INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FRAÇÕES: “AFINANDO” AS LINGUAGENS MATEMÁTICA E MUSICAL

PRÍSCILA GOMES OLEGÁRIO

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2013

PRÍSCILA GOMES OLEGÁRIO

FRAÇÕES: "AFINANDO" AS LINGUAGENS MATEMÁTICA E MUSICAL

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro, como requisito parcial para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª Esp. Ana Paula Rangel de Andrade

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca. Setor de Processos Técnicos (IFF)

O45fr Olegário, Príscila Gomes.
Frações: “afinando” as linguagens matemática e musical / Príscila Gomes Olegário – Campos dos Goytacazes, RJ : [s.n.], 2013.
104 f. : Il.

Orientadora: Ana Paula Rangel Andrade.

Monografia (Licenciatura em Matematica). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Campus Campos Centro, 2013.
Referencias bibliográficas: p. 83 - 85.

1. Frações – Estudo e ensino. 2. Matemática (Ensino médio). 3. Abordagem intedisciplinar do conhecimento na educação. 4. Música na educação. I. Andrade, Ana Paula Rangel, orient. II. Título.

CDD – 513.26

PRÍSCILA GOMES OLEGÁRIO

FRAÇÕES: “AFINANDO” AS LINGUAGENS MATEMÁTICA E MUSICAL

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro, como requisito parcial para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 01 de outubro de 2013.

Banca avaliadora:

Profª. Ana Paula Rangel de Andrade (orientadora)

Especialista em Educação Matemática/FAFIC

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

---

Profª. Carla Antunes Fontes

Mestre em Matemática/UFRJ

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

---

Profª. Maria Inês de Souza Azevedo Mello

Mestre em Cognição e Linguagem/UENF

Centro Universitário Fluminense - Campus II (UNIFLU - FAFIC)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, o autor da minha vida, por todas as graças alcançadas. Pelo zelo e sustento em todas as etapas que passei.

Ao meu esposo Artur que pacientemente tem me apoiado e encorajado a seguir em frente rumo às conquistas que me disponho alcançar.

À minha família querida e ao amigo Olzíris, sempre torcendo, apoiando e sustentando em orações.

À minha professora Ana Paula Rangel de Andrade que me orientou neste trabalho contribuindo brilhantemente com seu conhecimento matemático e sua experiência musical. E que me agregou valores profissionais, pessoais e familiares que levarei por toda vida. Sua firmeza foi imprescindível para que eu concluísse esta pesquisa.

À professora Carla Antunes pelos valiosos conselhos anteriores à monografia. Eles foram norteadores para as minhas escolhas vindouras. E agradeço também por aceitar o convite de compor minha banca, contribuindo com suas análises para a conclusão deste trabalho.

À professora Maria Inês pelos anos de Teoria Musical, por ter despertado o meu interesse em relacionar a Matemática à Música e por aceitar o convite de participar da minha banca.

Às professoras Mônica Souto e Carmem Lúcia pelo apoio, contribuições e motivação dispensadas ao andamento desta pesquisa.

Aos professores e amigos da Licenciatura em Matemática que de alguma forma contribuíram para a minha formação.

Aos participantes do teste exploratório e da experimentação que cooperaram para a realização deste trabalho.

Aos colegas de trabalho pelo apoio e incentivo durante todo este processo monográfico.

E a todos, que de forma direta ou indireta, colaboraram para a realização desta pesquisa e da minha trajetória na Licenciatura em Matemática.

A Música é o prazer que a alma humana experimenta quando conta sem perceber que está contando.

Leibniz

RESUMO

As relações entre a Matemática e a Música podem ser observadas desde a Antiguidade nos experimentos de Pitágoras com o monocórdio até os dias de hoje com as novas tecnologias musicais. Percebe-se uma estreita ligação entre essas duas “artes” na observância de padrões rítmicos e melódicos, nas proporções entre os valores das figuras musicais dentre outras associações, o que possibilita ao professor um trabalho interdisciplinar em sala de aula. O objetivo desta monografia é trabalhar o conceito de fração por meio dos tempos das figuras musicais. Para isso realizou-se uma pesquisa qualitativa por meio de um estudo de caso. O público pesquisado foi um grupo de alunos da 1ª. série do Ensino Médio de uma escola pública que participou de três encontros em que foram utilizados vídeos, slides, material impresso, instrumentos musicais e o próprio corpo além de atividades de criação e jogos. Os dados analisados foram obtidos por meio de um questionário, da observação, do registro de áudio e de uma avaliação individual. A análise dos dados permitiu responder afirmativamente a questão de pesquisa mostrando que a Música auxilia na compreensão do conceito de fração.

Palavras-chave: Música. Ritmo. Frações.

ABSTRACT

Relations between Mathematics and Music can be observed since antiquity in the experiments with the monochord of Pythagoras to the present day with new music technologies. It’s perceived a close connection between these two "arts" in the observance of melodic and rhythmic patterns, the proportions between the values of musical figures among other associations, which enables the teacher to interdisciplinary work in the classroom. The purpose of this monograph is working fraction concepts through the times of musical figures. For this we carried out a qualitative research through a case study. The public surveyed was a group of students from 1st. year of high school in a public school that participated in three meetings in which were used videos, slides, printed materials, musical instruments and even body besides creating activities and games. Data were collected through a questionnaire, observation, record audio and an individual assessment. The data analysis allowed us to answer affirmatively the question of research showing that music helps understanding the concept of fraction.

Keywords: Music. Rhythm. Fractions.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A Música e a Matemática, conhecidas como “a arte dos sons” e a “arte dos números” respectivamente, são consideradas por muitos, competências distantes e aparentemente sem relação.

Morais (2008) afirma que nem todos gostam de Matemática, mas quase todos gostam de Música. Porém, o que se percebe na Música são padrões rítmicos, harmônicos e melódicos, ou seja, a prova de que a Matemática está presente nesta forma de arte.

Segundo Abdounur (2002) e Rossi (2008), a relação entre a Matemática e a Música se evidencia de forma científica a partir dos registros de Pitágoras (séc. VI a. C.) sobre sua experiência feita com um instrumento denominado monocórdio em que ele verifica diversas relações entre intervalos musicais e frações. Após essa descoberta, Pitágoras acreditava que tudo no universo poderia ser explicado por números. Morais (2008) afirma que Pitágoras considerava a Música como a “ciência dos números aplicada aos sons”.

Rossi (2008) comenta que até o século XV a Música era considerada uma ciência matemática - ela compunha o *Quadrivium.* Este dividia tal ciência em quatro ramos: Aritmética (quantidade discreta estática), Geometria (grandeza estacionária), Música (quantidade discreta em movimento) e Astronomia (grandeza dinâmica).

Além de Pitágoras, outros matemáticos estudaram a Música: Aristóteles, Euler, Leibniz, Kepler, Lagrange, Mersenne e Fourier. Aristóteles afirmava que “Todo o céu é número e harmonia” e Leibniz (1712) que “A música é um exercício oculto de aritmética de uma alma inconsciente que lida com números”.

Gardner (1994) destaca que o estudo da Música, desde a era medieval, partilhou muitas características com a Matemática, tais como o interesse pelas proporções e por padrões recorrentes. Ele ainda afirma que:

> Até a época de Palestina e Lasso, no século XVI, aspectos matemáticos da música permaneceram centrais, embora houvesse menos discussão aberta do que anteriormente sobre o substrato numérico ou matemático da música [...] Novamente, contudo, no século XX – primeiramente, na esteira da música dodecafônica, e mais recentemente, devido amplamente difundido uso de computadores – o relacionamento entre as competências musical e matemática foi amplamente ponderado (GARDNER,1994, p.98).

Essa associação também é feita por Rodrigues (1999):

> Com efeito, na criação, transmissão e entendimento da música, hoje em dia, como antigamente, verifica-se a existência de um conjunto de relações sonoras e simbólicas que, directa ou indirectamente, poderão ser associadas às ciências matemáticas (RODRIGUES, 1999, p.17).

No livro sobre a teoria das inteligências múltiplas, Gardner (1994) define diversas inteligências: a lógico-matemática, a musical, a linguística, a corporal-cinestésica, a intrapessoal, a interpessoal e a espacial. Afirma que, ao explorar duas dessas inteligências, aumentam-se as possibilidades de aprendizado. Gardner enfatiza que alguns conceitos matemáticos básicos são indispensáveis para algumas percepções musicais simples e fundamentais como o ritmo.

> A meu ver, há elementos claramente musicais, quando não de “alta matemática” na música: estes não deveriam ser minimizados. Para apreciar a função dos ritmos no trabalho musical o indivíduo deve ter alguma competência numérica básica. As interpretações requerem uma sensibilidade à regularidade e proporções que podem às vezes ser bastante complexas (GARDNER, 1994, p. 98).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000), a Matemática está presente em várias atividades da vida cotidiana inclusive na Música. Este documento afirma que:

> Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver (BRASIL, 2000, p.9.).

Percebe-se que a Matemática e a Música estão repletas de relações entre si. Porém, ainda são trabalhadas, na maioria das vezes, de forma desconectada por professores de ambas as áreas. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) acrescentam que:

> De fato, não basta revermos a forma ou a metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são

> apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras. Acredita-se que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à Matemática mostram claramente que isso não é verdade (BRASIL, 2000, p.43).

Um fato novo surge no cenário escolar com a Lei Federal nº 11.769/2008 (BRASIL, 2008) que torna a Música um componente curricular obrigatório na Educação Básica. Essa inserção da Música em sala de aula pode favorecer uma aproximação com outras disciplinas, inclusive a Matemática, permitindo atividades interdisciplinares.

Machado (1995) afirma que:

> [...] compreender é apreender o significado; apreender o significado de um objeto ou de um acontecimento é vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos; os significados constituem feixes de relações; as relações entretecem-se, articulam-se em teias, em redes, constituídas social e individualmente estado de atualização; tanto em âmbito social como individual, a ideia de conhecer assemelha-se a de enredar (MACHADO, 1995 apud ABDNOUNUR, 1999, p. 103).

Refletindo sobre o conhecimento como uma rede, Camargos (2011) apresenta uma ilustração feita por Abdounur (1999) sobre o procedimento de enredamento de significados, usando a metáfora do pintor:

> Ao passar uma mão de tinta na parede, alguns buracos ainda permanecem; alguns desses são preenchidos numa segunda mão e outros nas mãos seguintes [...]
> [...] é como se a construção de conhecimento fosse algo contínuo, a cada novo conhecimento o indivíduo teria novas teias e novas possibilidades, que permitiriam uma “nova mão” de tinta agregada à anterior, como sobreposição de conhecimentos que preencheriam as lacunas da rede (ABDOUNUR, 1999 apud CAMARGOS, 2011, p.77).

Neste trabalho, buscou-se o tema frações como elemento de ligação entre essas duas disciplinas. De acordo com Ratton (2002):

> Todos os tipos de "ritmos" que podemos conceber musicalmente obedecem a algum tipo de divisão fracionária, cuja característica

> sempre está vinculada a um determinado gênero artístico ou a um tipo de cultura (RATTON, 2002, s.p.).

Vaz e Pinho (2011) afirmam que:

> [...] O estudo de frações pode perfeitamente relacionar-se a diversos campos do conhecimento e precisa, de alguma forma, estar inserido em alguma forma de atividade habitual à criança.
> A música é um exemplo: seu caráter universal, sua disponibilidade fácil a pessoas de todas as classes sociais e o fato de possuir uma linguagem própria, como a matemática, justificam a sua escolha como veículo de aprendizagem (VAZ; PINHO, 2011, p.192).

Além disso, observa-se que muitos alunos concluem a Educação Básica sem ter adquirido uma verdadeira compreensão do conceito de número racional. De acordo com Silva (2005, p.71), “as dificuldades associadas a erros com relação ao ensino e aprendizagem dos números racionais são carregadas ao longo de todas as séries iniciais do Ensino Fundamental”.

Diante do exposto, surgiu a seguinte questão de pesquisa: A Música pode auxiliar a compreensão do conceito de fração?

Esta pesquisa tem por objetivo desenvolver o conceito de fração por meio dos tempos das figuras musicais, permitindo ao aluno percepções fracionárias por meio de células rítmicas. Para tal, foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa e realizado um estudo de caso com uma turma de 1ª. série do Ensino Médio. A justificativa para esta escolha deve-se ao fato destes alunos estarem revendo alguns conceitos do Ensino Fundamental, momento oportuno para resgatar o conceito de frações e abordá-lo de maneira significativa.

Este trabalho monográfico consta de três capítulos. O primeiro apresenta o aporte teórico que aborda algumas relações entre a Matemática e a Música, o ensino de frações e a apresentação do software Encore.

No segundo capítulo, encontra-se a metodologia de pesquisa e a elaboração da Proposta Didática que se deu por meio de Atividades, do uso de vídeos, material impresso, jogos dentre outros recursos.

O terceiro capítulo relata a aplicação do teste exploratório, da experimentação e os resultados obtidos. São feitas então as considerações finais, destacando os aspectos relevantes ao trabalho e a resposta à questão de pesquisa.

1. APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, será apresentado o aporte teórico que subsidiou o processo de elaboração deste trabalho monográfico.

1.1 As relações entre a Matemática e a Música

Segundo Ratton (2002) Música é “ritmo e som”. Inúmeros matemáticos trabalharam com esses dois conceitos descobrindo relações e mostrando como essas duas “artes” são afinadas.

1.1.1. As características do som

O som é um feixe de ondas que ocorre na natureza mediante a compressão e rarefação do ar muito rapidamente (WISNIK, 1989). Essas ondas, ou oscilações, são captadas pelo ouvido e interpretadas pelo cérebro que lhes atribui configurações e sentidos.

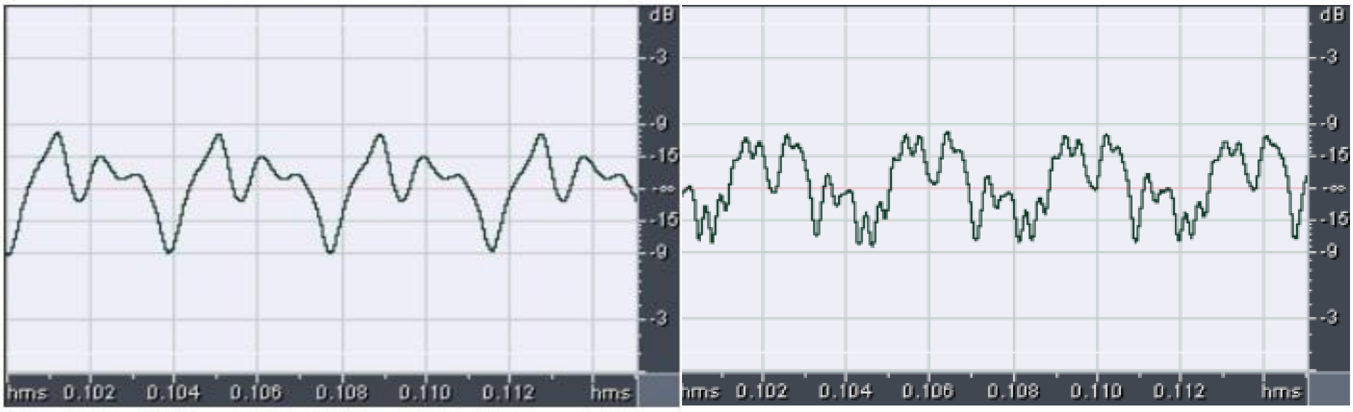
O som possui quatro características: intensidade, altura, timbre e duração. A intensidade diz respeito à amplitude das oscilações, o que equivale à propriedade do som ser forte ou fraco. Pode-se dizer que um som forte seria mais intenso e com volume alto, enquanto que um som fraco seria menos intenso e com o volume baixo.

A altura se refere à frequência do som. Ela determina quantas pulsações determinado som realiza por segundo, o que permite classificá-lo como grave ou agudo. A frequência de um som é medida em Hertz (Hz), onde 1Hz representa uma pulsação por segundo. Se a frequência de um som for 440 Hz isto quer dizer que esse som vibra 440 vezes por segundo. De acordo com Ratton (2002) os sons de possível captação pelo ouvido humano considerados graves estão na faixa de 20 a 200 Hz, enquanto que os de maior frequência, ou seja, os sons agudos, encontram-se entre 5.000 a 20.000 Hz. Os valores intermediários acima de 200Hz e abaixo de 5.000Hz são considerados sons médios.

O timbre caracteriza a natureza do som, propiciando a distinção entre os diversos instrumentos existentes. Há instrumentos de timbres completamente diferentes e fáceis de serem distinguidos. Na Figura 1.1, a comparação dos gráficos da nota dó (261Hz) produzida por uma flauta e por um violino.

Figura 1.1 – Gráficos das ondas produzidas por instrumentos de timbres diferentes

Nota dó produzida por uma flauta | Nota dó produzida por um violino



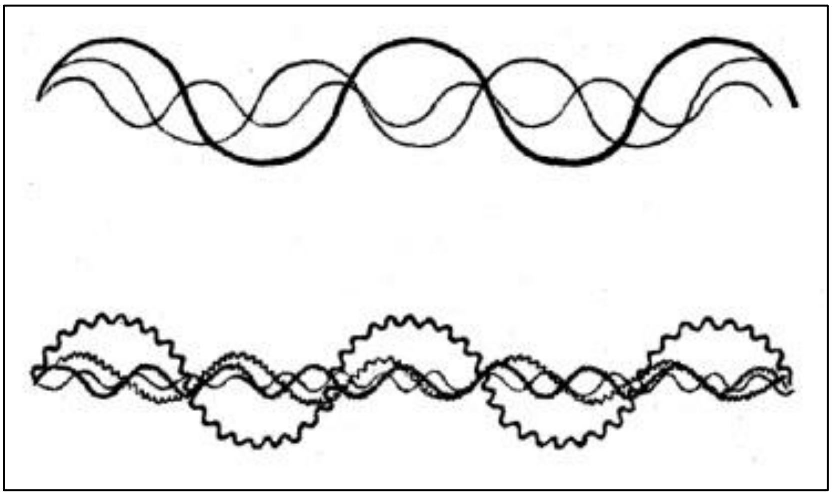
Fonte: http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/Diss_Chrisley.pdf.

Ainda sobre essa característica, Du Sautoy (2007) comenta:

> Por que o som de uma clarineta é tão caracteristicamente diferente do de um violino que toque a mesma nota? O gráfico da onda sonora criada pela clarineta se parece a uma função de onda quadrada [...] ao invés do gráfico espiculado do violino. Essa diferença ocorre porque a clarineta é aberta em uma das extremidades, enquanto a corda do violino é fixa nas duas pontas. (DU SAUTOY, 2007, p.106 apud CAMARGOS, 2011, p. 60).

Wisnik (1989) também faz a representação de uma nota tocada por dois instrumentos diferentes, dando ênfase aos harmônicos, como é possível observar na Figura 1.2.

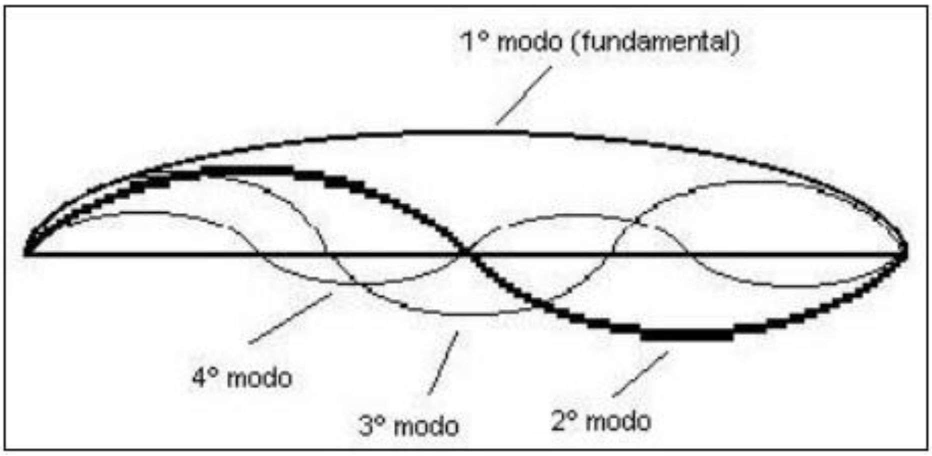
Figura 1.2 – Duas formas hipotéticas de timbre



Fonte: WISNIK, 1989, p. 22

Para melhor entendimento do que seja uma oscilação fundamental e seus harmônicos, Ratton (2002) demonstra isoladamente a vibração repetida de uma corda com sua vibração no tom fundamental e as vibrações múltiplas que seriam duas, três, quatro vezes, entre outras, a frequência da nota fundamental (Figura 1.3). Uma corda, ao vibrar, apresenta uma frequência de n ciclos por segundo em seu modo fundamental assim como também pode oscilar 2n ciclos por segundo, 3n ciclos por segundo e assim por diante. Estes são denominados segundo e terceiro harmônicos, respectivamente. As oscilações múltiplas dos modos harmônicos (2n, 3n, 4n,...) têm pontos coincidentes. Logo, se um som vibra 220Hz, o seu terceiro modo vibrará em 660Hz e estas terão um ponto coincidente a cada três ciclos do harmônico.

Figura 1.3 – Oscilações múltiplas com a oscilação fundamental

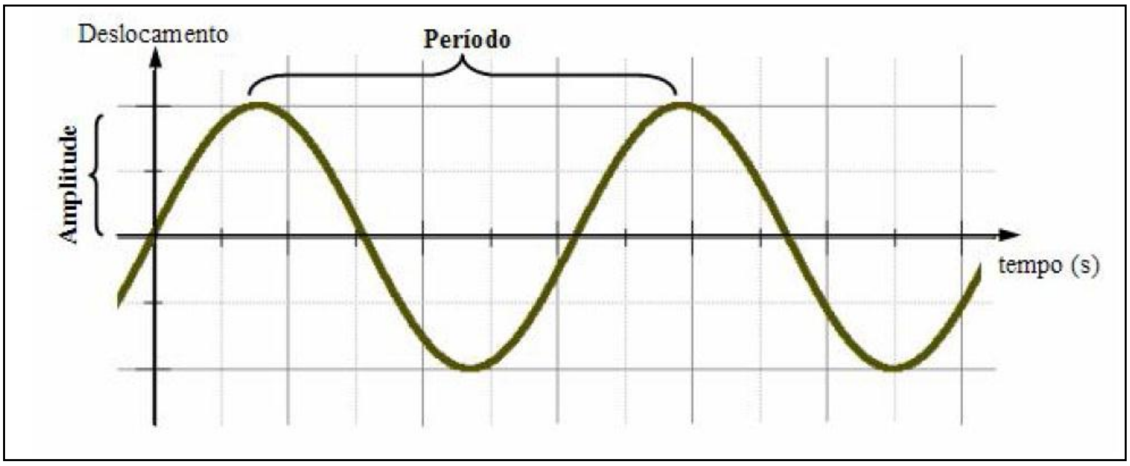


Fonte: http://pedro-matematicanamusica.blogspot.com.br/2010/11/matematica-na-musica.html

Assim sendo, os sons que mantêm relações fracionárias do tipo 1/2, 2/3, 3/4,... entre si, produzem sensações mais agradáveis ao ouvido quando tocadas simultaneamente.

Rossi (2008) relaciona a intensidade, altura e timbre à amplitude, frequência e período de uma onda, respectivamente. Em seu estudo sobre o som demonstra que uma onda sonora pode ser determinada por uma função senóide dada por $y = A \cdot sen(2\pi f)t$, sendo **A** a amplitude, **f** a frequência e **t** o período da onda em segundos, como mostra a Figura 1.4.

Figura 1.4 - Gráfico de uma onda sonora



Fonte: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/113-2.pdf

Wisnik (1989) afirma que, ao representar um sinal sonoro por uma onda senoidal, este som é reduzido e simplificado para melhor abstração e apresentação elementar de um fundamento. Na verdade, cada som concreto corresponde não a uma onda pura, mas a um feixe de ondas. Porém, esta representação matemática é familiar aos alunos que estudam na Trigonometria, a função senóide (CAMARGOS, 2011).

Faz-se necessário esclarecer que não é objetivo deste trabalho demonstrar as fórmulas matemáticas presentes na Música, visto que a ênfase são os ritmos musicais relacionados ao ensino de frações.

De forma geral, neste item, percebe-se a presença da Matemática nas relações fracionárias dos sons, na senóide e conceitos a ela subjacentes como o período e a amplitude e na proporcionalidade expressa pelo número de ciclos contidos na vibração de uma corda.

1.1.2. Os padrões rítmicos

Além do som, a Música é composta por ritmo. Este conceito está presente na vida do homem desde sempre, seja nos passos, na pulsação do coração ou no ato de respirar. O ritmo é dado pela contagem do tempo e está intimamente ligado à Matemática.

Na Música, os ritmos possuem batidas com intensidades diferentes que se repetem dentro de um padrão. O compasso, definido como a divisão de um trecho musical em séries regulares de tempo (WINISK, 1986, p.80), expressa um tipo de marcação forte(F), meio forte (mF) e fraco(f) cujo resultado sonoro é um determinado padrão rítmico. Se uma música for quaternária, por exemplo, cada compasso terá quatro tempos segundo uma certa marcação.

Nos exemplos abaixo, observam-se algumas delas:

Compasso binário: **1** 2 **1** 2 **1** 2 **1** 2 (**F** f **F** f **F** f)

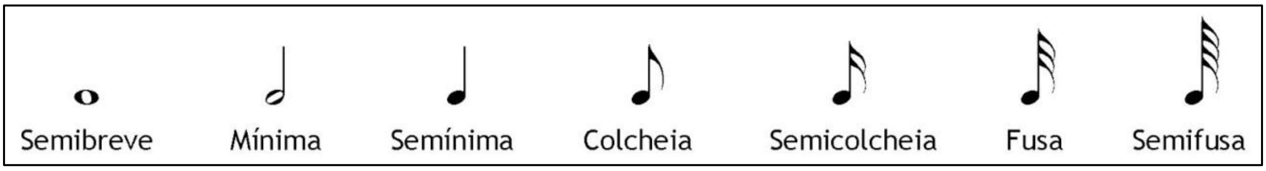
Compasso ternário: **1** 2 3 **1** 2 3 **1** 2 3 (**F** f f **F** f f **F** f f)

Compasso quaternário: **1** 2 3 4 **1** 2 3 4 **1** 2 3 4 (**F** f mF f **F** f mF f **F** f mF f)

Alguns autores consideram, neste último caso, o terceiro tempo e fraco e não meio forte.

