



Secretaria de  
Educação Profissional  
e Tecnológica

Ministério da  
Educação



## LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

# INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMAS LINEARES COM AUXÍLIO DE APLICATIVOS EM *TABLETS*

ALINE RODRIGUES DA SILVA  
MAYARA CARLOS BARBOSA

Campos dos Goytacazes/RJ

2014

ALINE RODRIGUES DA SILVA  
MAYARA CARLOS BARBOSA

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMAS LINEARES COM  
AUXÍLIO DE APLICATIVOS EM *TABLETS*

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: D.Sc. Gilmara Teixeira Barcelos  
Coorientadora: D.Sc. Silvia Cristina Freitas Batista

Campos dos Goytacazes/RJ

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Biblioteca. Setor de Processos Técnicos (IFF)

S586i Silva, Aline Rodrigues da.  
Interpretação geométrica de sistemas lineares com auxílio  
de aplicativos em *tablets* / Aline Rodrigues da Silva, Mayara  
Carlos Barbosa – 2014.  
112 f. : il.

Orientadora: Gilmara Teixeira Barcelos.

Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Campus Campos  
Centro, 2014.

Referencias bibliográficas: p. 69 - 72.

1. Sistemas lineares. I. Barbosa, Mayara Carlos. II. Barcelos,  
Gilmara Teixeira, orient. III. Título.

CDD – 515.35

ALINE RODRIGUES DA SILVA

MAYARA CARLOS BARBOSA

**INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMAS LINEARES COM AUXÍLIO DE  
APLICATIVOS EM TABLETS**

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 24 de novembro de 2014.

Banca avaliadora:



Profª Gilmaria Teixeira Barcelos (orientadora)  
Doutora em Informática na Educação/UFRGS  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos-Centro



Profª Silvia Cristina Freitas Batista (coorientadora)  
Doutora em Informática na Educação/UFRGS  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos-Centro



Profª Carla Antunes fontes  
Mestre em Matemática Aplicada /UFRJ  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos-Centro



Profª Mônica Souto da Silva Dias  
Doutora em Educação Matemática/PUC-SP  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos-Centro

## AGRADECIMENTOS

A Deus Jeová, razão da nossa existência, agradecemos por ter nos concedido determinação, força, coragem e inspiração para que pudéssemos escrever essa monografia. Além disso, agradecemos-lhe por nos ter concedido a dádiva de realizarmos esse grande sonho.

Aos nossos pais Antônia Rodrigues da Silva, Alcilene Machado da Silva e Doralice Carlos Rogério e Genicio de Castro Barbosa pelo amor, carinho, paciência, respeito, dedicação e apoio tanto durante a trajetória do curso de Licenciatura em Matemática, quanto na realização dessa pesquisa.

Às nossas orientadoras Gilmara Teixeira Barcelos e Silvia Cristina Freitas Batista pela constante paciência, compreensão, apoio, incentivo e competência. Vocês são excelentes profissionais.

Ao IF Fluminense, por nos ter proporcionado um ensino de qualidade e por todas as oportunidades concedidas para o enriquecimento dos nossos conhecimentos.

A nossa amiga Ingrid Suély Queiroz da Silva pela sinceridade, amizade, apoio, companheirismo, incentivo, e pelos momentos únicos que passamos em nosso curso.

Aos alunos da terceira série do Ensino Médio que contribuíram para realização desse trabalho.

À banca examinadora, pela atenção e disponibilidade dadas à nossa pesquisa.

Enfim, a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para o alcance de mais essa conquista em nossas vidas.

*Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo.  
Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós  
ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos  
sempre.*

*Paulo Freire*

## RESUMO

As tecnologias digitais (TD) têm alcançado avanços advindos das características e necessidades da sociedade da informação, assim como têm transformado formas de trabalho, de comunicação, de lazer, de aprendizagem, entre outras. Dentre essas tecnologias destacam-se, neste trabalho, os dispositivos móveis. Estes têm potencial para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem, favorecendo aspectos como mobilidade, praticidade, atividades cooperativas, visualizações, manipulações, entre outros. Nessa perspectiva, foi criada uma sequência didática para o estudo geométrico de sistemas lineares  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$ , destinada a alunos do Ensino Médio, utilizando dois aplicativos gráficos para *tablets*. A sequência visou captar a percepção de alunos sobre a contribuição da referida sequência para estudo do tema, foi promovida uma pesquisa qualitativa por meio de um estudo de caso. Como fundamentação teórica, adotou-se a Teoria da Atividade, um desdobramento da teoria sócio-histórica, cuja concepção de aprendizagem engloba diversos aspectos pertinentes ao uso de dispositivos móveis na educação, tais como contextos sociais, mediação por instrumentos, colaboração, interação, entre outros. Como instrumentos de coleta de dados, foram utilizados exercícios, observação e questionário. A análise dos dados indicou que o uso de aplicativos contribuiu de forma significativa para o estudo de interpretação geométrica de sistemas lineares. Além disso, a sequência didática foi considerada adequada e os recursos utilizados despertaram o interesse pelo assunto abordado.

**Palavras-chave:** Sistemas Lineares. *Tablets*. Sequência Didática.

## ABSTRACT

Digital Technologies (DT) have reached advances from the characteristics and needs of the information society, as they have been transforming ways of work, communication, leisure, learning, among others. Among these Technologies are highlighted, in this paper, mobile devices. These have the potential to contribute with the teaching and learning process, favoring aspects such as mobility, practicality, cooperative activities, vizualizations, manipulations, to mention a few. Under this perspective, a didactic sequence has been developed for the geometric study of  $2 \times 2$  and  $3 \times 3$  linear systems, destined to high school students, using two graphic apps for tablets. Aiming at grasping students' perception on the contribution of the referred sequence to study the theme, a qualitative research has been promoted by means of a case study. As theoretical, grounding, the Theory of Activity was adopted, an unfolding of the Theory of Vygotsky, whose conception of learning encompasses multiple aspects that are pertinent to the use of mobile devices on education, such as social contexts, mediation by instruments, collaboration, interaction, among others. As instruments of data gathering, exercises, observation and questionnaires were used. Data analysis has indicated that the use of apps contributes significantly to the study of geometrical interpretation of linear systems. Besides that, the didactic sequence has been considered suitable and the resources used have raised the interest on the approached topic.

**Keywords:** Linear Systems. Tablets. Didactic Sequence.

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**CAS** - *softwares* de computação algébrica

**LI** - Laboratórios de Informática

**NTE/RS** - Núcleo de Tecnologia em Educação do Rio Grande do Sul

**PTCE** - Programa Tecnologia – Comunicação – Educação

**TA** - Teoria da Atividade

**TI** – Tecnologias informáticas

**TIC** - Tecnologias da informação e comunicação

**TD** – Tecnologias digitais

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelo da Primeira Geração da Teoria da Atividade .....	21
Figura 2 - Estrutura do Sistema de Atividade do Estudo de Caso – Modelo da 2ª Geração da TA.....	21
Figura 3 - Tela xGraphing .....	31
Figura 4 - Tela TriPlot 3D Graphing Free .....	31
Figura 5 - Tela do OliveOffice Premium.....	32
Figura 6 - Comparativo da questão 2 da atividade de sondagem .....	40
Figura 7 - Questões 3 da atividade de sondagem .....	41
Figura 8 - Questão 4 da atividade de sondagem.....	42
Figura 9 - Apresentação em <i>slides</i> .....	42
Figura 10 - Licencianda respondendo à atividade da segunda parte da sequência didática .....	43
Figura 11 - Questão acrescentada no questionário final-2 .....	46
Figura 12 - Resposta do item c da primeira questão.....	48
Figura 13 - Resposta da segunda questão de um aluno .....	50
Figura 14 - Apresentação do aplicativo TriPlot 3D Graphing Free .....	53
Figura 15 - Resposta do item c da primeira questão.....	53
Figura 16 - Resposta do item c da segunda questão .....	54
Figura 17 - Atividade da terceira parte da sequência didática.....	58
Figura 18 - Resposta incorreta da dupla (Pastora T. G. e Katniss).....	59
Figura 19 - Comparativo das respostas de duas duplas .....	60
Figura 20 - Resposta incorreta de uma aluna da terceira questão .....	61
Figura 21 - Resposta incorreta de um aluno da primeira questão .....	61

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Componentes da Estrutura da Atividade – Estudo de Caso .....	22
Quadro 2 - Sequência Didática.....	34
Quadro 3 – Resumo das etapas.....	36
Quadro 4 - Resumo de desempenho de cada aluno em toda atividade da segunda parte da sequência .....	55

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Avaliação dos aplicativos - sistemas 2x2 e 3x3 .....	44
Tabela 2 – Avaliação da sequência didática.....	45
Tabela 3 – Desempenho dos alunos na primeira questão da Atividade de Sondagem-2 .....	49
Tabela 4 – Desempenho dos alunos na segunda questão da Atividade de Sondagem-2.....	50
Tabela 5 - Quantidade de acertos da segunda questão .....	55
Tabela 6 - Quantidade de acertos da atividade da segunda parte da sequência.....	58
Tabela 7 - Avaliação do aplicativo xGraphing - sistemas 2x2.....	62
Tabela 8 - Avaliação do aplicativo TriPlot 3D Graphing Free - sistemas 3x3.....	63
Tabela 9 – Avaliação da sequência didática.....	63

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
<b>1 APORTE TEÓRICO.....</b>	<b>20</b>
1.1 Teoria da Atividade .....	20
1.2 Uso pedagógico de <i>tablet</i> .....	24
1.3 Tecnologias digitais no estudo de sistemas lineares.....	26
<b>2 ASPECTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>29</b>
<b>3 RELATO DE EXPERIÊNCIA.....</b>	<b>38</b>
3.1 Teste exploratório .....	38
3.1.1 Primeiro encontro .....	39
3.1.2 Segundo encontro .....	43
3.2 Experimentação com alunos do Ensino Médio .....	46
3.2.1 Relato e análise das ações do primeiro encontro.....	47
3.2.2 Relato e análises das ações do segundo encontro.....	51
3.2.3 Relato e análise das ações do terceiro encontro .....	56
3.2.4 Relato e análise das ações do quarto encontro .....	60
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>66</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>69</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>73</b>
<b>APÊNDICE A - Livros Pesquisados .....</b>	<b>74</b>
<b>APÊNDICE B – Questionário Inicial-1 .....</b>	<b>76</b>
<b>APÊNDICE C – Questionário Final-1 .....</b>	<b>80</b>
<b>APÊNDICE D – Questionário Inicial-2.....</b>	<b>83</b>

<b>APÊNDICE E – Questionário Final-2 .....</b>	<b>87</b>
<b>APÊNDICE F – Questões de Vestibulares .....</b>	<b>91</b>
<b>APÊNDICE G – Atividade de Sondagem-1 .....</b>	<b>94</b>
<b>APÊNDICE H – Atividade de Sondagem-2 .....</b>	<b>96</b>
<b>APÊNDICE I – Apresentação em slides das imagens das três posições relativas de duas retas no plano e das oito posições relativas de três planos.....</b>	<b>100</b>
<b>APÊNDICE J – Atividade da segunda parte do desenvolvimento da sequência didática .....</b>	<b>103</b>
<b>APÊNDICE K – Atividade da terceira parte do desenvolvimento da sequência didática .....</b>	<b>111</b>

## INTRODUÇÃO

Na sociedade atual, os avanços tecnológicos permeiam os mais diversos campos de atuação humana. Além disso, o uso intensivo das tecnologias vem modificando, também, o cotidiano das pessoas, visto que é possível, por exemplo, fazer operações bancárias e telefônicas, compras em supermercado e enviar documentos por meio da Internet. A educação não pode ficar fora dessa realidade, devendo utilizar o potencial da tecnologia como um importante instrumento de aprendizagem (PEREIRA, 2011). Segundo Jordão (2009, p. 10), “[...] a vivência da aplicação das estratégias envolvendo as tecnologias digitais com os alunos, durante o processo de formação, podem trazer benefícios para a educação”.

