



Secretaria de  
**Educação Profissional  
e Tecnológica**

Ministério da  
**Educação**



LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**ENSINO DE FUNÇÕES EM AMBIENTE VIRTUAL DE  
APRENDIZAGEM: UMA PROPOSTA PARA UM CURSO DE PRÉ-  
CÁLCULO**

Kamila Gomes

Ludmilla Rangel Cardoso Silva

Campos dos Goytacazes/RJ

2014

KAMILA GOMES  
LUDMILLA RANGEL CARDOSO SILVA

ENSINO DE FUNÇÕES EM AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM:  
UMA PROPOSTA PARA UM CURSO DE PRÉ-CÁLCULO

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: D.Sc. Silvia Cristina Freitas Batista  
Coorientadora: M.Sc. Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo

Campos dos Goytacazes/RJ

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Biblioteca. Setor de Processos Técnicos (IFF)

G633e Gomes, Kamila.  
Ensino de funções em ambiente virtual de aprendizagem: uma proposta para um curso de pré-cálculo / Kamila Gomes, Ludmilla Rangel Cardoso Silva – 2014.  
99 f. : il.

Orientadora: Silvia Cristina Freitas Batista.

Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Campus Campos Centro, 2014.

Referencias bibliográficas: p. 85 - 89.

1. Funções (Matemática) 2.Cálculo. I. Silva, Ludmilla Rangel Cardoso. II. Batista, Silvia Cristina Freitas, orient. III. Título.

CDD – 515

KAMILA GOMES  
LUDMILLA RANGEL CARDOSO SILVA

ENSINO DE FUNÇÕES EM AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM:  
UMA PROPOSTA PARA UM CURSO DE PRÉ-CÁLCULO

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 28 de novembro de 2014.

Banca Avaliadora:

---

Prof.<sup>a</sup> Sílvia Cristina Freitas Batista (orientadora)  
Doutora em Informática na Educação/UFRGS  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos-Centro

---

Prof.<sup>a</sup> Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo (coorientadora)  
Mestre em Economia Empresarial/UCAM/RJ  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos-Centro

---

Prof.<sup>a</sup> Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro  
Mestre em Educação Matemática/USU/RJ  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos-Centro

---

Prof.<sup>a</sup> Mylane dos Santos Barreto  
Mestre em Matemática/UENF/RJ  
Universidade Candido Mendes

## AGRADECIMENTOS

Queremos agradecer primeiramente a Deus que permitiu que tudo isso acontecesse, pela força e coragem durante toda esta longa caminhada e que, em todos os momentos, é o maior mestre que alguém pode conhecer.

À Instituição pelo ambiente criativo e amigável que nos proporcionou.

Às orientadoras Prof<sup>a</sup>. D.Sc. Silvia Cristina Batista Freitas e Prof<sup>a</sup>. M.Sc. Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo, responsáveis pela realização deste trabalho e pelo suporte no pouco tempo que coube, pelas suas correções e incentivos.

Agradecemos a todos os professores por nos proporcionar o conhecimento não apenas racional, mas a manifestação do caráter e afetividade da educação no processo de formação profissional, pela dedicação, não somente por terem nos ensinado, mas por terem nos feito aprender. A palavra mestre, nunca fará justiça aos professores dedicados aos quais sem nominar terão os nossos eternos agradecimentos.

Aos nossos pais e familiares, pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

Nossos agradecimentos aos amigos, companheiros de trabalhos e irmãos na amizade, que fizeram parte de nossa formação e que vão continuar presentes em nossas vidas. E a todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte da nossa formação.

Quem nunca um erro cometeu, também nunca algo descobriu.

Regina Shultz

## RESUMO

De maneira geral, são diversas as dificuldades apresentadas pelos alunos nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e, destas, muitas estão diretamente relacionadas à falta de requisitos necessários. Nesse contexto, o curso de Pré-Cálculo – Parte 2, proposto neste trabalho, faz parte de um projeto mais amplo que tem o intuito de criar oportunidades para os alunos (re)construírem os saberes matemáticos da Educação Básica tendo em vista o estudo de Cálculo. O referido curso foi estruturado no Moodle, ministrado a distância, com momentos presenciais de tutorias, tendo como participantes alunos do 1º período do Curso Superior de Ciências da Natureza – Licenciaturas em Biologia, Física ou Química de um Instituto Federal. Foram abordados tópicos iniciais de função: Conceito de Função, Representações de Funções, e Análise Gráfica de Funções. Assim, este trabalho tem por objetivo geral analisar a percepção dos participantes sobre a contribuição de um curso, estruturado no Moodle, destinado ao estudo de tópicos iniciais de função, necessários para as disciplinas de Cálculo. Para a realização do curso, três apostilas foram elaboradas e experimentadas em um teste exploratório. A seguir, realizou-se uma pesquisa qualitativa, na qual o desenvolvimento do curso foi analisado como um estudo de caso. Os dados foram obtidos por meio de pré-teste, observação, registros do Moodle, questionários e pós-teste, e são referentes à participação e ao desempenho dos alunos, bem como à avaliação dos mesmos sobre os materiais utilizados e ações realizadas. Para análise dos dados do pré e do pós-teste, utilizou-se a metodologia de Análise de Erros. Em geral, a proposta do curso e os materiais disponibilizados foram avaliados positivamente. No entanto, observou-se que, ao final do curso, os alunos ainda cometiam erros nos tópicos abordados e, com base na Análise de Erros promovida, percebeu-se que estes eram associados, principalmente, à compreensão de conceitos. Esse fato sinaliza que, para alguns alunos, os conceitos relacionados aos tópicos iniciais de função não são de fácil entendimento e requerem uma atenção especial em sua abordagem.

**Palavras-chave:** Cálculo Diferencial e Integral. Análise de Erros. Educação a Distância. Moodle.

## ABSTRACT

In general, there are various difficulties presented by the students in the disciplines of Differential and Integral Calculus, and of these, many are directly related to a lack of necessary requirements. In this context, the course of Pre-Calculus - Part 2, proposed in this paper is part of a wider project that is meant to create opportunities for students of Basic Education the (re) construction of the mathematical knowledge in order to study Calculus. That course was structured in Moodle, e-learning, with moments of classroom tutorials, the participants being students of the 1st. semester Degree in Natural Sciences – Bachelor's Degree in Biology, Physics or Chemistry from a Federal institute. The initial topics addressed were: Function Concept, Representations of Functions and Graphical Analysis Functions. Thus, this work has the general objective to analyze the participants' perception on the contribution of a course structured in Moodle, for the study of initial topics of function, needed for the Calculus disciplines. To conduct the course, three coursepacks were developed and tested in an exploratory test. Next, we performed a qualitative study in which the development of the course was analyzed as a case study. Data were collected through pre-testing, observation, Moodle records, questionnaires and post-test and refers to the participation and performance of students, as well as their evaluation of the materials used and actions performed. The Error Analysis methodology was used in the pre- and post-test of Data analysis. In general, the course proposal and the available materials have been evaluated positively. However, it was observed that at the end of the course, students still made mistakes on the topics covered and, based on the Error Analysis promoted, it was noticed that these were mainly associated to understanding of concepts. This fact indicates that, for some students, the concepts related to the initial topic of Function are not easily understood, and require special attention in their approach.

**Keywords:** Differential Calculus. Integral Calculus. Error Analysis. E-learning. Moodle.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura metodológica do trabalho monográfico .....	16
Figura 2 – Questão 1 da pesquisa .....	21
Figura 3 – Resolução dos alunos A10 e A26 .....	21
Figura 4 – Resolução dos alunos A4, A5 e A12 .....	22
Figura 5 – Resolução do item a do exemplo 6 da apostila 1 .....	36
Figura 6 – Resolução do item a do exemplo 5 da apostila 1 .....	37
Figura 7 – Parte do <i>applet</i> de domínio e conjunto imagem .....	38
Figura 8 – Imagens do vídeo Noção intuitiva de função .....	39
Figura 9 – Imagens do vídeo Domínio, Contradomínio e Imagem .....	39
Figura 10 – Imagens do vídeo Representação de função .....	39
Figura 11 – Partes de do <i>applet</i> de função par e ímpar .....	40
Figura 12 – Partes do <i>applet</i> de crescimento de uma função .....	40
Figura 13 – Partes do <i>applet</i> de decrescimento de uma função .....	41
Figura 14 – Partes do vídeo Gráficos de funções elementares .....	41
Figura 15 – Questão 1 do Pré e Pós-teste .....	42
Figura 16 – Questão 2 do Pré e do Pós-teste .....	43
Figura 17 – Questão 3 do Pré e do Pós-teste .....	43
Figura 18 – Questão 4 do Pré e do Pós-teste .....	44
Figura 19 - Questão 5 do Pré e do Pós-teste.....	44
Figura 20 – Questão 6 do Pré e do Pós-teste .....	45
Figura 21 – Tópicos do curso .....	47
Figura 22 – Fórum de discussão .....	48
Figura 23 – Resposta de um participante na questão 2 do Pré-teste.....	50
Figura 24 – Questão 2 do Pré-teste.....	51
Figura 25 – Explicação da não existência da raiz quadrada de um $n^{\circ}$ negativo .....	51
Figura 26 – Exemplos 5 e 6 da apostila 3.....	52
Figura 27 – Resposta do aluno A24 na questão 12 do questionário I .....	55
Figura 28 – Fórum de dúvidas .....	57
Figura 29 – Participação do aluno A3 no Fórum de discussão .....	57
Figura 30 – Dúvidas do aluno A3 no Fórum de discussão .....	58
Figura 31 – Resposta do aluno A18 na questão 4-a no pós-teste .....	65

Figura 32 – Resposta do aluno A9 na questão 4-a no pós-teste .....	65
Figura 33 – Respostas do A2 e A7 na questão 4-b no pré-teste .....	66
Figura 34 – Respostas do A4, A8 e A10 na questão 4-b no pós-teste.....	67
Figura 35 – Resposta do A11 na questão 4-d no pós-teste.....	68
Figura 36 – Resposta do aluno A12 na questão 4-d no pós-teste .....	68
Figura 37 – Resposta do aluno A16 na questão 4-e no pós-teste .....	69
Figura 38 – Respostas dos alunos A9 e A18 na questão 5-a no pós-teste.....	70
Figura 39 – Respostas dos alunos A3 e A8 na questão 5-a no pós-teste.....	70
Figura 40 – Respostas dos alunos A6, A16 e A21 na questão 5-a no pós-teste .....	70
Figura 41 – Respostas dos alunos A7, A12 e A20 na questão 5-a no pós-teste .....	71
Figura 42 – Respostas dos alunos A7, A8, A11, A12 e A23 na questão 5-b no pós-teste .....	71
Figura 43 – Respostas dos alunos A1, A6, A9 e A14 na questão 5-b no pós-teste.....	72
Figura 44 – Respostas dos alunos A19 e A20 na questão 5-b no pós-teste.....	72
Figura 45 – Resposta do aluno A18 na questão 5-b no pós-teste .....	72
Figura 46 – Respostas do aluno A2 na questão 6 no pré-teste .....	73
Figura 47 – Respostas dos alunos A6, A14 e A15 na questão 6 no pós-teste .....	74
Figura 48 – Respostas dos alunos A9 e A23 na questão 6 no pós-teste .....	74
Figura 49 – Respostas dos alunos A2 e A19 no questionário II.....	78
Figura 50 – Respostas dos alunos A15 e A19 no questionário II.....	79

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Participação <i>online</i> do tópico Conceito de Função .....	56
Tabela 2 – Participação <i>online</i> do tópico Representação de Funções .....	58
Tabela 3 – Participação <i>online</i> do tópico Análise Gráfica de Funções .....	59
Tabela 4 – Número de respostas corretas .....	60
Tabela 5 – Número de problemas identificados na questão 1 .....	61
Tabela 6 – Número de problemas identificados na questão 2 .....	62
Tabela 7 – Número de problemas identificados na questão 3 .....	63
Tabela 8 – Número de problemas identificados na questão 4 .....	64
Tabela 9 – Número de problemas identificados na questão 5 .....	69
Tabela 10 – Número de problemas identificados na questão 6 .....	73
Tabela 11 – Dados do questionário II – parte 1 .....	76

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	7
LISTA DE TABELAS .....	9
INTRODUÇÃO.....	11
1 APORTE TEÓRICO .....	17
1.1 Funções e Cálculo .....	17
1.2 Educação a Distância .....	23
1.3 Estudos Relacionados .....	29
2 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	33
2.1 Caracterização da Pesquisa.....	33
2.2 Detalhamento das Etapas.....	36
2.2.1 Elaboração das Apostilas.....	36
2.2.2 Escolha dos materiais complementares .....	38
2.2.3 Elaboração do pré e do pós-teste .....	41
2.2.4 Elaboração dos questionários .....	45
2.2.5 Teste exploratório .....	46
2.2.6 Preparação do curso no Moodle .....	47
2.3 Análise de Erros .....	48
3 RELATO DE EXPERIÊNCIA.....	50
3.1 Teste Exploratório .....	50
3.2. Experimentação .....	52
3.2.1 Análise da participação <i>online</i> .....	56
3.2.2 Análise dos testes .....	60
3.2.2 Análise do questionário II .....	75
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	81
REFERÊNCIAS .....	83
APÊNDICES .....	88
APÊNDICE A: Pré-teste .....	89
APÊNDICE B: Pós-teste .....	91
APÊNDICE C: Questionário I.....	93
APÊNDICE D: Questionário II.....	95

## INTRODUÇÃO

As dificuldades dos alunos do Ensino Superior em relação a conceitos básicos de Matemática são inúmeras e, algumas vezes, levam a erros que podem parecer absurdos (CURY, 2003). Em particular, nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, essas dificuldades são muito frequentes e estão associadas, de acordo com Reis (2001 apud ALVES, 2010), a diversas razões, tais como: i) os alunos não se sentem preparados para o grau de abstração que estas disciplinas exigem; ii) necessidade de formalização matemática de alguns conceitos; iii) extensa quantidade de conteúdos programáticos da disciplina, e iv) práticas metodológicas adotadas pelos professores.

Para Nasser (2007), algumas das dificuldades em Cálculo Diferencial e Integral se encontram em conteúdos da Educação Básica e isso decorre, muitas vezes, de metodologias utilizadas pelo professor, nas quais é priorizada a resolução mecânica de exercícios, com memorização de regras sem significado e sem utilização de raciocínio lógico. Considera-se que as deficiências relacionadas à Educação Básica podem ser a causa da sensação de despreparo dos alunos, mencionada por Reis (2001 apud ALVES, 2010).

Nesse sentido, em relação ao Ensino Médio, Bortoli (2011, p. 14) afirma que:

Deve-se pensar que a Matemática Básica, no Ensino Médio, precisa ser estudada e compreendida por todos, para que, além dos conhecimentos mínimos de Lógica e Matemática, indispensáveis a um cidadão do século XXI, seja possível eliminar, ou pelo menos amenizar, as dificuldades apresentadas por aqueles alunos que se propuserem a ingressar em um curso superior e estudar disciplinas matemáticas.

A fim de preencher lacunas de aprendizagem dos alunos ingressantes nos cursos superiores, várias iniciativas têm sido consideradas, como os cursos de Pré-Cálculo obrigatórios ou optativos, aulas de apoio e disciplinas eletivas presenciais paralelas às disciplinas da grade curricular (FREIRE; NASSER; CARDADOR, 2008).

Por meio de uma investigação desenvolvida no curso de Engenharia da PUCRS<sup>1</sup>, em turmas que ainda não haviam cursado a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, Cury (2003) detectou que alguns erros dos alunos estavam relacionados ao conteúdo de função, como a construção de gráficos, reconhecimento de uma função exponencial e identificação

---

<sup>1</sup>Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

dos componentes de uma função composta. Além desses, existem os relacionados às funções trigonométricas, mais especificamente em relação a argumentos (CURY, 2003).

Oliveira (2006), em sua dissertação, também afirma que os alunos do Ensino Superior têm dificuldades ao traçar gráfico de uma função definida por mais de uma sentença, marcar pontos no plano cartesiano, operar com números inteiros e racionais, determinar domínio e imagem de uma função.

Essas dificuldades podem estar relacionadas a uma série de fatores, tais como o método de ensino utilizado pela escola ou pelo professor e a simbologia utilizada no estudo de funções que também dificulta a compreensão do conceito (LIMA, 2008).

De acordo com Lima (2008, p. 46),

As dificuldades na compreensão do conceito de função estão longe de ser problema específico dos alunos. Os próprios matemáticos, na evolução da ciência, depararam-se com dificuldades que modificaram sua compreensão do conceito levando a evoluções teóricas durante séculos, para serem estabelecidas e aceitas pela comunidade acadêmica. Professores de matemática, alunos da Educação Superior e alunos da Educação Básica, assim como os matemáticos, também vivenciam as dificuldades na compreensão do conceito de função.

Os alunos do Ensino Médio consideram a linguagem simbólica matemática muito formal. Porém, a mesma é necessária para a expressão de qualquer sentença matemática, tanto para a solução de problemas e para a comunicação dos resultados. A não compreensão dessa linguagem causa problemas no entendimento de todos os conteúdos estudados, especialmente aqueles que envolvem os símbolos da Teoria dos Conjuntos e funções (MODEL, 2005).

Segundo Oliveira (1997 apud BATISTA, 2013, p. 4),

Os alunos, em geral, confundem atributos do conceito com os exemplos de função, incluem a noção de continuidade a este conceito, definem função como uma equação, não compreendem funções dadas por mais de uma expressão algébrica, fazem confusão entre função constante e função contínua, entendem que a existência de uma expressão algébrica ou gráfico é suficiente para afirmar que estes representam uma função.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (BRASIL, 1999, p. 42-43), o conceito de função desempenha um papel importante para:

[...] descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas [...].

Diante desse contexto, este trabalho monográfico focaliza o tema funções, por se tratar de um assunto fundamental para as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. A proposta da pesquisa insere-se em um projeto mais amplo, que é o desenvolvimento de um curso de Pré-Cálculo, por meio de uma ação conjunta entre o Programa Tecnologia-Comunicação -Educação (PTCE)<sup>2</sup> e a Licenciatura em Matemática do IF Fluminense *Campus* Campos-Centro. Considera-se que é preciso buscar meios para tornar o ensino de Cálculo mais acessível e, dessa forma, tem-se por objetivo criar oportunidades para os alunos (re)construírem os saberes matemáticos da Educação Básica. Nessa ação conjunta, a Parte 1 do Curso de Pré-Cálculo já foi desenvolvida e experimentada (PEREIRA, 2014), abordando conteúdos do Ensino Fundamental. O presente trabalho refere-se à Parte 2 desse curso (Curso de Pré-Cálculo Parte 2), tendo por foco o estudo de tópicos iniciais de funções.

O curso de Pré-Cálculo, como um todo, está estruturado no Moodle<sup>3</sup>, que é um sistema de administração de atividades *online*, destinado à aprendizagem colaborativa, disponível em diversos idiomas, dentre os quais o português (SABBATINI, 2007). O Moodle foi o ambiente virtual de aprendizagem adotado, pois o PTCE utiliza-o em suas ações para mediar atividades pedagógicas com tecnologias digitais. A Parte 2, assim como a Parte 1, foi ofertada na modalidade a distância com momentos presenciais para tutoria.

A Educação a Distância (EAD) é uma modalidade “[...] na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino-aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com estudantes e professores desenvolvendo atividades educativas em lugares ou tempos diversos” (BRASIL, 2005, p. 1). Os ambientes virtuais de aprendizagem (AVA) como o Moodle são fundamentais no desenvolvimento de cursos ministrados nessa modalidade, pois dispõem de ferramentas que facilitam o compartilhamento de informação e comunicação entre as pessoas envolvidas e oferecem opções para que os professores gerenciem o material didático e acompanhem o progresso dos alunos (AZEVEDO, 2011).

---

<sup>2</sup>Desenvolvido no IF Fluminense *Campus* Campos-Centro, desde 2010, tendo por objetivo contribuir para a apropriação das tecnologias digitais, por parte dos professores e alunos, como instrumentos mediadores da atividade pedagógica.

<sup>3</sup><<http://www.ptce2.iff.edu.br/moodle/>>.

O Curso de Pré-Cálculo Parte 2 aborda os seguintes tópicos: i) Conceito de Função; ii) Representações de Funções, e iii) Análise Gráfica de Funções. Para tanto, foram preparadas apostilas adequadas para um curso a distância e selecionados materiais diversos relativos aos tópicos considerados (vídeos, objetos de aprendizagem<sup>4</sup>, apostilas complementares). Visa-se disponibilizar materiais em diferentes mídias, de forma a contemplar alunos com diferentes estilos de aprendizagem<sup>5</sup>. Ressalta-se que a preparação e seleção de materiais são ações desenvolvidas por licenciandas em Matemática, sob a orientação de professoras de Cálculo.

Diante do exposto, essa pesquisa tem a seguinte questão considerada norteadora: Qual a percepção de licenciandos em Ciências da Natureza sobre a contribuição de um curso destinado ao estudo de tópicos iniciais de função, estruturado no Moodle, tendo em vista a (re)construção desses conceitos necessários ao estudo de Cálculo?

Neste trabalho, quando for utilizada a expressão licenciandos em Ciências da Natureza a mesma refere-se aos alunos do Curso Superior de Ciências da Natureza – Licenciaturas em Biologia, Física ou Química, assim como Licenciatura em Ciências da Natureza trata-se do referido curso.

Dessa forma, tem-se por objetivo: Analisar a percepção de licenciandos em Ciências da Natureza sobre a contribuição de um curso, estruturado no Moodle, destinado ao estudo de tópicos iniciais de função, necessários para as disciplinas de Cálculo.

Considerando o objetivo geral descrito, delinear-se os seguintes objetivos específicos:

- Promover estudos e pesquisas tendo em vista a elaboração das apostilas do curso, a seleção de materiais complementares e a construção de instrumentos de coleta de dados;
- Proporcionar um aumento qualitativo no conhecimento dos licenciandos participantes em relação aos tópicos iniciais do estudo de funções, tendo em vista minimizar a deficiência dos mesmos no estudo de Cálculo;
- Contribuir para uma modificação da atitude dos participantes em relação aos seus processos de ensino e aprendizagem;
- Propiciar aos alunos participantes, que estudam presencialmente, o contato com a Educação a Distância.

---

<sup>4</sup> Objetos de aprendizagem são recursos que visam apoiar a construção do conhecimento. Os mesmos podem ser criados em qualquer mídia ou formato e podem ser simples, como uma animação ou uma apresentação de *slides*, ou complexos, como uma simulação (MACÊDO et al., 2007).

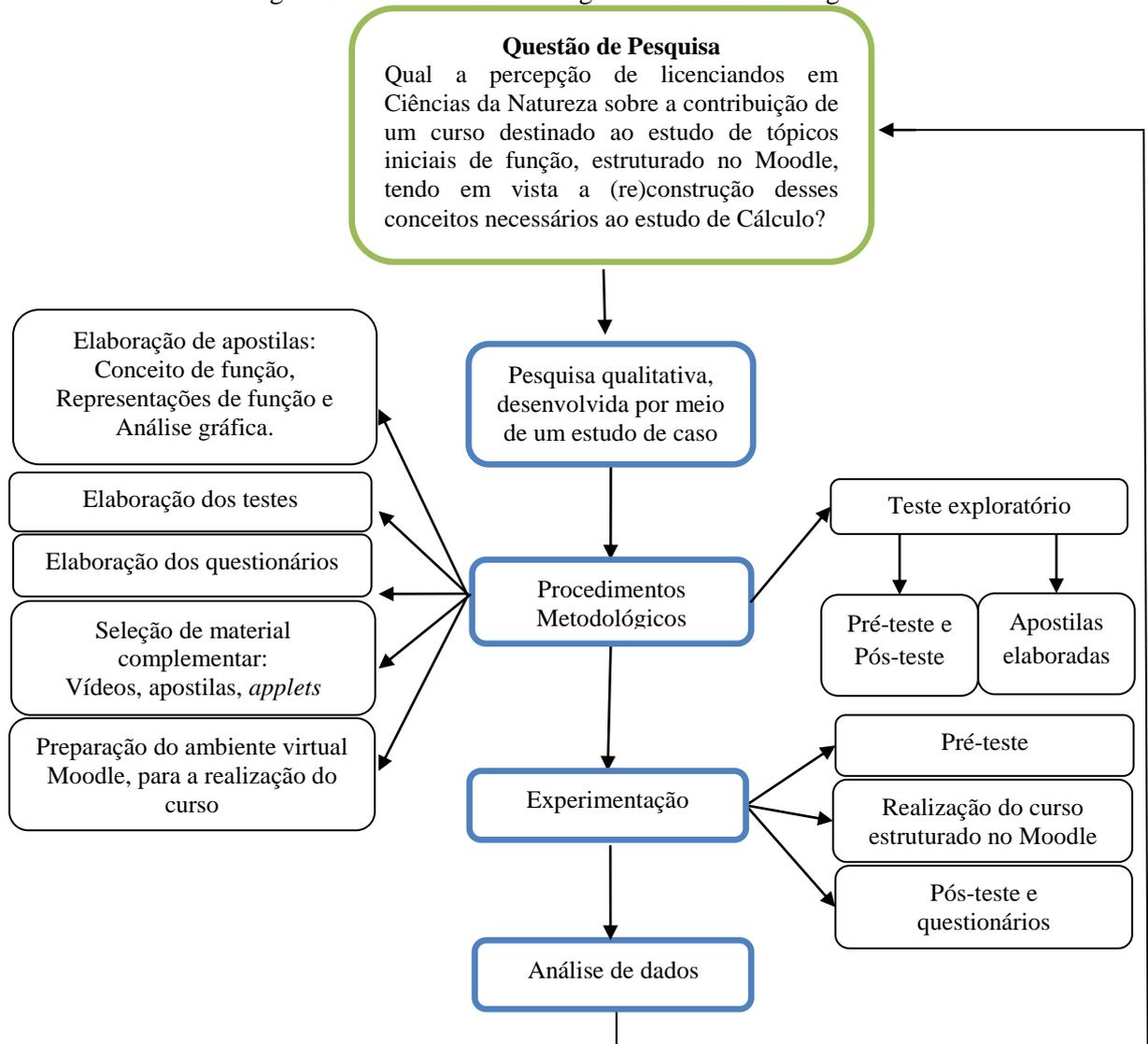
<sup>5</sup> Segundo Felder e Spurlin (2005), estilo de aprendizagem é uma preferência característica e dominante na forma como as pessoas recebem e processam informações.

