

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

UM ESTUDO DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS E FUNÇÕES
EXPONENCIAIS, RELACIONANDO-AS ATRAVÉS DA CONVERSÃO
DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA, COM O AUXÍLIO
DE UM OBJETO DE APRENDIZAGEM

RENATA NOGUEIRA CARDOSO

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2012

RENATA NOGUEIRA CARDOSO

**UM ESTUDO DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS E FUNÇÕES
EXPONENCIAIS, RELACIONANDO-AS ATRAVÉS DA CONVERSÃO
DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA, COM O AUXÍLIO
DE UM OBJETO DE APRENDIZAGEM**

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro, como requisito parcial para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a Dr^a Arilise Moraes de Almeida Lopes

Coorientadora: Prof^a MS. Carla Antunes Fontes

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2012

C268u

Cardoso, Renata Nogueira.

Um estudo de progressões geométricas e funções exponenciais, relacionando-as através da conversão dos registros de representação semiótica, com auxílio de um objeto de aprendizagem / Renata Nogueira Cardoso – Campos dos Goytacazes (RJ) : [s.n.], 2012.

108 f. : il.

Orientadora: Arilise Moraes de Almeida Lopes.

Co-orientação: Carla Antunes Fontes

Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Campus Campos-Centro. Campos dos Goytacazes, RJ, 2012.

Bibliografia: f. 86 – 91.

1. Progressões geométricas (Ensino médio) – Estudo e ensino. I. Lopes, Arilise Moraes de Almeida, orient. II. Fontes, Carla Antunes, co-orient. III. Título.

CDD – 515.24

RENATA NOGUEIRA CARDOSO

UM ESTUDO DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS E FUNÇÕES EXPONENCIAIS,
RELACIONANDO-AS ATRAVÉS DA CONVERSÃO DOS REGISTROS DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA, COM O AUXÍLIO DE UM OBJETO DE
APRENDIZAGEM

Monografia apresentada ao Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense
Campus Campos – Centro, como requisito
parcial para a conclusão do Curso de

Aprovada em 23 de novembro de 2012.

Banca Avaliadora:

Prof^ª Arilise Moraes de Almeida Lopes (orientadora)
Doutora em Informática na Educação / UFRGS
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

Prof^ª Carla Antunes Fontes (coorientadora)
Mestre em Matemática / UFRJ
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

Prof^ª Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro
Mestre em Educação Matemática/USU
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

Prof^ª Mônica Souto da Silva Dias
Doutora em Educação Matemática/PUC/SP
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força espiritual para a realização deste trabalho.

Aos meus pais, Christovam Luiz Machado Cardoso e Célia Maria Rangel Nogueira, pelo eterno orgulho de nossa caminhada, pelo apoio, compreensão, ajuda e, em especial, por todo o carinho ao longo deste percurso.

Aos meus colegas de curso e do Núcleo de Tecnologias Educacionais e Educação a Distância (NTEAD), pela cumplicidade, ajuda e amizade.

Às professoras Arilise Moraes de Almeida Lopes e Carla Antunes Fontes, pela orientação e coorientação deste trabalho.

RESUMO

O desempenho dos alunos na disciplina de Matemática não tem sido satisfatório. A desconexão dos seus conteúdos e a desarticulação entre os tipos de registros de representação semiótica podem ser um dos motivos para este fracasso. Com esse trabalho, propõe-se analisar os processos de construção do conhecimento do aluno, relacionando os conteúdos de Progressão Geométrica e Função Exponencial por meio das transformações entre os registros de representação semiótica, durante sua interação com um Objeto de Aprendizagem e as mediações com o professor. Sendo assim, realizou-se uma pesquisa de caráter qualitativo sob o enfoque exploratório, tendo como método de investigação o estudo de caso. A entidade pesquisada foi uma turma do segundo ano do Ensino Médio do IFFluminense campus Campos-Centro, em uma sala de aula informatizada. Foram elaboradas e aplicadas situações contextualizadas que fornecem a relação entre os conteúdos propostos, com os diferentes registros de representação semiótica para o Objeto de Aprendizagem. Os dados foram obtidos por meio de observação direta e real, de forma indutiva. A análise dos mesmos aponta que este estudo contribuiu para o processo de ensino e aprendizagem dos temas propostos.

Palavras-chave: Função Exponencial. Progressão Geométrica. Objeto de Aprendizagem. Registros de Representação Semiótica.

ABSTRACT

A STUDY OF GEOMETRIC SEQUENCES AND EXPONENTIAL FUNCTIONS, RELATING THEM THROUGH THE CONVERSION OF SEMIOTIC REPRESENTATION REGISTERS, WITH THE AID OF A LEARNING OBJECT

The performance of students in Mathematics class hasn't been satisfactory. The disconnection of its subjects and the disarticulation between the types of semiotic representation registers may be one of the reasons to this failure. With this work, it is proposed to analyze the student's knowledge construction processes, relating the subjects of Geometric Sequences and Exponential Functions through the transformations between the semiotic representation registers, during their interaction with a Learning Object and teacher's mediations. To this end, a qualitative research under exploratory focus was conducted, having as its investigation method the case study. The entity researched was a sophomore High School year class of IFFluminense campus Campos-Centro, in a computerized classroom. There were elaborated and applied 'in context' situations, which provide the relationship between the subjects proposed, with the different semiotic representation registers for the Learning Object. Data were obtained by direct and real observation, in an inductive form. Their analysis points that this study contributed to the teaching and learning process of the proposed subjects.

Keywords: Exponential Function. Geometric Sequence. Learning Object. Semiotic Representation Registers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Exemplo de transposição e conversão	22
Figura 1.2 - Tripé representando a mediação professor-aluno-Objeto de Aprendizagem.....	26
Figura 1.3 - Exemplo da interpretação geométrica de uma Progressão Geométrica.....	28
Figura 2.1 - Conversão entre os tipos de Registros de Representação Semiótica nas atividades do Objeto de Aprendizagem.	33
Figura 2.2 - Exemplo de uma imagem no Objeto de Aprendizagem relacionada ao contexto apresentado	34
Figura 2.3 - Tela Inicial do Objeto de Aprendizagem.....	35
Figura 2.4 - Mapa conceitual com todos os elementos para a planificação do objeto	36
Figura 2.5 - Aplicação do Objeto de Aprendizagem com alunos da Licenciatura em Matemática.	37
Figura 2.6 - Questão salva em .txt.....	39
Figura 2.7 - Tela com a mensagem para avançar de tela.....	40
Figura 2.8 - Mensagem que aparece quando clica no botão RESPONDER antes de preencher todos os campos de resposta.....	40
Figura 2.9 - Enunciado e item (f) da terceira questão	41
Figura 2.10 - Tela antes e depois da animação do Objeto de Aprendizagem.....	42
Figura 3.1 – Alunos em duplas interagindo com o Objeto de Aprendizagem.....	46
Figura 3.2 - Enunciado da primeira questão.....	47
Figura 3.3 - Conversões de registro de representação semiótica presentes na primeira questão.....	47
Figura 3.4 - Tela do Objeto de Aprendizagem com os itens (a) e (b) da primeira questão.....	48
Figura 3.5 – Elemento figurativo feito pelo aluno.....	50
Figura 3.6 - Tela do Objeto de Aprendizagem com observação feita abaixo da tabela.	50
Figura 3.7 - Tela do objeto de aprendizagem com os itens (c) da primeira questão.	51
Figura 3.8 - Tela do Objeto de Aprendizagem com o item (d) da primeira questão.....	52
Figura 3.9 - Tela do Objeto de Aprendizagem com o item (e) da primeira questão	53
Figura 3.10 - Tela do objeto de aprendizagem com o item (f) da primeira questão.....	54
Figura 3.11 - Tela do Objeto de Aprendizagem com o enunciado da segunda questão.....	55
Figura 3.12 - Tela com os itens da segunda questão	56
Figura 3.13 - Registro da fatoração no rascunho.....	57

Figura 3.14 - Tela com o enunciado da terceira questão.	58
Figura 3.15 - Conversões dos registros de representação semiótica presente na terceira questão.....	58
Figura 3.16 - Tela com os itens (a) e (b) da terceira questão	59
Figura 3.17 - Tela com o item (c) da terceira questão	61
Figura 3.18 - Tela com os itens (d) , (e) e (f) da terceira questão	61
Figura 3.19 - Registro da sugestão da professora em formação feita pelos alunos no papel ...	63
Figura 3.20 - Tela com o item (g) da terceira questão.....	64
Figura 3.21 - Telas com o enunciado da quarta questão	66
Figura 3.22 - Conversões de registros de representação semiótica presente na quarta questão	67
Figura 3.23 - Tela com os itens (a) e (b) da questão e a animação.....	67
Figura 3.24 - Explicação da professora de como fazer a conversão da linguagem de porcentagem para números decimais.....	69
Figura 3.25 - Telas com o enunciado da quinta questão.	71
Figura 3.26 - Conversões de registros de representação semiótica presente na quinta questão.....	71
Figura 3.27 - Tela do manipulador de juros	72
Figura 3.28 - Tela com os itens (a), (b) e (c) da quinta questão.....	72
Figura 3.29 - Item (a) da quinta questão e a tabela presente no manipulador de juros.	73
Figura 3.30 - Item (b) da quinta questão e a tabela presente no manipulador de juros.	73
Figura 3.31 - Tela com os itens (d) e (e) da quinta questão	75

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Categorização dos textos	32
Quadro 2: Gráfico da porcentagem dos alunos que já viram a relação entre Função Exponencial e Progressão Geométrica	44
Quadro 3: Gráfico representando o entendimento do aluno quanto à relação entre Função Exponencial e Progressão Geométrica	45
Quadro 4: Registros das respostas dos alunos dos itens (a) e (b) da primeira questão	49
Quadro 5: Registro das respostas corretas dos alunos na segunda tentativa.	49
Quadro 6: Registro das respostas corretas e incorretas do item (c) da primeira questão	51
Quadro 7: Registro das respostas corretas do item (d) da primeira questão.....	52
Quadro 8: Registros das respostas incorretas do item (e) da primeira questão.	53
Quadro 9: Registro das respostas corretas do item (f) da primeira questão.	55
Quadro 10: Transposição ocorrida na segunda questão.	56
Quadro 11: Registros das respostas incorretas da segunda questão.	57
Quadro 12: Registros das respostas corretas e incorretas dos itens (a) e (b) da terceira questão	60
Quadro 13: Registros das respostas do item (d) da terceira questão	62
Quadro 14: Registros das respostas corretas e incorretas do item (e) da terceira questão.	62
Quadro 15: Registros das respostas corretas e incorretas do item (f) da terceira questão.....	64
Quadro 16: Registros das respostas do item (g) da terceira questão	65
Quadro 17: Registros das respostas corretas dos itens (a) e (b) da quarta questão.	69
Quadro 18: Registros das respostas incorretas do item (a) da quarta questão.....	70
Quadro 19: Registros das respostas incorretas do item (b) da quinta questão.	74
Quadro 20: Registros das respostas incorretas do item (c) da quinta questão.....	75
Quadro 21: Registros das respostas corretas dos itens (d) e (e) da quinta questão.	76
Quadro 22: Gráfico representando as respostas da primeira pergunta do questionário posterior à aplicação.	77
Quadro 23: Gráfico representando a justificativa dada na primeira pergunta do questionário posterior a aplicação.	78
Quadro 24: Gráfico representando a justificativa dos alunos que não gostaram das questões. 78	
Quadro 25: Gráfico representando as respostas da segunda pergunta do questionário posterior a aplicação.	79
Quadro 26: Gráfico representando as dificuldades encontradas durante as questões	79

Quadro 27: Gráfico representando a relevância da utilização do Objeto de Aprendizagem....	80
Quadro 28: Gráfico representando as respostas da quarta pergunta do questionário posterior a aplicação.	80

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	6
LISTA DE QUADROS	8
INTRODUÇÃO.....	12
1. REFERENCIAL TEÓRICO.....	17
1.1 Objetos de Aprendizagem	17
1.2 Aplicações de Objetos de Aprendizagem na área de Matemática em Sala de Aula Informatizada.....	19
1.3 Registros de Representação Semiótica.....	21
1.4 A Teoria Sócio-Histórica: Signos, Instrumentos, Mediação e Zona de Desenvolvimento Proximal	24
1.4.1 Mediação Professor-Alunos-Objetos de Aprendizagem	25
1.5 Função Exponencial e Progressão Geométrica	27
2. METODOLOGIA.....	29
2.1 Características da Pesquisa.....	29
2.2 Etapas de Construção do Objeto de Aprendizagem	30
2.2.1 Concepção do Objeto de Aprendizagem	30
2.2.2 Planificação	31
2.2.3 Implementação do Objeto de Aprendizagem	34
2.2.4 Avaliação (Pré-testagem do Objeto de Aprendizagem)	36
2.3 Reformulações Implementadas	38
3. RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO OBJETO DE APRENDIZAGEM COM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NA SALA DE AULA INFORMATIZADA	44
3.1 Analisando a Construção do conhecimento dos alunos com o apoio do objeto de aprendizagem.....	47
CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
REFERÊNCIAS	84
APÊNDICE A – Caderno pedagógico.....	91
APÊNDICE B – Questionário anterior à aplicação.....	100
APÊNDICE C – Instalando o EasyPHP e o Objeto de Aprendizagem no computador.....	101
APÊNDICE D – Termo de Consentimento.....	104
APÊNDICE E - Obtendo o registro das respostas salvas dos alunos.....	105

APÊNDICE F – Questionário posterior à aplicação	106
---	-----

INTRODUÇÃO

O desempenho dos estudantes brasileiros na disciplina de Matemática, segundo dados do PISA (*Programme for International Student Assessment*), SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), não tem sido satisfatório (GROENWALD; BECHER, 2010). Esta situação pode ser avaliada por um declínio cada vez maior do interesse dos alunos na forma como os conceitos matemáticos são apresentados em sala de aula (SANTOS; OLIVEIRA, 2011).

O que leva o aluno a desinteressar-se em sala de aula, durante o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos?

Segundo Lorenzato (2007), o sucesso ou fracasso dos alunos diante de conteúdos matemáticos depende de uma relação estabelecida entre eles e estes assuntos. Segundo o autor, para ter sucesso durante o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, é preciso vincular os conteúdos matemáticos à realidade na qual o aluno está inserido.

O que se tem constatado nas escolas é que a Matemática vem sendo ministrada sem a preocupação em estabelecer vínculos com a realidade, bem como com o cotidiano dos alunos. Dessa forma, se eles não conseguem relacionar a informação recebida com a realidade em que estão inseridos, torna-se difícil a compreensão do conteúdo, pois o conhecimento não adquire significado (HARTMANN; BOENO, 2012).

Para Groenwald e Becher (2010), Nepomuceno et al. (2011), Cury e Konzen (2007), Lorenzato (2007) e Souza (2010), o fracasso dos alunos em Matemática decorrem de, na maioria das vezes

- seus conteúdos serem abordados pelos professores apenas com aplicação de algoritmos e manipulação mecânica dos símbolos, sem fazer sentido algum para o aluno;
- os professores não enfatizarem demonstrações durante o estudo dos seus conteúdos, e assim informações básicas para o entendimento são omitidas;
- ter conteúdos presentes nos programas escolares focados na resolução de questões algébricas, fazendo com que os alunos não consigam aplicar o que aprenderam sobre Álgebra em contextos reais;
- apresentar uma linguagem complexa, o que dificulta o entendimento do conteúdo por parte dos alunos, e
- não ser feita uma conexão entre seus conteúdos durante o estudo.

A maneira pela qual a Matemática é ensinada em sala de aula reflete várias dificuldades apresentadas pelos alunos ao longo de seu estudo. Freitas (2002), Méier (2012), Groenwald e Becher (2010), Uberti e Cury (2011), Oliveira e Lopes (2012) relatam que eles têm dificuldades em

- estabelecer conexões entre os conteúdos matemáticos e sua interação com o mundo;
- promover as inter-relações entre as equações aritméticas e as algébricas;
- efetuar cálculos com números inteiros, demonstrando dificuldades quanto às operações elementares;
- aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição;
- resolver equações, sistemas de equações e inequações;
- interpretar os códigos dos conteúdos matemáticos na linguagem natural e na própria linguagem Matemática, e
- efetuar operações com frações algébricas.

Em alguns conteúdos, como por exemplo Função Exponencial, Brucki (2011) relata que não há interesse dos alunos em estudá-lo. Isto porque não têm acesso a aplicações práticas que envolvam o tema, nem conseguem estabelecer relações entre Função Exponencial e outro conteúdo matemático.

Tal ausência de relação é corroborada por Lima (2001). Ao analisar o “livro genérico”, ele afirma que não é feita a conexão entre Progressão Geométrica e Função Exponencial, ou seja, não é citado que a Progressão Geométrica é um caso especial de uma Função Exponencial.

Ainda em relação à Função Exponencial, autores como Brucki (2011), Angiolin (2009), Araujo (2005) e Dominoni (2005) destacam que os alunos apresentam, durante o estudo, dificuldades nas conversões do registro algébrico para o registro gráfico; na manipulação de equações; nas operações com expoentes negativos e racionais e na interpretação do significado de potenciação e suas propriedades.

Quanto ao estudo de Progressão Geométrica, Sousa (2010) e Ferreira (2009) afirmam que, durante a resolução de situações-problema, os alunos não obtinham muito sucesso no momento em que precisavam compreender a lógica proposta para sua resolução. Ou seja, não conseguiam ter êxito durante a interpretação do enunciado. Além disto, tiveram dificuldade de expressar matematicamente o pensamento, utilizando a nomenclatura de maneira inadequada e não demonstrando compreensão exata dos conceitos matemáticos.

Para Duval (2011), a razão profunda das dificuldades apontadas não deve ser procurada nos conceitos matemáticos ligados à função, mas sim na falta de conhecimento dos registros de representação semiótica¹ e da conversão entre o registro gráfico e o algébrico.

De fato, segundo Bellemain e Siqueira (2011), o ensino de funções matemáticas por alguns professores atém-se à passagem da equação para sua representação gráfica com a construção ponto a ponto. Esquecem-se de que é a passagem inversa que traz problemas.

Para converter a escrita simbólica em representação gráfica, é possível contentar-se com a abordagem ponto a ponto: são atribuídos valores particulares a x , sem preocupação com quaisquer propriedades, para encontrar pares de números (pontos). Porém, para converter a representação gráfica em expressão algébrica, é preciso identificar cada um dos valores das variáveis visuais e integrá-las. Nesse sentido, a passagem da representação gráfica para a linguagem algébrica exige uma interpretação global, na qual a atenção esteja centrada sobre um conjunto de propriedades e não sobre valores particulares tomados um a um (DUVAL, 2011).

Para Bellemain e Siqueira (2011), os tipos de registros são explicados pelo professor separadamente durante o ensino da Matemática. Porém, as articulações entre eles são consideradas como consequência natural do conhecimento matemático. Segundo esses autores, para que o aluno saiba articular os registros, os professores devem ter como meta torná-los objetos matemáticos.

Diante das dificuldades descritas, que envolvem a aprendizagem de alguns tópicos de Função Exponencial e Progressão Geométrica, Moura (2004) sugere estratégias para o estudo interdisciplinar destes assuntos, objetivando suprir algumas das dificuldades vivenciadas. O autor defende que, ao elaborar situações contextualizadas relacionando tais conteúdos, promove-se a construção de conceitos algébricos de forma significativa para o aluno, permitindo que se estabeleçam conexões entre os conceitos algébricos e sejam aproveitadas ao máximo as relações existentes entre eles. Sugere, ainda, que essas explorações devam ser centradas em dados, organização de tabelas, gráficos e em outras representações, fazendo com que os alunos reconheçam a Função Exponencial, já estudada, e evitando as exaustivas coletâneas de cálculos que fazem uso de fórmulas nos dois conteúdos (MOURA,2004).

Outro ponto importante é a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no processo de ensino e aprendizagem. Segundo Rodrigues, Schlünzen Jr. e Schlünzen

¹ Este conceito será esclarecido no primeiro capítulo.

(2009), no Brasil uma grande parcela das escolas possui salas de informática, mas infelizmente poucas vezes são utilizadas, devido à falta de recursos técnicos e humanos.

Valente (1991) afirma que, para haver efetivamente o uso das TIC na educação, se fazem necessários quatro elementos fundamentais: o computador, o *software* educacional, o aluno e o professor assumindo o papel de mediador na construção do conhecimento do aluno (RODRIGUES; SCHLÜNZEN JR. ; SCHLÜNZEN, 2009).

O *software* educacional utilizado nesta pesquisa é um Objeto de Aprendizagem, ou seja, um recurso a ser aplicado em ações de ensino e aprendizagem, composto por processos de mediação do conhecimento entre sujeito-sujeito, na utilização do objeto, de forma a permitir novos conhecimentos (LOPES, 2012).

O uso do Objeto de Aprendizagem promove vantagens durante o processo de ensino e aprendizagem, como afirma Santos-Filho (2010). Uma delas é o apoio significativo no complemento dos conteúdos escolares, constituindo-se um recurso motivador tanto para o educador quanto para o educando.

Pensando na contribuição para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica, a escolha do tema se deve a uma das sugestões para pesquisas futuras do Trabalho de Conclusão de Curso intitulado "*Função Afim e Progressões Aritméticas: explorando suas conexões em sala de aula*", de autoria de Giliane da Silva Pereira, que tinha por objetivo fazer o estudo da relação entre os dois assuntos.

Como autora deste trabalho e professora em formação, sou bolsista de Iniciação Científica do Núcleo de Pesquisa de Tecnologia e Educação à Distância (NTEAD) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos-Centro. Uma das linhas de pesquisa do Núcleo é voltada para o desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem, em Flash, de conteúdos matemáticos, com requisitos de acessibilidade. Assim, pensou-se em aliar o estudo da relação entre os conteúdos supracitados aos Objetos de Aprendizagem. O NTEAD possui uma equipe formada por professores pesquisadores e bolsistas de Iniciação Científica das áreas de Design Gráfico, Desenvolvimento de Software e Licenciatura em Matemática.

Com base nas considerações, e devido à preocupação em contribuir para a melhoria dos processos de construção do conhecimento de conteúdos matemáticos do aluno do Ensino Médio, levanta-se a seguinte questão de pesquisa:

“Estudar conceitos de Progressões Geométricas e de Funções Exponenciais, relacionando-os por meio das transformações entre os registros de representação semiótica,

com o auxílio de um Objeto de Aprendizagem, contribui para o entendimento do aluno sobre a relação existente entre estes dois conteúdos?”.

Nessa perspectiva, apresenta-se como objetivo geral do presente estudo, *"Analisar os processos de construção do conhecimento do aluno, relacionando conceitos de Progressão Geométrica e Função Exponencial, por meio das transformações entre os registros de representação semiótica, durante sua interação com um Objeto de Aprendizagem e mediações pelo professor."*

Foram traçados dois objetivos específicos, a saber:

- identificar se os alunos são capazes de desenvolver relações entre conceitos de Progressão Geométrica e Função Exponencial, por meio das transformações entre os registros de representação semiótica;

- analisar se o Objeto de Aprendizagem tem interferência na aprendizagem do aluno enquanto elemento motivador.

Tendo em vista os objetivos propostos, utilizou-se a pesquisa qualitativa, de enfoque exploratório, desenvolvida sob a metodologia do estudo de caso. Para o desenvolvimento desse estudo, foi escolhida uma turma do segundo ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense de Campos dos Goytacazes, campus Campos-Centro.

A escrita monográfica está estruturada em três capítulos, além desta Introdução e das Considerações Finais.

O primeiro capítulo aborda a fundamentação teórica sobre Objetos de Aprendizagem, Registros de Representação Semiótica, Função Exponencial e Progressão Geométrica, bem como o estudo da concepção de mediação à luz da Teoria Vygotskyana, no contexto da sala de aula, ressaltando-se a mediação professor-alunos-objeto de aprendizagem.

O segundo capítulo divide-se em três seções: a primeira descreve a metodologia utilizada para construção do Objeto de Aprendizagem; a segunda, a metodologia usada na pré-testagem do Objeto de Aprendizagem, e a terceira, os resultados da pré-testagem, com as reformulações sugeridas.

No terceiro capítulo é feito um relato da aplicação na sala de aula informatizada, com o apoio do Objeto de Aprendizagem envolvendo os conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica, em que se descreve e analisa todo processo.

Nas Considerações Finais, são destacados pontos relevantes do trabalho, bem como a resposta à questão da pesquisa. Também são apresentadas as conclusões e recomendações articuladas com os pressupostos teóricos do estudo.

1. REFERENCIAL TEÓRICO

O objetivo deste trabalho foi analisar os processos de construção do conhecimento do aluno, relacionando alguns tópicos de Função Exponencial e Progressão Geométrica, por meio das conversões de Registros de Representação Semiótica, durante sua interação com um Objeto de Aprendizagem e mediações feitas pelo professor.

Assim, no presente capítulo, descrevem-se o conceito e as etapas para a construção de um Objeto de Aprendizagem, além de pesquisas que apresentam o uso do Objeto de Aprendizagem como ferramenta ou apoio à construção de conceitos matemáticos. Em seguida, são explanados os Registros de Representação Semiótica e as abordagens da construção do conhecimento e mediação na visão de Vygotsky, dado que o presente trabalho discorre sobre a mediação entre professor-aluno-Objeto de Aprendizagem. Todos esses conceitos foram fundamentais na etapa de análise dos dados coletados. Por fim, faz-se referência à Função Exponencial e à Progressão Geométrica.

1.1 Objetos de Aprendizagem

O conceito de Objetos de Aprendizagem surgiu nos anos 90, tendo na literatura pesquisada várias definições, sendo que a proposta por Wiley (2000) é a mais citada, definindo Objeto de Aprendizagem² como qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para assistir à aprendizagem.

São diversos os autores que abordam concepções para Objetos de Aprendizagem. Destacam-se a seguir algumas.

Muzio, Heins e Mundell (2001) e Tarouco, Fabre e Tamusiunas (2003) utilizam o termo como um granular e reutilizável pedaço de informação, independente de mídia e termo de objeto de comunicação para propósitos instrucionais, admitindo a variedade de formatos e mídias que um Objeto de Aprendizagem é capaz de assumir. Sendo ainda elemento motivador no desenvolvimento de capacidades pessoais, contribuindo no processo de aprendizagem de algum conceito ou conteúdo relacionado a ele.

² Definição: as any entity, digital or non-digital, which can be used, re-used or referenced during technology supported learning (IEEE, 2002).