Para que seja escrita a melodia de uma música dentro dessas medidas de compasso são definidas as figuras de tempo (Figura 1.5).

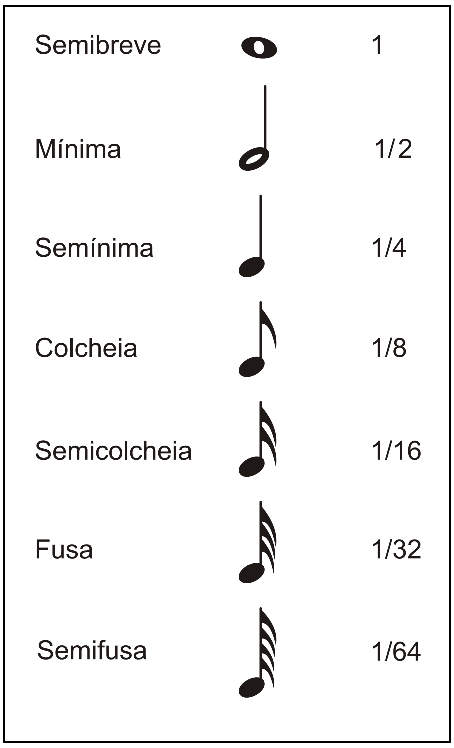
Figura 1.5 – Figuras musicais de tempo



Fonte: http://solfejador.blogspot.com.br/2012_07_01_archive.html

Para cada figura existe um valor que lhe é atribuído, formando uma sequência numérica finita e decrescente (Figura 1.6).

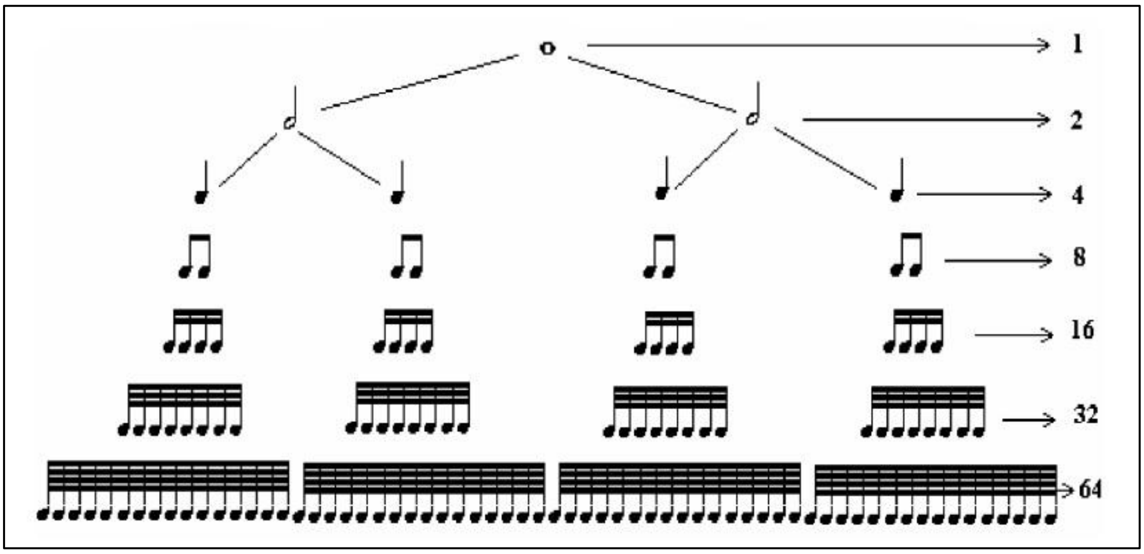
Figura 1.6 – Valores das figuras musicais



Fonte: http://www.dme.ufcg.edu.br/pet/arquivos/Analise_Final_ENEM_2009.pdf

Ao observar essa sequência, nota-se uma proporcionalidade entre as figuras de 1:2. Considerando que a semibreve vale um tempo (uma batida), para uma representação equivalente são necessárias quatro semínimas. A Figura 1.7 apresenta o esquema de equivalência entre as figuras musicais considerando essas relações. É possível ver que tal sequência é uma Progressão Geométrica (P.G.) crescente com o primeiro termo igual a 1 (valor da semibreve) e razão igual a 2.

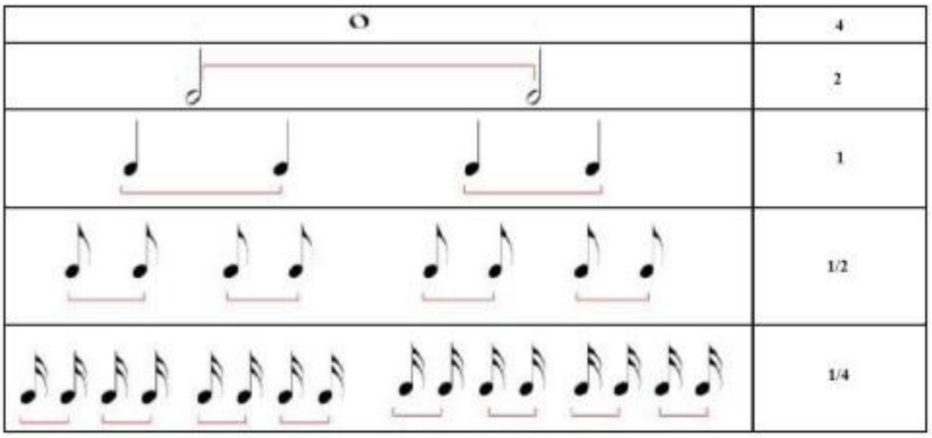
Figura 1.7 – Representações equivalentes das figuras musicais



Fonte: CAMARGOS, 2011, p. 88

Ao usar um metrônomo[1] junto com um violão, pode-se observar que, definido o tempo de duração da semínima como sendo o de uma batida, o da mínima será de duas batidas, o da semibreve, de quatro, o da colcheia de meia batida e assim por diante. Desta forma, nota-se uma sequência de batidas que forma uma P.G. com o primeiro termo igual a 4 e a razão igual a 0,5 (Figura 1.8).

Figura 1.8 – Representação dos tempos das figuras musicas



Fonte: CAMARGOS, 2011, p.89

[1] Designação dada por J. N. Maelzel (1772-1838) ao instrumento que serve para regular os andamentos musicais (FERREIRA, 1986).

A partir dessas proporções entre as figuras, pode-se criar uma gama de músicas com ritmos variados.

Este trabalho monográfico explora essa característica da Música pela sua grande afinidade com o tema frações.

1.1.3. Os intervalos pitagóricos e a Escala Temperada

O primeiro registro científico evidenciando as relações entre a Matemática e a Música ocorreu por volta do século VI a.C. com o matemático Pitágoras. A ele foi atribuída a descoberta das proporções dos números existentes na Música.

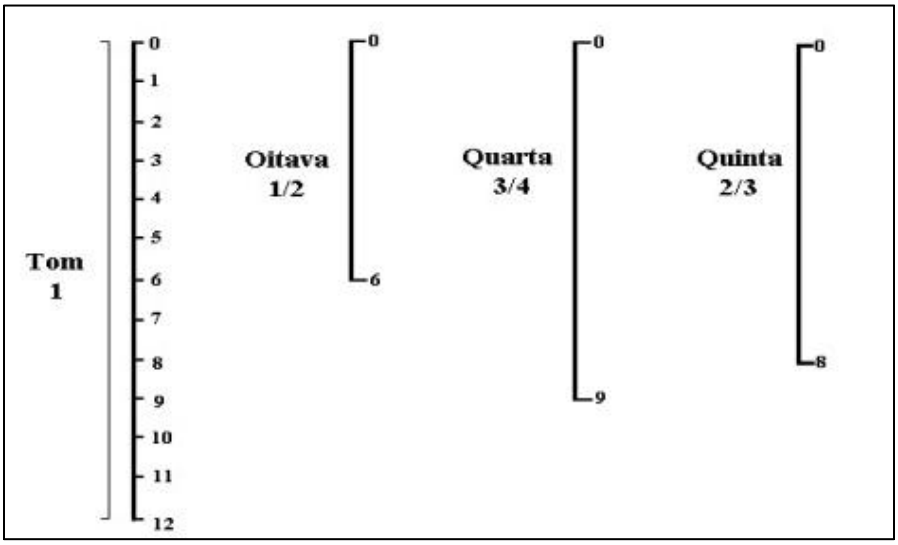
Acredita-se que esta descoberta levou Pitágoras à construção de um instrumento musical, o monocórdio (Figura 1.9.), que continha apenas uma corda estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma prancha ou mesa, possuindo, ainda, outro cavalete móvel usado para dividir a corda em duas partes. Esta corda continha marcações que a dividia em doze seções iguais.

Figura 1.9 – Monocórdio

Fonte: http://tonybolanyo.wordpress.com/2010/06/23/pitagoras-y-la-musica

Pitágoras observou as relações entre o comprimento da corda e a altura dos sons por ela emitidos. Ao tocar a corda inteira, considerou o som obtido como o fundamental. Repetiu o processo pressionando a corda ao meio e observou que o novo som era o mesmo do primeiro, porém uma oitava acima. Reduzindo a corda a 3/4 e 2/3 do comprimento concluiu que os sons referiam-se à quarta e à quinta, respectivamente, em relação ao som fundamental (Figura 1.10).

Figura 1.10 – Marcações feitas por Pitágoras no monocórdio



Fonte: CAMARGOS, 2011, p. 46

Ao considerar que a corda inteira, ao ser tocada livremente, produz um Dó, por exemplo, ao reduzi-la à metade, esta produzirá um dó uma oitava acima, bem como um fá a 3/4 do comprimento da corda e um sol a 2/3.

Outra relação que pode ser observada é a corda pressionada ao meio que quando tocada, vibra o dobro de vezes da corda inteira. Com isto, observa-se que a frequência de um som fundamental é inversamente proporcional ao comprimento da corda vibrante. Essa mesma relação pode ser observada num violão. Considerando que uma de suas cordas mede 65cm, e quando tocada solta, emite um som fundamental, para encontrar a oitava acima deste som basta calcular a metade da corda que é 32,5cm, pressioná-la neste ponto de medida e tocá-la. O mesmo procedimento pode ser feito calculando três quartos da corda e encontrando a quarta do som inicial e assim por diante, como mostra a Figura 1.11.

Figura 1.11 – Relação entre o comprimento da corda de um violão e as notas da escala

:

Fonte: CAMARGOS, 2011, p.134

Tocando a corda em outras marcações sucessivas, Pitágoras verificou que alguns sons não eram tão agradáveis ao ouvido quanto os que obteve com as frações 1, 1/2, 3/4 e 2/3. Ele atribuiu tal harmonia à soma dos números 1, 2, 3 e 4 por considerar 10 um número mágico, determinante para a beleza dos sons. Desta forma, atribuiu-se a Pitágoras a descoberta dos intervalos consonantes.

É possível obtê-los tomando como ponto inicial uma corda de medida hipotética igual a 1, percorrendo a escala por quintas ascendentes e transpondo as notas obtidas à oitava relativa. Ao final, as frações referentes a esses intervalos (Figura 1.12) são:

Figura 1.12 – Escala natural de Dó com a indicação das proporções

	Do	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Si	Do1
Razão a partir de Do	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{128}{243}$	$\frac{1}{2}$

Fonte: Elaborado pela autora a partir de dados de CAMARGOS, 2011, p. 46

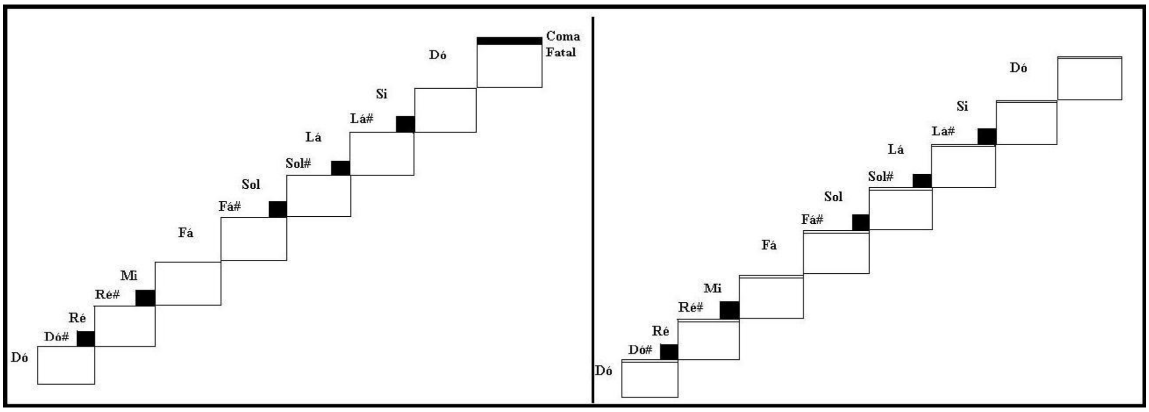
Os intervalos pitagóricos satisfizeram as construções musicais por toda a Idade Média, mas a partir do século XVI, deram lugar ao Temperamento Musical. Este não se deu repentinamente, mas gradativamente na busca de intervalos musicais perfeitos. E para tal, o recurso de percorrer as quintas ascendentes de Pitágoras mostrava-se insuficiente no atendimento às necessidades musicais do Renascimento.

Segundo Camargos (2011) em 1636, Mersenne propõe a divisão da oitava em doze partes desiguais e iguais. A princípio, sua divisão foi contestada por alguns músicos e estudiosos, mas isto permitiu resolver o problema da mudança de tonalidade sem a necessidade de reajustar a afinação. Na escala pitagórica, tal feito não era possível.

A escala temperada de Mersenne possui doze notas (sete “naturais” e cinco “acidentes”). Essa divisão se diferencia da proposta por Pitágoras uma vez que percorrendo doze quintas e encontrando sete oitavas exatas, sempre ficava um resto que causava certa dissonância. Este resto ficou denominado coma pitagórica ou coma fatal.

Euler e outros matemáticos da época, buscando uma simetria perfeita entre as frequências das notas, dividiu o coma fatal igualmente entre as doze notas da escala musical (Figura 1.13).

Figura 1.13 – Divisão do coma pitagórica entre os intervalos musicais



Fonte: CAMARGOS, 2011, p.55, 56

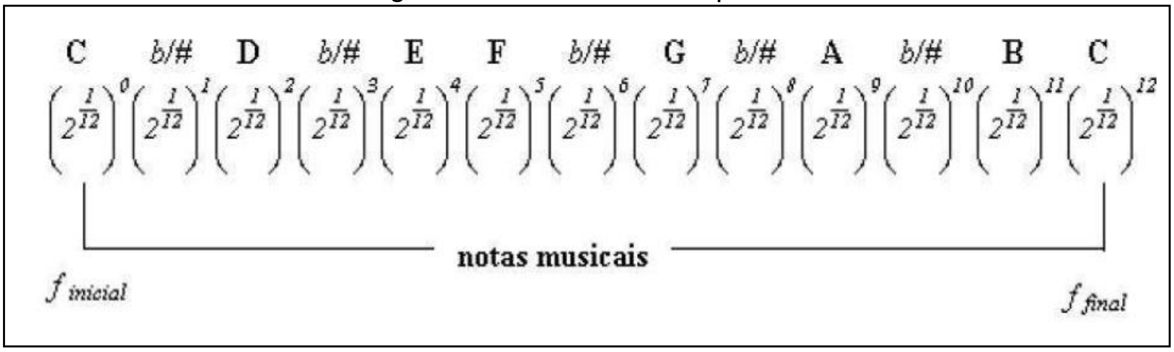
Sendo a frequência inversamente proporcional ao comprimento da corda, é possível entender como se deu esta simetria que alguns autores associam a Euler e outros a Andreas Werkmeister. Sabendo que na escala temperada os intervalos guardam a mesma distância cada nota é obtida pela multiplicação sucessiva de um valor **i** até que resulte 2, já que em uma oitava após percorrer 12 intervalos, a frequência dobra. Se os intervalos são em número de doze, então se pode escrever: $i^{12} = 2$. Logo, $i = 2^{1/12}$ ou i = 1,0594631.

Sendo assim, a relação entre a frequência de qualquer nota e sua anterior é igual a $\sqrt[12]{2} \cong 1{,}0595$. Com isso, chegou-se a uma Progressão Geométrica finita

(P.G.) em que o primeiro termo é a frequência (oscilação) da nota escolhida e a razão (q) é a raiz duodécima de 2.

Ao tomar a nota dó, por exemplo, com a frequência igual a 1, tem-se a escala temperada de dó conforme a Figura 1.14.

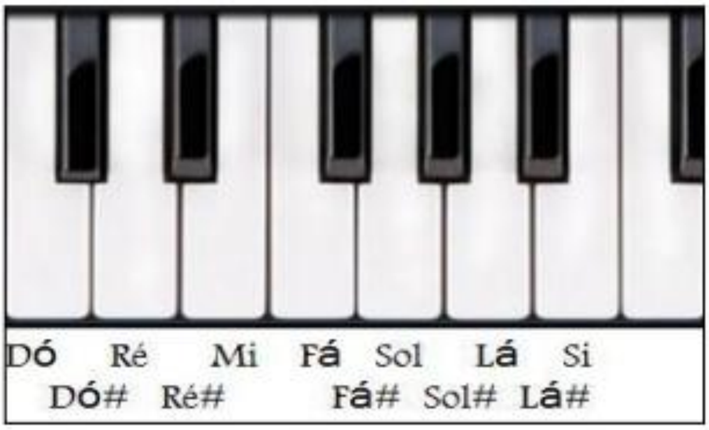
Figura 1.14 – A escala temperada de Dó



Fonte: Elaborado pela autora a parti de NETTO, 2009, s.p.

A contribuição de Euler com a Escala Temperada influenciou grandes compositores do século XVIII, dentre eles Johann Sebastian Bach que entre os anos de 1722 e 1744 compôs o tão famoso Cravo Bem Temperado, uma obra composta de vinte e quatro prelúdios e fugas, que cobrem as vinte e quatro tonalidades maiores e menores. Desta forma, ficou comprovada a viabilidade da escala temperada permitindo a ampliação das criações musicais e possibilitando a mudança no tom das melodias. A representação desta escala pode ser vista pelas teclas brancas e pretas de um teclado (Figura 1.15).

Figura 1.15 – Representação da Escala temperada no teclado



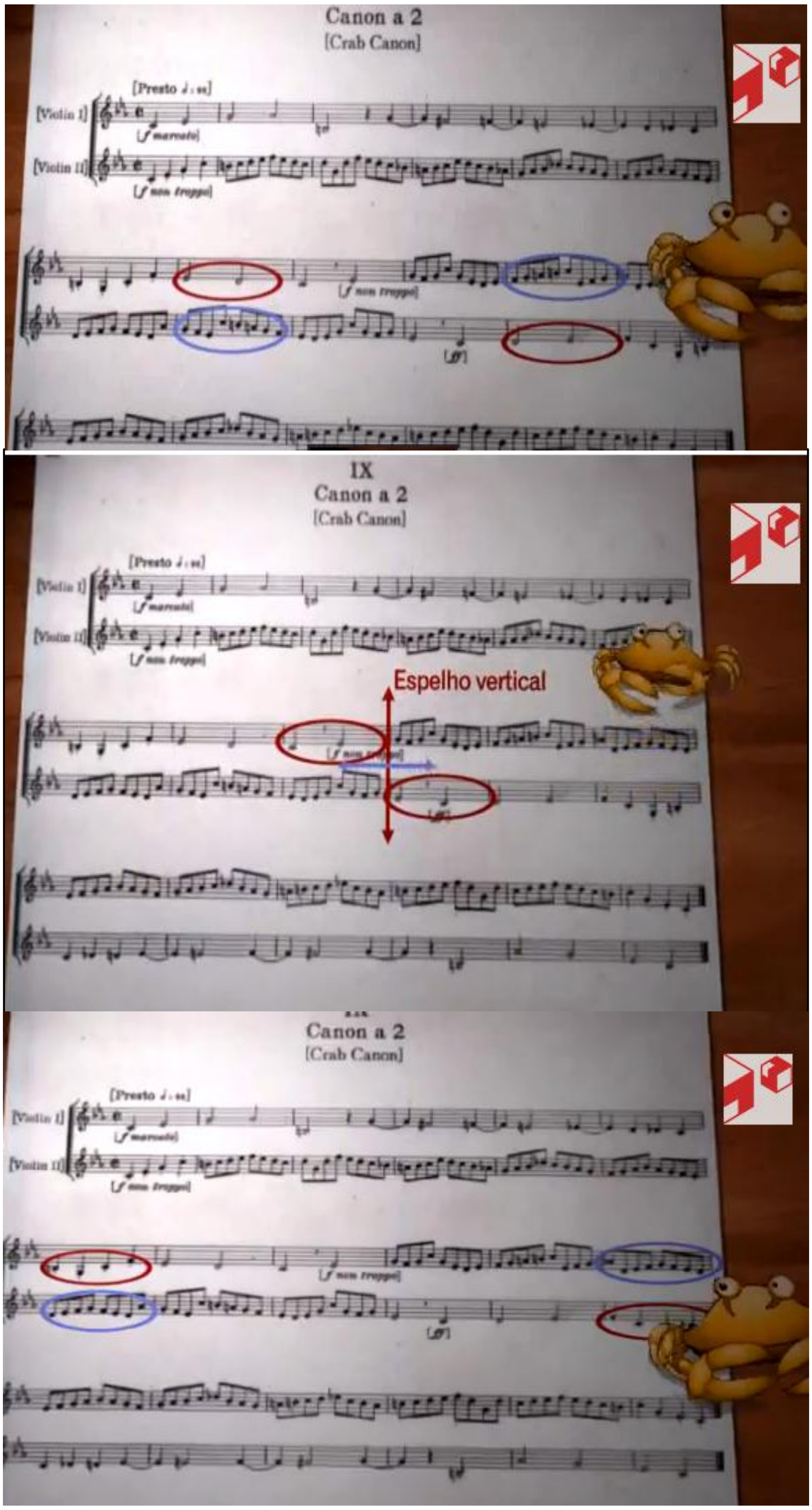
Fonte: CAMARGOS, 2011, p. 54

Além da obra do Cravo Bem Temperado, outra bem famosa do pianista Bach é a Oferenda Musical de 1747 em que ele apresenta três tipos de transformações em suas composições: translações (transposições ascendentes, como no canon *Ascendenteque Modulationem ascendat gloria Regis*), simetrias horizontais (inversões melódicas, como no canon *Per Motum Contrarium*) e simetrias verticais (retrogradações, como no canon a 2 que toca o mesmo tema começando na última nota retrocedendo até a primeira). Esses termos são próprios da Matemática no estudo sobre as transformações geométricas, o que mostra mais uma vez a afinidade entre essas áreas do conhecimento.

É possível que um músico toque algumas criações de Bach partindo da última nota da partitura retrocedendo até a primeira e a melodia seja a mesma se tocada do começo. Algumas de suas técnicas de composição são nomeadas de caranguejo, pois a repetição das notas se assemelha a um caranguejo andando para frente e para trás.

Um destes exemplos pode ser visto na Figura 1.16.

Figura 1.16 – Exemplo de transformações na obra de J. S. Bach



Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=O9gaEFCIgBk

1.1.4. Os logaritmos na Música

O ouvido humano não responde linearmente às intensidades sonoras, mas ao logaritmo desta intensidade. Essa afirmação é feita por Netto (2009) que acrescenta:

> A natureza construiu o ouvido de modo que ele possa detectar o ruído de uma simples folha caindo ao chão e também a explosão de uma bomba a poucos metros. Se a resposta fosse linear ao estímulo o ouvido seria destruído, como a resposta é logarítmica o ouvido suporta essa intensidade sonora muito maior (NETTO, 2009, s.p.).

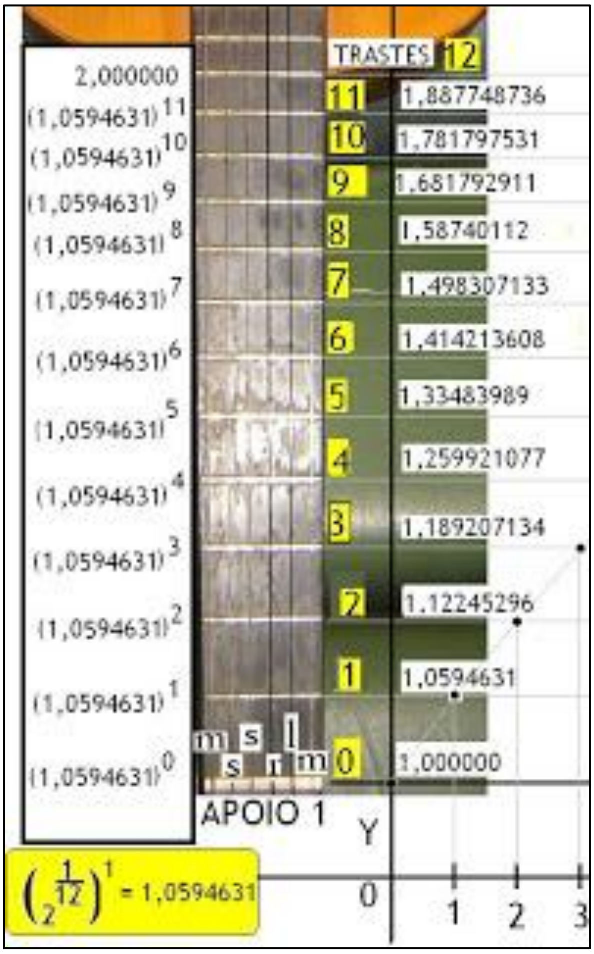
Em "A Música e os logaritmos", este autor apresenta a expressão logarítmica $10 \log \frac{P_1}{P_2}$ que traduz a relação entre duas potências sonoras P_1 e P_2, em que o resultado é medido em decibéis.