Para alcance dos objetivos descritos, foi promovida uma pesquisa de caráter qualitativo, na qual a realização do Curso de Pré-Cálculo Parte 2 foi considerada como um estudo de caso. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram observação, questionário, pré-teste e pós-teste. Para a análise dos dados coletados no pré e pós-teste, utilizou-se a metodologia Análise de Erros.

Essa metodologia pode contribuir para que práticas pedagógicas sejam modificadas, com a adoção de estratégias que partam dos erros dos alunos, levando-os a reconstruir seus conhecimentos (CURY, 2004). A Análise de Erros pode ser utilizada tanto como metodologia de ensino quanto de pesquisa. Quando visa analisar e discutir os erros apresentados pelos alunos em sala de aula é vista no sentido do ensino. Quando se busca fundamentação teórica e análises de produções escritas dos alunos é entendida como metodologia de pesquisa (CURY, 2008). Nessa segunda concepção, a Análise de Erros foi adotada na presente pesquisa.

A figura 1 apresenta a estrutura metodológica da monografia.

Figura 1 – Estrutura metodológica do trabalho monográfico



Fonte: Elaboração própria.

Este trabalho monográfico consta de três capítulos, além dessa Introdução e das Considerações Finais. O primeiro apresenta o aporte teórico que aborda aspectos relacionados ao estudo de Funções e ao de Cálculo e à Educação a Distância.

No segundo capítulo, apresenta-se a metodologia de pesquisa e a descrição das etapas necessárias para a realização do curso.

No terceiro capítulo, relata-se a realização do teste exploratório das apostilas elaboradas e do pré e do pós-teste, descreve-se o desenvolvimento do curso e analisam-se os resultados obtidos.

Nas Considerações Finais, destacam-se aspectos relevantes do trabalho e discute-se a resposta da questão de pesquisa.

# 1 APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, será apresentado o aporte teórico que fundamentou o processo de elaboração deste trabalho monográfico. Inicialmente, abordam-se alguns aspectos relativos ao estudo de Funções e de Cálculo Diferencial e Integral, a seguir, discutem-se algumas questões sobre Educação a Distância e, finalizando, apresentam-se estudos relacionados ao presente trabalho.

## 1.1 Funções e Cálculo

A história do conceito de função surge intuitivamente na história da humanidade. Na Idade da Pedra, os homens sentiram a necessidade da contagem, devido a ações relacionadas ao comércio e ao controle de caçadas. Para fazer contagens do rebanho, o homem utilizava uma pedra para associar a cada animal, surgindo uma relação de dependência (SÁ; SOUZA; SILVA, 2003 apud MACIEL, 2011).

Quando o conjunto de pedras se tornou inadequado para o registro de informações, os homens passaram a utilizar marcas em bastões ou em pedaços de ossos para fazer a contagem. Assim o conceito de função originou-se pelo conceito de número (MACIEL, 2011).

Nessa ideia de dependência de quantidades, os babilônios utilizavam tábulas para escrever essa associação, como uma tabela, que associava o valor da primeira coluna com a segunda. Esses utilizavam os resultados das operações de multiplicação, divisão, potenciação (quadrados, cubos), radiciação (raiz quadrada), para construir tais tabelas (SÁ; SOUZA; SILVA, 2003 apud MACIEL, 2011).

Durante a Idade Média, a noção de função esteve ligada às representações geométricas e mecânicas. Nessa época, o bispo Francês, Nicole Oresme (1323-1382), criou a teoria “latitudo das formas”, na qual questionou a possibilidade de criar uma representação para o modo como a velocidade de um objeto móvel e a temperatura variam. Nos dias atuais, essa teoria é a representação gráfica de funções (BOYER, 1996).

Maciel (2011, p. 12-13) afirma que, no século XVI, “François Viète (1540-1603), contribuiu fortemente para o avanço da Álgebra [...], o francês introduziu a prática de se

utilizarem vogais para representar incógnitas e consoantes para representação de valores constantes. [...]”.

Galileu Galilei (1564-1642) utilizava a Matemática na tentativa de modelar os fenômenos da natureza, assim “[...] acaba criando relações entre as quantidades medidas dos fenômenos que podiam ser observáveis. Com isso, tais medidas passam a ser introduzidas nas representações gráficas, por fim acabam criando a noção de variável dependente através da análise experimental” (GUIMARÃES, 2010 apud MACIEL, 2011, p.13).

Além de Galileu Galilei, os matemáticos Gottfried Leibniz, Leonard Euler, Johann Bernaoulli e James Gregory também contribuíram para a definição do conceito de função. O físico Isaac Newton foi o primeiro a introduzir o termo “variável independente” e mostrar que uma função pode ser descrita por uma série de potências. “[...] Assim, a ideia de função, entre outros conceitos, precisou ser claramente definida, implicando o surgimento da Análise Matemática, que tinha como objeto de estudo as funções” (MACIEL, 2011, p. 18).

De acordo com Zuffi (1999 apud MODEL, 2005, p. 60-61):

[...] Descartes contribuiu ao utilizar equações em  $x$  e  $y$ , para estabelecer uma relação de dependência entre quantidades variáveis, permitindo, assim, o cálculo de uma delas a partir do valor da outra. No entanto, foi a partir dos trabalhos de Newton e Leibniz que foram propostas as primeiras contribuições efetivas para o delineamento do conceito de função.

Euler também contribuiu para a evolução do pensamento matemático relativo às funções, principalmente no que se refere à linguagem simbólica e à utilização de notações que atualmente ainda são usadas, como  $f(x)$  para representar uma função de  $x$  (ZUFFI, 1999 apud MODEL, 2005).

Ao longo da história, o conceito de função sofreu alterações. Somente no início do século XX, passou a ser compreendido como relações unívocas entre conjuntos (LIMA et al., 2006). Para chegar ao conceito de função que se tem hoje “[...] foi necessário o desenvolvimento de outros conceitos tais como o de variável dependente, variável independente, continuidade, domínio, contradomínio, funções analíticas, etc.” (MACIEL, 2011, p. 22).

Apesar do conceito de função ser antigo, ainda nos tempos atuais os alunos têm dificuldades. De acordo com Lima (2008), as dificuldades na compreensão desse conceito são vivenciadas por todos os níveis educacionais e isso pode ser comprovado por resultados de pesquisas, nacionais e internacionais, que tratam do tema.

Os exames nacionais como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Exame Nacional de Cursos (ENC) ou mesmo em exames internacionais, como do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) apontam resultados preocupantes, que têm levado muitos pesquisadores em Educação Matemática a discutir as dificuldades apresentadas pelos alunos de cursos de graduação na área de ciências exatas (CURY, 2003).

Tais resultados retratam a situação do aluno que não compreende o conceito de função e do professor que não articula seus conhecimentos para ensiná-lo. Além disso, evidenciam dificuldades dos alunos na passagem da forma gráfica das funções para a forma algébrica e em tarefas de interpretação de informações contidas em representações gráficas, definições de domínio e contradomínio, na distinção entre variável dependente e independente e na escrita matemática (LIMA, 2008).

Essa visão é coerente com a de Rêgo (2000), que afirma que os alunos possuem dificuldades em fazer relação entre as representações algébricas e geométricas, em compreender os conceitos de domínio, contradomínio e imagem de função e apresentam uma concepção equivocada, baseada muito mais no conceito de equação do que no conceito de variação de grandezas.

Uma grande dificuldade dos alunos, no estudo de funções, é a utilização da linguagem matemática. Ao apresentar respostas, em geral, utilizam linguagem natural, carente de clareza e rigor (LIMA, 2008).

Segundo Model (2005, p. 14):

O fato de a linguagem simbólica matemática ser universal fortalece o formalismo empregado, não permitindo alterações ou simplificações. Esse formalismo, aliado à dificuldade de abstração, distancia o aluno de uma coesão de ideias que lhe permitam compreender de imediato, ou mesmo, após algumas tentativas, os conceitos apresentados.

Lima (2008) afirma, ainda, que os alunos possuem dificuldades na interpretação e construção de tabelas de valores numéricos. No entanto, “Os estudos de tabelas são apresentados em pesquisas como representação necessária e útil para a compreensão do conceito de função [...]” (LIMA, 2008, p. 53). Bem como auxiliam “[...] na visualização das regularidades numéricas, associando os resultados às representações gráficas, integrando, assim, os tipos de conhecimento de função” (LIMA, 2008, p.54).

Os PCN recomendam que, ao iniciar o conteúdo de funções, sejam exploradas, qualitativamente, as relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras (BRASIL, 2006).

O conceito de função é um dos mais importantes em Matemática, está associado à análise da variação entre grandezas. De maneira geral, o Cálculo tem em sua base o estudo de grandezas e se dedica ao estudo das variações das mesmas. Como menciona Anton (2000, p. 1), o Cálculo visa “descrever a forma precisa na qual variações em uma variável se relacionam com variações em outra”.

Dessa forma, percebe-se que o estudo de Cálculo necessita da compreensão do conceito de função. Quando este conteúdo não é bem trabalhado com foco no conceito ocorre uma defasagem na aprendizagem desta disciplina. Como pode ser observado pelos resultados obtidos nos estudos de Nasser, Sousa e Torraca (2012), muitas vezes, as dificuldades dos alunos não estão na aplicação do conceito de derivada ou de integral, mas na representação geométrica e na identificação de relações entre elementos da figura, como na maioria dos problemas de “máximos e mínimos”, de “taxas relacionadas” e de “área entre curvas” que depende de uma representação visual adequada.

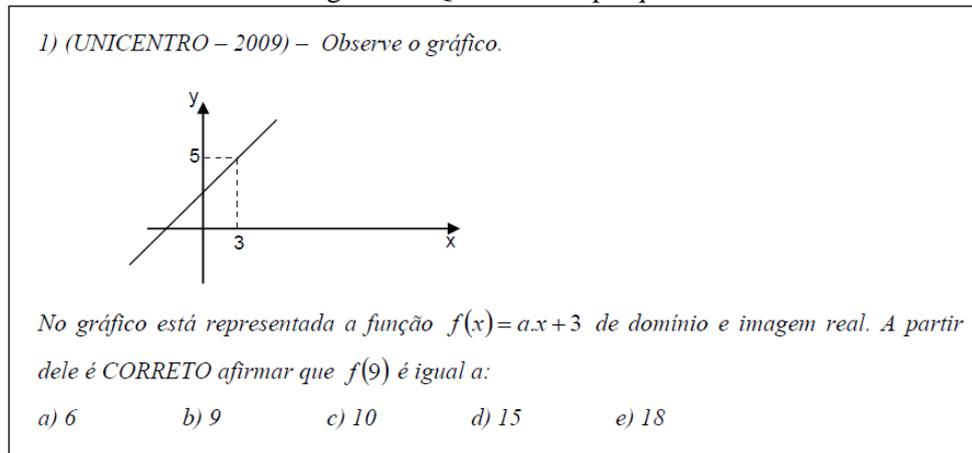
As dificuldades de aprendizagem na resolução de problemas de taxas relacionadas e de otimização estão associadas a não compreensão do conceito de função, que é estudado desde o Ensino Fundamental e Médio, com foco no campo algébrico. Nas disciplinas de Cálculo, os professores seguem a mesma linha, reforçando ainda mais esse viés algébrico do conceito de função quando fazem uma revisão (REZENDE, 2003). Em consonância, Nasser, Sousa e Torraca (2012), afirmam que, de maneira geral, o tópico de função é ensinado de forma muito pontual, sem estimular o pensamento matemático, sem possibilitar uma visão abrangente necessária ao estudo de Cálculo.

Considerando essas dificuldades, Bortoli (2011) realizou um trabalho com os alunos do Ensino Superior do IFPR<sup>6</sup>, dos cursos de Administração, Ciências Contábeis, Engenharia Agrônômica, Química e Sistemas de Informação, na disciplina de Pré-Cálculo. A pesquisa teve por objetivo analisar os erros cometidos pelos alunos e planejar uma estratégia de ensino, a partir desses erros, visando propiciar uma melhor aprendizagem nessa disciplina. Na figura 2, apresenta-se uma questão relacionada à função, utilizada na pesquisa de Bortoli (2011).

---

<sup>6</sup> Instituto Federal Paraná

Figura 2 – Questão 1 da pesquisa



Fonte: Bortoli, 2011, p. 45.

Foram classificados os erros encontrados nas resoluções de 28 alunos, sendo, para tanto, utilizada a notação A1, A2, A3,..., A28 para nomear os estudantes.

O primeiro erro detectado nessa questão foi a substituição do coeficiente angular  $a$  por 5, quando o correto seria substituir o 5 no valor de  $y$ , que representa a ordenada (Figura 3). Tal erro foi cometido por 17 alunos.

Figura 3 – Resolução dos alunos A10 e A26

A10	A26
$f(x) = a.x + 3$	$f(9) = a.x + 3$
$f(x) = 5.3 + 3$	$f(9) = 5.3 + 3$
$f(x) = 15 + 3$	$f(9) = 15 + 3$
$f(x) = 18$	$f(9) = 18$
alternativa E	alternativa E

Fonte: Bortoli (2011, p. 46-47).

O segundo erro foi considerar o termo  $f(x)$  como o produto de  $f$  por  $x$ , conforme a figura 4. Nove alunos cometeram esse erro e seis deles cometeram os dois erros simultaneamente, como, por exemplo, o aluno A4 (Figura 4) (BORTOLI, 2011).

Figura 4 – Resolução dos alunos A4, A5 e A12

A4	A5	A12
$f(x) = a.x + 3$ $f(3) = 3a + 3$ $f(3) = 3.5 + 3$ $f3 = 15 + 3 = 18$ $f = \frac{18}{3}$ $f = 6$	$f(9) = a.9 + 3$ $f = a.9 + 3 - 9$ $f = a.3$ $f(3) = a.3 + 3$ $9.3 = a.6$ $27 = a.6$	$f(x) = a.x + 3 -$ $f(9) = a.9 + 3 -$ $f(9) = a.12$ $f = \frac{a.12}{-9}$
alternativa A	alternativa D	alternativa E

Fonte: Bortoli (2011, p. 46).

Os alunos demonstraram não ter habilidades para efetuar leituras de pares ordenados  $(x, y)$  e realizar sua substituição na lei de formação da função afim. Isso foi considerado um terceiro erro. O quarto erro apresentado foi a utilização da ideia de proporcionalidade com o par ordenado  $(3,5)$  (BORTOLI, 2011).

A partir dos dados coletados nesta questão, Bortoli (2011) concluiu que o erro mais frequente consistiu em substituir equivocadamente o coeficiente angular da equação pelo valor da ordenada do ponto indicado no gráfico. A análise permitiu observar, ainda, que os estudantes apresentavam dificuldades na resolução de sistemas de equação de 1º grau, sendo que não havia necessidade de utilizar essa ferramenta no desenvolvimento dessa questão. E, também, mostraram ter dificuldades nas operações algébricas e em suas propriedades, assim como na redução de termos semelhantes.

Pelos resultados, Bortoli (2011) considerou que os alunos participantes da pesquisa ainda não tinham desenvolvido as habilidades de calcular o valor numérico de uma expressão algébrica e reconhecer a representação algébrica de uma função polinomial do 1º grau, dado o seu gráfico.

A análise dos erros da questão proposta por Bortoli (2011) retrata bem o quadro das dificuldades dos alunos do Ensino Superior no estudo de funções e evidencia a necessidade de ações que possam contribuir para reverter esse panorama. Dentre as diversas possibilidades nesse sentido, destaca-se, neste trabalho, a proposta do curso de Pré-Cálculo Parte 2, ministrado a distância, tendo por foco o tema funções.

Como defendido por Freire, Nasser e Cardador (2008), as novas tecnologias podem contribuir para minimizar as dificuldades dos alunos nas disciplinas de Cálculo, redefinir o papel central do conteúdo e dar mais ênfase ao desenvolvimento de habilidades e de atitudes investigativas. Nessa visão, os referidos autores destacam a EAD, por meio de um ambiente virtual de aprendizagem, como uma forma de propor uma abordagem pedagógica

diferenciada, tendo em vista promover uma aprendizagem mais flexível e personalizada, uma vez que cada estudante possui um ritmo diferenciado. Na seção a seguir, são apresentadas algumas características, potencialidades e dificuldades relacionadas a essa modalidade de ensino.

## 1.2 Educação a Distância

O mercado de trabalho necessita de profissionais qualificados, portanto, o Ensino Superior está sendo, cada vez mais, procurado. As universidades estão aumentando o número de cursos e alguns destes têm sido ofertados a distância, pela indisponibilidade de tempo nos horários tradicionais de aula (CAPELETTI, 2014).

Segundo Capeletti (2014, p. 5)

A EAD permite ao aluno compatibilizar seu curso com suas possibilidades de tempo, realizá-lo no ritmo desejado e em qualquer local disponível. O conteúdo pode ser disponibilizado pelo professor em forma de texto ou vídeo aula e a interação com colegas e professor é realizada por fórum, chats, blogs (diários on-line em que são publicados conteúdos com espaço para comentários do leitor), entre outros.

Freire, Nasser e Cardador (2008) afirmam que a EAD cria um ambiente de aprendizagem significativo e estimulante, que permite aos estudantes aprender de diversas maneiras.

Atualmente, existem inúmeros AVA que apoiam as ações em EAD, dentre os quais: Moodle<sup>7</sup>, Teleduc<sup>8</sup>, WBT Systems<sup>9</sup>, WebCT<sup>10</sup>, entre outros.

Os AVA dão suporte aos processos de ensino e aprendizagem fundamentados na Web, provenientes do meio acadêmico e comercial. O Ministério da Educação (BRASIL, 2007, p. 11) define esses ambientes como:

Programas que permitem o armazenamento, a administração e a disponibilização de conteúdos no formato Web. Dentre esses, destacam-se: aulas virtuais, objetos de aprendizagem, simuladores, fóruns, salas de bate-papo, conexões a materiais externos, atividades interativas, tarefas virtuais (webquest), modeladores, animações, textos colaborativos (wiki).

<sup>7</sup> Disponível em: <<https://moodle.org/>>.

<sup>8</sup> Disponível em: <<http://www.teleduc.org.br/>>.

<sup>9</sup> Disponível em: <<http://www.wbtsystems.com/>>.

<sup>10</sup> Disponível em: <<http://www.webct.com/>>.

Behar (2009, p. 29) complementa definindo um AVA e suas funcionalidades como:

[...] um espaço na internet formado pelos sujeitos e suas interações e formas de comunicação que se estabelecem por meio de uma plataforma, tendo como foco principal a aprendizagem. Entende-se por plataforma uma estrutura tecnológica composta pelas funcionalidades e interface gráfica que compõe o AVA. Dentre as funcionalidades, podem ser citadas as de comunicação síncrona e assíncrona, [...] que dão suporte ao trabalho em grupo, [...].

As ferramentas síncronas são formas de comunicação em tempo real (*online*), em que a participação de todos os envolvidos ocorre de forma simultânea. Nas assíncronas, a forma de comunicação é realizada em tempo diferente, os interessados podem manter relacionamentos à medida que tenham tempo disponível, o que resulta na flexibilidade de interação (BEHAR, 2009).

O AVA utilizado neste trabalho monográfico foi o Moodle, visto que o PTCE o utiliza em suas ações para mediar atividades pedagógicas com tecnologias digitais.

Sabbatini (2007, p. 1) afirma que o Moodle:

é uma plataforma de aprendizagem a distância baseada em software livre. É um acrônimo de Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment (ambiente modular de aprendizagem dinâmico orientado a objetos). Atualmente o Moodle é um sistema consagrado, com uma das maiores bases de usuários do mundo, [...] algumas universidades baseiam toda sua estratégia e educação a distância na plataforma Moodle.

O Moodle é um ambiente de comunicação que permite diálogos tendo em vista as ferramentas de comunicação assíncronas e síncronas que este possui. Além disso, sua característica informacional permite construir, realizar e disponibilizar pesquisas de avaliação a fim de potencializar a reflexão em torno da aprendizagem de um determinado conceito educacional (NARDIN; FRUET; BASTOS, 2009).

Esse ambiente possibilita que cada aluno determine o percurso desejado para a construção do seu conhecimento, ao permitir um acesso não sequencial e não hierárquico aos materiais, que ocorre conforme as necessidades do discente (MESSA, 2010).

Assim como no ensino presencial, um curso em EAD requer cuidados desde a sua concepção.

Quando o processo educacional ocorre por meio de um AVA, a preocupação com o diálogo deve ser elevada e constante, visto que muitas vezes o interlocutor é desconhecido e para que ocorra a compreensão é necessário maior cuidado para encontrar as palavras e a melhor maneira de organizá-las (PALANGE, 2009). Como afirma Porto (2006 apud PALANGE, 2009, p. 42), “A educação depende diretamente da comunicação, é um processo comunicacional em que alunos e professores estabelecem uma relação educativa dialógica e plural”.

Na EAD isso fica bastante evidenciado. Nesse sentido, Palange (2009) ainda afirma que, para a montagem de um curso *online*, a primeira escolha a ser feita é se o curso será um monólogo ou diálogo, se contará ou não com a participação efetiva do aluno.

Para este trabalho monográfico será proposto um curso com foco no diálogo. Essa opção requer clareza sobre o perfil do interlocutor e sobre o objetivo do curso. Além disso, são necessários cuidados com a seleção das unidades e dos recursos educacionais, com o tipo de navegação e com a aplicação e a avaliação do conhecimento (PALANGE, 2009). Buscar informações sobre os futuros alunos é importante “[...] para concretizar a maneira de se aproximar, ou para escolher uma linguagem que não seja percebida como alienígena, ou mesmo para abordar de assuntos que tenham como referência experiências que eles tenham vivido” (PALANGE, 2009, p. 380). Para obter informações sobre esses futuros alunos, uma boa fonte pode ser os professores de cursos presenciais (PALANGE, 2009). Zanetti (2009) reforça essa visão ao afirmar que o diálogo é um meio de aproximar professor e aluno para que este possa construir seus conhecimentos.

Após definir os objetivos do curso, é possível fazer uma seleção mais criteriosa dos recursos de ensino. De acordo com Palange (2009, p. 381), “Ensinar é ter intencionalidade, atribuir valor aos conteúdos selecionados e, ao prever as situações de ensino, as intencionalidades devem ser declaradas”, ou seja, os objetivos devem estar explícitos.

Buscar significado para uma informação é construir uma relação entre o universo que o aluno conhece e o que é desconhecido. Definir os objetivos orienta também a fazer um recorte do conteúdo, pois a delimitação pode ser feita de acordo com cada objetivo (PALANGE, 2009).

Promover um recorte do conteúdo é fazer a seleção das informações necessárias para o aluno estudar. É preciso também “[...] contemplar informações que permitam o aprofundamento de alguns aspectos e mesmo algumas digressões em relação ao conteúdo do curso” (PALANGE, 2009, p. 382).

Selecionar o conteúdo orienta a navegação do aluno e permite que o mesmo aprofunde e questione os tópicos do conhecimento. O conteúdo pode ser liberado por completo ao início do curso ou de acordo com os objetivos (PALANGE, 2009).

Por meio do planejamento de cada conteúdo do curso, elaboram-se ou selecionam-se os materiais didáticos, de acordo com os objetivos de cada unidade de aprendizagem e com o objetivo geral do curso (ZANETTI, 2009). Esses materiais, ou recursos, podem ser textos, *links*, vídeos, animações e jogos. Estes devem estar inseridos em um contexto e contribuir para o desenvolvimento do estudo (PALANGE, 2009).

Em um curso com foco no diálogo é possível utilizar recursos para discutir um assunto com todos os alunos de maneira assíncrona, como por exemplo, um fórum. Para isso devem-se organizar os temas, definindo se será um fórum por unidade ou um só para o curso todo e como este será administrado (PALANGE, 2009).

Para Messa (2010), o fórum é um espaço rico para a comunicação, apropriado para discussão e desenvolvimento do conhecimento de forma coletiva. Palange (2009, p. 383) define fórum como,

[...] um recurso didático que pode completar aspectos de conteúdo, pode incentivar a discussão e aprofundamento de aspectos relacionados aos tópicos abordados, pode registrar experiências, entre outros. É um espaço de compartilhamento em que todos podem ter voz e manifestar-se livremente, compondo uma discussão que pode ampliar e modificar as informações do curso.

É importante definir o tipo de navegação no decorrer do curso, se todas as unidades estarão abertas para os alunos acessarem ou se serão disponibilizadas em datas previamente apresentadas em uma agenda (PALANGE, 2009).

Segundo Palange (2009), a agenda não precisa ser rígida, caso um aluno peça a liberação de uma unidade, por já ter cumprido as atividades previstas, poderá ser atendido e ter acesso à próxima unidade. Manter as unidades fechadas é somente uma facilidade para a navegação do aluno, mas não será prejuízo se todas permanecerem abertas. Para Behar (2009), o acesso ao conteúdo de um material digital deve ser fácil, de forma que o usuário possa percorrê-lo com praticidade.

Quanto ao material, na perspectiva da EAD, é necessário que o mesmo estabeleça um diálogo com o leitor e essa comunicação implica um tipo de relação que envolve interação e transformação contínua dos interlocutores envolvidos (FERNADEZ, 2009).

A interação é um processo de trocas e significações, é uma relação entre duas ou mais pessoas. Quando a ação ocorre entre o homem e a máquina este diálogo é compreendido como interatividade, considerado um tipo específico de interação (BEHAR, 2009). Zanetti (2009) ainda afirma que a interação se tornou um conceito da EAD.

De acordo com Neder (2005 apud FERNADEZ, 2009, p. 399),

Nos processos de Educação a Distância, os efeitos de sentido, significação, que são atribuídos aos textos (verbais ou não verbais), devem ser preocupação fundamental. É o leitor/aluno que, com sua história de vida e das leituras atribuirá sentido aos textos selecionados, e/ou produzidos pelo professor.

O estímulo para aprendizagem ocorre do prazer que os materiais provocam ao apresentar atividades significativas, aguçando a curiosidade do estudante e incluindo-o como sujeito ativo na construção do conhecimento (FERNANDEZ, 2009). Segundo essa autora é preciso, por meio dos materiais da EAD, incentivar o espírito crítico e questionador dos alunos e desenvolver a autonomia dos mesmos.