Gama (2007) menciona que qualquer conjunto de gráficos e imagens, combinados com textos e mais algum elemento (hipertexto/hipermídia), que possam causar uma reflexão no aluno, podem ser considerados Objetos de Aprendizagem. Os Objetos de Aprendizagem podem ser exibidos em alguns formatos, como, por exemplo, vídeos, *applets Java* e os aplicativos *Adobe Flash Player* desenvolvidos em linguagem própria (*ActionScript*), entre outros.

Gazzoni *et al.* (2006) consideram a expressão Objetos de Aprendizagem como um material didático digital, com as características de armazenamento e reutilização. É sempre estruturado por um conteúdo a ser aprendido, ou seja, por uma unidade curricular ou uma atividade didática qualquer, uma lição, pelo conteúdo de uma aula, de um curso ou um programa de treinamento.

Gluz e Xavier (2011) consideram que um Objeto de Aprendizagem é essencialmente um objeto do conhecimento apto a ser utilizado em sistemas de tecnologias educacionais. A definição de Objeto de Aprendizagem aqui proposta é entendida como objeto do conhecimento. Considera-se Objeto de Aprendizagem um recurso a ser utilizado em ações de ensino e aprendizagem, composto por processos de mediação do conhecimento entre sujeito-sujeito, na utilização do objeto, de forma a permitir novos conhecimentos (LOPES, 2012).

Na construção de um Objeto de Aprendizagem para fins educacionais, Amante e Morgado (2001) propõem metodologias definidas por quatro etapas, que vão desde a concepção, passando pela planificação, implementação e avaliação, descritas a seguir.

A *concepção* refere-se à etapa inicial do desenvolvimento. Nesta fase, são definidas as ações que se pretendem desenvolver a partir de uma ideia discutida pela equipe de trabalho. São estabelecidos os pressupostos teóricos do Objeto de Aprendizagem, os objetivos que se pretendem alcançar, o público-alvo e os conteúdos a serem explorados. Discute-se o que deve conter a interface do objeto e as possíveis interações que ele pode vir a oferecer.

A *planificação* refere-se ao levantamento teórico, através de materiais impressos (livros didáticos, revistas científicas) e de material *online* disponível na Web (artigos científicos), do assunto que se propõe a tratar no objeto. Nesta etapa, seleciona-se e organiza-se conteúdos e informações pesquisadas, define-se o que é essencial da informação, esboça-se

um mapa conceitual³ de como as informações estarão dispostas no objeto e cria-se um *storyboard*⁴ das cenas.

A *implementação* diz respeito ao desenvolvimento propriamente dito. Define-se a ferramenta de programação que será utilizada, elaborando-se um protótipo para testes até o desenvolvimento da versão final.

A *avaliação* é a validação do objeto, testando seu 'funcionamento' e o nível de cumprimento dos objetivos propostos.

Todas as etapas permitem definir o que haverá no objeto, como o conteúdo será abordado, as mídias utilizadas, as atividades propostas e seus objetivos pedagógicos. Assim, a construção de um Objeto de Aprendizagem exige uma equipe interdisciplinar que participa desde sua concepção até a avaliação. A troca de ideias e os diferentes olhares na construção deste objeto apresentam-se como um trabalho cooperativo e de aprofundamento do conhecimento da equipe e de quem dele faça uso (BEHAR et al., 2009).

Segundo Lopes (2012), se o objeto não permitir estratégias de ensino e aprendizagem que possam subsidiar diferentes práticas pedagógicas, não se caracteriza como um Objeto de Aprendizagem em apoio à construção do conhecimento.

De acordo com Sá Filho e Machado (2004) e Sampaio e Almeida (2010), a utilização de Objetos de Aprendizagem dentro de um contexto de busca do conhecimento pode servir para a mediação e facilitação da formação e consolidação de um saber novo.

Nesse contexto, os Objetos de Aprendizagem são instrumentos que possibilitam a mediação entre professores e alunos, visando seu uso pedagógico nas práticas educativas na sala de aula informatizada⁵.

1.2. Aplicações de Objetos de Aprendizagem na Área de Matemática em Sala de Aula Informatizada

Há várias pesquisas que mostram o uso de Objetos de Aprendizagem como ferramentas de apoio à construção de conceitos matemáticos (CASTRO-FILHO; FREIRE; PASCHOAL, 2003; GOMES; TEDESCO; CASTRO-FILHO, 2003; LEITE et al., 2003).

³Mapas conceituais: podem ser vistos como diagramas hierárquicos que procuram refletir a organização conceitual de uma disciplina ou parte dela, ou seja, derivam sua existência da estrutura conceitual de uma área de conhecimento (MOREIRA; ROSA, 1986).

⁴*Storyboard*: Guia detalhado da estrutura e da navegação do Objeto de Aprendizagem (Behar et al., 2009).

⁵Sala de aula informatizada: nessa pesquisa esse termo é utilizado para definir uma sala de aula com computadores aos quais os alunos tenham acesso, utilizando-os em duplas ou individualmente nas atividades de ensino e aprendizagem.

Uma das vantagens de se trabalhar com o Objeto de Aprendizagem é a possibilidade de conexões entre formas de representação, como a linguagem natural e as interações dos alunos ao manipular o objeto, e outras mais abstratas como as transposições entre as linguagens algébricas. A conversão entre as múltiplas formas de representação, através de um Objeto de Aprendizagem, tem sido apontada como fator de grande importância no desenvolvimento de conceitos matemáticos (GOMES; TEDESCO; CASTRO-FILHO, 2003).

Além disso, os alunos mostraram-se interessados durante a interação com os objetos, permanecendo motivados a participarem da aula (CASTRO-FILHO et al., 2007).

Alguns autores, como Sampaio e Almeida (2010) e Castro Filho et al. (2011), aplicaram Objetos de Aprendizagem sobre conteúdos matemáticos em sala de aula informatizada e relataram algumas vantagens em sua utilização.

Sampaio e Almeida (2010) aplicaram um Objeto de Aprendizagem sobre paridade dos números. O objetivo da pesquisa foi analisar como a utilização de um objeto, no papel de instrumento mediador do processo de ensino e aprendizagem, pode influenciar na aprendizagem dos alunos. Como resultado dessa análise, destacaram que a utilização do Objeto de Aprendizagem serviu como uma ferramenta que estimula as potencialidades, podendo modificar as formas de ensinar e aprender, possibilitando e desafiando a aprendizagem pela forma dinâmica e lúdica com a qual apresenta o conhecimento.

Castro-Filho et al. (2011) aplicaram um Objeto de Aprendizagem que tinha por objetivo analisar quais as contribuições de seu uso durante a resolução de atividades que contemplavam a construção e a interpretação de gráficos. Os autores apontam que, durante a análise feita, foi observado que houve vantagens importantes na utilização de Objetos de Aprendizagem no papel de instrumentos mediadores da aprendizagem, na medida em que proporcionaram melhor entendimento dos gráficos e da visualização de elementos necessários ao ensino de conteúdos matemáticos. Relatam ainda que uma destas vantagens está relacionada ao fato de os alunos conseguirem entender os conceitos, usando uma forma simples de trabalhar os gráficos, questionários e tabelas com o apoio do objeto.

Outra vantagem apontada na análise foi a de que os Objetos de Aprendizagem possuem uma interface intuitiva, de fácil interação, que permite trabalhar vários conteúdos matemáticos.

Além disso, perceberam que a utilização de um Objeto de Aprendizagem para apoiar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática estimula a interação do aluno com o Objeto e com seus colegas.

1.3 Registros de Representação Semiótica

Essa subseção será dedicada ao estudo dos Registros de Representação Semiótica segundo a visão de Raymond Duval, filósofo e psicólogo.

Registros de Representação Semiótica para Duval (1988) são os possíveis registros que aparecem entre as mais diversas representações de um mesmo objeto matemático. São exemplos de representação semiótica: figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a linguagem natural, mesmo quando é utilizada de outra maneira que não a de linguagem corrente (MORETTI; BRANDT, 2005).

Segundo Breunig, Nehring e Pozzobon (2010), a importância dos Registros de Representação Semiótica e das transformações entre eles, no ensino de Matemática, reside no fato de permitir uma melhor compreensão do objeto matemático em estudo, estabelecendo um vínculo entre o aprender e entender Matemática, por meio da conversão entre os registros, ou seja, compreender o objeto matemático em suas diferentes dimensões.

As dimensões propostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) são as de reconhecer e utilizar adequadamente, na forma oral e escrita, símbolos, códigos e nomenclatura da linguagem Matemática, além de saber ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas.

Duval (2003) cita os seguintes registros: Registro Algébrico, no qual a linguagem algébrica é usada para expressar ou traduzir padrões numéricos e geométricos; Registro Funcional, onde são expressas relações entre variáveis; Registro de Equações, no qual as letras são entendidas como incógnitas; Registro da Língua Materna, onde as situações são apresentadas na língua natural⁶; Registro Figural, que envolve figuras geométricas ou gráficos, e Registro Numérico, envolvendo tabelas ou sequências de números.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), entende-se ser importante propor aos alunos questões que os estimulem a identificar e utilizar os diferentes Registros de Representação Semiótica presentes na Matemática, utilizando a transposição e a conversão, a partir da compreensão dos conceitos matemáticos.

Segundo Duval (2003), a originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de pelo menos dois registros de representação, ou na possibilidade de trocar, a

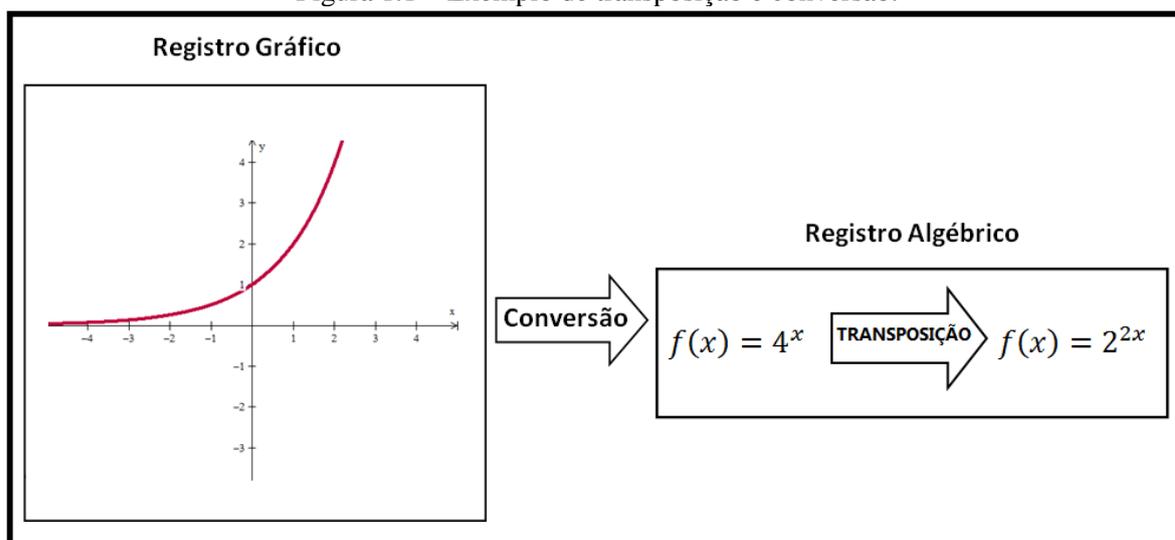
⁶ Língua natural: língua materna.

todo momento, de registro de representação, ou seja, a compreensão em Matemática supõe a coordenação de pelo menos dois Registros de Representação Semiótica.

O autor cita dois tipos de transformações de Registro de Representação Semiótica: as transposições e as conversões.

O primeiro são as transformações de representações dentro de um mesmo registro. As conversões consistem em mudar de registro, conservando os mesmo objetos denotados (Figura 1.1).

Figura 1.1 – Exemplo de transposição e conversão.



Fonte: autora.

É com a conversão que a atividade de transformação representacional se fundamenta, pois conduz aos mecanismos subjacentes da compreensão.

Para Bellemain e Siqueira (2011), é na conversão de um registro para outro que se pode observar a importância da forma de representação, pois mudar de registro não consiste apenas em mudar o modo de tratamento, mas também em explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto.

Segundo Duval (1988), a falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica pode ser consequência das profundas dificuldades dos alunos no estudo da Matemática. Um exemplo é sua dificuldade de ler e interpretar as representações gráficas. Os alunos não associam as regras de correspondência semiótica entre o registro gráfico e sua escrita algébrica.

Ainda de acordo com o autor, a prática da abordagem ponto a ponto, ou seja, a mera marcação de pontos no plano cartesiano, não favorece a abordagem de interpretação global que é em geral deixada de lado no ensino, uma vez que depende de análise semiótica visual e algébrica. A interpretação das representações gráficas cartesianas depende de uma

identificação precisa de todos os valores das variáveis visuais pertinentes e do reconhecimento qualitativo das unidades da expressão simbólica correspondente (DUVAL, 1988).

Para Bellemain e Siqueira (2011), a aprendizagem não se faz apenas por meio de exercícios de construção no plano referencial, nem por meio de tarefas de leitura que envolvam a associação ponto/coordenadas. Esta se faz durante a passagem inversa, ou seja, da análise do plano referencial para a escrita em linguagem algébrica.

Para os autores, o estudo atém-se à passagem da equação para a sua representação gráfica com a construção ponto a ponto, esquecendo-se de que é a passagem inversa que traz problemas. Para efetuar tal passagem, a abordagem ponto a ponto não é somente inadequada como constitui um obstáculo.

Segundo Duval (2003), é preciso levar em conta as diferentes representações associadas ao mesmo objeto, pois um dos problemas para compreensão em Matemática é o reconhecimento de um objeto matemático⁷. Isto acontece porque é preciso recorrer a mais de uma representação desse objeto, uma vez que “toda comunicação em Matemática se estabelece com base em representações”.

Nesse contexto, Lins (2004) coloca que a Matemática possui natureza simbólica, ou seja, os objetos matemáticos “... são conhecidos, não no que eles são, mas apenas em suas propriedades, no que deles se pode dizer”.

Segundo Rosa (2009), para que o aluno consiga recorrer a uma representação de um objeto matemático, deve-se envolvê-lo em situações ricas em registros, de forma a propiciar a ele a possibilidade da realização de conversões.

Flores (2006) diz que, dessa maneira, os alunos descrevem, raciocinam e visualizam os diversos tipos de registros e suas conversões durante o estudo da Matemática. Estarão resolvendo atividades que estão intrinsecamente ligadas à utilização de Registros de Representação Semiótica.

Ainda segundo Flores (2006), a contribuição de Duval para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática está em apontar a restrição de usar um único registro semiótico para representar um objeto matemático. Isso porque uma única via não garante sua compreensão. Além disso, é preciso que o aluno seja capaz de fazer a conversão entre as representações, de transitar entre uma e outra representação.

⁷ Objeto matemático: é qualquer entidade, real ou imaginária, à qual nos referimos ou da qual falamos na atividade matemática (Moretti, 2002).

Moretti (2002) afirma que, para Vygotsky, a representação semiótica assume um papel decisivo na aprendizagem, pois segundo Duval (2012), a relação entre os conceitos matemáticos e as ideias utilizadas na resolução das questões Matemáticas acontece por meio da manipulação de signos, de símbolos ou de expressões.

1.4 A Teoria Sócio-Histórica: Signos, Instrumentos, Mediação e Zona de Desenvolvimento Proximal

Esta subseção apresenta os principais conceitos da teoria sócio-histórica, como signos e instrumentos, mediação e zona de desenvolvimento proximal.

Para Vygotsky (2007), durante todo o desenvolvimento do sujeito, mudanças individuais têm sua origem na cultura e na sociedade, sendo a construção do sujeito fundamentada por relações de interações.

Moysés (2007) remete-se à Vygotsky, quando afirma que o homem, por meio de instrumentos, modifica a natureza, e ao fazê-lo, modifica a si mesmo.

Vygotsky (2007) diferenciou instrumento de signo, ferramenta dotada culturalmente de significado para uso do sujeito, sendo o primeiro orientado para alterar o meio em que está inserido e o segundo para alterar o próprio sujeito. Destaca que, embora haja aspectos similares e comuns partilhados por instrumentos e signos, há diferenças fundamentais.

A analogia básica entre instrumento e signo é que, tanto o instrumento quanto o signo têm em comum a participação no processo de mediação. A diferença entre instrumentos e signos reside nas diferentes formas pelas quais eles orientam o comportamento humano. Os instrumentos são elementos externos ao sujeito, tendo por objetivo gerar alterações nos objetos e controlar processos da natureza. Os signos são instrumentos simbólicos, elementos internos, que controlam as ações psicológicas do sujeito, bem como de outros sujeitos, ambos se relacionando, porque o controle do meio e do comportamento estão interligados (PASSERINO, 2005).

Segundo Moysés (2007), incluem-se entre os signos, a linguagem, os vários sistemas de contagem, os sistemas simbólicos algébricos, os esquemas, os diagramas, mapas, desenhos e todo tipo de signos convencionais.

Vygotsky (2007) define mediação como uma característica da cognição humana que faz referência à internalização de atividades e condutas sócio-históricas e culturais, compreendendo a utilização de instrumentos e de signos na interação do homem com o espaço social em que se insere. Essa ação mediadora que se desenvolve na interação social

entre sujeitos a partir do uso de instrumentos (signos) de mediação visa o desenvolvimento dos sujeitos (PASSERINO, 2005).

Assim, Vygotsky (2007) discorre que as relações entre o processo de desenvolvimento e a aprendizagem ocorrem dentro da Zona de Desenvolvimento Proximal, a qual estabelece dois níveis de desenvolvimento. Um nível é denominado de desenvolvimento real e o outro, de desenvolvimento potencial. O primeiro trata das ações e processos que o aluno consegue fazer sem ajuda. O segundo, das ações que o aluno é capaz de realizar com ajuda de uma pessoa mais experiente. Portanto, é na Zona de Desenvolvimento Proximal que ocorre a transposição entre o nível de desenvolvimento real do aluno e seu desenvolvimento potencial (VYGOTSKY, 2007).

Os elementos teóricos da teoria sócio-histórica possibilitam entender como a mediação ocorre no processo de ensino e aprendizagem, tendo ela um papel fundamental, tanto por parte do mediador (professor que incentiva os alunos), por meio de reflexões, oferecendo ajuda, quanto por sua importância para a autonomia do aluno e a apropriação do conhecimento (PASSERINO et al., 2008).

O conceito de mediação, neste trabalho, possui a intenção de intervenção, interferência de um sujeito ou entre sujeitos ou grupos, com o objetivo de atingir metas, ocorrendo no ambiente educacional, dentro de um contexto de reflexão entre o aluno, o professor no papel de mediador e o objeto de aprendizagem.

1.4.1 Mediação Professor-Alunos-Objeto de Aprendizagem

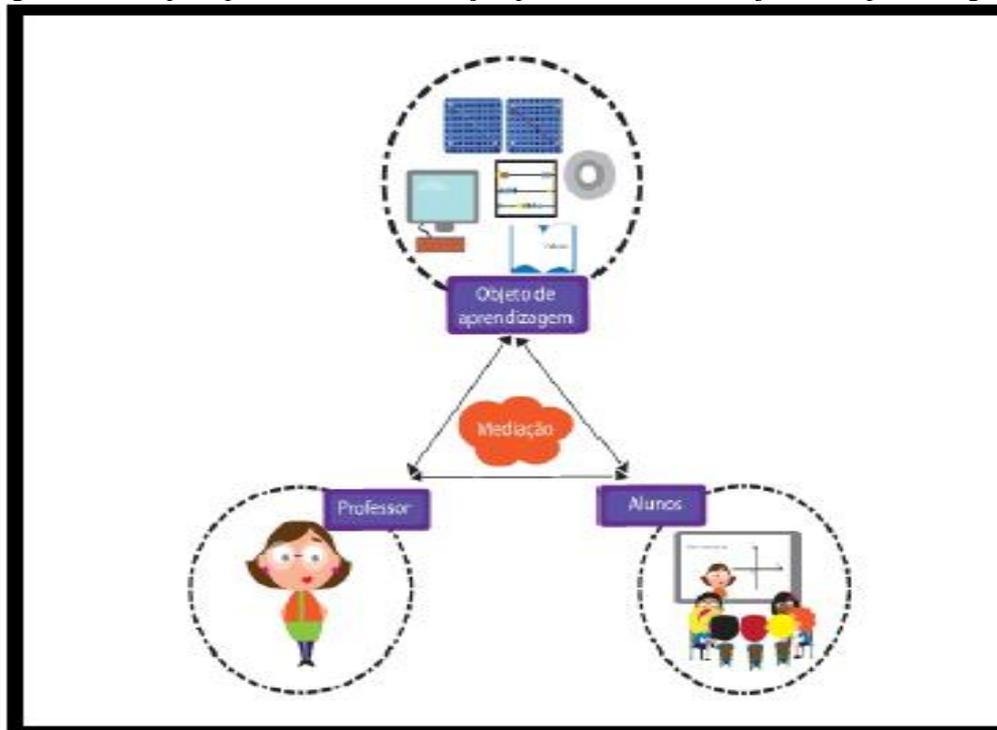
O professor, quando vivencia relações de interação com seus alunos e com o Objeto de Aprendizagem, possibilita a ocorrência de processos de aprendizagem entre os alunos e o objeto, dando-lhes autonomia de maneira a construir seu próprio conhecimento.

Entende-se que os Objetos de Aprendizagem são recursos capazes de proporcionar, mediante a combinação de diferentes mídias digitais, situações de aprendizagem em que o educador assume o caráter de mediador, e o aluno é o sujeito ativo no processo de ensino e aprendizagem. (AUDINO; NASCIMENTO, 2010).

Para Lopes, Passerino e Rodrigues (2009), na mediação professor-alunos-objeto de aprendizagem, o professor passa a ser um mediador do conhecimento, o qual se posiciona entre os alunos e o objeto de aprendizagem. O objetivo é buscar compreender que tipo de mediação, intervenção se faz necessária para que os alunos sejam capazes de se desenvolver de forma autônoma na interação com o objeto. Esse tripé (Figura 1.2) representa um contexto

repleto de novos significados, que influencia no processo de construção do próprio pensamento (PASSERINO; SANTAROSA; TAROUCO, 2007).

Figura 1.2– Tripé representando a mediação professor-alunos-Objeto de Aprendizagem.



Fonte: LOPES, 2012.

Castro-Filho et al. (2008) colocam que somente o uso do Objeto de Aprendizagem não sinaliza que haverá uma aprendizagem por parte do aluno. O professor, enquanto mediador, tem que criar oportunidades para que os alunos reflitam sobre o conteúdo abordado no objeto.

Quando os professores utilizam a atividade do Objeto de Aprendizagem como referência para os conteúdos vistos em sala, permitem que os estudantes criem ligações com o conteúdo estudado e resolvam as atividades com menos dificuldade (CASTRO-FILHO et al. 2008).

No contexto desta pesquisa, o Objeto de Aprendizagem foi instrumento mediador, inserido nas estratégias de mediação do professor em formação, o qual buscou observar a mediação entre alunos do segundo ano do Ensino Médio e o objeto de aprendizagem na sala de aula informatizada.

1.5 Função Exponencial e Progressão Geométrica

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria Matemática. Quanto ao estudo de sequências, é preciso garantir uma abordagem conectada à ideia de função, na qual as relações com diferentes funções possam ser analisadas (BRASIL, 2008, p. 122).

Segundo Lima (2001), sequências são funções cujo domínio é o conjunto dos números naturais ou o conjunto dos n primeiros números naturais, e uma Progressão Geométrica é simplesmente a restrição aos números naturais de uma função do tipo exponencial $f(x) = a_0q^x$.

Chama-se Função Exponencial qualquer função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por uma lei da forma $f(x) = a^x$, em que a é um número real dado, $a > 0$ e $a \neq 1$. Uma Progressão Geométrica é uma sequência de números reais não nulos em que o quociente entre um termo qualquer, a partir do segundo, e o termo antecedente é constante (IEZZI et al., 2004).

Frequentemente encontram-se grandezas que sofrem variações iguais em intervalos de tempo iguais (DANTE, 2005).

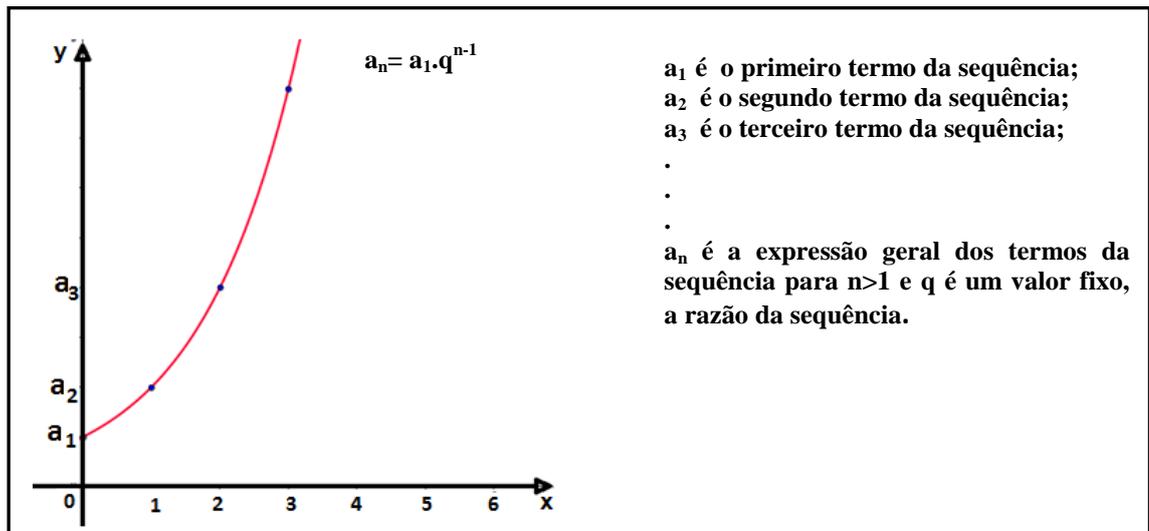
Alguns exemplos dessas grandezas que sofrem variações iguais em intervalos de tempo igual podem ser vistos em aplicações, como

- juros compostos sobre o preço de um determinado produto;
- crescimento populacional;
- crescimento ou um decréscimo característico de alguns fenômenos da natureza, etc.

Associar sequências a gráficos (interpretação geométrica) das situações descritas acima permite ao aluno compreender o comportamento da sequência sem precisar simplesmente decorar informações. (BRASIL, 2008)

Um exemplo da interpretação geométrica de uma Progressão Geométrica é apresentado na Figura 1.3.