Em particular, em relação ao uso de tecnologias digitais na Educação Matemática no Brasil, Borba, Silva e Gadanidis (2014) identificam quatro fases. A primeira ocorreu nos anos 1980. Nessa fase, expressões como “tecnologias informáticas” (TI) ou tecnologias computacionais eram utilizadas para mencionar computadores e *softwares*, por exemplo. Na referida década, o uso de calculadoras simples e científicas e de computadores já era discutida em Educação Matemática. Nessa fase, destaca-se a questão de inserir nas escolas laboratórios de informática e o uso do LOGO.

Na segunda fase, ocorrida no início da primeira metade dos anos 1990, ocorreu a popularização do uso de computadores pessoais. Existiram grandes variedades de perspectivas sobre como estudantes, professores e pesquisadores viam o papel dos computadores em suas vidas pessoais e profissionais. Porém, nessa fase, muitos nunca haviam utilizado um computador, outros utilizavam, mas não enxergavam os novos rumos que a sociedade seguiria por meio do seu uso ou, então, foram totalmente contra sua utilização no ambiente educacional. Mas, houve também os que buscaram explorar possibilidades didáticas pedagógicas. Destacam-se os *softwares* de Geometria dinâmica (Cabri e Geometriks), os plotadores gráficos (Winplot, Matemática, Fun), os *softwares* de computação algébrica (CAS) e os jogos (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014).

A terceira fase iniciou-se por volta de 1999, impulsionada pela internet. Nessa fase, além da expressão TI, surgiram “tecnologias da informação” e “tecnologias da informação e comunicação” (TIC) devida à natureza informacional e comunicacional da internet. Os ambientes virtuais de aprendizagem, a educação a distância *on-line*, colaboração *on-line*, o uso do Google, entre outros, foram destaques nesta fase (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014).

A última fase, a quarta, teve início em meados de 2004, com o impulso da internet rápida e, na mesma, ficou comum o uso da expressão Tecnologias Digitais (TD). A partir daí, a qualidade de conexão, a quantidade e tipo de recurso com acesso à internet têm sido aprimorados. O GeoGebra tem se sobressaído, entre os diversos *softwares* de Matemática, principalmente, pelo fato integrar geometria dinâmica, plotadores gráficos e CAS. Essa fase é caracterizada por diversos aspectos, dentre os quais se destacam as tecnologias móveis ou portáteis: celulares inteligentes, *tablets*, laptops, dentre outros (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014).

O uso de dispositivos móveis na Educação Matemática é justamente o foco do presente trabalho. Segundo Quinn (2011), os recursos presentes nesses dispositivos estão cada vez mais potentes e fáceis de usar. Esses equipamentos tendem, então, a proporcionar cada vez mais facilidade de acesso a informações e melhor suporte para aplicativos multimídia e colaborativos (EDUCAUSE, 2010).

Além disso, Batista (2011) destaca que a habilidade que os jovens têm para lidar com estas tecnologias, a popularização das mesmas e o desenvolvimento de aplicativos específicos são fatores que podem contribuir para introdução desses recursos nas práticas pedagógicas. A referida autora afirma que, de maneira geral, os dispositivos móveis podem proporcionar vantagens como: interatividade, mobilidade, alcance de maior número de pessoas, prática de trabalho em equipes, aprendizagens em contextos reais, entre outras. Porém, ressalta algumas limitações tais como o tamanho das telas e de teclas e adaptação de aplicações desenvolvidas para Web, entre outras.

Segundo Moran (2012), a utilização das tecnologias móveis proporciona uma aprendizagem mais participativa e integrada, com momentos presenciais e outros a distância, mantendo vínculos pessoais e afetivos, desafiando as instituições a saírem do ensino tradicional.

Considerando, em particular, a aprendizagem de Matemática, Batista (2011) comenta que pesquisas apontam diversas vantagens do uso desses dispositivos para esse fim, tais, como:

- i) visualização e investigação dinâmica de fatos matemáticos, em qualquer tempo e lugar;
- ii) formas diferentes de abordagem de conceitos (por exemplo, por meio de vídeos, trabalhando abordagens visuais);
- iii) autonomia no estudo de temas matemáticos;
- iv) aprendizagem em situações reais (BATISTA, 2011, p. 21).

Dentre os dispositivos móveis, destacam-se, neste trabalho, os *tablets*. Estes equipamentos são considerados por alguns pesquisadores em educação, como possíveis bons recursos pedagógicos. De acordo com Barcelos e Batista (2013), os *tablets* estão se tornando cada vez mais populares e conhecer as possibilidades pedagógicas desses equipamentos é essencial para a formação de professores.

Considerando a importância do uso pedagógico dos *tablets*, foi elaborada uma sequência didática e realizado um estudo de caso com alunos do Ensino Médio. Segundo Zabala (1998, p.18), uma sequência didática é “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”.

Na sequência proposta, foram utilizados os aplicativos xGraphing e TriPlot 3D Graphing Free, em *tablets*, para o estudo geométrico de sistemas lineares em duas e três dimensões, respectivamente. Como perspectiva teórica, adotou-se a Teoria de Atividade (TA), que considera, em sua base, ideias-chave de Vygotsky, tais como mediação, internalização, desenvolvimento das funções mentais superiores, entre outras (NÚÑEZ, 2009). A aprendizagem formal, segundo essa abordagem, é uma atividade orientada por objetivos, tendo caráter social, além do individual, uma vez que ocorre em ativa interação com outras pessoas, por meio de colaboração e comunicação, com mediação de instrumentos e signos (NÚÑEZ, 2009). Assim, a TA foi considerada adequada à pesquisa, sendo os aplicativos considerados como instrumentos mediadores do processo de aprendizagem;

A escolha do tema interpretação geométrica de sistemas lineares, decorreu do importante papel das visualizações proporcionadas pela tecnologia, para o estudo do mesmo. Segundo Battaglioli (2008), não relacionar o registro algébrico com a representação gráfica, pode tornar o estudo pouco significativo, apenas como um roteiro de regras a serem seguidas por meio de resoluções mecânicas, sem nenhuma interpretação. Vale ressaltar ainda que as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) propõem que os sistemas lineares devem ser trabalhados algebricamente e geometricamente. “No estudo de sistemas de equações, além de trabalhar a técnica de resolução de sistemas, é recomendável colocar a álgebra sob o olhar da geometria” (BRASIL, 2006, p. 77).

Apesar de ser clara a importância da interpretação geométrica para o estudo de sistemas lineares, muitos livros didáticos para o Ensino Médio omitem essa abordagem (BATTAGLIOLI, 2008). Esse fato pode ser observado por meio dos dados levantados em

uma pesquisa realizada em 21 livros de Matemática do Ensino Médio<sup>1</sup> (Apêndice A), referentes à segunda série, sendo oito volumes únicos. Todos foram analisados com o objetivo de verificar se os mesmos abordavam a resolução de sistemas lineares de duas e três incógnitas com interpretação geométrica.

As datas de edição dos livros variam de 1995 a 2010. Dos 21 livros pesquisados, 12 não apresentam a interpretação geométrica  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$ . Tais livros foram editados nos anos 1995, 1997, 1998, 2000, 2001, 2003 e 2004. Seis apresentam somente a interpretação geométrica de sistemas lineares  $2 \times 2$ . Destes, um foi editado em 1996; um em 2008; um em 2010 e três em 2005. No total, apenas três livros possuem as duas representações geométricas ( $2 \times 2$  e  $3 \times 3$ ), estes foram editados nos anos de 2005, 2008 e 2009. Após as análises realizadas nos livros didáticos do Ensino Médio, ratifica-se que o conteúdo de sistemas lineares de duas e três incógnitas com interpretação geométrica é um tema pouco trabalhado pelos autores.

O estudo de sistemas lineares com auxílio de TD tem sido realizado por diversos autores, como é apresentado no capítulo 1 na seção 1.3. De maneira geral, são apontadas vantagens no uso dessas tecnologias.

A partir das considerações apresentadas, levanta-se a questão de pesquisa: o uso de aplicativos para construção de gráficos, associado a atividades pedagógicas, pode contribuir para o estudo de interpretação geométrica de sistemas lineares, com alunos do Ensino Médio?

Logo, este trabalho tem por objetivo geral investigar a percepção dos alunos do Ensino Médio, quanto à contribuição de uma sequência didática para interpretação geométrica de sistemas lineares, na qual se utilizam aplicativos gráficos em *tablets*. Tendo em vista este propósito, alguns objetivos específicos foram delineados:

- investigar trabalhos que abordam o uso de TD na aprendizagem de Matemática e o tema interpretação geométrica de sistemas lineares;
- averiguar o conhecimento prévio dos alunos participantes do estudo de caso sobre o conteúdo de sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas e de três equações e três incógnitas;
- verificar a experiência dos participantes quanto ao uso pedagógico de dispositivos móveis;
- promover a experimentação dos aplicativos e da sequência didática;

---

<sup>1</sup> Utilizou-se como critério de seleção dos livros, pesquisar todos da segunda série do Ensino Médio existentes nas bibliotecas do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense e da Fundação Cultural Jornalística Oswaldo Lima.

- analisar os resultados diagnosticados na experimentação da sequência didática elaborada, sob a perspectiva da Teoria da Atividade.

Para tanto, no capítulo 1, é apresentado o aporte teórico que embasou o trabalho promovido. O mesmo é dividido em três seções, que descrevem: i) características da TA e algumas pesquisas apoiadas nessa teoria; ii) vantagens e limitações atribuídas ao uso pedagógicos de *tablets* e estudos relacionados ao uso desses dispositivos em educação; iii) trabalhos relacionados ao uso pedagógico de TD no estudo de sistemas lineares.