Outra aplicação deste conteúdo é identificada na construção de instrumentos de cordas. Um violão, por exemplo, tem suas cordas tensionadas pelas cravelhas até o ponto no qual suas frequências de vibrações estejam ajustadas ao valor desejado. Sendo assim, onde devem ser colocados os trastes de modo que ao tocar as cordas, possam emitir as mesmas vibrações ajustadas com outros instrumentos? Segundo Netto (2009) a lei matemática que define esta distância é dada por uma distribuição logarítmica:

$y = \left[2^{\frac{1}{12}}\right]^x$ ou x = $\log_{2^{\frac{1}{12}}} y$ em que x é a posição do traste.

Veja a aplicação da função acima na distribuição dos trastes de um violão (Figura 1.17).

Figura 1.17 – Localização dos trastes de um violão



Fonte: http://blogdevalumbrosius.blogspot.com.br/2009/05/musica-e-os-logaritmos_29.html

Neste mesmo exemplo, para calcular o período (T) do sinal emitido, que é o inverso da frequência, tem-se:

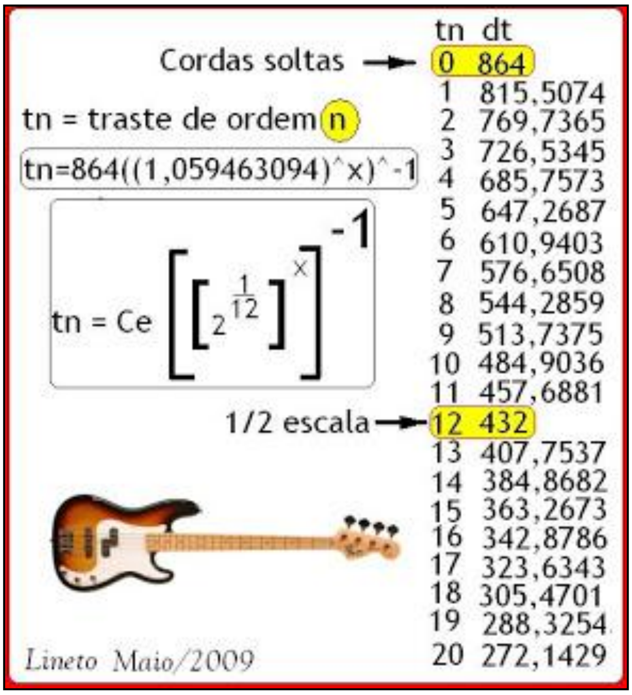
$$T = \frac{1}{\left[2^{\frac{1}{12}}\right]^{x}} \quad \rightarrow \quad T = \left[\left[2^{\frac{1}{12}}\right]^{x}\right]^{-1}$$

Na fórmula, T é o tempo de execução de um ciclo completo de cada oscilação produzida. No caso em que x = 0, a corda é vibrada e está solta, não sendo pressionada em nenhum traste. Ao calcular o comprimento da corda ao longo dos trastes (tn), multiplica-se o tempo da execução de um ciclo de oscilação (T) pela distância entre os dois suportes das cordas soltas (Ce):

$tn = Ce \cdot \left[\left[2^{\frac{1}{12}}\right]^{x}\right]^{-1}$, **x** é igual à ordem do traste; **tn** é o comprimento da corda até o traste de ordem n; **Ce** é a distância entre os dois suportes das cordas soltas.

Por exemplo, considerando um baixo de 864mm de comprimento, a distância dos trastes se dá como mostra a Figura 1.18.

Figura 1.18 – Posição dos trastes de um baixo de 864mm de comprimento



Fonte: http://blogdevalumbrosius.blogspot.com.br/2009/05/musica-e-os-logaritmos_29.html

1.1.5. Contribuições de alguns matemáticos

Nos itens anteriores, percebe-se que alguns matemáticos como Pitágoras e Euler mostraram livre trânsito pela Matemática e pela Música. Muitos outros se dedicaram ao estudo da Música como Mersenne, Fourier, Kepler, Galileu Galilei, Descartes e Schott. No texto que segue, estão algumas de suas contribuições.

O matemático, filósofo, músico teórico e padre francês Marin Mersenne (1636) em sua obra *Harmonie Universelle* apresenta considerações sobre as leis de vibração de uma corda esticada, estipulando padrões físicos para tais e determinando como a frequência diminui em relação às características físicas de uma corda. .

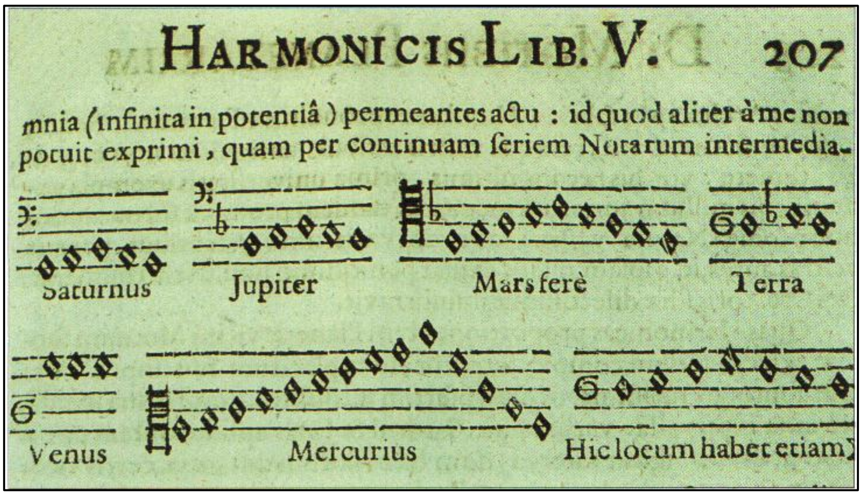
A Fórmula de Mersenne é dada por: $f = \frac{K^n}{L}\sqrt{\frac{T}{p}}$ em que **f** é a frequência, **L** é o comprimento da corda, **K** é uma constante proporcional, **n** é um número inteiro, **T** é a tensão a que a corda está sujeita e **p** é a densidade linear da corda (a massa da corda dividida pelo seu comprimento).

Atribui-se a esse matemático o estudo criterioso sobre as frequências audíveis o qual culminou na Fórmula de Mersenne já apresentada anteriormente. Ele também reorganizou as médias aritméticas e harmônicas em música, dadas respectivamente por: $M = \frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}{n}$ e $H = \frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}}$. A primeira determina a quinta posição de uma oitava e a segunda determina a quarta posição.

A chamada Teoria de Fourier recebe o nome do matemático Joseph Fourier que deu sequência aos estudos de Mersenne e Euler sobre os harmônicos, apresentando sua forte ligação aos números primos. Foram-lhe atribuídas, também, produção e representação dos sons mais complicados através de combinações de ondas senóides puras.

O matemático e astrônomo Joannes Kepler (1619) na sua obra *Harmonices Mundi* apresenta a Música das Esferas, com três leis sobre o movimento dos planetas e do sol e sua relação musical. Ele imaginou um coro no qual Mercúrio, a voz mais aguda, seria o Soprano, Vénus e Terra os Contraltos, Marte o Tenor, enquanto que Júpiter e Saturno, as vozes mais graves, seriam os Baixos. Nesta teoria da música celestial, ao planeta Terra correspondia um intervalo musical de meio-tom mi-fá (Figura 1.19).

Figura 1.19 – Música da Esferas



Fonte: http://laformuladelapiz.wordpress.com/tag/kepler

Outro matemático que estudou Teoria Musical foi Galileu Galilei que tocava alaúde como seu pai, Vicenzo Galilei. Este dedicou-se a análises sobre a acústica musical e mais tarde Galileu estendeu os estudos do pai, porém não fez registros destes, o que torna difícil saber o que ele concluiu.

Christiaan Huygens, filho de pai músico assim como Galileu Galilei, publicou em 1691 um notável ensaio de musicologia *Novus Cyclus Harmonicus* onde teorizou a divisão da oitava em 31 intervalos iguais e foi um dos primeiros a introduzir o cálculo de logaritmos na música.

Descartes (1650) no seu tratado *Compendium Musicae*, limita-se a razões de dois intervalos consonantes por meio de segmentos de comprimentos variáveis afirmando que apenas os números 2, 3 e 5 eram sonoros.

O matemático alemão, K. Schott, no século XVII foi responsável por relacionar a Análise Combinatória aos cantos harmônicos. Era por meio de permutações e combinações de **n** notas que ele calculou a tabela dos cantos que se podem fazer apenas com 9 notas.

Diante de tantas contribuições de matemáticos à Música, é oportuno lembrar Gardner (1994) quando afirma: “Haverá, é claro, padrões ou ordens para onde quer que olhemos – alguns triviais, outros não; e é o gênio (ou maldição) especial dos lógicos e matemáticos discernir estes padrões onde quer que eles por acaso se encontrem”.

1.2 O ensino de frações

Frações é um dos temas mais importantes dentre os tópicos do currículo matemático da Educação Básica e, também, um dos mais desafiadores. Muitas metodologias são discutidas em teses e artigos visando uma aprendizagem mais significativa neste conteúdo. No entanto, Machado (2007, s.p.) declara que “apesar dos avanços do ensino da matemática, o ensino de frações continua se caracterizando por uma prática voltada para a aprendizagem mecânica do algoritmo”.

Faz-se necessário destacar que as dificuldades em fração não se restringem apenas aos alunos, mas também atingem alguns professores que não têm o domínio do conteúdo. Muitas vezes isso ocorre pela má formação em Matemática que, infelizmente, repercute nos alunos.

Santos (2007) afirma que:

> Alguns alunos adquirem noções incompletas dos conceitos, vaga ideia do algoritmo, podendo aprender como somar ou dividir frações, mas de forma mecânica, sem verdadeira compreensão do que estão fazendo. (SANTOS et al, 2007, p.26)

Nem mesmo aqueles que aparentam muitas vezes saber tais conceitos e se mostram capazes de manipular operações com frações têm, de fato, um sólido conhecimento sobre o assunto. É o que afirma Nunes e Bryant (1997):

> Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não o tem. Elas usam os termos fracionais certos; elas falam sobre fração coerentemente; elas resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba (NUNES; BRYANT, 1997, p.191).

Trabalhar conceitos matemáticos vai além da memorização de algoritmos. Aplicá-los e relacioná-los faz-se mais necessário nos dias de hoje. É o que afirmam Vaz e Pinho (2011):

> [...] a sociedade mudou. Com o desenvolvimento das redes de informação e dos computadores, a memorização de tópicos e a habilidade de cálculo não são mais tão necessárias quanto até o século passado. Agora, a capacidade de manejar conceitos e estabelecer relações passa a ser fundamental (VAZ; PINHO, 2011, p.192).

As frações têm uma multiplicidade de aplicações, sendo de grande relevância a sua compreensão. Vasconcelos e Belfort (2006) relatam:

> As frações, assim como as operações fundamentais, também estão associadas a mais de uma ideia e, ao contrário do que se pensa, as frações estão presentes em muitas situações do nosso dia-a-dia. Em qualquer profissão que você exerça poderá encontrar situações em que deverá usar frações. Elas estão presentes quer numa mistura de bolo; quer na medida de canos e conexões; quer na manipulação de remédios. (VASCONCELOS; BELFORT, 2006 apud GOMES, 2010, p. 32).

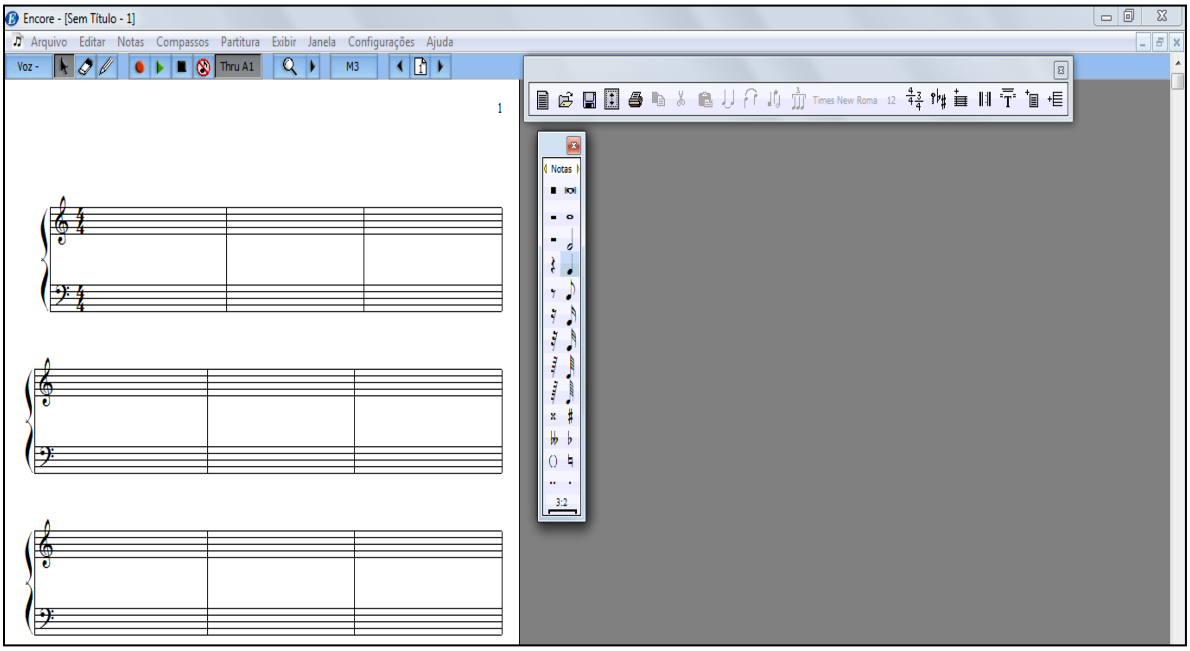
Percebe-se, porém, que o estudo de frações torna-se cada vez mais desconectado da realidade dos alunos, deixando-os desmotivados e incapazes de relacionar esse conceito ao seu cotidiano. Como consequência, não conseguem, muitas vezes, resolver problemas que envolvam este conteúdo.

Assim, faz-se necessária uma atenção especial para o processo de ensino e aprendizagem das frações.

1.3. O Software Encore

Segundo Ribeiro (2010) “a notação musical é uma linguagem gráfica complexa, com requisitos técnicos e estéticos rigorosos para os documentos produzidos”. Neste trabalho, buscou-se um software que atendesse a esses requisitos, facilitando a escrita das notações musicais necessárias na elaboração das atividades propostas. Utilizou-se, então, o software Encore 4.5.5 (Figura 1.20).

Figura 1.20– Interface do Software Encore 4.5.5

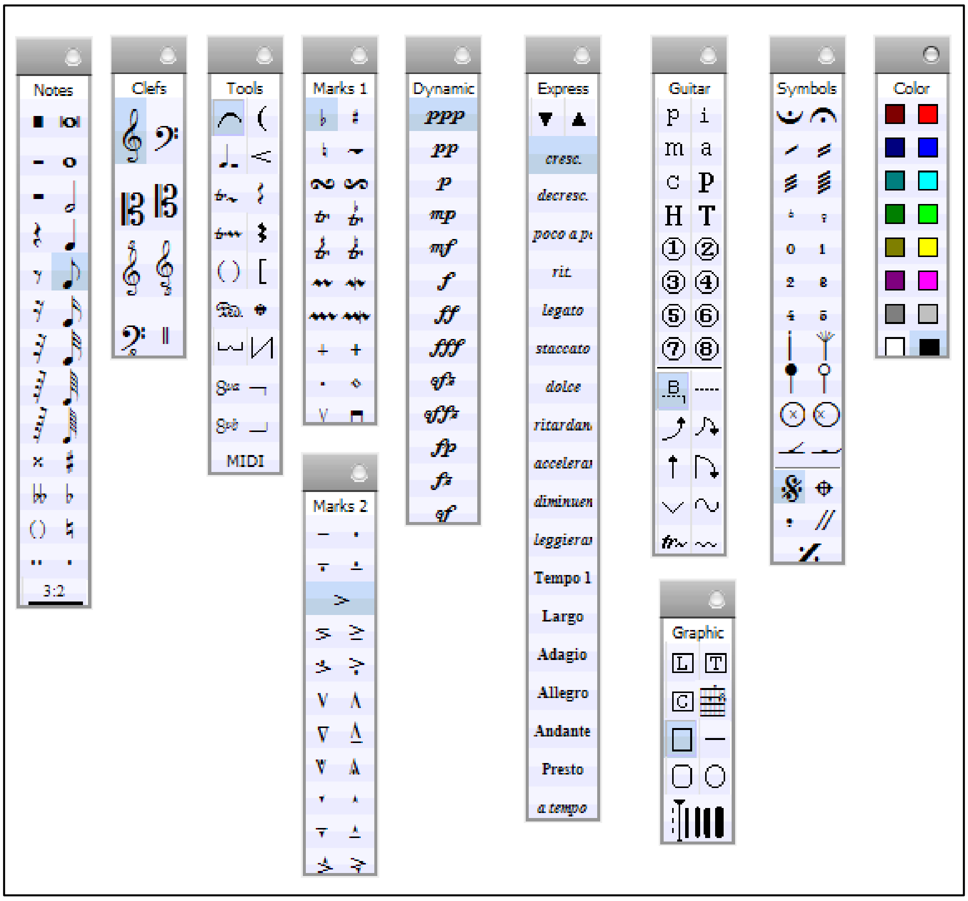


Fonte: elaboração própria

O Encore tem como característica a disponibilidade de ferramentas simples e de fácil uso principalmente para músicos amadores. As opções e configurações encontram-se organizadas através de menus temáticos de fácil acesso e visualização. É possível criar, editar e imprimir partituras além da possibilidade de escolher várias opções de formatação tais como tamanho do papel, quantidade de compassos em cada linha, quantidade de pautas por sistemas, numeração dos compassos, editores de texto, dentre outros recursos.

Para escrever as notas, pausas e demais símbolos o software dispõe de paletas com várias opções de grafias e cores variadas a serem usadas (Figura 1.21).

Figura 1.21 – Paletas com símbolos e opções de cores do Encore

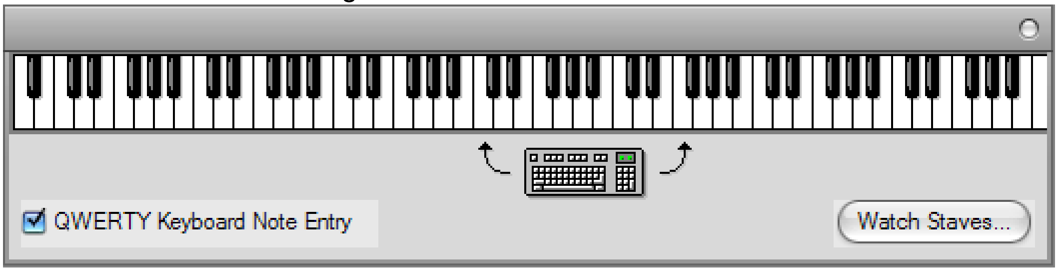


Fonte: http://www.esab.edu.br/arquivos/monografias/guilherme-ferreira-ribeiro.pdf

Quando uma nota é inserida na pauta, o software simultaneamente emite o som correspondente, facilitando a correção de uma operação errada. Após criar uma partitura, o usuário pode ouvir toda a sua composição por meio de uma ferramenta que faz tal execução.

O Encore foi lançado em 1990 pela Passport Designs, umas das pioneiras na criação MIDI (Musical Instrument Digital Interface). Tal recurso permite a entrada de elementos na partitura por outros meios além do mouse, que são o uso do teclado do computador (Figura 1.22) e o uso de um instrumento musical conectado ao computador.

Figura 1.22 – Teclado virtual do Encore



Fonte: http://www.esab.edu.br/arquivos/monografias/guilherme-ferreira-ribeiro.pdf

Sua versão para teste encontra-se gratuitamente disponível na internet no endereço http://www.baixaki.com.br/busca/?q=encore+4.5.5&go=.

O uso do Encore, neste trabalho, foi fundamental na escrita musical, pois sem ele o tempo de elaboração das Atividades seria bem maior.

Faz-se necessário ressaltar que existem outros softwares gratuitos com o mesmo fim do Encore, mas que não foram utilizados neste trabalho porque a professora em formação teve dificuldade de instalá-los e aprender a manipulá-los em tempo hábil para a elaboração das Atividades.

2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo apresenta a metodologia utilizada neste trabalho monográfico, assim como a elaboração da Proposta Didática.

2.1. Pesquisa Qualitativa

No desenvolvimento profissional dos professores, a pesquisa e a prática reflexivas são fundamentais. Moreira e Caleffe (2008) afirmam:

> O planejamento e a realização de pesquisas de pequena escala ou a avaliação de resultados de pesquisas, assim como o engajamento na reflexão crítica trazem muitas vantagens para o desenvolvimento profissional. Embora consuma tempo e não se aplique a todos os professores, a pesquisa torna o ato de ensinar mais do que a simples aplicação de conhecimento e de habilidades técnicas (MOREIRA; CALEFFE, 2008, p. 12)

A pesquisa pode ser feita por agrupamento de dados, analisados estatisticamente como é o caso da pesquisa quantitativa. Neste trabalho monográfico, buscou-se um modelo de pesquisa que não apenas apresentasse números, mas que permitisse um detalhamento sobre as atitudes dos estudantes perante o assunto abordado. Escolheu-se, então, uma pesquisa de caráter qualitativo, realizada por meio de um estudo de caso. Acerca deste modelo de pesquisa, Goldenberg (2009) afirma que:

> [...] os métodos qualitativos enfatizam as particularidades de um fenômeno em termos de seu significado para o grupo pesquisado. É como um mergulho em profundidade dentro de um grupo "bom para pensar" questões relevantes para o tema estudado (GOLDENBERG, 2009, p.50).

Segundo D'Ambrósio (2006), a pesquisa qualitativa busca entender e interpretar dados e discursos mesmo quando envolve grupos de participantes. Ele acredita, também, que ela "lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas". (D'AMBRÓSIO, 2006,p.19).

Na pesquisa qualitativa, prima-se pelo ambiente natural tendo-o como fonte direta de dados. Além disso, os investigadores deste tipo de pesquisa valorizam mais o processo do que simplesmente o resultado ou produto.

Quanto ao estudo de caso, Ponte (2006) afirma que:

> Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objetivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador (PONTE, 2006, p. 2).

As questões “como” e “por quê” citadas por Ponte (2006) levam o pesquisador a vínculos operacionais que necessitam ser traçados ao longo do tempo para um detalhamento e compreensão dos fatos, o que se contrapõe à organização apenas das frequências dentro de interrogativas como “o quê”, “onde” e “quantos”.

O autor ainda caracteriza o estudo de casos como:

> Uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse (PONTE, 2006, p.2).

Yin (2010) afirma que “[...] o método do estudo de caso permite que os investigadores retenham as características holísticas e significativas dos eventos da vida real” (YIN, 2010, p. 24). Completa relatando que “[...] qualquer achado ou conclusão do estudo de caso é, provavelmente, mais convincente e acurado se for baseado em diversas fontes diferentes de informação, seguindo um modo corroborativo” (YIN, 2010, p.143).

Neste trabalho monográfico, utilizaram-se várias fontes de coleta de dados como o questionário de sondagem, o registro das respostas dadas pelos alunos no material impresso, a gravação em áudio dos encontros e as anotações feitas pela professora em formação sobre o comportamento dos estudantes frente à proposta de trabalho.

Além disso, utilizou-se o vídeo como um recurso metodológico na exibição de dois recortes do filme Arte & Matemática da TV Escola[2], objetivando enfatizar as relações entre a Matemática e a Música por meio de imagens Morán (1995) afirma que o uso do vídeo como ilustração aproxima o aluno de realidades distantes e desconhecidas. O autor relata que:

> O vídeo muitas vezes ajuda a mostrar o que se fala em aula, a compor cenários desconhecidos dos alunos. Por exemplo, um vídeo que exemplifica como eram os romanos na época de Júlio César ou Nero, mesmo que não seja totalmente fiel, ajuda a situar os alunos no tempo histórico. Um vídeo traz para a sala de aula realidades distantes dos alunos, como por exemplo, a Amazônia, a África ou a Europa. A vida aproxima-se da escola através do vídeo (MORÁN,1995, p. 30).

2.2. Elaboração do Questionário de Sondagem

O Questionário de Sondagem (Apêndice A) é composto de três perguntas. A primeira tem como objetivo saber se o aluno tem ou teve alguma vivência musical, seja instrumental ou vocal.

A segunda pergunta, com o objetivo de saber o nível de compreensão que os alunos têm sobre operações com frações, traz algumas expressões para resolução.

A terceira pergunta é sobre as expectativas dos alunos sobre o tema a ser abordado que trata das relações entre a Matemática e a Música.

2.3. Elaboração da Proposta Didática

A Proposta Didática, elaborada neste trabalho monográfico consta de cinco partes: Introdução, Atividade 1, Notação Musical e Atividades 2 e 3.

Para desenvolvimento dessa Proposta, alguns recursos tecnológicos e instrumentais são utilizados como um teclado musical, um violão e um datashow, além do próprio corpo.

Foram elaboradas quatro apostilas referentes às Atividades 1, 2 e 3 e a parte da Notação Musical.

---

[2] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=O0iiBLGIgyo Acesso em 10 set 2013.

Pretende-se com este trabalho proporcionar ao aluno percepções sobre frações a partir de células rítmicas, mais especificamente considerando os valores das figuras musicais.

2.3.1. Introdução

Introdução consta da apresentação de slides e de vídeos que trata da relação entre a Música e a Matemática.