Figura 1.3 – Exemplo da interpretação geométrica de uma Progressão Geométrica.



Fonte: autora.

O próximo capítulo descreve a metodologia desenvolvida nesta pesquisa.

2. METODOLOGIA

Neste capítulo, a metodologia se desdobra em duas seções: etapas de construção do Objeto de Aprendizagem e reformulações após a pré-testagem do Objeto de Aprendizagem.

2.1 Características da Pesquisa

O estudo caracterizou-se como uma pesquisa qualitativa, principalmente interessada em como as pessoas experimentam, entendem, interpretam e participam de seus mundos sociais e culturais (MASON, 1996).

Lanshear e Knobel (2008) apontam três características como as principais em uma investigação qualitativa.

- (i) Os pesquisadores devem dar muita importância aos dados que estão sendo coletados nos ambientes naturais ou na vida real em que a “ação” acontece.
- (ii) Os métodos de coletas de dados compreendem principalmente observações de práticas reais ou de eventos e/ou registros de relatos de vida real.
- (iii) Os pesquisadores qualitativos tendem a analisar seus dados de forma indutiva.

Foi possível nesta pesquisa, a partir dos dados coletados por meio da observação direta e real, de forma indutiva, definir, analisar e descrever os registros de representação semiótica e a mediação professor-aluno-Objeto de Aprendizagem.

A aplicação do Objeto de Aprendizagem reformulado aconteceu no dia 11 de outubro de 2012, com duração de duas horas e trinta minutos, no IFFluminense campus Campos Centro, com uma turma do segundo ano do Ensino Médio, do turno da tarde. Participaram quarenta e dois alunos e o estudo foi feito em duplas, em uma sala de aula informatizada, que tinha disponíveis vinte e um computadores.

A escolha da aplicação do Objeto de Aprendizagem com os alunos sentados em duplas se deu de forma a possibilitar e motivar interações sociais entre os sujeitos.

O encontro começou com a professora em formação se apresentando e explicando seu objetivo (do encontro). Da mesma forma que na pré-testagem, distribuiu-se um questionário com perguntas relacionadas aos conhecimentos prévios dos conteúdos que foram trabalhados no Objeto de Aprendizagem. As questões foram as mesmas aplicadas aos professores em formação. Os alunos tiveram cinco minutos para responder o questionário distribuído.

Antes do processo de aplicação do Objeto de Aprendizagem reformulado, foi encaminhado aos alunos um termo de consentimento (APÊNDICE D) para que os pais autorizassem o uso da imagem, explicando que seria para fins educacionais. Assim, durante o processo de aplicação do Objeto de Aprendizagem, foram feitas filmagens e fotos. Nos extratos dos diálogos analisados, enquanto processo de mediação entre professor-aluno, utilizou-se a seguinte legenda: A=alunos e P= professora em formação.

2.2 Etapas de Construção do Objeto de Aprendizagem

A metodologia para a construção do Objeto de Aprendizagem desenvolvido nesta pautou-se em Amante e Morgado (2001). Esses autores descrevem que, para construir um material pedagógico, quatro etapas se fazem necessárias: concepção, planificação, implementação e avaliação (pré-testagem), como dito anteriormente. Assim, descrevem-se a seguir os métodos utilizados na construção do Objeto de Aprendizagem.

2.2.1 Concepção do Objeto de Aprendizagem

A concepção do Objeto de Aprendizagem foi cuidadosamente planejada, sendo necessários quatro aspectos: (i) conhecer o tema que se desejava trabalhar, os objetivos e o público alvo; (ii) definir qual abordagem pedagógica nortearia a sua concepção; (iii) quais recursos seriam utilizados na construção do Objeto de Aprendizagem e (iv) conceber de forma coerente com a proposta do projeto educacional.

A equipe, formada por duas professoras de Matemática e a professora em formação do curso de Licenciatura em Matemática, discutiu e definiu o tema a ser proposto: *Relações entre Função Exponencial e Progressão Geométrica*, para ser oferecido a alunos do segundo ano do Ensino Médio.

Levou-se em consideração também, nessa etapa, uma abordagem pedagógica baseada em pressupostos sociointeracionistas, uma vez que o aluno é o protagonista no seu ambiente de aprendizagem, onde a mediação com o objeto favorece a construção do conhecimento e promove mais de um tipo de Registro de Representação Semiótica.

Nessa etapa de concepção, definiram-se os recursos utilizados no objeto: textos, imagens e desenhos. O Objeto de Aprendizagem foi desenvolvido com várias telas e definiu-

se que todas teriam a interface de um jornal, onde dois personagens apresentariam os enunciados das questões.

Os apresentadores, ao anunciarem as questões, teriam uma animação nos olhos e na boca, ou seja, os personagens piscam e a boca mexe de acordo com a fala anunciada, para deixá-los mais próximos do real. Além disso, no momento em que os mesmos apresentam a questão proposta, uma representação gráfica aparece entre eles, descrevendo a questão anunciada.

Nas telas que traziam os campos de respostas das questões, haveria o desenho de um dos apresentadores e os itens da questão.

Outro elemento importante na concepção de um Objeto de Aprendizagem diz respeito aos mecanismos de navegação. Decidiu-se por uma navegação não linear, sendo que, em algumas etapas, foi necessário definir uma navegação linear de acordo com o conteúdo proposto. A navegação não linear acontece entre as questões já respondidas, podendo o aluno voltar a elas a qualquer momento. O objetivo da navegação não linear é possibilitar ao aluno buscar ajuda no entendimento das questões anteriormente resolvidas, para resolver questões posteriores. Já a navegação linear acontece entre as questões respondidas e as que ainda não foram respondidas, ou seja, o aluno não consegue avançar para a próxima questão sem terminar de responder a questão em que está no momento.

2.2.2 Planificação

A partir do levantamento dos textos de apoio, iniciou-se a leitura dos mesmos de maneira que atendessem a temas do conteúdo programático definido na pesquisa, para a elaboração das atividades algébricas e contextualizadas, como estratégias de ensino e aprendizagem a serem abordadas no Objeto de Aprendizagem. Os textos levantados levaram em conta as categorias nas quais Lopes et al. (2009) classificam o saber: *Conhecimento Pedagógico*, *Conhecimento de Conteúdo* e *Conhecimento Pedagógico de Conteúdo*.

Conhecimento Pedagógico é todo aquele conhecimento que norteia as ações do professor. Será efetivado nas atividades utilizadas no processo de ensino e aprendizagem, seja em sala de aula presencial ou na modalidade de uma aprendizagem à distância.

Conhecimento de Conteúdo é voltado especificamente para a área a ser trabalhada. Cada professor deve deter quando se dispõe a ser um mediador no processo de ensino e aprendizagem.

No *Conhecimento Pedagógico de Conteúdo* haverá a fusão dos dois conhecimentos anteriormente mencionados, ou seja, o conteúdo a ser dado deverá ser permeado por ações de cunho didático-pedagógico, de forma que haja envolvimento de outros tipos de conhecimentos, tais como conhecimento do aprendiz, do currículo, do contexto.

Foram selecionados os seguintes textos de apoio para a elaboração das atividades propostas no Objeto de Aprendizagem (Quadro 1).

Quadro 1 – Categorização dos textos.

	Título	Autor	Ano
Conhecimento do Conteúdo	Os alunos do 1º ano do Ensino Médio e os padrões: Observação, realização e compreensão	Cristiane Regina de Moura Ferreira	2009
	Trajетórias Hipotéticas de Aprendizagem sobre Funções Exponenciais	Alexandra Garrote Angiolin	2009
	O potencial dos mediadores tecnológicos na mediação Pedagógica: temas transversais e formação de professores	Elena Maria Mallmann; Odete Catarina Locatelli	2009
	Investigando padrões em PA e PG	Maria Auxiliadora Lage Moura	2007
Conhecimento Pedagógico	Saberes docentes e o desenvolvimento de objetos de aprendizagem	Arlindo Jose de Souza Junior; Carlos Roberto Lopes	2007
	Uma experiência com objetos de aprendizagem no ensino da Matemática	Andrea Ferreira Ramos; Luiz Carlos de Domenco; Patricia Lipion Torres	2006
	Utilização de Diferentes Registros de Representação: Um Estudo Envolvendo Funções Exponenciais	Nilcéia Regina Ferreira Dominoni	2005
Conhecimento Pedagógico de Conteúdo	O uso do laboratório de informática nas aulas de Matemática, para o estudo de Progressão Aritmética e Geométrica e de Geometria Espacial de Posição	Abigail Fregni Lins; Renato dos Santos Diniz	2010
	Desenvolvendo conceitos algébricos no ensino fundamental com auxílio de um objeto de aprendizagem	Jose Aires de Castro Filho; Raquel Santiago Freire	2006
	A Concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo de Funções Exponenciais e Logarítmicas	Elpidio Araujo	2005

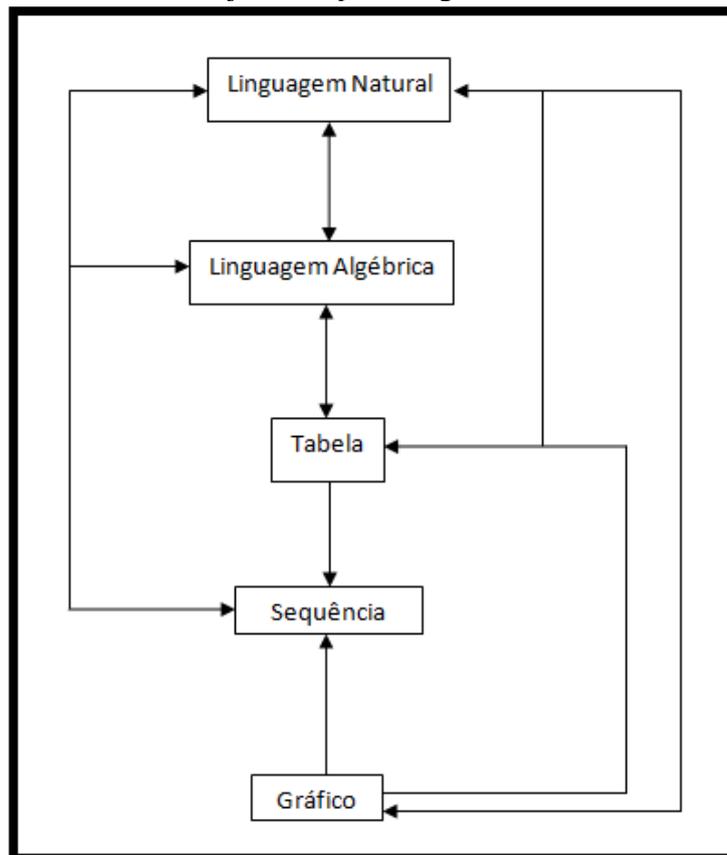
Fonte: autora.

As atividades encontradas, bem como as reflexões dos autores nos textos selecionados sobre as dificuldades observadas nos alunos, possibilitaram criar exemplos com o objetivo de minimizar essas dificuldades. Vale ressaltar que as dificuldades são: nas conversões do registro algébrico para o registro gráfico; na manipulação de equações; nas operações com expoentes negativos e racionais; na interpretação do significado de potenciação e suas

propriedades durante o estudo de Função Exponencial; na interpretação do enunciado; em expressar matematicamente o pensamento, utilizando a nomenclatura de maneira adequada, e em compreender conceitos matemáticos durante o estudo de Progressão Geométrica.

Definiu-se que as questões propostas no Objeto de Aprendizagem teriam utilização simultânea de pelo menos dois registros de representação, e que haveria a possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação semiótica (Figura 2.1).

Figura 2.1– Conversão entre os tipos de Registros de Representação Semiótica nas atividades do Objeto de Aprendizagem.



Fonte: autora.

O objeto foi constituído de telas que apresentaram cinco questões contextualizadas. Para cada contexto, foram propostos itens a serem respondidos.

Para cada tela foi desenvolvido um *storyboard* descrevendo o que nela haveria. Cada uma apresentou uma situação contextualizada, com uma imagem representando o que estava sendo proposto na questão. As imagens foram colocadas para ajudar os alunos na interpretação e resolução das questões (Figura 2.2).

Figura 2.2 – Exemplo de uma imagem no Objeto de Aprendizagem relacionada ao contexto apresentado.



Fonte: autora.

Para exploração dos conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica foi realizada uma pesquisa em livros didáticos do Ensino Médio e na *Web*, em publicações científicas. Os textos selecionados entre as pesquisas efetuadas discorriam sobre conceitos, abordando os conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica e o uso das TIC, que possibilitassem a aprendizagem quando voltada para um projeto pedagógico do professor que se preocupa com processos de mediação.

Também foram pesquisados Objetos de Aprendizagem digitais que apresentassem a relação entre esses conteúdos, em revistas científicas na área de Matemática e repositórios de Objetos de Aprendizagem, como o RIVED⁸ e o Banco Internacional de Objetos de Educacionais⁹ (BIOE). Como não foi encontrado um Objeto de Aprendizagem que relacionasse os dois conteúdos, motivou-se a construção de um, abordando a relação entre esses dois conteúdos em apoio às atividades do professor.

2.2.3 Implementação do Objeto de Aprendizagem

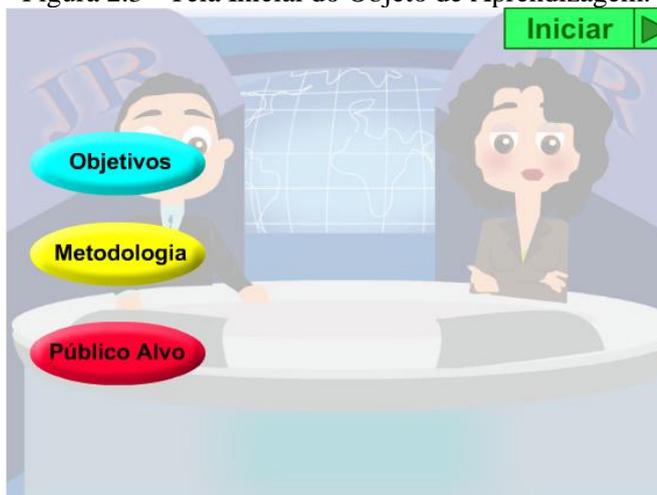
As telas do Objeto de Aprendizagem foram implementadas no padrão de resolução do monitor, 800 x 600, tendo por base o fato de ser uma resolução que atende a qualquer usuário.

⁸RIVED (Rede Internacional Virtual de Educação): programa da Secretaria de Educação a Distância – SEED, que tem por objetivo a produção de conteúdos pedagógicos digitais, no formato de objetos de aprendizagem. Disponível em: < <http://rived.proinfo.mec.gov.br/>>.

⁹BIOE: O Banco Internacional de Objetos Educacionais é um repositório criado em 2008 pelo Ministério da Educação, em parceria com o Ministério da Ciência e Tecnologia, Rede Latino-americana de Portais Educacionais - RELPE, Organização dos Estados Ibero-americanos - OEI e outros (SANTOS, 2011).

Nestas telas foram inseridas atividades, personagens, animações e elementos de interação. Definiu-se que o Objeto de Aprendizagem consistiria de uma tela inicial de apresentação com a descrição dos objetivos, metodologia e público alvo. Esses elementos são importantes para a descrição de metadados¹⁰, possibilitando que sejam inseridos no repositório OBAA¹¹ posteriormente (Figura 2.3).

Figura 2.3 - Tela Inicial do Objeto de Aprendizagem.



Fonte: autora.

As demais telas foram definidas como telas de estudos, com uma interface contendo imagens, textos e os campos de resposta referentes ao conteúdo explorado no contexto apresentado.

Em cada tela que apresenta uma situação contextualizada, abordando o conteúdo a ser explorado com questões a serem respondidas, há *links* para AVANÇAR, VOLTAR, TELA INICIAL, QUESTÃO ANTERIOR, MANIPULADOR DE JUROS e RESPONDER.

O *link* AVANÇAR permite que o aluno avance para a tela posterior, e o *link* VOLTAR permite que retorne para a tela anterior e reveja os itens respondidos.

O *link* TELA INICIAL possibilita que, em qualquer tela que o aluno se encontre, retorne à tela inicial. O *link* QUESTÃO ANTERIOR retorna o usuário, da tela em que ele se encontra, para a da questão anterior, e o *link* MANIPULADOR DE JUROS abre o manipulador de juros, que é outro Objeto de Aprendizagem inserido em uma das questões propostas no Objeto desenvolvido, possibilitando outras interações.

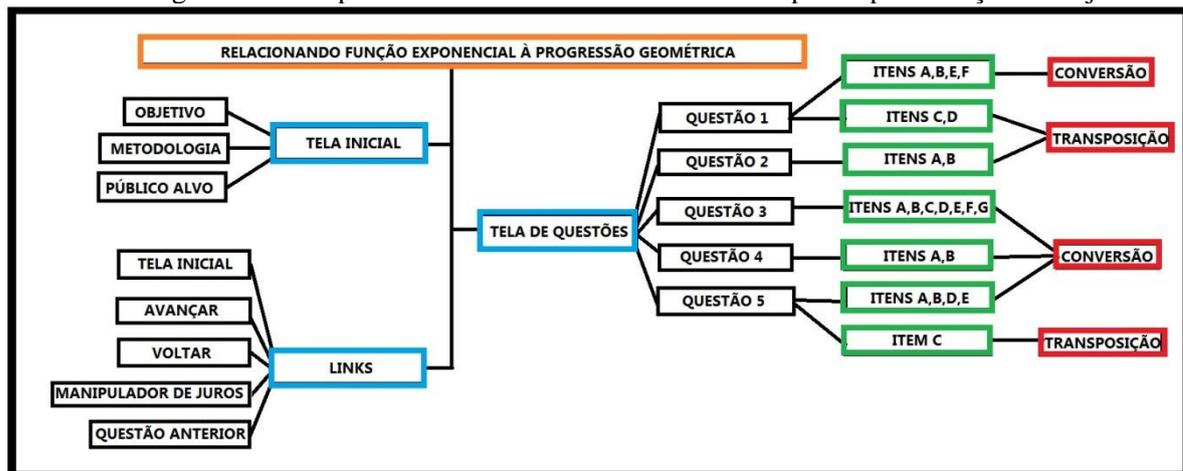
¹⁰Metadados: consiste em um arquivo que descreve o conteúdo educacional em aspectos técnicos e educacionais.

¹¹OBAA: **OB**jetos de **A**prendizagem suportados por **A**gentes: abrange o desenvolvimento de Objetos de aprendizagem interativos que possam operar tanto na WEB quanto em plataformas de TV Digital e de objetos de aprendizagem de Sistemas Multi-agente.

O *link* RESPONDER permite salvar as respostas no arquivo .txt e liberar o usuário a ir para a próxima tela se tiver respondido todas as questões, independente de certo ou errado.

Todos esses recursos foram implementados utilizando-se o *Adobe Flash*. Um mapa conceitual com todos os elementos necessários para a planificação do Objeto de Aprendizagem foi desenvolvido (Figura 2.4).

Figura 2.4 – Mapa conceitual com todos os elementos para a planificação do objeto.



Fonte: autora.

Um caderno pedagógico (APÊNDICE A) foi criado para os alunos registrarem suas respostas. Teve também por objetivo os alunos poderem levá-lo para casa e como opção ao material digital, para utilizá-lo no caso de não possuírem computador. Além disso, o caderno pedagógico possibilita ao professor que não tem acesso à sala de aula informatizada, trabalhar com o Objeto de Aprendizagem através de um projetor multimídia projetando as telas do Objeto de Aprendizagem, enquanto os alunos acompanham a aula pelo caderno pedagógico impresso, que traz todas as telas do Objeto de Aprendizagem.

Inicialmente não se tinha conhecimento de como salvar os dados digitados no objeto, em função do Flash não possuir um Banco de Dados. Para colher os dados da pré-testagem para essa pesquisa, foi preciso ter acesso às respostas dos alunos. Então, resolveu-se desenvolver um caderno pedagógico.

2.2.4 Avaliação (Pré-Testagem do Objeto de Aprendizagem)

Essa etapa teve por objetivo validar o Objeto de Aprendizagem, testando o funcionamento dos recursos implementados e verificando os objetivos propostos.

A pré-testagem ocorreu durante duas horas-aula, na sala de aula informatizada com a professora em formação, autora desta pesquisa, e a professora da turma. O público alvo foram 17 alunos do curso de Licenciatura em Matemática do IFFluminense, campus Campos Centro, sendo que dois cursavam o segundo período e 15 estavam em outros períodos (Figura 2.5).

Figura 2.5 - Aplicação do Objeto de Aprendizagem com alunos da Licenciatura em Matemática.



Fonte: autora.

Um questionário inicial (APÊNDICE B), que tinha por objetivo investigar se os professores em formação já haviam estudado os conteúdos presentes no Objeto de Aprendizagem, foi elaborado e distribuído. Com a análise das respostas, foi possível saber se os professores em formação haviam: (i) estudado o conteúdo de Função Exponencial; (ii) estudado o conteúdo de Progressão Geométrica e (iii) visto os dois conteúdos relacionados.

O questionário apontou que todos já haviam visto os conteúdos de Função Exponencial (lei de formação da função, gráficos, domínio, imagem, potenciação, propriedades da potência) e Progressão Geométrica (termo geral, soma de sequência finita e infinita) em algum momento de sua vida acadêmica, mas nenhum deles havia visto os conteúdos de forma relacionada. Os professores em formação levaram em média 10 minutos para responder o questionário.

Após todos entregarem o questionário respondido, explicou-se como explorar o Objeto de Aprendizagem, que já estava instalado no computador. Ressalta-se que o Objeto de Aprendizagem foi desenvolvido em *Flash*, não necessitando de Internet para ser executado.

Os professores em formação sentaram-se individualmente e foi feita uma apresentação do Objeto de Aprendizagem, colocando que ele apresentava um estudo abordando os conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica.

Cabe ressaltar que, na elaboração das questões, foram pesquisadas situações contextualizadas que pudessem representar os conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica na vida cotidiana do aluno. Essa preocupação em trazer para a sala de aula questões contextualizadas é justificada porque, ao utilizar questões ligadas ao contexto do aluno, permite-se que o mesmo entenda mais facilmente as representações matemáticas, assim como faça as relações fundamentais, simplificando ou dispensando a recorrência a fórmulas algébricas.

Explicou-se que o Objeto de Aprendizagem apresentava cinco questões contextualizadas, relacionando várias áreas do conhecimento matemático a fatos do cotidiano do aluno, o que é relevante durante o estudo de Matemática. Isto é corroborado quando os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) destacam que o critério central de seu estudo é o da contextualização e da interdisciplinaridade. Esclareceu-se que a importância do tema está em permitir conexões entre diversos conceitos e diferentes formas de pensamento matemático. Também foi dito que, após terem feito as questões propostas, estas seriam revistas em conjunto, de forma a proporem reformulações que fossem relevantes e tivessem ficado evidenciadas durante o processo da pré-testagem.

Os professores em formação levaram em média uma hora para responder, da forma que julgassem correta, as questões do Objeto de Aprendizagem.

A revisão do Objeto de Aprendizagem com esta autora e os professores em formação durou em média uma hora e vinte minutos, pois em cada dificuldade detectada, a autora explorou detalhadamente a questão. Também surgiram debates sobre sugestões para aperfeiçoar as atividades.

Na próxima seção, descrevem-se as sugestões de aperfeiçoamento que surgiram como resultado da avaliação do Objeto de Aprendizagem.

2.3 Reformulações Implementadas

Durante a aplicação do Objeto de Aprendizagem na sala de aula informatizada, os professores em formação, participantes da validação, externaram algumas ideias para a melhoria do objeto.

A primeira sugestão referia-se a possibilitar aos alunos responderem somente no Objeto de Aprendizagem, não utilizando o caderno pedagógico.

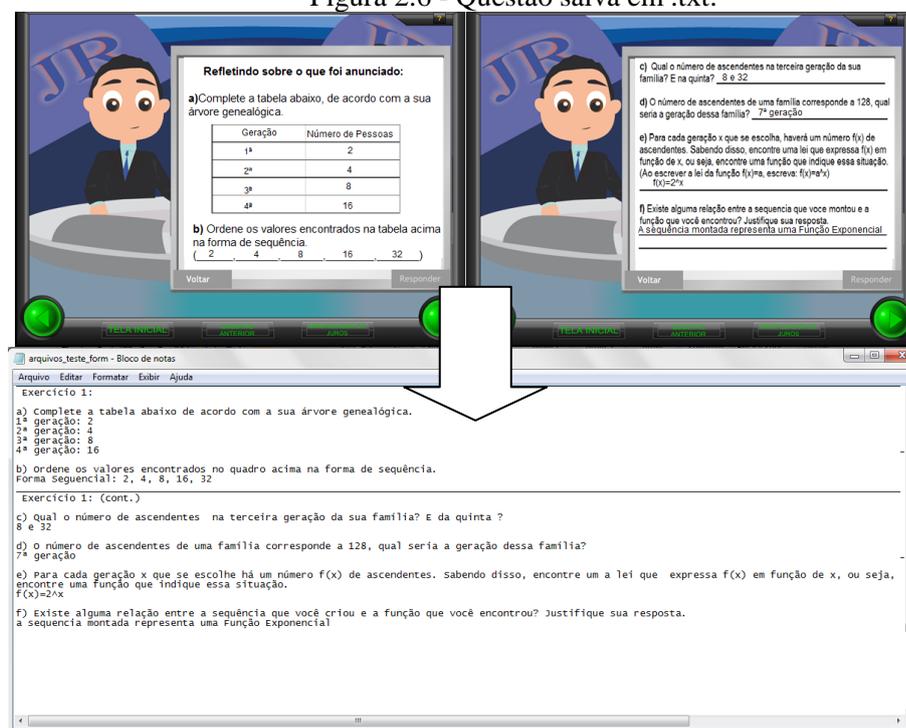
Os bolsistas do NTEAD que desenvolveram o Objeto de Aprendizagem em *Flash* não tinham conhecimento de como as respostas que seriam inseridas no Objeto de Aprendizagem

poderiam ser salvas no próprio objeto, para que se pudesse, posteriormente, analisar as respostas dos alunos, uma vez que o *Flash* não possui banco de dados. Desta maneira, foi desenvolvido um material impresso, denominado caderno pedagógico, no qual foram impressas as questões do Objeto de Aprendizagem, com espaço para as respostas.

Diante da sugestão dos professores em formação que avaliaram o Objeto de Aprendizagem, a equipe do NTEAD debruçou-se sobre pesquisas para sanar este problema. Uma nova versão foi então elaborada, com as respostas sendo salvas em .txt.