No capítulo 2, são descritos os procedimentos metodológicos adotados no estudo de caso, as ações realizadas para o desenvolvimento deste trabalho e, também, são caracterizados os aplicativos utilizados. Para isso, são descritas as sete etapas da pesquisa: i) revisão bibliográfica; ii) elaboração da sequência didática; iii) elaboração de questionários; iv) realização de um teste exploratório para análise da sequência didática; v) análise dos dados levantados no teste exploratório; vi) realização de um estudo de caso com alunos do Ensino Médio (experimentação da sequência didática); vii) análise dos dados levantados no estudo de caso.

No capítulo 3, descrevem-se e analisam-se os resultados do teste exploratório e do estudo de caso. Esse capítulo é subdividido em duas seções. Na primeira, são relatados e analisados os dados obtidos no teste exploratório da sequência didática, realizado com licenciandos. Na segunda, relata-se o processo de experimentação da sequência didática, realizado com alunos do Ensino Médio, e, para tanto, são analisadas resoluções de atividades, respostas do questionário, atitudes e questionamentos dos alunos.

Finalizando, destaca-se a importância da pesquisa realizada e apresenta-se uma breve retrospectiva desta, focalizando os principais resultados. Além disso, relatam-se as contribuições e as dificuldades encontradas e apontam-se algumas formas de continuidade do estudo promovido.

## 1 APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, é apresentado o aporte teórico que apoiou a elaboração deste trabalho monográfico. São abordados os seguintes temas: i) Teoria da Atividade – caracterização e descrição de pesquisas envolvendo o estudo dessa teoria; ii) Uso pedagógico de *tablets* - apresentação de trabalhos relacionados, levando em consideração aspectos positivos e negativos do uso desses dispositivos; iii) Tecnologias digitais no estudo de sistemas lineares – relato de trabalhos relacionados e dos resultados obtidos nos mesmos.

### 1.1 Teoria da Atividade

De acordo com a TA, a aprendizagem ocorre em ativa interação com outras pessoas, tendo os instrumentos e signos como recursos mediadores essenciais. Considera-se que a própria concepção de aprendizagem, de acordo com essa teoria, engloba diversos aspectos pertinentes ao uso de dispositivos móveis na educação, tais como contextos sociais, mediação por instrumentos, colaboração, interação, entre outros. Segundo esta teoria, a atividade humana é o processo que promove a mediação entre o ser humano e a realidade a ser transformada (NÚÑEZ, 2009).

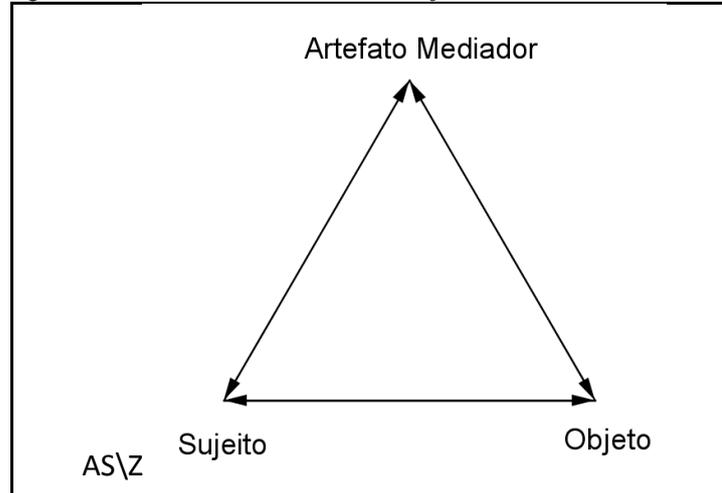
A TA é um desdobramento da teoria formulada por Vygotsky e teve o psicólogo russo Alexei N. Leontiev (1903-1979) como principal colaborador. Nas concepções fundamentais da TA, encontram-se ideias vygotskianas, tais como mediação, internalização, desenvolvimento das funções mentais superiores, entre outras (NÚÑEZ, 2009).

Segundo a TA, toda atividade tem como característica básica o seu motivo (ou objeto) e, nesse sentido, envolve a realização de diversas ações que, por sua vez, são compostas por operações (LEONTIEV, 1978). Nas atividades desenvolvidas, são fundamentais as inter-relações entre o sujeito individual e sua comunidade (ENGSTRÖM, 1987). A aprendizagem formal é entendida como um tipo específico de atividade estruturada, que implica ações e operações direcionadas a um objetivo definido, do qual o sujeito tem consciência (DAVÝDOV, 1982).

Segundo Engeström (2001), a primeira geração da TA centra-se em Vygotsky, que introduziu o conceito de mediação. O modelo triangular básico vygotskyano apresenta a

relação estímulo–resposta, mediada por instrumentos e signos. A partir do referido modelo, Engeström (2001) propõe um esquema que resume a visão da primeira geração da TA (Figura 1).

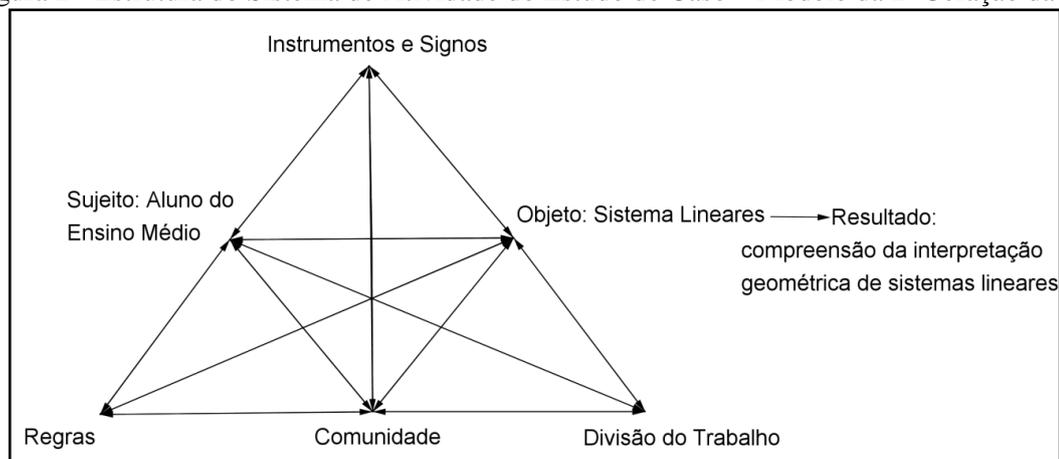
Figura 1 - Modelo da Primeira Geração da Teoria da Atividade



Fonte: Engeström (2001, p. 134) – adaptada.

O modelo da segunda geração da TA é um diagrama proposto por Engeström (1987), que enfatiza a atividade coletiva, adicionando ao modelo vygotskyano aspectos sociais relacionados à realização da atividade: as regras, a comunidade e a divisão do trabalho (ENGESTRÖM, 2001). A figura 2 mostra o referido diagrama adaptado para o contexto do estudo de caso promovido na presente pesquisa.

Figura 2 - Estrutura do Sistema de Atividade do Estudo de Caso – Modelo da 2ª Geração da TA



Fonte: Engeström (1987, p.78) – adaptada.

O quadro 1 apresenta os componentes do sistema de atividade mostrado na figura 2.

Quadro 1 - Componentes da Estrutura da Atividade – Estudo de Caso

<p><b>Sujeito</b></p> <p>- alunos do Ensino Médio;</p> <p><b>Objeto de conhecimento</b></p> <p>- interpretação geométrica, classificação de sistemas lineares 2x2 e 3x3 e análise das condições algébricas.</p> <p><b>Instrumentos e signos</b></p> <p>- instrumentos: notebook utilizado pelo professor, TV LCD existente em cada sala de aula, <i>tablets</i>, rede de Internet sem fio disponível na instituição, aplicativos, apostilas, folhas de exercícios, entre outros;</p> <p>- signos: linguagem, sistemas simbólicos algébricos, esquemas e modelos matemáticos.</p> <p><b>Regras</b></p> <p>Para o estudo de caso, são realizados quatro encontros, promovidos em horário da disciplina regular da aula de Matemática. Durante os referidos encontros, as principais regras são:</p> <p>- formação de equipes de forma livre (organizadas pelos próprios alunos);</p> <p>- resolução de exercícios propostos em apostila, a serem resolvidos, em equipe, com auxílio de aplicativos em <i>tablets</i>;</p> <p>- utilização dos <i>tablets</i> institucionais na sala de aula;</p> <p>- avaliação do uso de <i>tablets</i> para a aprendizagem dos tópicos abordados.</p> <p><b>Comunidade</b></p> <p>- formada por estudantes do 3ª série do Ensino Médio de um instituto federal e por duas licenciandas em Matemática.</p> <p><b>Divisão do trabalho</b></p> <p>- aluno: agente de sua aprendizagem → seu papel é atuar, ativamente, nas ações desenvolvidas, individualmente ou em grupo, tendo em vista a aprendizagem dos conteúdos abordados. A organização dos grupos, assim como a divisão de trabalho entre os membros, também será responsabilidade dos alunos;</p> <p>- autoras deste trabalho: mediadoras da aprendizagem → planejamento de ações, sempre considerando que as mesmas devem ter objetivos claros (o aluno deve ter plena consciência do que está buscando). Orientação no desenvolvimento das referidas ações, visando a contribuir para a aprendizagem dos conteúdos abordados.</p>
--

Fonte: Elaboração própria.

É importante destacar que diversos estudos sobre o uso pedagógico de TD têm sido desenvolvidos, tendo a TA como fundamentação teórica. A seguir, destacam-se três destes.

O trabalho *Aprendizagem mediada por computador à luz da Teoria da Atividade*, escrito por Leffa (2005), tem como objetivo investigar uma experiência de capacitação de professores de línguas no uso do computador como ferramenta para a produção de materiais de ensino. Os sujeitos desta investigação foram 73 professores de língua materna e de língua estrangeira, incluindo professores universitários, do Ensino Médio e de escolas de línguas. Três aspectos da TA foram destacados no estudo: o objetivo da atividade, o processo de mediação usado para alcançar o objetivo e a comunidade na qual o sujeito está inserido. Segundo o autor, a possibilidade de ver a ferramenta como um mediador entre o sujeito e o objeto do conhecimento e a habilidade da TA em dar conta do processo de interação entre o sujeito e os demais componentes do contexto foram aspectos importantes para o trabalho promovido.

O artigo *As Contribuições da Teoria da Atividade no Ensino de Funções com o uso do Laptop Educacional*, de Carvalho e Barreto (2012), teve como objetivo analisar elementos que evidenciassem a geração de atividade no ensino de funções, a partir do uso do laptop educacional. Como aporte teórico, foi utilizada a TA, defendendo que a melhora do ensino deste conteúdo não depende somente do equipamento, mas também da mediação do professor com os estudantes durante a atividade. A pesquisa foi promovida em uma instituição escolar contemplada pelo programa “Um Computador por Aluno” e, na mesma, foi escolhido, segundo critérios adotados, um professor cujas aulas foram acompanhadas. Esse professor foi orientado em relação à TA e elementos dessa teoria permearam as discussões entre o mesmo e o pesquisador, ao longo da pesquisa. Constatou-se um avanço do professor em relação à aplicação da TA na organização do ensino de funções e uma melhor concepção de como utilizar o laptop educacional no ensino deste conteúdo.