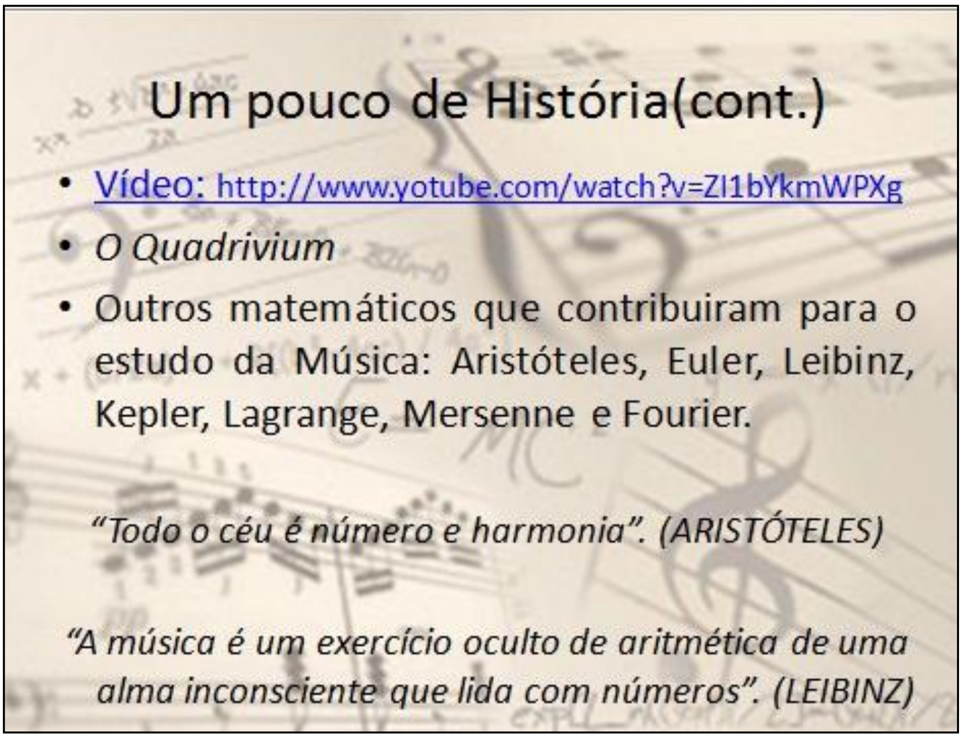
No primeiro slide, são mostradas as primeiras descobertas de Pitágoras com o monocórdio (Figura 2.1).

Figura 2.1 – Slide sobre algumas relações entre a Matemática e a Música

Fonte: elaboração própria

No segundo slide são apresentados um vídeo da TV Escola, o *Quadrivium* que dividia a Matemática em quatro ciências, dentre elas a Música e os nomes e frases de alguns matemáticos que contribuíram para o estudo da Música (Figura 2.2).

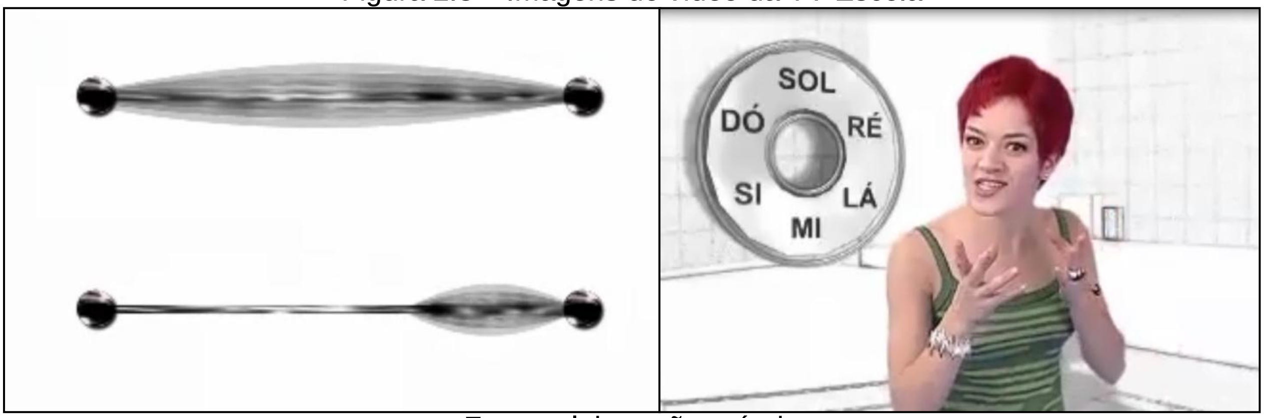
Figura 2.2 – Slide sobre um pouco da história entre a Matemática e a Música



Fonte: elaboração própria

O vídeo da TV Escola mostra de maneira prática como o experimento de Pitágoras com o monocórdio se deu (Figura 2.3).

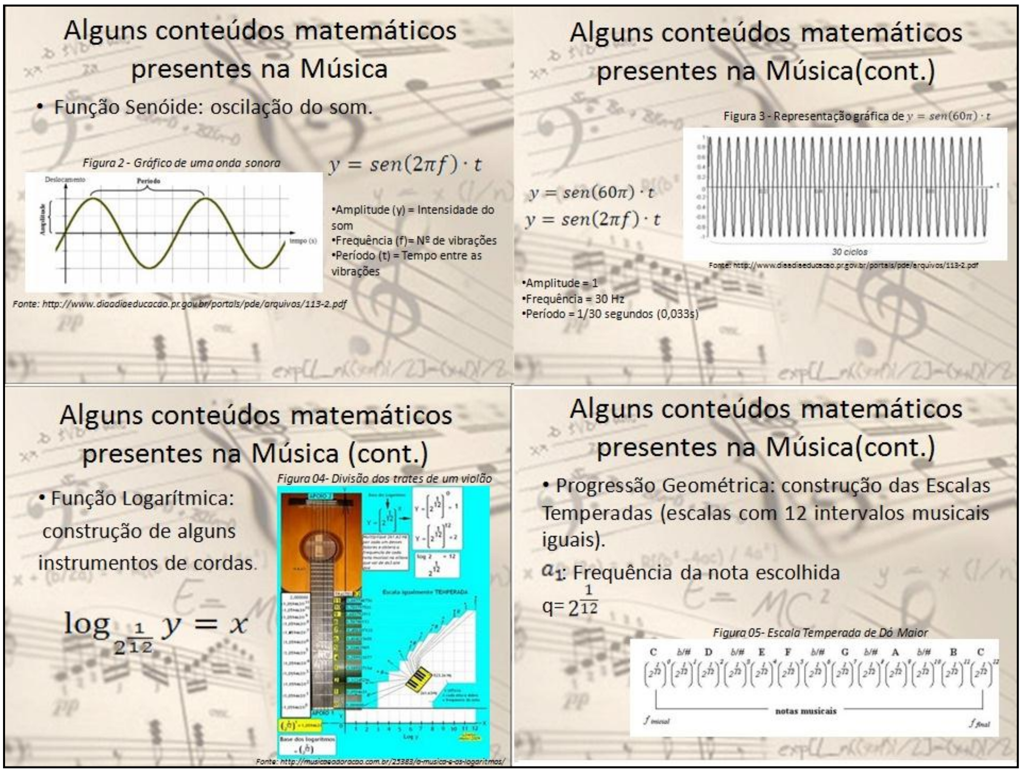
Figura 2.3 – Imagens do vídeo da TV Escola



Fonte: elaboração própria

Em seguida, no terceiro slide, mostram-se alguns conteúdos matemáticos presentes na Música, tais como a Função Senóide e a Logarítmica, dentre outros (Figura 2.4).

Figura 2.4 – Slide sobre alguns conteúdos matemáticos presentes na Música



Fonte: elaboração própria

Utiliza-se um violão para indicar a posição dos trastes, na construção de instrumentos de cordas, determinada por uma função logarítmica.

A seguir, é apresentado outro trecho do vídeo da TV Escola que traz o depoimento do músico Wynton Marsalis e do mestre de samba Divino sobre a presença dos números nas contagens dos tempos musicais, de padrões, frequências das notas e ritmos (Figura 2.5).

Figura 2.5 – Imagens do vídeo da TV escola

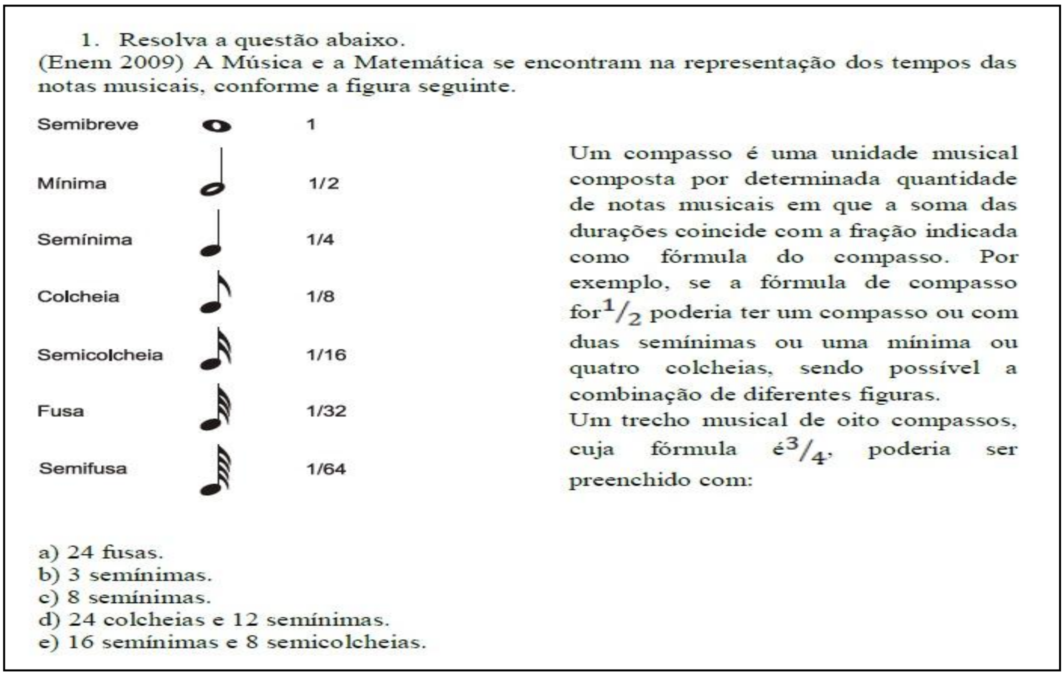
Fonte: elaboração própria

Após este primeiro momento, dá-se início à Atividade 1.

2.3.2. Atividade 1

A Atividade 1 (Apêndice B) consta de cinco questões. A primeira delas (Figura 2.6) tem como objetivo explorar a proporcionalidade existente entre as figuras musicais.

Figura 2.6 - Primeira questão da Atividade 1



1. Resolva a questão abaixo.

(Enem 2009) A Música e a Matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.

Semibreve	1
Mínima	1/2
Semínima	1/4
Colcheia	1/8
Semicolcheia	1/16
Fusa	1/32
Semifusa	1/64

Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for $^1/_2$ poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras.

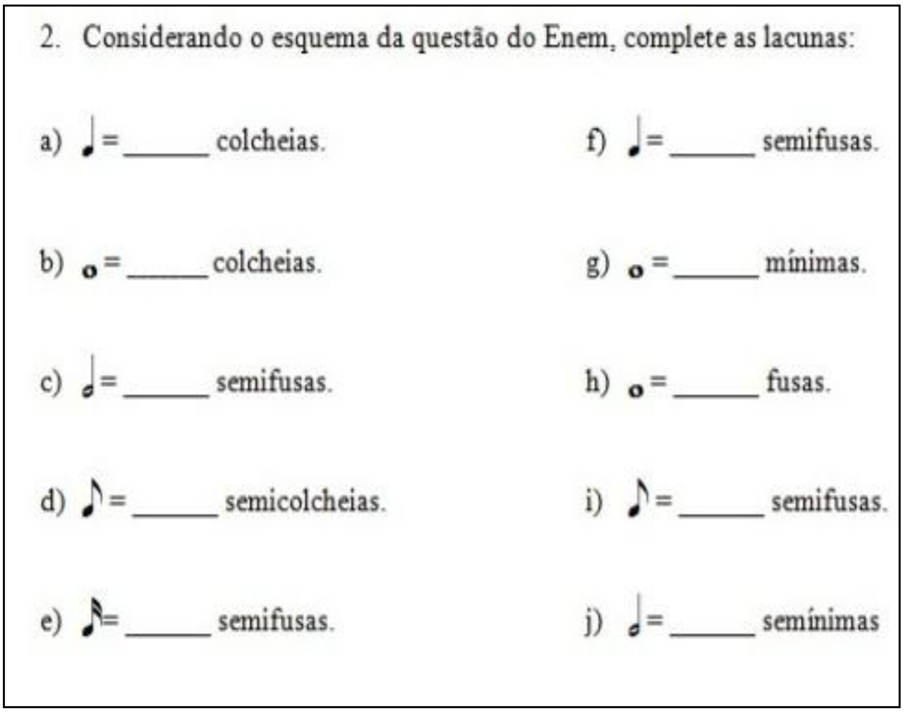
Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $^3/_4$, poderia ser preenchido com:

a) 24 fusas.
b) 3 semínimas.
c) 8 semínimas.
d) 24 colcheias e 12 semínimas.
e) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

Fonte: ENEM 2009. Adaptada pela autora.

A segunda (Figura 2.7) foi elaborada a partir da questão do ENEM e possui o mesmo objetivo da primeira.

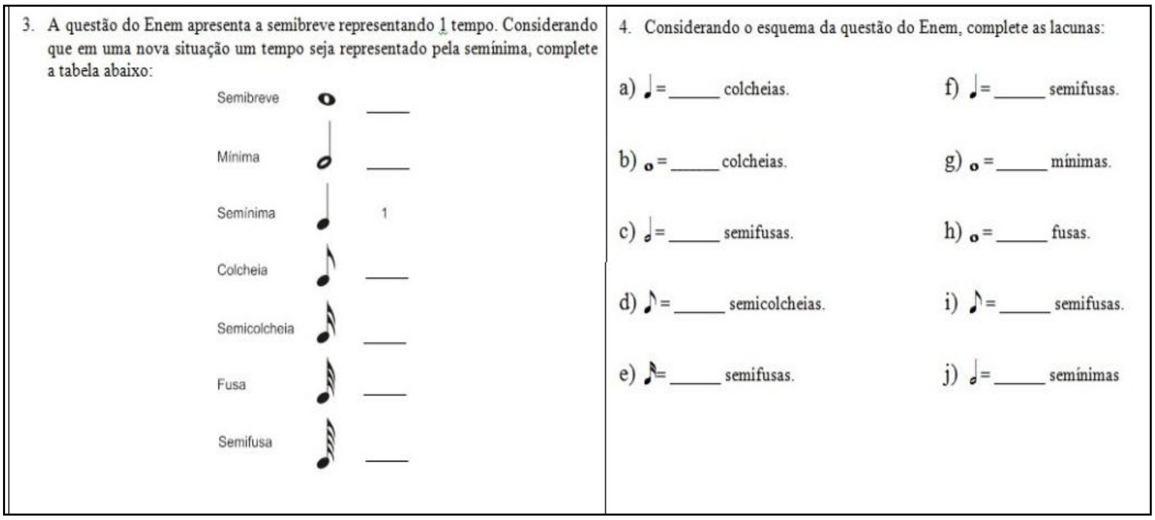
Figura 2.7 – Questões 2 da Atividade 1



Fonte: elaboração própria

As questões 3 e 4 (Figura 2.8) trazem a mesma proposta das questões 1 e 2, porém consideram a semínima como unidade de tempo.

Figura 2.8 – Questões 3 e 4 da Atividade 1



Fonte: elaboração própria

A quinta questão (Figura 2.9) é composta por operações de soma e multiplicação entre frações e propõe a representação dessas operações por uma figura ou um conjunto de figuras musicais equivalentes.

Figura 2.9 – Questão 5 da Atividade 1

5. Considerando a ♩=1, que figura ou conjunto de figuras corresponde às operações abaixo?

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ ______________________________

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ ______________________________

c) $2+\frac{3}{8}$ ______________________________

d) $2+\frac{4}{8}$ ______________________________

e) $4\times\frac{1}{2}$ ______________________________

f) $5\times\frac{1}{8}$ ______________________________

Fonte: elaboração própria

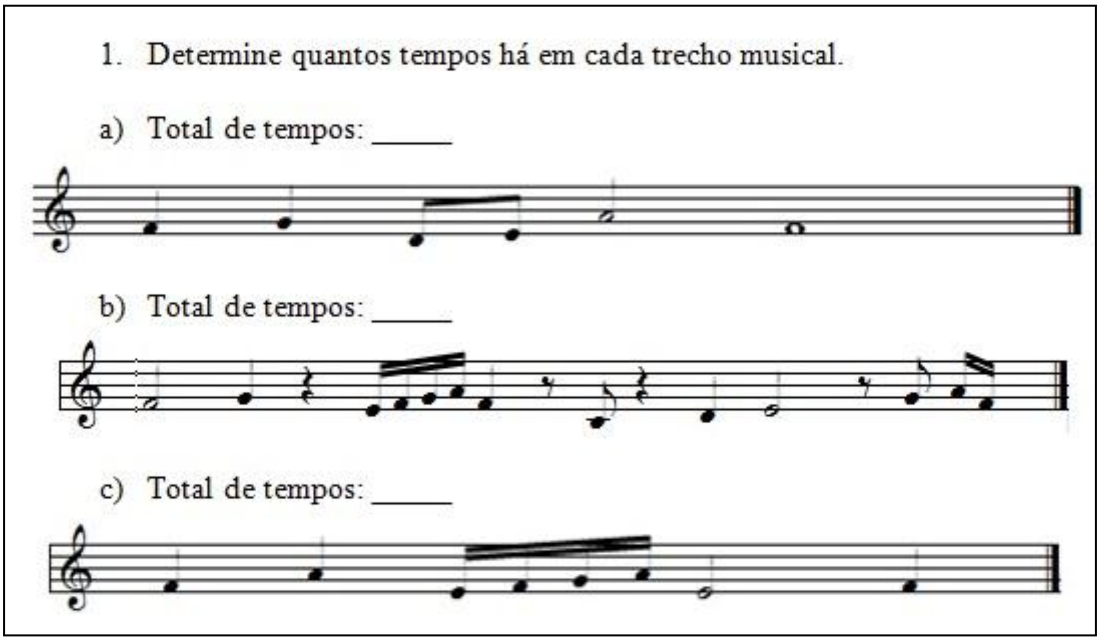
2.3.3. Notação Musical

Na apostila sobre Notação Musical (Apêndice C), são apresentados conceitos e símbolos da Música como pauta, clave, fórmula de compasso, dentre outros, importantes para a resolução das próximas Atividades.

2.3.4. Atividade 2

A Atividade 2 (Apêndice D) possui seis questões. A primeira (Figura 2.10) apresenta três trechos musicais e tem como objetivo descobrir o total de tempos de cada trecho, associando cada figura ao seu valor, inteiro ou fracionário.

Figura 2.10 – Questão 1 da Atividade 2



Fonte: elaboração própria

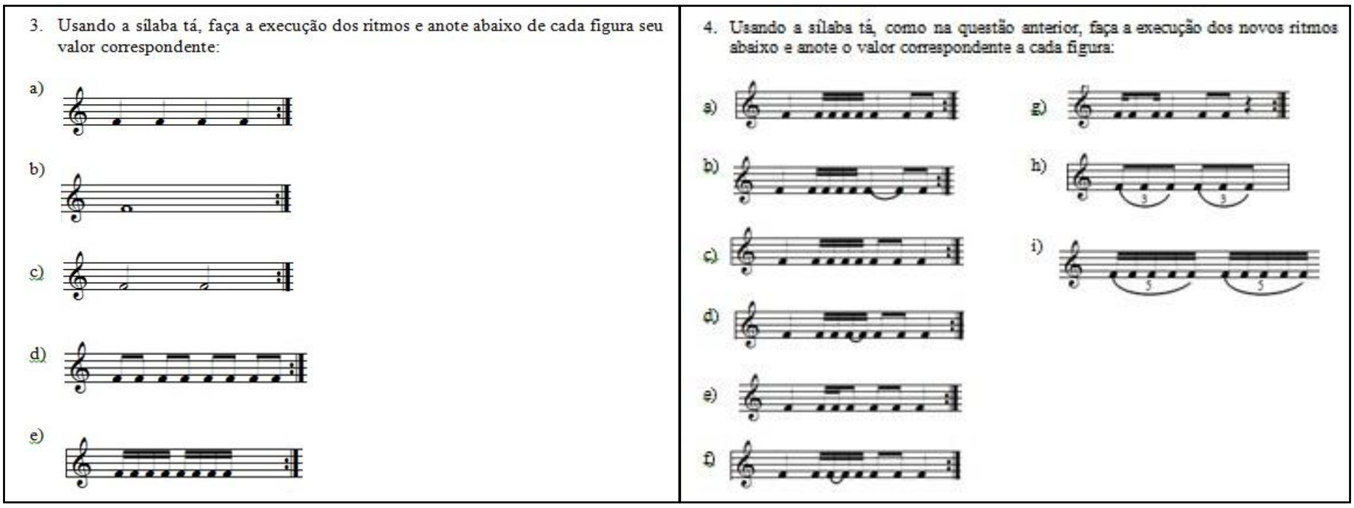
A segunda (Figura 2.11), ao contrário, apresenta o total de tempos e tem como objetivo criar um trecho musical utilizando a contagem dos valores referente às figuras musicais. Alguns trechos apresentados na primeira questão e criados na segunda são executados no teclado a fim de que a associação entre o som e a fração comece a ser percebida.

Figura 2.11 – Questão 2 da Atividade 2

Fonte: elaboração própria

A terceira e a quarta questões são fundamentais nesta proposta. É nesse momento que a fração é "ouvida" por meio da duração dos sons executados que seguem os valores das figuras musicais. As células rítmicas apresentadas têm como objetivo a execução de cada trecho por meio da associação: duração do som – fração correspondente ao tempo das figuras. A execução é feita com o auxílio de palmas, da sílaba “tá” ou da contagem oral dos tempos. Na quarta questão o nível de dificuldade na execução dos ritmos é maior que os apresentados na terceira (Figura 2.12).

Figura 2.12 – Questões 3 e 4 da Atividade 2



Fonte: elaboração própria

A quinta questão tem o mesmo objetivo da segunda, embora com um maior grau de dificuldade. É apresentado o total de tempos em cada item e as células rítmicas que deverão compor cada trecho (Figura 2.13).

Figura 2.13 – Questão 5 da Atividade 2

Fonte: elaboração própria

A última questão é o jogo das células rítmicas (Figura 2.14). Dois grupos são formados e cada um recebe um conjunto numerado de cartões, cada qual com uma célula rítmica. Após a execução de um dos ritmos feito por um dos grupos, o outro descobre mostrando o número do cartão.

O objetivo é que o aluno faça a associação entre o som e a escrita, e que dessa forma perceba “sonoramente” as frações que estão implicitamente representadas em cada célula rítmica.

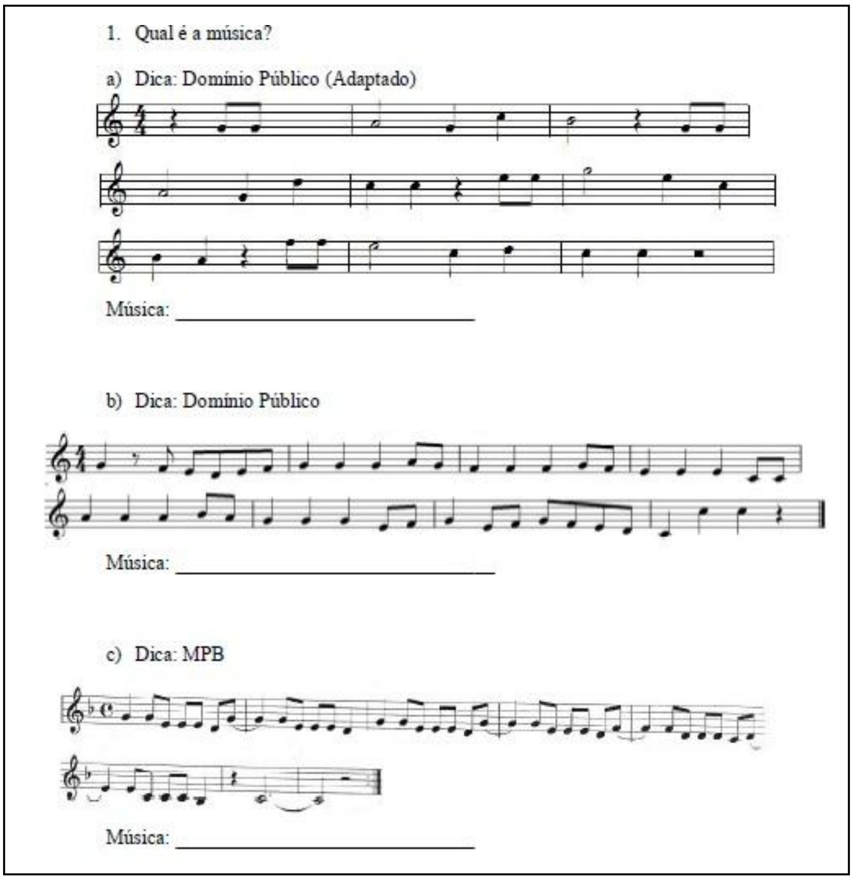
Figura 2.14 – Questão 4 da Atividade 2

Fonte: elaboração própria

2.3.5. Atividade 3

A Atividade 3 (Apêndice E) é composta de duas questões. A primeira (Figura 2.15) é o “Qual é a música?” em que o ritmo de um trecho musical de uma composição conhecida é executado com o uso do corpo e solicita-se o nome da música que é tocada em seguida no teclado. Fazem parte dessa questão, trechos das seguintes melodias: Parabéns a você, Atirei o pau no gato e Garota de Ipanema. O objetivo é descobrir qual é o nome da música que está sendo executada, por meio da execução rítmica dos trechos. Dessa forma, estará sendo feita a associação entre a duração do som e a fração referente à figura musical.