Como exemplo, apresenta-se uma tela da primeira questão com a nova versão implementada. Ao responder no Objeto de Aprendizagem e clicar no *link* “RESPONDER”, as respostas digitalizadas são salvas em um arquivo .txt ao qual o professor tem acesso (Figura 2.6).

Figura 2.6 - Questão salva em .txt.



Fonte: autora.

Assim, na aplicação que ocorreu na sala de aula informatizada com alunos do Ensino Médio e que se descreve no próximo capítulo, a autora pôde ter acesso às respostas dos alunos no Objeto de Aprendizagem, avaliando a construção do conhecimento na interação com ele. Diante da reformulação, com a possibilidade das respostas serem salvas em .txt, o professor consegue analisá-las. Conseqüentemente, tem acesso ao caminho percorrido pelos alunos durante a interação com o Objeto de Aprendizagem, já que o aluno, ao retornar a questões anteriores, precisa clicar no *link* RESPONDER novamente, para que seja liberado o avanço de

tela. Nesse momento, o Objeto automaticamente grava novamente a resposta inserida no campo de resposta. Dessa maneira, o professor pode perceber que o aluno voltou àquela questão.

No NTEAD, foi feito um teste com o objeto para analisar essa nova implementação. No Objeto de Aprendizagem há um campo de resposta e, abaixo dele, um *link* denominado RESPONDER. Ao clicá-lo, aparece uma mensagem para avançar para outras telas (Figura 2.7). Essa mensagem só aparece se o aluno deixar algum registro do pensamento nos campos de resposta.

Figura 2.7 - Tela com a mensagem para avançar de tela.



Fonte: autora.

Se o aluno deixar algum item sem resposta, aparece uma mensagem solicitando que ele complete todos os campos de resposta (Figura 2.8).

Figura 2.8. - Mensagem que aparece quando clica no botão RESPONDER antes de preencher todos os campos de resposta.



Fonte: autora.

Quando o aluno clicar no *link* RESPONDER, o que for digitado no campo resposta ficará registrado em um arquivo no formato .txt. Para tal, é necessária a instalação de um *software* simulador de servidor. Aqui, foi utilizado o *Easy PHP*, pois é um *software* livre (Todos os passos para sua instalação estão descritos no APÊNDICE C.).

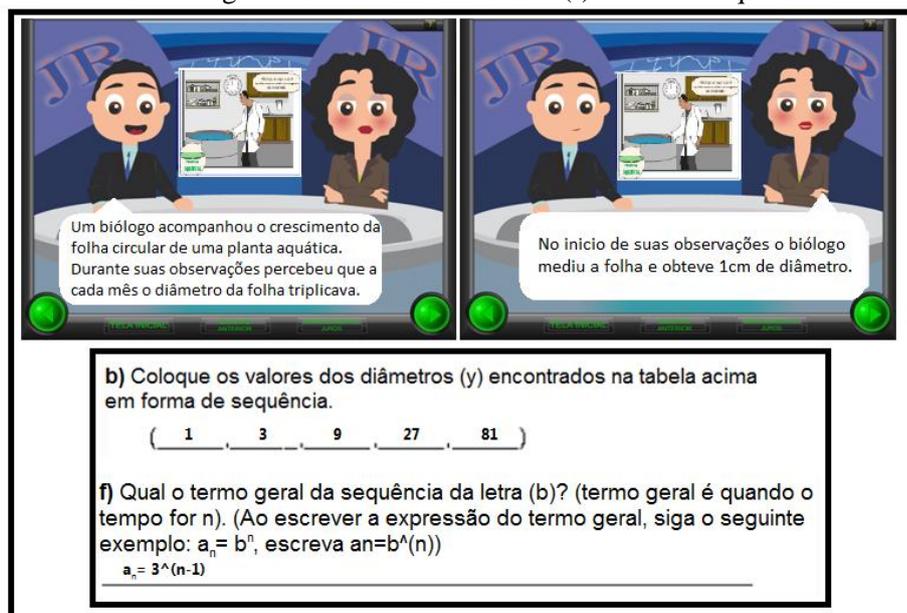
Com relação à sequência das questões propostas no Objeto de Aprendizagem, os professores em formação foram unânimes ao afirmar que a primeira questão não deveria estar no início do Objeto. Sugeriram, então, que esta fosse colocada por último, devido ao grau de dificuldade que apresentava. Eles alegaram que ela possuía um nível de exigência maior, e que durante a resolução das questões posteriores, foram adquirindo conhecimento e revisando conceitos, o que permitiu um melhor entendimento da referida questão.

Na segunda questão, os professores em formação logo perceberam que a função proposta era uma Função Exponencial do tipo $f(x) = 2^x$, enfatizando terem observado isto desde a construção da tabela. Além disso, alegaram que encontrar a lei de uma função do tipo $f(x) = a^x$ é mais fácil do que da forma $f(x) = b \cdot a^x$.

Assim, modificou-se a sequência das questões, passando a primeira questão a ser a última, e a segunda questão tornou-se a primeira.

Outra dificuldade relatada pelos professores em formação durante a avaliação do Objeto de Aprendizagem foi no item (f) da terceira questão, que abordava a expressão do termo geral da sequência (Figura 2.9).

Figura 2.9 – Enunciado e item (f) da terceira questão.



Um biólogo acompanhou o crescimento da folha circular de uma planta aquática. Durante suas observações percebeu que a cada mês o diâmetro da folha triplicava.

No início de suas observações o biólogo mediu a folha e obteve 1cm de diâmetro.

b) Coloque os valores dos diâmetros (y) encontrados na tabela acima em forma de sequência.

(1 , 3 , 9 , 27 , 81)

f) Qual o termo geral da sequência da letra (b)? (termo geral é quando o tempo for n). (Ao escrever a expressão do termo geral, siga o seguinte exemplo: $a_n = b^n$, escreva $a_n = b^{(n)}$)

$a_n = 3^{(n-1)}$

Fonte: autora.

Os professores em formação alegaram que não conseguiram resolver o item (f) da questão, e acreditavam que os alunos do Ensino Médio também não saberiam fazê-lo. Apesar desta colocação, sugeriram explorar este tipo de relação e consideraram válido deixar o item no objeto, pois resolver questões desse tipo ajudaria o aluno em provas de concurso ou vestibulares. Outra sugestão dada por eles foi que a relação entre a lei da função e o termo geral da sequência, no item (g), fosse substituída pela relação entre o gráfico dado e os termos da sequência digitados, alegando ser mais fácil de serem relacionados. A equipe então refez este item.

Os professores em formação alegaram que o enunciado da quarta questão era muito difícil de compreender, e que dever-se-ia, ou trocar a substância por outra mais próxima da realidade deles, ou fazer uma animação ilustrando o que o enunciado dizia. Esta autora perguntou se não seria melhor fazer a animação, já que o contexto do enunciado era real. Se a substância fosse modificada, o enunciado perderia o sentido. A partir dessa observação, feita autora, os professores em formação concordaram que seria melhor fazer uma animação buscando apresentar o enunciado de forma mais clara para o aluno (Figura 2.10).

Figura 2.10 – Tela antes e depois da animação do Objeto de Aprendizagem.



Fonte: autora.

Além da animação proposta, incluiu-se em cada tela que apresentava a questão contextualizada um áudio com a voz dos personagens. Enquanto na tela aparece uma legenda, um áudio com a voz do personagem anuncia o que nela está escrito.

Este recurso de voz para os personagens, sugerido pelos professores em formação, junto ao contexto do Objeto o tornou mais interessante, uma vez que inicialmente havia animação da boca dos personagens, mas não áudio. Ao disponibilizar o áudio e o texto da questão, o objeto pode vir a favorecer a inclusão de alunos com deficiência visual e auditiva, respectivamente, durante a sua aplicação, levando-se em conta os requisitos de acessibilidade.

Devido às reformulações sugeridas pelos professores em formação, o objeto passou a ter mais interatividade. Com essas modificações, que possibilitam o arquivamento das respostas dos alunos, não se viu mais necessidade da utilização do caderno pedagógico na aplicação do Objeto de Aprendizagem em instituição de ensino que contemple sala de aula informatizada.

Essas contribuições dos professores em formação foram bastante relevantes, uma vez que era preciso ter uma validação, para então aplicar o Objeto de Aprendizagem com o público alvo pretendido, alunos do Ensino Médio da rede pública, e buscar responder à questão de pesquisa: *“Estudar conceitos de Progressões Geométricas e de Funções Exponenciais, relacionando-os por meio da transformação entre os registros de representação semiótica, com o auxílio de um Objeto de Aprendizagem, contribui para o aluno ter entendimento da relação existente entre esses dois conteúdos?”*.

No próximo capítulo, apresentam-se os resultados da aplicação do Objeto de Aprendizagem reformulado na sala de aula informatizada, com alunos do Ensino Médio da rede pública.

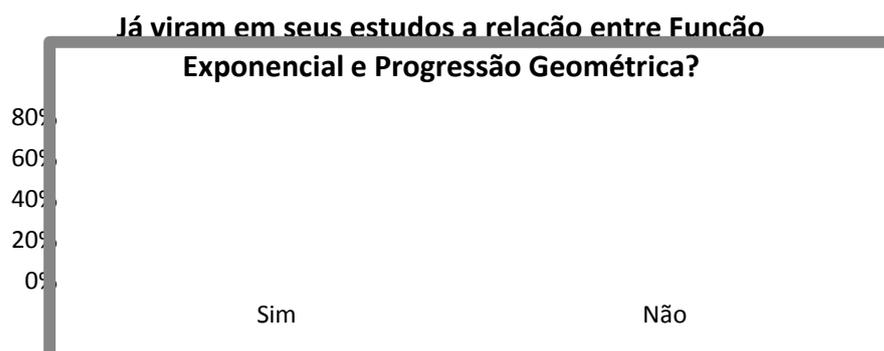
3. RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO OBJETO DE APRENDIZAGEM COM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NA SALA DE AULA INFORMATIZADA

Neste capítulo são relatadas as etapas percorridas no desenvolvimento da metodologia, levando-se em conta o início da pesquisa exploratória, até a análise e interpretação dos dados coletados.

A pesquisa buscou responder a questão “*Estudar conceitos de Progressões Geométricas e de Funções Exponenciais, relacionando-os por meio da transformação entre os registros de representação semiótica, com o auxílio de um Objeto de Aprendizagem, contribui para o aluno ter entendimento da relação existente entre esses dois conteúdos?*”. Para tal, estudaram-se os processos de mediação que se evidenciaram entre professor-alunos-Objeto de Aprendizagem, e a construção do conhecimento dos alunos em sua interação com o Objeto de Aprendizagem.

Em um primeiro momento, foi aplicado um questionário para investigar se os alunos já haviam estudado os conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica, pré-requisitos básicos para a aplicação do Objeto de Aprendizagem. Na análise das respostas, verificou-se que todos os quarenta e dois alunos já haviam estudado tais conteúdos. Quanto a terem visto a relação entre eles, 25,64% dos alunos responderam afirmativamente (Quadro 2).

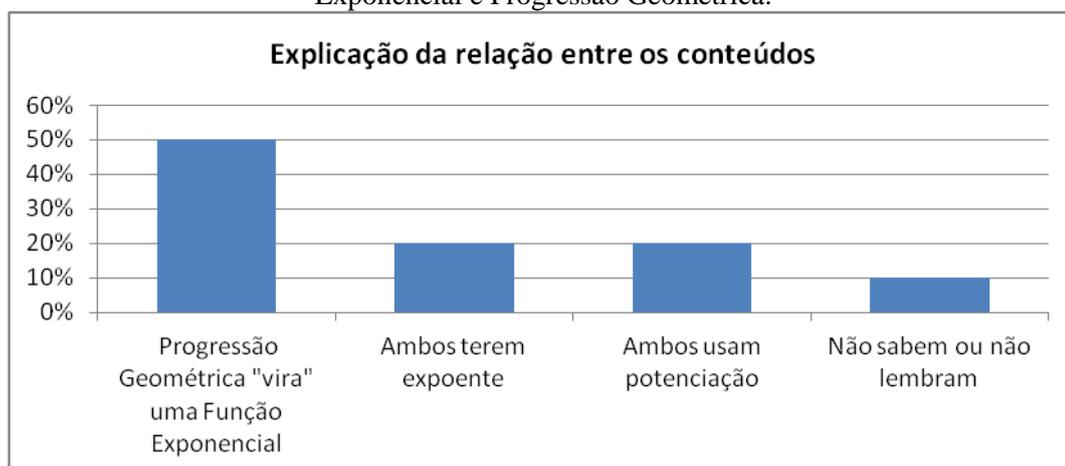
Quadro 2 – Gráfico da porcentagem dos alunos que já viram a relação entre Função Exponencial e Progressão Geométrica.



Fonte: autora.

Ao perguntar qual era a relação entre esses conteúdos, 50% responderam que uma Progressão Geométrica “vira” uma Função Exponencial, 20% responderam que ambos têm potenciação, 20% disseram que ambos “têm expoente”, e 10% não sabiam ou não se lembravam da relação (Quadro 3).

Quadro 3- Gráfico representando o entendimento do aluno quanto à relação entre Função Exponencial e Progressão Geométrica.



Fonte: autora.

Pode-se concluir que, apesar de alguns alunos já terem visto a relação entre os dois conteúdos, eles de fato não sabiam como eles se relacionavam. Isso pode ser constatado no Quadro 3, onde, dentre aqueles que já viram a relação entre os conteúdos, apenas 50% sabiam que uma Progressão Geométrica era um caso restrito de Função Exponencial.

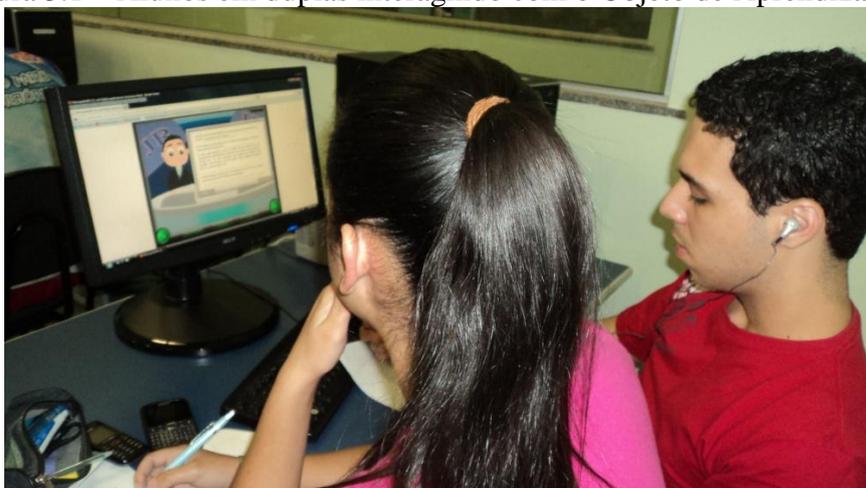
Após todos os alunos entregarem o questionário, a professora em formação avisou que, ao responder as questões presentes no Objeto de Aprendizagem, eles poderiam consultar o caderno (utilizado na sala de aula regular com a professora da turma), outros colegas e a própria professora em formação. Esta interação professora em formação-alunos e alunos-alunos teve por objetivo desenvolver a mediação na qual, através dessas interações, buscou-se observar uma articulação entre os alunos e o Objeto de Aprendizagem utilizado para a resolução das questões propostas.

Foi avisado, ainda, que eles poderiam utilizar uma folha de papel para facilitar os cálculos durante a resolução das questões. Esta folha utilizada foi devidamente nomeada e associada ao computador no qual estaria a resposta gravada em .txt durante a aplicação do Objeto de Aprendizagem. Esta solicitação teve por objetivo complementar a análise dos dados, acompanhando o raciocínio matemático do aluno desde a resolução das questões até sua resposta final colocada no Objeto de Aprendizagem. Isto porque os alunos se deparariam com situações novas e desafiadoras, e muitas vezes os conhecimentos já adquiridos mostrar-se-iam insuficientes para enfrentá-las. Ao usar de seus conhecimentos anteriores, o aluno modifica-os, rejeita-os, completa-os, redefine-os ou descobre novos contextos de utilização.

Após esses avisos, a professora em formação solicitou aos alunos que iniciassem o estudo com o Objeto de Aprendizagem.

Os estudantes ali presentes estavam muito interessados em participar da aplicação, e ficaram animados ao saberem que o Objeto de Aprendizagem possuía recurso de áudio, visto que os personagens falavam (em cada computador foi colocado um fone de ouvido para que os alunos pudessem escutar as falas dos personagens sem atrapalhar as duplas ao lado) (Figura 3.1). Além disso, evidenciou-se a disposição de interagirem, não só com o seu colega de dupla, mas também, com outras duplas sentadas a seu lado. A sala de aula informatizada possuía bancadas com quatro computadores e oito cadeiras cada uma.

Figura 3.1 – Alunos em duplas interagindo com o Objeto de Aprendizagem.



Fonte: autora.

Durante a aplicação, a professora em formação ficou circulando pela sala, observando como os alunos interagiam com seus pares e com o Objeto de Aprendizagem (interação aluno-aluno e alunos-Objeto de Aprendizagem). Observou-se que, antes de consultarem a professora em formação, eles procuravam discutir a questão proposta com os próprios colegas (interação aluno-aluno).

Ao término da aula, depois que todos foram embora, salvou-se em um *pendrive* os arquivos .txt gravados com as respostas dos alunos para as questões propostas no Objeto de Aprendizagem. Os passos para obter os registros das respostas dos alunos se encontram no APÊNDICE E. Este procedimento aconteceu computador a computador, e cada arquivo salvo foi devidamente identificado com os últimos números do IP da máquina que o aluno utilizou. Com esse procedimento, foi possível comparar as questões registradas no computador com as folhas em que havia dados do raciocínio dos alunos.

3.1 Analisando a construção do conhecimento dos alunos com o apoio do Objeto de Aprendizagem

A primeira questão (Figura 3.2) tinha por objetivos

- interpretar o enunciado para organizar os dados na tabela;
- fazer a relação do índice da sequência com o número da geração;
- manipular as propriedades de potências;
- interpretar a tabela para chegar à sua generalização;
- relacionar os dados da tabela com os da sequência, e
- fazer uma reflexão sobre as características comuns à função encontrada e à sequência formada.

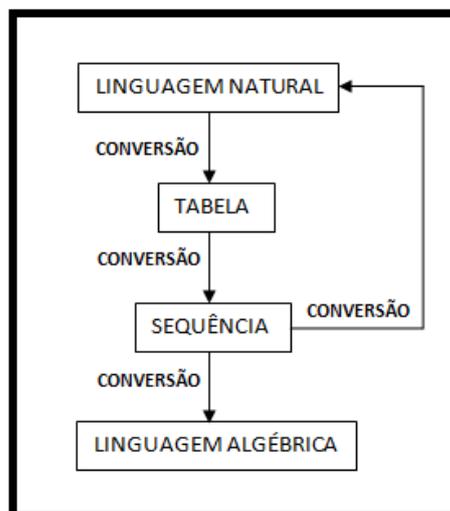
Figura 3.2 – Enunciado da primeira questão.



Fonte: autora.

Foram desenvolvidos itens que exploram as conversões de registros de representação semiótica (linguagem natural, tabela, sequência e linguagem algébrica) ligadas a conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica (Figura 3.3).

Figura 3.3 – Conversões de registro de representação semiótica presentes na primeira questão.



Fonte: autora.

O item (a) desta questão (Figura 3.4) tinha por objetivo explorar a interpretação do enunciado, que indicava qual função estava sendo proposta, para inserir dados na tabela através da conversão de Registros de Representação Semiótica entre a linguagem natural e a tabela. Esse item da questão abordava uma das dificuldades elencadas pelos autores citados anteriormente: a dificuldade de interpretação dos enunciados quando se tratava de uma questão de Função Exponencial e Progressão Geométrica. O item (b) fazia a relação entre o índice do termo da sequência e o número da geração, utilizando a conversão entre os dados inseridos na tabela e os termos a serem inseridos na sequência.

Os itens (a) e (b), que pediam a conversão de tabela para sequência, tinham por objetivo, além de verificar se os alunos conseguiam fazer a conversão entre os três tipos de registros (Linguagem Natural – Tabela – Sequência), ajudar a visualização da relação entre a Função Exponencial e a Progressão Geométrica.

Figura 3.4 – Tela do Objeto de Aprendizagem com os itens (a) e (b) da primeira questão.

Refletindo sobre o que foi anunciado:

a) Complete a tabela abaixo, de acordo com a sua árvore genealógica.

Geração	Número de Pessoas
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	

Obs: Considere a sua geração como geração 0.

b) Ordene os valores encontrados na tabela acima na forma de sequência

Responder

CONVERSÃO

TELA INICIAL QUESTÃO ANTERIOR PRÓXIMA QUESTÃO

Fonte: autora.

Das respostas analisadas, dez duplas responderam corretamente e foram capazes de fazer a relação proposta entre os itens (a) e (b), porém onze duplas erraram o item (b), sendo que dez destas cometeram o mesmo erro (Quadro 4).

Quadro 4: Registros das respostas dos alunos dos itens (a) e (b) da primeira questão.

Duplas	Respostas Corretas das 10 duplas		Duplas	Respostas Incorretas das 10 duplas	
	Item (a)	Item (b)		Item (a)	Item (b)
<C_115> <C_118> <C_120> <C_122> <C_125> <C_126> <C_128> <C_130> <C_132> <C_179>	1ª geração: 2 2ª geração: 4 3ª geração: 8 4ª geração: 16	2, 4, 8, 16, 32	<C_1>	1ª geração: 2 2ª geração: 4 3ª geração: 8 4ª geração: 16	0, 2, 4, 8, 16
			<C_2>		
			<C_3>		
			<C_111>		
			<C_117>		
			<C_123>		
			<C_124>		
			<C_127>		
			<C_131>		
			<C_133>		
Resposta Incorreta de 1 dupla					
			<C_121>	1ª geração: 2 2ª geração: 4 3ª geração: 8 4ª geração: 16	16, 32, 64, 128, 256

Fonte: autora.

Neste momento da aplicação, sete duplas solicitaram a ajuda da professora em formação. Ao perceber que a dificuldade estava no preenchimento da sequência, a professora em formação sugeriu que eles desenhassem a sua própria árvore genealógica na folha do caderno. Essa sugestão se deu pelo fato de que o erro de dez duplas estava em colocar, como primeiro termo da sequência, o elemento zero. Com o desenho sugerido, as duplas que pediram ajuda perceberam que não existia geração de uma família com zero pessoa. A dupla que começou a sequência a partir do último elemento da tabela, não deixou registro de retorno ao item para sua correção. Acredita-se que o pensamento errôneo dessa dupla se deu pelo fato de ter entendido que a sequência formada era para ser completada a partir do último elemento da tabela.

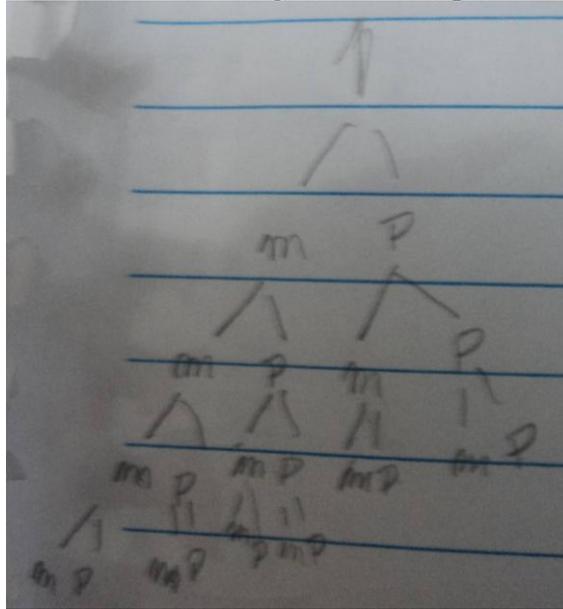
Percebeu-se que as sete duplas que fizeram o desenho solicitado pela professora em formação conseguiram resolver o item corretamente (Quadro 5). Acredita-se que o elemento figurativo, neste caso o desenho dos alunos, os estimulou a refletirem sobre os termos da sequência (Figura 3.5).

Quadro 5: Registro das respostas corretas dos alunos na segunda tentativa.

Duplas	Respostas Corretas das 7 duplas	
	Item (a)	Item (b)
<C_1> <C_2> <C_117> <C_123> <C_131> <C_133> <C_3>	1ª geração: 2 2ª geração: 4 3ª geração: 8 4ª geração: 16	2, 4, 8, 16, 32

Fonte: autora.

Figura 3.5 – Elemento figurativo feito pelos alunos.



Fonte: protocolos de pesquisa.

Uma vez que a tabela apresentava como primeiro elemento o número dois, o pensamento errôneo das dez duplas ao colocar zero no primeiro termo da sequência solicitada no item (b) pode ter ocorrido devido à não compreensão da observação “considere a sua geração como geração zero”, presente abaixo da tabela (Figura 3.6). Constatou-se que as quatro duplas que não apresentaram o registro do desenho solicitado pela professora em formação, cuja representação visual poderia levá-los a um entendimento da atividade, não conseguiram fazer a conversão do registro de representação semiótica de tabela para sequência.

Figura 3.6 – Tela do Objeto de Aprendizagem com a observação feita abaixo da tabela.

Refletindo sobre o que foi enunciado:

a) Complete a tabela abaixo de acordo com a sua árvore genealógica

Geração	Quantidade de pessoas
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	

Obs.: Considere a sua geração como geração 0.

b) Ordene os valores encontrados no quadro acima na forma de sequência.