O artigo *Teoria da Atividade e Desenvolvimento de Games Educacionais: implicações das comunidades de prática para a aprendizagem em contexto escolar*, de Peres e Oliveira (2013), apresenta uma pesquisa cujo objetivo foi compreender as implicações da TA como abordagem potencial para o desenvolvimento de *games* educacionais no contexto escolar. A mesma foi realizada em uma escola pública de Recife com participação de alunos do Ensino Médio. As análises foram realizadas sobre as atividades mediadas, durante o processo de desenvolvimento de *games*. Foi verificado, pela motivação dos sujeitos, que a busca pela concretização do objeto de desenvolvimento (o *game*) e a inserção dos alunos em um contexto de comunidade de prática contribuiu significativamente para a apropriação dos conceitos acadêmicos e técnicos, bem como para o desenvolvimento de competências

relacionadas a esses conhecimentos; tornando, assim, efetiva a formação de novos conteúdos e ações mentais.

Os estudos mencionados destacam a TA como uma forma possível de orientação psicológica para trabalhos mediados por tecnologias. Considera-se que a adoção da TA pode trazer grandes contribuições para a compreensão de diversos aspectos relacionados à aprendizagem. Na presente pesquisa, analisa-se a utilização pedagógica de aplicativos em *tablets* à luz dessa teoria. Vantagens e limitações do uso pedagógico desses dispositivos são discutidas na seção seguinte.

## 1.2 Uso pedagógico de *tablet*

Os jovens da atualidade são nativos digitais (PRENSKY, 2001) e, assim, estão familiarizados com as atuais tecnologias e gostam de estar em constante contato com as mesmas. Dessa forma, a inserção de dispositivos móveis como instrumentos de aprendizagem pode despertar maior atenção e interesse para o estudo de um conteúdo.

Os *tablets* estão entre as tecnologias que chamam a atenção desses jovens. Esses dispositivos podem contribuir como um instrumento de aprendizagem em sala de aula, proporcionando uma aula diferente e dinâmica. Barcelos e Batista (2013) afirmam que, diante da popularização dos *tablets* e de suas potencialidades, é importante investigar o seu uso no ambiente escolar. Segundo Seabra (2012), esses equipamentos permitem, entre outras ações, interação com infográficos, com simulações e jogos educacionais, acesso a cursos a distância e realização de simulados. Funcionam ainda como máquinas fotográficas e permitem gravar e editar arquivos, possibilitando, por exemplo, a realização de entrevistas para trabalho escolares.

Porém, é preciso reconhecer que há limitações no uso desse dispositivo. Segundo Pezzi (2013), os *tablets* ainda não são muito adequados para a escrita de textos longos, redações ou para a elaboração de apresentações e aulas. Essa limitação decorre, principalmente, da ausência de teclado e *mouse*. Clarke et al. (2013) destacam que é importante considerar que os alunos adotam, em geral, posturas multitarefas, utilizando vários recursos, simultaneamente, o que pode gerar distrações. Nesse sentido, é importante ter regras claras. Seabra (2012), por sua vez, destaca que o uso pedagógico dos *tablets* irá requerer um professor preparado, dinâmico e investigativo.

Nessa perspectiva, é importante que estudos relacionados à introdução desse dispositivo na educação sejam promovidos e analisados. A seguir, são destacados três trabalhos relacionados.

Domingues, Heitmann e Chinellato (2013) propuseram o minicurso *Tecnologias em sala de aula: explorando as possibilidades do tablet na educação*. Esse teve como objetivo apresentar aplicativos e *softwares*, gerar discussões sobre tecnologias em sala de aula e trabalhar em grupos, ou seja, ouvir dos educadores presentes, como eles veem o uso de tecnologias nas aulas de Matemática. Além disso, buscaram proporcionar aos participantes uma experiência de preparar e ministrar uma aula “diferente” dos moldes convencionais, utilizando o *tablet* e discutir as dificuldades e vantagens de se ter esse equipamento disponível. Para tanto, os autores desenvolveram uma atividade com os participantes, na qual cada grupo de professores elaborou um plano de aula, considerando o uso do *tablet*, e apresentou ao grupo. Essa proposta buscou permitir que os participantes do minicurso pudessem realizar uma reflexão acerca das possibilidades e limitações da utilização desse recurso em sala de aula.

Real, Tavares e Picetti (2013) apresentam o artigo *Formação de Professores para o Uso Educacional de Tablets no Ensino Médio: possíveis mudanças na prática pedagógica*. Trata-se de um recorte de uma pesquisa realizada na Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Os autores analisaram ações realizadas pelo Núcleo de Tecnologia em Educação do Rio Grande do Sul, tendo em vista o uso pedagógico de *tablets* pelos professores atuantes em sala de aula do Ensino Médio da Rede Pública Estadual. O objetivo do estudo foi investigar possíveis mudanças pedagógicas provocadas pela inclusão dos *tablets* em sala de aula, a partir da formação de professores. Os autores destacam que não basta ter equipamentos nas escolas, é necessário desenvolver um espaço e um tempo para a aplicação de arquiteturas pedagógicas. É preciso criar espaços interdisciplinares, no qual o professor atue como um desafiador de seus alunos, administrando o *hardware*, disponibilizando multimídias e recursos hipermediáticos para um trabalho em parceria com colegas, nos diferentes campos do saber. Com base nos dados iniciais da pesquisa, verificou-se a necessidade de construção de redes de aprendizagem, a partir da formação pedagógica no NTE/RS, para atender às necessidades que o uso dos *tablets* em sala de aula gera.

O trabalho monográfico de Nascimento (2014), intitulado *O uso pedagógico do tablet educacional como ferramenta de aprendizagem dos alunos do 1º ano regular do Ensino Médio*, teve por objetivo investigar se ocorre aprendizagem significativa com a utilização do *tablet* educacional na escola. Os participantes desta pesquisa foram professores

do 1º ano do Ensino Médio regular de uma escola pública. Além disso, foram investigadas as dificuldades que o uso pedagógico do *tablet* proporciona aos educadores em sua prática de ensino. O autor fez um estudo descritivo-analítico com abordagem quantitativa e utilizou questionário e entrevistas. O objetivo foi alcançado, pois os resultados coletados sinalizaram que o uso pedagógico é viável para uma aprendizagem significativa.

As pesquisas descritas têm em comum a preocupação em investigar as mudanças e melhorias que a utilização dos *tablets* pode promover em sala de aula. Cada trabalho defende que o uso pedagógico de *tablets* pode auxiliar o professor em abordagens diferenciadas do conteúdo, tornando a aula mais interessante e significativa para os alunos.

### 1.3 Tecnologias digitais no estudo de sistemas lineares

Como citado na introdução, as TD podem trazer grandes contribuições para a educação. Segundo Souza, Moita e Carvalho (2011), a utilização destes recursos pode colaborar para o processo de ensino e aprendizagem quando utilizadas como uma ferramenta pedagógica que propicie a integração do aluno no mundo digital. Além disso, estes autores destacam que as TD possibilitam uma multiplicidade de formas de acesso ao conhecimento, de forma dinâmica, autônoma, prazerosa e atual.

O estudo de sistemas lineares com auxílio de TD tem sido investigado por diversos autores. A seguir, relatam-se, brevemente, quatro trabalhos que abordam este assunto. No entanto, ressalta-se que novas formas de uso das TD têm surgido, em particular com a popularização do uso dos *tablets* e *smartphones*, portanto, investigações relativas ao assunto são sempre importantes.

Ferreira e Caldas (2009) realizaram um estudo monográfico intitulado *Interpretação Geométrica de Sistemas Lineares com o Auxílio do Software Winplot*. A pesquisa foi realizada com alunos do Ensino Médio, em um instituto federal de educação. O *Winplot* foi utilizado com a finalidade de favorecer a visualização e a compreensão das soluções algébricas dos sistemas lineares de duas e três incógnitas. Segundo os autores, o objetivo foi alcançado, os alunos resolveram as atividades corretamente e não apresentaram dificuldades. Foi possível observar que o *Winplot* facilitou a compreensão da relação entre a solução algébrica e a geométrica.

Os sistemas lineares, também, são abordados por Jordão e Bianchini (2012) em seu artigo denominado *Um estudo sobre a resolução algébrica e gráfica de Sistemas Lineares*

*3x3 no 2º ano do Ensino Médio*. Esta pesquisa teve como objetivo investigar se os alunos do Ensino Médio compreendem a relação entre a solução algébrica e a representação gráfica da solução de sistemas lineares  $3 \times 3$ . Para isso, foi elaborada, aplicada e analisada uma sequência didática que aborda a resolução algébrica e gráfica dos sistemas lineares  $3 \times 3$  com o auxílio do *software* educacional Winplot. De acordo com os autores, o objetivo foi alcançado. O *software* possibilitou ao aluno visualizar, compreender e interpretar a solução do sistema linear  $3 \times 3$ .

Gonçalves e Karrer (2013), no artigo *Sistemas lineares: proposta de uma entrada experimental desenvolvida em ambiente computacional*, também, descreve um estudo sobre sistemas lineares, utilizando o Winplot. O objetivo foi investigar as trajetórias de estudantes do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Paulo, diante de um experimento de ensino que explorou relações entre representações dos registros algébrico, gráfico e da língua natural. No ambiente computacional, foram investigadas as classificações dos sistemas  $2 \times 2$  e as consequências gráficas da existência ou não da proporcionalidade entre os coeficientes das equações. Nesse artigo, os autores apresentaram, de forma minuciosa, a análise de sistemas lineares impossíveis com duas equações e duas incógnitas. Segundo Gonçalves e Karrer (2013), o trabalho foi finalizado com sucesso, visto que os estudantes demonstraram habilidade tanto no reconhecimento de um sistema impossível por meio de diversas representações, bem como, na atividade de conversão entre representações dos registros algébrico, gráfico e da língua natural. Além disso, a construção realizada no Winplot permitiu um primeiro contato com este tipo de análise, ao favorecer o tratamento dinâmico das relações entre representações dos registros algébrico e gráfico de sistemas lineares.