É fundamental considerar o fato de que o aluno estará sozinho no momento de estudo e que, devido a isto, necessitará de orientações. Essa preocupação envolve analisar para quem o material será elaborado (FERNANDEZ, 2009). De acordo com essa autora, conhecer o perfil do futuro usuário, permite tomar decisões mais adequadas sobre o material, em relação, por exemplo, ao tipo de linguagem a ser adotada na abordagem dos conteúdos (mais informal ou não) e aos exemplos e ilustrações a serem inseridos.

A linguagem utilizada nos materiais é muito importante, uma vez bem empregada, pode facilitar na compreensão dos conteúdos e ainda propor uma leitura agradável. Deve-se adotar uma linguagem coloquial, clara e objetiva, evitando o uso de gírias e o excesso de informalidade (ZANETTI, 2009).

Deve-se também cuidar da inclusão de ilustrações para que contenham mensagens educativas, relacionadas ao conteúdo que está sendo tratado, evitando introduzir elementos que distraiam a atenção do aluno. Outro fator importante é o cuidado com títulos e subtítulos, visto que servem como elementos de orientação (FERNANDEZ, 2009).

O perfil do aluno da EAD não é o mesmo de um aluno de um curso presencial. Como afirma Amarilla (2011), este aluno deve ter autonomia, autodisciplina e autodidatismo uma vez que há ausência física do professor e trabalha-se, muitas vezes, sozinho. Além disso, é

preciso superar dificuldades para aprender e operar as ferramentas disponibilizadas no ambiente virtual.

Essa visão é ratificada por Mercado (2007), ao defender que, para ingressar em um curso a distância, o aluno deve ter motivação para superar os obstáculos inerentes à modalidade e, também, ter habilidades para utilizar recursos disponíveis nos AVA.

Segundo Uller (2012 apud CAPELETTI, 2014, p. 6),

[...] no interior do AVA, o aluno precisa ‘navegar’ pelas ferramentas do ambiente, bem como saber postar atividades, responder aos questionamentos em janelas que se abrem, os ‘pop ups’, consultar sua avaliação e observações do tutor, devendo estabelecer um compromisso em obter conhecimento, além de apresentar uma relação dialógica mediada pelo professor virtual. São estas habilidades que o aluno deve dominar, o que para muitos não é uma tarefa fácil.

Essas dificuldades em dominar as ferramentas, sem o professor presente para sanar alguma dúvida, pode se tornar algo desanimador. O planejamento de estudo requer dedicação e tempo, e este estudo é passivo e solitário, já que não há convívio com outras pessoas (CAPELETTI, 2014).

Outro problema que pode desestimular o aluno é o acesso à Internet (falta de conexão ou baixa velocidade). Além disso, há problemas relacionados a recursos de *hardware* sem a capacidade necessária (computadores antigos, por exemplo) e com a própria metodologia da EAD. Alunos que trabalham podem apresentar dificuldades no estudo, visto que a falta de tempo pode comprometer o planejamento inicial (CAPELETTI, 2014).

Os materiais disponíveis no ambiente virtual, como textos, podem ter um custo alto para serem impressos e, mesmo imprimindo, alguns alunos realizam leituras rápidas, apenas para participar de algum debate, por exemplo. É necessário que o aluno tenha um acesso diário, então é importante que os materiais não sejam extensos, que não demandem muito tempo de leitura e que sejam de fácil compreensão (MERCADO, 2007).

Segundo Mercado (2007, p. 2),

As frustrações dos alunos e tutores na EAD podem estar motivadas por vários fatores: ausência de ajuda ou de resposta imediata por parte de tutores ou colegas, instruções ambíguas no curso, problemas técnicos, inadequação do modelo pedagógico aos estilos cognitivos e características pessoais dos estudantes e dificuldades relacionadas com aspectos da situação vital dos alunos (aspectos sociais, familiares e pessoais).

Os alunos da EAD podem ter dificuldades em navegar pelo ambiente virtual e, assim, não encontrar informações procuradas, não praticar leituras e envios de mensagens, principalmente nos fóruns de discussão, e não acessar materiais complementares, entre outras ações. Além disso, podem ter problemas relacionados à utilização das tecnologias necessárias (MERCADO, 2007).

Para que ocorra bom funcionamento no sistema de EAD é necessário que os alunos tenham vontade de aprender e sejam incentivados pela necessidade de adquirir conhecimento, além de dispor de meios de comunicação que os alcancem. É importante que o professor tenha organização e competência para ensinar por meio de AVA, mantendo diálogo permanente com os alunos (MERCADO, 2007).

Além dos aspectos abordados nesta seção e na anterior, faz-se necessário, ainda, analisar alguns trabalhos relacionados, possibilitando uma melhor compreensão do contexto no qual se insere o presente estudo.

### **1.3 Estudos Relacionados**

Nesta seção, são apresentados três estudos relacionados a este trabalho monográfico. O primeiro é a dissertação de Marcelo de Freitas Bortoli, intitulada *Análise de erros em Matemática: um estudo com alunos de Ensino Superior* (BORTOLI, 2011); o segundo é um artigo de June Lessa Freire, Lilian Nasser e Débora Mendonça Cardador, intitulada *Educação a Distância: solução para o nivelamento em Matemática no Ensino Superior*, apresentado no IV Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática, em 2008, na UFRJ, RJ (FREIRE; NASSER; CARDADOR, 2008) e o último trabalho é a dissertação de Luciana de Lima intitulada *A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de Matemática* (LIMA, 2008).

Bortoli (2011) promoveu uma pesquisa de caráter qualitativo que teve como objetivo geral analisar erros cometidos na resolução de testes da disciplina de Pré-Cálculo. Participaram da pesquisa 31 alunos do Ensino Superior, dos cursos de Administração, Ciências Contábeis, Engenharia Agrônômica, Química e Sistemas de Informação do Instituto Federal do Paraná (IFPR), campus Palmas. Buscou-se encontrar meios para (re)apresentar os conceitos matemáticos das operações básicas e, assim, diminuir o número de erros cometidos pelos alunos, em cálculos elementares.

Nessa pesquisa, foram utilizados como metodologia a Análise de Conteúdos das respostas e como instrumentos de coleta de dados: questionário sócio educacional, testes e observações em sala de aula. Para analisar as respostas dos alunos, o autor utilizou as habilidades apontadas nas Matrizes de Referências para o SAEB 2005 e 2009 e ENEM 2009. Na coleta dos dados, percebeu-se a dificuldade dos alunos com conteúdos de Álgebra. Assim, em um momento inicial, foram diagnosticados os erros mais frequentes, tentando entender o que os estudantes executaram ao resolver os exercícios. Em um segundo momento, foram propostas, como estratégia de ensino, atividades didáticas interativas, por meio de planilhas Excel, para minimizar algumas dificuldades apresentadas pelos estudantes. Concluiu-se, de maneira geral, que os alunos participantes da pesquisa não dominavam as habilidades relacionadas a conteúdos algébricos.

No presente trabalho, assim como na dissertação de Bortoli (2011), promoveu-se a categorização dos erros dos alunos, tendo em vista a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de Cálculo.

Freire, Nasser e Cardador (2008), em seu artigo, relatam uma experiência de uso da tecnologia no desenvolvimento de um curso de nivelamento a distância para alunos ingressantes nos cursos superiores da poFaculdade SENAI/CETIQT. A experiência teve por objetivo preencher lacunas de aprendizagem de Matemática da Educação Básica e, por meio desta, pretendeu-se conceber mecanismos alternativos de nivelamento em Matemática. A Metodologia dos desafios foi utilizada no curso, adotada como um modelo instrucional condizente com os princípios do construtivismo. No ambiente de desafios, os alunos são ativamente engajados em tarefas e atividades adequadas. O foco é no aprendiz como construtor do seu próprio conhecimento, num contexto similar àquele em que deve aplicar esse conhecimento. Os alunos são encorajados a pensar tanto crítica, quanto criativamente e a monitorar suas próprias compreensões, lançando mão da metacognição.

Além disso, o curso foi desenvolvido em um ambiente de aprendizagem, dentro de uma perspectiva de Sistema Inteligente, definido como um sistema que é capaz de “aprender” durante o seu funcionamento. O curso foi iniciado com aplicação de um pré-teste e, em seguida, foram apresentadas as orientações sobre o curso que foi inserido em um AVA e abordou conteúdos básicos de Matemática, a saber: i) números inteiros e decimais; ii) Proporcionalidade; iii) Frações; iv) Porcentagem, e v) Sistema de medidas. Nesse curso foram disponibilizados materiais didáticos que não foram desenvolvidos para ensinar, mas para dar suporte ao desempenho e dúvidas dos alunos, quando necessário, e a consulta ao material

didático não foi exigida, mas estimulada. Também foram disponibilizados *links* complementares como fonte de informação.

A pesquisa concluiu que é possível o aluno preencher as lacunas de aprendizagem por meio de um curso a distância, estudando individualmente aquilo que necessita e no seu ritmo.

O artigo, de forma semelhante ao presente trabalho, propõe um curso de nivelamento a distância, utilizando tecnologia.

Lima (2008), em sua pesquisa de caráter qualitativo, por meio de um estudo de caso, buscou descrever como os alunos do primeiro ano da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE) ressignificam o conceito matemático de função, diante de um processo interventivo, baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Neste trabalho, utilizaram-se como instrumentos de coleta de dados, questionários, entrevistas, observações e avaliação. A metodologia seguiu duas etapas. A primeira, chamada de Levantamento, tinha o objetivo de compreender os conhecimentos prévios apresentados pelos alunos sobre o conceito de função e seus conceitos subjacentes, por meio da aplicação de entrevistas e questionários. A segunda etapa, chamada de Intervenção, foi desenvolvida em 11 semanas, e dividida em três fases, a saber: i) discussão dos alunos sobre o conceito de função, conceitos de equação, expressão algébrica, variável, incógnita, domínio, contradomínio e imagem; ii) desenvolvimento de mapas conceituais para organizar e relacionar o conceito de função a seus conceitos subjacentes, e iii) aplicação do conceito de função em resoluções de problema.

Lima (2008) verificou na etapa do Levantamento que os alunos possuíam dificuldades e contradições ao definir o conceito de função. Na etapa de Intervenção essa mesma dificuldade se tornou mais presente, principalmente em relação aos conceitos de contradomínio e imagem.

Em resposta à proposta do trabalho, foi constatado que o processo de ressignificação conceitual modifica os conceitos prévios dos alunos sobre o conceito de função, sem a necessidade de memorização dos novos conceitos. Além disso, estimula a reflexão e a análise das elaborações mentais, possibilitando um processo contínuo de auto-avaliação. Essas modificações também se refletiram na visão pedagógica da pesquisadora que compreendeu a necessidade da valorização dos conhecimentos prévios dos alunos e do ensino de conceitos matemáticos.

O principal ponto de semelhança dessa dissertação com o presente trabalho é o foco no estudo de funções.

Além dos pontos de semelhança destacados, é fundamental mencionar que o presente trabalho difere das pesquisas descritas no aspecto organizacional, pois se promoveu a junção de algumas características dos estudos mencionados. Unificou-se a proposta de um curso de Pré-Cálculo, a distância, utilizando um AVA e, no pré e pós-testes, os dados foram analisados por meio da metodologia Análise de Erros.

## 2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada no presente trabalho monográfico, assim como a descrição das etapas necessárias para a realização do curso. Além disso, também será abordada a metodologia utilizada na análise das respostas dos participantes do estudo de caso, obtidas no pré e no pós-teste.

A pesquisa teve caráter qualitativo e foi promovida por meio de um estudo de caso com alunos da Licenciatura em Ciências da Natureza de uma instituição pública de Campos dos Goytacazes.

### 2.1 Caracterização da pesquisa

Ao realizar uma pesquisa, devem-se adotar procedimentos metodológicos, de forma crítica e sistemática. Tais procedimentos podem ser realizados por meio de abordagem: i) quantitativa, que supõe uma população de objetos comparáveis; ii) qualitativa, que é uma análise minuciosa de acontecimentos, de objetos, de grupo de pessoas e de fenômenos da realidade, que visa a incorporar informações “fidedignas” elucidando o contexto em que se encontra o objeto da pesquisa, ou iii) quali-quantitativa, que congrega aspectos de ambas as abordagens (OLIVEIRA, 2010).

Nas pesquisas qualitativas, é importante estudar e entender os fenômenos sob a perspectiva dos participantes envolvidos e, a partir disso, interpretar os resultados obtidos. Portanto, o pesquisador pode utilizar várias técnicas de coleta de dados e estratégias para registrar e analisar os dados.

As técnicas de coleta de dados e as estratégias de análise não podem ser padronizadas. Uma tentativa desta natureza apenas constrangeria e dificultaria os esforços dos pesquisadores, pois os processos de coleta e de análise de dados devem acontecer de maneira simultânea, e é enganoso vê-los como atividades separadas. Por isso, as diversas abordagens são apresentadas com todos os seus elementos: técnicas de coletas de dados, seleção dos participantes e análise dos dados (MOREIRA; CALEFFE, 2006, p. 165).

Para este trabalho, foi adotada a abordagem qualitativa, uma vez que o mesmo envolve fenômenos educacionais e requer análise minuciosa dos resultados, levando em consideração vários aspectos, indo além da mensuração de dados.

Essa pesquisa qualitativa foi desenvolvida por meio de um estudo de caso, uma vez que “Na Educação Matemática, os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores [...]” (PONTE, 2006, p. 3).

Para Goldenberg (2009, p. 33-34), “[...] O estudo de caso reúne o maior número de informações detalhadas, por meio de diferentes técnicas de pesquisa, com objetivo de apreender a totalidade de uma situação de escrever a complexidade de um caso concreto”.

As técnicas de coleta de dados adotadas foram: pré-teste, pós-teste, observações, análise de registros de algumas ferramentas do Moodle e questionários, descritas a seguir.

O pré-teste (APÊNDICE A) teve como objetivo investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre funções, antes da realização do curso no Moodle. Ao final, foi aplicado um pós-teste (APÊNDICE B) com questões similares ao pré-teste, a fim de verificar mudanças conceituais sobre o tema abordado.

As “observações qualitativas são aquelas em que o pesquisador faz anotações de campo sobre o comportamento e as atividades dos indivíduos no local de pesquisa” (CRESWELL, 2010, p. 214). Na pesquisa realizada, tal observação foi feita de duas formas: i) por meio de ferramentas do Moodle, analisando números de acesso de cada aluno, materiais acessados e postagens nos fóruns de dúvidas e de discussão, e ii) presencialmente, durante momentos de tutoria.

O questionário é um dos métodos mais utilizados na coleta de dados. Trata-se de uma lista de questões formuladas pelo pesquisador a serem respondidas pelos sujeitos da pesquisa (BAPTISTA; CUNHA, 2007).

Há três tipos de questionários: i) aberto, que é composto somente por questões em que a resposta é construída livremente; ii) fechado, que contém questões objetivas em que a resposta é somente uma dentre várias opções apresentadas, e iii) misto que é composto pelos dois tipos de questões, abertas e fechadas.

Um questionário aberto proporciona respostas de maior profundidade, ou seja, dá ao sujeito maior liberdade de resposta. No entanto, a interpretação e o resumo desse tipo de questionário são mais difíceis, dado que se pode obter variadas respostas. O fechado é mais utilizado quando se trata de questões macrocontextuais, ou seja, questões sobre idade, sexo,

nível de escolarização, ocupação, entre outros. O misto é o mais adequado para um aprofundamento qualitativo (NASCIMENTO; LASSANCE, 2004).

As vantagens do questionário são: i) o alcance de um grande número de pessoas; ii) o direcionamento das respostas; iii) rápido retorno; iv) anonimato dos repondentes, e v) a obtenção imediata dos dados. Algumas desvantagens são: i) superficialidade das respostas; ii) se aplicado a distância, não há garantia de retorno, e iii) respostas com erros de interpretação (NASCIMENTO; LASSANCE, 2004).

A ausência do pesquisador no momento do preenchimento resulta em um maior cuidado na formulação das questões (BAPTISTA; CUNHA, 2007).

Para este trabalho, foram elaborados dois questionários mistos (APÊNDICES C e D). O primeiro teve por objetivo levantar o perfil da turma e o segundo, visou captar a percepção dos alunos quanto aos materiais elaborados e à proposta do curso. Esses serão descritos na seção 2.2.4.

O público alvo deste trabalho são alunos do primeiro período da Licenciatura em Ciências da Natureza. O curso proposto intitulou-se Pré-Cálculo Parte 2, foi realizado a distância com cinco encontros presenciais, como continuação da Parte 1 (PEREIRA, 2014) sobre conteúdos de fatoração, radiciação, simplificação e produto notável.

O curso foi estruturado no Moodle. Optou-se por utilizar um AVA para que o aluno tenha a possibilidade de (re)construir as lacunas individuais de aprendizagem de acordo com seu ritmo e necessidades particulares.

Tendo em vista o objetivo geral da pesquisa, diversas etapas foram realizadas, a saber: i) elaboração das apostilas; ii) seleção de materiais complementares; iii) elaboração do pré e do pós-teste; iv) realização do teste exploratório das apostilas elaboradas e do pré e pós-teste; v) análise dos dados coletados e modificação dos materiais elaborados; vi) preparação do curso no Moodle; vii) elaboração dos questionários; viii) realização do Curso, e ix) análise dos dados levantados para verificar se a pergunta de pesquisa foi respondida.

Para análise dos dados obtidos com a aplicação dos testes será utilizada a metodologia de pesquisa Análise de Erros, descrita na seção 2.3.

## 2.2 Detalhamento de Algumas das Etapas

Nesta seção, são descritas algumas das etapas realizadas previamente à realização do curso.

### 2.2.1 Elaboração das apostilas

Os conteúdos abordados foram: conceito de função, domínio, imagem, contradomínio, representações de uma função, zeros da função, funções crescentes, decrescentes e constantes, funções pares e ímpares, estudo do sinal de uma função e extremos da função, divididos em três apostilas, a saber: i) Conceito de Função; ii) Representações de Funções, e iii) Análise Gráfica de Funções. Esses foram selecionados de acordo com as lacunas de aprendizagem identificadas tanto em artigos científicos, como em experiências prévias de professores de Cálculo do IF Fluminense que trabalham no projeto do curso (orientadoras dessa pesquisa).

Visou-se evitar a simples reprodução do que já foi estudado no Ensino Básico, propondo novas perspectivas, tendo em vista o estudo de Cálculo. Além disso, objetivou-se elaborar materiais adequados a um curso a distância.

Assim, no processo de elaboração das mesmas, buscou-se: i) simular um diálogo com o aluno, tendo em vista facilitar o entendimento dos tópicos abordados, como mostra a figura 5; ii) apresentar um *layout* gráfico agradável e padronizado, e iii) estruturar os exemplos de forma a fornecer ao aluno a mediação entre os enunciados e as estratégias de raciocínio matemático para a sua solução (Figura 6).

Figura 5 – Resolução do item a do exemplo 6 da apostila 1

Solução

a) De acordo com as informações contidas no enunciado, podemos ilustrar a caixa com as figuras ao lado. A caixa quando montada tem o formato de um paralelepípedo, desse modo, para determinarmos o volume basta multiplicarmos as três dimensões.

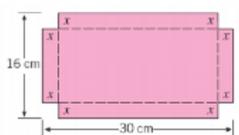
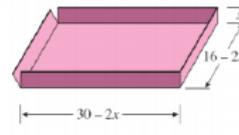
Determinando o volume, temos:

$$V = [(30 - 2x) \cdot (16 - 2x)] \cdot x \quad \text{Aplicando a propriedade distributiva}$$

$$V = (480 - 60x - 32x + 4x^2) \cdot x$$

$$V = (4x^2 - 92x + 480) \cdot x \quad \text{Aplicando a propriedade distributiva}$$

$$V = 4x^3 - 92x^2 + 480x$$

Fonte: Elaboração própria.

Figura 6 – Resolução do item a do exemplo 5 da apostila 1

**Exemplo 5** Determine o domínio das funções reais a seguir.

a)  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$       c)  $h(x) = \frac{2x-3}{x^2+1}$       e)  $s(x) = \frac{3}{\sqrt{x^2-4}}$

b)  $g(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x+1}}$       d)  $r(x) = \sqrt[3]{x^2+2}$

**Solução**

a)  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

Nesse caso, trata-se de uma função racional. Sendo assim, o denominador não pode ser nulo.

$$x-1 \neq 0$$

$$x \neq 1$$

Portanto,  $D(f) = \{x \in \mathbb{R}/x \neq 1\} = \mathbb{R} - \{1\}$ .

Deste modo, se  $x$  assumir o valor 1, a condição de existência da função se afeta, e assim, não existirá a função.

Fonte: Elaboração própria.

A simulação do diálogo teve por objetivo aproximar o leitor do conhecimento, visto que o curso é a distancia, portanto interação é fundamental para dinamizar e dar sentido ao processo educativo. De acordo com Behar (2006), a interação é um processo de trocas e significações.

O *layout* apresentado nas apostilas além de agradável deve ser padronizado, tendo em vista permitir ganho de tempo, possibilitar ao aluno progredir rapidamente em sua aprendizagem e estabelecer com o material um vínculo que o estimule a continuar apesar das eventuais dificuldades (FERNANDEZ, 2009).

Em um curso a distância o material disponibilizado é estudado por pessoas de diferentes culturas e com maneiras diferentes de construir aprendizagem (FERNANDEZ, 2009). Devido a isto, é importante que o educador tenha atenção e flexibilidade para minimizar as dificuldades apresentadas, respeitando essas diferenças individuais. Por isso, buscou-se estruturar os exemplos relacionando os enunciados às estratégias de raciocínio matemático para fornecer ao aluno a sua solução.

Driscoll (1998 apud FAUSTINI, 2001) afirma que cursos a distância devem encorajar a reflexão do aluno, proporcionar controle sobre a aprendizagem e direcionar a atenção ao conteúdo.

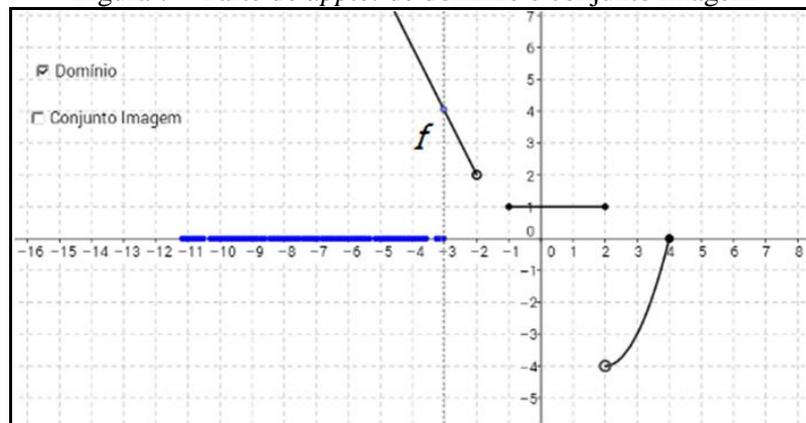
Vale ressaltar que as apostilas elaboradas serão disponibilizadas para consultas posteriores em CD-ROM, entregue à Biblioteca do IF Fluminense *Campus* Campos – Centro.

### 2.2.2 Escolha dos materiais complementares

Os materiais complementares selecionados, na Internet, foram apostilas, *applets*<sup>11</sup> e vídeos. A diversidade de materiais decorreu da preocupação em relação aos estilos de aprendizagem que os alunos apresentam. Como afirmam Dias, Gasparini e Kemczinski (2009), há diferentes preferências individuais na forma de receber e processar as informações para adquirir conhecimento. Alguns alunos aprendem melhor por meio de teoria, outros optam pela prática de exercícios ou pela elaboração de esquemas, há os que precisam de mais tempo para refletir, enquanto outros preferem debater um assunto (DIAS; GASPARINI; KEMCZINSKI, 2009).

Para o tópico de Conceito de Função foram selecionados: uma apostila complementar<sup>12</sup>, um *applet* (Figura 7), que apresenta o domínio e o conjunto imagem de uma determinada função, e dois vídeos, o primeiro (Figura 8) abordando a noção intuitiva de função e o segundo (Figura 9), domínio, contradomínio e conjunto imagem.

Figura 7 – Parte do *applet* de domínio e conjunto imagem



Fonte: NSANTOS. Domínio e contradomínio, 2012. Disponível em: <<http://www.geogebraTube.org/student/m240205>>. Acesso em: 15 ago. 2014. Adaptado.

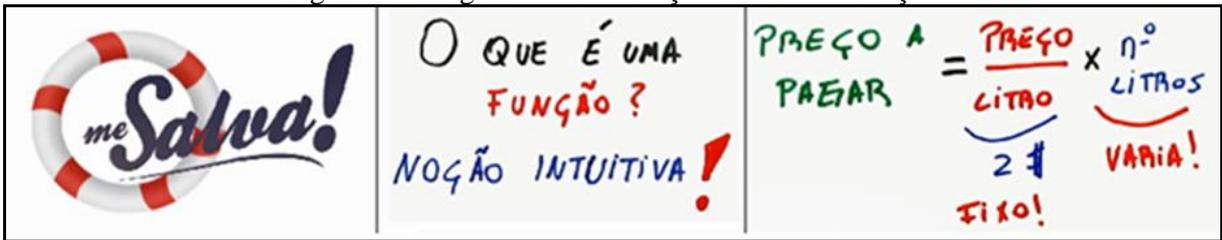
<sup>11</sup> Disponíveis no GeoGebraTube : <<https://www.geogebraTube.org>>.