()

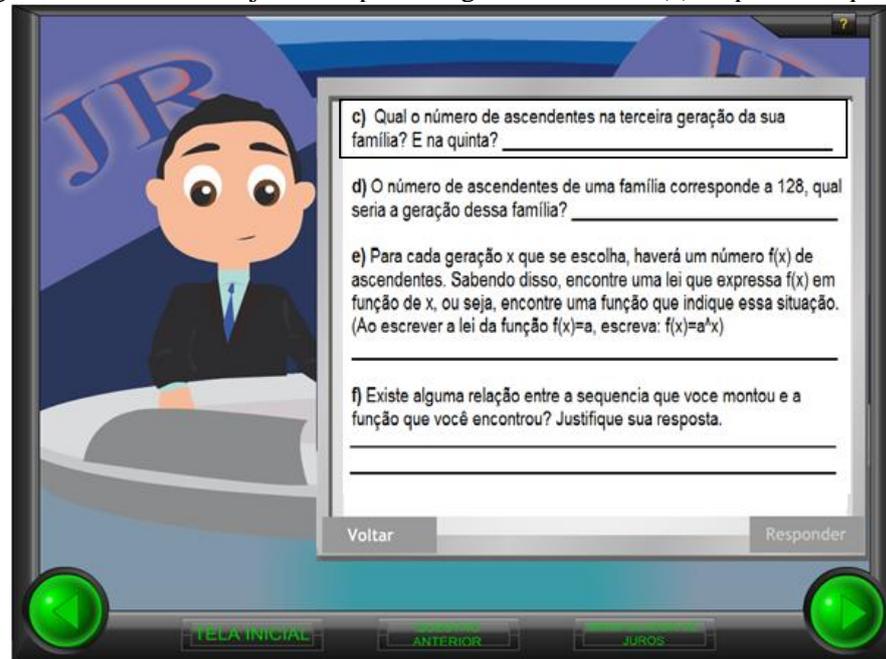
Responder

Tela Inicial Questão Anterior Manuseio de Juros

Fonte: autora.

No item (c) da questão (Figura 3.7), buscava-se explorar as propriedades de potências e a interpretação da tabela.

Figura 3.7 – Tela do Objeto de Aprendizagem com o item (c) da primeira questão.



Fonte: autora.

Entre as respostas das duplas, observou-se que cinco delas não responderam corretamente este item (Quadro 6), sendo que três não souberam utilizar a transposição dos dados tabela/sequência de maneira correta, observando-se que as relações existentes entre os dados (geração/número de pessoas) ali presentes não estavam claros para essas duplas. Duas dessas duplas já haviam colocado os dados na sequência de forma incorreta, e partiram desses dados para responder este item.

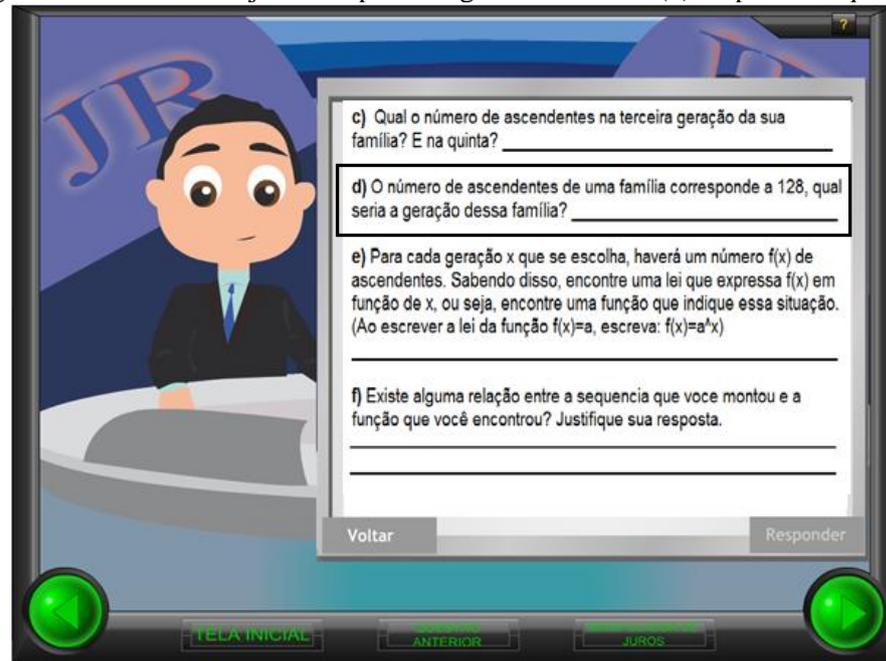
Quadro 6: Registro das respostas corretas e incorretas do item (c) da primeira questão.

Duplas	Respostas Corretas		Duplas	Respostas Incorretas	
	3ª Geração	5ª Geração		3ª Geração	5ª Geração
<C_128>	$3^3 G = 8$	$5^5 G = 32$	<C_111> <C_126>	4	16
<C_124>	8	32	<C_117> <C_120> <C_130>	16	32

Fonte: autora.

O item (d) da questão (Figura 3.8) tinha como proposta fazer a transposição dos dados da tabela, passando para potência de base dois, onde se buscou na representação desses dois registros, verificar se o aluno apropriava-se desse conhecimento.

Figura 3.8 – Tela do Objeto de Aprendizagem com o item (d) da primeira questão.



Fonte: autora.

Diferente dos relatos de um dos autores mencionados quando coloca a dificuldade dos alunos no cálculo de potências, na análise desse item esta dificuldade não se constatou. Apresentam-se os dois registros de respostas dadas pelas duplas no Quadro 7.

Quadro 7: Registro das respostas corretas do item (d) da primeira questão.

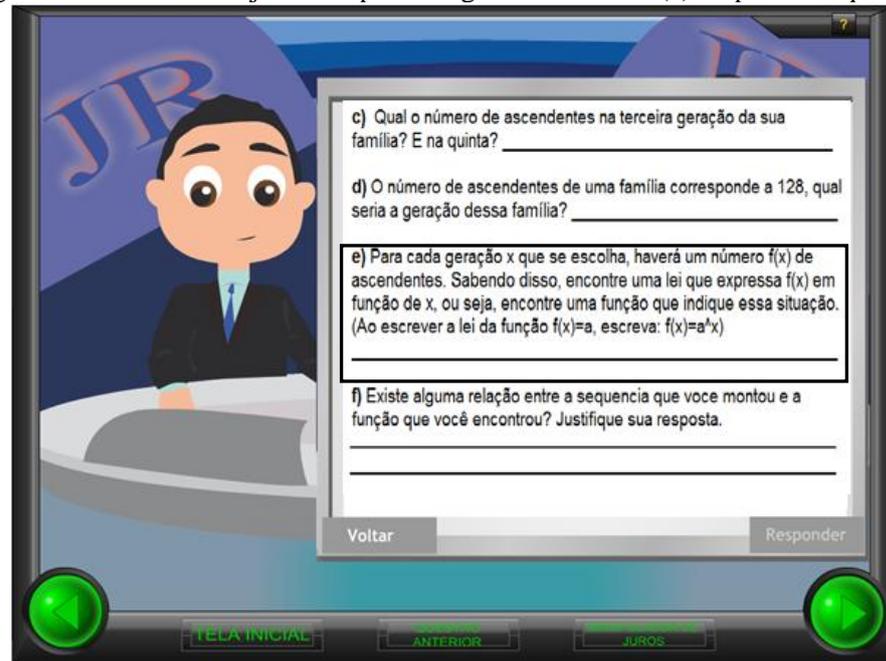
Duplas	Respostas Corretas
<C_115>	SÉTIMA GERAÇÃO
<C_128>	7ª geração

Fonte: autora.

As duplas voltaram à tela anterior, onde havia a tabela já com os dados inseridos por eles, para fazer uma reflexão sobre qual seria a base da potência proposta na questão. Essa interface possibilitou aos alunos terem a percepção da potência indicada na tabela, de forma a estabelecer a relação entre geração e quantidade de pessoas. Nesse momento, a tabela (instrumento) foi utilizada como elemento mediador, ajudando as duplas a fazerem a associação entre as variáveis ali presentes. Além disso, a utilização de mais de um tipo de representação do objeto matemático, como auxílio para resolução do item, levou-os a representarem corretamente.

O item (e) da questão contemplava a conversão do registro de representação da tabela/seqüência para a linguagem algébrica (Figura 3.9).

Figura 3.9 – Tela do Objeto de Aprendizagem com o item (e) da primeira questão.



Fonte: autora.

Dos dados analisados, 50% das duplas conseguiram fazer essa conversão corretamente. Dos que erraram, cabe ressaltar duas situações: três duplas tiveram a mesma concepção errônea e sete duplas tiveram outra concepção, também errônea, durante a conversão proposta na questão, o que pode ser visto no Quadro 8.

Quadro 8: Registros das respostas incorretas do item (e) da primeira questão.

Duplas	Respostas Corretas	Duplas	Respostas Incorretas
	Item (e)		Item (e)
<C_2> <C_111> <C_115> <C_117> <C_118> <C_120> <C_121> <C_122> <C_123> <C_128> <C_179>	$f(x) = 2^x$	<C_124> <C_125> <C_126> <C_127> <C_130> <C_131> <C_132>	$f(x) = x^2$
		<C_1> <C_3> <C_133>	$f(x) = 2x$

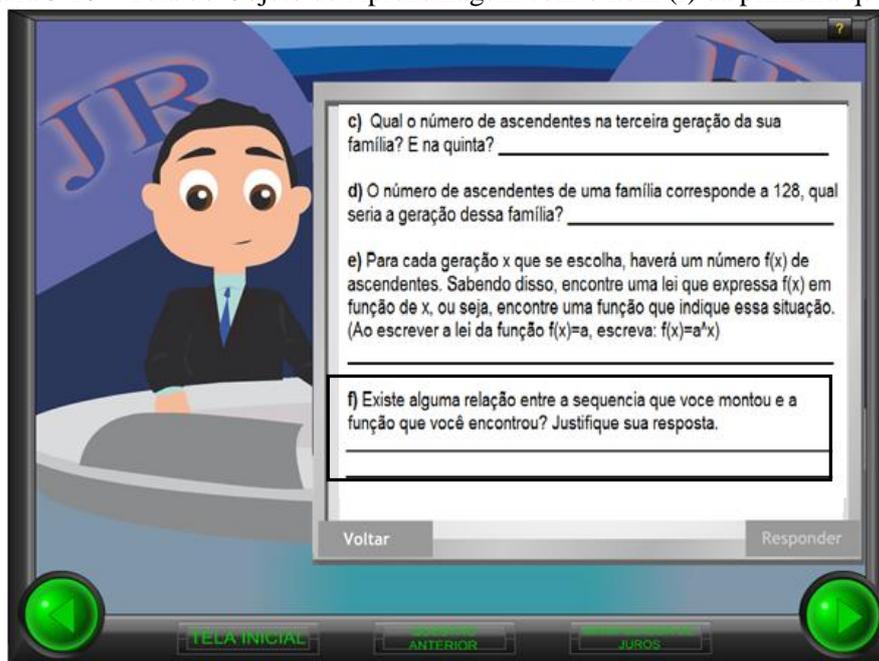
Fonte: autora.

Um erro muito comum observado na sala de aula é a não compreensão da base elevada a uma variável no expoente. Esse fato condiz com a resposta de sete duplas, que apresentaram o raciocínio $f(x) = 2x$ ao invés de $f(x) = 2^x$. Nesses casos, não houve a apropriação da conversão entre os dois registros de representação semiótica, de tabela/sequência para linguagem algébrica. Além disso, $f(x) = 2x$ representa uma função do primeiro grau, e $f(x) = x^2$ uma função quadrática, ou seja, os conceitos destas funções, para

essas duplas, não estão internalizados. Caso contrário, perceberiam que não poderiam fazer tal representação.

O item (f) da questão fazia uma reflexão sobre as características em comum entre a função encontrada no item (e) e a sequência formada no item (b) (Figura 3.10).

Figura 3.10 – Tela do Objeto de Aprendizagem com o item (f) da primeira questão



Fonte: autora.

Nesse momento da aplicação, a professora em formação foi solicitada pelos alunos para uma explicação sobre o que se pedia na questão. A mediação da professora em formação-alunos aconteceu da seguinte maneira:

<P>: Vamos ler o enunciado da questão juntos.

<P>: Existe alguma relação entre a sequência que vocês criaram com a função que vocês encontraram? O que vocês perceberam que acontece com os números da sequência?

<A>: a cada termo da sequência, o sucessor é o dobro do termo anterior.

<P>: Ok! E o que vocês entenderam da lei da função encontrada? Escrevam os dados da tabela em potências de mesma base.

<A>: o expoente da lei da função é o número da geração.

Com a mediação da professora em formação-alunos durante a resolução desse item, percebeu-se que todos os alunos conseguiram descrever corretamente, em linguagem natural, a análise feita entre a função encontrada e a sequência formada. Além disso, registraram suas respostas no Objeto de Aprendizagem corretamente, podendo ser observados no Quadro 9

dois exemplos dessas respostas. Nesse momento, inferiu-se que os alunos tinham um nível de desenvolvimento real, conseguindo resolver a questão corretamente.

Quadro 9: Registro das respostas corretas do item (f) da primeira questão.

Duplas	Respostas Corretas
<C_122>	sim, pois a cada geração o número de pessoas aumenta, sendo este elevado ao número correspondente a geração.
<C_128>	sim, pois com essa função é possível calcular qualquer números da sequência.

Fonte: autora.

Nessa questão, buscou-se explorar os conteúdos citados por alguns autores que mencionam dificuldades apresentadas pelos alunos, como: manipulação de equação, interpretação do significado de potências e do enunciado. Pode-se observar que a mediação professora em formação-alunos, por meio de reflexões, contribuiu para a autonomia do aluno durante o processo de ensino e aprendizagem, e também para a apropriação do conhecimento em alguns itens da questão analisada.

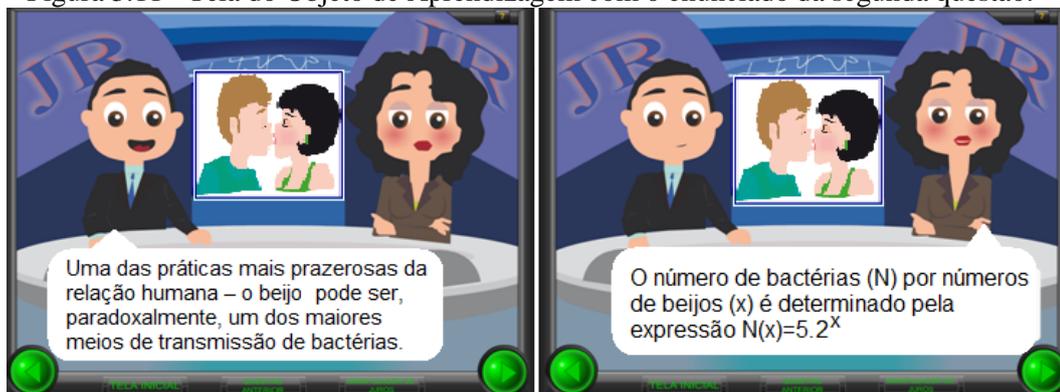
Constatou-se que os alunos apresentaram um nível de desenvolvimento real considerado nos itens (a), (d) e (f), pois estes conseguiram resolver tais itens sem dificuldades, não necessitando da mediação professora em formação-alunos. Por outro lado, observou-se que os alunos apresentavam-se no nível de desenvolvimento potencial, sendo necessário, através da mediação professor-aluno, ajudá-los no item (b).

Além disso, os diversos tipos de registros de representação semiótica presentes na questão, junto à ação mediadora da professora em formação, contribuiu para que as duplas conseguissem resolver os itens, fazendo-os visualizarem a relação existente entre Função Exponencial e Progressão Geométrica.

A segunda questão (Figura 3.11) tinha como objetivos

- manipular as propriedades de potência, e
- resolver equação exponencial.

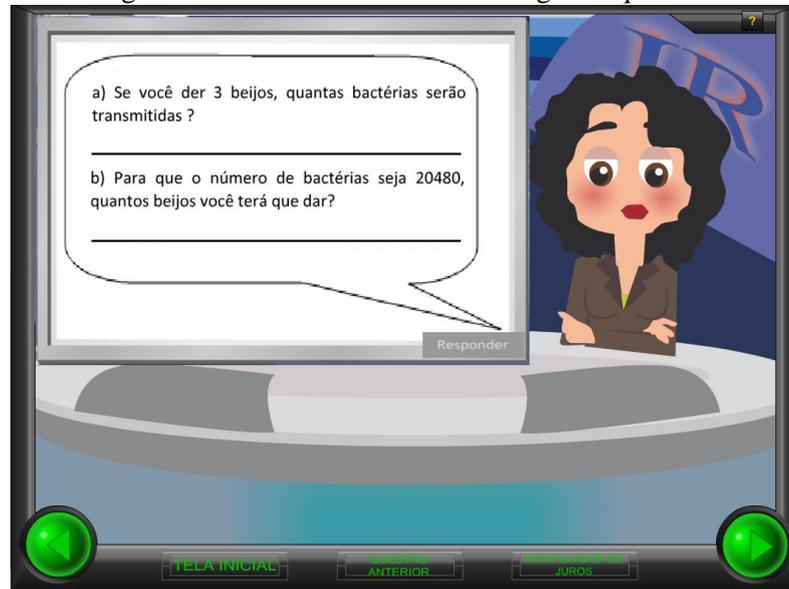
Figura 3.11 - Tela do Objeto de Aprendizagem com o enunciado da segunda questão.



Fonte: autora.

Para resolver os itens (a) e (b) da questão (Figura 3.12), os alunos tinham que, a partir dos registros de representação semiótica na linguagem algébrica, fazer uma transposição (substituição de variável) para responder os itens solicitados.

Figura 3.12 – Tela com os itens da segunda questão.



Fonte: autora.

Essa transposição ocorreu de maneira que, no item (a), os alunos tinham que fazer a substituição da variável x pelo número 3, e no item (b), resolver a equação $5 \cdot 2^x = 20480$ (Quadro 10).

Quadro 10: Transposição ocorrida na segunda questão.

Transposição dos registros de representação semiótica durante a resolução dos itens	
Item a	Item b
$f(x) = 5 \cdot 2^x$ $f(3) = 5 \cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40$	$f(x) = 5 \cdot 2^x$ $5 \cdot 2^x = 20480$ $2^x = 4096$ $2^x = 2^{12}$
40 bactérias	12 beijos

Fonte: autora.

De acordo com as análises feitas, percebeu-se que 16 duplas tiveram compreensão das propriedades da potência na resolução equação exponencial, acertando a questão. As cinco duplas que erraram refizeram a questão, tendo o pensamento correto na segunda tentativa.

Na primeira tentativa, colocaram o número de bactérias como 140,608, e a quantidade de beijos igual a seis (Quadro 11).

Quadro 11: Registros das respostas incorretas da segunda questão.

Resposta inicial das cinco duplas		
Duplas	Item (a)	Item (b)
<C_126> <C_130> <C_131> <C_132> <C_133>	140,608 bactérias	6 'beijos'

Fonte: autora.

A análise feita entre a resposta no arquivo .txt e o registro na folha de rascunho leva a inferir que o erro ao colocar o número seis como número de beijos pode ter ocorrido por terem o pensamento errôneo durante a fatoração, colocando o número 4096 em potências de base quatro, deixando de colocar o número quatro na potência de base dois (Figura 3.13).

Figura 3.13 – Registro da fatoração no rascunho.

4096	4
1024	4
256	4
64	4
16	4
4	4
1	

Fonte: autora.

Nessa questão, observou-se que as 16 duplas que responderam corretamente apresentavam um nível de desenvolvimento real sobre conteúdo de potência e equação exponencial, a partir do momento em que responderam corretamente na primeira tentativa a questão, sem precisar da interação com a professora em formação. Quanto às cinco duplas que refizeram a questão, inicialmente encontravam-se no nível de desenvolvimento potencial, e através da interação aluno-aluno conseguiram resolver corretamente.

Durante as análises dos registros das respostas dos alunos nesta questão, foi possível verificar que a maioria das duplas tinham conhecimentos necessários para a resolução de questões envolvendo as propriedades de potenciação e a resolução de equação exponencial.

A terceira questão (Figura 3.14) explorou

- a interpretação do gráfico do tipo $f(x) = a \cdot b^x$;
- a organização dos dados do gráfico em uma tabela;

- a relação da variável da Função Exponencial com o índice do termo da Progressão Geométrica proposta;
- a representação gráfica da Progressão Geométrica;
- o conceito e a generalização do termo geral de uma Progressão Geométrica, e
- a formulação da lei da Função Exponencial a partir da tabela/sequência.

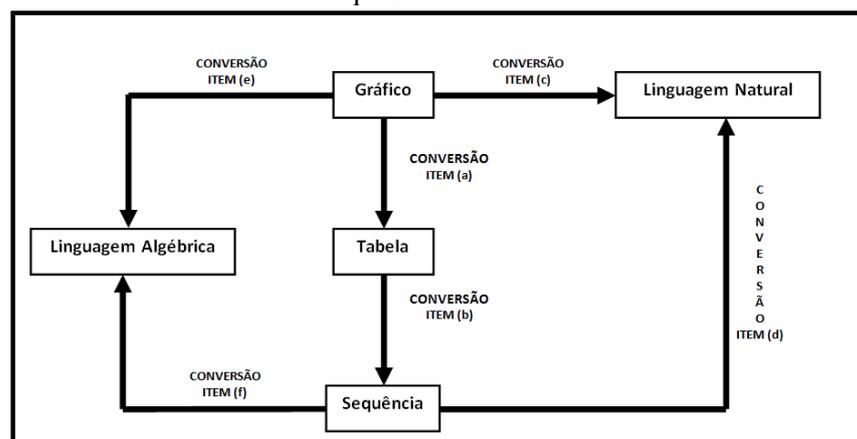
Figura 3.14 - Tela com o enunciado da terceira questão.



Fonte: autora.

Nessa questão, foram desenvolvidos seis itens que exploraram o tratamento de registro de representação semiótica (linguagem natural, gráfico, tabela, sequência e linguagem algébrica) ligado a conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica (Figura 3.15).

Figura 3.15 – Conversões dos registros de representação semiótica presentes na terceira questão.



Fonte: autora.

Os itens (a) e (b) (Figura 3.16) tinham por objetivo a interpretação de um gráfico do tipo $f(x) = 3^x$, assim como a organização dos dados do gráfico em uma tabela. A partir dessa tabela construída, chegava-se à relação da variável da função com o índice do termo da Progressão Geométrica proposta. Entende-se que ao propor esses itens, pautando-se na

discussão de alguns autores que colocam que os alunos não conseguem fazer a relação entre o gráfico de uma Função Exponencial e a organização de seus dados em uma sequência (Progressão Geométrica), buscou-se explorar essas relações de forma a verificar se os alunos eram capazes de fazer as conversões propostas.

Figura 3.16 - Tela com os itens (a) e (b) da terceira questão.

O gráfico abaixo representa a situação descrita. Sabendo que x é o tempo em meses e y o diâmetro em cm, responda as questões a seguir.

a) Complete a tabela de acordo com o gráfico acima.

x				
y				

b) Coloque os valores dos diâmetros (y) encontrados na tabela acima em forma de sequência.

(, , , ,)

Responder

TELA INICIAL QUESTÃO ANTERIOR MANIPULAÇÃO DE JUROS

Fonte: autora.

A professora em formação percebeu que algumas duplas tinham dificuldade em reconhecer o ponto que está sobre o eixo y , e levou os alunos a uma reflexão, desenvolvendo o seguinte diálogo:

- <P>: o gráfico começa de qual ponto?
 <A>: desse aqui (apontando para o gráfico presente na tela do objeto)
 <P>: e que ponto é esse?
 <A>: não sei.
 <P>: quando o ponto está em cima do eixo y , qual o valor de x ?
 <A>: zero.
 <P>: e qual o valor de y nesse caso?
 <A>: um.
 <P>: então qual o primeiro ponto do gráfico?
 <A>: o ponto (0,1)

As duplas que solicitaram a ajuda da professora em formação para a resolução da questão, a partir desta mediação da mesma, conseguiram completar corretamente a tabela e a

sequência, ou seja, conseguiram fazer a conversão do registro de representação semiótica de gráfico para a tabela e da tabela para a sequência solicitada.

Quanto aos erros das nove duplas, analisou-se que houve dois casos: (i) Preencherem a tabela iniciando do ponto (0,0). Ficou claro que essas duplas apresentaram dificuldade em identificar o ponto quando está sobre os eixos e (ii) Preencheram a tabela a partir do ponto (1,3), ou seja, “desprezaram” o ponto (0,1) presente no gráfico. Essa análise levou a inferir que essas duplas apresentaram dificuldades na conversão do registro de representação semiótica de gráfico para tabela e de tabela para sequência (Quadro 12).

Quadro 12: Registros das respostas corretas e incorretas dos itens (a) e (b) da terceira questão.

Duplas	Respostas Corretas das 12 duplas		Duplas	Respostas Incorretas das 9 duplas	
	Item (a)	Item (b)		Item (a)	Item (b)
<C_2> <C_3> <C_111> <C_115> <C_118> <C_120> <C_122> <C_125> <C_126> <C_128> <C_132> <C_179>	(0,1) (1,3) (2,9) (3,27) (4,81)	1, 3, 9, 27, 81	<C_1> <C_127> <C_131> <C_133>	(0,0) (1,3) (2,9) (3,27) (4,81)	0, 3, 9, 27, 81
			<C_117> <C_123> <C_124> <C_130> <C_131>	(1,3) (2,9) (3,27) (4,81) (5,243)	3, 9, 27, 81, 243

Fonte: autora.

Essa dificuldade encontrada pelos alunos durante a identificação do ponto no gráfico pode ter origem na maneira como os conteúdos de funções são abordados pelos professores. Isto é corroborado quando os autores citados anteriormente relatam que, ao longo do estudo da Matemática, seus conteúdos são abordados apenas com aplicação de algoritmos e manipulação mecânica dos símbolos, sem fazer sentido para os alunos. Além disso, tais conteúdos são focados na resolução de questões algébricas, fazendo com que os alunos não consigam aplicar sua aprendizagem de álgebra em contextos do seu cotidiano.

O item (c) da questão (Figura 3.17) propôs o reconhecimento da representação gráfica em relação ao tipo de função. Todas as duplas responderam corretamente.

Figura 3.17 - Tela com o item (c) da terceira questão.

c) O gráfico da letra (a) representa tipo de função?

Função Quadrática Função Afim

Função Exponencial Função Modular

d) A seqüência da letra (b) representa uma P.G.?

Sim Não

e) Qual a lei da função representada no gráfico? (Ao escrever a lei da função, siga o seguinte exemplo: $f(x) = a^x$; escreva: $f(x) = a^x$)

f) Qual o termo geral da seqüência da letra (b)? (termo geral é quando o tempo for n). (Ao escrever a expressão do termo geral, siga o seguinte exemplo: $a_n = b^n$, escreva $a_n = b^n$)

g) Ao observar as letras (a) e (b), que podemos concluir?

Voltar Responder

TELA INICIAL QUESTÃO ANTERIOR MANIPULADOR DE JUROS

Fonte: autora.

Nos itens (d), (e) e (f), explorou-se o conceito e a generalização do termo geral de uma Progressão Geométrica, bem como a formulação da lei da Função Exponencial a partir da tabela previamente preenchida (Figura 3.18).