O artigo *Uso de Aplicativos em Tablets no Estudo de Sistemas Lineares: percepção de licenciandos em Matemática* (BARCELOS; BATISTA, 2013) apresentou um estudo que teve por objetivo discutir a visão dos licenciandos sobre os plotadores gráficos em *tablets*, quando utilizados na interpretação geométrica de sistemas lineares  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$ . Para isso, foi promovido um estudo de caso na Licenciatura em Matemática de uma instituição federal de ensino, envolvendo o uso dos aplicativos xGraphing, Calculus Tools, mePlotFree e TriPlot 3D GraphingFree no estudo de sistemas lineares. A experiência permitiu observar a importância da análise de aplicativos para *tablets*. A receptividade dos alunos à proposta da atividade, com os recursos utilizados, foi excelente, o que sinaliza que o uso de *tablets* pode contribuir, também, para a motivação dos alunos. Na visão dos licenciandos, o uso dos aplicativos contribuiu para a resolução das atividades pedagógicas propostas, mas

características específicas influenciaram na facilidade de uso de cada plotador, principalmente no caso de sistemas lineares  $3 \times 3$  (BARCELOS; BATISTA, 2013).

Em todos os relatos, o uso de tecnologias foi positivo. Observa-se que, dos trabalhos descritos, três tiveram como finalidade interpretar geometricamente os sistemas lineares com o auxílio do *software* Winplot. O estudo de caso realizado por Barcelos e Batista (2013), por sua vez, utilizou aplicativos em dispositivos móveis, com alunos da Licenciatura. A presente pesquisa, assim como as descritas abordou a interpretação geométrica de sistemas lineares, porém, utilizou aplicativos em *tablets* e foi realizada com alunos do Ensino Médio.

## 2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nesta pesquisa, foi elaborada uma sequência didática destinada a alunos do Ensino Médio, na qual são utilizados dois aplicativos gráficos para *tablets* (xGraphing e TriPlot 3D Graphing Free). A sequência proposta focaliza o estudo geométrico de sistemas lineares em duas (2x2) e três (3x3) dimensões.

Cristovão (2009) afirma que a sequência didática possibilita: i) trabalho integrado; ii) articulação de conteúdos e objetivos sugeridos por orientações oficiais (Diretrizes Curriculares, por exemplo); iii) atividades diversas apoiadas por recursos variados; iv) progressão, a partir de trabalho individual e coletivo; v) integração de diferentes ações de linguagem e de conhecimentos diversos; vi) adaptação em função da diversidade das situações de comunicação e das classes.

Sequências didáticas que contemplam o uso de TD no processo de ensino e aprendizagem de Matemática já foram abordadas por vários trabalhos de investigação (ALVES, 2007; MOTA, 2010; LUTZ, 2012; SANTOS e MACÊDO, 2013; ZERAIK, 2013). De maneira geral, essas pesquisas sinalizam que tais sequências podem contribuir para melhorar o desempenho dos alunos.

É importante destacar que, ao criar uma sequência didática, é preciso dispor de critérios que permitam fazer escolhas convenientes para um determinado contexto e momento, tendo em vista alcançar os objetivos estabelecidos (ZABALA, 1998). Além disso, segundo o referido autor, é fundamental usar estes critérios também para analisar a prática docente e reorientá-la, caso necessário.

Este trabalho visa a investigar a percepção dos alunos do Ensino Médio, quanto à contribuição de uma sequência didática para interpretação geométrica de sistemas lineares, na qual se utilizam aplicativos gráficos em *tablets*. Para atingir tal objetivo, foi realizada uma pesquisa qualitativa por meio de estudo de caso promovido em uma turma da 3<sup>o</sup> série do Ensino Médio de uma instituição federal.

Creswell (2010) afirma que a investigação qualitativa emprega diferentes concepções filosóficas, estratégias de investigação e métodos de coleta, de análise e de interpretação dos dados. O referido autor destaca, também, que se trata de uma pesquisa interpretativa, na qual o investigador é tipicamente envolvido em uma experiência intensiva com os participantes.

Uma das formas em que a pesquisa qualitativa pode se desenvolver é estudo de caso. Destacam-se algumas características que o mesmo apresenta, segundo Ponte (2006):

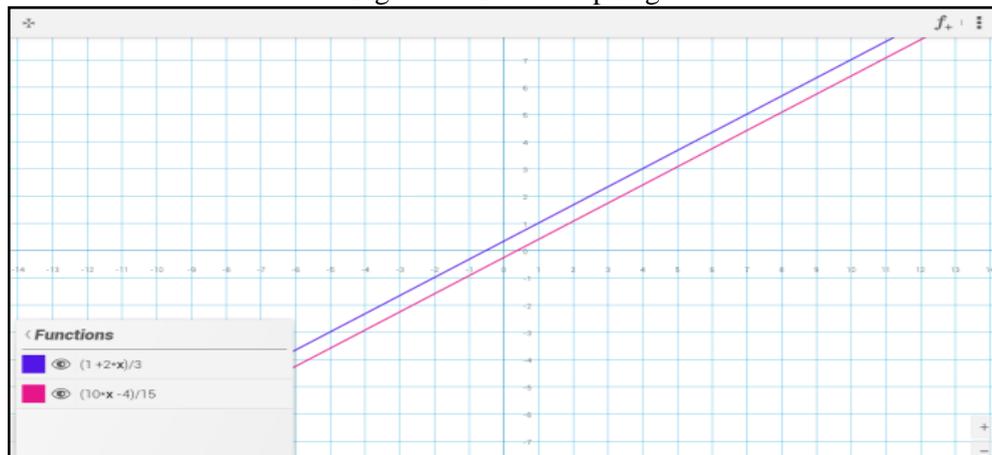
Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objectivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse (PONTE, 2006, p. 2).

A vantagem da utilização do estudo de caso, segundo Laville e Dionne (1999), é a possibilidade de aprofundamento que este oferece, não sendo o estudo submetido às restrições relacionadas à comparação do caso em estudo com outros casos. Além disso, segundo os referidos autores, o pesquisador pode ser mais criativo e imaginativo, ter mais tempo para adaptar seus instrumentos e modificar sua abordagem para explorar elementos imprevistos. Mas, apresenta limitações quanto ao resultado de conclusões dificilmente generalizáveis.

Nesta pesquisa, foram utilizados os aplicativos xGraphing e TriPlot 3D Graphing Free, ambos em suas versões gratuitas. A escolha desses aplicativos fundamentou-se no resultado do estudo de caso realizado por Barcelos e Batista (2013). O aplicativo melhor avaliado pelos participantes dentre as opções apresentadas pelas referidas pesquisadoras para o traçado de gráfico em 2D (Calculus Tools, mePlot Free e xGraphing), foi o xGraphing. Já entre os aplicativos analisados que plotam gráficos em 3D (Calculus Tools, mePlot Free e TriPlot 3D Graphing Free), o melhor avaliado foi o TriPlot 3D Graphing Free.

Foi utilizada a versão 1.0 do xGraphing (Figura 3) que requer Android 2.2 ou superior. Este aplicativo constrói gráficos, a partir de pontos marcados no sistema cartesiano e a partir da lei da função. Os gráficos são gerados apenas em duas dimensões (2D) e podem ser salvos como imagens no *tablet* e compartilhados. Sua equação deve ser digitada na forma explícita, não sendo necessário escrever  $f(x)$  ou  $y$ .

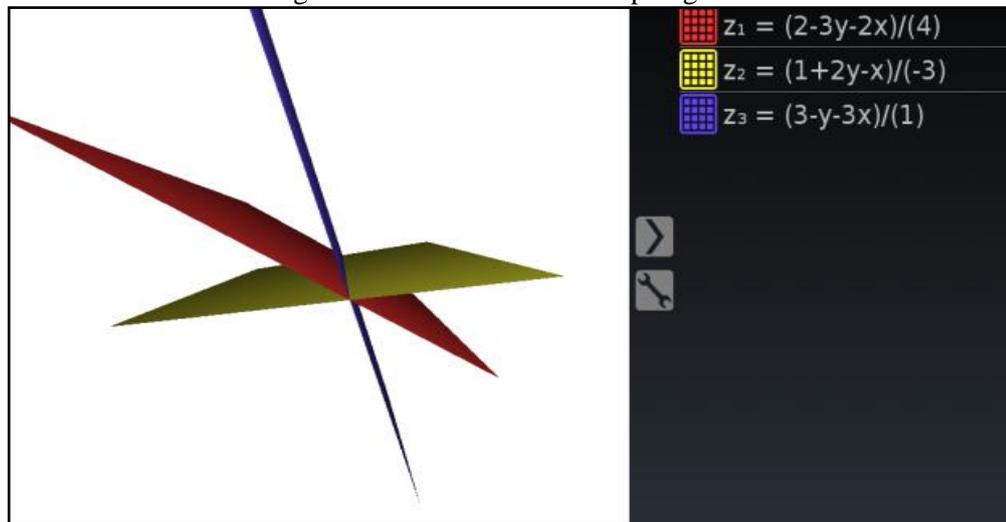
Figura 3 - Tela xGraphing



Fonte: Elaboração própria.

A versão utilizada do TriPlot 3D Graphing Free (Figura 4) foi a 2.0 que requer Android 2.3 ou superior. São permitidos, no máximo, oito gráficos numa mesma tela, sendo os mesmos plotados em 3D. A equação, também, deve ser digitada na forma explícita.

Figura 4 - Tela TriPlot 3D Graphing Free



Fonte: Elaboração própria.

Os aplicativos foram utilizados na resolução das atividades propostas na sequência didática, que será descrita ainda nesta seção. Além destes aplicativos, foi utilizado o editor de texto OliveOffice Premium<sup>2</sup> (Figura 5) para a elaboração de um arquivo, no *tablet*, contendo os gráficos e as respostas das atividades propostas.

<sup>2</sup> Disponível em: <<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.olivephone.office>>.

Figura 5 - Tela do OliveOffice Premium



Fonte: Elaboração própria.

Os instrumentos de coleta de dados usados neste trabalho monográfico foram observação, questionário e as respostas das atividades. Na observação, o pesquisador tem uma postura reflexiva perante o observado, tomando notas, registrando e recolhendo dados por meio dos instrumentos que julgar convenientes no desenrolar da investigação. Além disso, Laville e Dionne (1999) ratificam que o observador tem sua atenção centrada em aspectos da situação que estão explicitamente definidos e para os quais são previstos modos de registros simples e rápidos que não apelam para a memória e que reduzem os riscos de equívocos. Quando o registro não for feito durante a observação (visando a evitar perturbar o grupo e os acontecimentos), este deve ser redigido logo ao final da observação para que os detalhes não sejam esquecidos. Este instrumento de coleta de dados tem algumas limitações, tais como: i) quantidade e variedade de dados que o pesquisador deve tratar; ii) o pesquisador pode ser visto como intruso; iii) podem ser observadas informações privadas que o pesquisador não pode revelar; iv) o pesquisador pode não ter boas aptidões de atenção e observação (CRESWELL, 2010). Embora essa técnica apresente alguns inconvenientes, como os listados, considera-se que a vantagem que esta oferece, em termos de compreensão do contexto, faz da mesma uma técnica adequada à pesquisa proposta.