<sup>12</sup> Disponível em: <[http://cejarj.cecierj.edu.br/pdf/Unidade06\\_Mat.pdf](http://cejarj.cecierj.edu.br/pdf/Unidade06_Mat.pdf)>;

<[http://www2.unigranrio.br/unidades\\_adm/pro\\_reitorias/propep/stricto\\_sensu.old/cursos/mestrado/ensino\\_ciencias/galleries/downloads/produtos/produto\\_carlos\\_jose\\_delgado.pdf](http://www2.unigranrio.br/unidades_adm/pro_reitorias/propep/stricto_sensu.old/cursos/mestrado/ensino_ciencias/galleries/downloads/produtos/produto_carlos_jose_delgado.pdf)>;

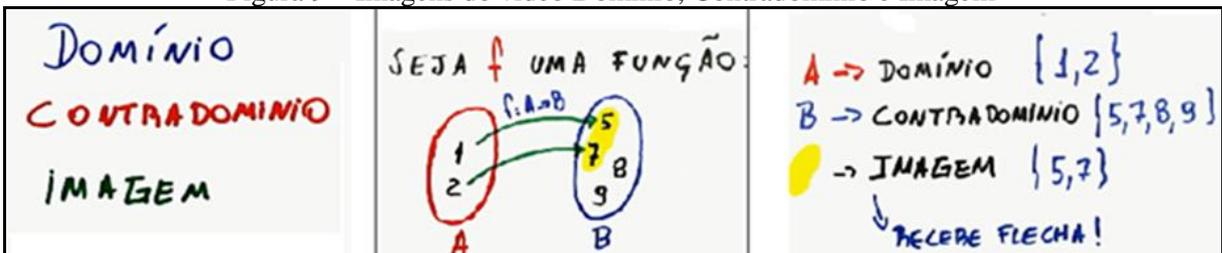
<[http://pessoal.educacional.com.br/up/50280001/1433969/\(apostila%20fun%C3%A7%C3%A3o\).pdf](http://pessoal.educacional.com.br/up/50280001/1433969/(apostila%20fun%C3%A7%C3%A3o).pdf)>.

Figura 8 – Imagens do vídeo Noção intuitiva de função



Fonte: ME SALVA!. O que é uma função? Noção intuitiva, 2012. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=oHupEt5YPqw>>. Acesso em: 15 ago. 2014.

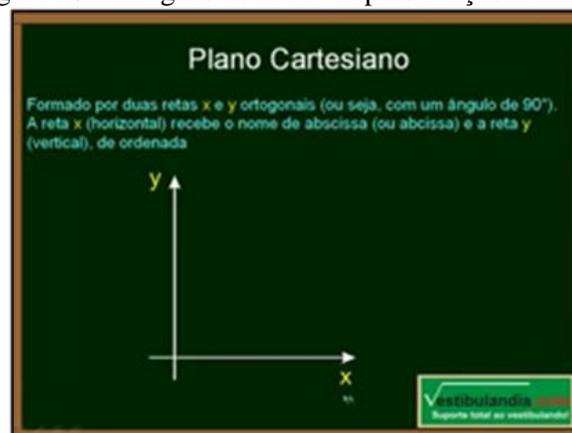
Figura 9 – Imagens do vídeo Domínio, Contradomínio e Imagem



Fonte: ME SALVA!. Funções – Domínio, contradomínio e imagem, 2012. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=Y79GQU7n95o>>. Acesso em: 15 ago. 2014.

Para o tópico de Representações de Função, não foi encontrada uma apostila que abordasse o mesmo conteúdo da elaborada para o curso. Para o mesmo selecionou-se um vídeo (Figura 10).

Figura 10 – Imagens do vídeo Representação de função



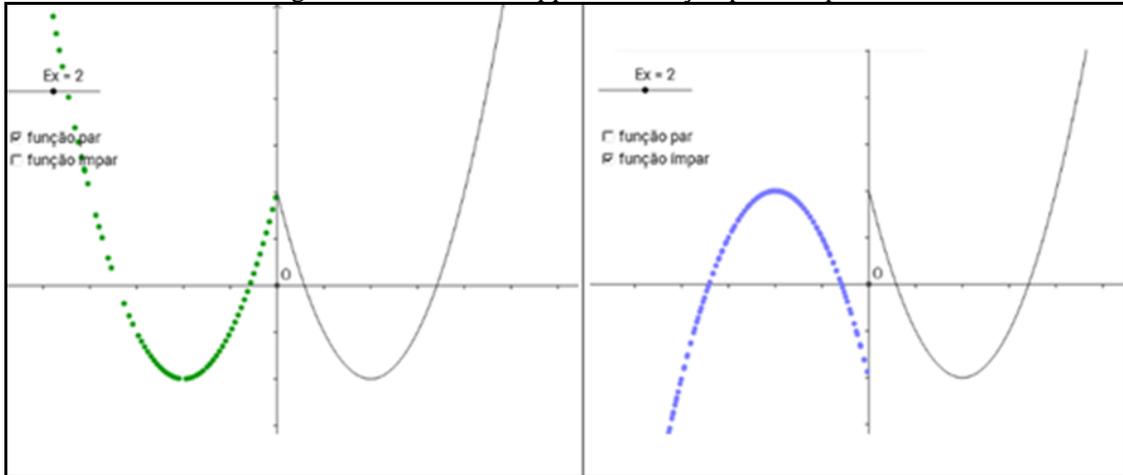
Fonte: NERCKIE. Matemática - Aula 3 - Funções - Conceitos Básicos - Parte 1, 2009. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=DfTXY698rJ0>>. Acesso em: 15 ago. 2014. Adaptado.

Para o tópico Análise Gráfica de Funções foram selecionados: i) uma apostila; ii) três *applets*, o primeiro (Figura 11) abordando o conteúdo de simetrias de funções, o segundo

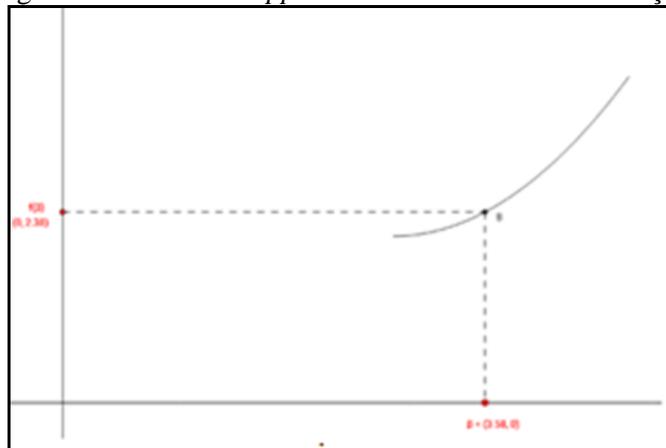
(Figura 12) e o terceiro (Figura 13), respectivamente, sobre crescimento e decrescimento de uma função, e iii) um vídeo (Figura 14).

Figura 11 – Partes do *applet* de função par e ímpar



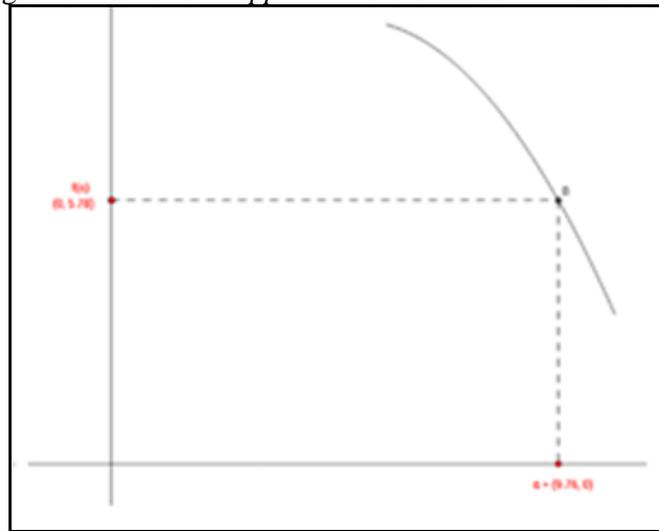
Fonte: NSANTOS. Funções pares e ímpares, 2012. Disponível em:  
 <<http://www.geogebraTube.org/student/m4391>> Acesso em: 14 ago. 2014.

Figura 12 – Partes do *applet* de crescimento de uma função



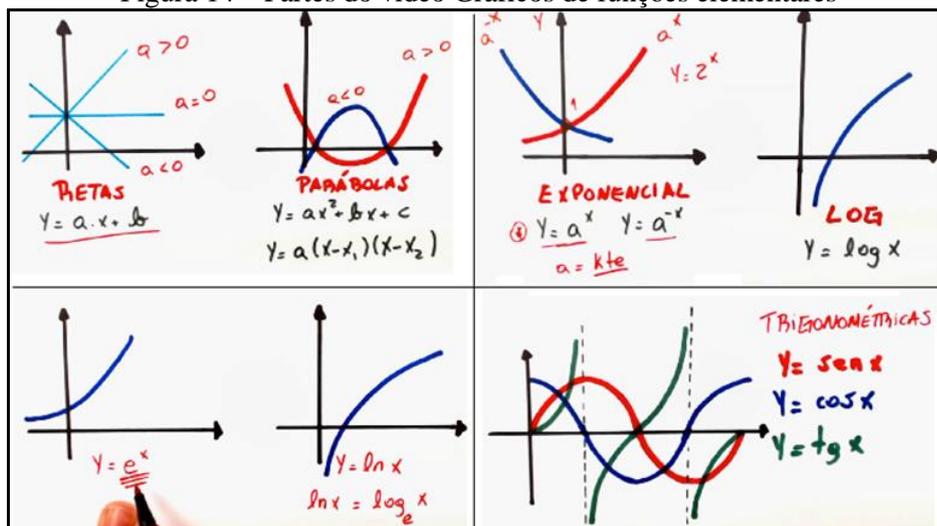
Fonte: MOTA. Crescimento de uma função, 2014. Disponível em:  
 <<http://www.geogebraTube.org/student/m152965>>. Acesso em: 14 ago. 2014.

Figura 13 – Partes do *applet* de decrescimento de uma função



Fonte: MOTA. Decrescimento de uma função, 2014. Disponível em: <<http://www.geogebraTube.org/student/m152956>>. Acesso em: 14 ago. 2014.

Figura 14 – Partes do vídeo Gráficos de funções elementares



Fonte: ME SALVA!. Pré-cálculo - Gráficos básicos que você deve saber, 2012. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=3vZKGdWFxeA>> Acesso em: 15 ago. 2014.

### 2.2.3 Elaboração do pré e do pós-teste

O pré-teste teve o objetivo de diagnosticar o nível de conhecimento prévio dos alunos em relação aos conteúdos propostos no curso e o pós-teste, se houve alguma mudança conceitual sobre esses conteúdos após a conclusão do mesmo.

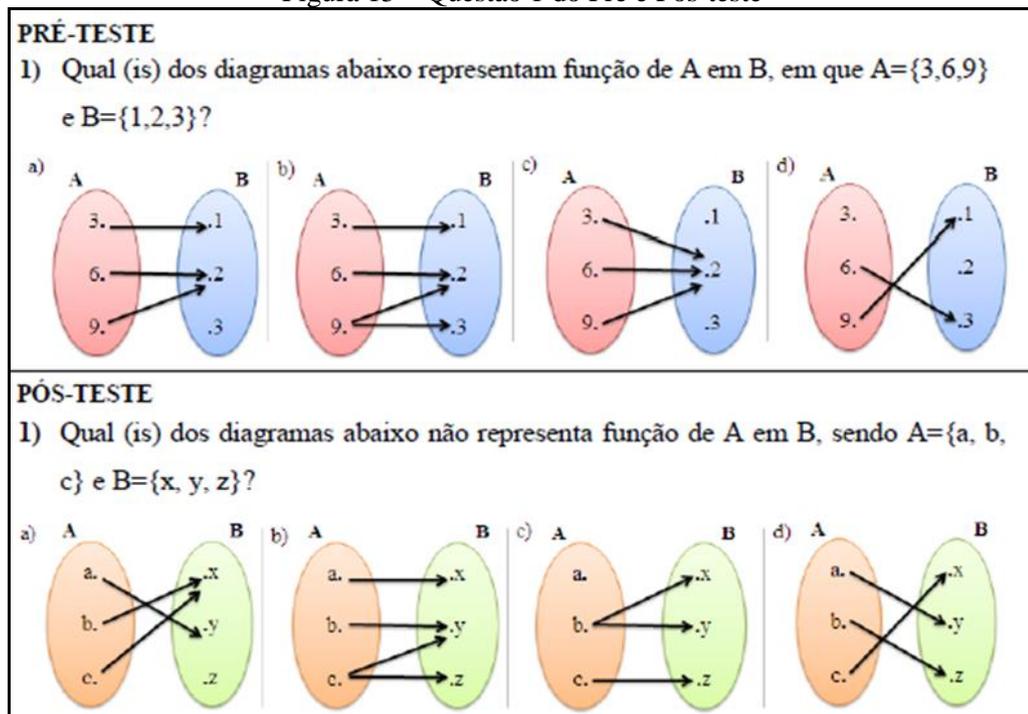
O pré-teste pode, inclusive, servir de estímulo para aprender determinados conteúdos. Como defendido por Tiba (1998, p. 46), “Ao perceber que não sabe, o ser humano tem a tendência natural de buscar meios de aprender, já que é dotado de inteligência e, em

consequência, de curiosidade”.

Os dois testes têm o mesmo quantitativo de questões, com as mesmas linhas de raciocínio, de tal forma que a primeira questão do pré-teste tem o mesmo objetivo da primeira questão do pós-teste e, assim, sucessivamente.

A primeira questão (Figura 15) visa verificar o conhecimento do conceito de função, por meio de diagramas de flechas.

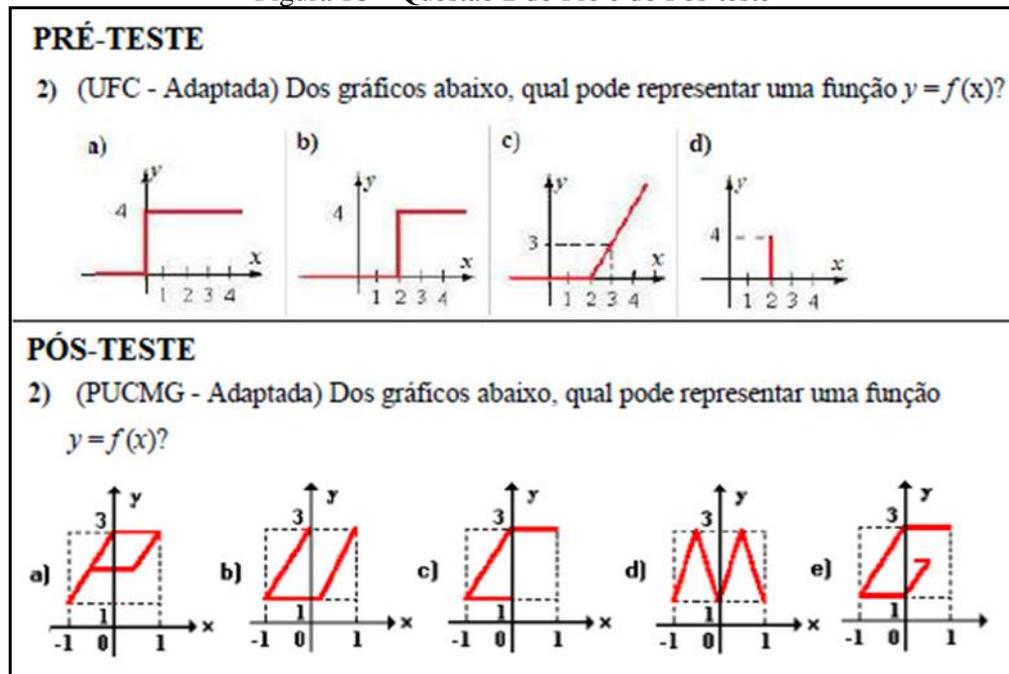
Figura 15 – Questão 1 do Pré e Pós-teste



Fonte: Elaboração própria.

A segunda questão (Figura 16) objetiva verificar o conhecimento do conceito de função, por meio de gráficos.

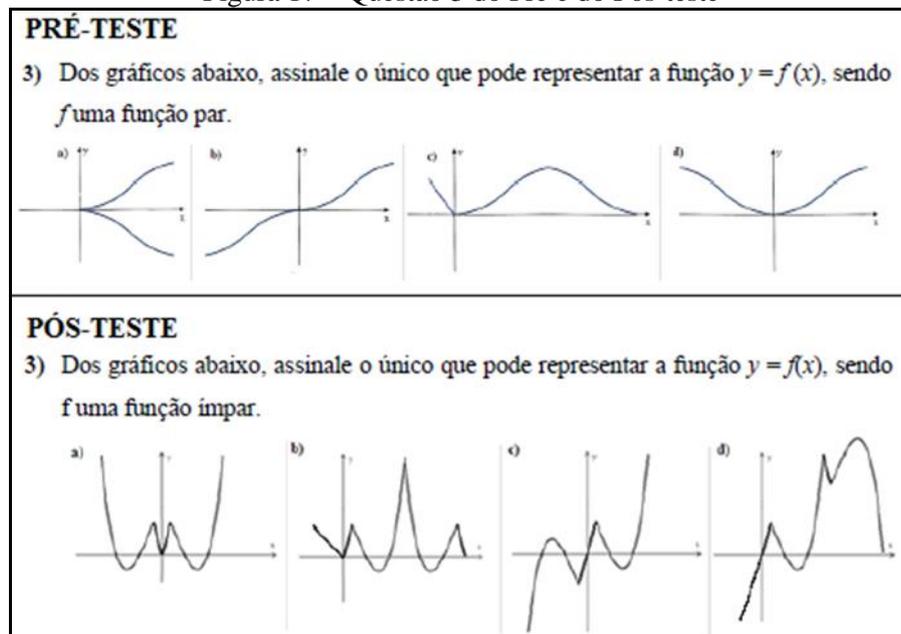
Figura 16 – Questão 2 do Pré e do Pós-teste



Fonte: Elaboração própria.

Na terceira questão (Figura 17) o objetivo é verificar o conceito de paridade de função (função par e ímpar).

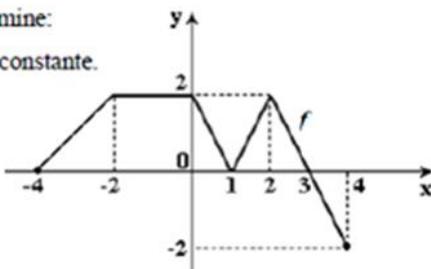
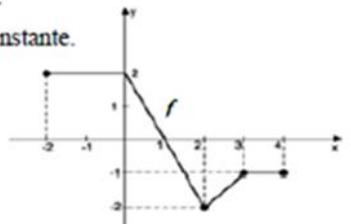
Figura 17 – Questão 3 do Pré e do Pós-teste



Fonte: Elaboração própria.

A quarta questão (Figura 18) tem o propósito de analisar alguns aspectos da análise gráfica de funções, a saber: crescimento e decrescimento, zeros; domínio e imagem; estudo do sinal e extremos.

Figura 18 – Questão 4 do Pré e do Pós-teste

<p><b>PRÉ-TESTE</b></p> <p>4) Dado o gráfico da função <math>f</math> definida de <math>[-4, 4]</math> em <math>\mathbb{R}</math>, determine:</p> <p>a) Os intervalos nos quais a função é crescente, decrescente e constante.</p> <p>b) Os zeros da função.</p> <p>c) O estudo do sinal da função.</p> <p>d) Os valores máximo e mínimo da função.</p> <p>e) Domínio e conjunto imagem.</p>	
<p><b>PÓS-TESTE</b></p> <p>4) Dado o gráfico da função <math>f</math> definida de <math>[-2, 4]</math> em <math>\mathbb{R}</math>, determine:</p> <p>a) Os intervalos nos quais a função é crescente, decrescente e constante.</p> <p>b) Os zeros da função.</p> <p>c) O estudo do sinal da função.</p> <p>d) Os valores máximo e mínimo da função.</p> <p>e) Domínio e conjunto imagem.</p>	

Fonte: Elaboração própria.

Na quinta questão (Figura 19), o objetivo é verificar se o aluno sabe explicitar o domínio de uma função.

Figura 19 – Questão 5 do Pré e do Pós-teste

<p><b>PRÉ-TESTE</b></p> <p>5) Determine o domínio das funções reais a seguir:</p> <p>a) <math>f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}</math></p> <p>b) <math>g(x) = \sqrt{2-x}</math></p>	<p><b>PÓS-TESTE</b></p> <p>5) Determine o domínio das funções reais a seguir:</p> <p>a) <math>f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}</math></p> <p>b) <math>h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}</math></p>
--	---

Fonte: Elaboração própria.

A sexta questão (Figura 20) é contextualizada e tem o objetivo de verificar o conhecimento do conceito de função, por meio de tabela e de lei de formação. Optou-se por utilizar a mesma questão nos dois testes, tendo em vista manter o mesmo objetivo e mesmo grau de dificuldade.

Figura 20 – Questão 6 do Pré e do Pós-teste

6) A loja **Bom e Barato** está promovendo uma liquidação. Todos os produtos estão com desconto de acordo com a tabela abaixo:

Produto	Preço sem desconto	Preço com desconto
Bola	R\$ 40,00	R\$ 28,00
Chuteira	R\$ 55,00	R\$ 38,50
Mesa de pingue-pongue	R\$ 600,00	R\$ 420,00
Bermuda	R\$ 35,00	R\$ 24,50
Par de tênis	R\$ 80,00	R\$ 56,00

O preço com desconto é função do preço sem desconto? Caso represente uma função, escreva a lei de formação.

Fonte: Elaboração própria.

#### 2.2.4 Elaboração dos questionários

Na elaboração de um questionário, é necessário ter a preocupação em torná-lo atrativo, breve, de fácil entendimento e de preenchimento rápido, a fim de incentivar os respondentes para que forneçam os dados necessários ao pesquisador (MOREIRA; CALEFFE, 2008).

É imprescindível, antes de iniciar a elaboração, refletir sobre a quantidade de itens necessários, incluindo apenas os de extrema importância para a pesquisa. A linguagem utilizada deve estar adequada ao vocabulário dos respondentes, com perguntas claras e objetivas evitando possíveis ambiguidades (MOREIRA; CALEFFE, 2008, p. 108).

Foram elaborados dois questionários: I e II. O questionário I tem por objetivo levantar o perfil do aluno e, para tanto, foram organizadas 12 questões. Destas, sete são fechadas abordando idade, sexo, ano de conclusão do Ensino Médio, possuir ou não computador com acesso a Internet e, em caso afirmativo, com que qualidade de conexão. As demais são abertas e dizem respeito à habilitação pretendida no curso de Ciências da Natureza, à relação dessa habilitação com a Matemática e à experiência vivida em um curso a distância, caso algum já tenha sido cursado.

O questionário II tem por objetivo captar a percepção dos alunos em relação ao curso, à metodologia, aos materiais elaborados e selecionados, ao ambiente Moodle e à (re)construção de conhecimentos. O mesmo foi dividido em duas partes, na primeira foram elaboradas 13 afirmações e, em cada uma, era necessário que o aluno assinalasse a coluna que considerasse mais adequada, considerando uma escala de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 a máxima e que NA significa Não se Aplica. A opção NA deveria ser assinalada quando o

aluno não se sentisse capaz de avaliar a afirmativa apresentada. Ao final desta parte, há um espaço para comentários.

Na segunda parte desse questionário, a primeira questão investiga o motivo do acesso a algum material complementar (para auxiliar na (re)construção do saber do conteúdo correspondente ou por algum outro motivo, como curiosidade, por exemplo) e pede comentários sobre a resposta. A segunda pergunta questiona se o aluno apresentava dúvidas em relação a algum(ns) dos tópicos abordados no curso e caso afirmativo, quais eram. Para finalizar, solicitam-se pontos positivos e negativos do curso e a apresentação de sugestões para melhoria do mesmo.

### **2.2.5 Testes exploratórios**

Foram realizados três testes exploratórios: das apostilas elaboradas, do pré-teste e do pós-teste.

O teste exploratório das apostilas teve o objetivo de analisar se: i) os conteúdos das apostilas apresentavam erros conceituais ou de formatação; ii) os textos e enunciados das questões propostas estavam claros; iii) o grau de dificuldade das questões estava adequado aos seus objetivos; iv) as fontes documentais e citações utilizadas foram todas referenciadas, e v) todas as respostas dos exercícios da apostila conferem com o gabarito. Com o do pré e do pós-teste visou-se verificar se as questões correspondentes tinham o mesmo objetivo e abordagem conceitual.

Esses testes foram aplicados para alunos do 7º período do curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição pública de Campos dos Goytacazes. A escolha desses participantes se deve ao fato de os mesmos serem concluintes do curso e, portanto, já terem cursado a maioria das disciplinas específicas, principalmente as de Cálculo Diferencial e Integral. Portanto, tais alunos tinham condições de analisar se o conteúdo abordado era relevante para o estudo de Cálculo.

O quadro 1 apresenta as datas, a quantidade de participantes e o que foi avaliado em cada encontro.

Quadro 1 – Cronograma do teste exploratório

	Data	Número de participantes	Avaliação
Encontro 1	17/07/14	5	Pré e Pós-teste
Encontro 2	24/07/14	4	Apostilas 1 e 2
Encontro 3	01/08/14	4	Apostila 3

Fonte: Elaboração própria.

A análise dos resultados desses testes será promovida no Capítulo 3.

## 2.2.6 Preparação do curso no Moodle

O curso no Moodle, inicialmente, apresenta orientações sobre a metodologia e a carga horária. A seguir, constam os três tópicos (Figura 21) relativos aos conteúdos abordados: i) Conceito de Função; ii) Representações de Funções, e iii) Análise Gráfica de Funções.

Em cada tópico foram disponibilizados materiais complementares e a apostila elaborada.

Figura 21 – Tópicos do curso

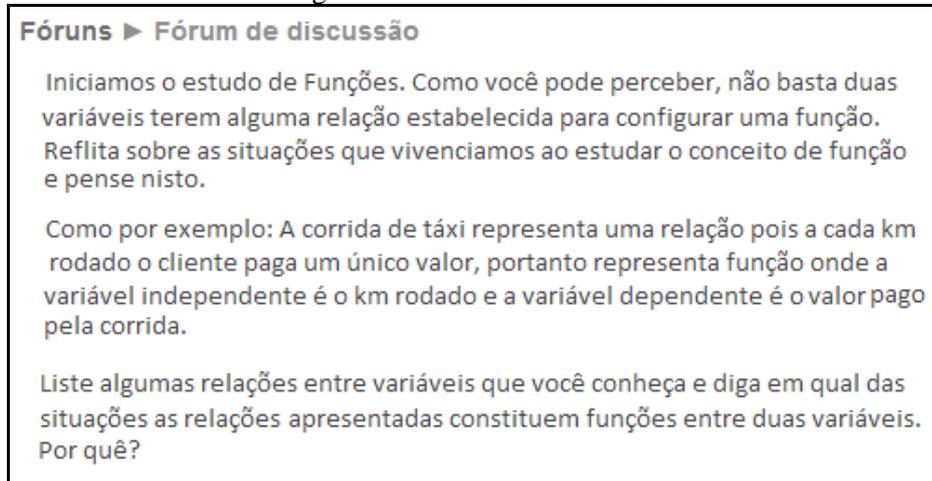
<b>CONCEITO DE FUNÇÃO</b>	<b>REPRESENTAÇÕES DE FUNÇÕES</b>	<b>ANÁLISE GRÁFICA DE FUNÇÕES</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li> Conceito de função</li> <li> Apostila Complementar</li> <li> Applet: Domínio e contradomínio de uma função</li> <li> Vídeo aula - Noção intuitiva de funções</li> <li> Vídeo aula - Domínio, Contradomínio e Imagem</li> <li> Fórum de Dúvidas - Apostila 1</li> <li> Fórum de discussão</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li> Representações de funções</li> <li> Apostila Complementar</li> <li> Vídeo aula - Plano cartesiano</li> <li> Fórum de Dúvidas - Apostila 2</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li> Análise gráfica de funções</li> <li> Apostila Complementar</li> <li> Applet: Decrescimento de uma função</li> <li> Applet: Crescimento de uma função</li> <li> Applet: Funções pares e ímpares</li> <li> Vídeo aula - Gráficos básicos</li> <li> Fórum de Dúvidas - Apostila 3</li> </ul>

Fonte: Elaboração própria.