Figura 3.18 - Tela com os itens (d), (e) e (f) da terceira questão.

c) O gráfico da letra (a) representa tipo de função?

Função Quadrática Função Afim

Função Exponencial Função Modular

d) A seqüência da letra (b) representa uma P.G.?

Sim Não

e) Qual a lei da função representada no gráfico? (Ao escrever a lei da função, siga o seguinte exemplo: $f(x) = a^x$; escreva: $f(x) = a^x$)

f) Qual o termo geral da seqüência da letra (b)? (termo geral é quando o tempo for n). (Ao escrever a expressão do termo geral, siga o seguinte exemplo: $a_n = b^n$, escreva $a_n = b^n$)

g) Ao observar as letras (a) e (b), que podemos concluir?

Voltar Responder

TELA INICIAL QUESTÃO ANTERIOR MANIPULADOR DE JUROS

Fonte: autora.

Ao analisar as respostas das duplas, pode-se perceber que todas conheciam a definição de Progressão Geométrica. Isto leva a inferir sobre um nível de desenvolvimento real, o que foi corroborado ao analisar o item (d) da questão, que questionava se a seqüência formada representava uma Progressão Geométrica. Todas as duplas responderam corretamente, sem a mediação da professora em formação-alunos, justificando suas respostas. Descrevem-se três respostas dos alunos (Quadro 13).

Quadro 13: Registros das respostas do item (d) da terceira questão.

Duplas	Respostas do item d
<C_1>	Sim. Porque dividindo qualquer número (an) por seu antecessor, o resultado será 3, seu quociente (q).
<C_124>	Sim. Sim, pois um número dividido pelo seu antecessor dá a razão, que no caso é 3.
<C_132>	Sim. Porque o número sucessor é sempre o triplo do anterior

Fonte: autora.

Observou-se também que os alunos conseguiram fazer a conversão do registro de representação de sequência para linguagem natural corretamente, mostrando saberem identificar quando uma sequência é uma Progressão Geométrica e as relações entre seus termos.

Os itens (e) e (f) pediam o termo geral da sequência e a lei da função representada no gráfico.

Ao analisar as respostas das duplas, cinco delas responderam incorretamente a formulação da lei da função representada no gráfico (item e) (Quadro 14).

Quadro 14: Registros das respostas corretas e incorretas do item (e) da terceira questão.

Duplas	Resposta Correta	Duplas	Respostas Incorretas
<C_2> <C_3> <C_111> <C_115> <C_117> <C_118> <C_120> <C_121> <C_122> <C_124> <C_125> <C_126> <C_127> <C_128> <C_130> <C_179>	$f(x) = 3^x$	<C_1> <C_123> <C_131> <C_132> <C_133>	$f(x) = x^3$

Fonte: autora.

Analisou-se que a maior parte das duplas conseguiu fazer a conversão do registro de representação gráfica para algébrica, e comparando com o item que pedia a lei da função na primeira questão, esse erro aconteceu com menor frequência. Percebeu-se que, à medida que os alunos foram resolvendo as questões, adquiriram mais maturidade para resolver os itens que solicitavam a lei da função.

No momento da resolução do item (f), a professora em formação foi solicitada, por algumas duplas, para ajudá-los na generalização dos termos da sequência. Para isso, a

professora em formação pedia que as duplas voltassem na tela que tinha a sequência, sugerindo que elas escrevessem na folha de papel a sequência formada, a partir do entendimento do contexto da questão, com os dados escritos em forma de potência de mesma base. Essa sugestão teve por objetivo ajudá-los visualmente a relacionarem o expoente da potência formada ao índice do termo da sequência. A mediação aconteceu da seguinte maneira:

<P>: volte à tela onde tem o desenho do biólogo e, a partir do contexto apresentado, analisem a sequência formada. Escreva na folha de papel essa sequência, com números em forma de potência de mesma base, indicando o número que representa sua posição.

<P>: Vocês conseguiram observar alguma coisa?

<A>: a folha tem 1 centímetro de diâmetro inicialmente. O expoente da potência formada é um a menos que o índice do termo da sequência.

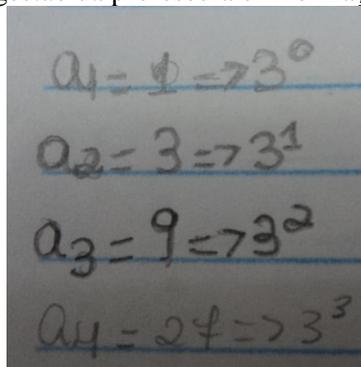
<P>: e aí? Como escreveria isso para um mês x qualquer?

<A>: 3^{x-1}

Percebeu-se que, durante a sugestão proposta (utilizar a transposição de registro de representação) pela professora em formação, os alunos conseguiram visualizar a relação existente entre o índice do termo da sequência e o expoente da potência de base 3.

Durante a análise das repostas dos alunos, observou-se que as duplas que acertaram esse item haviam registrado na folha de papel o que a professora em formação pediu que fizessem (Figura 3.19). Nesse momento, a professora em formação atuou como mediadora entre os alunos e o objeto de conhecimento, ampliando os conhecimentos já existentes e tornando-os mais sólidos, utilizando dois tipos de representação semiótica.

Figura 3.19 – Registro da sugestão da professora em formação feita pelos alunos no papel



The image shows a student's handwritten work on lined paper. It lists four terms of a sequence, each followed by an arrow and a power of 3:

$$a_1 = 1 \Rightarrow 3^0$$

$$a_2 = 3 \Rightarrow 3^1$$

$$a_3 = 9 \Rightarrow 3^2$$

$$a_4 = 27 \Rightarrow 3^3$$

Fonte: autora.

As cinco duplas que erraram este item da questão tiveram o mesmo pensamento (Quadro 15).

Quadro 15: Registros das respostas corretas e incorretas do item (f) da terceira questão

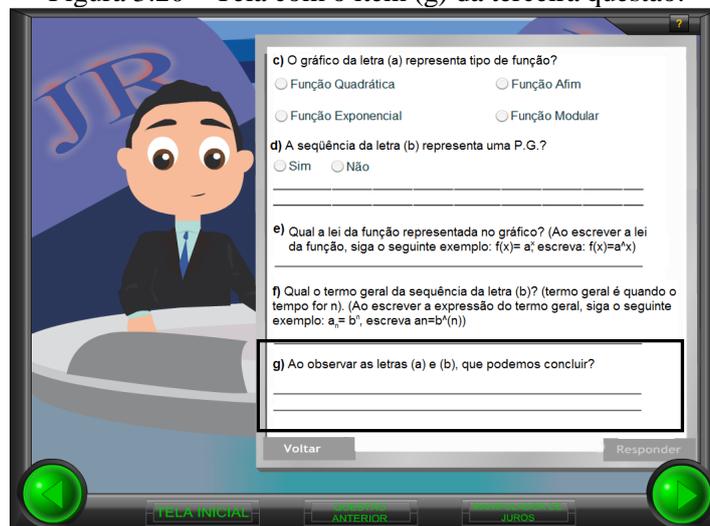
Duplas	Resposta Correta	Duplas	Respostas Incorretas
<C_2> <C_3> <C_111> <C_115> <C_118> <C_120> <C_122> <C_124> <C_125> <C_126> <C_127> <C_128> <C_129> <C_130>	$an = 3^{(n-1)}$	<C_1> <C_123> <C_131> <C_132> <C_133>	$an = 3^{an}$

Fonte: autora.

Observou-se que essas duplas não conseguiram relacionar o número do índice do termo da sequência com o expoente da potência de base 3, pois não utilizaram os recursos visuais (desenho, sequência,...) presentes no Objeto de Aprendizagem. Essa observação foi feita a partir da análise do arquivo em .txt que disponibilizava a manipulação das duplas no objeto. Verificou-se que essas duplas não tinham registro de retorno à tela que continha a sequência. Entende-se que os diferentes tipos de registros de representação semiótica presentes na questão podem ajudar o aluno a captar a essência do fenômeno estudado, uma vez que esses permitem inferir sobre as suas leis, facilitando chegar às generalizações.

O item (g) dessa questão tinha por objetivo levar o aluno a fazer uma reflexão sobre a tabela e a sequência preenchida (Figura 3.20).

Figura 3.20 – Tela com o item (g) da terceira questão.



Fonte: autora.

A professora em formação, ao circular entre as duplas pela sala, percebeu que alguns alunos estavam com dificuldades de entenderem o que o enunciado pedia. Decidiu então interferir na aplicação, promovendo uma mediação com os alunos, descrita a seguir:

<P>: voltem à tela da tabela e da sequência. O que acontece com os dados da tabela?

<A>: a cada mês que passa o diâmetro triplica.

<P>: ok! Agora analisem o que acontece com os termos da sequência.

<A>: cada termo sucessor é o triplo do anterior.

<P>: se o diâmetro triplica ao passar dos meses e os termos da sequência também, o que podemos concluir?

<A>: a Progressão Geométrica formada é uma Função Exponencial!

Após a mediação professora em formação- alunos, os alunos retomaram à questão para respondê-la.

Durante as análises das respostas dadas pelas duplas, constatou-se que todos os alunos conseguiram escrever, em linguagem natural, que uma Progressão Geométrica é uma Função Exponencial (Quadro 16).

Quadro 16: Registros das respostas do item (g) da terceira questão.

Duplas	Respostas dos alunos
<C_2> <C_3> <C_111> <C_117> <C_120> <C_121> <C_125> <C_127> <C_130> <C_133> <C_179>	que P.G. é uma função exponencial.
<C_1> <C_115> <C_118> <C_122> <C_123> <C_124> <C_126> <C_128> <C_131> <C_132>	Que uma progressão geométrica é uma função exponencial.

Fonte: autora.

Nessa questão, pode-se analisar que as duplas que solicitaram ajuda da professora em formação (interação professora-alunos) nos itens (a), (b) e (f) possuíam os conhecimentos para resolução desses itens no nível de desenvolvimento potencial, tendo a fala da professora

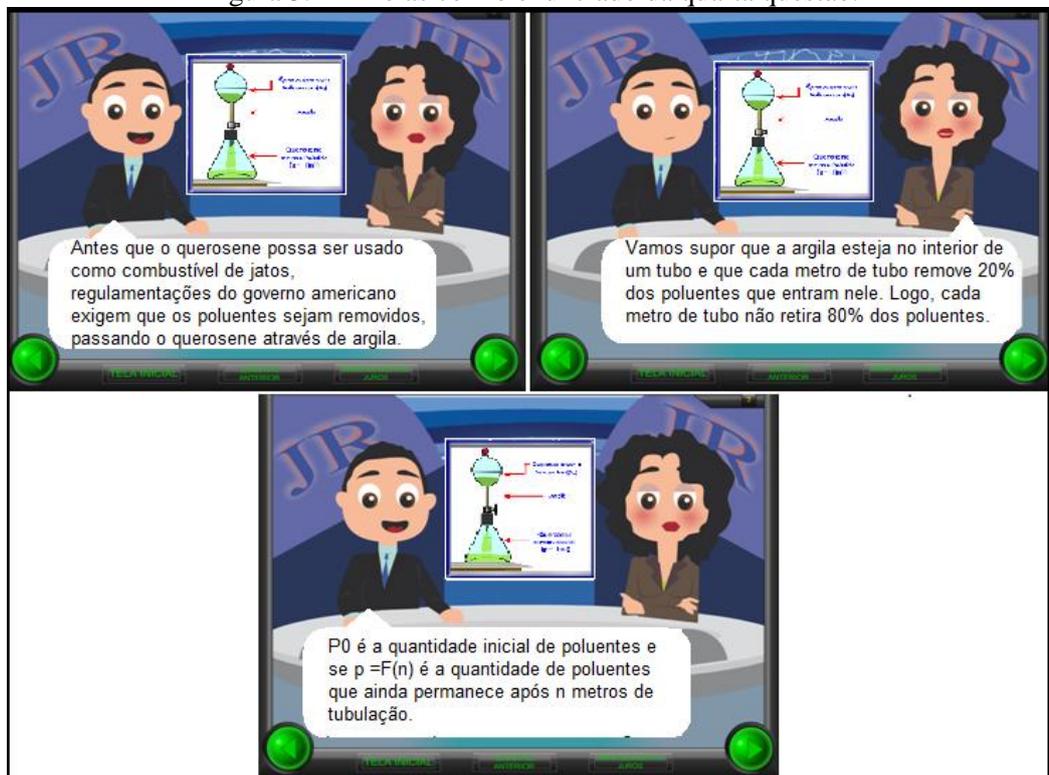
em formação (explicação) e o Objeto de Aprendizagem como instrumentos que encaminham a atenção dos alunos para pontos fundamentais, para entendimento dos signos (gráfico e sequência) nessa mediação.

Verificou-se, nesta questão, que a utilização da animação presente no Objeto de Aprendizagem em conjunto com a mediação professora em formação-alunos durante a resolução dos itens propostos, promoveu nos alunos a internalização correta na resolução dos itens. Além disso, a sequência de itens que explorava diversos tipos de registros de representação semiótica ajudou a visualização da relação existente entre Função Exponencial e Progressão Geométrica.

A quarta questão (Figura 3.21) teve por objetivos

- manipular os conceitos de uma Função Exponencial do tipo $f(x) = a.b^x$;
- trabalhar com uma Progressão Geométrica do tipo $a.b^x$, onde $0 < b < 1$;
- interpretação da tabela montada;
- escrita da lei da função na linguagem algébrica, e
- escrever a linguagem matemática na linguagem natural.

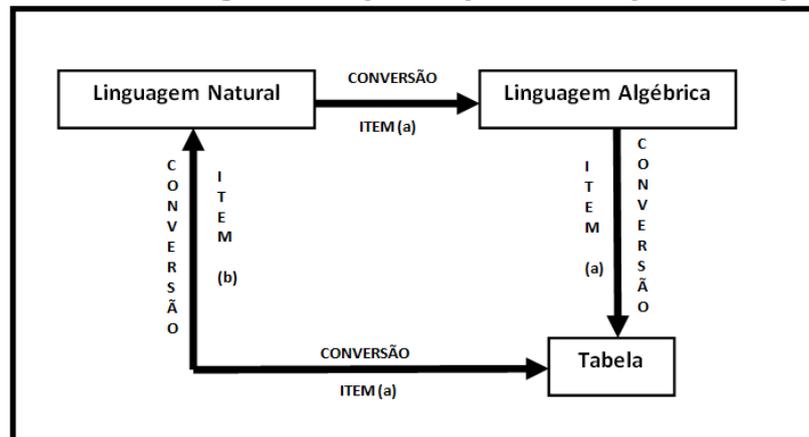
Figura 3.21 - Telas com o enunciado da quarta questão.



Fonte: autora.

Essa questão continha itens que exploravam a conversão de registros de representação semiótica entre a linguagem natural, tabela, sequência e linguagem algébrica (Figura 3.22).

Figura 3.22 - Conversões de registros de representação semiótica presente na quarta questão.



Fonte: autora.

No momento da resolução dessa questão, observou-se que algumas duplas estavam com dificuldade no item (a). Esse item apresentava, ao mesmo tempo, três tipos de conversões (linguagem natural para algébrica, da algébrica para tabela e da linguagem natural para tabela). O objetivo desse item era saber se os alunos conseguiriam passar de linguagem natural para algébrica o que estava no enunciado, bem como completar a tabela de acordo com a animação (Figura 3.23) do Objeto de Aprendizagem. Ainda, se seriam capazes de generalizar e chegar à lei da função proposta.

Figura 3.23 - Tela com os itens (a) e (b) da quarta questão e a animação.

Fonte: autora.

Houve a mediação professora em formação-alunos- Objeto de Aprendizagem com os questionamentos, explicando e escrevendo no quadro o passo a passo da animação do objeto em que se observava a passagem do querosene pela argila.

<P>: falem para mim, observando a animação, qual a quantidade de poluente inicial do querosene?

<A>: P_0 .

<P>: Ok! Então sem ter passado pelo tubo o querosene tinha P_0 de poluentes, ou seja, 100% de P_0 . E ao passar pelo primeiro centímetro do tubo?

<A>: ele perde 20% do poluente.

<P>: Se ele perde 20% do poluente, quantos % ficam?

<A>: 80%.

<P>: então, ao passar pelo primeiro centímetro do tudo, restaram 80% de P_0 . E ao passar por mais um centímetro do tubo, quantos de poluente ficou?

<A> : 80% do que restou na primeira passagem.

<P>: e como eu escrevo na linguagem matemática?

<A>: 80% de 80% de P_0 .

<P>: 80% de 80% de P_0 é o mesmo que P_0 vezes 80% elevado a quanto?

<A>: dois.

<P>: então, ao passar pelo segundo centímetro do tubo, ficaria P_0 vezes 80% ao quadrado. E no terceiro centímetro?

<A>: P_0 vezes 80% ao cubo?

<P>: isso! E no quarto?

<A>: P_0 vezes 80% elevado a quatro.

<P>: e quando ele tiver passado por n centímetros do tubo?

<A>: P_0 vezes 80% elevado a n.

Após a mediação, as duplas questionaram a falta de espaço para colocar todos os números e símbolos matemáticos no campo de resposta desse item. Enquanto os alunos inseriam dados no Objeto de Aprendizagem, a partir do que havia sido dialogado anteriormente, a professora em formação observou que algumas duplas estavam digitando 80% e não 0,8, apresentando dificuldade em passar da linguagem com símbolo de porcentagem para números decimais.

Nesse momento, a professora em formação foi ao quadro e fez a explicação de como passar da linguagem com símbolo de porcentagem para números fracionários de denominador 100 e fazer a divisão para chegar aos números decimais (Figura 3.24).

Figura 3.24 – Explicação da professora de como fazer a conversão da linguagem de porcentagem para números decimais.

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

$$95\% = \frac{95}{100} = 0,95$$

Fonte: autora.

Após essa explicação no quadro, a professora em formação questionou a turma: “E aí, como ficaria 80%?”. Dessa maneira, eles conseguiram concluir a atividade. A mediação durante o processo de ensino e aprendizagem desempenhou um relevante papel, pois provocou um desequilíbrio na estrutura cognitiva, fazendo com que o aluno que, nesse momento, encontrava-se na zona de desenvolvimento proximal, avançasse no sentido de uma nova e mais elaborada reestruturação, uma vez que houve internalização do conceito.

Mediação, segundo Moysés (2007), é procurar verificar se a fala do professor em formação havia sido compreendida, e diante de possíveis erros dos alunos, ir corrigindo-os.

Ao analisar as respostas dos alunos, percebeu-se que oito duplas responderam corretamente os itens (a) e (b) da questão (Quadro 17).

Quadro 17: Registros das respostas corretas dos itens (a) e (b) da quarta questão.

Resposta das 8 duplas que responderam corretamente os itens (a) e (b)		
Dupla	Resposta item (a)	Resposta item (b)
<C_1> <C_2> <C_3> <C_120> <C_122> <C_123> <C_132> <C_179>	$F(0) = 1$ $F(1) = 0,8p0$ $F(2) = 0,8^2p0$ $F(3) = 0,8^3p0$ $F(4) = 0,8^4p0$ $F(n) = 0,8^np0$	que a cada vez que ele passar pelo tubo ainda ficará 80% poluentes do resultado anterior

Fonte: autora.

Das duplas que erraram, todas preencheram a tabela do item (a) apenas com potências de base 0,8, não colocando a resposta em função de P_0 . No item (b), responderam corretamente em linguagem natural a representação dos dados da tabela, podendo-se concluir

que a dificuldade evidenciada foi fazer a conversão do registro de representação da linguagem natural para a tabela (Quadro 18).

Quadro 18: Registros das respostas incorretas do item (a) da quarta questão.

Resposta das 13 duplas que responderam incorretamente o item (a)		
Dupla	Resposta item (a)	Resposta item (b)
<C_111>		
<C_115>		
<C_117>		
<C_118>	$F(0) = 1$	A quantidade de poluentes vai
<C_121>	$F(1) = 0,8$	ser 80% da quantidade inicial
<C_124>	$F(2) = 0,64$	elevado a quantidade de centímetros de argila.
<C_125>	$F(3) = 0,512$	
<C_126>	$F(4) = 0,4096$	
<C_127>	$F(n) = 0,8^n$	
<C_128>		
<C_130>		
<C_131>		
<C_133>		

Fonte: autora.

Percebeu-se que, durante a resolução dessa questão, quando a professora em formação utilizou a animação presente no objeto e o diálogo com os alunos (mediação professor-aluno) para explicar o item (a), esta estava utilizando os outros tipos de registros de representação semiótica disponíveis na questão, a saber: a representação gráfica (animação) e a linguagem natural (o diálogo) como ferramenta (instrumento) para estimular o processo de entendimento da questão. Nesse momento da aplicação, que ora dirigia-se para o concreto (animação) e ora para as representações mentais (diálogo), o concreto passou a ser um símbolo, assumindo um papel mediador entre a realidade e o pensamento.

Observou-se que os alunos, apesar de não terem escrito na linguagem algébrica corretamente o que havia sido entendido, conseguiram fazer a conversão da representação da animação para linguagem natural. Tal dificuldade pode ser corroborada quando os autores citados anteriormente afirmam que a Matemática tem uma linguagem complexa, que dificulta o entendimento dos alunos durante o estudo.

Analisou-se que a utilização de mais de um tipo de registro de representação semiótica em uma mesma questão, junto à mediação professora em formação-alunos, os ajudou a resolverem-na corretamente. Além disso, conseguiram visualizar a relação entre os conteúdos abordados.

Observou-se, nessa questão, que o nível de maturidade do conhecimento dos alunos, principalmente nos itens que exploravam a generalização, foi aumentando no decorrer das

resoluções. Foi analisado que a quantidade de duplas que erraram a generalização na primeira questão foi o dobro da terceira questão.

A quinta questão (Figura 3.25) apresentava uma relação entre os conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica com Juros Compostos, e tinha por objetivos explorar

- conversão dos dados da tabela, presente no Manipulador de Juros, em sequência;
- a interpretação do enunciado, e de tabela;
- o reconhecimento da base da Função Exponencial proposta;
- a manipulação com uma Função Exponencial do tipo $f(x) = a \cdot b^x$;
- a relação de uma questão que envolve Juros Compostos com Progressão Geométrica e Função Exponencial;
- o conceito e a relação entre os termos de uma Progressão Geométrica, e
- o reconhecimento de uma Função Exponencial e suas características.

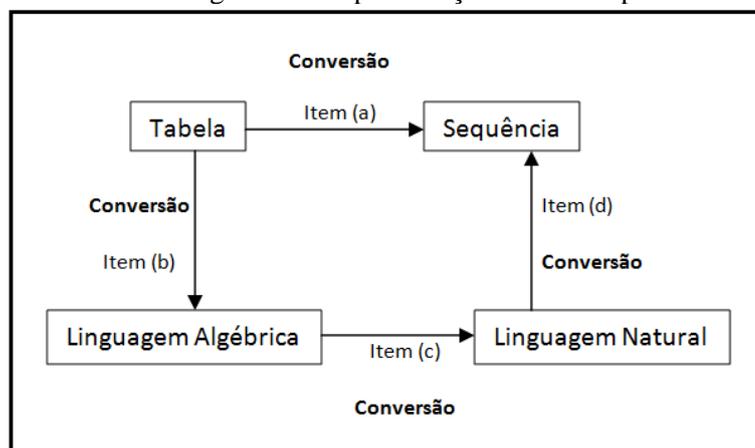
Figura 3.25 - Telas com o enunciado da quinta questão.



Fonte: autora.

Essa questão explorou algumas transformações entre os registros de representação semiótica: tabela, sequência, linguagem algébrica e linguagem natural. Essas transformações foram feitas entre os itens da questão (Figura 3.26).

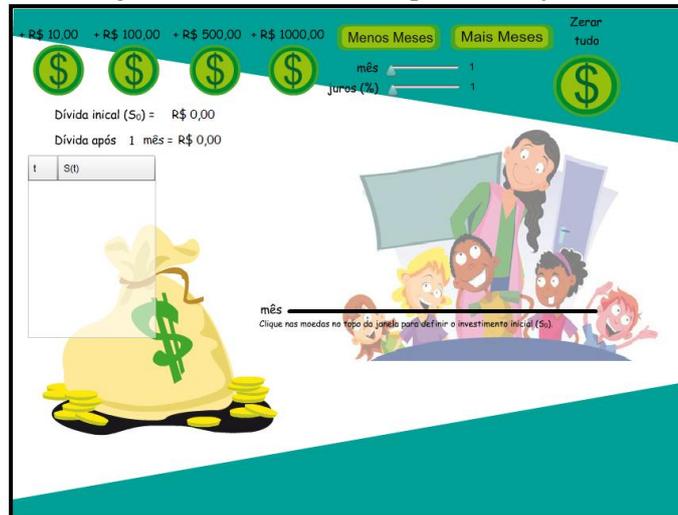
Figura 3.26 – Conversões de registros de representação semiótica presente na quinta questão.



Fonte: autora.

Essa questão continha um manipulador de juros (Figura 3.27) que fornecia uma tabela de acordo com os dados (valor do empréstimo e taxa percentual de juros) inseridos.

Figura 3.27 – Tela do manipulador de juros.

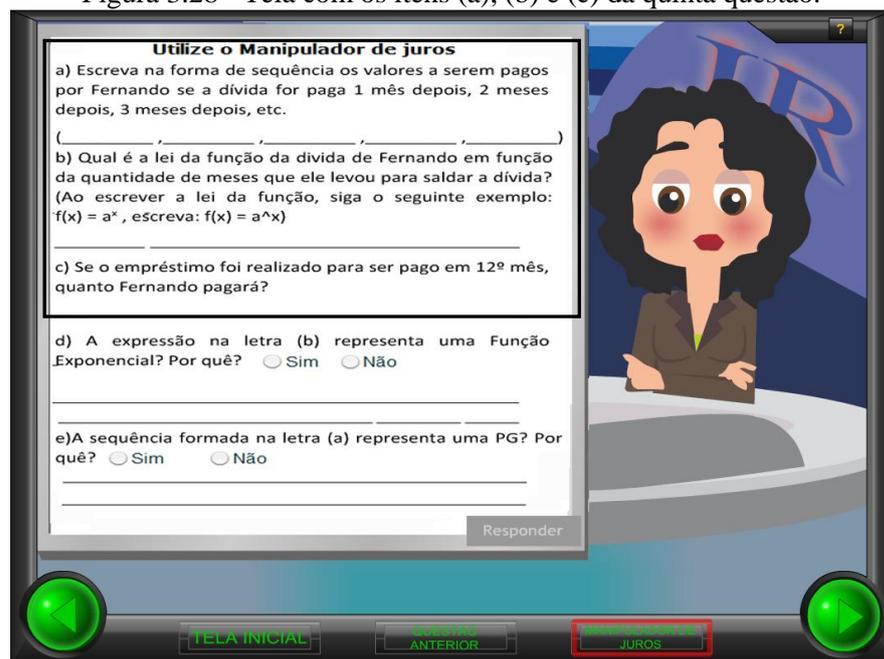


Fonte: autora.

