhe retângulos de perímetro 12. Represente-os na malha abaixo. Qual deles tem a maior área?



lados	área

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DISCIPLINA: MONOGRAFIA II — ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES

ALUNOS: CARLOS VINICIOS M. RIBEIRO E OZINEIA VIEIRA DOS S. DA SILVA — TESTE EXPLORATÓRIO

LISTA 2

Explorando o *software Geogebra*

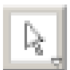
Para um melhor entendimento, sugerimos que você faça os exercícios a seguir acompanhando o desenvolvimento no projetor multimídia e as explicações dadas pelos professores em formação.

Exercício 1 – pontos e segmentos

a) Com a ferramenta  '**Novo Ponto**' selecionada, clique em dois lugares diferentes da área de trabalho. Foram marcados dois pontos, denominados *A* e *B* pelo programa. Para exibir a denominação de cada ponto, selecione-o com o botão direito do *mouse* e escolha '**Exibir rótulo**'. Quando clicamos sobre um objeto, sabemos que ele está selecionado quando o cursor muda de uma cruz para uma seta.

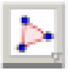
b) Acione a ferramenta  '**Segmento Definido por Dois Pontos**', selecione um dos pontos e depois o outro, para construir o segmento de reta de extremidades *A* e *B*.

c) Escolha a ferramenta  '**Distância, Comprimento ou Perímetro**' e selecione o segmento $\overline{AB}$ para exibir seu comprimento. Quando selecionamos um segmento, seu traçado aparece mais grosso.

d) Acione a ferramenta  '**Mover**' e clique em um dos pontos (*A* ou *B*), para movê-lo. Observe que, conforme o ponto é movido, o comprimento do segmento $\overline{AB}$ é recalculado pelo programa.

e) Ainda com a ferramenta  '**Mover**' acionada, clique em um local próximo ao segmento $\overline{AB}$ e, sem soltar o botão do mouse, arraste-o até que todo o segmento $\overline{AB}$ esteja contido no retângulo azul que aparecerá na área de trabalho. Agora, aperte uma das setas do teclado  e verá o segmento se mover (talvez seja necessário desativar o '**Num Lock**'). Sempre que uma parte da área de trabalho for selecionada, aparecendo um retângulo azul, e uma das setas do teclado for acionada, todos os objetos no interior do retângulo se moverão, sem alterar sua posição relativa.

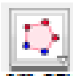
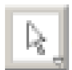
Exercício 2 – polígonos, perímetro e área

a) Com a ferramenta  '**Polígono**', construa um quadrilátero qualquer.

b) Acionando a ferramenta  '**Distância, Comprimento ou Perímetro**', determine o comprimento de cada lado e do perímetro do quadrilátero.

c) Acionando a ferramenta  '**Área**' determine o valor da área do quadrilátero.

d) Acione a ferramenta  '**Mover**' e arraste um dos vértices do quadrilátero. Faça o mesmo com cada um dos outros três vértices. Observe que eles se movem de forma independente, sem preservar a forma original do polígono.

e) Com a ferramenta  '**Polígono Regular**', construa um quadrado. Em seguida, use  e mova um dos vértices em azul, depois o outro. Observe que a figura continua sendo um quadrado, só variando tamanho e posição, ou seja, a forma original é mantida.

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DISCIPLINA: MONOGRAFIA II ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES
ALUNOS: CARLOS VINICIOS M. RIBEIRO E OZINEIA VIEIRA DOS S. DA SILVA TESTE EXPLORATÓRIO

LISTA 3

Áreas de figuras planas no *software Geogebra*

Para responder as perguntas, você pode utilizar qualquer uma das ferramentas do *software* apresentadas na LISTA 2. Ao final de cada exercício, feche o arquivo que foi utilizado.

1) Abra o arquivo do *Geogebra* '**L3 ex1**'. Nele, há um quadrilátero *ABCD* no qual os vértices *A*, *B* e *D* podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é *ABCD*? Que características você observou para reconhecê-lo?

____

b) Movendo apenas o vértice *D*, a área de *ABCD* se altera? E o perímetro?

____

c) Movendo os vértices *A* ou *B*, a área de *ABCD* se altera? Por quê?

____

2) Abra o arquivo do *Geogebra* '**L3 ex2**'. Os vértices *A*, *B* e *E* podem ser movidos, e há três triângulos de mesma área. Mesmo que movimentemos um desses vértices, as áreas dos três triângulos permanecerão iguais (experimente!).

a) Diga quais são os triângulos, nomeando seus vértices, e explique porque os três têm a mesma área.

____

b) Estes três triângulos também têm sempre o mesmo perímetro?

____

3) Abra o arquivo do *Geogebra* '**L3 ex3**'. Há um quadrilátero *ABCD*, e os pontos *E*, *F*, *G* e *H* são os pontos médios dos lados do quadrilátero *ABCD*. Apenas os vértices *A*, *B* e *D* podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é *ABCD*? Que características você observou para reconhecê-lo?

____

b) Selecione a ferramenta '**Polígono**' e construa o quadrilátero *EFGH*. Que tipo de quadrilátero é este? Que características você observou para reconhecê-lo?

____

c) Qual a razão entre as áreas de *ABCD* e *EFGH*, ou seja, qual o valor de $\frac{\text{área de } ABCD}{\text{área de } EFGH}$?

____

d) A partir do item (c) e da fórmula para o cálculo da área de *ABCD*, chegue a uma fórmula para o cálculo da área de *EFGH*.

____

4) Abra o arquivo do *Geogebra* 'L3 ex4'. Há um quadrilátero *ABCD*, e os pontos *F*, *G*, *H* e *J* são os pontos médios dos lados do quadrilátero *ABCD*. Apenas os vértices *A*, *B* e *D* podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é *ABCD*? Que características que você observou para reconhecê-lo?

____

b) Selecione a ferramenta '**Polígono**' e construa o quadrilátero *FGHJ*. Que tipo de quadrilátero é este? Que características que você observou para reconhecê-lo?

____

c) Qual a razão entre as áreas de *ABCD* e *FGHJ*? ____________________________________

d) A partir do item (c) e da fórmula para o cálculo da área de *FGHJ*, chegue à fórmula para o cálculo da área de *ABCD*.

____

5) Abra o arquivo do *Geogebra* '**L3 ex5**'. Não há figuras prontas.

a) Com o auxílio da ferramenta '**Polígono Regular**', construa um quadrado *ABCD*. Usando outras ferramentas, determine:

I) a medida do lado do quadrado *ABCD*: _____

II) a medida do perímetro do quadrado *ABCD*: _____

III) a medida da área do quadrado *ABCD*: _____.

b) Construa outro quadrado *EFGH*, cujo lado meça o dobro do lado de *ABCD*. Determine, também, seu perímetro e sua área, com o auxílio das ferramentas.

I) medida do lado do quadrado *EFGH*: _____

II) medida do perímetro do quadrado *EFGH*: _____

III) medida da área do quadrado *EFGH*: _____

c) Qual a razão entre a medida do lado de *ABCD* e a medida do lado de *EFGH*? _____

d) Qual a razão entre as medidas dos perímetros de *ABCD* e de *EFGH*? _____

e) Qual a razão entre as medidas das áreas de *ABCD* e de *EFGH*? _____

6) Abra o arquivo do *Geogebra* '**L3 ex6**'. Há um retângulo desenhado, *ABCD*, cujas medidas dos lados, do perímetro e da área já foram encontrados e estão registrados na primeira linha da tabela abaixo.

a) Movendo um dos vértices *B* ou *C*, faça os tamanhos dos lados do retângulo variarem de forma que suas medidas sejam a metade, o dobro e o triplo das medidas originais. Novamente, determine a medida do perímetro e a medida da área de cada novo retângulo, completando a tabela abaixo.