Foram abertos três fóruns de dúvidas, um em cada tópico, todos com o objetivo de propiciar um espaço para esclarecimentos de dúvidas, que poderiam ser respondidas pelas pesquisadoras ou por outros alunos do curso. Foi criado também um fórum de discussão (Figura 22), aberto no primeiro tópico do curso, no qual os alunos deveriam apresentar um exemplo de uma relação entre duas grandezas que caracterizasse uma função, visando, dessa forma, discutir o conceito desse tema. A proposta de um único fórum de discussão objetivou possibilitar um ambiente para debate, mas sem sobrecarregar os alunos em termos de

atividades a serem realizadas. Considerou-se que abrir três fóruns de discussão para tópicos tão relacionados seria cansativo.

Figura 22 – Fórum de discussão



Fonte: Elaboração própria.

### 2.3 Análise de Erros

As dificuldades dos alunos em conceitos básicos para a aprendizagem em disciplinas matemáticas podem levá-los a cometer erros que, muitas vezes, comprometem o desenvolvimento dos mesmos no Ensino Superior (CURY, 2003).

Os erros são manifestações de algumas deficiências que podem indicar processos que não funcionam como o desejado, resultantes de aprendizagens inalcançadas, da ausência de conhecimento, ou da falta de clareza no desenvolvimento de um raciocínio (BASTOS; ALLEVATO, 2011).

Para Brousseau (1983 apud CURY, 2008) o erro não é somente manifestação da falta de conhecimento, da incerteza, do acaso, mas também pode ser o efeito de um conhecimento anterior que tinha aparente sucesso, mas que em determinado momento se revela como falso, ou simplesmente inadaptado.

Um meio qualitativo de analisar os erros cometidos pelos alunos, em questões de Matemática, é utilizar a metodologia de Análise de Erros para investigar as respostas apresentadas e detectar dificuldades de aprendizagem.

Essa metodologia pode ser utilizada como de ensino ou de pesquisa. Borasi (1996 apud CURY, 2008) afirma que quando adotada como metodologia de ensino, em sala de aula, pode representar um impulso para aprendizagem, sendo uma ferramenta de investigação que

parte dos erros dos alunos e leva-os a pensar sobre suas respostas e desenvolver o conhecimento.

Caracteriza-se como metodologia de pesquisa, quando é utilizada para promover uma análise qualitativa dos erros cometidos por alunos, de forma sistemática, com objetivo de investigar de que maneira o aluno construiu o determinado conceito matemático (CURY, 2008). Nesta análise não se deve considerar o acerto ou erro em si, mas identificar o erro como uma dificuldade de aprendizagem e descobrir de que forma o aluno pensou para elaborar a resposta (CURY, 2008).

Neste trabalho monográfico a Análise de Erros será utilizada como metodologia de pesquisa.

Tal metodologia é ancorada na Análise de Conteúdo proposta por Bardin (1979), que se divide em três etapas básicas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados, descritas a seguir (BARDIN, 1979 apud CURY, 2008).

- Pré-análise: o pesquisador deve selecionar e organizar o material, partindo das hipóteses e dos objetivos estabelecidos. Após a escolha dos documentos demarca-se o *corpus*, que se trata do conjunto de produções textuais sobre o qual o pesquisador irá examinar construindo significados de acordo com o objetivo da pesquisa;
- Exploração do material: é realizado um profundo estudo do *corpus*, com o procedimento de unitarização, que é o processo de reler o material para definir as unidades de análise que são individualizadas e separadas do *corpus*. Em seguida, realiza-se a categorização, que tem por objetivo fornecer por agrupamento uma representação simplificada dos dados brutos;
- Tratamento dos resultados: é feita a descrição das categorias que podem ser apresentadas por meio de tabelas ou quadros e é produzido um texto-síntese que resume os significados dos dados de cada categoria, com o apoio de exemplos retirados do próprio *corpus*. Nesta etapa, o pesquisador deve concentrar sua análise em desvendar os erros que os dados possuem mediante indução e interpretação (CURY, 2008).

Segundo Cury (2008, p. 73), o pesquisar ao interpretar os resultados, deve se indagar “o que os alunos queriam dizer? Ou seja, o que suas produções escritas podem revelar, não apenas sobre o que eles não sabem, mas também sobre o que sabem?”.

Cury (2008) afirma, ainda, que buscar compreender os erros possibilita análises e reflexões fundamentais para diversas pesquisas, como a promovida no presente trabalho.

### 3 RELATO DE EXPERIÊNCIA

Neste capítulo, inicialmente, relatam-se os testes exploratórios das apostilas elaboradas, do pré e do pós-teste, especificando as correções promovidas nesses materiais, a partir das sugestões dos licenciandos em Matemática. Além disso, descreve-se a realização do curso e analisam-se os dados levantados.

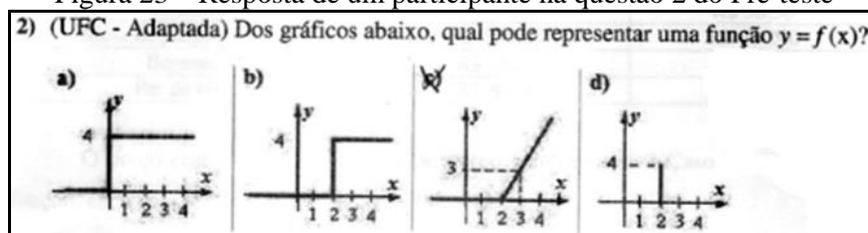
#### 3.1 Testes Exploratórios

Para realização dos testes exploratórios foram necessários três encontros, que ocorreram em 17 e em 24 de julho e 1º de agosto, com duração média de 2 horas cada, no Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática, em uma Instituição pública da cidade de Campos dos Goytacazes, com alunos da Licenciatura em Matemática do 7º período.

No Encontro 1, cinco participantes analisaram o pré e o pós-teste e apresentaram sugestões e comentários em relação a ambos os testes. Sobre a primeira questão, a relevância da proposta foi destacada, mas houve registro de que as fontes das imagens estavam muito pequenas.

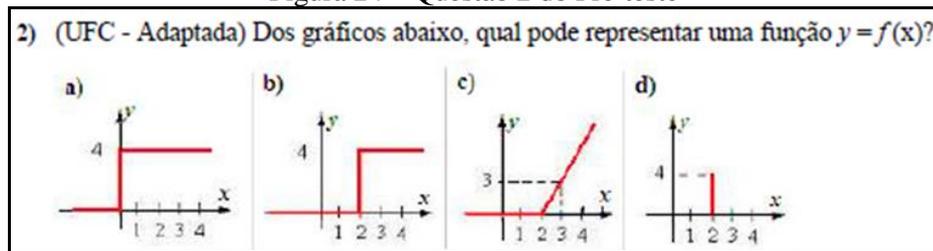
Na impressão da segunda questão, o gráfico e os eixos ficaram com a mesma cor, (Figura 23), logo, os cinco participantes perceberam que dessa forma poderia gerar dúvidas na identificação do gráfico e sugeriram que mudassem os gráficos ou que a impressão fosse colorida. As pesquisadoras decidiram, para a experimentação, imprimir colorido (Figura 24).

Figura 23 – Resposta de um participante na questão 2 do Pré-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 24 – Questão 2 do Pré-teste



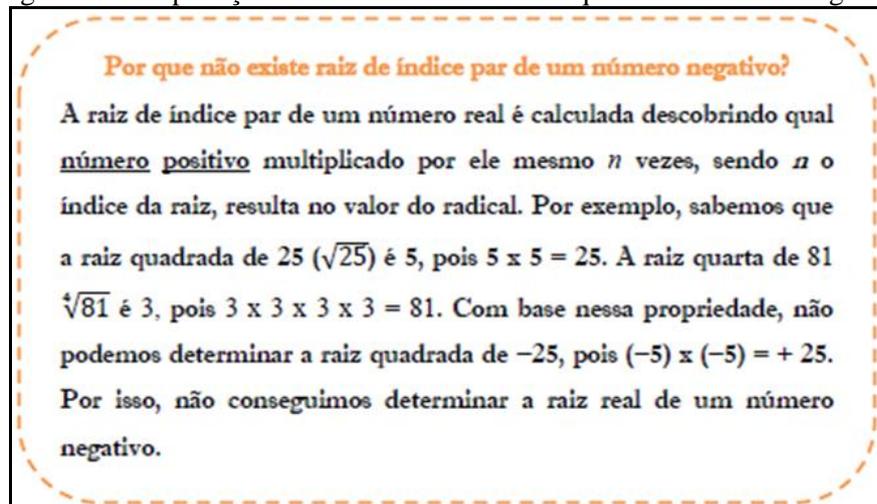
Fonte: Elaboração própria.

Sobre as demais questões nada mais, em particular, foi destacado. De maneira geral, os participantes consideraram que as questões estavam bem elaboradas. Houve apenas uma sugestão geral para que fosse deixado mais espaço para as resoluções. Todas as sugestões foram acatadas.

No Encontro 2, foram analisadas as apostilas “Conceito de Função” e “Representações de uma Função”. Cada aluno leu as apostilas e algumas modificações foram sugeridas: i) padronizar as fontes e tamanhos dos títulos de cada apostila; ii) melhorar algumas imagens; iii) trocar “Fórmula de Bhaskara” por “Fórmula resolutiva da equação do segundo grau”, e iv) verificar a formatação de alguns trechos. Todas essas sugestões foram acatadas.

Os participantes elogiaram o *layout* das apostilas, a diferença entre a fonte utilizada no texto e a adotada para a solução, os tópicos que relembram conteúdos básicos e a explicação sobre a não existência da raiz de um número negativo (Figura 25), no conjunto dos números reais.

Figura 25 – Explicação da não existência da raiz quadrada de um nº negativo



Fonte: Elaboração própria.

No Encontro 3, os alunos avaliaram a terceira apostila, “Análise Gráfica de Funções”. Como no encontro anterior, cada aluno leu individualmente a apostila e algumas modificações foram apresentadas, a saber: i) nomear as funções em seus respectivos gráficos; ii) verificar fontes, parágrafos e espaçamentos; iii) melhorar a qualidade de algumas imagens; iv) evitar gráficos e eixos de mesma cor; v) inclusão, no exemplo 5, de uma função sem paridade e que esse fosse agrupado com o exemplo 6 (Figura 26), formando assim um único exemplo com o objetivo de verificar quais funções são pares, ímpares ou sem paridade. Novamente, as sugestões foram acatadas.

Figura 26 – Exemplos 5 e 6 da apostila 3

$\frac{x}{x} = 1$	<p><b>Exemplo 5</b> Dadas às funções reais verifique se são funções pares.</p> <p>a) <math>f(x) = 3x^2 - 1</math></p> <p>b) <math>h(x) =  x </math></p>
$x^2 = 2$ $4x^2 > 0$	<p><b>Exemplo 6</b> Dadas às funções reais verifique se as mesmas são ímpares.</p> <p>a) <math>f(x) = 3x</math></p> <p>b) <math>h(x) = \text{sen}(x)</math></p>

Fonte: Elaboração própria.

Os participantes atuaram ativamente nos testes, analisando com seriedade os materiais. Esse fato foi muito importante para a melhoria dos recursos elaborados, uma vez que visões externas, em geral, captam aspectos que pessoas muito envolvidas no desenvolvimento acabam não percebendo.

### 3.2 Experimentação

O curso de Pré-Cálculo Parte 2 foi realizado com alunos do 1º período da Licenciatura em Ciências da Natureza de um Instituto Federal. Esses estavam sem professor das disciplinas de Matemática Elementar e Geometria Analítica e, portanto, tinham seis horas/aulas vagas por semana. O coordenador da referida Licenciatura autorizou a realização do curso e, para tanto, foram utilizadas três horas/aulas por semana para aplicação das tutorias. Nessa, há disciplinas de Cálculo, o que justifica a importância da proposta e o interesse da coordenação na realização do curso. Além disso, ficou acordado com o coordenador que o professor que assumisse essa turma iria dar uma pontuação extra à participação no curso.

O curso foi promovido a distância, com cinco encontros presenciais semanais. O primeiro, realizado em 08 de agosto de 2014, com 46 alunos presentes, teve início com a apresentação do curso e das orientações referentes às datas e aos conteúdos abordados em cada encontro. Esclareceu-se que a partir dessa data teriam uma semana para estudar o tópico 1 – “Conceito de Função” e, na semana seguinte, o encontro presencial seria para tutoria sobre o assunto desse tópico. Informou-se, ainda, que o mesmo procedimento seria adotado para os demais tópicos. O Moodle também foi apresentado e solicitou-se o posterior cadastro no curso, assim como a participação *online* no primeiro tópico a ser estudado. Ao final desse encontro, ocorreu a aplicação do pré-teste, cuja análise será promovida na seção 3.2.2.

O segundo encontro ocorreu no dia 15 de agosto, com 40 alunos presentes, tendo a finalidade de esclarecer dúvidas referentes ao tópico 1. Poucos apresentaram dificuldades, pois até esse encontro o acesso aos materiais disponíveis não tinha sido significativo, embora 22 alunos da turma já tivessem se cadastrado no Moodle.

Diante das poucas dúvidas, as pesquisadoras promoveram alguns questionamentos sobre aspectos básicos relacionados ao conceito de função, tendo em vista facilitar o entendimento do assunto quando os alunos fossem estudar a apostila, assim como, criar um ambiente mais propício a discussões. Uma das perguntas foi: “O que é uma função?”. Como nenhuma resposta foi apresentada para a mesma, as pesquisadoras mostraram algumas relações cotidianas que representam função: velocidade x tempo, quantidade x preço. A seguir, foi feita a seguinte pergunta: “Quando uma relação representa função?”. Os alunos começaram a se manifestar e um aluno respondeu que “quando tiver um valor pra  $x$  e um valor pra  $y$  existe uma função”<sup>13</sup> (informação verbal). A partir disso, foi promovida a formalização do conceito, discutindo a relação de dependência entre variáveis.

Após as indagações e as discussões decorrentes, uma aluna expressou sua dúvida em relação à sétima questão da apostila elaborada para o tópico considerado. Tal dúvida foi esclarecida pelas pesquisadoras e, em seguida, outro aluno apresentou sua dúvida em relação à décima questão da mesma apostila, sendo a mesma também solucionada.

Ao final deste encontro, foi informado à turma que o segundo tópico estava liberado para estudo, no Moodle. Sugeriu-se o uso do fórum de dúvidas ou a solicitação de um chat, no caso de dificuldades. A participação no fórum de discussão sobre o conceito de função também foi incentivada. A análise da participação *online* será promovida na seção 3.2.1.

---

<sup>13</sup> Aluno A2. Pergunta feita durante o segundo encontro, Campos dos Goytacazes, 15 de agosto de 2014. Utilizou-se essa identificação (A2) para preservar a identidade do aluno.

O terceiro encontro ocorreu no dia 28 de agosto, com 32 alunos tendo por objetivo esclarecer as dúvidas referentes ao tópico 2 – “Representação de Função”. Até esse encontro, 40 alunos estavam inscritos no curso e a maioria já tinha acessado a apostila elaborada e optado por imprimi-la. Alguns apresentaram dificuldades em relação à representação de funções por diagrama de flechas, pois não conseguiam diferenciar domínio e contradomínio. Houve dificuldades também no item **d** da questão 3, que tem por objetivo determinar o domínio e o conjunto imagem de uma função, representada graficamente, definida em um intervalo aberto à esquerda e fechado à direita, com uma descontinuidade no interior do intervalo.

As questões 6 e 8 também geraram dificuldades por parte dos alunos. A 6ª é contextualizada, na qual é possível preencher uma tabela por meio dos dados fornecidos e, conseqüentemente, determinar a lei de formação da função. Os alunos conseguiram preencher corretamente a tabela, mas não identificaram como utilizar os dados para definir a lei.

Na 8ª questão é apresentado um retângulo cujas medidas de um dos lados e da diagonal são informados e o objetivo é determinar a lei que expressa a área de um triângulo inscrito nesse retângulo. Nenhum aluno conseguiu apresentar um método de resolução. A dificuldade principal foi identificar os elementos do triângulo. Todas as dúvidas apresentadas foram esclarecidas. Esse encontro foi o que teve maior participação dos alunos.

O quarto encontro ocorreu no dia 4 de setembro, com 38 alunos, com o propósito de esclarecer dúvidas relativas ao tópico 3 “Análise Gráfica de Função”. A maioria acessou a apostila elaborada para esse tópico, porém nenhum aluno fez os exercícios da mesma, pois no dia seguinte a esse encontro haveria uma avaliação de uma disciplina da graduação.

Nesse dia, foram esclarecidas dúvidas referentes a dois conteúdos do tópico 3: zeros e paridade de uma função. Alguns achavam que no zero de uma função o valor de  $x$  era igual à zero. As dúvidas sobre a paridade de uma função foram referentes à definição de função par e ímpar e à identificação dos eixos de simetria.

O último encontro ocorreu no dia 12 de setembro, com a aplicação do pós-teste e dos questionários I e II. Estavam presentes 47 alunos e todos fizeram o pós-teste.

Fazendo uma análise geral dos encontros presenciais, é possível afirmar que a ocupação de alguns horários vagos dos alunos causou uma alteração na rotina dos mesmos e provocou uma resistência inicial a uma participação mais ativa. Além disso, alguns posicionamentos deixavam clara a existência de uma relutância em relação ao curso ser a distância. Tais aspectos podem ter contribuído para uma postura apática da maioria dos

alunos. Os dados discutidos nas seções seguintes refletem esse quadro, mostrando uma baixa participação *online* e um desempenho pouco satisfatório no pós-teste em relação ao pré-teste.

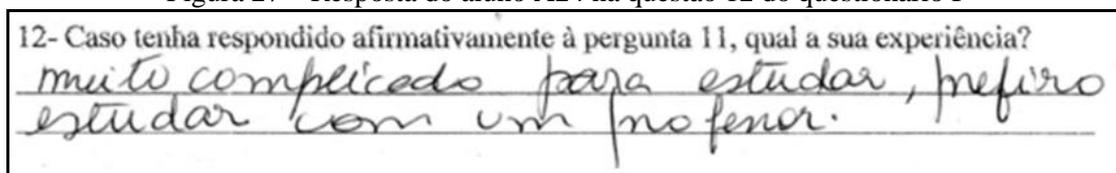
Dos 47 presentes no último encontro, somente 24 fizeram o pré e o pós-teste, tiveram participação presencial de, no mínimo, três encontros e acessaram pelo menos um material do curso. Portanto, na análise dos dados, promovida a seguir e nas demais seções deste capítulo, consideram-se somente esses 24 alunos. Os mesmos foram denominados A1, A2, A3, ..., A24. Essa nomenclatura foi utilizada na análise dos dados de todos os instrumentos de coleta, de tal forma que o Aluno A1, por exemplo, é sempre o mesmo, em todas as situações.

Os dados do questionário I foram coletados, pois se percebeu a necessidade de tentar entender melhor algumas características da turma considerada. Tais dados são analisados a seguir, tendo em vista facilitar a leitura e a compreensão dos resultados obtidos.

Dos 24 alunos, 22 eram do sexo feminino, 20 tinham idade entre 17 e 25 anos e os demais estavam acima de 25 anos. A maioria se formou recentemente: 18 entre 2010 e 2013 e os demais entre 1993 e 2007.

Na época da pesquisa, 14 alunos não trabalhavam e 19 possuíam computador com acesso à Internet na própria residência, com boa qualidade de sinal. Apenas três já tinham experiência com cursos a distância e, de maneira geral, expuseram que acham essa modalidade de ensino muito complicada para compreensão dos conteúdos e que preferem aulas presenciais com instrução do professor, como é possível verificar na resposta do aluno A24 (Figura 27).

Figura 27 – Resposta do aluno A24 na questão 12 do questionário I



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Como os alunos devem escolher se irão se habilitar em Física, em Química ou em Biologia, questionou-se a área que pretendiam escolher, tendo em vista analisar a importância da Matemática para a mesma. Dos 24 alunos, cinco afirmaram que irão optar por Física, 12 por Química e sete por Biologia.

Ao serem questionados sobre a relação que possuem com a Matemática, 14 responderam que gostam desta disciplina e a consideram de alta importância para a área que

pretendem atuar. Sobre o papel da Matemática na escolha dessa área, 15 alunos afirmaram que não houve influência.

Esses dados mostram que os alunos possuíam perfil favorável à participação no curso.

### 3.2.1 Análise da participação *online*

Promove-se, nesta seção, a análise da participação dos alunos no ambiente Moodle, tanto em termos de acesso aos materiais, quanto em relação às contribuições nos fóruns de dúvidas e de discussão. Os registros contabilizados em todas as tabelas desta seção referem-se ao número de acessos de cada participante e não ao tempo que o mesmo se dispôs a estudar os tópicos. Os acessos aos materiais do tópico 1, no Moodle, ocorreram conforme a tabela 1.

Tabela 1 – Participação *online* do tópico Conceito de Função

Aluno	Apostila elaborada	Apostila complementar	<i>Applet</i>	Vídeo 1	Vídeo 2	Fórum de dúvidas	Fórum de discussão
A1	4	4	1	1	1	-	-
A2	2	3	-	-	-	-	-
A3	2	3	-	1	1	1	1
A4	2	2	-	1	-	-	-
A5	-	1	-	-	-	-	-
A6	1	1	1	1	1	-	-
A7	1	1	-	-	-	-	-
A8	2	2	-	-	-	-	-
A9	1	3	-	-	-	-	-
A10	1	1	-	-	-	-	-
A11	-	-	-	1	-	-	-
A12	2	2	-	1	1	-	-
A13	1	2	1	1	1	-	-
A14	3	4	-	2	1	-	-
A15	2	2	-	3	2	-	-
A16	2	2	1	2	-	-	-
A17	2	4	-	1	-	-	-
A18	2	2	-	-	-	-	-
A19	5	2	1	2	2	-	-
A20	3	4	1	-	-	-	-
A21	4	3	-	-	-	-	-
A22	1	1	-	-	-	-	-
A23	1	1	-	-	-	-	-
A24	1	1	-	-	-	-	-

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os materiais mais acessados neste tópico foram a apostila elaborada, a apostila complementar e o vídeo 1. O fórum de dúvidas e o de discussão foram os menos acessados. É possível observar que apenas um aluno utilizou o fórum de dúvidas (Figura 28) e o de discussão (Figuras 29 e 30), sendo que este último não foi utilizado corretamente e, sim, para esclarecer dificuldades referentes à apostila elaborada. Isso indica que a proposta do fórum de discussão não obteve sucesso, pois nenhum dos alunos participou do mesmo.

Alguns alunos comentaram que não utilizaram este fórum, pois estavam aguardando a participação dos demais alunos para se espelhar e formular uma resposta para a questão levantada. Segundo Azambuja, Silveira e Gonçalves (2004), a falta de hábito em utilizar definições, realizar pesquisas e expressar-se em linguagem matemática colabora para que alguns alunos tenham dificuldades na escrita e elaboração de conceitos em um fórum.

Figura 28 - Fórum de dúvidas

Questão 5 e 6  
por A3 - quinta, 21 agosto 2014, 11:56

5) NÃO COMPREENDI O RESULTADO DE 70 SEMANAS, POIS O MEU DEU 7 SEMANA.  
6) Não compreendi o resultado e tb não consegui fazer.

Editar | Excluir | Responder

Re: Questão 5 e 6  
por Kamila Gomes - sábado, 21 agosto 2014, 14:03

Boa tarde A3 ,  
Provavelmente a diferença no resultado da questão 5 pode ter sido por falta de conversão, pois 1kg equivale a 1000g.  
Veja se foi esse o problema e caso não tenha sido, pode voltar ao fórum e detalhar sua maneira de resolver a questão e dessa forma poderei identificar o que aconteceu.  
Quanto a questão 6, em que exatamente você está com dúvida?

Att,  
Kamila Gomes.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 29 – Participação do aluno A3 no Fórum de discussão

Iniciamos o estudo de Funções. Como você pode perceber, não basta duas variáveis terem alguma relação estabelecida para configurar uma função. Reflita sobre as situações que vivenciamos ao estudar o conceito de função e pense nisto.

Como por exemplo: A corrida de táxi representa uma relação pois a cada Km rodado o cliente paga um único valor, portanto representa função onde a variável independente é o Km rodado e a variável dependente é o valor pago pela corrida.

Liste algumas relações entre variáveis que você conheça e diga em qual das situações as relações apresentadas constituem funções entre duas variáveis. Por quê?

Tópico	Autor	Comentários
Aplet	Aluno não analisado	1
Apostila : Introdução ao conceito de função	A3	1

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 30 – Dúvidas do aluno A3 no Fórum de discussão

 **Apostila : Introdução ao conceito de função**  
por A3 - quinta, 21 agosto 2014, 12:02

Questão 11, letra c, pg. 69 - Não entendi a resposta no meu entendimento daria 4  
Questão 4, pg. 71 - Meu resultado foi 14,38 e no gabarito está 14,34

[Editar](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

 **Re: Apostila : Introdução ao conceito de função**  
por Ludmilla Rangel Cardoso Silva - quinta, 21 agosto 2014, 18:18

Oi A3 ,  
Foi muito boa a sua observação, na apostila complementar p. 69 questão 11, letra c não está completo o enunciado, para que o resultado seja 5, de acordo com o gabarito, a pergunta deveria ser  $f(1,25)$ , se a pergunta fosse  $f(x)$ , ou seja, a lei da função a resposta seria  $f(x) = 4x$ .  
Quanto à questão 4 da p. 71 a sua resposta está correta e o gabarito está com erro. A resposta correta é 14,38 reais.