O manipulador de juros apresentava uma tabela com valores a serem pagos após tantos meses (a tabela relaciona a quantidade de meses após o empréstimo e o valor a ser pago naquele mês). Este manipulador foi inserido no objeto para auxiliar a resolução dos itens presentes na questão e para maior interação entre os alunos e o Objeto de Aprendizagem.

Os itens (a), (b) e (c) (Figura 3.28) tiveram por finalidade explorar a conversão dos dados da tabela em sequência, interpretação do enunciado, interpretação da tabela e o reconhecimento da base da Função Exponencial do tipo $f(x) = a \cdot b^x$ proposta.

Figura 3.28 - Tela com os itens (a), (b) e (c) da quinta questão.



Fonte: autora.

O item (a) dessa questão (Figura 3.29) pedia para o aluno colocar em sequência os valores a serem pagos após x meses do empréstimo. O manipulador já apresentava essas respostas em outro tipo de representação, a tabela. O objetivo desse item foi trabalhar com a relação entre os dados da tabela (Função Exponencial) e os termos da sequência (Progressão Geométrica).

Figura 3.29 – Item (a) da quinta questão e a tabela presente no manipulador de juros.

t	S(t)
0	R\$ 1000,00
1	R\$ 1050,00
2	R\$ 1102,50
3	R\$ 1157,63
4	R\$ 1215,51
5	R\$ 1276,28
6	R\$ 1340,10
7	R\$ 1407,10
8	R\$ 1477,46

CONVERSÃO

a) Escreva na forma de sequência os valores a serem pagos por Fernando se a dívida for paga 1 mês depois, 2 meses depois, 3 meses depois, etc.

(_____ , _____ , _____ , _____ , _____)

Fonte: autora.

Durante as análises dos registros das respostas das duplas nesse item, verificou-se que não houve dificuldades em converter os dados da tabela para a sequência.

O item (b) (Figura 3.30) teve por objetivo fazer a generalização dos dados da tabela, escrevendo em linguagem algébrica a lei da Função Exponencial solicitada na questão.

Figura 3.30 – Item (b) da quinta questão e a tabela presente no manipulador de juros.

t	S(t)
0	R\$ 1000,00
1	R\$ 1050,00
2	R\$ 1102,50
3	R\$ 1157,63
4	R\$ 1215,51
5	R\$ 1276,28
6	R\$ 1340,10
7	R\$ 1407,10
8	R\$ 1477,46

CONVERSÃO

b) Qual é a lei da função da dívida de Fernando em função da quantidade de meses que ele levou para saldar a dívida? (Ao escrever a lei da função, siga o seguinte exemplo: $f(x) = a^x$, escreva: $f(x) = a^x$)

Fonte: autora.

No momento em que as duplas resolviam esse item, a professora em formação observou que algumas tiveram dificuldades em trabalhar com porcentagem, não conseguindo explicitar qual valor colocariam na base da Função Exponencial, representando apenas a taxa de juros em porcentagem.

Quando os alunos indagavam a professora em formação “é 0,05 né professora?”, ela pedia para que eles refletissem de acordo com a seguinte situação:

<P>: Se eu pego um valor qualquer emprestado com o banco em um determinado dia e se eu pagar apenas a porcentagem dos juros o banco sai na vantagem ou na desvantagem? Vamos utilizar o exemplo da questão. Se eu pego emprestado R\$1000,00 com o banco e se eu

pagar só a porcentagem dos juros, o banco sairá na vantagem ou na desvantagem? Façam as contas para conferir.

Depois desse questionamento, os alunos fizeram a seguinte pergunta:

<A>: se é 5% ao mês, então qual será a porcentagem que eu irei pagar?

<P>: quando vocês pegam emprestado algum dinheiro com alguém, vocês pagam o valor que pegaram emprestado mais a porcentagem dos juros. Então vocês pagam 100% do que pegaram emprestado e, de acordo com o exemplo dado, mais 5% dos juros, não é?

<A>: tá, então eu vou pagar 105%.

Após a reflexão junto à professora em formação, as duplas voltaram a resolver a questão.

Durante a análise das respostas das duplas nos itens (a), (b) e (c), verificou-se que todas as duplas conseguiram converter os dados da tabela para sequência, e que 16 delas acertaram também os outros itens. Das que erraram, duas duplas responderam $1000 \cdot 1000 \cdot 0,05^x$ e três outras duplas responderam $1000 + 1,05^x$ (Quadro 19), demonstrando dificuldade na interpretação e resolução de questões envolvendo Juros Compostos, o que é corroborado quando Horta e Santos (2008) afirmam que a Matemática Financeira vem sendo deixada de lado como conteúdo a ser ensinado pelos professores no Ensino Médio.

Quadro 19: Registros das respostas incorretas do item (b) da quinta questão.

Resposta das 5 duplas que responderam incorretamente o item (b)	
Duplas	Item (b)
<C_124> <C_125> <C_126>	$f(x) = 1000 + 1,05^x$
<C_131> <C_133>	$f(x) = 1000 \cdot 1000 \cdot 0,05^x$

Fonte: autora.

Dessas cinco duplas, constatou-se que três não acertaram o item (c) da questão (Quadro 20) por não utilizarem a tabela como recurso coletor de dados, mas sim, a substituição do valor solicitado na variável da lei da função (errada) encontrada anteriormente para chegar ao valor pedido, o que levou ao resultado errôneo.

Quadro 20: Registros das respostas incorretas do item (c) da quinta questão.

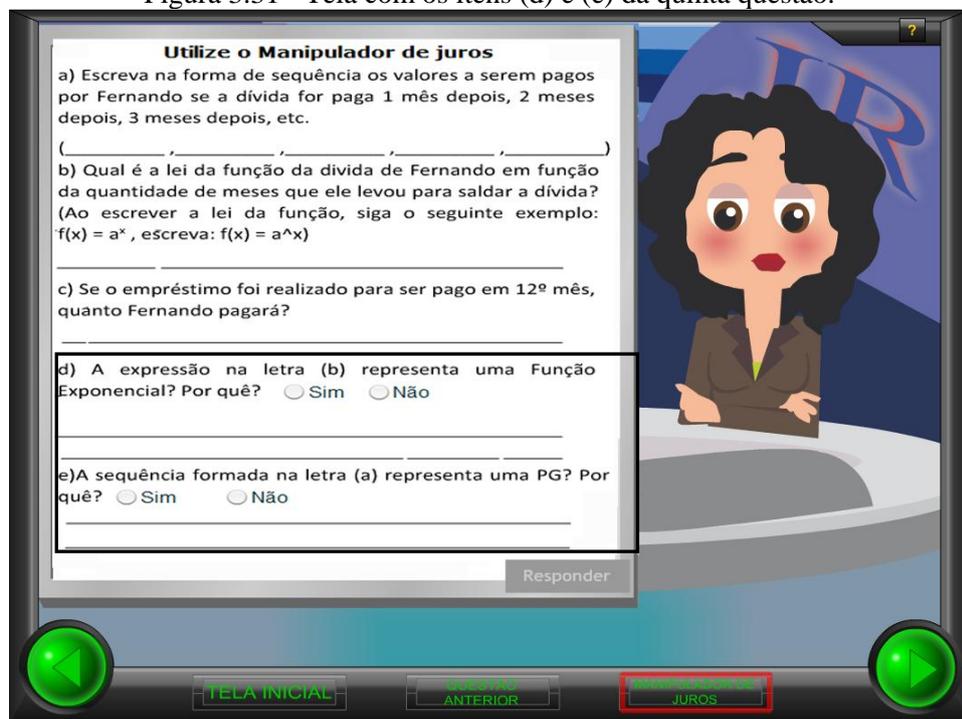
Resposta das três duplas que responderam incorretamente o item (c)	
Duplas	Item (c)
<C_124>	1001,8 reais
<C_125>	
<C_126>	

Fonte: autora.

Para a resolução do item (c), as duplas que utilizaram a tabela presente no manipulador de juros como recurso coletor de dados responderam corretamente, diferente daquelas que utilizaram o método de substituição de valor na variável. O fato dos alunos não voltarem à tabela para obter a resposta desse item justifica-se pelos professores não utilizarem mais de um registro de representação semiótica durante as aulas. Isto é corroborado quando autores citados anteriormente relatam que, durante o estudo da Matemática, seus conteúdos são abordados pelos professores apenas com aplicação de algoritmos e manipulação mecânica dos símbolos, sem fazer sentido algum para o aluno.

Os dois últimos itens da questão, (d) e (e), exploravam o reconhecimento e as características da Função Exponencial e da Progressão Geométrica (Figura 3.31).

Figura 3.31 - Tela com os itens (d) e (e) da quinta questão.



Fonte: autora.

Ao analisar as respostas desses itens, verificou-se que 18 duplas conseguiram responder ambos com êxito (Quadro 21). As três duplas que erraram tiveram o mesmo raciocínio no item (d), justificando “é uma Função Exponencial porque tem potência”.

Quadro 21: Registros das respostas corretas dos itens (d) e (e) da quinta questão.

Duplas	Respostas Corretas	
	Item (d)	Item (e)
<C_111>		
<C_115>		
<C_117>		
<C_118>		
<C_122>		
<C_124>		
<C_125>		
<C_126>		
<C_127>	sim, pois a cada mês que passa,	sim, pois a cada termo, mês,
<C_128>	o valor é multiplicado por 1,05.	o valor é multiplicado por 1,0
<C_130>		
<C_131>		
<C_132>		
<C_133>		
<C_179>		
<C_1>		
<C_2>		
<C_3>		

Fonte: autora.

Nessa questão, pode-se observar que, nos itens (a), (c), (d) e (e), os alunos tinham conhecimento da conversão dos dados da tabela em sequência, a interpretação do enunciado, e de tabela, o reconhecimento e as características de uma Função Exponencial e Progressão no nível de desenvolvimento potencial. Durante a interação com o Objeto de Aprendizagem e com os colegas (mediação alunos-objeto de aprendizagem e aluno-aluno), conseguiram resolver os itens corretamente.

Já no item (b), os alunos precisaram da ajuda da professora em formação, ou seja, houve uma mediação professora em formação-alunos, que os levou a concluírem a questão. Observou-se que, nesse momento, os alunos se encontravam na zona de desenvolvimento proximal, e que a professora em formação, no papel de mediadora da aprendizagem, ajudou-os na construção do conhecimento, possibilitando um nível de desenvolvimento real.

A maioria das duplas respondeu corretamente os itens da última questão e alegou nunca terem visto questões contextualizadas abordando três conteúdos matemáticos ao mesmo tempo (referiam-se à quinta questão).

A professora em formação, nesse momento da aplicação, após todos já terem terminado de responder todos os itens da última questão, fez a seguinte reflexão junto aos alunos:

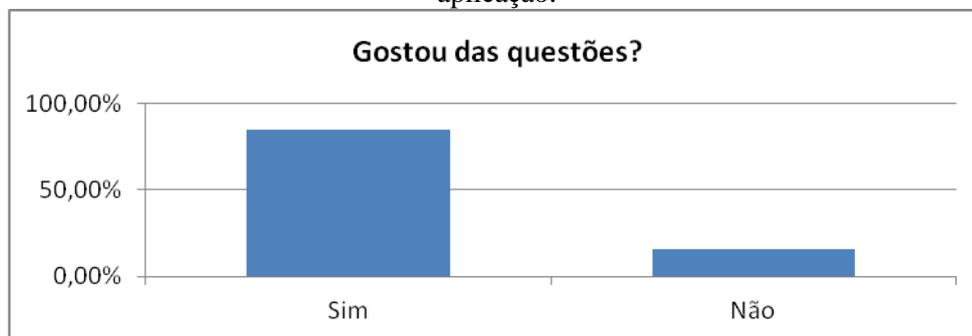
<P>: qual questão vocês mais gostaram?

Após essa pergunta, todos os alunos começaram a responder ao mesmo tempo. Para organizar a turma e conseguir ouvir todas as opiniões, a professora em formação foi perguntando a cada aluno, e de acordo com as respostas dadas, analisou-se que 50% dos alunos gostaram da quinta questão por relacionar três conteúdos matemáticos ao mesmo tempo e por ter o manipulador de juro. Dos 50% restantes, uma parte gostou da quarta questão relacionada aos poluentes presentes no querosene, porque fazia relação da matemática com o tema abordado no técnico de química. Outros gostaram da terceira questão, referente ao contexto do biólogo acompanhando o crescimento da planta por acharem interessante a relação entre a sequência representada e o gráfico presente na questão, alegando nunca terem feito atividades desse tipo.

Após ouvir todos os alunos, a professora em formação distribuiu um novo questionário (APÊNDICE F) com perguntas sobre a utilização do Objeto de Aprendizagem e sobre a participação dos alunos na aplicação.

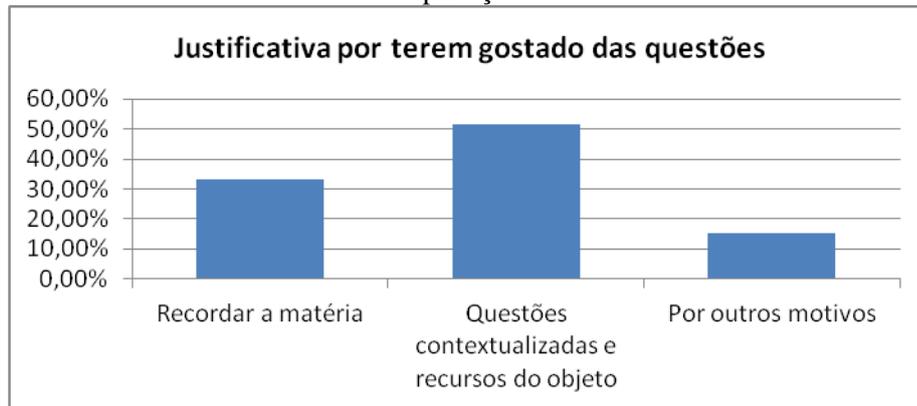
De acordo com o gráfico abaixo, pode-se observar que 84,62% dos alunos gostaram e 15,38% não gostaram das questões propostas (Quadro 22). Dentre os que gostaram, 33,33% justificaram ter gostado pelo Objeto possibilitar recordar a matéria, 51,51% por acharem as questões interessantes quanto à contextualização do enunciado e pelos recursos presentes no objeto (som, animações,...), e 15,16% por outros motivos (Quadro 23).

Quadro 22: Gráfico representando as respostas da primeira pergunta do questionário posterior à aplicação.



Fonte: autora.

Quadro 23: Gráfico representando a justificativa dada na primeira pergunta do questionário posterior a aplicação.

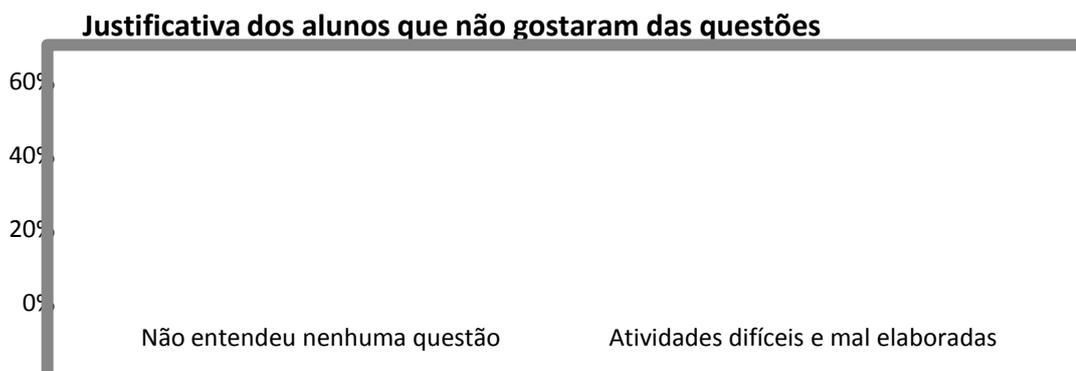


Fonte: autora.

Esse resultado mostrou que, quando são propostas questões contextualizadas durante a aula com apoio de um recurso (Objeto de Aprendizagem) contendo áudio, animações, entre outros, os alunos ficam motivados e a aula se torna mais interessante para eles. Além disso, a aplicação de um Objeto de Aprendizagem para reforçar conteúdos já vistos ajuda a recordar o assunto previamente estudado e remete à construção do conhecimento.

Dentre aqueles que não gostaram das questões, 50% justificaram não terem gostado por não entenderem questão alguma e os outros 50% acharam as questões difíceis e mal elaboradas (Quadro 24).

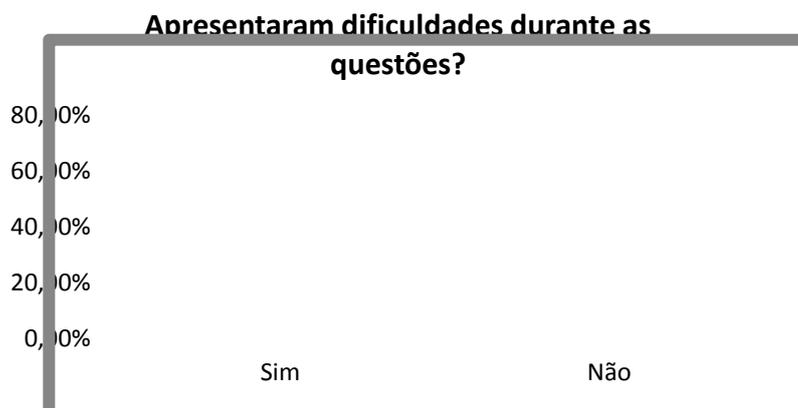
Quadro 24: Gráfico representando a justificativa dos alunos que não gostaram das questões.



Fonte: autora.

Quanto à questão que pergunta sobre as dificuldades encontradas durante as resoluções das questões, 69,23% dos alunos relataram terem tido dificuldades e 30,76% não tiveram dificuldade durante as resoluções das questões (Quadro 25).

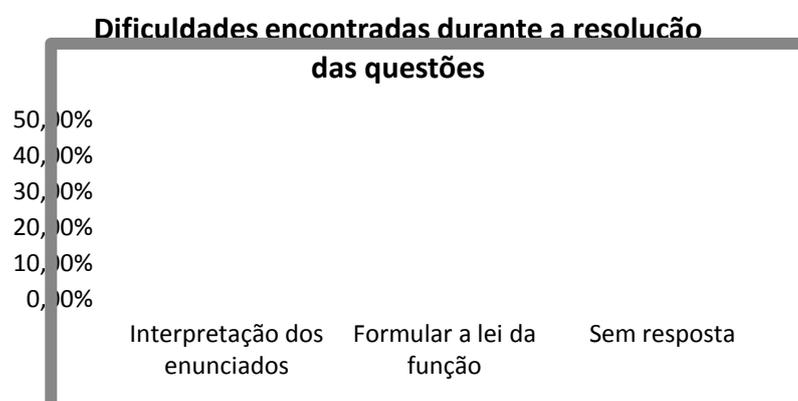
Quadro 25: Gráfico representando as respostas da segunda pergunta do questionário.



Fonte: autora.

Dentre aqueles que tiveram dificuldades, 33,33% relacionaram à interpretação dos enunciados. Para 22,22%, a dúvida surgiu quando era solicitada a lei da função e, 44,45% não relataram qual foi a dificuldade (Quadro 26). A mediação professora em formação-alunos, quando solicitada durante a aplicação do objeto, serviu de apoio à aprendizagem, visto que, a partir das análises dos registros das respostas das duplas, estas respondiam corretamente as questões após participarem dessa mediação.

Quadro 26: Gráfico representando as dificuldades encontradas durante as questões.

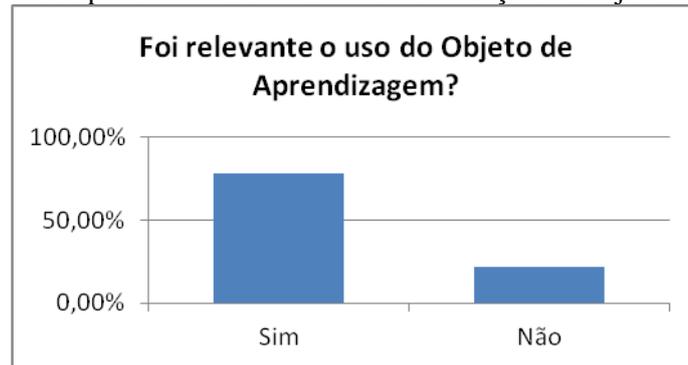


Fonte: autora.

Outra análise feita apontou que os alunos, quando se deparam com atividades contextualizadas, sentem dificuldade na interpretação do enunciado. Além disso, durante a resolução das questões, restringem-se a procurar uma fórmula que possa ser aplicada a todos os dados presentes no enunciado, o que nem sempre é possível.

Analisou-se ainda que 78% dos alunos consideraram o uso do Objeto de Aprendizagem relevante (Quadro 27).

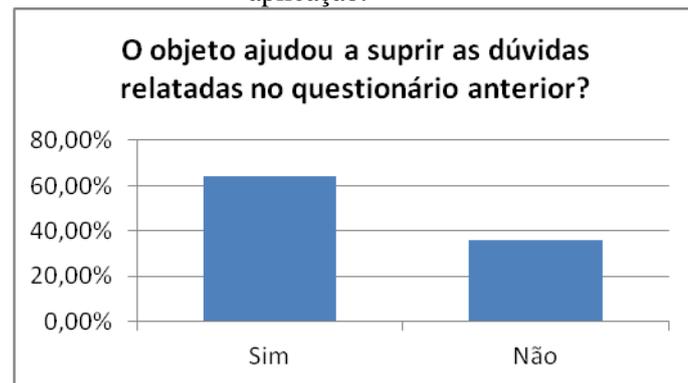
Quadro 27: Gráfico representando a relevância da utilização do Objeto de Aprendizagem.



Fonte: autora.

Dentre os que acharam relevante, todos justificaram pelo fato da aula ter sido mais atrativa e motivadora comparada à aula em sala de aula regular. Daqueles que não gostaram, 30% não justificou e 70% responderam não terem gostado do Objeto.

Quadro 28: Gráfico representando as respostas da quarta pergunta do questionário posterior a aplicação.



Fonte: autora.

Percebe-se que o Objeto, que apresenta a relação entre os dois conteúdos, a partir da mediação professora em formação-alunos durante a aplicação, possibilitou, para 64% dos alunos, suprir dúvidas que tinham durante os estudos dos conteúdos de forma desconectada (Quadro 28).

Aqueles que relataram que o objeto ajudou a suprir as dúvidas conseguiram visualizar a relação entre os dois conteúdos, possibilitando entender o que não havia sido internalizado anteriormente.

Conclui-se, então, que o objetivo da utilização do Objeto de Aprendizagem em apoio às questões propostas, nesse momento, foi alcançado, e que os recursos nele presentes despertaram interesse nos alunos durante o processo de ensino e aprendizagem.

Outra observação feita através da análise dos questionários respondidos é que a contextualização das questões, embora tenham dificultado a interpretação, fez com que o

estudo dos conteúdos propostos tivessem sentido para os alunos, de maneira que eles conseguiram observar suas aplicações no cotidiano.

A mediação da professora em formação, através de reflexões nos momentos em que as duplas apresentavam dificuldades durante a resolução das questões, fez com que esses alunos ficassem mais interessados em resolvê-las, o que resultou em uma participação ativa dos mesmos durante a aplicação.

As questões, de maneira geral, foram respondidas corretamente, algumas com a ajuda da professora em formação, outras em duplas. Observou-se que os alunos, ao final da aplicação, entenderam a relação entre uma Função Exponencial e uma Progressão Geométrica. Além disso, a interação com o Objeto de Aprendizagem favoreceu a aprendizagem, pois motivou os alunos a interagirem entre si e a participarem da aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo em vista as discussões apresentadas por alguns autores sobre a ausência de abordagem das relações entre o conteúdo de Função Exponencial e Progressão Geométrica por professores de Matemática na sala de aula, e buscando responder a questão de pesquisa “*Estudar conceitos de Progressões Geométricas e de Funções Exponenciais, relacionando-os por meio da transformação entre os registros de representação semiótica, com o auxílio de um Objeto de Aprendizagem, contribui para o aluno ter entendimento da relação existente entre esses dois conteúdos?*”, foi feita a presente pesquisa.

Ao longo da investigação, foram elaboradas questões que contemplassem os registros de representação semiótica, diante das dificuldades que os alunos apresentam, principalmente em conversões. Essas questões foram oferecidas, por meio de um objeto de aprendizagem, a uma turma de alunos do segundo ano do Ensino Médio, que já tinham visto esses conteúdos de forma separada.

Pode-se concluir que a contribuição para os processos de ensino e aprendizagem das relações entre os conceitos de Progressões Geométricas e Funções Exponenciais é a possibilidade do aluno vivenciar questões do cotidiano que remetem a essas relações. O uso de um objeto de aprendizagem possibilita a compreensão do estudo desses conceitos, alargando seu campo de conhecimento no momento em que consegue fazer essa relação.

As possibilidades discutidas em cada item das questões propostas contribuíram para que o aluno pudesse transpor seu conhecimento de um nível de desenvolvimento potencial para um nível de desenvolvimento real. Para Vygotsky (2007), a internalização do conhecimento ocorre quando o aluno é capaz de representá-lo em domínios diferentes. Em vários momentos foi possível constatar que o objeto matemático propiciou a aprendizagem do aluno.

O estudo através do uso do objeto, enquanto constructo da aprendizagem, também contribuiu para promover no aluno reflexões sobre o conteúdo abordado, utilizando-se de interações com o objeto e ocorrendo mediações entre professor em formação- alunos-objeto de aprendizagem, fato bastante evidenciado nos diálogos descritos nesta pesquisa.

Assim, esta pesquisa teve por objetivo analisar os processos de construção do conhecimento do aluno, relacionando conteúdos de Função Exponencial e Progressão Geométrica por meio das transformações entre os Registros de Representação Semiótica, durante sua interação com um Objeto de Aprendizagem e as mediações com o professor em formação.