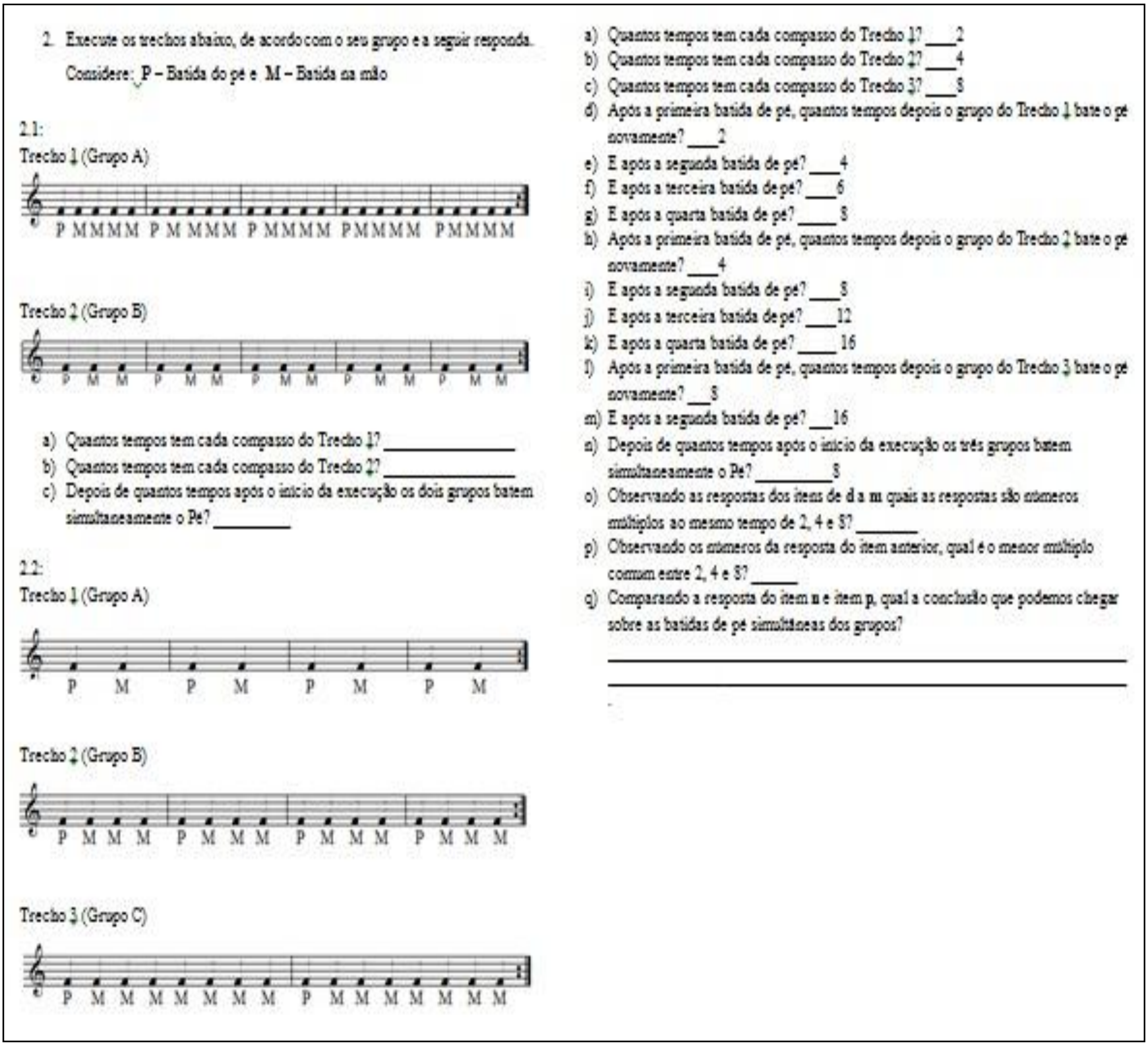
Figura 2.15 – Questão 1 da Atividade 3



Fonte: elaboração própria

A segunda questão é uma adaptação de uma matéria da Revista Cálculo (BICUDO, 2012) intitulada “O som gostoso de $y = sen(2\pi nt)$”. Trata-se de uma atividade que utiliza o corpo, com batidas de pé e mão e que envolve o conceito de mínimo múltiplo comum (m.m.c.). Nesta proposta, são apresentados dois casos para serem executados simultaneamente pela turma dividida em grupos. Após as execuções, são respondidos os itens com o objetivo de que os alunos percebam que a batida simultânea dos pés após o início da execução se dá no m.m.c. dos tempos dos compassos de cada caso (Figura 2.16).

Figura 2.16 – Questão 2 da Atividade 3



2. Execute os trechos abaixo, de acordo com o seu grupo e a seguir responda.

Considere: P – Batida do pé e M – Batida na mão

2.1:

Trecho 1 (Grupo A)

P MMMM P M MMM P MMMM PMMMM PMMMM

Trecho 2 (Grupo B)

P M M P M M P M M P M M P M M

a) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 1? ______________

b) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 2? ______________

c) Depois de quantos tempos após o início da execução os dois grupos batem simultaneamente o Pé? _________

2.2:

Trecho 1 (Grupo A)

P M P M P M P M

Trecho 2 (Grupo B)

P M M M P M M M P M M M P M M M

Trecho 3 (Grupo C)

P M M M M M M M P M M M M M M M

a) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 1? ___2

b) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 2? ___4

c) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 3? ___8

d) Após a primeira batida de pé, quantos tempos depois o grupo do Trecho 1 bate o pé novamente? ___2

e) E após a segunda batida de pé? ___4

f) E após a terceira batida de pé? ___6

g) E após a quarta batida de pé? ____ 8

h) Após a primeira batida de pé, quantos tempos depois o grupo do Trecho 2 bate o pé novamente? ___4

i) E após a segunda batida de pé? ___8

j) E após a terceira batida de pé? ___12

k) E após a quarta batida de pé? ____ 16

l) Após a primeira batida de pé, quantos tempos depois o grupo do Trecho 3 bate o pé novamente? __8

m) E após a segunda batida de pé? __16

n) Depois de quantos tempos após o início da execução os três grupos batem simultaneamente o Pé? ________8

o) Observando as respostas dos itens de d a m quais as respostas são números múltiplos ao mesmo tempo de 2, 4 e 8? _______

p) Observando os números da resposta do item anterior, qual é o menor múltiplo comum entre 2, 4 e 8? _____

q) Comparando a resposta do item n e item p, qual a conclusão que podemos chegar sobre as batidas de pé simultâneas dos grupos?

____

____

Fonte: elaboração própria

Essa questão não está diretamente ligada ao objetivo da pesquisa, porém entende-se ser este um conteúdo relevante e que, indiretamente, aparece nas questões elaboradas. Aliado a este fato, procurou-se aproveitar a linguagem musical que já estava sendo utilizada para oportunizar aos alunos uma percepção sobre esse tema.

3. RELATO DE EXPERIÊNCIA

3.1. Teste Exploratório

O teste exploratório foi realizado com cinco alunas do 3º. e 7º. períodos de um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública da cidade de Campos dos Goytacazes, em três encontros, num total de seis horas. A escolha do público-alvo deu-se por disponibilidade de horário e interesse das alunas.

A realização do mesmo teve por finalidade a verificação da clareza dos enunciados das Atividades bem como a relação entre a Proposta Didática apresentada e o objetivo da pesquisa, a ordem dessa Proposta e a adequação do tempo de aplicação da mesma.

3.1.1. Primeiro Encontro

Esse encontro foi realizado no dia 17/12/2012 com carga horária de duas horas e contou com a presença de oito alunas que, primeiramente, responderam o questionário de sondagem. Este continha quatro perguntas sobre a vivência musical de cada uma, a compreensão que possuíam sobre frações, operações com frações e o menor múltiplo comum (m.m.c.), bem como as expectativas quanto ao curso. Devido à ausência de três alunas durante os encontros seguintes, somente cinco resultados foram considerados durante todo o trabalho.

Em relação às questões do questionário da experimentação, o do teste exploratório possui uma questão diferente. Esta pede uma explicação sobre o ensino de fração e m.m.c. voltada ao grupo de alunos da Licenciatura em Matemática.

No caso do questionário, somente três foram considerados já que duas alunas chegaram atrasadas no primeiro momento não respondendo a eles. Dos três apurados, verificou-se que:

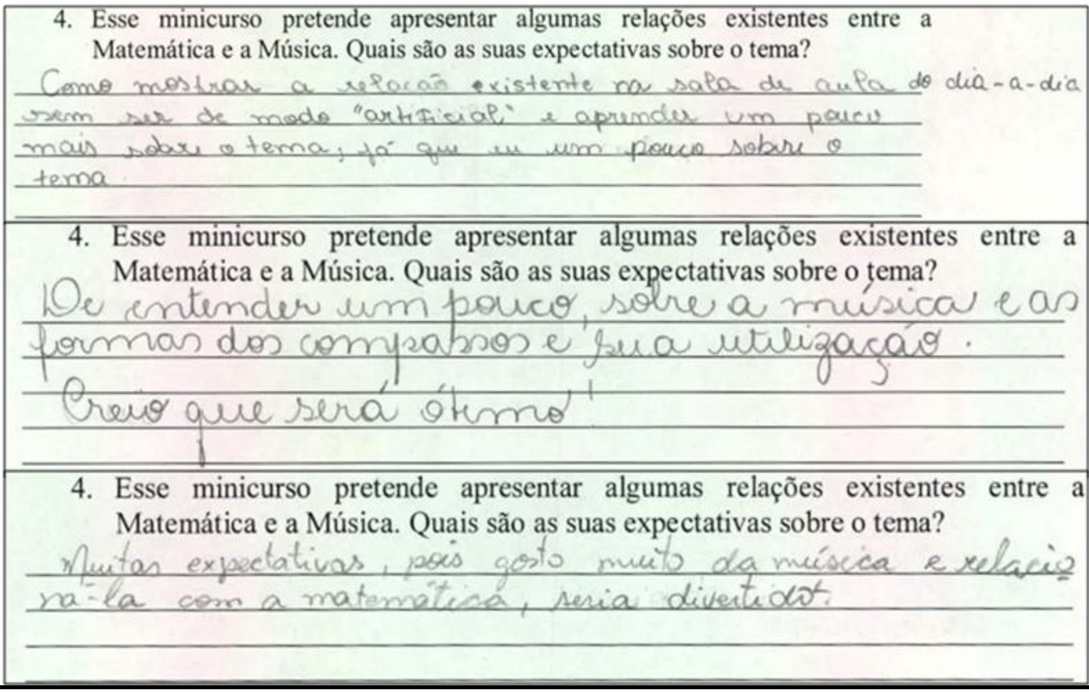
(i) as três alunas tinham vivência musical em canto e uma delas tocava um instrumento musical;

(ii) duas alunas resolveram todas as operações com frações corretamente, e uma delas errou somente o item **a** considerando que $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$;

(iii) as três alunas explicaram o conceito de fração partindo da ideia do todo e das partes. Ainda nesta questão, a explicação do conceito do m.m.c. foi respondida por duas alunas, partindo de exemplos de soma de frações com denominadores diferentes e sobre como encontrar frações equivalentes, por não "poderem somar ou subtrair coisas diferentes";

(iv) na questão 4, as expectativas entre as alunas foram diferentes, visto que uma esperava que o minicurso fizesse a relação entre a Matemática da "sala de aula" e a Matemática do "dia a dia"; outra esperava aprender sobre Música e as formas de compasso e por último, a terceira escreveu que gostava muito de Música e que achava divertido relacioná-la à Matemática (Figura 3.1).

Figura 3.1 – Respostas das alunas na questão 4 do Questionário de Sondagem


4. Esse minicurso pretende apresentar algumas relações existentes entre a Matemática e a Música. Quais são as suas expectativas sobre o tema?

Como mostrar a relação existente na sala de aula do dia-a-dia sem ser de modo "artificial" e aprender um pouco mais sobre o tema, já que eu um pouco sobre o tema.

4. Esse minicurso pretende apresentar algumas relações existentes entre a Matemática e a Música. Quais são as suas expectativas sobre o tema?

De entender um pouco, sobre a música e as formas dos compassos e sua utilização. Creio que será ótimo!

4. Esse minicurso pretende apresentar algumas relações existentes entre a Matemática e a Música. Quais são as suas expectativas sobre o tema?

Muitas expectativas, pois gosto muito da música e relacioná-la com a matemática, seria divertido.

Fonte: protocolo de pesquisa

O questionário foi recolhido e a professora em formação fez a apresentação do tema e dos conteúdos a serem vistos nesse Primeiro Encontro. Em seguida, foi apresentado o Slide 1 que mostra historicamente evidências da relação Matemática/Música (Figura 3.2).

Figura 3.2 – Apresentação do Slide 1

Fonte: elaboração própria

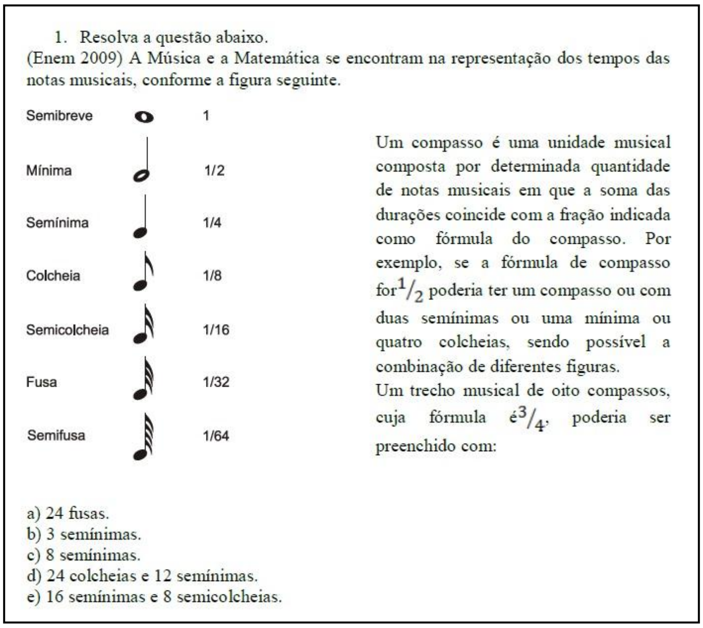
Apresentou-se o vídeo da TV Escola e os Slides 2 e 3. Foi utilizado um teclado musical para ilustrar a escala temperada e um violão para mostrar as relações logarítmicas na construção de instrumentos de cordas (Figura 3.3).

Figura 3.3 - Professora em formação apresentando um vídeo e utilizando o violão, ambos para ilustrar a relação entre a Matemática e a Música

Fonte: elaboração própria

Após a apresentação dos slides, as alunas receberam a Atividade 1 e resolveram a primeira questão (Figura 3.4).

Figura 3.4 – Questão 1 da Atividade 1



1. Resolva a questão abaixo.

(Enem 2009) A Música e a Matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.

Semibreve	1
Mínima	1/2
Semínima	1/4
Colcheia	1/8
Semicolcheia	1/16
Fusa	1/32
Semifusa	1/64

Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for $^1/_2$ poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras.

Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $^3/_4$, poderia ser preenchido com:

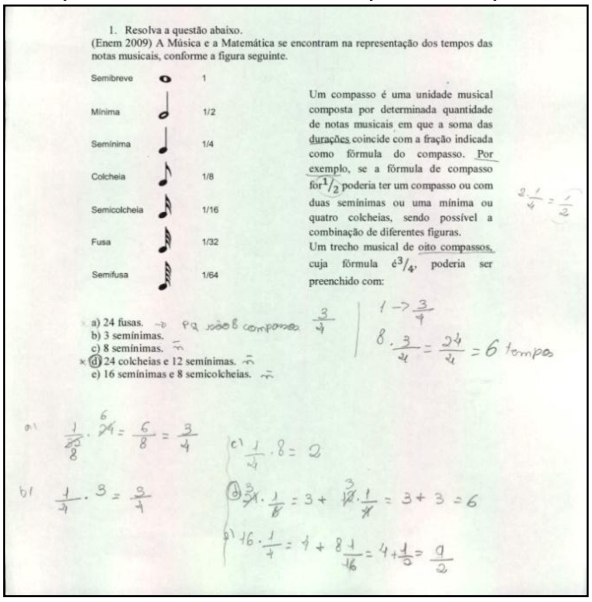
a) 24 fusas.
b) 3 semínimas.
c) 8 semínimas.
d) 24 colcheias e 12 semínimas.
e) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

Fonte: elaboração própria

Percebeu-se que algumas alunas não entenderam que a fórmula de cada compasso seria $\frac{3}{4}$ pois consideravam que $\frac{3}{4}$ correspondia à soma de todos os compassos. Fez-se necessária a releitura da questão pela professora em formação e pela professora orientadora de forma a esclarecer tal situação. Essa dificuldade na leitura e interpretação de um texto é comentada por Fonseca e Cardoso (2009) quando afirmam que nas aulas de Matemática, “as oportunidades de leitura não são tão frequentes quanto poderiam, pois os professores tendem a promover muito mais atividades de ‘produção matemática’, entendida como resolução de exercícios” (FONSECA; CARDOSO, 2009, p.66).

Depois, todas as alunas fizeram a substituição dos valores das figuras musicais em cada item (Figura 3.5) até encontrarem a alternativa correta.

Figura 3.5 – Resposta de uma aluna na primeira questão da Atividade 1

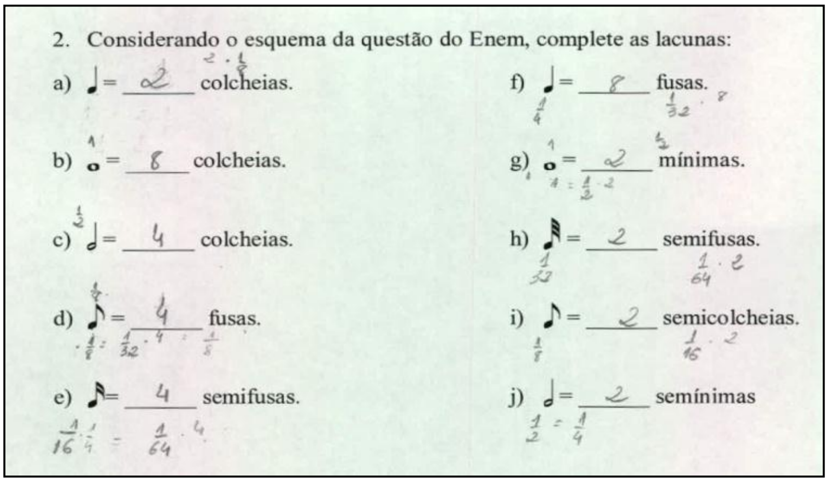


Fonte: protocolo de pesquisa

Após a correção da questão 1, as alunas fizeram a questão 2 sem apresentar dificuldade, bem como as questões 3 e 4. Ao terminarem as correções destas, a professora em formação fez uma comparação das respostas das questões 2 e 4 e as alunas concluíram que as respostas eram iguais, pois mesmo atribuindo o valor de um tempo à semibreve na questão 2 e um tempo à semínima na questão 4, as proporções entre as figuras mantinham-se as mesmas.

A professora em formação percebeu que os itens das questões 2 e 4 ficaram com respostas bem parecidas (Figura 3.6).

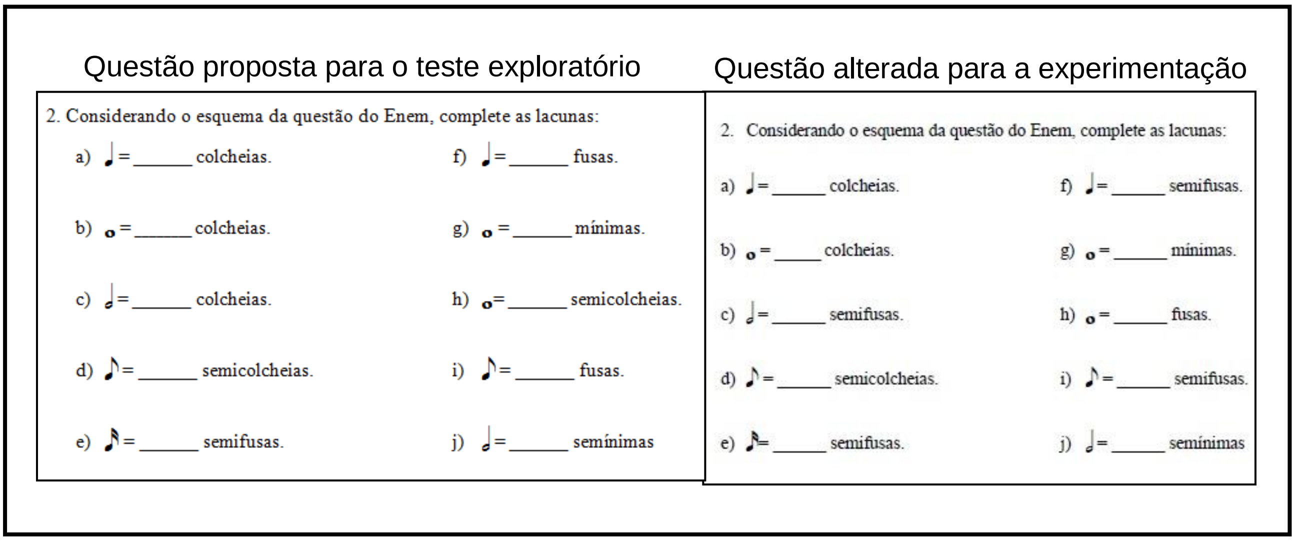
Figura 3.6 – Resposta de uma aluna na questão 2



Fonte: protocolo de pesquisa

Portanto, fez-se necessária a alteração dessas questões para que as respostas ficassem menos repetitivas (Figura 3.7).

Figura 3.7 – Comparativo e alteração da Questão 2 da Atividade 1



Questão proposta para o teste exploratório

2. Considerando o esquema da questão do Enem, complete as lacunas:

a) ♩ = ______ colcheias.
b) 𝅝 = ______ colcheias.
c) 𝅗𝅥 = ______ colcheias.
d) ♪ = ______ semicolcheias.
e) 𝅘𝅥𝅯 = ______ semifusas.
f) ♩ = ______ fusas.
g) 𝅝 = ______ mínimas.
h) 𝅝 = ______ semicolcheias.
i) ♪ = ______ fusas.
j) 𝅗𝅥 = ______ semínimas

Questão alterada para a experimentação

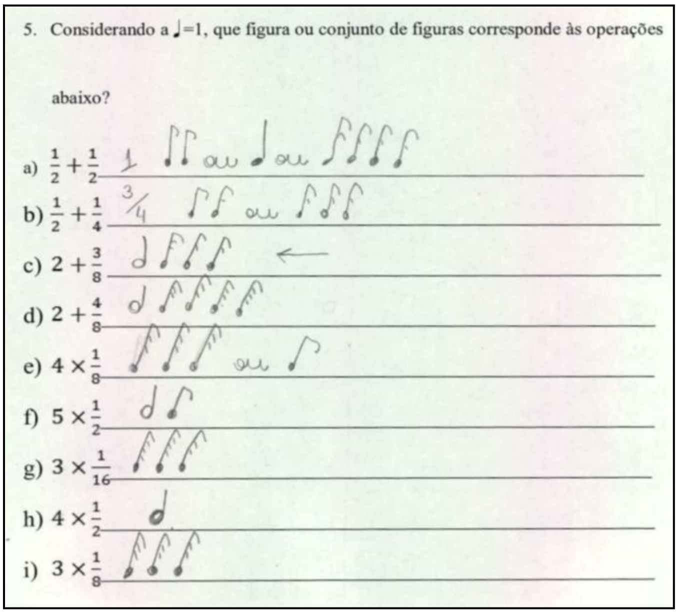
2. Considerando o esquema da questão do Enem, complete as lacunas:

a) ♩ = ______ colcheias.
b) 𝅝 = ______ colcheias.
c) 𝅗𝅥 = ______ semifusas.
d) ♪ = ______ semicolcheias.
e) 𝅘𝅥𝅯 = ______ semifusas.
f) ♩ = ______ semifusas.
g) 𝅝 = ______ mínimas.
h) 𝅝 = ______ fusas.
i) ♪ = ______ semifusas.
j) 𝅗𝅥 = ______ semínimas

Fonte: elaboração própria

Em virtude do tempo, a questão 5 foi resolvida no quadro de forma coletiva. Algumas alunas começaram a resolver os itens operando as frações e substituindo o valor encontrado por figuras musicais. A professora em formação, em todos os itens, perguntou se havia outra resposta equivalente. Isso fez com que elas pensassem em outras representações, por vezes, mais sintetizadas (Figura 3.8).

Figura 3.8 – Respostas de uma aluna na Questão 5 da Atividade 1



5. Considerando a ♩=1, que figura ou conjunto de figuras corresponde às operações abaixo?

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ 1 ou ou
b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ 3/4 ou
c) $2+\frac{3}{8}$
d) $2+\frac{4}{8}$
e) $4\times\frac{1}{8}$ ou
f) $5\times\frac{1}{2}$
g) $3\times\frac{1}{16}$
h) $4\times\frac{1}{2}$
i) $3\times\frac{1}{8}$

Fonte: protocolo de pesquisa

Até o item **d** não houve dificuldade nas respostas, mas no item **e** uma aluna representou o número 4 pela semibreve e somou a uma semicolcheia, quando o correto seriam 4 semicolcheias. Então a professora em formação explicou que $\frac{4}{8}$ é o mesmo que $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$. A partir daí, os itens restantes foram resolvidos seguindo o mesmo raciocínio.

Para a experimentação, a quantidade de itens desta questão foi reduzida e as multiplicações reformuladas. Tal modificação (Figura 3.9) não interfere no objetivo da questão, apenas busca uma melhor adequação da mesma ao tempo disponível neste encontro.

Figura 3.9 – Comparativo da Questão 5 da Atividade 1

Questão proposta para o teste	Questão proposta para a experimentação
5. Considerando a ♩=1, que figura ou conjunto de figuras corresponde às operações abaixo?	5. Considerando a ♩=1, que figura ou conjunto de figuras corresponde às operações abaixo?
a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ ____	a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ ____
b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ ____	b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ ____
c) $2+\frac{3}{8}$ ____	c) $2+\frac{3}{8}$ ____
d) $2+\frac{4}{8}$ ____	d) $2+\frac{4}{8}$ ____
e) $4\times\frac{1}{8}$ ____	e) $4\times\frac{1}{2}$ ____
f) $5\times\frac{1}{2}$ ____	f) $5\times\frac{1}{8}$ ____
g) $3\times\frac{1}{16}$ ____	
h) $4\times\frac{1}{2}$ ____	
i) $3\times\frac{1}{8}$ ____	

Fonte: elaboração própria

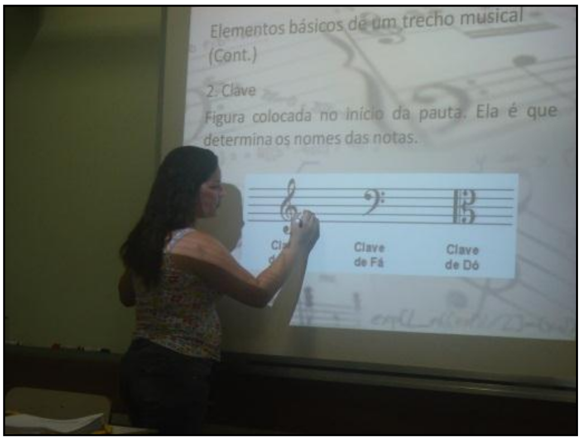
A questão 6 tem por objetivo associar a resposta do item c da questão 5 com a fração 19/8. As alunas não compreenderam de imediato essa associação talvez pelo fato delas não terem disposto de tempo para resolver a questão 5. Ao entenderem o objetivo da questão, todas chegaram à resposta que uma mínima mais três fusas é o mesmo que dezenove fusas, logo equivalente a 19/8. Para a experimentação a questão 6 foi retirada, pois percebeu-se que o seu objetivo poderia ser alcançado durante a correção da questão 5.