Att,  
Ludmilla.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A tabela 2 mostra a quantidade de acessos no tópico 2. Os alunos A7, A9, A10, A11 e A24 não acessaram nenhum material desse tópico, portanto não foram incluídos.

Tabela 2 – Participação *online* no tópico Representação de Funções

Aluno	Apostila elaborada	Apostila complementar	Vídeo 1	Fórum de dúvidas
A1	3	-	-	-
A2	1	-	-	-
A3	2	1	1	-
A4	1	-	-	-
A5	-	2	-	-
A6	1	-	1	-
A8	1	-	-	-
A12	3	1	1	-
A13	1	1	1	-
A14	5	-	-	-
A15	1	-	1	-
A16	1	-	-	-
A17	2	-	-	-
A18	1	-	-	-
A19	4	-	2	-
A20	2	-	-	-
A21	2	-	-	-
A22	1	-	-	-
A23	3	-	-	-

Fonte: Elaboração própria.

Nesse tópico houve baixa visualização do vídeo e da apostila complementar e o fórum de dúvidas não foi utilizado. Em relação ao tópico anterior, houve uma diminuição no acesso. Foi possível observar falta de interesse dos alunos em participar de um curso a distância. De acordo com Mercado (2007), muitos alunos apresentam dificuldade para se adaptar à nova situação de aprendizagem proposta pelo EAD. Além disso, essa modalidade de ensino requer tempo, disciplina, planejamento sobre como e quando estudar (MERCADO, 2007).

A tabela 3 mostra a quantidade de acessos no tópico 3. Alunos que não acessaram material algum não foram incluídos.

Tabela 3 – Participação *online* no tópico Análise Gráfica de Funções

Aluno	Apostila elaborada	Apostila complementar	<i>Applet1</i>	<i>Applet2</i>	<i>Applet3</i>	Vídeo 1	Fórum de dúvidas
A1	4	1	-	-	-	1	-
A2	1	1	1	-	1	-	-
A3	3	2	-	-	1	1	-
A4	1	-	-	-	-	-	-
A5	-	2	-	-	-	-	-
A12	1	1	-	-	-	1	-
A13	2	2	2	2	2	3	1
A15	1	-	-	-	-	1	-
A16	1	-	-	-	-	-	-
A17	1	1	-	-	-	-	-
A19	1	1	-	-	-	1	-
A20	3	1	-	-	-	-	-
A21	1	-	-	-	-	-	-
A23	1	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaboração própria.

Nesse tópico, o acesso aos materiais também foi baixo considerando que dez alunos não acessaram nenhum dos materiais disponíveis para estudo. Alguns alunos justificaram o fato declarando que não tinham tempo para utilizar o ambiente e nem acesso à Internet a qualquer momento. Além disso, mencionaram que estudar pelo computador não é tão prático quanto por meio de um material impresso. Assim, alguns acessaram o Moodle, imprimiram a apostila elaborada e outros fizeram cópias. Tais posicionamentos não estão coerentes com a visão de Capeletti (2014), quando essa autora afirma que um curso a distância facilita o acesso aos materiais no local de trabalho, na residência ou em outros locais, possibilitando associar o estudo a outras atividades.

Destaca-se que a instituição de ensino na qual o curso ocorreu possui dois micródomos, assim denominadas as salas com diversos computadores disponíveis para os alunos, com acesso livre à Internet. Portanto, os motivos apresentados pelos alunos não justificam a baixa participação, sinalizando falta de interesse destes em acessar os materiais disponíveis no Moodle.

### 3.2.2 Análise dos testes

Inicialmente, nesta seção, apresenta-se uma visão geral do desempenho dos alunos no pré e no pós-teste (Tabela 4). Em seguida, promove-se a descrição, classificação e análise dos erros cometidos pelos mesmos, no pré e no pós-teste, simultaneamente, segundo a perspectiva da metodologia de Análise de Erros.

Na tabela 1, só foram consideradas respostas completamente corretas.

Tabela 4 – Números de respostas corretas

Questão	Pré-Teste (n.º de respostas)	Pós-Teste (n.º de respostas)
1	5	15
2	6	9
3	6	17
4-a	6	5
4-b	3	10
4-c	1	1
4-d	3	4
4-e	3	6
5-a	1	4
5-b	-	2
6	3	9

Fonte: Elaboração própria.

É possível observar que as questões 1, 3, 4-b e 6 que tratam, respectivamente, dos conteúdos representação de função por meio de diagrama de flechas, paridade de uma função, zero da função e determinação de uma função por meio de tabela, apresentaram significativa melhora em termos de acertos, quando comparadas ao pré-teste. Esses conteúdos foram trabalhados no 3.º e 4.º. encontros do curso e, nos mesmos, houve maior participação dos alunos. Nesses encontros, alguns alunos informaram que preferem a presença do professor, pois dessa forma se sentem mais a vontade para explicar e esclarecer suas dificuldades.

Segundo Capeletti (2014), acredita-se que utilizar o ambiente virtual pode ser algo desanimador já que o professor não está presente para sanar alguma dúvida e por ser um estudo solitário.

A questão 4-c não apresentou diferença no quantitativo de acertos comparando os dois testes, as questões 2, 4 (d, e) e 5 apresentaram pequeno aumento de acertos no pós-teste comparadas ao pré. Na questão 4-a houve uma diminuição de acertos no pós-teste comparado ao pré. A seguir, os erros cometidos em cada questão serão examinados, a fim de promover uma análise qualitativa, visto que não é somente por meio de acertos que se verifica a aprendizagem do aluno.

Os problemas identificados (erros, resoluções incompletas, questões e itens sem qualquer resolução) na correção dos testes foram organizados em categorias de acordo com a metodologia Análise de Erros. Essas foram:

- i) Sem resposta – qualquer questão ou item sem resolução;
- ii) Resposta incompleta – resolução de apenas uma parte da questão ou do item, sendo esta correta;
- iii) Erro de conceito – questão ou item totalmente errado decorrente do não entendimento do conceito necessário;
- iv) Erro de escrita matemática – questão ou item parcialmente correto, apresentando erro no uso da linguagem matemática, e
- v) Erro de cálculo algébrico – questão ou item parcialmente correto, apresentando erro algébrico no desenvolvimento.

Ressalta-se que nem todas as questões possuem todas as categorias.

A primeira questão de cada teste é de múltipla escolha, ambas com duas alternativas corretas, assim, foram considerados dois acertos. Cinco alunos responderam corretamente no pré-teste e 15 no pós. A tabela 5 mostra o número de respostas dos problemas identificados. Estes foram divididos em três categorias: Sem resposta (nenhum item foi assinalado); Resposta incompleta e Erro de conceito. Esse último ocorreu em dois tipos: marcação de apenas um item, sendo este errado (Erro1) e marcação de item correto e um errado (Erro 2).

Tabela 5 – Número de problemas identificados na questão 1

<b>Categoria</b>	<b>Pré-Teste (nº de respostas)</b>	<b>Pós-Teste (nº de respostas)</b>
Sem resposta	3	1
Resposta incompleta	4	2
Erro 1	12	3
Erro 2	-	3

Fonte: Elaboração própria.

Observa-se, no pós-teste, uma maior tentativa de resolver a questão e atribui-se a isso o surgimento de uma nova categoria de erros. Com exceção da *Sem resposta*, as demais categorias indicam erros de conceito, pois em todos os casos o aluno não consegue identificar completamente as funções por meio do diagrama de flechas.

Rezende (2003) afirma que os alunos apresentam dificuldade na compreensão do conceito de função, pois não conseguem “enxergá-lo”. Esse obstáculo é chamado pelo autor de desvio epistemológico e, segundo ele, origina-se na Educação Básica.

Ao comparar os dados dos dois testes, é possível observar um melhor desempenho no pós-teste: o número de alunos nas categorias *Sem resposta* e *Resposta incompleta*, assim como a quantidade de erros diminuiu, mesmo com o acréscimo do *Erro 2*. Portanto, é possível considerar que o objetivo dessa questão foi alcançado, visto que a quantidade de respostas corretas triplicou no pós-teste em comparação ao pré-teste.

A segunda questão também é de múltipla escolha, com apenas uma alternativa correta, cujo objetivo é identificar graficamente uma função. Seis alunos responderam corretamente no pré-teste e nove no pós. Os problemas identificados foram divididos em duas categorias (Tabela 6): *Sem resposta* (nenhum item foi assinalado) e *Erro de conceito* (marcação de item errado).

Tabela 6 – Número de problemas identificados na questão 2

<b>Categoria</b>	<b>Pré-Teste (n.º de respostas)</b>	<b>Pós-Teste (n.º de respostas)</b>
Sem resposta	4	1
Erro de conceito	14	14

Fonte: Elaboração própria.

Três alunos (A20, A21, A23) que não haviam respondido a essa questão no pré-teste, passaram para a categoria *Erro de conceito* no pós-teste. Observou-se que o aluno que continuou sem responder (A24), não acessou nenhum material do tópico correspondente. A quantidade de alunos que erraram se manteve, o que está de acordo Oliveira (2006) quando diz que os alunos possuem dificuldades no conceito de função, e criam uma concepção equivocada no registro de representação gráfica, na mudança de um registro para o outro, na distinção entre variável dependente e independente e além disso, na notação matemática.

A terceira questão se refere ao conteúdo de paridade de uma função. Novamente, se trata de uma questão de múltipla escolha, com uma única alternativa correta. Seis alunos responderam corretamente no pré-teste e 17 no pós. Os problemas identificados foram

divididos em duas categorias (Tabela 7): Sem resposta (nenhum item foi assinalado) e Erro de conceito (marcação de item errado).

Tabela 7 – Número de problemas identificados na questão 3

<b>Categoria</b>	<b>Pré-Teste (nº de respostas)</b>	<b>Pós-Teste (nº de respostas)</b>
Sem resposta	5	1
Erro de conceito	13	6

Fonte: Elaboração própria.

É possível observar que o número de acertos aumentou consideravelmente, assim como a quantidade de tentativas de resolver a questão visto que apenas um aluno (A24) não respondeu ao pós-teste, e este também não havia respondido o pré-teste. Os erros cometidos nessa questão são considerados erros de conceito, pois marcando uma resposta errada subentende-se que o aluno não tem conhecimento do conceito de paridade de uma função.

Mesmo com o aumento das tentativas, o número de erros diminuiu o que é considerado um resultado satisfatório na análise dos dados, verificando que os alunos compreenderam o conceito de paridade.

A questão quatro é composta por cinco itens que foram apresentados simultaneamente na tabela 8. Nessa questão solicitam-se, a partir da análise gráfica: i) no item **a** – os intervalos nos quais a função é crescente, decrescente e constante; ii) no **b** – os zeros da função; iii) no **c** – o estudo do sinal; iv) no **d** – valores máximos e mínimos da função, e v) no **e** – domínio e imagem. Os problemas identificados em cada item foram divididos em quatro categorias (Tabela 8): Sem resposta, Resposta incompleta, Erro de conceito e Erro de escrita.

Tabela 8 – Número de problemas identificados na questão 4

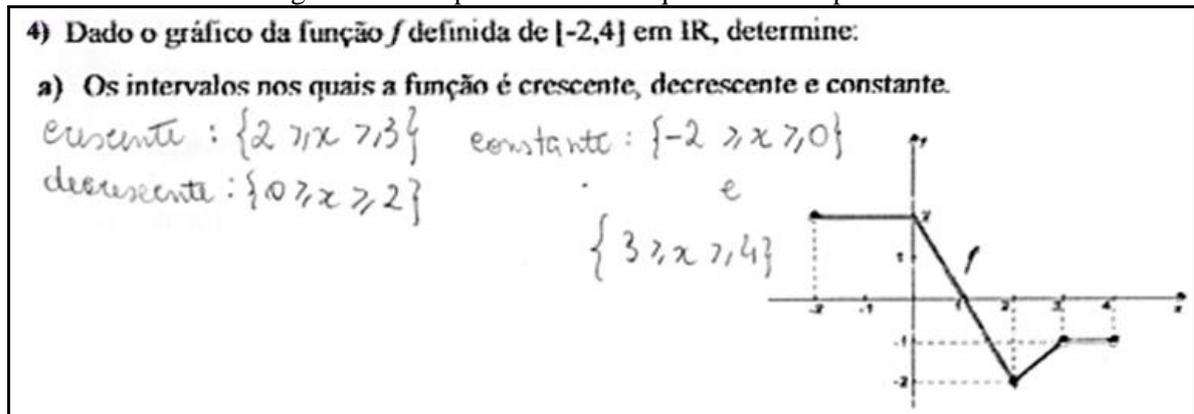
Item	Categoria	Pré-Teste (nº de respostas)	Pós-Teste (nº de respostas)
A	Sem resposta	5	1
	Resposta incompleta	1	3
	Erro de conceito	11	7
	Erro de escrita matemática	1	8
B	Sem resposta	13	8
	Resposta incompleta	-	-
	Erro de conceito	8	6
	Erro de escrita matemática	-	-
C	Sem resposta	21	15
	Resposta incompleta	-	3
	Erro de conceito	2	5
	Erro de escrita matemática	-	-
D	Sem resposta	11	8
	Resposta incompleta	-	-
	Erro de conceito	10	11
	Erro de escrita matemática	-	1
E	Sem resposta	14	9
	Resposta incompleta	1	2
	Erro de conceito	6	4
	Erro de escrita matemática	-	3

Fonte: Elaboração própria.

No item a, seis alunos responderam corretamente no pré-teste e cinco no pós. Dos cinco alunos que não responderam no pré-teste, nenhum acertou o item correspondente no pós-teste (um – A17 – continuou sem responder, dois cometeram erro de escrita – A18, A21, e dois cometeram erro de conceito – A6, A8). Considera-se que desses, quatro apresentaram ligeira melhora em relação ao conteúdo abordado no item.

Nesse item, o erro de conceito foi o predominante no pré-teste. No pós, o mais cometido foi o de escrita matemática, seguido do de conceito e, além disso, o número de acertos diminuiu, uma vez que o aluno A14 acertou no pré-teste e não respondeu no pós-teste. Entende-se que o erro de escrita é menos grave do que o conceitual e do que deixar o item sem resolução alguma. Por exemplo, o aluno A18 não respondeu a esse item no pré-teste e no pós-teste errou a escrita matemática, como mostra a figura 31.

Figura 31 – Resposta do A18 na questão 4-a no pós-teste

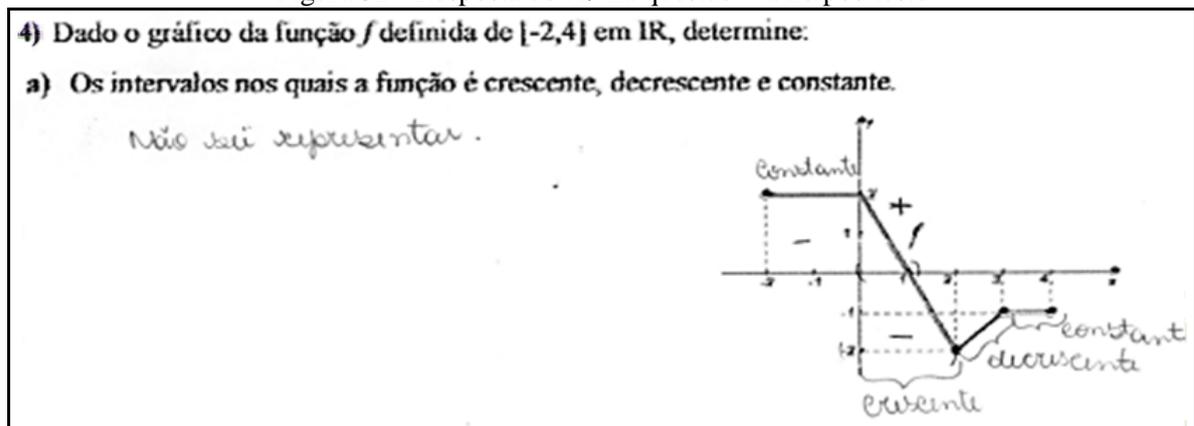


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para que a resposta estivesse correta, no intervalo crescente o aluno deveria ter respondido que  $\{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 3\}$ . Nos intervalos decrescente e constante, o mesmo erro foi cometido, visto que o aluno não colocou “ $x \in \mathbb{R}$ ” e inverteu os sinais “ $\leq$ ” para “ $\geq$ ”. Além desse aluno, outros também cometeram o mesmo erro.

Como exemplo de erro conceitual nesse item, considera-se a resposta do aluno A9, que, no pós-teste, identificou de forma incorreta o crescimento e decréscimo da função, conforme a figura 32.

Figura 32 - Resposta do A9 na questão 4-a no pós-teste



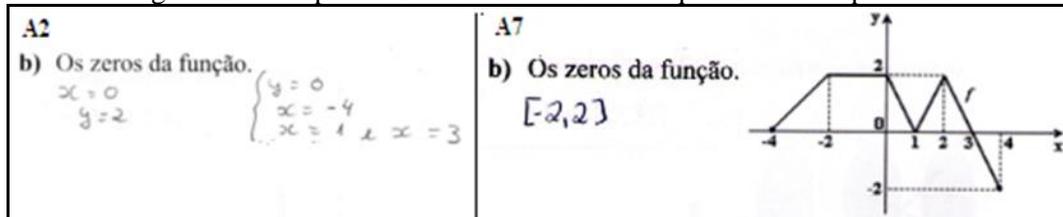
Fonte: Protocolo de pesquisa.

O resultado geral desse item foi considerado preocupante, mas coerente com os estudos apresentados no aporte teórico que apontam dificuldades dos alunos relacionadas à Educação Básica.

O item b desta questão tem por objetivo determinar o zero da função. Três alunos responderam corretamente no pré-teste e 10 no pós. Os erros cometidos no pré-teste foram de

conceito, considerados quando o aluno não consegue identificar graficamente os zeros da função (Figura 33).

Figura 33 – Respostas dos alunos A2 e A7 na questão 4-b no pré-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno A2 considerou como zero da função também o ponto de interseção do gráfico com o eixo  $y$  e o aluno A7, provavelmente, associou os zeros da função à imagem.

No pós-teste, o número de alunos que não respondeu a esse item diminuiu de 13 para oito. Desses oito, cinco também não tinham respondido no pré-teste (A6, A16, A17, A18, A24). Os alunos A16 e A17 acessaram algum material do tópico, porém os demais não tiveram participação *online*. Os outros três (A12, A14, A15) tinham cometido erro de conceito. A12 e A15 acessaram algum material do tópico, mas o A14 não teve participação *online*. De maneira geral, os resultados desses alunos sinalizam que a falta de participação de alguns comprometeu a aprendizagem do conteúdo, mas, além disso, observa-se que somente o acesso ao material não garante o estudo do mesmo.

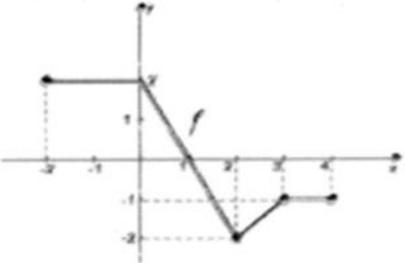
Na modalidade de educação a distancia, a construção do aprendizado é autônoma e, na maioria das vezes, exige que o aluno também tenha conhecimento das ferramentas disponibilizadas pelo AVA. Essa questão promove a reflexão, sobre os alunos que têm por hábito o estudo presencial, se estão preparados para enfrentar estes e outros desafios. A incorporação de novos hábitos envolve uma mudança de atitude e toda mudança gera certa resistência, tendo ciclo próprio de maturidade (CAPELETTI, 2011).

Dos seis classificados na categoria *Erro de conceito* no pós-teste (A3, A4, A8, A10, A20, A21), o A3 manteve-se na mesma categoria, o A4 havia acertado e os demais não tinham respondido o item no pré-teste. Destes alunos, A8 e A10 não tiveram participação *online* nesse tópico. Tais dados estão coerentes com a análise promovida no parágrafo anterior.

A figura 34 mostra os erros de conceito cometidos por três alunos. Não foi possível compreender o raciocínio utilizado por A4 e A8 para a solução desse item. O A10 considerou

como zeros da função os pontos de interseção do gráfico com os eixos  $x$  e  $y$  e fez uso da notação de intervalo.

Figura 34 – Respostas dos alunos A4, A8 e A10 na questão 4-b no pós-teste

<p><b>A4</b> b) Os zeros da função. <math>y = 1</math> <math>x = -1 \text{ e } 1</math></p>	<p><b>A8</b> b) Os zeros da função. <math>-2, 2 ; -1, 1</math></p>	
<p><b>A10</b> b) Os zeros da função. <math>[0, 2] ; [1, 0]</math></p>		

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No item **c** o aluno deve determinar o estudo do sinal da função. O aluno A5 respondeu corretamente tanto no pré-teste quanto no pós. No pré-teste houve elevado número de questões sem respostas e os poucos alunos que tentaram resolver cometeram erros de conceito, considerados quando o sinal da função não foi determinado.

Dos 21 classificados na categoria *Sem resposta* no pré-teste, 14 se mantiveram na mesma categoria, dois (A13, A20) não resolveram o item por completo e os demais (A1, A2, A7, A16, A22) cometeram erro de conceito. Os alunos A4 e A11 estavam na categoria *Erro de conceito* no pré-teste, no pós o A4 não respondeu e o A11 deixou esse item incompleto. Nesse item, observou-se que, de maneira geral, os alunos não obtiveram bom desempenho, o que está de acordo com Lima (2008), quando afirma que os alunos possuem dificuldades na passagem da forma gráfica das funções para a forma algébrica e em tarefas de interpretação de informações contidas em representações gráficas. Mas, além disso, os resultados indicam uma atuação pouco significativa dos alunos, sem o devido compromisso com a aprendizagem, motivada mais pela pontuação decorrente da participação.

No item **d**, o objetivo era identificar os valores máximo e mínimo da função cujo gráfico foi apresentado na questão. Três alunos responderam corretamente no pré-teste e quatro no pós. No pré-teste, os dados foram divididos entre as categorias *Sem resposta* e *Erro de conceito*. No pós surgiu a categoria *Erro de escrita* (A11), considerado quando o aluno indica ter entendido o conceito, mas erra ao representar algebricamente a resposta (Figura 35). Esse aluno, no pré-teste, havia acertado o item correspondente. Não foi possível identificar o motivo que o levou a cometer o erro de escrita no pós-teste.

Figura 35 – Resposta do A11 na questão 4-d no pós-teste

**d) Os valores máximo e mínimo da função**

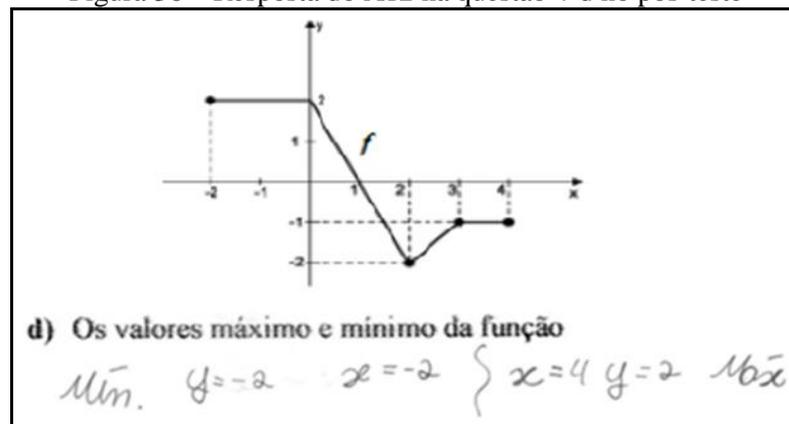
$$\text{mínimo} = f(2) = -2$$

$$\text{máximo} = f([-2, 0]) = 2$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Dos 11 alunos que não responderam a esse item no pré-teste, cinco (A3, A17, A18, A21, A23) se mantiveram nessa categoria, dois (A1 e A2) acertaram e quatro cometeram erro de conceito (A6, A8, A15, A20) no pós-teste. Dos dez que estavam na categoria *Erro de conceito*, um acertou, seis se mantiveram e os demais não responderam. A figura 36 mostra o erro de conceito cometido pelo aluno A12, no pós-teste, ao considerar como valores máximos e mínimos da função os extremos do domínio e da imagem da função.

Figura 36 – Resposta do A12 na questão 4-d no pós-teste



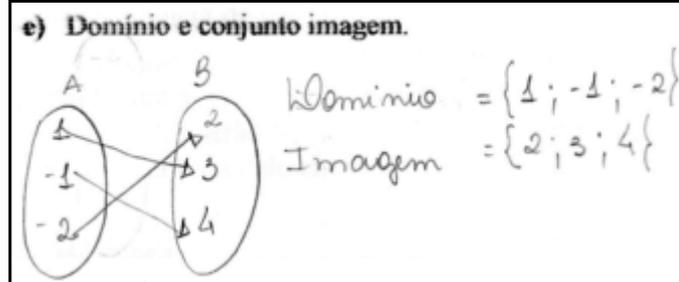
Fonte: Protocolo de pesquisa.

No item **e**, o aluno deveria determinar o domínio e o conjunto imagem da função, cujo gráfico foi apresentado. Três alunos responderam corretamente no pré-teste e seis no pós. No pré-teste, 14 alunos não responderam. Destes, seis (A6, A7, A15, A17, A21, A24) se mantiveram nessa categoria no pós-teste, quatro (A1, A8, A16, A19) cometeram erro de conceito, dois (A3, A20) erro de escrita e dois (A12, A18) acertaram.

No pré-teste, seis alunos cometeram erro de conceito. Destes, três (A4, A9, A10) não responderam no pós, dois (A13, A23) acertaram, um (A22) respondeu de forma incompleta. O A2 havia deixado o item incompleto no pré-teste e manteve-se na mesma categoria, apenas respondendo o domínio em ambos os testes.

Os quatro alunos da categoria *Erro de conceito* no pós-teste (A1, A8, A16, A19) não haviam respondido ao item correspondente no pré. A figura 37 mostra o erro de conceito do A16.