Outro instrumento utilizado para a coleta de dados foi o questionário. Este permite, entre outras vantagens, o anonimato nas respostas e a não exposição dos pesquisados à influência das opiniões e do aspecto pessoal dos entrevistadores. Segundo Gil (2008), um questionário tem por finalidade obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos,

valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado, entre outros.

A pesquisa foi dividida em sete etapas: i) revisão bibliográfica sobre a TA, uso pedagógico de *tablets* e tecnologias digitais no estudo de sistemas lineares; ii) elaboração da sequência didática; iii) elaboração de questionários; iv) realização de um teste exploratório para análise da sequência didática; v) análise dos dados levantados no teste exploratório; vi) realização de um estudo de caso com alunos do Ensino Médio (experimentação da sequência didática); vii) análise dos dados levantados no estudo de caso.

A primeira etapa foi apresentada no capítulo 1. Na segunda, foi planejada e elaborada a sequência didática (Quadro 2). A escolha do tema já foi justificada na introdução. Estabeleceu-se que o público alvo seriam alunos do Ensino Médio.

Quadro 2 - Sequência Didática

<b>Objetivo</b>
Propor atividades que possibilitem o estudo da interpretação geométrica de sistemas lineares, com o auxílio de aplicativos em <i>tablets</i> Android.
<b>Conteúdo</b>
Sistemas lineares
<b>Tempo</b>
8 aulas
<b>Material</b>
Notebook, projetor multimídia ou televisão, apresentação em <i>slides</i> , <i>tablets</i> , aplicativos, apostila de atividades, lousa.
<b>Desenvolvimento</b>
<p><b>1ª parte:</b></p> <p>Composta pelo questionário inicial<sup>3</sup> e por uma atividade de sondagem que têm como objetivo verificar o conhecimento dos alunos quanto ao uso pedagógico de tecnologias digitais e quanto ao conteúdo, sistemas lineares. A atividade de sondagem é composta de quatro questões. Na primeira, é solicitado que se resolvam, algebricamente, dois sistemas lineares 2x2 e um 3x3. Na segunda, é pedida a classificação de dois outros sistemas lineares 2x2 e outro 3x3. Na terceira questão, é pedido para assinalar, dentre quatro alternativas, a opção que representa graficamente um sistema 2x2 possível e determinado. Na quarta questão, é solicitado que seja assinalada, dentre quatro opções, a alternativa cuja representação gráfica corresponda a um sistema 3x3 impossível. A atividade de sondagem deve ser adaptada para o nível de ensino do público alvo<sup>4</sup>.</p> <p><b>2ª parte:</b></p> <p>Nessa parte, são apresentadas de forma dialogada, por meio de <i>slides</i>, imagens das três posições relativas de duas retas no plano e das oito posições relativas de três planos. Além disso, também, utiliza-se uma apostila que contém uma parte teórica e duas atividades<sup>5</sup>. O objetivo dessas atividades é contribuir para a análise gráfica das posições das retas e dos planos plotados nos aplicativos e, a partir disso, para a classificação dos sistemas. A primeira atividade é constituída de três sistemas lineares 2x2 e a segunda de oito sistemas lineares 3x3, que contemplam todas as possibilidades das posições relativas. Os gráficos devem ser plotados e observados nos aplicativos <i>xGraphing</i> (sistemas 2x2) e <i>TriPlot 3D Graphing Free</i> (sistemas 3x3). Para que as respostas sejam analisadas, antes da próxima parte da sequência, os alunos devem organizar um arquivo de texto, no próprio <i>tablet</i>, contendo os gráficos e a classificação dos sistemas (para tanto, é possível utilizar qualquer editor de texto compatível com o dispositivo) e enviá-lo para o professor.</p> <p><b>3ª parte:</b></p> <p>Inicialmente, são discutidas as respostas das atividades da parte anterior, por meio de questionamentos orais, e são conjecturadas as condições algébricas para cada uma das posições relativas entre duas retas e entre três planos. Com objetivo de verificar se os alunos compreenderam as condições algébricas, é proposta outra atividade<sup>6</sup>, contendo 11 itens. Nesta, os alunos devem criar sistemas lineares, a partir de equações dadas, atendendo a condições geométricas estabelecidas. Além disso, o aluno deverá plotar os gráficos, utilizando os aplicativos <i>xGraphing</i> e <i>TriPlot 3D Graphing Free</i>, para verificar se a condição dada é atendida.</p>
<b>Avaliação</b>
Análise das respostas das atividades propostas e, também, da participação dos alunos.

Fonte: Elaboração própria.

<sup>3</sup> As respostas desse questionário podem orientar modificações nas atividades propostas ainda na primeira etapa.

<sup>4</sup> Essa sequência pode ser utilizada, com adequações, ao final do Fundamental, no Médio e no Ensino Superior.

<sup>5</sup> Trata-se de uma adaptação da apostila utilizada por Barcelos e Batista (2013), disponível em:

<<http://www.es.iff.edu.br/softmat/projetotic/portaltic/projetotic/download/atividades1/Atividades%20sistemas.pdf>>.

<sup>6</sup> Adaptadas das atividades elaboradas por Batista e Barcelos (2014), disponíveis em:

<<http://www.es.iff.edu.br/softmat/projetotic/portaltic/projetotic/download/atividades1/atividades-winplot2014vers%C3%A3o%20final.pdf>>.

Dando continuidade à pesquisa, na terceira etapa, foram elaborados dois questionários, um denominado “Questionário Inicial-1” (Apêndice B) e o outro “Questionário Final-1” (Apêndice C). O Questionário Inicial-1 faz parte da sequência didática e tem como objetivo coletar dados relativos ao: i) perfil do público alvo; ii) acesso a *tablets* e *smartphones* e uso pedagógico desses recursos; iii) conhecimento prévio sobre sistemas lineares. O mesmo é constituído de 12 perguntas fechadas, sendo que em duas destas há a opção “outro” e, em uma terceira, há a possibilidade de comentar o item assinalado. O Questionário Final-1 foi elaborado especificamente para o teste exploratório, não fazendo, portanto, parte da sequência didática. O objetivo deste foi captar a percepção dos licenciandos quanto aos aplicativos utilizados e sobre a sequência didática proposta, sendo, por isso, constituído de sete perguntas, dentre elas, duas abertas. Nos questionários e nas atividades escritas, propostas na sequência didática, foram solicitados aos alunos que colocassem pseudônimos, tendo em vista proteger a identidade dos mesmos e facilitar a análise das respostas coletadas em dias distintos.

Após a análise das respostas dos questionários citados, estes foram alterados para serem aplicados aos alunos do Ensino Médio e denominados Questionário Inicial-2 (Apêndice D) e Questionário Final-2 (Apêndice E). Essas alterações e as justificativas correspondentes são apresentadas, detalhadamente, no capítulo 3 nas seções 3.1.1 e 3.1.2.

Na etapa seguinte, a quarta, foi realizado o teste exploratório da sequência didática, o qual teve como público alvo alunos do 6º período da licenciatura em Matemática de uma instituição federal. O objetivo desse foi promover uma avaliação da sequência quanto à clareza e à adequação ao público alvo. A carga horária total foi de seis horas, dividida em dois encontros (três horas para cada encontro). Foram convidados todos os alunos matriculados no 6º período da licenciatura em Matemática do referido instituto que estavam cursando o componente curricular Álgebra Linear I, totalizando 19 licenciandos. Desses, 11 aceitaram o convite, mas somente seis participaram do primeiro encontro e três do segundo<sup>7</sup>. Optou-se por este público, pois o estudo de sistemas lineares estava sendo concluído no âmbito do referido componente curricular, quando o teste exploratório ocorreu. Essa informação era conhecida pelas autoras que, também, eram alunas desta turma.

Na quinta etapa, analisaram-se os dados do teste exploratório. Essa análise, incluindo as alterações realizadas na sequência didática, é apresentada, detalhadamente, no capítulo 3.

---

<sup>7</sup> A ausência de duas participantes foi justificada por conta de imprevistos e uma não justificou.

Na sexta etapa, realizou-se a experimentação da sequência didática com alunos da terceira série do Ensino Médio (estudo de caso). Nessa, utilizou-se a sequência, com os ajustes decorrentes do teste exploratório. A opção por essa série se deu pelo fato de o conteúdo sistemas lineares ter sido estudado na segunda série do Ensino Médio. A turma selecionada estava sem professor da disciplina Matemática, o que possibilitou o uso das aulas durante quatro semanas consecutivas. As atividades foram realizadas em um total de nove horas/aula.

A última etapa foi a análise dos dados levantados na experimentação. Na observação, foram anotados os procedimentos adotados pelos alunos, quando questionados em sala de aula, e também, as participações espontâneas. No questionário inicial, foram identificados os participantes por meio de pseudônimos e levantado o perfil dos mesmos por meio de questionamentos quanto ao sexo e à faixa etária. Outras perguntas foram relacionadas à utilização de dispositivos móveis e ao conteúdo sistemas lineares. Além disso, as respostas das atividades com os aplicativos foram analisadas e discutidas. No questionário final, foram feitas avaliações da sequência didática proposta e do uso dos aplicativos.

O quadro 3 apresenta, resumidamente, as etapas da pesquisa descritas neste capítulo.

Quadro 3 – Resumo das etapas

ETAPAS	RESUMO
Revisão bibliográfica.	Foram realizadas pesquisas sobre a TA, o uso pedagógico de <i>tablets</i> e tecnologias digitais no estudo de sistemas lineares.
Elaboração da sequência didática.	Preparação das estratégias e dos materiais que compõem a sequência.
Elaboração de questionários.	Foram criados dois questionários para o teste exploratório (“Questionário Inicial-1” e “Questionário Final-1”) e modificados para a experimentação (“Questionário Inicial-2” e “Questionário Final-2”).
Realização de um teste exploratório.	O teste foi realizado em dois encontros com duração de três horas para cada.
Análise dos dados levantados no teste exploratório.	A partir dos comentários dos participantes da atividade de sondagem, das respostas das atividades e dos questionários foram realizadas alterações na sequência didática.
Experimentação da sequência didática com alunos do Ensino Médio (estudo de caso).	O estudo foi realizado em um total de nove horas/aula.
Análise dos dados levantados no estudo de caso.	Análise dos dados coletados sob a perspectiva do aporte teórico.

Fonte: Elaboração própria.

No decorrer da experimentação, considerou-se importante preparar uma folha de atividades com questões de vestibulares (Apêndice F) com o objetivo de mostrar como o conteúdo em estudo é abordado nesses exames. Para tanto, foram selecionadas duas questões que abordavam as condições algébricas e uma sobre interpretação geométrica de sistemas lineares.