Medidas dos lados	Medida do perímetro	Medida da área
1,2 cm e 2,2 cm	6,8 cm	2,64 cm²

b) Os retângulos que você construiu são semelhantes, e a razão entre o tamanho de dois elementos lineares (por exemplo, lados, diagonais, perímetro) de figuras semelhantes, é chamada de **razão de semelhança**. Quais as razões de semelhança entre:

I) o segundo e o primeiro retângulos? _____
II) o terceiro e o primeiro retângulos? _____
III) o quarto e o primeiro retângulos? _____
c) Agora, preencha com a **razão entre as áreas**:
I) do segundo e do primeiro retângulos. _____
II) do terceiro e do primeiro retângulos. _____
III) do quarto e do primeiro retângulos. _____
d) As razões entre as áreas são iguais às razões de semelhança? Se não, qual a relação entre elas?

____

APÓS TERMINAR DE FAZER OS EXERCÍCIOS DESTA LISTA, POR FAVOR, RESPONDA E DÊ SUGESTÕES PARA A MELHORIA DE NOSSO TRABALHO.
DESDE JÁ, AGRADECEMOS SUA PARTICIPAÇÃO.

Em termos de conhecimento do assunto, a participação nessas atividades acrescentou:
( ) nada. ( ) algumas informações novas. ( ) muitas informações novas. ( ) tudo foi novidade.

Quanto à duração da Lista 1 (atividades com o Geoplano):
( ) muito longa. ( ) um pouco longa. ( ) normal. ( ) passou rápido.

Quanto à duração da Lista 2 (atividades de reconhecimento do *Geogebra*):
( ) muito longa. ( ) um pouco longa. ( ) normal. ( ) passou rápido.

Quanto à duração da Lista 3 (atividades com o uso do *Geogebra*):
( ) muito longa. ( ) um pouco longa. ( ) normal. ( ) passou rápido.

Qual dos recursos você mais gostou de utilizar:
( ) Geoplano. ( ) *Geogebra*. ( ) ambos, sem ordem de preferência.

Você acredita que este tipo de atividade possa auxiliar alunos a partir do 9º ano do Ensino Fundamental no entendimento dos conceitos de área e perímetro de figuras planas? Por quê?

____
____
____

Quanto à compreensão das fórmulas para o cálculo de áreas que foram abordadas, esta atividade pode contribuir para que tais fórmulas façam mais sentido para os alunos? Por quê?

____
____
____

APÊNDICE B – Atividades da validação

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica — Ministério da Educação

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DISCIPLINA: MONOGRAFIA II — ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES

ALUNOS: CARLOS VINICIOS M. RIBEIRO E OZINEIA VIEIRA DOS S. DA SILVA — 2º TESTE EXPLORATÓRIO

TESTE DE SONDAGEM

1) Complete as lacunas das frases abaixo com "o perímetro" ou "a área", de acordo com a situação.

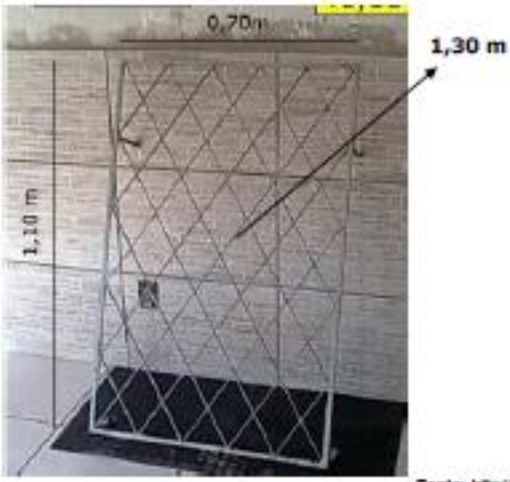
a) Para calcular a quantidade de arame farpado necessária para cercar um terreno, preciso saber ______________ do terreno.

b) Para calcular a quantidade de ladrilhos necessária para forrar a parede de uma cozinha, preciso saber ______________ da parede.

c) Para reservar espaço para um quadro a ser pendurado na parede, preciso saber ______________ do quadro.

d) Para comprar um cinto, preciso saber ______________ da cintura.

2) A figura abaixo é de uma grade de ferro para janela, colocada à venda na internet.



Fonte: http://cidaderiodejaneiro.olx.br

a) Qual foi a quantidade de ferro utilizada para confeccionar a grade?

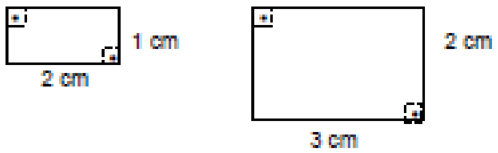
b) Vou comprar a grade para colocar em uma janela que tem 10 cm a menos de largura e 10 cm a menos de altura que a grade. Se eu quiser fazer uma tela "mosquiteiro" para cobrir a janela onde a grade será colocada, que quantidade de tela terei que comprar?

c) No desenho da grade há vários polígonos. Dê o nome de todos os que você conseguir visualizar.

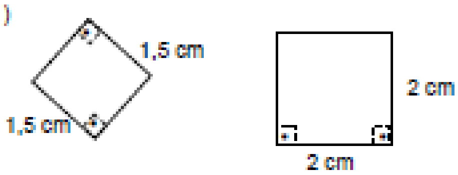
____

3) Marque com um (X) o(s) par(es) de figuras semelhantes.

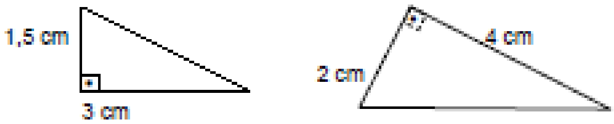
( )



( )

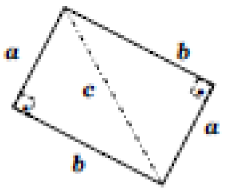


( )



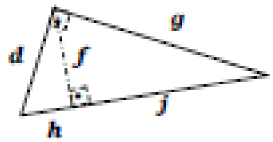
4) Escreva a fórmula para o cálculo da área das figuras planas que você conseguir se lembrar, de acordo com os dados. Letras iguais representam medidas iguais.

a)



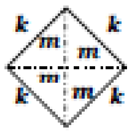
Área = ______

b)



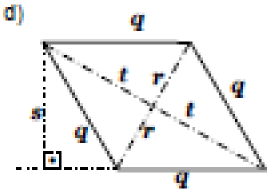
Área = ______

c)



Área = ______

d)



Área = ______

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

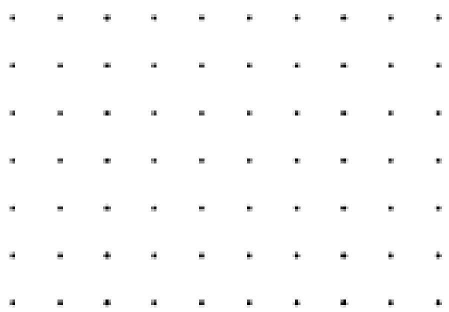
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
DISCIPLINA: MONOGRAFIA II ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES
ALUNOS: CARLOS VINICIOS M. RIBEIRO E OZINEIA VIEIRA DOS S. DA SILVA 2º TESTE EXPLORATÓRIO

LISTA 1

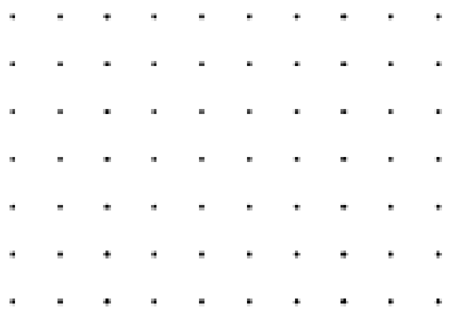
Atividades com o geoplano

1) No geoplano, desenhe figuras planas que representem objetos tridimensionais e peça para que o aluno ao lado descubra o que você desenhou.