Figura 37 – Resposta do A16 na questão 4-e no pós-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

De maneira geral, no item e, assim como em diversos outros, o desempenho dos alunos ainda se manteve baixo, sinalizando que estudos mais aprofundados deveriam ter sido promovidos pelos mesmos.

A questão 5 é composta por dois itens, nos quais é preciso explicitar o domínio de funções. Os problemas identificados em cada item foram divididos em quatro categorias (Tabela 9): Sem resposta, Resposta incompleta, Erro de conceito, Erro de escrita matemática e Erro de cálculo algébrico.

Tabela 9 – Número de problemas identificados na questão 5

Item	Categoria	Pré-Teste (nº de respostas)	Pós-Teste (nº de respostas)
A	Sem resposta	19	7
	Resposta incompleta	2	5
	Erro de conceito	1	4
	Erro de escrita matemática	-	2
	Erro de cálculo algébrico	1	3
B	Sem resposta	19	8
	Resposta incompleta	1	3
	Erro de conceito	3	5
	Erro de escrita matemática	1	1
	Erro de cálculo algébrico	-	5

Fonte: Elaboração própria.

No pré-teste, no item a, somente um aluno respondeu corretamente. Houve ainda questões sem respostas e nas incompletas, ocorreram dois tipos de erros, o de conceito e de cálculo algébrico. No pós-teste, quatro alunos responderam corretamente, e surgiu a categoria

*Erro de escrita* (A9, A18), como é possível observar na figura 38. Esses dois alunos, no pré-teste não haviam respondido a esse item.

Figura 38 – Respostas dos alunos A9 e A18 na questão 5-a no pós-teste

A9	A18
$a) f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ $x^2 - 9 \neq 0$ $x^2 + 9$ $x \pm \sqrt{9}$ $x \pm 3$	$a) f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ $x^2 - 9 \neq 0$ $x^2 \neq 9$ $x \neq \pm 3$ $D: x \in \mathbb{R} - \{3, -3\}$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Dos 19 alunos que não responderam no pré-teste, sete se mantiveram na mesma categoria no pós-teste e os demais foram assim distribuídos: dois (A3, A8) passaram para a categoria *Erro de cálculo algébrico* (Figura 39), três (A6, A16, A21) cometeram erro de conceito (Figura 40), três (A7, A12, A20) foram para a categoria *Resposta incompleta* (Figura 41), dois acertaram (A19, A23) e os demais cometeram erro de escrita, como mencionado acima.

Figura 39 – Respostas dos alunos A3 e A8 na questão 5-a no pós-teste

A3	A8
$a) f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ $x^2 - 9 \neq 0$ $x^2 \neq 9$ $\sqrt{x^2} \neq \sqrt{9}$ $x \neq 3$ $D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 3\}$	$a) f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ $x^2 - 9 \neq 0$ $x^2 \neq 0$ $D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq +3 \wedge x \neq -3\}$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 40 – Respostas dos alunos A6, A16 e A21 na questão 5-a no pós-teste

A6	A16	A21
$a) f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ $x^2 - 9 = x + 9$ $3 = 9 - 9$ $x^3 = 0$	$a) f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ $x+2 = 0: \sqrt{x^2-9} \neq 0$ $x = 2$ $x^2 \neq +9$ $x \neq \pm \sqrt{9} = x \neq 3$ $f(x) = \frac{-2}{3}$	$a) f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ $x^2 - 9 = 0$ $x = \sqrt{9}$ $x + 2 = 0$ $x = -2$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 41 – Respostas dos alunos A7, A12 e A20 na questão 5-a no pós-teste

A7	A12	A20
$a) f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ $x^2-9 \neq 0$ $x^2 \neq 9$ $x \neq \pm\sqrt{9}$ $x \neq \pm 3$	$a) f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ $x^2-9 \neq 0$ $x^2 \neq +9$ $x \neq \pm 3$	$a) f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ $x^2-9 \neq 0$ $x^2 \neq 9$ $x \neq \pm\sqrt{9}$ $x \neq \pm 3$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No item **b**, não houve respostas corretas no pré-teste, mas no pós-teste dois alunos responderam corretamente. Surgiu a categoria *Erro de cálculo algébrico* (A7, A8, A11, A12, A23) no pós, como é possível observar na figura 42. Desses cinco alunos, o A11 tinha cometido erro de escrita no pré-teste e os demais não haviam respondido esse item.

Figura 42 – Respostas dos alunos A7, A8, A11, A12 e A23 na questão 5-b no pós-teste

A7	A8	A11	
$b) h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$ $2x+3 \neq 0$ $2x \neq 3$ $x \neq \frac{3}{2}$ $D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq \frac{3}{2}\}$	$b) h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$ $2x+3 \neq 0$ $2x \neq 3$ $x \neq \frac{3}{2}$ $D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq \frac{3}{2}\}$	$b) h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$ $\sqrt[3]{2x+3} \neq 0$ $2x+3 \neq 0$ $x \neq \frac{3}{2}$	
<th>A12</th> <th>A23</th>		A12	A23
$b) h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$ $2x+3 \neq 0$ $x \neq \frac{3}{2}$		$b) h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$ $2x+3 \neq 0$ $2x \neq 3$ $x \neq \frac{3}{2}$ $D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq \frac{3}{2}\}$	

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No pré-teste, a categoria *Sem resposta* desse item obteve o mesmo número de alunos que a do item **a**. Desses 19 alunos, sete se mantiveram na mesma categoria no pós-teste e os demais foram distribuídos da seguinte forma: quatro (A7, A8, A12, A23) passaram para a categoria *Erro de cálculo algébrico*, quatro (A1, A6, A9, A14) cometeram erro de conceito (Figura 43), dois (A19, A20) foram para a categoria *Resposta incompleta* (Figura 44), um (A18) cometeu erro de escrita (Figura 45) e um acertou (A13).

Figura 43 – Respostas dos alunos A1, A6, A9 e A14 na questão 5-b no pós-teste

<p>A1</p> <p>b) <math>h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}</math></p> <p>① <math>= \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0\}</math></p>	<p>A6</p> <p>b) <math>h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}</math></p> <p><math>2x+3 = 1</math></p> <p><math>2x = 1-3</math></p> <p><math>2x = -\frac{2}{2} = -1 \parallel</math></p>	<p>A9</p> <p>b) <math>h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}</math></p> <p><math>\sqrt[3]{2x+3} \geq 0</math></p> <p><math>2x+3 = 0</math></p> <p><math>2x = -3</math></p> <p><math>x = -\frac{3}{2}</math></p>	<p>A14</p> <p>b) <math>h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}</math></p> <p><math>2x=3</math> <math>x=\frac{3}{2}</math></p> <p><math>h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}</math></p> <p><math>\frac{1}{2x+3} = \frac{1}{\frac{3}{2}}</math></p> <p><math>1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \parallel</math></p>
---	--	---	---

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 44 – Respostas dos alunos A19 e A20 na questão 5-b no pós-teste

<p>A19</p> <p>b) <math>h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}</math></p> <p><math>\sqrt[3]{2x+3} \neq 0</math></p>	<p>A20</p> <p>b) <math>h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}</math></p> <p><math>\sqrt[3]{2x+3} \neq 0</math></p>
--	--

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 45 – Respostas do A18 na questão 5-b no pós-teste

<p>A18</p> <p>b) <math>h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}</math></p> <p><math>2x+3 \neq 0</math></p> <p><math>2x \neq -3</math></p> <p><math>x \neq -\frac{3}{2}</math></p> <p><math>D: x \in \mathbb{R} - \{-\frac{3}{2}\}</math></p>
--

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao analisar os dois itens, é possível perceber que no pós-teste a quantidade de questões sem respostas diminuiu, aumentando assim a quantidade de tentativas e a quantidade de erros, o que pode sinalizar um avanço em termos de compreensão do conceito.

A última questão foi a mesma para os dois testes e para solucioná-la era necessário interpretar a tabela fornecida e verificar se esta representava uma função. Três alunos responderam corretamente no pré-teste e nove no pós. Os problemas identificados foram divididos em quatro categorias (Tabela 10): Sem resposta, Resposta incompleta, Erro de conceito (determinação totalmente errada da lei da função) e Erro de escrita matemática.

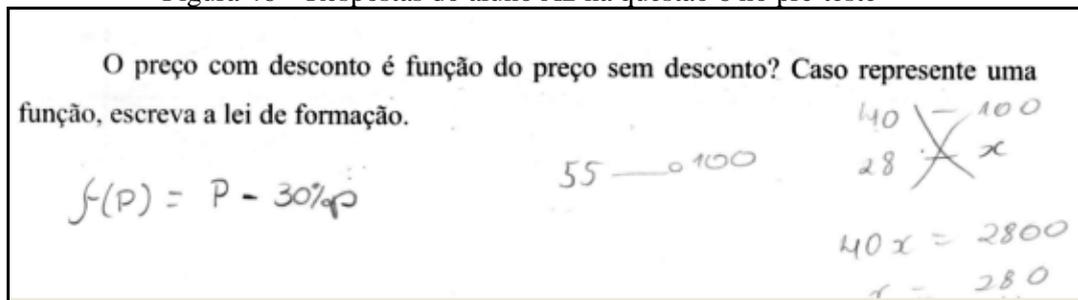
Tabela 10 - Número de problemas identificados na questão 6

<b>Categoria</b>	<b>Pré-Teste (nº de respostas)</b>	<b>Pós-Teste (nº de respostas)</b>
Sem resposta	18	10
Resposta incompleta	1	3
Erro de conceito	1	3
Erro de escrita matemática	1	-

Fonte: Elaboração própria.

Nessa questão, no pós-teste, não houve erro de escrita matemática. O A2 que havia cometido esse tipo de erro no pré (Figura 46), acertou a questão no pós. Apenas o A5 cometeu erro de conceito no pré-teste e no pós, acertou a questão. O A19 que, no pré estava na categoria *Resposta incompleta*, se manteve nessa categoria no pós-teste.

Figura 46 – Respostas do aluno A2 na questão 6 no pré-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

No pré-teste, 18 alunos não responderam a essa questão. Destes, nove se mantiveram nessa mesma categoria no pós-teste. Os demais foram distribuídos da seguinte forma: três (A6, A14, A15) passaram para a categoria *Erro de conceito* (Figura 47), dois (A9, A23) foram para a categoria *Resposta incompleta* (Figura 48), e quatro acertaram (A1, A4, A13, A20).

Figura 47 – Respostas dos alunos A6, A14 e A15 na questão 6 no pós-teste

<p><b>A6</b></p> <p>O preço com desconto é função do preço sem desconto? Caso represente uma função, escreva a lei de formação.</p> <p><math>f = 40 + 28</math>   <math>f = 55 + 38,60</math>  <math>f = 68</math>   <math>t = 93,50</math>   </p> <p><math>f = 6000 + 420</math>   <math>f = 35 + 24,80</math>  <math>f = 6420</math>   <math>t = 59,50</math>   </p> <p><math>f = 80 + 56</math>  <math>f = 136</math>   </p> <p style="text-align: right;"><math>\frac{35}{24}</math> <math>59,5</math></p>
<p><b>A14</b></p> <p>O preço com desconto é função do preço sem desconto? Caso represente uma função, escreva a lei de formação.</p> <p>Sim, 30% de desconto</p> <p><math>y = x - \frac{30}{100}</math></p> <p><math>f(x) = x - \frac{30}{100}</math></p> <p style="text-align: right;"><math>\frac{35}{24,50}</math> <math>59,50</math></p>
<p><b>A15</b></p> <p>O preço com desconto é função do preço sem desconto? Caso represente uma função, escreva a lei de formação.</p> <p>Desconto de 30%.</p> <p>Sim.</p> <p><math>f(x) = x - \frac{30}{100}</math></p>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 48 – Respostas dos alunos A9 e A23 na questão 6 no pós-teste

<p><b>A9</b></p> <p>Sim.</p> <p><math>f(x) = PSD - 30\%</math></p>	<p><b>A23</b></p> <p>Sim.</p> <p><math>f(x) = P_1 - P_2</math></p>
--	--

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O número de alunos que acertou essa questão aumentou de três para nove. Desses nove, quatro não tinham respondido a questão no pré-teste. Assim, considera-se que houve certo avanço, embora o número de alunos na categoria *Sem resposta* ainda tenha sido significativo no pós-teste, o que está de acordo com a literatura, visto que os alunos têm dificuldades na interpretação de tabelas de valores numéricos (LIMA, 2008).

Com base na Análise de Erros promovida, percebeu-se que estes eram relacionados, principalmente, a conceitos. As categorias de erros identificadas permitem observar que alguns dos licenciandos apresentaram diversas dificuldades em relação aos tópicos abordados, que são conteúdos do Ensino Básico. Os erros cometidos são coerentes com os identificados por Lima (2008) em sua pesquisa.

Fazendo uma análise das categorias de erro (erro de conceito, de escrita matemática e de cálculo algébrico), conjuntamente, e comparando os dois testes, percebe-se que essas categorias no pós-teste: i) na primeira questão diminuiu 50%; ii) na segunda se manteve; iii) na terceira reduziu, aproximadamente, 46%; iv) na quarta, aumentou em aproximadamente 18%, isso aconteceu devido ao número de classificados em *Sem resposta* ter diminuído em aproximadamente 36%, ou seja 18% dessa redução cometeu erros, e v) na quinta e sexta questões também teve um aumento na categoria de erros e houve redução na de *Sem resposta*.

Entende-se que o curso provocou um avanço nas concepções dos alunos sobre conceito de função, suas representações e análise gráfica, pois ao comparar os testes é possível verificar que as dificuldades diminuíram.

Como defende Cury (2008), a Análise de Erros possibilita uma compreensão mais profunda das dificuldades dos alunos e os resultados da investigação podem ser úteis tanto em termos teóricos quanto práticos.

### **3.2.3 Análise do questionário II**

Tendo em vista analisar a percepção dos licenciandos em Ciências da Natureza sobre a contribuição do curso de Pré-Cálculo Parte 2, foi proposto o questionário II, respondido pelos alunos logo após a realização do pós-teste. Na primeira parte do mesmo, são apresentadas afirmativas relativas a diversos aspectos do curso (Tabela 11), diante das quais cada aluno deveria assinalar a coluna que considerasse mais adequada. A escala das opções variava de 1 a 5, sendo 1 a nota mínima e 5 a máxima. Além disso, havia a opção NA, que significa Não se Aplica, que deveria ser assinalada quando o aluno não se sentisse capaz de avaliar a afirmativa apresentada. A tabela 11 apresenta os resultados obtidos na parte 1 do questionário II.

Tabela 11 – Dados do questionário II – parte 1

Afirmativas	Opções	1	2	3	4	5	NA
A proposta metodológica adotada no curso foi adequada.		1	4	8	4	6	1
Os tópicos abordados são relevantes.		2	-	1	5	15	1
As apostilas elaboradas apresentam o conteúdo corretamente e de forma clara.		1	-	1	5	17	-
O <i>layout</i> (imagens, cores, estrutura, fontes, etc.) das apostilas elaboradas é visualmente agradável.		1	1	1	4	17	-
As apostilas complementares abordam o conteúdo corretamente e de forma clara.		1	1	1	8	11	2
Ao <i>applets</i> abordam o conteúdo corretamente e de forma clara.		1	1	1	6	9	6
Os vídeos abordam o conteúdo corretamente e de forma clara.		2	2	1	4	13	2
O fórum de dúvidas foi importante para a sua participação no curso.		3	4	4	3	6	4
O fórum de discussão contribuiu para ampliar seus conhecimentos nos tópicos abordados.		2	3	5	3	6	4
Utilizar o ambiente Moodle foi fácil.		3	1	4	13	3	-
A (re)construção de conhecimentos matemáticos proposta no curso pode ser importante para estudos futuros.		1	-	2	2	19	-
A proposta de cursos com essa finalidade é importante.		1	-	1	5	15	2
As tutorias foram significativas para a realização do curso.		2	-	3	6	11	2

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Analisando os dados, é possível verificar que os alunos, de maneira geral, consideraram que a proposta metodológica adotada no curso foi regular. Atribui-se esse resultado, principalmente, ao fato do curso ter sido a distância. Os pontos negativos mencionados na parte 2 do questionário ratificam essa visão. Como discutido por Capeletti (2014) e Mercado (2007), os alunos ainda apresentam dificuldades diversas em relação a cursos a distância.

Os tópicos abordados foram considerados muito relevantes pela maioria dos alunos. O tema funções é requisito para o estudo de Cálculo e, embora pareça simples, é de difícil compreensão para muitas pessoas. Isso foi evidenciado por Lima (2008) e verificado nos resultados dos testes promovidos neste estudo. Assim, o posicionamento da maioria dos

alunos em relação à relevância dos tópicos abordados sinaliza certa consciência desse panorama.

As apostilas elaboradas foram muito bem avaliadas pela maioria, tanto em relação à apresentação de conteúdo correto e de forma clara, quanto ao *layout*. A elaboração dessas apostilas requereu muitas horas de preparação e de ajustes, tendo em vista que as mesmas seriam destinadas a um curso a distância. Como mencionado por Mercado (2007), os materiais para a EAD requerem cuidados especiais. Considera-se, pelos resultados obtidos, que o esforço empreendido foi bem sucedido.

Os materiais complementares, de maneira geral, foram avaliados positivamente. No entanto, o baixo número de acessos a esses materiais, durante o curso, conforme dados apresentados nas tabelas 1, 2 e 3, seção 3.2.1, mostra que tais avaliações não são muito coerentes. Esse fato ressalta a importância de se utilizar mais de uma fonte de coleta de dados, como defendido por Creswell (2010), tendo em vista a verificação da precisão dos resultados.

As contribuições dos fóruns de dúvidas e do de discussão foram avaliadas pelos participantes, de maneira geral, como válidas, levando-se em consideração o somatório de alunos nas colunas 3, 4 e 5. No entanto, esse resultado também não é coerente com o que foi observado ao longo do curso, pois as participações nos fóruns foram mínimas. Novamente, observa-se a importância do cruzamento de dados para uma leitura mais fidedigna da realidade.

Quanto à utilização do ambiente Moodle, a maioria avaliou como fácil, o que foi considerado bastante satisfatório, visto que a literatura da área, discutida no Capítulo 1, aponta as dificuldades em relação à tecnologia como um problema na EAD.

As afirmativas “A (re)construção de conhecimentos matemáticos proposta no curso pode ser importante para estudos futuros.” e “A proposta de cursos com essa finalidade é importante.” receberam ótimas avaliações, sinalizando que a percepção dos alunos sobre a importância do curso foi bastante positiva. Além disso, a proposta das tutorias também foi bem avaliada, indicando boa aceitação dessa estratégia metodológica.

Encerrando a parte 1 do questionário II, foi disponibilizado um espaço para comentários. Assim como, solicitou-se a apresentação dos motivos que levaram à opção pelas colunas 1, 2 ou 3, caso isso tivesse ocorrido. Dentre as respostas obtidas, a que mais se destacou foi sobre a necessidade do curso ser presencial, totalizando sete alunos (Figura 49). Dois mencionaram que prefeririam que as tutorias fossem aulas utilizando a apostila e não um momento presencial para dúvidas e um aluno gostaria que a plataforma Moodle fosse mais transparente.

Figura 49 – Respostas dos alunos A2 e A19 - questionário II - parte 1

O espaço a seguir é para comentários relacionados a qualquer afirmativa acima. Caso tenha assinalado a coluna 1, 2 ou 3 para algumas(s) afirmativa(s), por favor, mencione o(s) motivo(s) que levaram a essa opção.

A2

Acho que o curso deveria ser mais presencial, e em minha opinião os Alunos chegam no curso Superior sem base em matemática.

A19

Creio que a proposta metodológica não foi adequada apenas pelos motivos de ser à distância. Muitas vezes não tenho tempo para estudar em casa por conta de trabalho e outros compromissos. Não utilizei os fóruns e chats disponibilizados pelo Moodle, por isso não foi muito proveitoso.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na segunda parte do questionário II, a primeira questão solicitava que o aluno apresentasse o motivo que o levou a acessar os materiais complementares, caso isso tivesse ocorrido, e comentasse sua resposta. Quatro alunos apresentaram respostas relacionadas à reconstrução de saberes, um afirmou ter sido por curiosidade, e outro mencionou que aproveitou para adquirir o material e utilizá-lo para lecionar Matemática. Considera-se que essas respostas estão mais coerentes com a realidade vivenciada do que a avaliação feita na tabela 11. O acesso aos materiais complementares foi pouco significativo, o que está coerente com o baixo número de respostas dadas a essa questão e, menor, ainda, foi o número de acessos para fins efetivos de estudo.

Na segunda pergunta, dez alunos afirmaram que apresentavam dúvidas em relação a algum(ns) dos tópicos abordados no curso, cinco apresentavam dificuldade em análise gráfica, três tinham dificuldades em conceito de função, um tinha dificuldade em resolver exercícios contextualizados e um aluno disse ter dificuldade em todos os tópicos que foram abordados. O número expressivo de respostas a essa questão ratifica a visão dos autores mencionados no Capítulo 1, sobre as dificuldades em funções.

Na última pergunta dessa parte, foi pedido que os alunos apontassem pontos positivos e negativos do curso ministrado (Figura 50) e que deixassem sugestões para melhoria do mesmo. De maneira geral, os pontos positivos apresentados foram: i) importância dos

conteúdos para o estudo de outras disciplinas; ii) qualidade dos materiais disponibilizados; iii) contribuição do para a (re)construção de saberes, e iv) papel significativo das tutorias.

Como pontos negativos foram listados: i) o fato de o curso ser à distância; ii) o grande número de alunos participantes; iii) tutorias para retirada de dúvidas e não para ministrar aulas sobre os conteúdos; iv) baixa carga horária do curso, e v) horário das monitorias que era o das aulas vagas da disciplina Matemática Elementar.

Figura 50 – Respostas dos alunos A15 e A19 no questionário II

3. Aponte pontos positivos e negativos do curso ministrado e deixe suas sugestões para melhoria do mesmo.

**A15**  
 Positivos: Ajuda a lembrar o conteúdo dado.  
 Negativos: Por ser um curso a distância, na maioria das vezes a compreensão de algumas partes foi complicada, apesar do material bem elaborado.

---

**A19**  
 Positivos: Auxiliam no curso, em outras disciplinas.  
 Negativos: O tempo presencial é muito curto.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As sugestões apresentadas foram dividir as turmas em grupos menores para facilitar o processo de aprendizagem e trocar os momentos de tutorias por aulas ou ser presencial em um horário externo ao da graduação.

Como é possível observar, a resistência em relação a um curso a distância ainda é grande. Como afirma Amarilla (2011), estudar a distância requer autonomia, autodisciplina e autodidatismo. Tais características não são estimuladas, em geral, no ensino presencial, o que contribui para que os alunos não se sintam muito à vontade em relação à EAD.

Além disso, verificou-se que as dificuldades dos alunos, relacionadas aos tópicos iniciais de função, são muitas. Infelizmente, a oportunidade de participar do curso não foi bem aproveitada por muitos. A observação do número de acesso aos materiais do Moodle, das ações e dos comentários durante as tutorias e a análise dos erros do pós-teste permitiram perceber que seria necessário uma dedicação maior, em termos de tempo e empenho, por parte dos alunos, para que conseguissem superar os problemas apresentados. Como defendido

por Mercado (2007), dificuldades de tempo, de disciplina e de planejamento sobre quando e como estudar podem prejudicar o desenvolvimento do estudo na EAD.

A análise de todos os dados levantados permitiu responder à questão de pesquisa. Considera-se que, apesar da resistência em relação ao curso ser à distância, a percepção dos licenciandos sobre a proposta foi positiva, uma vez que foi entendida como importante, por contribuir para relembrar conteúdos que são requisitos para um melhor desempenho em outras disciplinas, como as de Cálculo Diferencial e Integral.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho monográfico teve início com a leitura de textos sobre as dificuldades nas disciplinas de Cálculo, sobre Funções e sobre EAD. Após esta etapa, foram elaborados os materiais necessários à realização do estudo de caso: apostila 1, apostila 2, apostila 3, questionários e pré e pós-teste. Com exceção dos questionários, os demais materiais foram aplicados num teste exploratório com um grupo de alunos do 7º. Período da Licenciatura em Matemática de um Instituto Federal. O mesmo foi de grande relevância, pois possibilitou reformulações e ajustes nas apostilas e testes. Os participantes se mostraram interessados e verificou-se, de maneira geral, que os materiais estavam adequados aos seus objetivos.

A seguir, foi promovido o curso de Pré-Cálculo Parte 2 com uma turma do 1º período da Licenciatura em Ciências da Natureza, de um Instituto Federal, com o objetivo de analisar a percepção destes licenciandos sobre a contribuição de um curso, estruturado no Moodle, destinado ao estudo de tópicos iniciais de função, necessários para as disciplinas de Cálculo.

Durante o curso, observaram-se ações e comentários dos alunos nos momentos de tutoria, assim como as participações no Moodle. Ao final da experimentação, foram analisados os dados obtidos por meio do pré e pós-teste e dos questionários aplicados.

Na análise dos testes, foi possível observar que a melhora quanto ao número de acertos nas questões do pós-teste comparado ao pré-teste foi pouco significativa. No entanto, foi possível perceber que a maioria dos alunos que deixou, no pré-teste, várias questões sem respostas, apresentou alguma tentativa de resolução nas questões correspondentes no pós-teste. Embora a maioria contivesse erros, considera-se que, após a participação no curso, esses alunos se sentiram confiantes para tentar solucionar as questões propostas.

Os dados obtidos na aplicação dos questionários mostraram que os alunos consideraram regular a proposta metodológica adotada no curso, e que os tópicos abordados foram muito relevantes. Avaliaram que a utilização do ambiente Moodle foi fácil, que os materiais disponibilizados apresentam conteúdo corretos e de forma clara e que o *layout* das apostilas elaboradas é visualmente agradável.

As tutorias foram bem avaliadas e a proposta de (re)construção de conhecimentos matemáticos foi considerada muito importante para estudos futuros. No entanto, foi possível observar uma significativa resistência ao fato do curso ser a distância. Muitos deixaram claro que prefeririam um curso presencial e que gostariam que as tutorias fossem aulas e não um momento presencial para dúvidas.

Diante dos resultados obtidos, pode-se responder à questão de pesquisa, quanto à percepção dos licenciandos sobre as contribuições do curso promovido. De maneira geral, considera-se que, apesar das dificuldades apresentadas, essa percepção foi positiva, pois o curso foi entendido como importante por contribuir para (re)construção de conceitos básicos, necessários a estudos posteriores.