Esse primeiro momento foi encerrado e a professora em formação notou que as alunas tiveram interesse pelo assunto abordado, mas esperavam um trabalho mais “musical” e menos “teórico”. Por esse motivo, fez-se um breve comentário do que seria apresentado nos dois encontros restantes e das dinâmicas a serem realizadas, que do ponto de vista da professora em formação seriam mais “musicais”.

3.1.2 Segundo encontro

O segundo encontro aconteceu no dia 19 de dezembro de 2012, teve duas horas de duração e contou com a participação de cinco alunas. A professora em formação entregou a apostila referente à notação musical (Apêndice C), explicando os conceitos (Figura 3.10) necessários à compreensão das próximas Atividades.

Figura 3.10 – Professora em formação apresentando um slide sobre a notação musical



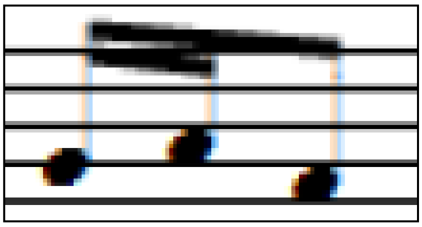
Fonte: elaboração própria

A explicação sobre a notação musical conferiu às alunas conhecimentos técnicos como nome das figuras ou parte das mesmas. Este fato permitiu a troca de “bolinha cheia” ou “bolinha vazia” por cabeça da figura e “cabinho” por haste. Os termos destacados foram criados por elas próprias e trocados por expressões musicalmente corretas.

Após, uma aluna mostrou-se interessada em aprender mais sobre a execução das notas musicais. Neste momento, a professora orientadora falou que não era esse o objetivo do trabalho. Feito o esclarecimento, a Atividade 2 foi distribuída e as alunas resolveram a primeira questão cujo o objetivo era determinar o número total de tempos de cada trecho musical. A professora em formação começou a correção a partir das respostas das alunas. Por meio da projeção da questão, pelo uso de datashow, fizeram-se as marcações dos tempos abaixo de cada figura, conforme as respostas dadas.

A dificuldade surgiu no item **d** quando no final do trecho musical foram usada duas semicolcheias ligadas a uma colcheia (Figura 3.11).

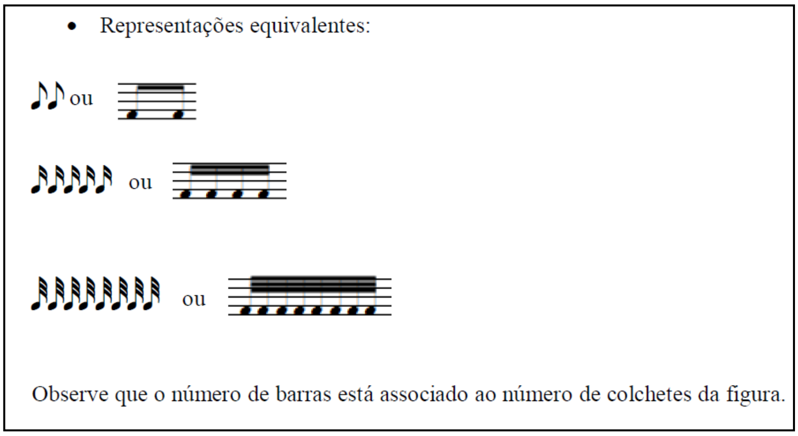
Figura 3.11 - Síncope



Fonte: elaboração própria

As alunas entenderam que a união de figuras com barras só era possível se todas fossem do mesmo tipo (Figura 3.12). Possivelmente os exemplos citados na apostila contribuíram para essa conclusão.

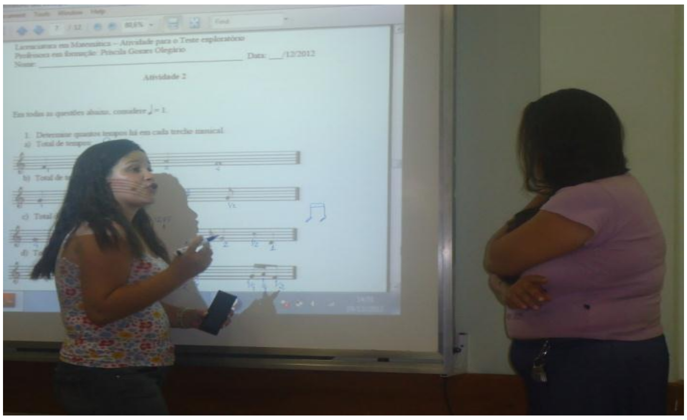
Figura 3.12 – Notação musical: representações equivalentes



Fonte: elaboração própria

A professora em formação explicou que era possível fazer combinações entre figuras que continham número de colchetes diferentes (Figura 3.13).

Figura 3.13 – Professora em formação explicando a uma aluna o ritmo do item **d** da primeira questão da Atividade 2



Fonte: elaboração própria

Após a correção da questão 1 foi feita a execução dos trechos musicais no teclado usando a semínima como unidade de tempo. As alunas perceberam que quando era executada uma colcheia o som era “mais rápido” que o som da semínima, assim como o som da semicolcheia era “mais rápido” que o da colcheia. Elas concluíram que isso se deve ao fato de uma colcheia valer metade da semínima, por isso era executada num tempo de duração mais curto bem como a semicolcheia em relação à colcheia. Essa experiência foi importante para que elas fizessem a relação entre a fração correspondente à figura musical e sua duração.

Para a experimentação, os trechos musicais desta primeira questão foram modificados de forma a se adequarem ao tempo da aplicação, bem como à facilitação na execução. Tais alterações não comprometeram o objetivo da questão. (Figura 3.14).

Figura 3.14 – Comparativo da Questão 1 da Atividade 2

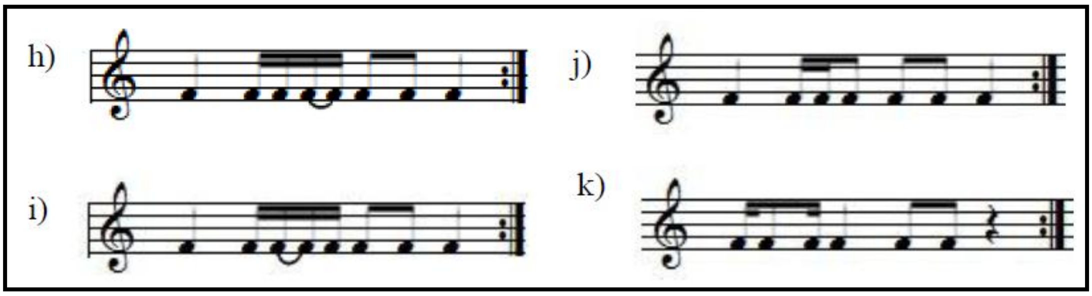
Atividade proposta para o teste exploratório	Atividade alterada para a experimentação

Fonte: elaboração própria

A questão 2 sobre a criação de trechos musicais foi respondida individualmente e recolhida pela professora orientadora. A entrega da mesma com a análise das composições foi feita no último encontro devido ao tempo. As alunas não apresentaram dificuldade na resolução, mas não atenderam alguns requisitos exigidos no enunciado como o uso de pelo menos uma pausa e três figuras diferentes. Dentre as criações, algumas foram escolhidas para execução a fim de mostrar que apesar da quantidade total de tempos ser a mesma para todas as alunas, cada uma manejou as frações de forma diferente produzindo trechos musicais diversificados. Para a experimentação, o item c foi retirado para melhor adaptação da questão ao tempo proposto, sem interferir no objetivo e estrutura da mesma.

A questão 3, cujo objetivo é a percepção sonora e rítmica das frações, foi executada pelas alunas com o auxílio da professora em formação que fez a marcação da semínima considerando-a como a unidade de tempo. Com o recurso de palmas e da sílaba “tá” as alunas executaram os ritmos de cada item. Em dado momento, sugeriram a contagem 1, 2, 3, 4 para quatro semicolcheias e 1,2 para duas colcheias. Fazendo dessa forma sentiam mais facilidade para desenvolver os ritmos. Ao final, a professora em formação pediu que as alunas comparassem os itens **h** e **j** e uma aluna observou que a execução dos ritmos era igual, embora a escrita fosse diferente, pois no item **h** a ligadura utilizada entre duas semicolcheias resulta numa colcheia registrada em **j.** O mesmo foi observado nos trechos dos itens **i** e **k** (Figura 3.15).

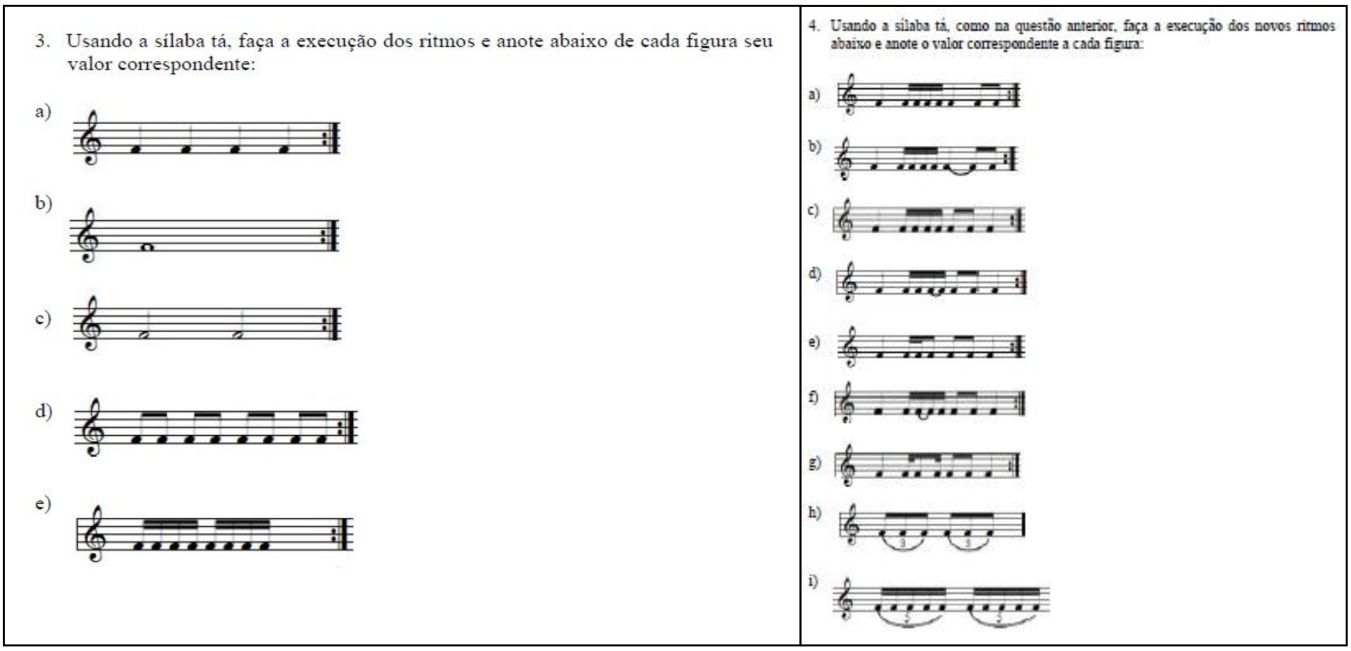
Figura 3.15 - Comparativo entre os itens **h** e **j**; **i** e **k**



Fonte: elaboração própria

Para a experimentação, a questão 3 ficará dividida em duas outras contendo níveis diferentes de dificuldade, ficando a primeira com ritmos mais simples e de fácil execução e a segunda com ritmos mais complexos (Figura 3.16).

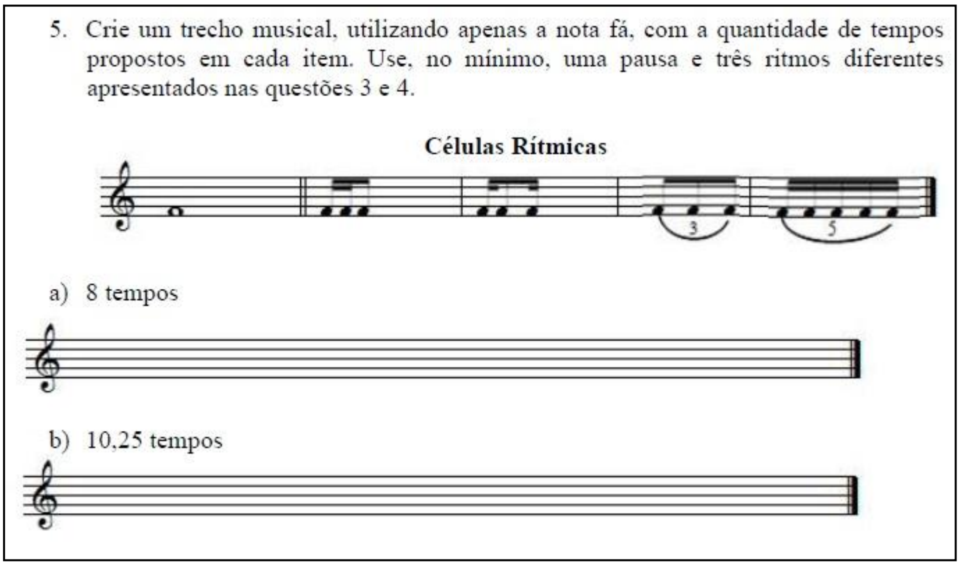
Figura 3.16 – Novas questões 3 e 4 da Atividade 2 alterada para a Experimentação



Fonte: elaboração própria

Ainda para a experimentação, foi acrescentada uma questão que partindo dos ritmos apresentados na Figura 3.16, solicitou duas criações de trechos musicais conforme mostra a Figura 3.17.

Figura 3.17 – Questão 5 da Atividade 2 elaborada para a experimentação



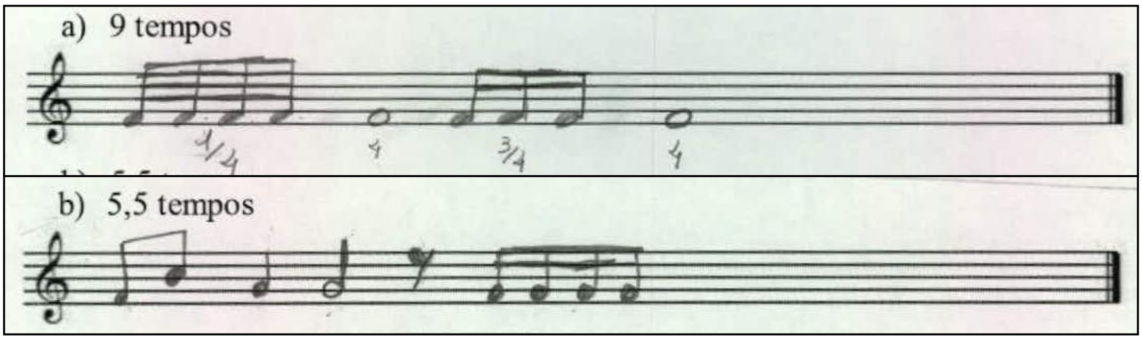
Fonte: elaboração própria

O segundo encontro foi finalizado com a questão 4, um jogo contendo oito cartões com trechos musicais numerados para ser realizado com a turma dividida em dois grupos. Cada um escolheu três trechos musicais e os executaram usando a sílaba tá. O grupo adversário deveria verificar nas fichas a que trecho se referia a execução feita. Todos os trechos executados foram descobertos por ambos.

3.1.3. Terceiro Encontro

O terceiro encontro iniciou-se com a execução dos trechos musicais da questão 2 da Atividade 2 criados pelas alunas (Figura 3.18). A professora em formação selecionou alguns e fez a execução rítmica com a turma e a professora orientadora executou no teclado duas melodias construídas a partir desses ritmos.

Figura 3.18 – Alguns trechos musicais criados pelas alunas



Fonte: protocolo de pesquisa

A seguir, a professora em formação executou um ditado rítmico (Figura 3.19). Fez-se a marcação da unidade de tempo com palmas para que as alunas escrevessem os ritmos na pauta.

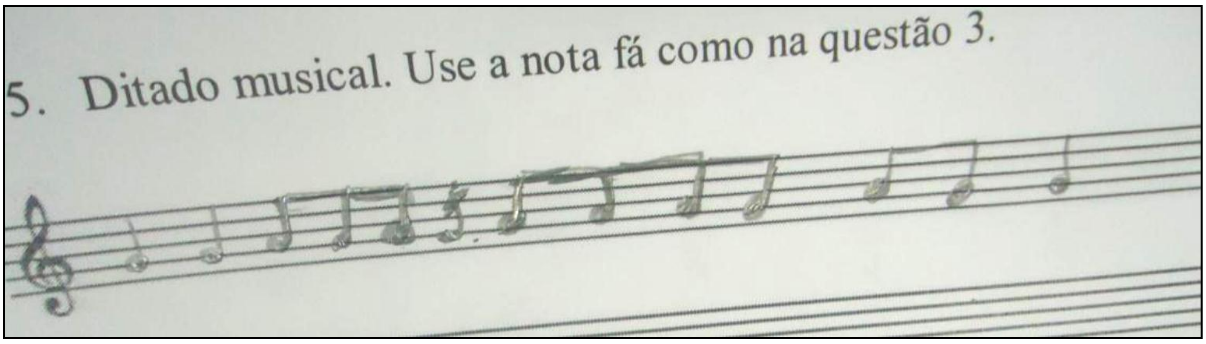
Figura 3.19 - Professora em formação executando o ditado rítmico

Fonte: elaboração própria

Depois de repetidas execuções a professora em formação fez a correção com a turma.

Um dos ritmos do ditado consistia na junção de duas semicolcheias a uma colcheia (síncope). Este foi escrito por algumas alunas como sendo três colcheias (Figura 3.20). A partir desse ocorrido, sentiu-se a necessidade em abordar um ritmo que divide uma unidade de tempo em três partes iguais (quiáltera de três). A questão quatro criada para a Experimentação é resultado dessa mudança (Figura 2.12).

Figura 3.20 – Ditado rítmico de uma aluna



Fonte: protocolo de pesquisa

As alunas consideraram esta questão com nível de dificuldade alto. Decidiu-se por tirá-la da Experimentação, por entender que a mesma exige um pouco mais de vivência musical.

Após o ditado rítmico, iniciou-se a Atividade 3 (Apêndice E). Na primeira questão, os ritmos referentes a cada trecho musical foram colocados no quadro e executados com o uso de palmas e da sílaba “tá”. O objetivo era descobrir o nome da música que estava relacionada a cada trecho. As alunas consideraram a questão difícil, talvez porque a execução tenha sido feita mais lentamente. Pensando nessa dificuldade, para a experimentação os ritmos serão executados no andamento original das músicas.

As alunas também tinham a expectativa de que a melodia fosse executada no teclado desde o começo da questão. Como o objetivo do trabalho não é o enfoque nas notas e sim nos ritmos não houve alteração na estrutura da questão.

A segunda questão (Figura 3.21) foi realizada com a turma dividida em grupos, em que cada um recebeu um trecho rítmico para ser executado com batidas de pé e batidas de mão.

Figura 3.21 – Resposta de uma aluna no Caso 2.1 da Questão 2 da Atividade 3

Fonte: protocolo de pesquisa

No caso 2.1 (Figura 3.21), o grupo A tinha células com compassos de cinco tempos cada e o grupo B com compassos de três tempos cada. Os grupos fizeram as execuções simultaneamente. Foram respondidos os itens do caso 2.1. Em seguida, foi feita a execução do caso 2.2 com a divisão de três grupos. A professora em formação pediu então que respondessem aos itens deste novo caso, em especial a questão **d** que pede a justificativa para o fato dos alunos baterem o pé simultaneamente após 8 tempos. Uma aluna disse que as batidas simultâneas de pé se davam no m.m.c. dos tempos dos compassos, porém não soube justificar o fato. As colegas, no entanto, não haviam feito essa mesma observação. Por isso, a execução foi feita novamente para que elas contassem o encontro das batidas de pés. As alunas compreenderam a justificativa do m.m.c., porém não souberam escrever porque isso acontecia. A escrita então, se deu coletivamente com a ajuda da professora orientadora.

Partindo dessa dificuldade das alunas na escrita da justificativa do item **d** do caso 2.2, reformulou-se esse caso para a Experimentação. Foram acrescentados mais itens com a intenção de permitir ao aluno construir a relação das batidas simultâneas de pé dos grupos com o m.m.c. dos tempos dos compassos de cada trecho (Figura 3. 22).

Figura 3.22 – Comparativo dos itens do Caso 2.2 da Questão 2 da Atividade 3

Itens do caso 2.2 da Questão 2 da Atividade 3

a) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 1? ________________
b) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 2? ________________
c) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 3? ________________
d) Depois de quantos tempos após o início da execução os três grupos batem simultaneamente o Pé? __________
e) Considerando as respostas de 2.1c) e 2.2d), qual conceito matemático envolve esta questão? Justifique.

Itens do caso 2.2 da Questão 2 da Atividade 3 para a experimentação

a) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 1? ____
b) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 2? ____
c) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 3? ____

d) Depois de quantos tempos, contados do início do Trecho 1, ocorre:
- a segunda batida de pé?____
- a terceira batida de pé? ____
- a quarta batida de pé? ____
- a quinta batida de pé? ____

e) As respostas que você encontrou para os itens acima correspondem aos múltiplos de qual número natural?______________

f) Depois de quantos tempos, contados do início do Trecho 2, ocorre:
- a segunda batida de pé?____
- a terceira batida de pé? ____
- a quarta batida de pé? ____
- a quinta batida de pé? ____

g) As respostas que você encontrou para os itens acima correspondem aos múltiplos de qual número natural?______________

h) Depois de quantos tempos, contados do início do Trecho 3, ocorre:
- a segunda batida de pé?____
- a terceira batida de pé? ____
- a quarta batida de pé? ____
- a quinta batida de pé? ____

i) As respostas que você encontrou para os itens acima correspondem aos múltiplos de qual número natural?______________

j) Depois de quantos tempos, contados do início dos Trechos, os três grupos batem simultaneamente o Pé? _________

k) Observando as respostas encontradas nos itens **d**, **f** e **h**, qual é o menor múltiplo comum entre 2, 4 e 8? ______
l) Comparando a resposta dos itens **j** e **k**, que conclusão pode-se chegar sobre as batidas simultâneas feitas com o pé nos três grupos?

Fonte: elaboração própria

Terminadas as Atividades, uma entrevista coletiva e oral foi feita a fim de saber se os objetivos do trabalho foram alcançados. As alunas disseram que as questões trabalharam bem a percepção das frações na execução dos ritmos, e que é importante e possível usar a Música como recurso para as aulas que abordam o tema frações. Disseram ainda que o minicurso atendeu às expectativas apesar de pensarem inicialmente que a abordagem seria “mais matemática”. Isso reafirma o que disse Leibiniz: “A Música é o prazer que a alma humana experimenta quando conta sem perceber que está contando”.

3.2. Experimentação da Proposta Didática

A experimentação da Proposta Didática foi realizada com quinze alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Campos dos Goytacazes, em três encontros, num total de seis horas.

A escolha desta escola deu-se pela aceitação à proposta do trabalho feita pela professora em formação com a direção, por esta dispor dos equipamentos necessários à aplicação e pelo fato do professor de Matemática, gentilmente, ceder seis tempos de suas aulas para a experimentação.

3.2.1. Primeiro Encontro

Esse encontro foi realizado no dia 26 de abril de 2013, com carga horária de duas horas. Iniciou-se com a aplicação de um questionário de sondagem (Apêndice A), previsto anteriormente para acontecer um dia antes do encontro, mas que não foi possível pois os alunos estavam em horário de prova. Foram apurados doze resultados, pois três alunos chegaram atrasados não tendo tempo para respondê-los.

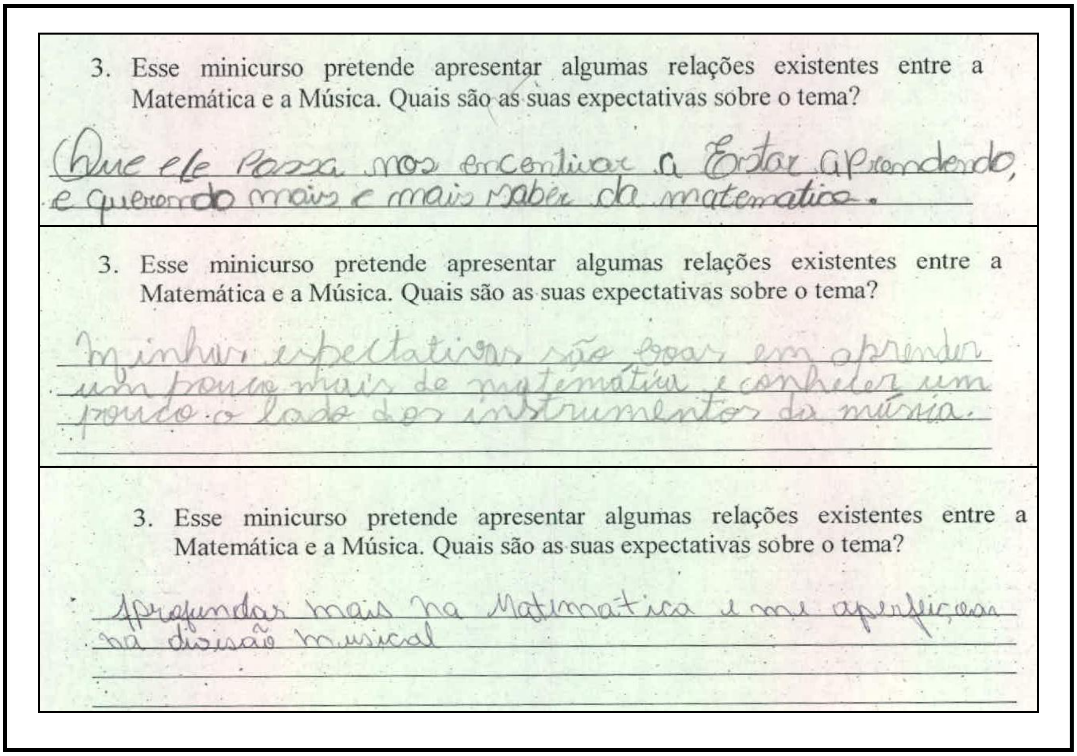
As perguntas tratavam: (i) da vivência musical dos alunos, (ii) de questões para operar com frações e (iii) das expectativas dos alunos quanto ao minicurso. As respostas foram recolhidas e analisadas. Verificou-se que:

- apenas cinco alunos tinham vivência musical. Destes, três com instrumentos musicais e dois em canto;

- nenhum aluno acertou todas as operações. Todos apresentaram dificuldades cometendo equívocos no procedimento dos algoritmos da soma e da multiplicação de frações, e

- a maioria dos alunos esperava aprender mais sobre a Matemática e alguns relataram que queriam entender um pouco mais de Música (Figura 3.23).