2) Desenhe três quadriláteros diferentes no geoplano e reproduza-os na malha pontilhada abaixo.



3) No geoplano, desenhe um quadrilátero que tenha, pelo menos, dois lados paralelos e dois perpendiculares. Reproduza-o aqui:

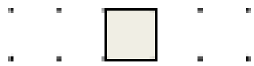


a) Qual é o nome do quadrilátero que você desenhou? ______________________

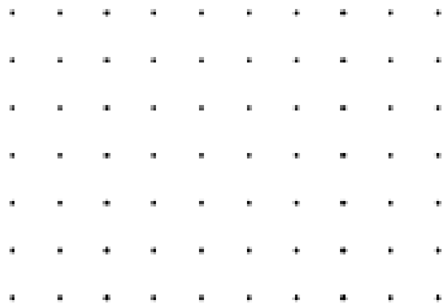
b) Existe algum outro quadrilátero, além daquele que você desenhou, que tenha pelo menos dois lados paralelos e dois perpendiculares? Use o geoplano para fazer tentativas, e se existir, represente-o na malha pontilhada acima, escrevendo aqui o seu nome: ______________________

No geoplano, a distância entre dois pinos, horizontal ou vertical, é a unidade de comprimento.

No geoplano, a região limitada por quatro pinos é a unidade de área.



4) Desenhe quatro quadrados diferentes no geoplano, representando-os na malha abaixo. Determine as medidas do lado, do perímetro e da área de cada um deles, registrando-as na tabela.

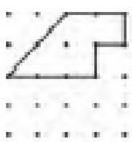


Medida do lado	Medida do perímetro	Medida da área

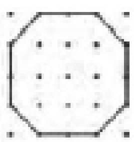
a) Os quadrados que você desenhou são figuras semelhantes? ________

b) Verifique, observando a tabela, que quando multiplicamos o lado do quadrado por um número, o perímetro é multiplicado pelo mesmo número. Isto também acontece com a área do quadrado? ________

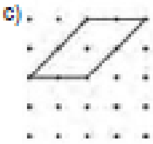
5) Determine a área das seguintes figuras, sem usar fórmulas. Se necessário, desenhe-as no geoplano.

a) 

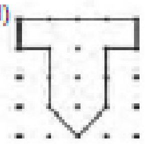
Área = _____

b) 

Área = _____

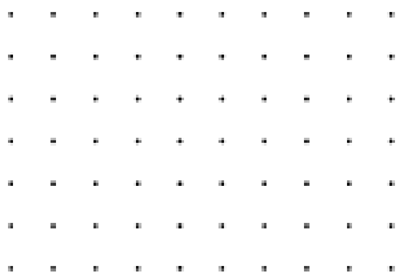
c) 

Área = _____

d) 

Área = _____

6) No geoplano, desenhe três retângulos diferentes de perímetro 12. Represente-os na malha abaixo, registrando na tabela as medidas dos lados e da área de cada um. Qual deles tem a maior área?



Medidas dos lados	Medida da área

Resposta: ________________

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
DISCIPLINA: MONOGRAFIA II — ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES
ALUNOS: CARLOS VINICIOS M. RIBEIRO E OZINEIA VIEIRA DOS S. DA SILVA — 2º TESTE EXPLORATÓRIO

LISTA 2

Explorando o *software Geogebra*

Para um melhor entendimento, sugerimos que você faça os exercícios a seguir acompanhando o desenvolvimento no projetor multimídia e as explicações dadas pelos professores em formação.

Exercício 1 – pontos e segmentos

a) Com a ferramenta **'Novo Ponto'** selecionada, clique em dois lugares diferentes da área de trabalho. Foram marcados dois pontos, denominados *A* e *B* pelo programa. Para exibir a denominação de cada ponto, selecione-o com o botão direito do *mouse* e escolha **'Exibir rótulo'**. Quando clicamos sobre um objeto, sabemos que ele está selecionado quando o cursor muda de uma cruz para uma seta.

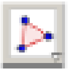
b) Acione a ferramenta **'Segmento Definido por Dois Pontos'**, selecione um dos pontos e depois o outro, para construir o segmento de reta de extremidades *A* e *B*.

c) Escolha a ferramenta **'Distância, Comprimento ou Perímetro'** e selecione o segmento $\overline{AB}$ para exibir seu comprimento. Quando selecionamos um segmento, seu traçado aparece mais grosso.

d) Acione a ferramenta **'Mover'** e clique em um dos pontos (*A* ou *B*), para movê-lo. Observe que, conforme o ponto é movido, o comprimento do segmento $\overline{AB}$ é recalculado pelo programa.

e) Ainda com a ferramenta **'Mover'** acionada, clique em um local próximo ao segmento $\overline{AB}$ e, sem soltar o botão do mouse, arraste-o até que todo o segmento $\overline{AB}$ esteja contido no retângulo azul que aparecerá na área de trabalho. Agora, aperte uma das setas do teclado ← ↑ ↓ → e verá o segmento se mover (talvez seja necessário desativar o **'Num Lock'**). Sempre que uma parte da área de trabalho for selecionada, aparecendo um retângulo azul, e uma das setas do teclado for acionada, todos os objetos no interior do retângulo se moverão, sem alterar sua posição relativa.

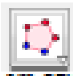
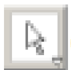
Exercicio 2 – poligonos, perimetro e área

a) Com a ferramenta  '**Polígono**', construa um quadrilátero qualquer.

b) Acionando a ferramenta  '**Distância, Comprimento ou Perímetro**', determine o comprimento de cada lado e do perímetro do quadrilátero.

c) Acionando a ferramenta  '**Área**' determine o valor da área do quadrilátero.

d) Acione a ferramenta  '**Mover**' e arraste um dos vértices do quadrilátero. Faça o mesmo com cada um dos outros três vértices. Observe que eles se movem de forma independente, sem preservar a forma original do polígono.

e) Com a ferramenta  '**Polígono Regular**', construa um quadrado. Em seguida, use  e mova um dos vértices em azul, depois o outro. Observe que a figura continua sendo um quadrado, só variando tamanho e posição, ou seja, a forma original é mantida.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
DISCIPLINA: MONOGRAFIA II ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES
ALUNOS: CARLOS VINICIOS M. RIBEIRO E OZINEIA VIEIRA DOS S. DA SILVA 2º TESTE EXPLORATÓRIO

LISTA 3

Áreas de figuras planas no *software Geogebra*

Para responder as perguntas, você pode utilizar qualquer ferramenta do *software* (algumas foram apresentadas na LISTA 2). Ao final de cada questão, feche o arquivo que foi utilizado.

1) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 1**'. Nele, há um quadrilátero *ABCD* no qual os vértices *A*, *B* e *D* podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é *ABCD*? Que características você observou para reconhecê-lo?

____

b) Movendo apenas o vértice *D*, a área de *ABCD* se altera? E o perímetro?

____

c) Movendo os vértices *A* ou *B*, a área de *ABCD* se altera? Por quê?

____

2) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 2**'. Os vértices *A*, *B* e *E* podem ser movidos, e há três triângulos de mesma área. Mesmo que movimentemos um desses vértices, as áreas dos três triângulos permanecerão iguais (experimente!).

a) Quais são os triângulos que têm áreas iguais? Explique porque os três têm sempre a mesma área.

____

b) Estes três triângulos também têm sempre o mesmo perímetro?