Assim, espera-se que este trabalho monográfico contribua para destacar a importância da (re)construção de conteúdos de tópicos iniciais de função, necessários para o estudo de Cálculo.

Para as licenciandas, a presente pesquisa trouxe diversas contribuições, tais como: i) aprofundamento de estudos sobre funções; ii) aprendizagens relacionadas à elaboração das apostilas, testes e questionários; iii) experiência em ministrar um curso a distância; iv) estudos relacionados à Análise de Erros; v) aprimoramento das habilidades de pesquisa, leitura e de escrita.

As dificuldades encontradas foram relacionadas, principalmente, à participação dos alunos no Moodle. Os alunos claramente desejavam um curso presencial, com o qual estão mais habituados.

Para estudos futuros entende-se que é necessária a adoção de um critério mais rigoroso para a seleção dos alunos a serem analisados. Neste trabalho, foram analisados alguns alunos que tiveram baixo acesso *online* e este é um critério que deveria ter tido um peso maior, visto que o curso é a distância. Muitos desses alunos não fizeram a (re)construção dos conteúdos abordados e deixaram questões correspondentes em ambos os testes sem qualquer resolução. Uma seleção considerando com mais rigor o critério de acesso aos materiais do Moodle poderia resultar em uma análise mais significativa do alcance da proposta do curso.

Como outras formas de continuidade, é possível testar o curso com outros grupos de alunos. Além disso, podem-se promover estudos semelhantes ao descrito, focalizando outros tópicos matemáticos, cujos materiais estão sendo organizados. Nesse sentido, ressalta-se que a presente pesquisa faz parte de um contexto mais amplo, cujo objetivo geral é implementar um curso de Pré-Cálculo, no Moodle, que possa ser utilizado em vários cursos do IFFluminense. O trabalho descrito é a Parte 2 do referido curso e os dados obtidos orientarão ações para o desenvolvimento das demais partes.

## REFERÊNCIAS

ALVES, D. D. *Ensino de Funções, Limites e Continuidade em Ambientes Educacionais Informatizados*: Uma proposta para cursos de Introdução ao Cálculo. 2010. 153 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática)–Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

AMARILLA, P. F. Educação a distância: uma abordagem metodológica e didática a partir dos ambientes virtuais. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, v. 27, n. 2, ago. 2011.

ANTON, H. *Cálculo*: um novo horizonte. São Paulo: Bookman, 2000.

AZEVEDO, B. F. T. *Minerafórum*: um recurso de apoio para análise qualitativa em fóruns de discussão. 2011. 204f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2011.

BAPTISTA, S. G.; CUNHA, M. B. da. Estudo de usuários: visão global dos métodos de coleta de dados. *PERSPECTIVAS EM CIÊNCIA DA INFORMAÇÃO*, v. 12, n. 2, p. 168-184, 2007.

BASTOS, A. S. A. M.; ALLEVATO, N. S. G. Análise de Erros: Perspectivas nos Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática. In: LOPES, C. E.; ALLEVATO, N. S. G. (Org.). *Matemática e Tecnologias*. São Paulo: Terracota, p.17-38, 2011.

BATISTA, R. C. Um estudo de dificuldades na representação de funções numa perspectiva de articulação entre matemática e física. In: ENCONTRO NACIONAL DE ESTUDANTE DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., 2013. IFES / UFES. Vitória – ES, 2013.

BEHAR, P. A. *Modelos pedagógicos em educação a distância*. Artmed, 2009.

BRASIL. Decreto nº 5.622, de 19 de dezembro de 2005. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/dec\\_5622.pdf](http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/dec_5622.pdf)>. Acesso em: 19 fev. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações curriculares para o ensino médio - linguagens códigos e suas tecnologias*. v. 1, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica Secretaria de Educação a Distância. *Referenciais para elaboração de material didático para EAD no ensino profissional e tecnológico*, 2007. Disponível em: <[http://www.etcbrasil.mec.gov.br/gCon/recursos/upload/file/ref\\_materialdidatico.pdf](http://www.etcbrasil.mec.gov.br/gCon/recursos/upload/file/ref_materialdidatico.pdf)>. Acesso em: 17 set. 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/SEF, 2000.

BORTOLI, M. de F. *Análise de Erros em Matemática: um estudo com alunos de Ensino Superior*. 2011. 95 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática). Santa Maria, RS: Centro Universitário Franciscano, 2011.

BOYER, C. B. *História da matemática*. Revisão de Uta C Merzbach; tradução de Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: E. Blucher, 1996.

CAPELETTI, A. M. Ensino a Distância - desafios encontrados por alunos do ensino superior. *Revista Eletrônica Saberes da Educação*. v. 5, n. 1. 2014. Disponível em: <[http://www.uninove.br/marketing/fac/publicacoes\\_pdf/educacao/v5\\_n1\\_2014/Aldenice.pdf](http://www.uninove.br/marketing/fac/publicacoes_pdf/educacao/v5_n1_2014/Aldenice.pdf)>. Acesso em: 29 out. 2014.

CURY, H. N. Análise de erros em cálculo diferencial e integral: resultados de investigações em cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA (COBENGE), 31., 2003, Rio de Janeiro. *Anais ...* Rio de Janeiro: IME, 2003. p. 1-10. Disponível em: <[www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2003/artigos/CBE144.pd](http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2003/artigos/CBE144.pd)>. Acesso em: 23 jan.2013.

\_\_\_\_\_. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. 1.ed.1.reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

\_\_\_\_\_. “Professora, eu só errei um sinal!”: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In: CURY, H.N. (Org.). *Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores: reflexões, relatos, propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 111-138.

CRESWELL, J. W. *Projeto de Pesquisa: métodos qualitativos, quantitativos e misto*. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DIAS, C. C. L.; GASPARINI, I.; KEMCZINSKI, A. Identificação dos estilos cognitivos de aprendizagem através da interação em um Ambiente EAD. In: WORKSHOP SOBRE EDUCAÇÃO EM COMPUTAÇÃO, 17., 2009, Bento Gonçalves. *Anais...* Bento Gonçalves: SBC, 2009. p. 489-498. Disponível em: <<http://www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/wei/2009/011.pdf>>. Acesso em: 24 ago. 2013.

FAUSTINI, C. H. *Educação a distância: um curso de leitura em língua inglesa para informática via internet*. 2001.140 f. Dissertação (Mestrado em Letras)–Universidade de Pelotas, Pelotas, 2001.

FELDER, R. M. SPURLIN, J.E. Applications, Reliability, and Validity of the Index of Learning Styles. *Intl. Journal of Engineering Education*, 2005. Disponível em: <[http://www4.ncsu.edu/unity/lockers/users/f/felder/public/ILSdir/ILS\\_Validation\(IJEE\).pdf](http://www4.ncsu.edu/unity/lockers/users/f/felder/public/ILSdir/ILS_Validation(IJEE).pdf)>. Acesso em: 17 nov. 2014.

FERNANDEZ, C. T. Os métodos de preparação de material impresso para EAD. In: LITTO, F. M.; Formiga, M. M. M. (Org.) *Educação a distância: o estado da arte*. São Paulo: Perason Education do Brasil, 2009, p. 395-402.

FREIRE, J. L.; NASSER, L; CARDADOR, D. M. Educação a Distância: Solução para o Nivelamento em Matemática no Ensino Superior. In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA, 4., 2008, Rio de Janeiro. *Anais ...* Rio de Janeiro: UFRJ, 2008. p. 1-8.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: Como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais*. 11. ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.

LIMA, L. *A Aprendizagem Significativa do Conceito de Função na Formação Inicial do Professor de Matemática*. 2008. 314 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação)–Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2008.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. *A Matemática do Ensino Médio*. 9. ed. v.1. Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática: Rio de Janeiro, 2006.

MACÊDO, L. N. de; CASTRO FILHO, J. A. de; MACÊDO, A. A. M.; SIQUEIRA, D. M. B.; OLIVEIRA, E. M. de; SALES, G. L.; FREIRE, R. S. Desenvolvendo o pensamento proporcional com o uso de um objeto de aprendizagem. In: PRATA, C. L.; NASCIMENTO, A. C. A de (Org.). *Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico*. Brasília: MEC, SEED, 2007. p. 17-26.

MACIEL, P. R. C. *O conceito de função através da história da matemática*. 2011. 107 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática)–Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2011.

MESSA, W. C. Utilização de Ambientes Virtuais de Aprendizagem - AVAS: a busca por uma aprendizagem significativa. *Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância*, v. 9, p. 8, 2010.

MERCADO, L. P. L. Dificuldades na educação a distância online. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA, 13., 2007, Curitiba. *Anais...* Curitiba: CIETEP, 2007. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/congresso2007/tc/55200761718PM.pdf>>. Acesso em: 29 out. 2014.

MODEL, S. L. *Dificuldades de alunos com a simbologia matemática*. 2005. 175 f. Dissertação (Mestrado de Educação em Ciências e Matemática)–Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

MOREIRA, H; CALEFFE, L. G. *Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador*. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2006.

NASSER, L.; SOUSA, G. A. de; TORRACA, M. A. Transição do Ensino Médio para o Superior: como minimizar as dificuldades em cálculo?. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012. Petrópolis. *Anais...* Petrópolis: SBEM, 2012.

NASSER, L. Ajudando a superar obstáculos na aprendizagem de cálculo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. *Anais ...* Belo Horizonte: SBEM, 2007.

NASCIMENTO, A. F. M.; LASSANCE, R. Avaliação de projetos e atividades universitárias: referenciando a prática. *Revista Brasileira Extensão Universitária*, v. 2, n. 2, p. 63-120, 2004.

NARDIN, A. C. de; FRUET, F. S. O.; BASTOS, F. da P. de. Potencialidades tecnológicas e educacionais em ambiente virtual de ensino-aprendizagem livre. *Revista Renote*, v. 7, n.3, dez. 2009. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/13582/8847>>. Acesso em: 17 out. 2014.

OLIVEIRA, F. C. *Dificuldades na construção de gráficos de funções*. 2006. 117 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática)–Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.

OLIVEIRA, M. M. de. *Como fazer pesquisa qualitativa*. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

PALANGE, I. Os métodos de preparação de material para cursos on-line. In: LITTO, F. M.; Formiga, M. M. M. (Org.) *Educação a distância: o estado da arte*. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009, p. 379-385.

PEREIRA, J. C. *(Re)Construção de Saberes Matemáticos: Uma Proposta de Curso de Pré-Cálculo no Moodle*. 2014. 88f. Trabalho de Conclusão de Curso (licenciatura em Matemática)–Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos-Centro, Campos dos Goytacazes, 2014.

PONTE, J.P. da. Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, n.25, p.105-132, 2006. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20\(Estudo%20caso\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20(Estudo%20caso).pdf)>. Acesso em: 24 ago. 2014.

RÊGO, R. G. do. *Um estudo sobre a construção do Conceito de Função*. 2000. 256 f. Tese (Doutorado em Educação)–Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2000.

REZENDE, W. M. *O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. 2003. 450 f. Tese (Doutorado em Educação)–Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SABBATINI, R. M. E. *Ambiente de Ensino e Aprendizagem via Internet - A Plataforma Moodle*. 2007. Disponível em <<http://www.ead.edumed.org.br/file.php/1/PlataformaMoodle.pdf>>. Acesso em: 10 fev. 2014.

ZANETTI, A. *Elaboração de materiais didáticos para Educação a distância*. Biblioteca Virtual do NEAD/UFJF. 2009. Disponível em: <[http://www.cead.ufjf.br/wp-content/uploads/2009/02/media\\_biblioteca\\_elaboracao\\_materiais.pdf](http://www.cead.ufjf.br/wp-content/uploads/2009/02/media_biblioteca_elaboracao_materiais.pdf)>. Acesso em: 17 nov. 2014.

## **APÊNDICES**

## APÊNDICE A: Pré-teste



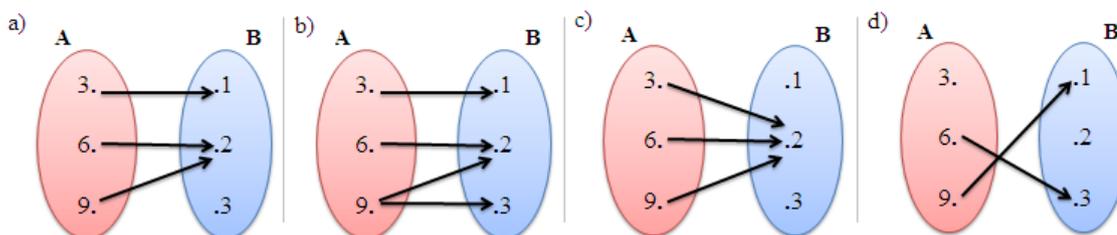
Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Professoras em formação: Kamila Gomes e Ludmilla Rangel Cardoso Silva

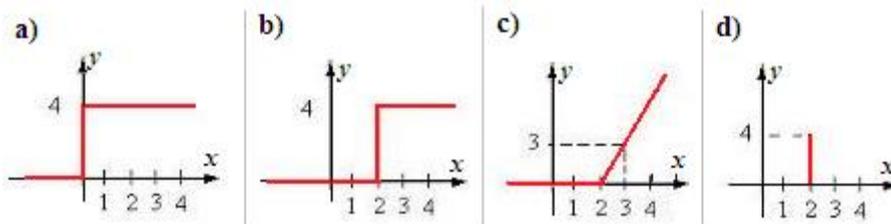
Orientadoras: Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo e Sílvia Cristina Freitas Batista

### PRÉ-TESTE

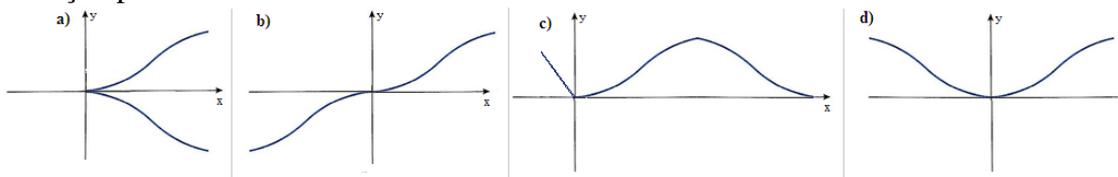
- 1) Qual (is) dos diagramas abaixo representam função de A em B, em que  $A = \{3, 6, 9\}$  e  $B = \{1, 2, 3\}$ ?



- 2) (UFC - Adaptada) Dos gráficos abaixo, qual pode representar uma função  $y = f(x)$ ?



- 3) Dos gráficos abaixo, assinale o único que pode representar a função  $y = f(x)$ , sendo  $f$  uma função par.



- 4) Dado o gráfico da função  $f$  definida de  $[-4, 4]$  em  $\mathbb{R}$ , determine:

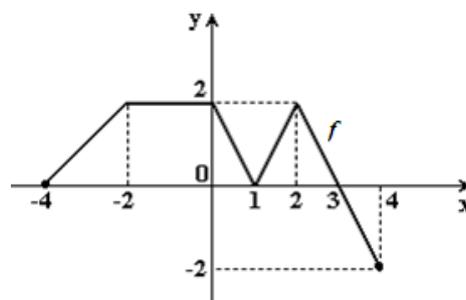
a) Os intervalos nos quais a função é crescente, decrescente e constante.

b) Os zeros da função.

c) O estudo do sinal da função.

d) Os valores máximo e mínimo da função.

e) Domínio e conjunto imagem.



5) Determine o domínio das funções reais a seguir:

a)  $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

b)  $g(x) = \sqrt{2-x}$

6) A loja **Bom e Barato** está promovendo uma liquidação. Todos os produtos estão com desconto de acordo com a tabela abaixo:

<b>Produto</b>	<b>Preço sem desconto</b>	<b>Preço com desconto</b>
Bola	R\$ 40,00	R\$ 28,00
Chuteira	R\$ 55,00	R\$ 38,50
Mesa de pingue-pongue	R\$ 600,00	R\$ 420,00
Bermuda	R\$ 35,00	R\$ 24,50
Par de tênis	R\$ 80,00	R\$ 56,00

O preço com desconto é função do preço sem desconto? Caso represente uma função, escreva a lei de formação.

## APÊNDICE B: Pós-teste



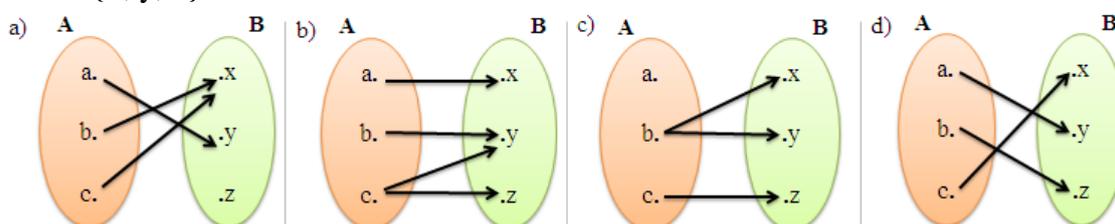
Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Professoras em formação: Kamila Gomes e Ludmilla Rangel Cardoso Silva

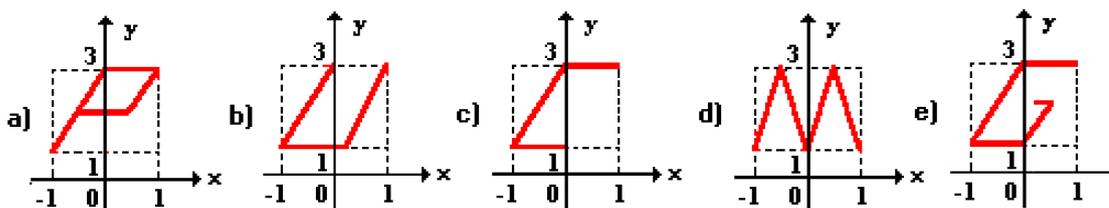
Orientadoras: Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo e Sílvia Cristina Freitas Batista

### PÓS-TESTE

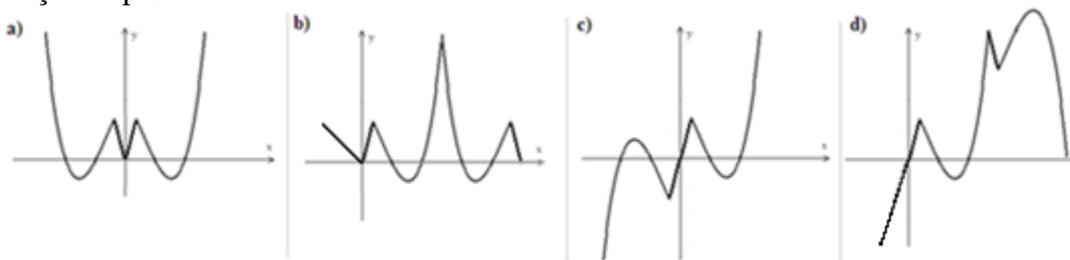
1) Qual (is) dos diagramas abaixo não representa função de A em B, sendo  $A = \{a, b, c\}$  e  $B = \{x, y, z\}$ ?



2) (PUCMG - Adaptada) Dos gráficos abaixo, qual pode representar uma função  $y = f(x)$ ?

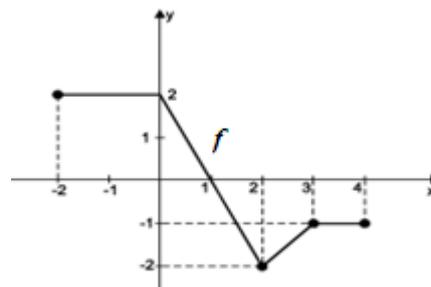


3) Dos gráficos abaixo, assinale o único que pode representar a função  $y = f(x)$ , sendo  $f$  uma função ímpar.



4) Dado o gráfico da função  $f$  definida de  $[-2, 4]$  em  $\mathbb{R}$ , determine:

- Os intervalos nos quais a função é crescente, decrescente e constante.
- Os zeros da função.
- O estudo do sinal da função.
- Os valores máximo e mínimo da função.
- Domínio e conjunto imagem.



5) Determine o domínio das funções reais a seguir:

a)  $f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$

b)  $h(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x+3}}$

6) A loja **Bom e Barato** está promovendo uma liquidação. Todos os produtos estão com desconto de acordo com a tabela abaixo:

<b>Produto</b>	<b>Preço sem desconto</b>	<b>Preço com desconto</b>
Bola	R\$ 40,00	R\$ 28,00
Chuteira	R\$ 55,00	R\$ 38,50
Mesa de pingue-pongue	R\$ 600,00	R\$ 420,00
Bermuda	R\$ 35,00	R\$ 24,50
Par de tênis	R\$ 80,00	R\$ 56,00

O preço com desconto é função do preço sem desconto? Caso represente uma função, escreva a lei de formação.

## APÊNDICE C: Questionário I



TECNOLOGIA  
COMUNICAÇÃO  
EDUCAÇÃO  
IFF - Campus Campos Centro



De: Kamila Gomes  
Ludmilla Rangel Cardoso Silva

Para: Alunos do 1º Período da Licenciatura em Ciências da Natureza.

Ref.: Avaliar a metodologia utilizada no curso de Pré-cálculo, intitulado como: (Re)construção de saberes matemáticos como ferramenta auxiliar para Cálculo I: conceitos relacionados à função, no 1º semestre letivo de 2014

Caro Aluno,

Tendo em vista avaliar as ações promovidas no Curso de Pré-cálculo, no primeiro semestre letivo de 2014, gostaria de contar com a sua colaboração para responder os questionários em anexo. Esclarecemos que esse levantamento também é parte das atividades de pesquisa da nossa monografia. É importante que você assine abaixo desta mensagem, tomando ciência de que as informações fornecidas serão tratadas somente para fins de pesquisa. Seu nome, como sujeito da pesquisa, será mantido em sigilo.

Agradeço a sua colaboração e colocamo-nos à disposição para qualquer esclarecimento.

Atenciosamente,

Kamila Gomes  
Ludmilla Rangel Cardoso Silva  
Licenciandas em Matemática – IFF –  
Campos Centro

Termo de ciência e concordância.

Eu, \_\_\_\_\_, aceito participar da pesquisa sobre o Ensino de funções em um ambiente virtual de aprendizagem: Uma proposta para o curso de Pré-cálculo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos.

Campos dos Goytacazes, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2014.

Ciente: \_\_\_\_\_



**Curso: (Re)construção de saberes matemáticos como ferramenta auxiliar para Cálculo  
I: conceitos relacionados à função**

Licenciandas: Kamila Gomes e Ludmilla Rangel Cardoso Silva

Orientadoras: Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo e Silvia Cristina Freitas Batista

**QUESTIONÁRIO I**

1- Idade: \_\_\_\_\_

2- Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino

3- Ano de conclusão do Ensino Médio: \_\_\_\_\_

4- Trabalha: ( ) Sim ( ) Não

5- Tem computador com acesso à internet na sua residência? ( ) Sim ( ) Não

6- Caso tenha respondido afirmativamente à pergunta 5, como considera a qualidade do sinal de internet? ( ) Ótimo ( ) Bom ( ) Regular ( ) Ruim ( ) Péssimo

7- Qual das três áreas da Licenciatura em Ciências da Natureza pretende escolher (Física/Química/Biologia)? \_\_\_\_\_

8- Você gosta de Matemática?

\_\_\_\_\_

9- Na sua visão, qual a importância da matemática na área que pretende atuar?

\_\_\_\_\_

10- A matemática influenciou na sua escolha por esta área?

\_\_\_\_\_

11- Você já fez algum curso à distância? ( ) Sim ( ) Não

12- Caso tenha respondido afirmativamente à pergunta 11, qual a sua experiência?

\_\_\_\_\_

## APÊNDICE D: Questionário II



TECNOLOGIA  
COMUNICAÇÃO  
EDUCAÇÃO  
IFF - Campus Campos Centro



### Curso: (Re)construção de saberes matemáticos como ferramenta auxiliar para Cálculo I: conceitos relacionados à função

Licenciandas: Kamila Gomes e Ludmilla Rangel Cardoso Silva

Orientadoras: Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo e Silvia Cristina Freitas Batista

### QUESTIONÁRIO II

#### Parte 1

Em cada afirmação, por favor, assinale a coluna que considerar mais adequada sabendo que a variação ocorre de 1 a 5, onde 1 é a nota mínima e 5 a nota máxima e que NA significa não se aplica e deve ser assinalado quando não se sentir capaz de avaliar a afirmativa apresentada.

Opção						
	1	2	3	4	5	NA
Afirmativas						
A proposta metodológica adotada no curso foi adequada.						
Os tópicos abordados são relevantes.						
As apostilas elaboradas apresentam o conteúdo corretamente e de forma clara.						
O <i>layout</i> (imagens, cores, estrutura, fontes, etc.) das apostilas elaboradas é visualmente agradável.						
As apostilas complementares abordam o conteúdo corretamente e de forma clara.						
Ao <i>applets</i> abordam o conteúdo corretamente e de forma clara.						
Os vídeos abordam o conteúdo corretamente e de forma clara.						
O fórum de dúvidas foi importante para a sua participação no curso.						
O fórum de discussão contribuiu para ampliar seus conhecimentos nos tópicos abordados						
Utilizar o ambiente Moodle foi fácil.						
A (re)construção de conhecimentos matemáticos proposta no curso pode ser importante para estudos futuros.						
A proposta de cursos com essa finalidade é importante.						
As tutorias foram significativas para a realização do curso.						

O espaço a seguir é para comentários relacionados a qualquer afirmativa acima. Caso tenha assinalado a coluna 1, 2 ou 3 para algumas(s) afirmativa(s), por favor, mencione o(s) motivo(s) que levaram a essa opção.

---

---

---

---

## Parte 2

1. Caso você tenha acessado algum material complementar (vídeos, apostilas complementares, applets), o fez para auxiliar na (re)construção do saber do conteúdo correspondente ou por algum outro motivo (por exemplo, curiosidade em relação ao material apresentado)? Comente sua resposta.

---

---

---

---

2. Você apresentava dúvidas em relação a algum(ns) dos tópicos abordados no curso?  
( ) Sim ( ) Não  
Caso afirmativo, qual(is)era(m) esse(s) tópico(s)?

---

---

---

3. Aponte pontos positivos e negativos do curso ministrado e deixe suas sugestões para melhoria do mesmo.

---

---

---

---