Figura 3.23 – Algumas respostas dos alunos na questão 3 do Questionário de Sondagem



3. Esse minicurso pretende apresentar algumas relações existentes entre a Matemática e a Música. Quais são as suas expectativas sobre o tema?

Que ele Passa nos encentivar a Estar aprendendo, e querendo mais e mais saber da matematica.

3. Esse minicurso pretende apresentar algumas relações existentes entre a Matemática e a Música. Quais são as suas expectativas sobre o tema?

Minhas expectativas são boas em aprender um pouco mais de matemática e conhecer um pouco o lado dos instrumentos da música.

3. Esse minicurso pretende apresentar algumas relações existentes entre a Matemática e a Música. Quais são as suas expectativas sobre o tema?

Aprofundar mais na Matematica e me aperfiçoar na divisão musical

Fonte: protocolo de pesquisa

No início do segundo encontro a professora em formação retomou a segunda questão do Questionário que trata das operações com frações a fim de discutir os itens com os alunos.

A professora em formação fez a apresentação do tema mostrando alguns slides que continham algumas relações sobre a Matemática e a Música (Figura 3.24).

Figura 3.24 - Apresentação de slides

Fonte: elaboração própria

Utilizou-se também dois vídeos da TV Escola, sendo um sobre a experiência de Pitágoras com um instrumento denominado monocórdio e outro mostrando a presença das frações nos ritmos. Além disso, mostrou-se no teclado musical o que era uma escala temperada. Para mostrar as relações logarítmicas na construção de instrumentos de cordas foi utilizado um violão (Figura 3.25).

Figura 3.25 - Professora em formação utilizando o violão e o teclado para ilustrar a relação entre a Matemática e a Música

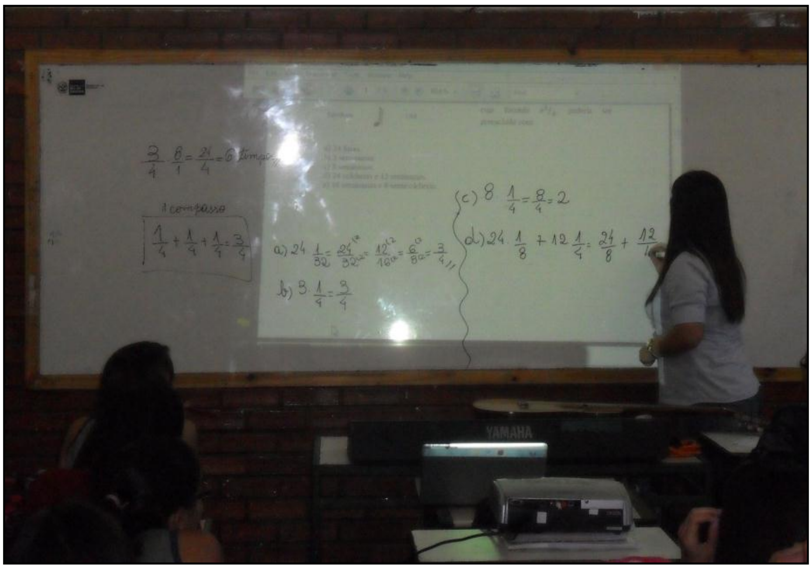
Fonte: elaboração própria

Após a apresentação dos slides, foi entregue aos alunos a Atividade 1 e solicitado aos mesmos que resolvessem a primeira questão. Após, a professora em formação verificou que alguns apresentaram respostas aleatórias, mas sem desenvolver qualquer cálculo que justificasse o resultado dado. Isso se deu pela falta de compreensão do enunciado. Fonseca e Cardoso comentam sobre essa falta de autonomia quanto à leitura: “Muitas vezes os objetivos de leitura associados à atividade matemática limitam-se a identificação de dados, não contribuindo para que os alunos se tornem leitores autônomos em matemática” (FONSECA; CARDOSO, 2009, p.69).

A professora em formação discutiu com os alunos a questão e percebeu que muitos não tinham o domínio em operações com frações. Vale destacar que esse problema poderia ter sido detectado se o questionário fosse aplicado antes desse encontro. A professora em formação testou todos os itens da questão para se chegar à alternativa correta. À medida que era feita a resolução, os alunos eram questionados quanto à forma correta de substituir os valores das figuras musicais e em como resolver a operação com as frações dadas. Em um dos itens chegou-se a expressão $\frac{24}{8}+\frac{12}{4}$ e os alunos sugeriram a fatoração dos denominadores para chegar ao m.m.c. de 8 e 4. A professora em formação perguntou se era possível simplificar as frações, dividindo 24 por 8. Os alunos responderam que sim. Da mesma forma, era possível dividir 12 por 4 e somando os dois resultados chegou-se à resposta.

Observou-se que os alunos tinham dificuldade não só nos algoritmos das operações com frações como também na simplificação. Este último foi trabalhado na questão 5 no uso de figuras musicais com valores equivalentes (Figura 3.26).

Figura 3.26 – Resolução da questão 1 da Atividade 1



Fonte: elaboração própria

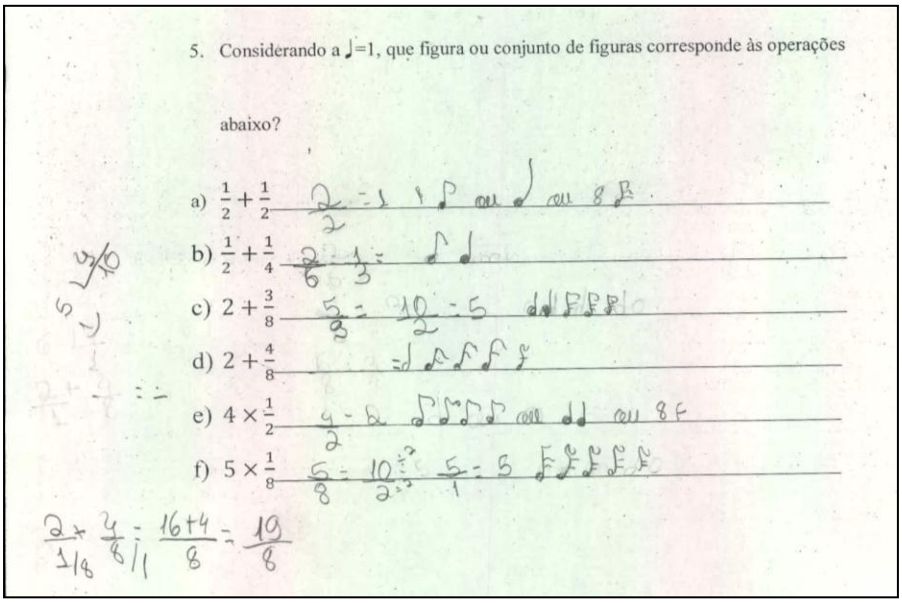
Deu-se início à resolução da segunda questão. O objetivo desta foi explicado e quando solicitada, a professora em formação passava por algumas carteiras ouvindo as dúvidas. Como a maioria apresentou dificuldade e alguns não estavam tentando responder, a professora foi ao quadro para corrigir com a turma, que se mostrou participativa.

A terceira questão trazia a mesma proposta de esquema da primeira, mas atribuindo um tempo à semínima. Perguntou-se à turma qual a relação percebida entre os valores das figuras musicais no esquema da primeira questão. Como alguns ainda apresentaram dúvida, a professora em formação comparou tais valores mostrando a proporcionalidade entre elas. Os alunos concluíram então que o valor de uma figura musical é sempre a metade do valor da figura anterior.

Após, os alunos completaram a tabela da terceira questão, semelhante à segunda questão e foi possível responder a quarta. Terminada a resolução perguntou-se o que eles podiam concluir após a comparação das respostas da segunda e quarta questões. Eles perceberam que as respostas dos itens de ambas eram iguais. A professora em formação destacou que independente da figura que tivesse o valor de um tempo, a proporção entre as figuras é sempre a mesma.

Na quinta questão os alunos deveriam representar operações entre frações por meio de figuras musicais de valores equivalentes. No item **a**, um aluno respondeu que a operação dada poderia ser representada por uma semicolcheia, pois a soma de $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ era igual a $\frac{1}{4}$. A professora em formação identificando esse erro explicou como se dava a soma de frações com mesmo denominador e assim foi possível a correção deste e dos demais itens com a colaboração da turma. No item **e** com a operação $4\times\frac{1}{2}$ um aluno substituiu o 4 por uma semibreve e o $\frac{1}{2}$ por uma colcheia. Matematicamente ele considerou que a expressão $4\times\frac{1}{2}$ é igual a 4,5 quando na verdade, $4\times\frac{1}{2}$ é o mesmo que somar $\frac{1}{2}$ quatro vezes. A professora discutiu com os alunos essa situação e a partir daí resolveram o item **f** corretamente. Em todos os itens, perguntou-se à turma se era possível outra resolução com outras figuras de valor equivalente, a fim de obter respostas variadas e mais sintetizadas. Alguns alunos deram respostas diferentes, porém equivalentes (Figura 3.27).

Figura 3.27 – Resposta de uma aluno na questão 5 da Atividade 1


5. Considerando a ♩=1, que figura ou conjunto de figuras corresponde às operações abaixo?

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

c) $2+\frac{3}{8}$

d) $2+\frac{4}{8}$

e) $4\times\frac{1}{2}$

f) $5\times\frac{1}{8}$

Fonte: protocolo de pesquisa

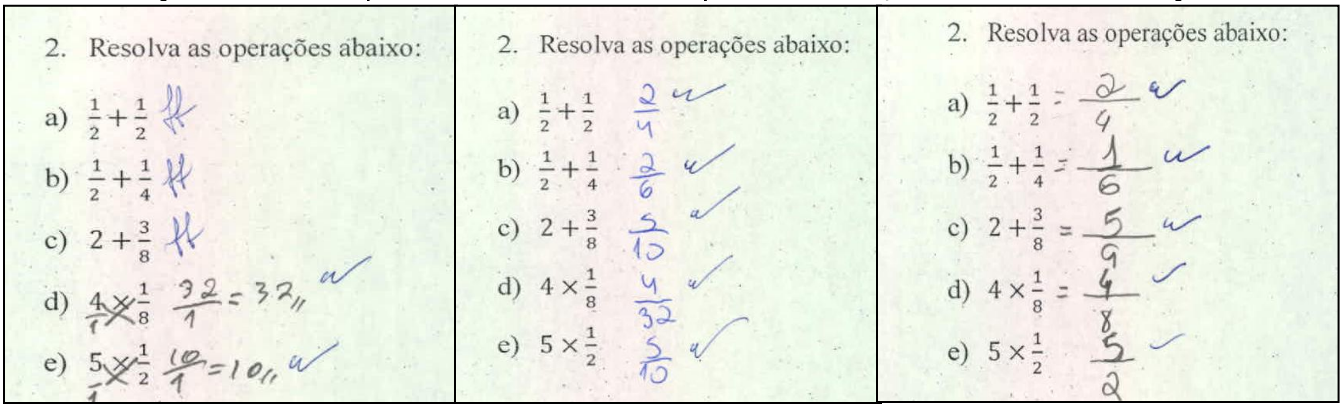
Ao encerrar o primeiro encontro, a professora em formação falou sobre as próximas Atividades e explicou que este primeiro momento foi indispensável para que as atividades de criação e execução com o corpo do próximo encontro fossem entendidas.

É importante destacar que em todo o encontro fez-se uso de um datashow. As questões foram projetadas e respondidas nos espaços destinados a cada uma, organizando melhor o quadro e o raciocínio dos alunos. Dessa forma a aula teve maior fluidez visto que a grafia das figuras musicais tomaria muito tempo do professor, principalmente em relação ao desenho da pauta musical.

3.2.2. Segundo Encontro

O segundo encontro aconteceu no dia 30 de abril de 2013 com a duração de duas horas. Iniciou-se com a correção da segunda questão do questionário de sondagem a fim de sanar as dúvidas referentes às operações com frações. A professora em formação discutiu os erros que apareceram em algumas respostas (Figura 3.28).

Figura 3.28 – Respostas de três alunos na questão 2 do Questionário de Sondagem


2. Resolva as operações abaixo:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

c) $2+\frac{3}{8}$

d) $4\times\frac{1}{8}$ $\frac{32}{1}=32$

e) $5\times\frac{1}{2}$ $\frac{10}{1}=10$

2. Resolva as operações abaixo:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ $\frac{2}{6}$

c) $2+\frac{3}{8}$ $\frac{5}{10}$

d) $4\times\frac{1}{8}$ $\frac{4}{32}$

e) $5\times\frac{1}{2}$ $\frac{5}{10}$

2. Resolva as operações abaixo:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$

c) $2+\frac{3}{8}=\frac{5}{9}$

d) $4\times\frac{1}{8}=\frac{4}{8}$

e) $5\times\frac{1}{2}$ $\frac{5}{2}$

Fonte: protocolo de pesquisa

Observou-se que um dos alunos não resolveu os itens com soma de frações e que outros cometeram equívocos como:

(i) na soma de frações, somaram não só os numeradores como os denominadores;

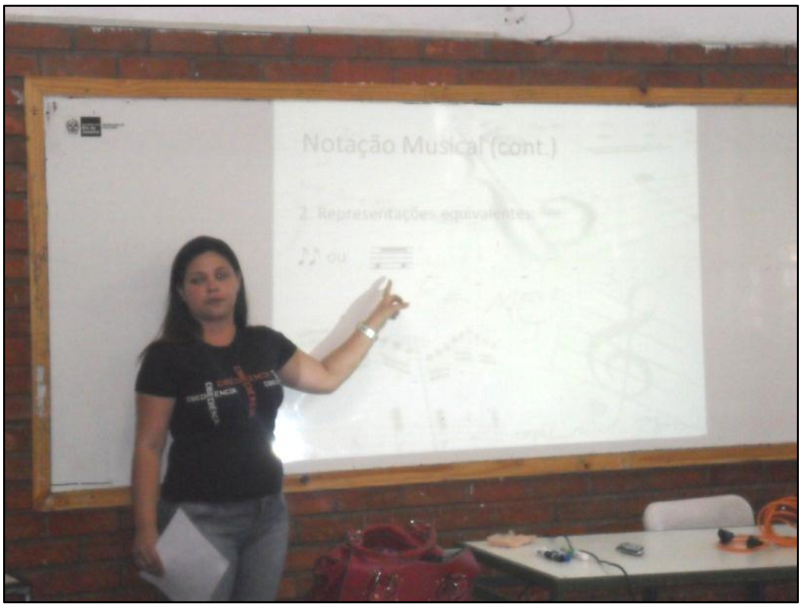
(ii) na multiplicação de frações, fizeram o produto dos meios pelo extremos, e

(iii) na multiplicação de um número inteiro por uma fração, multiplicaram o número inteiro pelo numerador e denominador.

Bravo e Soares (2011) atribuem esses erros à forma como as operações com frações são trabalhadas em sala de aula. Na opinião dos autores, esse estudo é feito por meio de regras, as quais os alunos não atribuem significados.

Após a correção, foi entregue aos alunos uma apostila sobre Notação Musical (Apêndice C) com a apresentação de algumas notações musicais básicas necessárias à compreensão das próximas questões (Figura 3.29). Os alunos não manifestaram nenhuma dúvida nesse momento.

Figura 3.29 – Professora em formação apresentando a notação musical



Fonte: elaboração própria

Deu-se início à Atividade 2 com a resolução da primeira questão. A professora em formação fez a projeção da questão no quadro e abaixo de cada figura musical colocou o seu valor a partir das respostas dos alunos. Esta questão transcorreu com normalidade e os alunos não apresentaram dúvidas quanto ao tempo total de cada trecho.

A professora orientadora fez a execução dos três trechos musicais no teclado e à medida que os ritmos foram sendo tocados, os alunos eram interrogados sobre a duração do som das notas representadas por cada figura. Alguns perceberam que, em relação à semínima, o som da colcheia era mais rápido e que o da semibreve era mais longo. A professora em formação destacou que na partitura onde tinha o desenho da pausa a professora orientadora não tocou nenhuma nota no teclado por ser a indicação de silêncio. Perguntou-se aos alunos qual foi a duração do silêncio, e eles responderam que foi de um tempo, pois a pausa tem a mesma duração da figura correspondente que nesse caso era a semínima.

Na questão 2, os alunos escolheram uma das alternativas para criar um trecho musical devido à questão do tempo. Não houve correção neste encontro. As respostas foram recolhidas pela professora em formação e no terceiro encontro foram retomadas com a execução no teclado de algumas das criações.

Na questão 3, que trata da execução dos ritmos mais simples, usou-se a marcação da semínima como padrão. Pediu-se aos alunos que, com base nessa indicação, fizessem a execução dos ritmos de cada item usando a sílaba “tá”. A professora antes de executar os ritmos anotou abaixo de cada figura seu valor correspondente conforme resposta dos alunos. Durante esta questão, os alunos mostraram-se atentos e participativos. O aproveitamento deles neste momento foi satisfatório sem precisar de muitas repetições, pois a percepção da fração foi alcançada rapidamente. As execuções foram feitas por item e depois sequencialmente sem interrupções.

É importante destacar que esse momento focou a atenção dos alunos no que se pretendia. Percebeu-se uma turma mais animada e empenhada em participar das próximas questões diferentemente do primeiro encontro onde se percebeu uma turma apática, com alguns alunos desinteressados e desmotivados.

A quarta questão apresentou a junção dos ritmos executados anteriormente em novas situações fazendo o uso de ligaduras e quiálteras de três e de cinco. Esta nova proposta com um nível de dificuldade maior foi executada pelos alunos sem grandes dificuldades.

Destacaram-se os ritmos com ligaduras em que a professora em formação fez comparações entre os trechos que tinham a mesma execução sonora, mas a escrita diferente, mostrando que executar o som de duas semicolcheias ligadas equivalia a executar uma colcheia.

Ainda na quarta questão, a professora em formação pediu para que os alunos fizessem a execução do item **h** contendo duas quiálteras de três. Os alunos acostumados em dividir um tempo igualmente em duas partes usando duas colcheias, agora precisariam dividir um tempo em três partes iguais. De imediato, os alunos tentavam fazer a execução em três partes iguais intuitivamente, mas a duração de uma parte acabava sendo diferente da outra. A professora em formação explicou como seria a divisão correta e os alunos executaram. Foram feitas algumas repetições para fixação do ritmo e a associação da duração do som das figuras musicais às frações respectivas. O item **g** apresentando duas quiálteras de cinco não foi executado em virtude do tempo.

A questão cinco prevista para este encontro também não foi realizada pelo mesmo motivo. Esse fato não comprometeu o objetivo do trabalho, visto que essa questão fixava alguns ritmos já estudados na anterior.

Deu-se início à sexta questão do Jogo das células rítmicas. A turma foi dividida em três grupos de cinco e foram entregues oito cartas para cada um com cores diferentes. Cada carta continha uma célula rítmica e o conjunto de cartas era o mesmo para os grupos. Os alunos sugeriram que o jogo fosse feito com eles de pé para melhor se agruparem. A professora apresentou as regras. Cada grupo escolheu uma carta e começou a ensaiar o trecho para executar para os grupos adversários. A professora em formação e a professora orientadora foram nos grupos para ver se precisavam de ajuda na execução de algum ritmo, o que não foi necessário (Figura 3.30).

Figura 3.30 – Jogo das células rítmicas

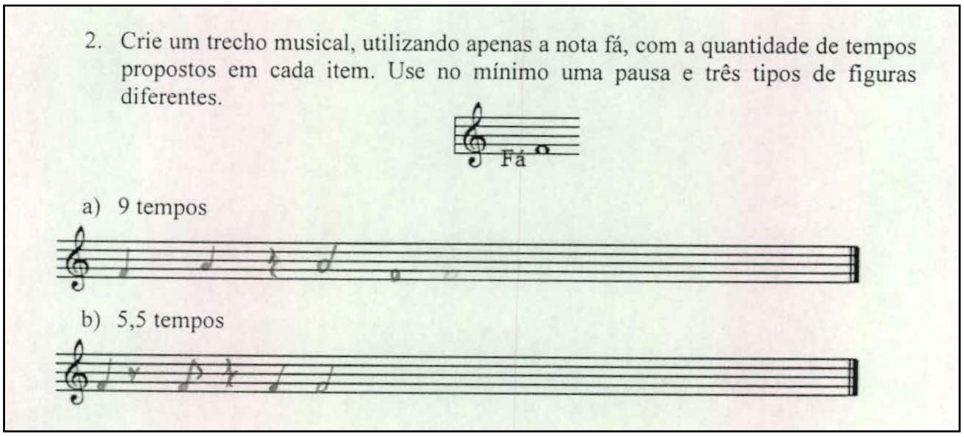
Fonte: elaboração própria

Após alguns minutos, cada grupo fez uma execução usando a sílaba “tá” e palmas. Todas as execuções foram descobertas corretamente pelos grupos adversários. Os grupos queriam fazer mais algumas execuções, mas não foi possível por conta do tempo. Encerrou-se assim o segundo encontro.

3.2.3. Terceiro Encontro

O terceiro encontro foi realizado no dia 02 de maio de 2013 com duração de duas horas. Teve início com a execução no teclado do trecho musical criado por uma aluna no encontro anterior (Figura 3.31).

Figura 3.31 – Resposta de uma aluna da questão 2 da Atividade 2



Fonte: protocolo de pesquisa

Em seguida, iniciou-se as questões da Atividade 3 sendo a primeira o “Qual é a Música?”. A professora em formação revisou a execução de algumas células rítmicas básicas e em seguida pediu para que executassem juntos os trechos musicais a fim de descobrirem de que música popular se tratava. A princípio, os alunos não identificaram, mas após algumas repetições o nome da música referente ao item **a** foi descoberto e da mesma forma foi encaminhado o item **b**. Um aluno fez a execução do item **c** sozinho e antes que a turma descobrisse o nome da música ele o anunciou. A professora orientadora foi ao teclado e executou as melodias confirmando aos alunos as respostas encontradas.

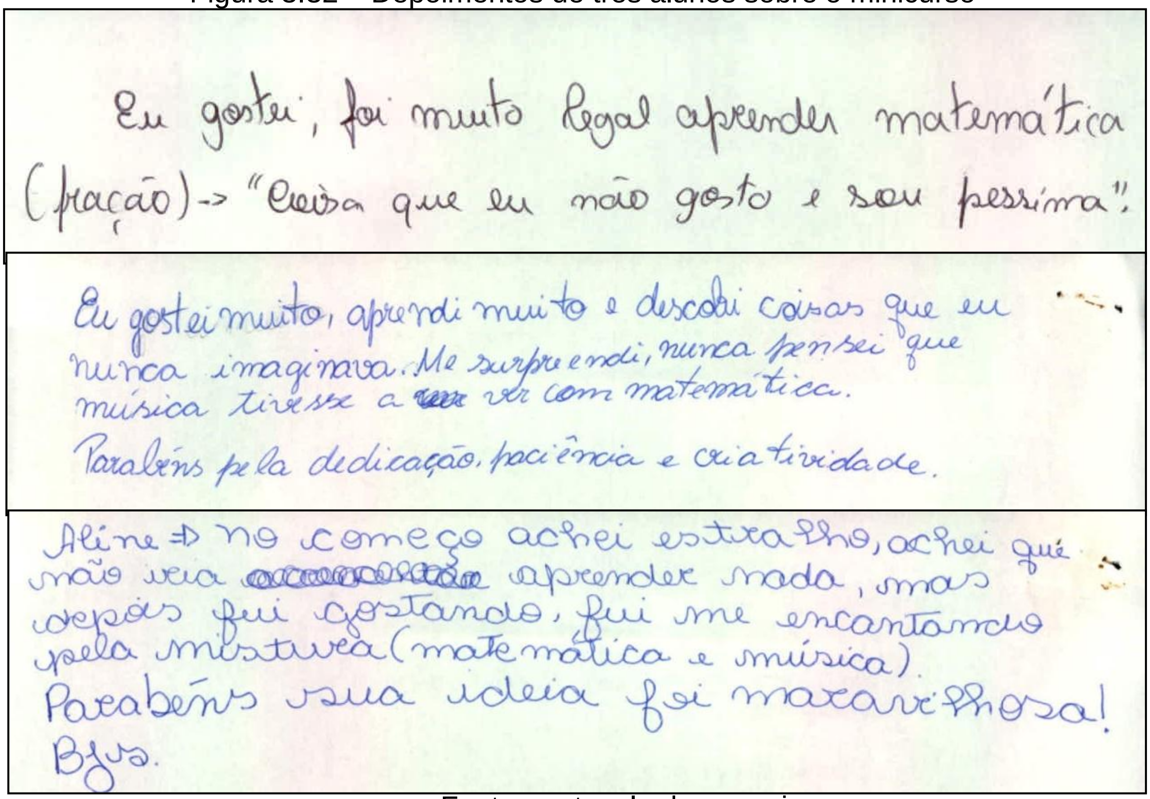
Deu-se início à segunda questão ~~2~~ dividindo a turma em dois grupos. Os mesmos fizeram a execução simultânea de duas células rítmicas, uma contendo cinco tempos em cada compasso e outra contendo três tempos por compasso. Após algumas repetições a turma respondeu as perguntas da apostila. Uma delas era: Depois de quantos tempos após o início da execução os dois grupos batem simultaneamente o pé? Para tornar mais real essa situação, a professora em formação e a professora orientadora foram à frente e fizeram a execução simultaneamente dos dois trechos para que a turma fizesse a contagem pedida no item **c**. Os alunos perceberam que a batida de pé das professoras se encontrava após quinze marcações.