____

3) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 3**'. Há um quadrilátero *ABCD*, e os pontos *E*, *F*, *G* e *H* são os pontos médios dos lados do quadrilátero *ABCD*. Apenas os vértices *A*, *B* e *D* podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é *ABCD*? Que características você observou para reconhecê-lo?

____

b) Selecione a ferramenta '**Polígono**' e construa o quadrilátero *EFGH*. Que tipo de quadrilátero é este? Que características você observou para reconhecê-lo?

____

c) Qual a razão entre as áreas de *ABCD* e *EFGH*, ou seja, qual é a fração $\frac{\text{área de } ABCD}{\text{área de } EFGH}$? ________

d) A partir do item (c) e da fórmula para o cálculo da área de *ABCD*, chegue a uma fórmula para o cálculo da área de *EFGH*.

____

4) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 4**'. Há um quadrilátero *ABCD*, e os pontos *F*, *G*, *H* e *J* são os pontos médios dos lados do quadrilátero *ABCD*. Apenas os vértices *A*, *B* e *D* podem ser movidos.

a) Que tipo de quadrilátero é *ABCD*? Que características que você observou para reconhecê-lo?

____

b) Selecione a ferramenta '**Polígono**' e construa o quadrilátero *FGHJ*. Que tipo de quadrilátero é este? Que características que você observou para reconhecê-lo?

____

c) Qual a razão entre as áreas de *ABCD* e *FGHJ*, isto é, o valor da fração $\frac{\text{área de } ABCD}{\text{área de } FGHJ}$?

____

d) A partir do item (c) e da fórmula para o cálculo da área de *FGHJ*, chegue à fórmula para o cálculo da área de *ABCD*. (Sugestão: trace os segmentos $\overline{FH}$, $\overline{CG}$ e $\overline{DG}$, e observe os triângulos *ADG*, *DGC* e *GCB*.)

____

5) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 5**'. Não há figuras prontas.

a) Com o auxílio da ferramenta '**Polígono Regular**', construa um quadrado *ABCD*. Usando outras ferramentas, determine:

I) a medida do lado do quadrado *ABCD*: _____

II) a medida do perímetro do quadrado *ABCD*: _____

III) a medida da área do quadrado *ABCD*: _____.

b) Construa outro quadrado *EFGH*, cujo lado meça o dobro do lado de *ABCD*. Determine, também, seu perímetro e sua área, com o auxílio das ferramentas.

I) medida do lado do quadrado *EFGH*: _____

II) medida do perímetro do quadrado *EFGH*: _____

III) medida da área do quadrado *EFGH*: _____

c) Qual a razão entre a medida do lado de *ABCD* e a medida do lado de *EFGH* $\left(\frac{\text{lado de } ABCD}{\text{lado de } EFGH}\right)$? _____

d) Qual a razão entre as medidas dos perímetros de *ABCD* e de *EFGH* $\left(\frac{\text{perímetro de } ABCD}{\text{perímetro de } EFGH}\right)$? _____

Os quadrados que você construiu são figuras **semelhantes**. A razão entre as medidas de dois elementos lineares correspondentes de figuras semelhantes (por exemplo, lados, alturas, perímetros), é chamada de **razão de semelhança**.

e) A razão de semelhança entre os quadrados *ABCD* e *EFGH* é _____.

f) Qual a razão entre as medidas das áreas de *ABCD* e de *EFGH* $\left(\frac{\text{área de } ABCD}{\text{área de } EFGH}\right)$? _____

g) A razão entre as medidas das áreas de *ABCD* e de *EFGH* é igual à razão de semelhança entre os quadrados *ABCD* e *EFGH*? _______

6) Abra o arquivo do *Geogebra* '**Questão 6**'. Há um retângulo desenhado, *ABCD*, cujas medidas dos lados, do perímetro e da área já foram encontrados e estão registrados na primeira linha da tabela abaixo, com o nome de 'Original'.

a) Movendo um dos vértices *C* ou *D*, faça os tamanhos dos lados do retângulo variarem de forma que suas medidas sejam a metade, o dobro e o triplo das medidas originais, respectivamente. Determine a medida do perímetro e a medida da área de cada novo retângulo, completando a tabela abaixo.

Retângulo	Medidas dos lados	Medida do perímetro	Medida da área
Original	2,2 cm e 3,4 cm	11,2 cm	7,48 cm²
Primeiro	1,1 cm e 1,7 cm		
Segundo	4,4 cm e 6,8 cm		
Terceiro	6,6 cm e 10,2 cm		

b) Os retângulos que você construiu são **semelhantes**. Quais as razões de semelhança entre:

I) o Primeiro retângulo e o Original? _____

II) o Segundo retângulo e o Original? _____

III) o Terceiro retângulo e o Original? _____

c) Agora, preencha com a **razão entre as áreas**:

I) do Primeiro retângulo e do Original. _____

II) do Segundo retângulo e do Original. _____

III) do Terceiro retângulo e do Original. _____

d) Comparando as respostas dadas nos subitens (I), (II) e (III) de (b) e (c), diga como obtemos a razão entre as áreas a partir da razão de semelhança entre as figuras.

____

APÓS TERMINAR DE FAZER OS EXERCÍCIOS DESTA LISTA, POR FAVOR, RESPONDA E DÊ SUGESTÕES PARA A MELHORIA DE NOSSO TRABALHO.
DESDE JÁ, AGRADECEMOS SUA PARTICIPAÇÃO.

Em termos de conhecimento do assunto, a participação nessas atividades acrescentou:
( ) nada. ( ) algumas informações novas. ( ) muitas informações novas. ( ) tudo foi novidade.

Quanto à duração da Lista 1 (atividades com o Geoplano):
( ) muito longa. ( ) um pouco longa. ( ) normal. ( ) passou rápido.

Quanto à duração da Lista 2 (atividades de reconhecimento do *Geogebra*):
( ) muito longa. ( ) um pouco longa. ( ) normal. ( ) passou rápido.

Quanto à duração da Lista 3 (atividades sobre área com o uso do *Geogebra*):
( ) muito longa. ( ) um pouco longa. ( ) normal. ( ) passou rápido.

Qual dos recursos você mais gostou de utilizar:
( ) Geoplano. ( ) *Geogebra*. ( ) ambos, sem ordem de preferência.

Você acredita que este tipo de atividade com o Geoplano possa auxiliar alunos a partir do 9º ano do Ensino Fundamental no entendimento dos conceitos de área e perímetro de figuras planas? Por quê?

____
____
____

Quanto às fórmulas para o cálculo de áreas abordadas com o *Geogebra*, as atividades realizadas podem contribuir para que essas fórmulas façam mais sentido para os alunos? Por quê?