### 3 RELATO DE EXPERIÊNCIA

Nesse capítulo, descrevem-se e analisam-se os resultados do teste exploratório e da experimentação (estudo de caso). O teste exploratório e a experimentação, como já foi mencionado, foram realizados com licenciandos do 6.º período de um curso de Licenciatura em Matemática e com alunos da terceira série do Ensino Médio, respectivamente. Os mesmos foram aplicados em uma mesma instituição federal de ensino. Além disso, destaca-se que os *tablets* utilizados no teste exploratório pertencem ao Projeto Pró-Docência<sup>8</sup> e foram adquiridos com verba da CAPES. São sete *tablets* Motorola XOOM, com sistema operacional Android e tela de 10.1 polegadas. Os mesmos são utilizados em ações com licenciandos, tendo em vista o levantamento de potencialidades e dificuldades de uso pedagógico.

Para a experimentação, foram utilizados *tablets* Samsung Galaxy, com sistema operacional Android e tela de 10.1 polegadas. São 50 *tablets* pertencentes a um programa de tecnologia da instituição que estão disponíveis para o uso de alunos em sala de aula, sob a orientação de professores.

#### 3.1 Teste exploratório

O teste exploratório ocorreu nos dias 20 e 27 de fevereiro de 2014, por meio de um minicurso. Os encontros foram realizados em uma instituição federal de ensino.

Esse teste foi promovido tendo em vista verificar a adequação das atividades pedagógicas propostas a seus objetivos e ao público alvo, para realizar as melhorias que se fizerem necessárias para experimentá-las com aluno do Ensino Médio. Foram observadas as ações e os comentários de seis participantes no primeiro encontro e três participantes no segundo encontro. Além disso, analisaram-se as respostas das atividades propostas e as dos questionários.

---

<sup>8</sup> Desenvolvido nas licenciaturas da instituição em questão, de janeiro de 2010 a março de 2014, tendo como objetivo geral implementar ações direcionadas à formação de professores.

### 3.1.1 Primeiro encontro

No primeiro encontro, inicialmente, os participantes responderam ao Questionário Inicial-1, identificando-se com um pseudônimo. Por meio das respostas, observou-se que todos eram do sexo feminino (pseudônimos: Amada, Cristal, Dolores, Giovana, Lua, Luiza) e que a média da idade era 23 anos.

Apenas uma das licenciandas (Luiza) possuía *smartphone* e somente outra (Dolores) possuía *tablet*, ambos dispositivos com sistema Android. Quando questionadas sobre o uso de *smartphones e tablets* para fins pedagógicos, uma licencianda (Lua) afirmou já ter usado os dois dispositivos com esse objetivo, outra (Luiza) mencionou somente o *smartphone* e uma terceira (Dolores) mencionou ter utilizado somente *tablet*. Em todos os casos, a finalidade pedagógica mencionada foi realizar pesquisa. Estes dados sinalizam que o uso de dispositivos móveis em termos educacionais ainda não era muito comum entre as participantes. Esse fato não prejudicou o estudo, pois a sequência foi elaborada para um público alvo que não necessariamente já tinha utilizado dispositivos móveis no processo de ensino e aprendizagem.

Das seis participantes, quatro (Amada, Dolores, Giovana e Luiza) já haviam estudado interpretação geométrica de sistemas lineares antes do minicurso. Destas, uma estudou apenas os casos de sistemas  $2 \times 2$  (com utilização de papel quadriculado) e as demais, tanto  $2 \times 2$  quanto  $3 \times 3$  (com uso de *software* em computador). Como a sequência didática tem por finalidade abordar a interpretação geométrica de sistemas lineares com alunos que não tenham estudado este tópico, o desconhecimento por parte de algumas participantes não comprometeu, de forma alguma, o estudo de caso.

Ao analisar as respostas do Questionário Inicial-1 foi diagnosticada a necessidade de modificar a pergunta “Você já utilizou algum aplicativo para fins educacionais?” para “Você já utilizou algum aplicativo em dispositivos móveis para fins educacionais?”. Isso decorreu do fato de não ter ficado claro que eram aplicativos em dispositivos móveis. Além disso, foi acrescentada a pergunta “Você já estudou a resolução algébrica de sistema lineares?”, pois verificou-se que seria importante confirmar se todos os alunos do Ensino Médio já haviam estudado esse tópico.

Após terem respondido o Questionário Inicial-1, as participantes resolveram os exercícios da Atividade de Sondagem-1 (Apêndice G), que faz parte da primeira parte do desenvolvimento da sequência didática. A questão 1 tem por objetivo verificar se os alunos sabem resolver, algebricamente, sistemas lineares  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$ . Nesta atividade, observou-se que

as licenciandas não tiveram dificuldade, embora cometessem alguns erros por falta de atenção. Como são licenciandas em Matemática, não apresentar dificuldade já era esperado. Nesta atividade, as participantes apenas sugeriram deixar mais espaço para a resolução dos sistemas, tendo em vista melhorar a organização das respostas.

Já a questão 2, solicitava a classificação de três sistemas (dois  $2 \times 2$  e um  $3 \times 3$ ) sem uso dos aplicativos. Nesta, observou-se maior dificuldade do que na questão anterior. Apenas três licenciandas acertaram a classificação nos três itens. Fato que reforça a importância da sequência didática proposta, visto que a compreensão dessa classificação é favorecida pela interpretação geométrica, tema pouco abordado no Ensino Médio, como mencionado na introdução.

Após a aplicação da atividade de sondagem, algumas alterações foram realizadas na Atividade de Sondagem-1. Com as alterações, a nova versão foi denominada Atividade de Sondagem-2 (Apêndice H). Foi modificada a questão 1 “Você já estudou sistemas lineares? Caso sim, resolva os sistemas a seguir com os seus conhecimentos” para “Resolva os seguintes sistemas lineares”. Tal modificação foi necessária visto que esta pergunta já constava no Questionário Inicial-1. A questão 2 permaneceu pedindo a classificação dos mesmos sistemas, porém nas respostas foi solicitado uma relação entre colunas (Figura 6). Essa alteração visou deixar explícito que a classificação seria em relação à quantidade de soluções do sistema.

Figura 6 - Comparativo da questão 2 da atividade de sondagem

<p>2. Classifique os sistemas a seguir:</p> <p>a) <math>\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}</math></p> <p>b) <math>\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 3y - 4z = 5 \\ 4x + 7y - z = 13 \end{cases}</math></p> <p>c) <math>\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}</math></p>	<p>2. Analisando as equações relacione, corretamente, as colunas sabendo que SPD significa Sistema Possível Determinado, SPI Sistema Possível Indeterminado e SI Sistema Impossível.</p> <p>a) <math>\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}</math> ( ) SPD</p> <p>b) <math>\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 4y - 6z = 8 \\ 3x + 6y - 9z = 12 \end{cases}</math> ( ) SI</p> <p>c) <math>\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}</math> ( ) SPI</p>
---	--

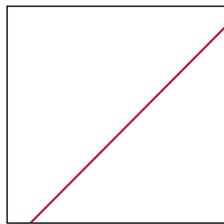
Fonte: Elaboração própria.

Foram acrescentadas as questões 3 (Figura 7) e 4 (Figura 8) que têm por finalidade verificar se os alunos conseguem classificar corretamente sistemas lineares, a partir de visualizações geométricas em duas e três dimensões, respectivamente.

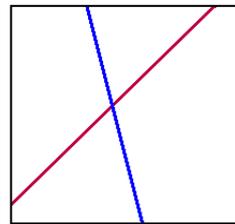
Figura 7 - Questões 3 da atividade de sondagem

3. Assinale a única opção na qual a representação gráfica dada pode corresponder a um sistema de duas equações e duas incógnitas, **possível e determinado**:

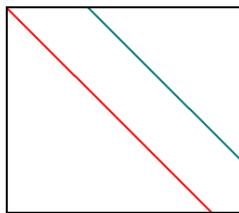
a)



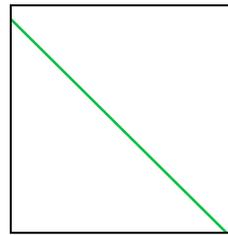
b)



c)



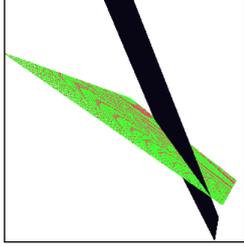
d)

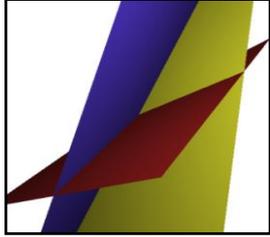


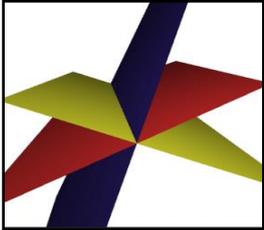
Fonte: Elaboração própria.

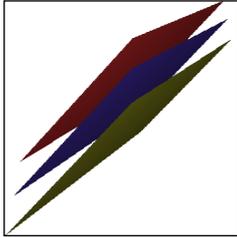
Figura 8 - Questão 4 da atividade de sondagem

4. Assinale a única opção na qual a representação gráfica dada pode corresponder a um sistema de três equações e três incógnitas, **impossível**:

a) 

b) 

c) 

d) 

Fonte: Elaboração própria.

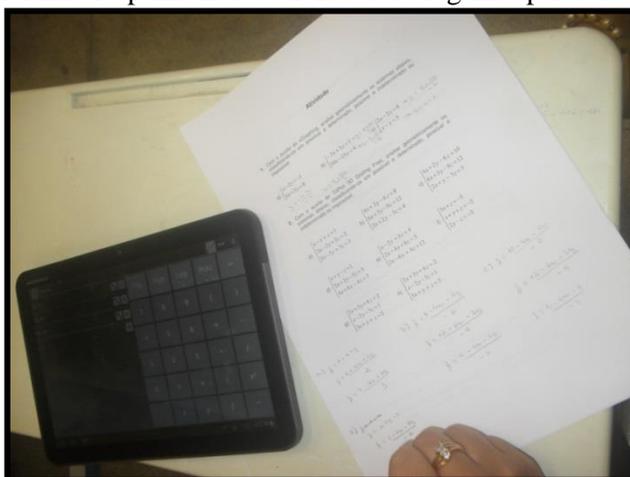
Dando continuidade ao primeiro encontro, foram apresentadas, de forma dialogada, em *slides* (Figura 9), as imagens das três posições relativas de duas retas no plano e das oito posições relativas de três planos (Apêndice I). As licenciandas participaram ativamente. As mesmas responderam corretamente aos questionamentos das ministrantes, estabelecendo conjecturas sobre a classificação dos sistemas, de acordo com a posição relativa de duas retas no plano ou de três planos.

Figura 9 - Apresentação em *slides*

Fonte: Elaboração própria.