Novamente a turma é dividida, agora em três grupos. Cada um executa um trecho, o primeiro com dois tempos, o segundo com quatro tempos e o terceiro com oito tempos, sendo a primeira batida de cada compasso sempre marcada com o pé e as demais com as mãos. Novamente os alunos fizeram as execuções simultaneamente que depois foram repetidas pelas professoras assim como no caso anterior. Depois eles responderam as perguntas da apostila.

Terminada a Atividade, a professora em formação pediu aos alunos que fizessem uma avaliação escrita do minicurso observando dentre outros pontos se houve alguma contribuição da linguagem musical na direção de uma aprendizagem mais significativa em fração.

Alguns alunos disseram que nunca tinham imaginado que a Matemática tivesse relação com a Música e outros que gostaram e aprenderam Matemática de forma mais divertida. Um aluno disse que era péssimo em fração e que foi importante para ele ter feito o minicurso. (Figura 3.32).

Figura 3.32 – Depoimentos de três alunos sobre o minicurso



Eu gostei, foi muito legal aprender matemática (fração) -> "Coisa que eu não gosto e sou pessima".

Eu gostei muito, aprendi muito e descobri coisas que eu nunca imaginava. Me surpreendi, nunca pensei que música tivesse a ver com matemática.
Parabéns pela dedicação, paciência e criatividade.

Aline => no começo achei estranho, achei que não ia aprender nada, mas depois fui gostando, fui me encantando pela mistura (matemática e música).
Parabéns sua ideia foi maravilhosa!
Bjus.

Fonte: protocolo de pesquisa

Os depoimentos mostram que é possível utilizar a Música, como veículo para aprendizagem de fração. Andrade (2009) corrobora com essa afirmação quando relata que numa mesma atividade é possível trabalhar com diferentes áreas do conhecimento como a Matemática e a Arte, por exemplo. Em sua opinião, uma área não é mais importante que outra e priorizar uma em detrimento de outra é tirar do aluno a oportunidade de desenvolver o pensamento, o raciocínio, o sentimento e a emoção em relação a esse mundo tão complexo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho monográfico teve início com a leitura de textos sobre as relações entre a Matemática e a Música e o ensino de frações.

Após esta etapa, foi elaborada uma Proposta Didática que foi aplicada num teste exploratório para um grupo de alunos de uma Licenciatura em Matemática. O mesmo foi de grande relevância, pois possibilitou reformulações e ajustes na Proposta e uma melhor adequação no tempo de duração de cada encontro. Os participantes se mostraram interessados e analisou-se que a Proposta foi satisfatória quanto ao cumprimento dos objetivos.

A seguir foi feito um estudo de caso numa turma do Ensino Médio com o objetivo de desenvolver o conceito de fração por meio dos tempos das figuras musicais.

A experimentação realizada alcançou o objetivo a que se destinava e confirmou que a necessidade de uma maior significação ao conceito de fração faz-se urgente, visto que os alunos apresentaram muitas dificuldades em manejar e operar com esse tipo de número.

Diante dos resultados obtidos, pode-se responder à questão de pesquisa afirmativamente, ou seja, a Música auxilia na compreensão do conceito de fração. É importante ressaltar que neste trabalho monográfico esse auxílio ocorreu por meio dos tempos das figuras musicais

É válido ressaltar que algumas propostas didáticas analisadas pela professora em formação focam o uso da Música como elemento de memorização de fórmulas e conteúdos matemáticos. Entende-se porém, que as relações entre a Matemática e a Música são bem mais abrangentes que o simples uso do recurso de paródias para fixação de conteúdos. Desta forma, buscou-se desenvolver uma Proposta Didática que trabalhe conceitos matemáticos aplicáveis aos ritmos musicais.

A possibilidade de se modelar matematicamente alguns padrões musicais não invalida outros atributos que a Música desperta nas pessoas, ligados à emoção. Não há interesse com esta escrita em minimizar tais atributos. Porém, alguns padrões musicais bem como a sua escrita são passíveis de serem modelados matematicamente. Sua apresentação aos estudantes poderá contribuir para o ensino e aprendizagem de alguns tópicos matemáticos.

Espera-se que este trabalho monográfico sinalize a importância de se mesclar formas diferentes de mostrar um mesmo conceito. Acredita-se que assim o aluno poderá agregar mais conhecimento e sentido ao estudo de tópicos matemáticos, em especial ao de fração.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e Música: O pensamento analógico na construção de significados**. 3.ed. São Paulo: Escrituras Editora, 1999. (Série ensaios transversais).

ABDOUNUR, Oscar João. Uma abordagem histórico/didática de analogias envolvendo razões e proporções em contexto musical: um ensaio preliminar. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.14, n.3, p. 386-397, 2012

AMORA, Antônio Soares. **Minidicionário da Língua Portuguesa**. 6 ed. São Paulo: Saraiva, 1999.

ANDRADE, Maria Cecília Gracioli. As inter-relações entre iniciação matemática e alfabetização. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin. **Escritas e leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

BICUDO. **O som gostoso de $y = sen(2\pi nt)$.** Cálculo, São Paulo, n. 13, p.44-50, 2012.

BRASIL. Lei nº 11769, de 18 de agosto de 2008. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, Lei de Diretrizes e Bases da Educação, para dispor sobre a obrigatoriedade do ensino da música na educação básica. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2008/lei/L11769.htm> Acesso em: 10 set. 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática - Ensino Médio*.* Brasília, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso em: 08 maio 2012.

BRAVO, Carla Luciane Viero; SOARES, Maria Arlita da Silveira. Os Números racionais na representação fracionária: um estudo de caso com alunos do 6º. Ano. In: ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2011, Ijui. **Anais...** Ijuí: UNIJUÍ, 2011.

CAMARGOS, Chrisley Bruno Ribeiro. **Música e Matemática:** A harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem. Blucher, 2011.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Prefácio. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAUJO, Jussara de Loiola (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p.9-21. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

FERREIRA, Aurélio B. de Hollanda. **Novo Dicionário da Língua Portuguesa.** 2. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986. 1838 p.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; CARDOSO, Cleusa de Abreu. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática e Matemática para ler o texto. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin. **Escritas e leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009

GARDNER, Howard. **Estruturas da mente** – A teoria das inteligências múltiplas. Porto Alegre: Arte Médicas, 1994.

GOLDENBERG, M. **A Arte de Pesquisar**. 11ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.

GOMES, Ronaldo Quintanilha Guimarães. **Saberes docentes de professores dos anos iniciais sobre frações.** 2010. 112 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010. Disponível em <http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/21%20Ronaldo%20Quintanilha.pdf> Acesso em 04 set 2013.

MACHADO, Cacilda Tenório Oliveira. **Concepções epistemológicas e experiências de professores de Matemática sobre números fracionários:** as implicações em suas práticas na 5ª série do ensino fundamental. Recife, 2007. Disponível em: <http://www.pge.ufrpe.br/arquivos/teses2005/CTOM.pdf> Acesso em: 24 maio 2012

MORAIS, Marcos Vinícius Gomes. **Álgebra dos tons**. Brasília, 2008. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22008/MarcosViniciusGomesMorais.pdf> Acesso em: 25 maio 2012.

MORÁN, José Manuel. **O vídeo na sala de aula**. Comunicacão e Educacão, São Paulo, p. 27-35. jan./abr, 1995. Disponível em: www.revistas.usp.br/comueduc/article/download/36131/38851 Acesso em: 04 set 2013

MOREIRA, Herivelto; CALEFFE, Luiz Gonzaga. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. 2.ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin. **Escritas e leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NETTO, Luiz. **A Música e os Logaritmos.** São Paulo, 2009. Disponível em: <http://www.musicaeadoracao.com.br/tecnicos/matematica/luiz_neto/music_log .htm> Acesso em: 18 maio 2012.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter**. Crianças fazendo matemática***.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PONTE, João Pedro da. **Estudos de caso em Educação Matemática.** 2006. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/188 0/1657>. Acesso em: 8 jun. 2012.

RATTON, Miguel. **Música e Matemática:** A relação harmoniosa entre sons e números. 2002. Disponível em: <http://www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2002/ame/ametxt5.htm>. Acesso em: 20 abr. 2012.

RIBEIRO, Guilherme Ferreira. **Usabilidade de interfaces com o usuário de softwares de edição e editoração de partituras**. 2010. Disponível em: <http://www.esab.edu.br/arquivos/monografias/guilherme-ferreira-ribeiro.pdf> Acesso em 04 set 2013.

RODRIGUES, José Francisco. **A Matemática e a Música**. Lisboa, 1999. Disponível em: <http://cmup.fc.up.pt/cmup/musmat/MatMus_99.pdf> Acesso em: 20 abr 2012.

ROSSI, Sueli da Silva. **A senóide e os sons musicais**. Londrina, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/113-2.pdf> Acesso em: 18 maio 2012.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. dos. **Dificuldades na aprendizagem de Matemática**. Monografia (Licenciatura em Matemática). Centro Universitário Adventista de São Paulo. São Paulo,2007.

SILVA, Adegundes Maciel da. **A concepção de frações por alunos nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio**. Recife, 2005. Disponível: <http://www.anped.org.br/reunioes/31ra/2poster/GT19-4658--Int.pdf> Acesso em: 24 maio 2012

VAZ, Leonardo José Leite da Rocha; PINHO, Marcos Oliveira de. **Música e Matemática**: um minicurso interdisciplinar. n. 9. Zetetiké: Campinas, 2011.

WISNIK, José Miguel. **O som e o sentido**. São Paulo: Companhia das Letras, 1989.

YIN, Robert K. **Estudo de Caso:** Planejamento e Métodos. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Questionário de Sondagem da Experimentação

Frações: “Afinando” as linguagens matemática e musical

Questionário de Sondagem

1. Você possui alguma vivência musical? Toca ou tocou algum instrumento musical, participa ou participou de algum grupo musical (banda, coro, etc.)?

____
____

2. Resolva as operações abaixo:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

c) $2 + \frac{3}{8}$

d) $4 \times \frac{1}{8}$

e) $5 \times \frac{1}{2}$

3. Esse minicurso pretende apresentar algumas relações existentes entre a Matemática e a Música. Quais são as suas expectativas sobre o tema?

____
____
____

APÊNDICE B – Atividade 1

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica — Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL BRASIL PAIS RICO É PAIS SEM POBREZA

Licenciatura em Matemática – Atividade para Experimentação
Professora em formação: Príscila Gomes Olegário
Nome: ____ Data:___/___/____

Atividade 1

1. Resolva a questão abaixo.

(Enem 2009) A Música e a Matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.

Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for $1/2$ poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras.
Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $3/4$, poderia ser preenchido com:

a) 24 fusas.
b) 3 semínimas.
c) 8 semínimas.
d) 24 colcheias e 12 semínimas.
e) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

2. Considerando o esquema da questão do Enem, complete as lacunas:

a) ♩ = ______ colcheias.

b) 𝅝 = ______ colcheias.

c) 𝅗𝅥 = ______ semifusas.

d) ♪ = ______ semicolcheias.

e) 𝅘𝅥𝅯 = ______ semifusas.

f) ♩ = ______ semifusas.

g) 𝅝 = ______ mínimas.

h) 𝅝 = ______ fusas.

i) ♪ = ______ semifusas.

j) 𝅗𝅥 = ______ semínimas

3. A questão do Enem apresenta a semibreve representando 1 tempo. Considerando que em uma nova situação um tempo seja representado pela semínima, complete a tabela abaixo:

Semibreve	𝅝	_____
Mínima	𝅗𝅥	_____
Semínima	♩	1
Colcheia	♪	_____
Semicolcheia	𝅘𝅥𝅯	_____
Fusa	𝅘𝅥𝅰	_____
Semifusa	𝅘𝅥𝅱	_____

4. Considerando o esquema da questão do Enem, complete as lacunas:

a) ♩= ______ colcheias.

b) 𝅝 = ______ colcheias.

c) 𝅗𝅥 = ______ semifusas.

d) ♪ = ______ semicolcheias.

e) 𝅘𝅥𝅯 = ______ semifusas.

f) ♩= ______ semifusas.

g) 𝅝 = ______ mínimas.

h) 𝅝 = ______ fusas.

i) ♪ = ______ semifusas.

j) 𝅗𝅥 = ______ semínimas

5. Considerando a ♩=1: que figura ou conjunto de figuras corresponde às operações abaixo?

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ ______________________________

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ ______________________________

c) $2+\frac{3}{8}$ ______________________________

d) $2+\frac{4}{8}$ ______________________________

e) $4\times\frac{1}{2}$ ______________________________

f) $5\times\frac{1}{8}$ ______________________________

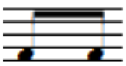
APÊNDICE C – Apostila de Notação Musical

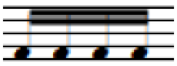
Notação Musical

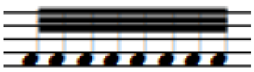
Para resolvermos as próximas atividades serão necessários alguns conhecimentos de notação musical.

- Elementos das figuras musicais

- Representações equivalentes:

 ou 

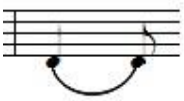
 ou 

 ou 

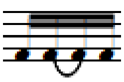
Observe que o número de barras está associado ao número de colchetes da figura.

- Ligadura

Para prolongar a duração de uma nota com mesmo som é usada uma ligadura nas figuras:



 ou 

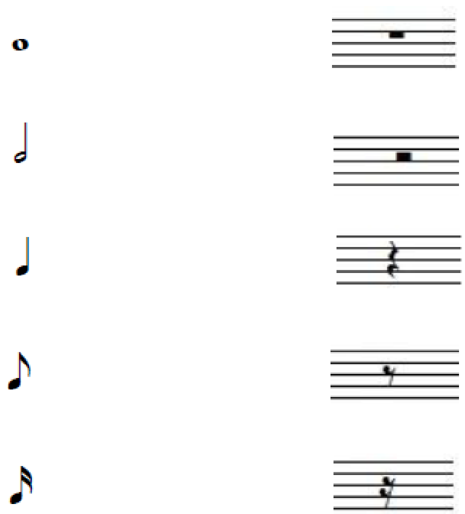
 ou 

- Quiáltera

A alteração na subdivisão de um tempo é representada pela quiáltera. Por exemplo, ao invés de escrever duas colcheias escreve-se três colcheias, onde cada colcheia valerá um terço do tempo.

- Pausas

Na Música existem momentos de silêncio que são representados pelas pausas.
As suas representações estão associadas às respectivas figuras musicais indicadas abaixo:



- Pauta

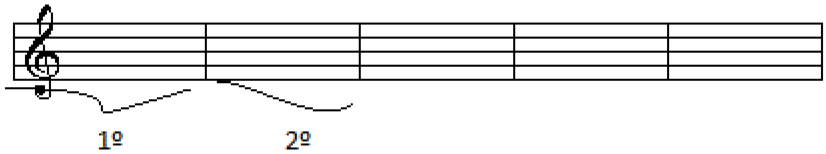
A pauta é um conjunto de cinco linhas e quatro espaços onde as notas são grafadas.

- Clave

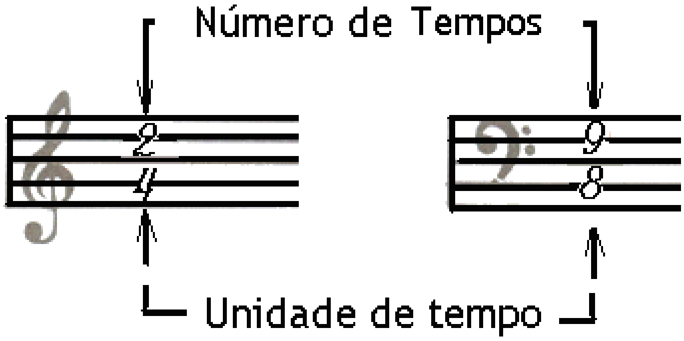
A clave é uma figura colocada no início da pauta que determina o~~s~~ nome~~s~~ das notas.

- Compasso musical[3]

O compasso é uma forma de dividir quantitativamente em grupos os sons de uma composição musical.

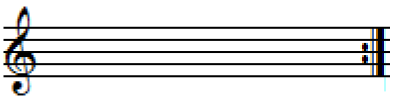


A fórmula do compasso[4] é determinada por dois números que indicam a **<u>unidade de tempo</u>** e o **<u>número de tempos</u>** do compasso.
A fórmula é escrita no começo da pauta depois da clave.



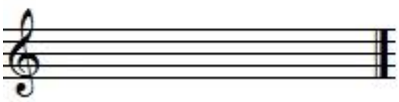
- Ritornelo

O ritornelo é uma barra colocada no final do compasso indicando a repetição do trecho musical.



- Barra dupla

A barra dupla é colocada no final do último compasso para finalizar a música.



[3] Fonte: http://PT.wikipedia.org/wiki/Compasso_(música)
[4] Fonte: http://conservatorio0.tripod.com/formula_compassos_.htm

APÊNDICE D – Atividade 2

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL BRASIL
PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

Licenciatura em Matemática – Atividade para a Experimentação
Professora em formação: Príscila Gomes Olegário
Nome: ____ Data: ___/___/_____

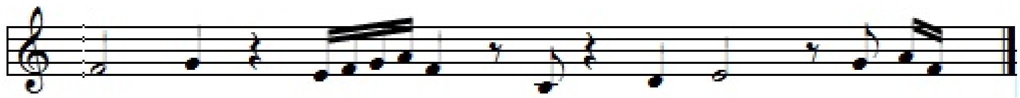
Atividade 2

Em todas as questões abaixo, considere ♩=1.

1. Determine quantos tempos há em cada trecho musical.

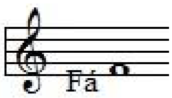
a) Total de tempos: _____

b) Total de tempos: _____

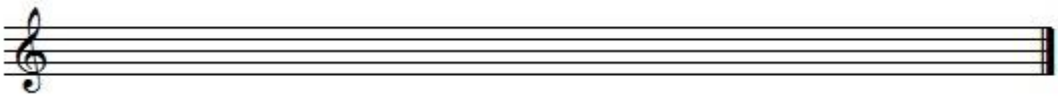


c) Total de tempos: _____

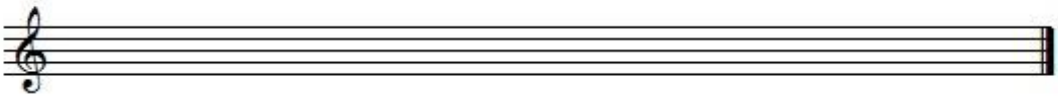
2. Crie um trecho musical, utilizando apenas a nota fá, com a quantidade de tempos propostos em cada item. Use no mínimo uma pausa e três tipos de figuras diferentes.



a) 9 tempos



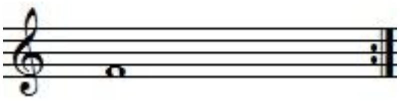
b) 5,5 tempos



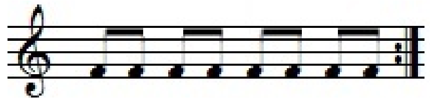
3. Usando a sílaba tá, faça a execução dos ritmos e anote abaixo de cada figura seu valor correspondente:

a)

b)



c) 

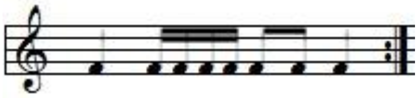
d) 

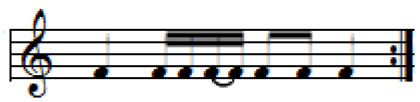
e) 

4. Usando a sílaba tá, como na questão anterior, faça a execução dos novos ritmos abaixo e anote o valor correspondente a cada figura:

a) 

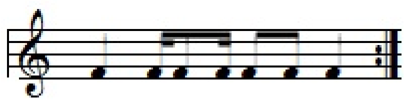
b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

g) 

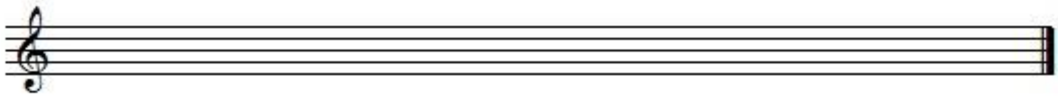
h) 

i) 

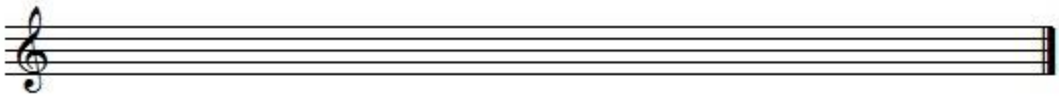
5. Crie um trecho musical, utilizando apenas a nota fá, com a quantidade de tempos propostos em cada item. Use, no mínimo, uma pausa e três ritmos diferentes apresentados nas questões 3 e 4.

Células Rítmicas

a) 8 tempos



b) 10,25 tempos



6. Jogo: Encontrando a célula rítmica!

GRUPO	NÚMERO DA CÉLULA RÍTMICA
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	

APÊNDICE E – Atividade 3

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

Licenciatura em Matemática – Atividade para a Experimentação
Professora em formação: Príscila Gomes Olegário
Nome: ____ Data: ___/___/____

Atividade 3

1. Qual é a música?

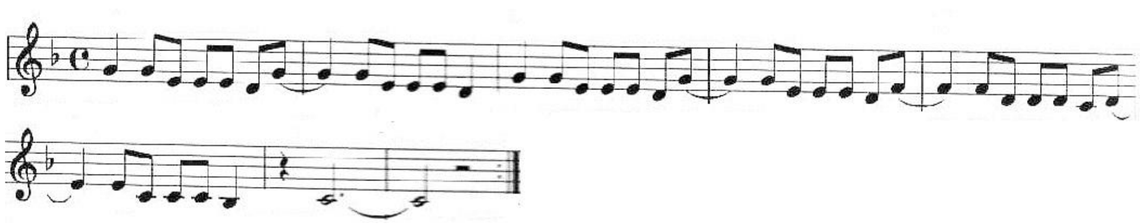
a) Dica: Domínio Público (Adaptado)

Música: _______________________________

b) Dica: Domínio Público

Música: _________________________________

c) Dica: MPB



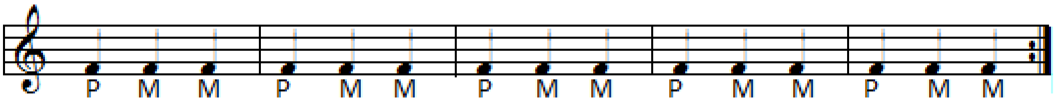
Música: ______________________________

2. Execute os trechos abaixo, de acordo com o seu grupo e a seguir responda. Considere:
   P – Batida do pé e **M** – Batida na mão

2.1:

Trecho 1 (Grupo A)

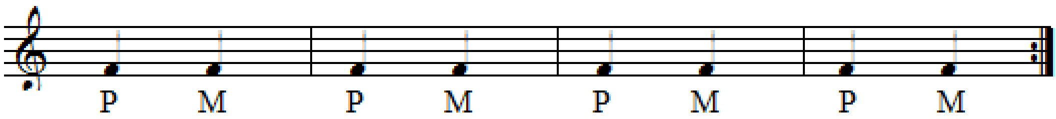
Trecho 2 (Grupo B)



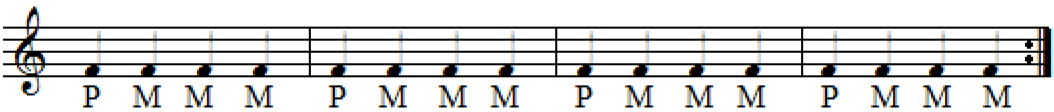
a) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 1? _________________
b) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 2? _________________
c) Depois de quantos tempos após o início da execução os dois grupos batem simultaneamente o Pé? __________

2.2:

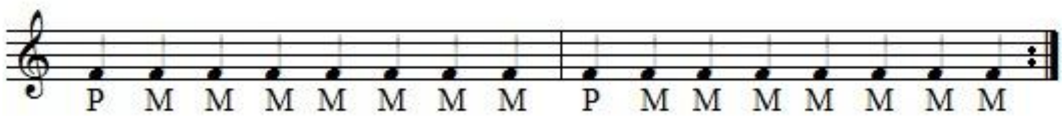
Trecho 1 (Grupo A)



Trecho 2 (Grupo B)



Trecho 3 (Grupo C)



a) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 1? ____
b) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 2? ____
c) Quantos tempos tem cada compasso do Trecho 3? ____

d) Depois de quantos tempos, contados do início do Trecho 1, ocorre:
   - a segunda batida de pé?____
   - a terceira batida de pé? ____
   - a quarta batida de pé? ____

- a quinta batida de pé? ____

e) As respostas que você encontrou para os itens acima correspondem aos múltiplos de qual número natural?_______________

f) Depois de quantos tempos, contados do início do Trecho 2, ocorre:
   - a segunda batida de pé?____
   - a terceira batida de pé? ____
   - a quarta batida de pé? ____
   - a quinta batida de pé? ____

g) As respostas que você encontrou para os itens acima correspondem aos múltiplos de qual número natural?_______________

h) Depois de quantos tempos, contados do início do Trecho 3, ocorre:
   - a segunda batida de pé?____
   - a terceira batida de pé? ____
   - a quarta batida de pé? ____
   - a quinta batida de pé? ____

i) As respostas que você encontrou para os itens acima correspondem aos múltiplos de qual número natural?_______________

j) Depois de quantos tempos, contados do início dos Trechos, os três grupos batem simultaneamente o Pé? __________

k) Observando as respostas encontradas nos itens **d**, **f** e **h**, qual é o menor múltiplo comum entre 2, 4 e 8? ______

l) Comparando a resposta dos itens **j** e **k**, que conclusão pode-se chegar sobre as batidas simultâneas feitas com o pé nos três grupos?
   ____
   ____