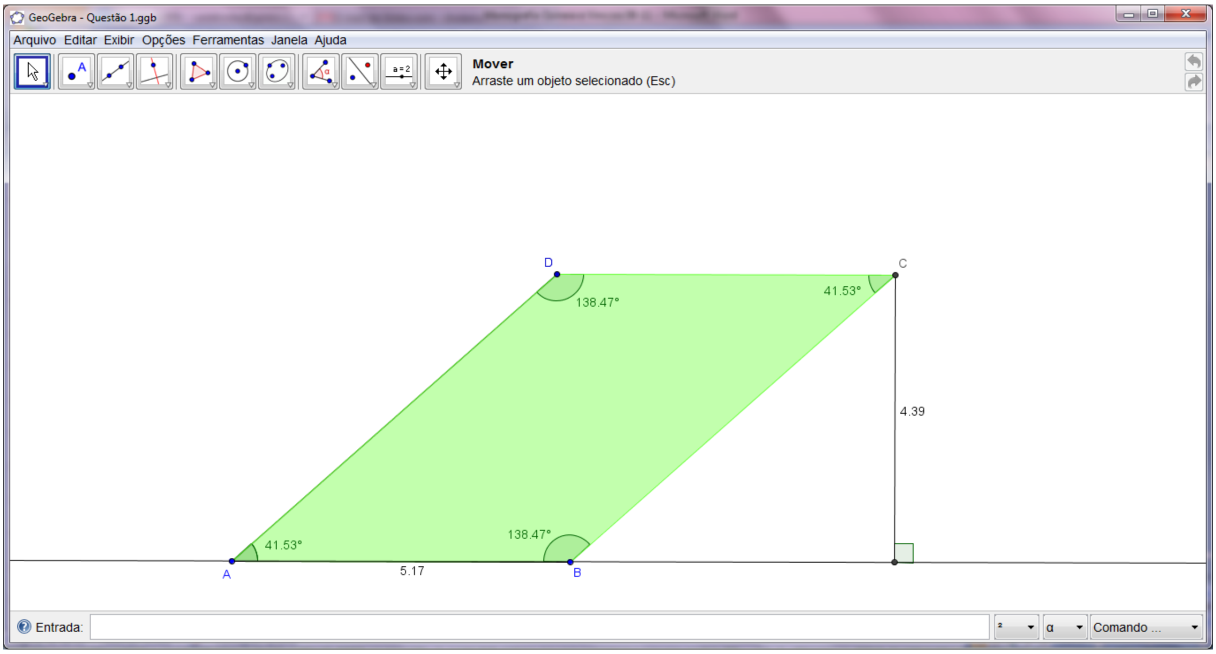
____
____
____

OUTRAS OBSERVAÇÕES E SUGESTÕES.