Observou-se que os alunos foram capazes de desenvolver relações entre conceitos de Progressão Geométrica e Função Exponencial por meio das transformações entre os registros de representação semiótica, sendo que o Objeto de Aprendizagem teve interferência na aprendizagem do aluno enquanto elemento motivador.

O fato dos alunos serem capazes de desenvolver as relações descritas no resultado dessa pesquisa, no qual os alunos que responderam ao questionário afirmam não ter visto esses conceitos abordados de forma relacionada, com o apoio de um objeto de aprendizagem que contém atividades contextualizadas como agente motivador da aprendizagem, possibilitou que eles visualizassem aplicações relacionadas a situações presentes no cotidiano, fazendo o estudo desses conteúdos ter mais sentido, motivando-os a participarem mais da aula.

Como continuidade deste trabalho, é sugerido que os professores de Matemática possam fazer uso do objeto de aprendizagem desenvolvido para essa pesquisa em suas salas de aula, abordando os conceitos de Progressões Geométricas e de Função Exponencial, de forma que se evidenciem relações existentes entre ambos, contribuindo para a construção do conhecimento.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. R.S; SAMPAIO, R. L. Aprendendo matemática com objetos de aprendizagem. [Editorial]. *Ciências & Cognição*, v.15, n. 1. abr. 2010. Disponível em: <http://www.cienciasecognicao.org/revista/index.php/cec/article/view/290/163> Acesso em: 11/11/2012.

AMANTE, L.; MORGADO, L. Metodologia de Concepção e Desenvolvimento de Aplicações Educativas: o caso dos materiais hipermedia. [Editorial]. *Revista Discursos: língua, cultura e sociedade*, v.3, p. 27- 44, 2001.

ANGIOLIN, A. G. *Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem sobre Funções Exponenciais*. 2009. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2009.

ARAÚJO, E. A. *Concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo de Funções Exponenciais e Logarítmicas*. 2005. 154 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2005.

AUDINO, D. F.; NASCIMENTO, R. S. Objetos De Aprendizagem – Diálogos entre Conceitos E Uma Nova Proposição Aplicada a Educação. [Editorial]. *Revista Contemporânea De Educação*, v.5, n.10, jul/dez 2010.

BECHER, E. L.; GROENWALD, C. L. O. Características do pensamento algébrico de estudantes do Ensino Médio com equações do 1º grau. *Acta Scientiae*. Canoas. v.12, n.1, p. 83-94, jan/jul 2010.

BEHAR, P. A.; MACEDO, A. L.; SOUZA, A. P. F. C.; BERNARDI, M. Objetos de aprendizagem para educação a distância. In: BEHAR, P. A. (org.). *Modelos Pedagógicos em Educação a Distância*. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 66 – 78.

BELLEMAIN, F.; SIQUEIRA, J. E. Articulando as Representações Algébricas e a Geométrica das Equações Quadráticas a Partir da Noção de Registros de Representações Semióticas de Duval. [Editorial]. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v.2, n.3, 2011. Disponível em: <<http://www.gente.eti.br/revistas/index.php/emteia/article/view/24/34>>. Acesso em: 11/11/2012.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN +) Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC/SEF, 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BREUNIG, R. T.; NEHRING, C. M.; POZZOBON, M. C. C. Registros de Representação e o Ensino de Álgebra: conversões realizadas por alunos da oitava série em uma situação de

ensino. In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3. 2010. Passo Fundo. *Anais...* Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2010. p. 1-18.

BRUCKI, C. M. *O Uso De Modelagem No Ensino De Função Exponencial*. 2011. 140f. Dissertação (Mestrado Profissional Em Ensino De Matemática) - Pontifícia Universidade Católica De São Paulo, São Paulo. 2011.

CASTRO-FILHO, J. A.; FREIRE, R. S. Desenvolvendo conceitos algébricos no ensino fundamental com o auxílio de um Objeto de Aprendizagem. In: Workshop de Informática na Escola, XII, 2006. Campo Grande. *Anais...* Campo Grande: Proceedings of XXVI Congresso da SBC, 2006. p. 156-163.

CASTRO-FILHO, J. A.; FREIRE, R. S.; FERNANDES, A. C.; LEITE, M. A. Quando objetos digitais são efetivamente para aprendizagem: o caso da matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, XIX, 2008. Fortaleza. *Anais...* Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2008. p.583-592.

CASTRO-FILHO, J. A. FREIRE, R. S.; PASCHOAL, I. V. A. Balança Interativa: um software para o ensino da Álgebra In: Encontro de Pesquisa Educacional do Norte Nordeste, XVI, 2003. Aracaju. *Anais...* Aracaju, 2003.

CASTRO-FILHO, J. A.; FERNANDES, A. C.; FREIRE, R. S.; PEQUENO, M. C. Planejamento e Prática de Atividades com objetos de aprendizagem nos anos iniciais. [Editorial]. *Revista e-curriculum*, v.7, n.1, abr. 2011.

CASTRO-FILHO, J. A.; MACEDO, L. N.; SALES, G. L.; OLIVEIRA, E. M.; SIQUEIRA, D. Desenvolvendo o pensamento proporcional com o uso de um objeto de aprendizagem. In: Carmem Lúcia Prata e Anna Christina Aun de Azevedo Nascimento. (Org.). *Objetos de Aprendizagem - Uma Proposta de Recurso Pedagógico*. Brasília: MEC/SEED, 2007, v.1, p. - 154.

CURY, H. N.; KONZEN, B. Uma aplicação de jogos na análise de erros em educação matemática. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*. UFSC. v. 2, n.6, p.107-117, 2007.

CURY, H. N.; UBERTI, A. Uso de jogos e análise de erros em resoluções de equações: uma experiência com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental. [Editorial]. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v. 4, n.2, mai./ago. 2011.

DANTE, L. R. *Matemática*. v. único. São Paulo: Ática, 2005.

DOMINONI, N. R. F. *Utilização de diferentes registros de representação*: um estudo envolvendo funções exponenciais. 2005. 120 f. Dissertação (Mestrado em Ensino De Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2005.

DUVAL, R. Graphiques et Equations: L'articulation de deux registres. In: IREM, 1, 1988. Strasbourg. *Anais...* Strasbourg: Didactique et de Sciences Cognitives, 1988. p 235-253.

DUVAL, R. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em Matemática*: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-34.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. [Editorial]. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v.6, n.2,p.122, 2011.

FERREIRA, C. R. M. *Os alunos do 1º ano do ensino médio e os padrões: observação, realização e compreensão*. 2009. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2009.

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. *Bolema*, n. 26, p.77-122. 2006.

FREITAS, M. A. de. *Equações do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio*. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

GAMA, C. L. G. *Método de construção de objetos de aprendizagem com aplicação em métodos numéricos*. 2007.210f. Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia)- Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

GAZZONI, A.; CANAL, A. P.; FALKEMBACH, G.M.; FIOREZE, L. A.; PINCOLINI, L. B; ANTONIAZZI, R. Proporcionalidade e Semelhança: aprendizagem via objetos de aprendizagem. [Editorial]. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, v.4, n.2, 2006.

GLUZ, J. C.; XAVIER, A. AutoEduMat: uma ferramenta de apoio a catalogação de Objetos de Aprendizagem de matemática no ensino médio compatíveis com o padrão OBAA. In: LATIN AMERICAN CONFERENCE ON LEARNIG OBJECTS (LACLO), PROCEEDINGS OF VI LATIN AMERICAN CONFERENCE ON LEARNING OBJECTS, VI, 2011, Montevideu. *Anais...* Montevideu, 2011.

GOMES, A. S.; TEDESCO, P. & CASTRO-FILHO, J. A. Ambientes de aprendizagem em matemática e ciências. In: RAMOS, E. M. F (org.). *Informática na Escola: um olhar multidisciplinar*. Fortaleza: Editora UFC, 2003.

HARTMANN, L. J. BOENO, R. M. Avaliação Da Dificuldade No Processo De Ensino-Aprendizagem Dos Educandos Em Relação À Matemática. In: CONGRESSO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA UTFPR – CÂMPUS DOIS VIZINHOS, II, 2012. Curitiba. *Anais...* Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus DV Educação/Ensino e Extensão/Sociologia, 2012.

IEEE-OM. Learning Object Metadata, 2002. Disponível em: <<http://ltsc.ieee.org/wg12/>>. Acesso em: 11 nov. 2012.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; ALMEIDA, N.; PÉRIGO, R. *Matemática Ciência e Aplicações*. v.1. São Paulo: Atual, 2004.

LANSKSHEAR, C.; KNOBEL, M. *Métodos de pesquisa- pesquisa pedagógica: Do projeto à implantação*. Tradução de Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LEITE, M. A; FREIRE, R. S.; PASCHOAL, I. V. A.; CABRAL, B. S.; CASTRO-FILHO, J. A. Estratégias Encontradas durante atividades com software e manipulativos. In: *II Jornada*

de Educação Matemática do Ceará. A Formação Pedagógica do Professor de Matemática. Fortaleza, 2003.

LIMA, E. L. *Exame de textos: análise de livros didáticos de matemática para o ensino médio.* Editora SBM, 2001.

LINS, A. F.; DINIZ, R. S. O uso do laboratório de informática nas aulas de matemática, para o estudo de progressão aritmética e geométrica e de geometria espacial de posição. In: VI Encontro Paraibano de Educação Matemática, 2010, João Pessoa. *Anais...* João Pessoa: Universidade Federal da Paraíba, 2010.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. *Educação Matemática: pesquisa em movimento.* São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.

LOCATELLI, O. C.; MALLMANN, E. M. O Potencial dos Mediadores Tecnológicos na Mediação Pedagógica: temas transversais e formação de professores. *Revista Digital da CVA.* Ricesu. v.5, n.19, fev. 2009.

LOPES, A. M. A. *Estratégias De Mediação Para O Ensino De Matemática Com Objetos De Aprendizagem Acessíveis: Um Estudo De Caso Com Alunos Com Deficiência Visual.* 2012. Tese (Doutorado em Informática na Educação)- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2012.

LOPES, A. M. A.; FONTES, C.A.; AZEVEDO, C.L.V.R.; OLIVEIRA, D.S.; ALMEIDA, M.R.; SIQUEIRA, P.M. Desenvolvimento de recursos pedagógicos para um curso online de formação continuada de professores de Matemática. In: I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia – SINECT, 2009, Ponta Grossa. *Anais...*Ponta Grossa, 2009.

LOPES, A. M. A.; PASSERINO, L. M.; RODRIGUES, T. A. O estudo da função polinomial do 1º grau: Diferenças entre ver e ouvir um objeto de aprendizagem na inclusão de sujeitos com deficiência visual em sala de aula. *Revista Novas Tecnologias na Educação (RENOTE).* Porto Alegre, v.7, n.3, p.1-10, dez. 2009.

LORENZATO, S. *Para aprender matemática.* Campinas, SP: autores Associados, 2007. p. 4.

MASON, J. *Qualitative researching.* London: Sage Publications, 1996.

MEIER, M. *Modelagem Geométrica e o Desenvolvimento do Pensamento Matemático no Ensino Fundamental.* 2012. 146f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.2012.

MOREIRA, M. A.; ROSA, P. Mapas Conceituais. *Caderno Catarinense de Ensino de Física.* Florianópolis. p 17-25, abr. 1986.

MORETTI, M. T. O. Papel Dos Registros De Representação Na Aprendizagem De Matemática. *Contrapontos*, n. 6, p. 423-437, set./dez. 2002.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. O papel dos registros de representação na compreensão do sistema de numeração decimal. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 7, n. 2, p. 201-227, 2005.

MOURA, M. A. L. Investigando padrões em PA e PG In: Encontro Nacional de Educação Matemática, IX, 2004, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: Universidade de Belo Horizonte, 2004.

MOYSÉS, L. *Aplicações De Vygotsky à Educação Matemática*. Campinas, SP: Papyrus, 1997. p. 23.

MUZIO, J.; HEINS, T.; MUNDELL, R. *Experiences with reusable eLearning objects: From theory to practice*. Victoria, Canada, 2001. Disponível em: <www.udutu.com/pdfs/eLearning-objects.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2012.

NEPOMUCENO, M. M. B.; MAPA, T. F. M.; CUNHA, V.M; FERREIRA, A. N. Os alunos são realmente desinteressados quando se trata de aprender Matemática?. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIII, 2012. Recife. *Anais...* Recife: UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO, 2011.

OLIVEIRA, R. V.; LOPES, C. E. O. Ler e o Escrever na Construção do Conhecimento Matemático no Ensino Médio. *Bolema*, v. 26, n. 42B, p. 513-534, abr. 2012.

PASSERINO, L. M. *Pessoas com autismo em ambientes digitais de aprendizagem: estudo dos processos de interação social e mediação*. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

PASSERINO, L. M.; KOCH, S. K. S.; MACIEL, M.; MARTINS, M. D. C. Mediação por meio de evidências no contexto lingüístico em ambientes virtuais de aprendizagem. In: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, XIX, 2008, Fortaleza. *Anais ...* Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2008. p. 430-440.

PASSERINO, L. M.; SANTAROSA, L. M. TAROUÇO, L. M. R. Interação social no autismo em ambientes digitais de aprendizagem. *Psicologia. Reflexão e Crítica*. Porto Alegre, v. 20, n. 1, p. 54-64, 2007.

RAMOS, A. F.; DOMENICO, L.C.; TORRES, P. L. Uma experiência com objetos de aprendizagem no ensino da Matemática. *UNIrevista*. v. 1, n. 2, abr. 2006.

RODRIGUES, P. A. A.; SCHLÜNZEN, K. Jr; SCHLÜNZEN, E. T. M. Novas ferramentas digitais para auxiliar professores no processo de Ensino-Aprendizagem. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, p. 1-9, dez., 2009.

ROSA, C. C. Os Registros de Representação Semiótica e a Modelagem Matemática: A Realização de Conversões em uma Atividade no Ensino Médio. *Diálogos & Saberes*, v. 5, n. 1, p. 111-124, 2009.

SÁ FILHO, C. S.; MACHADO, E. C. *O computador como agente transformador da educação e o papel do objeto de aprendizagem*. 2004. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/seminario2003/texto11.htm>>. Acesso em: 11 nov. 2012.

SANTOS, C. S. F. Avaliação De Materiais Virtuais Interativos Para O Ensino De Matemática Na Educação Básica. *REnCiMa*, v. 2, n. 1, p. 81-95, jan/jun. 2011.

SANTOS, F. F.; OLIVEIRA, M. H.P. A representação social da educação matemática e do curso para alunos de ensino médio de escola pública de São Paulo. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, XIII, 2011. Recife. *Anais...Recife*: Universidade Federal De Pernambuco, 2011.

SANTOS-FILHO, J.W. *Jogo eletrônico educacional como um objeto de aprendizagem visando a aprendizagem significativa: uma experiência com a análise combinatória*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristovão, 2010.

SOUSA, M. C. Tecendo rede compartilhada-investigativa entre licenciandos, professores da Educação Básica que ensinam Matemática e pós-graduandos do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA II, 2010. Ponta Grossa. *Anais...* Ponta Grossa: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2010.

SOUZA-JUNIOR, A. J.; LOPES, C. R. Saberes docente e o desenvolvimento de objetos de aprendizagem. In: Carmem Lúcia Prata e Anna Christina Aun de Azevedo Nascimento. (Org.). *Objetos de Aprendizagem - Uma Proposta de Recurso Pedagógico*. Brasília: MEC/SEED, 2007, v.1, p.07

SOUZA, J. Trabalhando Uma Nova Prática de Ensino para o Aprendizado da Matemática. In: Semana Educa,1, 2010. Porto Velho. *Anais...* Porto Velho: Universidade Federal de Rondônia,2010.

TAROUCO, L. M. R.; DUTRA, R. L. S.; ÁVILA, B. G.; GRANDO, A. R. S. SCORM e portabilidade: motivação e possibilidades. *Revista Novas Tecnologias na Educação (RENOTE)*, Porto Alegre, v. 5, n.1, p.1-10, julho 2007.

TAROUCO, L. M. R.; FABRE, M-C J. M.; TAMUSIUNAS, F. R. Reusabilidade de objetos educacionais. *Revista Novas Tecnologias na Educação (RENOTE)*, Porto Alegre, v.1, n.1, p. 1-10, fevereiro 2003.

TAROUCO, L. M. R.; MUSSOI, E. M. Interatividade com Objetos de Aprendizagem. *Cadernos de Informática*, v. 6, n. 1, 2011.

VALENTE, W. R. Historia da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v.2, p.28-49, 1991.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos superiores*. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

WILEY, D. A. Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. In: WILEY, D. A. (Org.). *The Instructional Use of Learning Objects*: Online Version. 2000. Disponível em: <<http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>>. Acesso em: 11 nov. 2012.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Caderno Pedagógico

APÊNDICE B: Questionário anterior à aplicação



Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação



Questionário anterior a atividade

- 1) Você já viu o conteúdo de Função Exponencial? () SIM () NÃO

Se a resposta for SIM, relata (se tiveram) quais foram as dificuldades encontradas durante o estudo.

- 2) E o de Progressão Geométrica? () SIM () NÃO

Se a resposta for SIM, relata (se tiveram) quais foram as dificuldades encontradas durante o estudo.

- 3) Se você já tiver estudado os dois conteúdos, já ouviram falar da relação existente entre eles?
() SIM () NÃO. De que maneira?

APÊNDICE C: Instalando o EasyPHP e o Objeto de Aprendizagem nos computadores

A instalação acontece da seguinte forma:

1. Inicie o programa de instalação easyphp1-8_setup.exe
2. Escolha o Idioma [Português] e clique em Ok
3. Ao aparecer à janela do assistente de instalação (figura abaixo), clique apenas no botão Seguinte



- 4) Aceite os termos da licença e clique em Seguinte
- 5) deixe o diretório sugerido como padrão. Depois clique em seguinte.



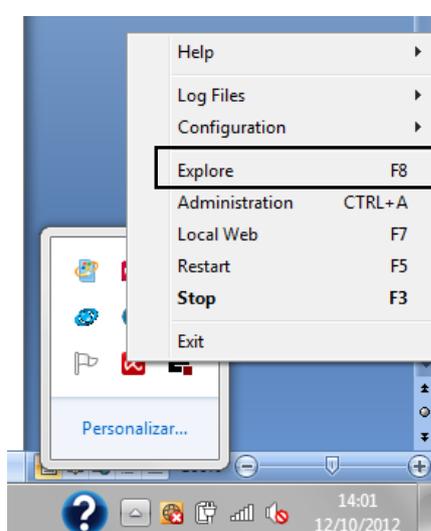
- 6) Clique em seguinte, novamente até encontrar o botão instalar e clique sobre o mesmo. Conclua a instalação.

Depois da conclusão da instalação, percebe-se que um ícone do programa aparecerá ao lado do relógio do computador.

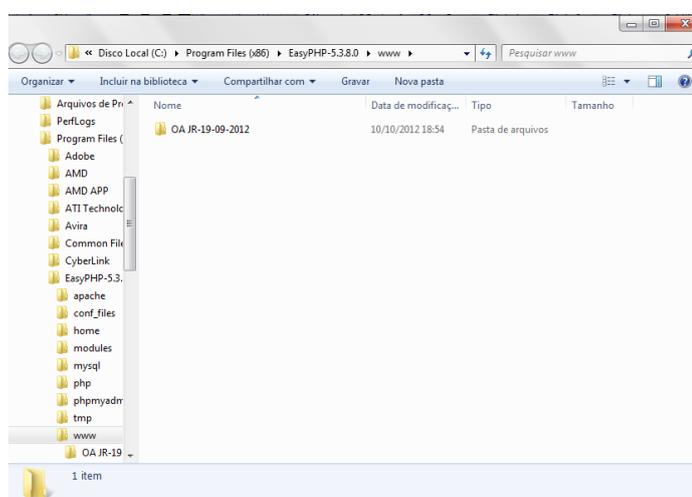


Para fazer o objeto de aprendizagem salvar as respostas, precisamos colocar a pasta com os arquivos do objeto dentro de uma pasta do software chamada EXPLORE.

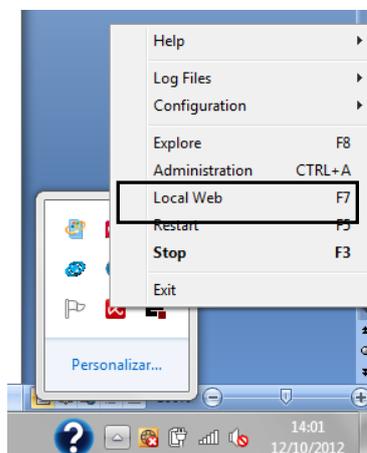
Essa pasta pode ser localizada clicando com o botão direito do mouse em cima do ícone que se encontra ao lado do relógio do computador.



Ao clicar em cima dessa opção abrirá uma pasta que é onde deve-se colocar a pasta com os arquivos do objeto.



Após colocar a pasta do objeto dentro dessa pasta, volta-se para o ícone ao lado do relógio do computador e com o botão direito do mouse clicaremos em opção chamado de LOCAL WEB.



Ao clicar na opção LOCAL WEB, abrirá uma tela do navegador contendo a pasta colocada na pasta EXPLORE.

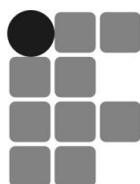


Clique nessa pasta e aparecerá o ícone do objeto a ser rodado.

Name	Last modified	Size	Description
Recent Directory			
MonografiaMO_22_.html	19-Sep-2012 16:56	2.1K	
MonografiaMO_22_.swf	19-Sep-2012 16:56	4.7M	
Poupaca_Renata.swf	13-Sep-2012 14:20	93K	
arquivos_teste_form.txt	10-Oct-2012 19:01	3.9K	
bkde/	10-Oct-2012 18:54	-	
componentes/	10-Oct-2012 18:54	-	
imagens/	10-Oct-2012 18:54	-	
mail.php	03-Sep-2012 10:38	840	
myCellRenderer/	10-Oct-2012 18:54	-	

Ao clicar no ícone do objeto ele começará a rodar e assim será possível obter as respostas em dos alunos em .txt

APÊNDICE D: Termo de Consentimento



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Ministério
da Educação



Termo de consentimento

De: Renata Nogueira Cardoso

Para: Pais dos alunos da turma do 2º ano do Ensino Médio noite.

Objetivo: Levantar dados sobre a construção do conhecimento dos alunos sobre o conteúdo de Função Exponencial e Progressão Geométrica.

Prezados Pais,

Através da observação efetuada em sua sala de aula e visando desenvolver uma pesquisa que é parte do meu trabalho de conclusão de curso, gostaria de contar com a sua colaboração para consentir o direito de imagem de seu filho na sala de aula, em uma pesquisa que está sendo realizada. Informo que esta pesquisa refere-se à aplicação de um material pedagógico no laboratório de informática e busca-se avaliar a interação do aluno no computador com este material pedagógico.

Assim, a imagem destina-se a fins educacionais e divulgação no meio acadêmico, sendo seu nome, como sujeito da pesquisa, será mantido em sigilo.

Agradecemos a sua colaboração e colocamo-nos à disposição para quaisquer esclarecimentos.

Atenciosamente,

Renata Nogueira Cardoso
Professora em Formação de
Matemática do IFFluminense

Termo de ciência e concordância

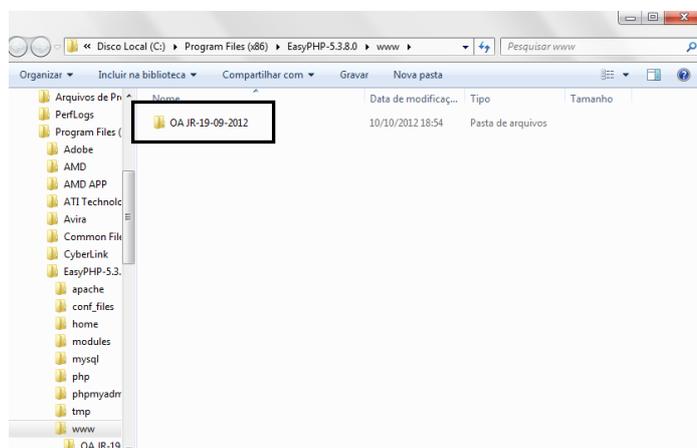
Eu, _____, aceito que meu filho _____ participe da pesquisa no IF Fluminense Campus Campos-Centro, exclusivamente para fins científicos e acadêmicos.

Campos dos Goytacazes, ____ de _____ de 2012.

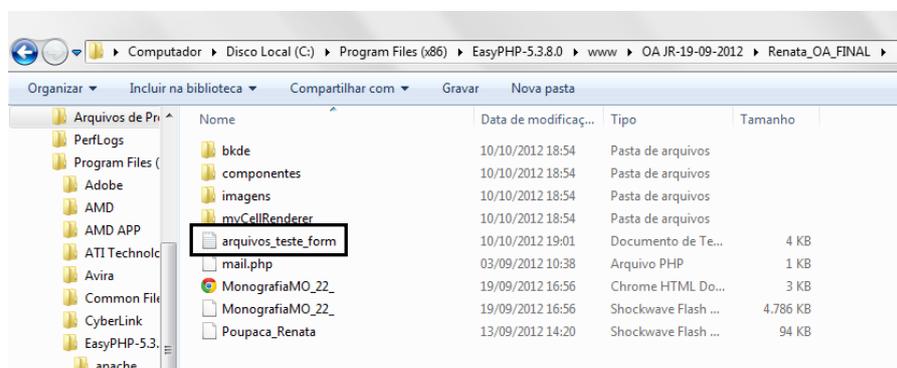
Ciente: _____

APÊNDICE E : Obtendo o registro das respostas dos alunos

Para obter esses arquivos, tem-se que ir a pasta EXPLORE encontrada clicando com o botão direito do mouse em cima do ícone do software EasyPHP que fica ao lado do relógio.



Após abrir a pasta terá um arquivo chamado ARQUIVO_TESTE_FORM.txt que é o arquivo onde ficaram registrada as respostas e os passos dados pelos alunos durante a aplicação.



APÊNDICE F: Questionário posterior à aplicação



Questionário posterior a atividade

- 1) Você gostou das atividades? () SIM () NÃO

Justifique. _____

- 2) Teve dificuldade em alguma questão? () SIM () NÃO

Se a resposta for SIM: em qual questão? Qual foi a dificuldade encontrada?

- 3) Você acha que foi relevante o uso do material digital? () SIM () NÃO

Justifique. _____

- 4) As dificuldades encontradas durante o estudo de Função Exponencial e de Progressão Geométrica foi suprida com o uso do material que relaciona Função Exponencial e Progressão Geométrica? () SIM () NÃO

Justifique. _____