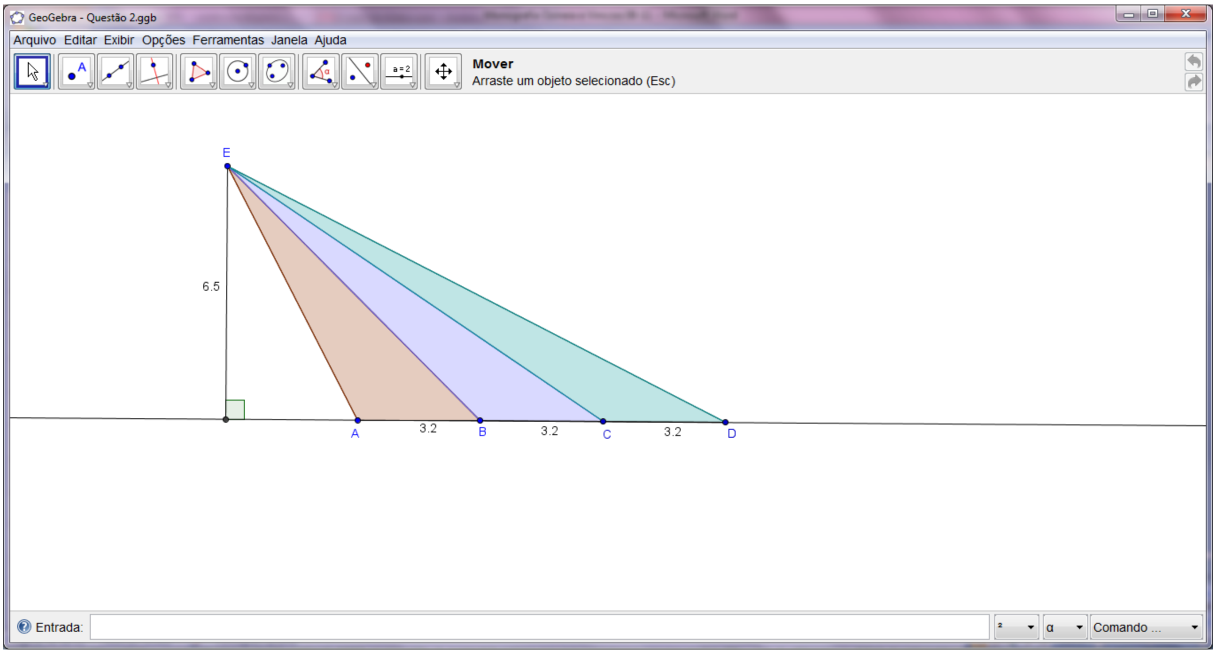
____
____
____
____
____

APÊNDICE C – Telas dos arquivos do Geogebra

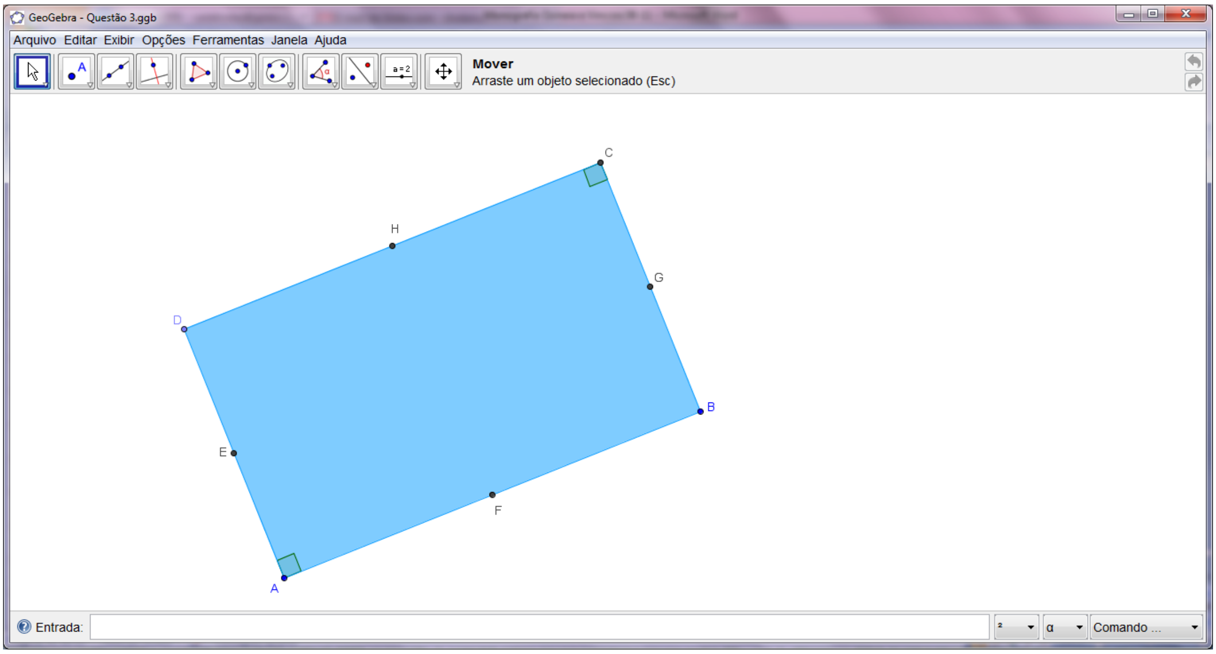
Questão 1

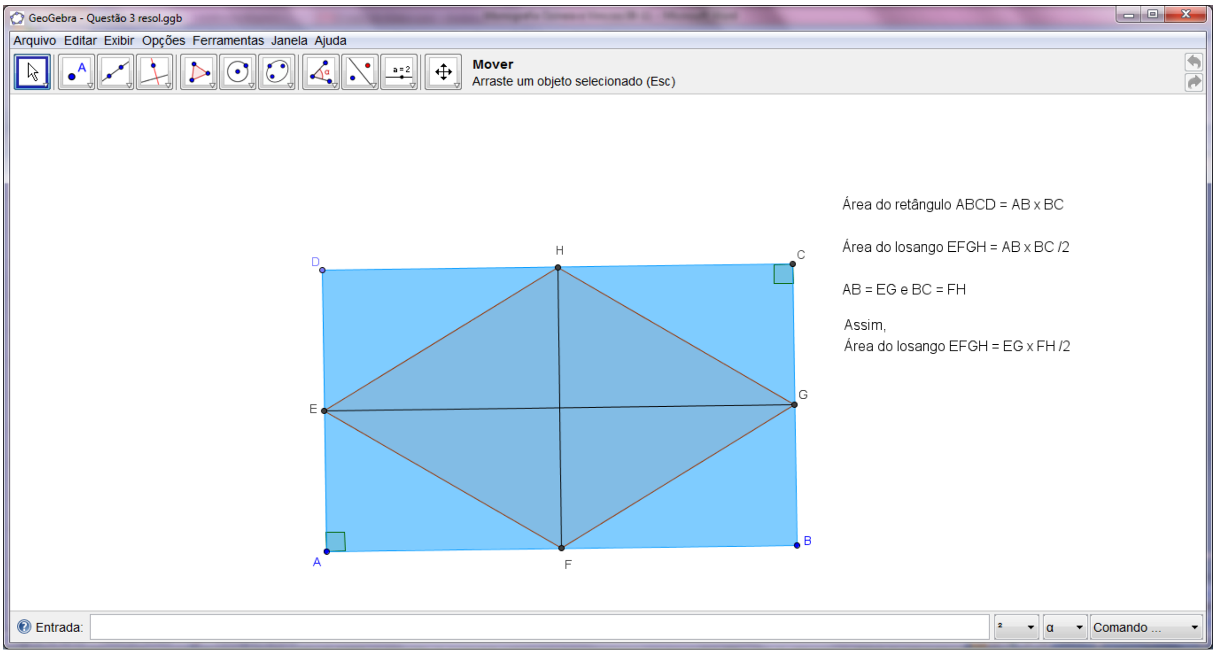


Questão 2

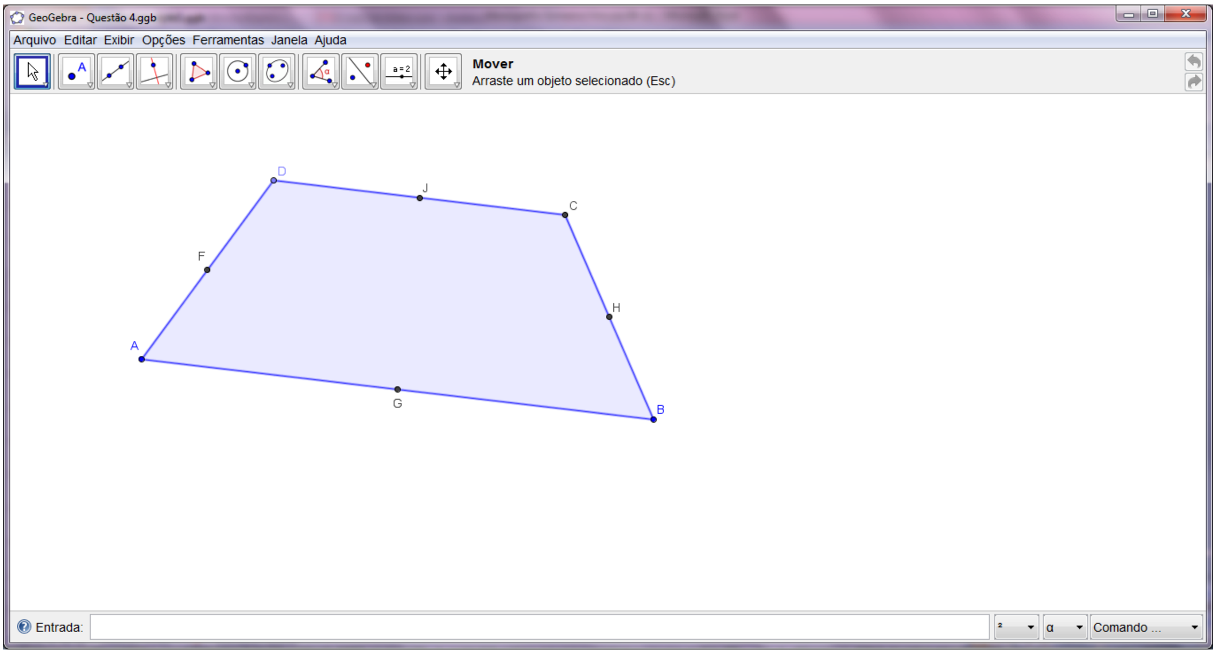


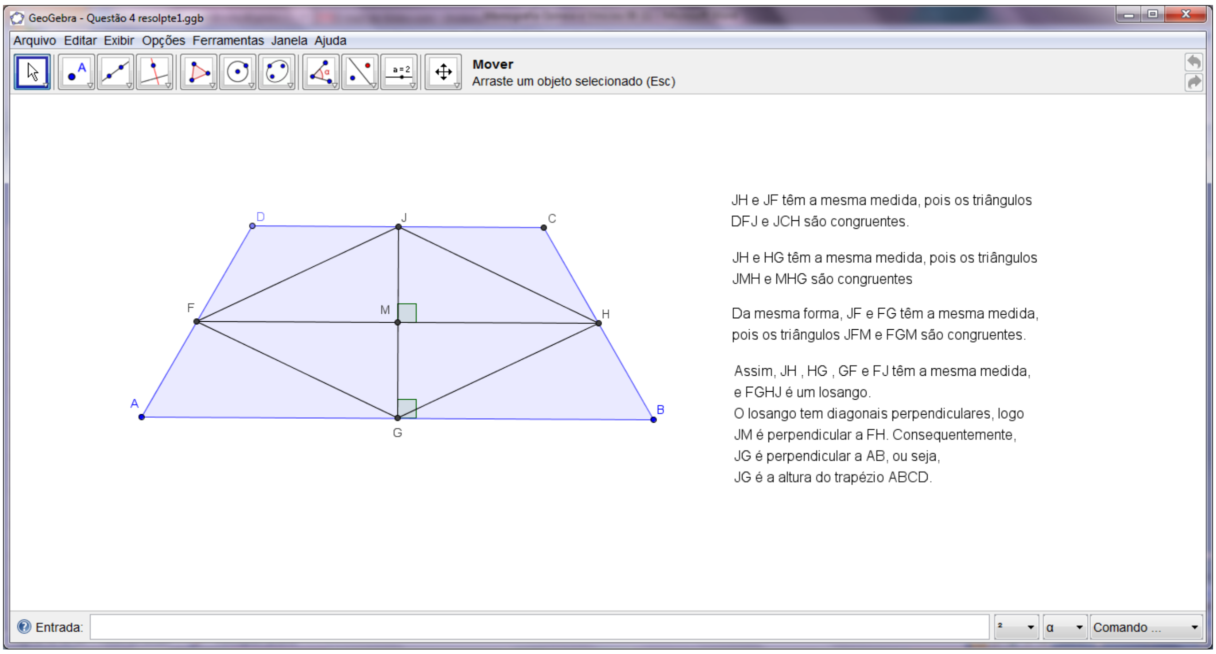
Questão 3

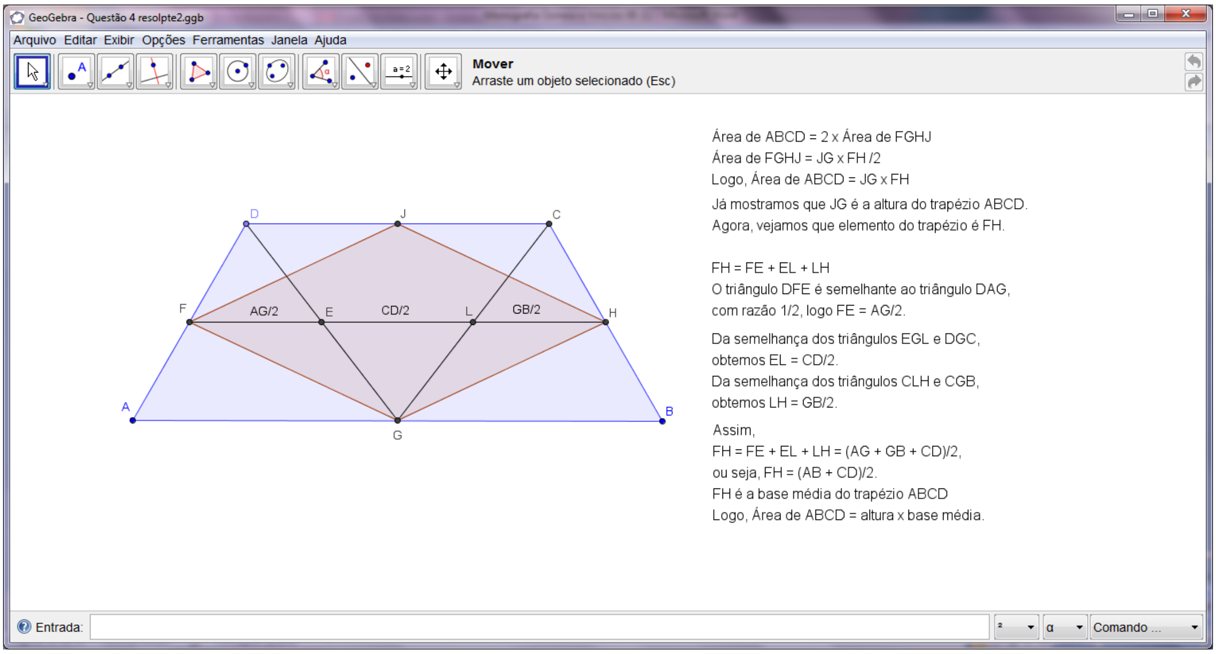

GeoGebra - Questão 3.ggb
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)
C
H
G
D
B
E
F
A
Entrada:
Comando ...


GeoGebra - Questão 3 resol.ggb
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)
Área do retângulo ABCD = AB x BC
Área do losango EFGH = AB x BC /2
AB = EG e BC = FH
Assim,
Área do losango EFGH = EG x FH /2
D
H
C
E
G
A
F
B
Entrada:
Comando ...

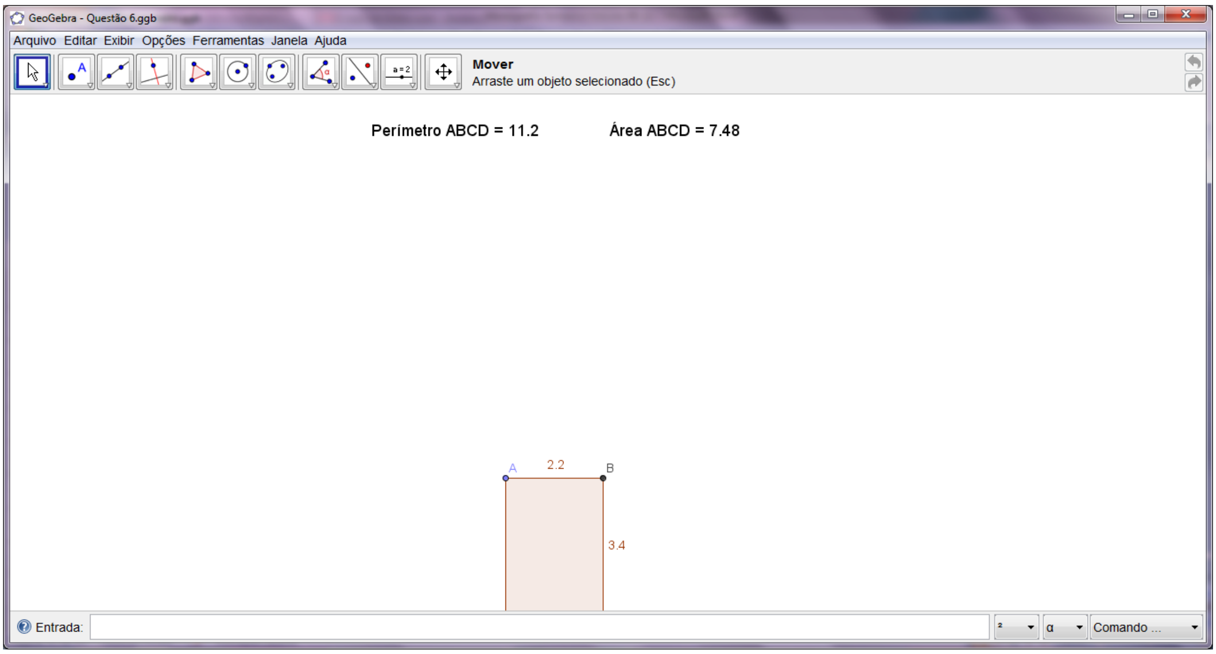
Questão 4

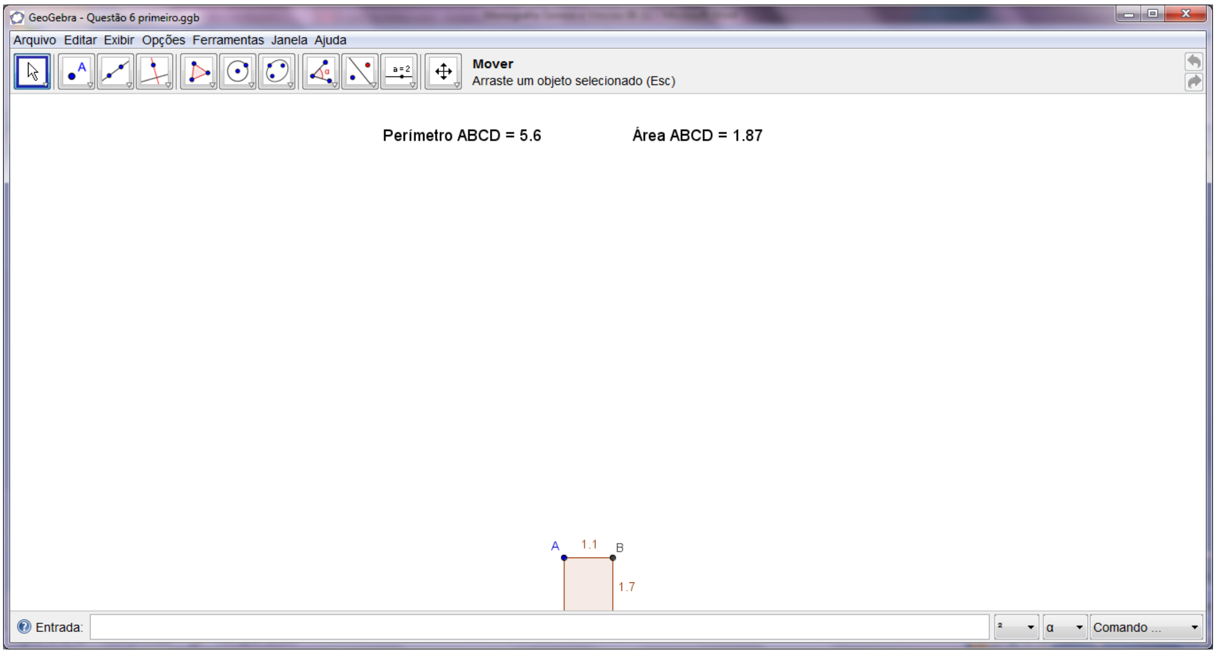

GeoGebra - Questão 4.ggb
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)
D
J
C
F
H
A
G
B
Entrada:
Comando ...

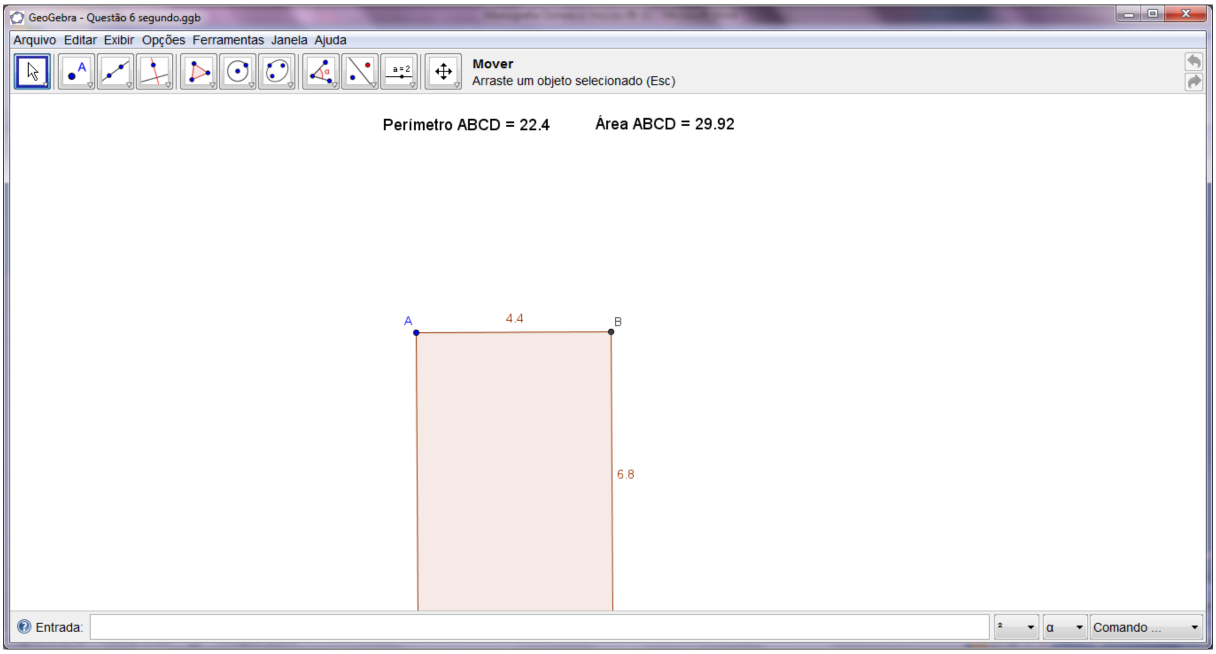

GeoGebra - Questão 4 resolpte1.ggb
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)
D
J
C
F
M
H
A
G
B
JH e JF têm a mesma medida, pois os triângulos
DFJ e JCH são congruentes.
JH e HG têm a mesma medida, pois os triângulos
JMH e MHG são congruentes
Da mesma forma, JF e FG têm a mesma medida,
pois os triângulos JFM e FGM são congruentes.
Assim, JH , HG , GF e FJ têm a mesma medida,
e FGHJ é um losango.
O losango tem diagonais perpendiculares, logo
JM é perpendicular a FH. Consequentemente,
JG é perpendicular a AB, ou seja,
JG é a altura do trapézio ABCD.
Entrada:
Comando ...

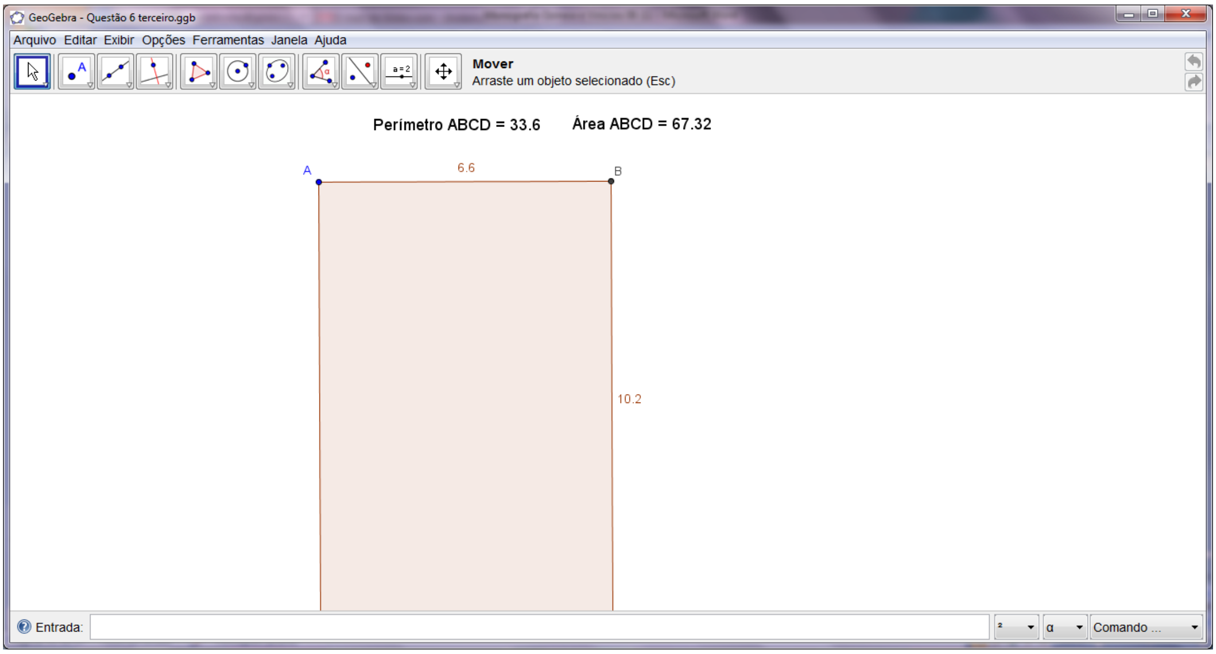

GeoGebra - Questão 4 resolpte2.ggb
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)
D
J
C
F
AG/2
E
CD/2
L
GB/2
H
A
B
G
Área de ABCD = 2 x Área de FGHJ
Área de FGHJ = JG x FH /2
Logo, Área de ABCD = JG x FH
Já mostramos que JG é a altura do trapézio ABCD.
Agora, vejamos que elemento do trapézio é FH.
FH = FE + EL + LH
O triângulo DFE é semelhante ao triângulo DAG,
com razão 1/2, logo FE = AG/2.
Da semelhança dos triângulos EGL e DGC,
obtemos EL = CD/2.
Da semelhança dos triângulos CLH e CGB,
obtemos LH = GB/2.
Assim,
FH = FE + EL + LH = (AG + GB + CD)/2,
ou seja, FH = (AB + CD)/2.
FH é a base média do trapézio ABCD
Logo, Área de ABCD = altura x base média.
Entrada:
Comando ...

Questão 6


GeoGebra - Questão 6.ggb
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)
Perímetro ABCD = 11.2
Área ABCD = 7.48
A
2.2
B
3.4
Entrada:
Comando ...


GeoGebra - Questão 6 primeiro.ggb
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)
Perímetro ABCD = 5.6
Área ABCD = 1.87
A
1.1
B
1.7
Entrada:
Comando ...


GeoGebra - Questão 6 segundo.ggb
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)
Perímetro ABCD = 22.4
Área ABCD = 29.92
A
4.4
B
6.8
Entrada:
Comando ...


GeoGebra - Questão 6 terceiro.ggb
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)
Perímetro ABCD = 33.6
Área ABCD = 67.32
A
6.6
B
10.2
Entrada:
Comando ...