A seguir, foi proposta a Atividade da segunda parte do desenvolvimento da sequência didática (Apêndice J). As participantes utilizaram os aplicativos (Figura 10) com facilidade. As respostas das atividades foram registradas em arquivo do aplicativo OliveOffice Premium e foram enviadas por e-mail para as pesquisadoras, para que estas fossem analisadas. Duas licenciandas, na primeira questão, usaram incorretamente o TriPlot 3D para plotar os gráficos dos sistemas  $2 \times 2$ , embora o nome do aplicativo a ser usado estivesse mencionado no enunciado. Isso comprometeu a resolução da primeira questão dessas alunas, porém, as mesmas acertaram toda a segunda questão. O arquivo enviado por uma das licenciandas (Amada) não abriu, logo, nada foi possível inferir sobre as respostas dessa participante. Assim, é possível afirmar que o objetivo das atividades foi alcançado por, pelo menos, metade das licenciandas. Nessas atividades não foram sugeridas modificações.

Figura 10 - Licencianda respondendo à atividade da segunda parte da sequência didática



Fonte: Elaboração própria.

### 3.1.2 Segundo encontro

O segundo encontro foi realizado no dia 27 de fevereiro de 2014, com duração de três horas, e estavam presentes três participantes, as mesmas haviam comparecido ao primeiro encontro. A justificativa da falta de três participantes já foi mencionada no capítulo 2.

Neste, inicialmente, foram discutidas as respostas das duas primeiras partes da sequência didática (Atividade de Sondagem-1 e Atividade da segunda parte do desenvolvimento da sequência didática). Para tanto, os arquivos enviados para a correção foram impressos e entregues às licenciandas. Em seguida, foi explicada e discutida a parte

teórica das condições algébricas, a partir da análise dos gráficos plotados nas atividades da segunda parte da sequência. Tais encaminhamentos reforçam as possibilidades da sequência didática, citadas por Cristovão (2009) listadas no capítulo 2.

As licenciandas conseguiram observar a relação existente entre os coeficientes de cada equação dos sistemas e isso facilitou a compreensão das condições algébricas. A partir disso, foi proposta a atividade da terceira parte da sequência (Apêndice K). Nesta, era solicitada, em cada item, a apresentação de um sistema linear atendendo a condições geométricas dadas. Observou-se que as participantes não apresentaram dificuldade para montar e classificar os sistemas. Porém, o tempo foi insuficiente para concluir essa atividade. Como não estavam ocorrendo dificuldades, a atividade foi interrompida e, então, respondido o Questionário Final-1. Neste, as licenciandas avaliaram os aplicativos, quanto à visualização, manuseio e utilização. Como os resultados foram exatamente iguais para os dois aplicativos, os mesmos são apresentados em única tabela (Tabela 1). Em cada afirmativa apresentada na referida tabela, os alunos deveriam assinalar uma das opções: Concordo Plenamente (CP); Concordo (C), Não Concordo Nem Discordo (NC ND), Discordo (D) e Discordo Plenamente (DP).

Tabela 1 - Avaliação dos aplicativos - sistemas 2x2 e 3x3

<b>Opções Afirmativas</b>	<b>CP</b>	<b>C</b>	<b>NC ND</b>	<b>D</b>	<b>DP</b>
A visualização dos gráficos foi satisfatória.	3	0	0	0	0
Utilizar o plotador gráfico foi fácil.	2	1	0	0	0
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização da atividade promovida.	3	0	0	0	0

Fonte: Elaboração própria.

Os dados da tabela 1 permitem observar que os dois aplicativos receberam, de maneira geral, avaliações bem positivas. Esse fato, também, foi constatado no estudo realizado por Barcelos e Batista (2013).

As licenciandas avaliaram, também, a sequência didática quanto à explicação do conteúdo, ao material impresso, à utilização dos dois aplicativos e à sequência didática de maneira geral (Tabela 2). Analisando a referida tabela, é possível observar que, na visão das licenciandas, os aplicativos tiveram grande contribuição para o estudo do referido tema e as atividades foram consideradas adequadas aos seus objetivos.

Tabela 2 – Avaliação da sequência didática

<b>Opções Afirmativas</b>	<b>CP</b>	<b>C</b>	<b>NC ND</b>	<b>D</b>	<b>DP</b>
A explicação do conteúdo foi clara e adequada.	2	1	0	0	0
O material impresso contribuiu para a compreensão do conteúdo.	2	1	0	0	0
Utilizar os aplicativos, de maneira geral, contribuiu para o estudo de interpretação geométrica de sistemas lineares.	3	0	0	0	0
De maneira geral você considerou positivas as atividades promovidas.	3	0	0	0	0

Fonte: Elaboração própria.

Quando questionadas sobre a importância do uso dos *tablets* no desenvolvimento da sequência didática, todas consideraram que esses dispositivos contribuíram significativamente para a compreensão da interpretação geométrica focalizada. Destacam-se, a seguir, os registros de três licenciandas numa questão que solicitava comentários sobre a utilização dos *tablets* como recursos pedagógicos:

*A interpretação dos sistemas através dos gráficos facilita o aprendizado (Amada).*

*O uso da tecnologia é sempre muito atrativo para os alunos e não resta dúvidas de que seja um recurso pedagógico (Cristal).*

*Acredito que os tablets são ótimos, é uma coisa diferente para os alunos e tenho certeza que eles vão se sentir motivados a aprender (Dolores).*

Os comentários ratificam a visão de Batista (2011) o qual afirma que a habilidade dos jovens para lidar com tecnologias e o desenvolvimento de aplicativos específicos são fatores que podem contribuir para introdução destes recursos nas práticas pedagógicas, como mencionado na introdução.

Após a análise das respostas do Questionário Final-1, percebeu-se que seria importante acrescentar uma pergunta no mesmo. Assim, na nova versão do Questionário Final-1, denominado Questionário Final-2, foi inserida uma pergunta para avaliar, de maneira geral, a sequência didática criada (Figura 11).

Figura 11 - Questão acrescentada no questionário final-2

7- Um conjunto de atividades organizado para um determinado fim educacional, como o que foi realizado nesse estudo, é denominada sequência didática. Considerando, de forma global, as atividades promovidas, o encadeamento e as finalidades das mesmas, o tempo destinado às ações, os recursos utilizados e a metodologia adotada, você avaliaria a sequência didática proposta como:

ótima    boa    regular    ruim    péssima

Fonte: Elaboração própria.

Observou-se que o tempo total do minicurso deveria ter sido maior, fato que ajudou a redimensionar a duração de experimentação da sequência com os alunos do Ensino Médio. Ajustes decorrentes da análise do teste exploratório foram promovidos para uso desta, mas, de maneira geral, a sequência didática foi muito bem avaliada, sinalizando que a mesma estava adequada aos seus objetivos.

### 3.2 Experimentação com alunos do Ensino Médio

A experimentação da sequência didática com os alunos do Ensino Médio (estudo de caso) ocorreu nos dias 04 (duas aulas), 11 (três aulas), 18 (três aulas) e 25 (uma aula) de agosto de 2014, nos horários das aulas da disciplina Matemática, totalizando nove horas/aula. Esses encontros foram realizados na sala de aula da turma considerada.

O principal objetivo da experimentação foi investigar a percepção dos alunos quanto à contribuição de uma sequência didática para interpretação geométrica de sistemas lineares, na qual se utilizam aplicativos gráficos em *tablets*, e analisar as condições algébricas dos coeficientes das equações de sistemas lineares  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$ . Os dados foram coletados por meio dos instrumentos de coleta citados no capítulo 2.

No primeiro, segundo, terceiro e quarto encontro, estavam presentes 24, 11, 12 e 22 alunos, respectivamente. Porém, somente seis destes alunos estavam presentes a todos os encontros. Sendo assim, os dados analisados nesta seção serão referentes a esses seis alunos, visto que a sequência didática é composta por três partes que estão interligadas.

Na análise promovida, são destacados os elementos presentes na estrutura mostrada na figura 2 (adaptação da Estrutura de um Sistema de Atividade para o contexto do estudo de caso promovido): sujeito, objeto de conhecimento, instrumentos mediadores e signos, comunidade, regras e divisão do trabalho.

Segundo a TA, a atividade é um sistema coletivo. São pessoas interagindo para transformar o objeto, segundo um motivo comum. Nessa perspectiva, o estudo de caso é analisado como um sistema de atividade, tendo como comunidade os seis alunos considerados. Em tal sistema, foram realizadas diversas ações (como proposto na sequência didática), tendo em vista o motivo maior que era a aprendizagem do tema focalizado. Como defendido por Núñez (2009), a atividade de aprendizagem tem seu produto representado pelos conteúdos assimilados, por novas formas de agir e pelas atitudes e valores formados, de acordo com as intencionalidades educativas.

### **3.2.1 Relato e análise das ações do primeiro encontro**

Inicialmente, os alunos responderam ao Questionário Inicial-2 e se identificaram por meio de pseudônimo (Katniss, Keren Hapuque, Nogard, Pastora T. G., Rubellu Sidus, Truxton). Por meio desses dados, foi possível formar um perfil da comunidade considerada nessa análise. Três alunos eram do sexo masculino e três do sexo feminino. A média da idade destes participantes era de 17 anos.

Dos seis alunos considerados, quatro possuíam *smartphone* (Rubellu Sidus, Katniss, Keren Hapuque e Truxton) e dois possuíam *tablets* (Nogard e Truxton), ambos dispositivos com sistema Android e versão igual ou superior a 2.2. Esses dados sinalizam que os sujeitos da pesquisas já lidam, de alguma forma, com dispositivos móveis.

Ao serem questionados quanto ao uso de *smartphones* pedagogicamente, três alunos mencionaram que nunca tinham utilizado para esse fim. Os outros três alunos (Rubellu Sidus, Katniss e Keren Hapuque) destacaram que o uso foi a fim de estudar para uma prova e para realizar pesquisas. Quanto ao uso pedagógico de *tablets*, cinco não haviam utilizado pedagogicamente. O aluno respondeu que afirmativamente (Nogard), mencionou ter utilizado para estudar outra língua.

Destacam-se comentários de dois alunos quanto ao uso pedagógico de dispositivos móveis.

*Usei para aprender uma língua nova, com exercícios, e está sendo muito informativo (Truxton).*

*Baixei um calculadora científica, que me ajudou em alguns momentos (Keren Hapuque).*

A partir dos comentários, observa-se que os dispositivos foram utilizados pelos alunos como uma forma de complemento e auxílio nos estudos pessoais.

Quando questionados se já haviam estudado a resolução algébrica de sistemas lineares, todos afirmaram ter estudado a resolução de sistemas lineares  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$ . Foi, também, perguntado se eles já haviam estudado a interpretação geométrica desses sistemas e todos responderam não ter estudado. O questionário e a atividade de sondagem, analisada a seguir, tiveram como objetivo investigar os instrumentos conceituais (signos) que os alunos (sujeitos) tinham.

Após terem respondido o Questionário Inicial-2, os alunos resolveram a Atividade de Sondagem-2. No primeiro item da primeira questão da Atividade de Sondagem-2, que solicitava a resolução algébrica de um sistema linear  $2 \times 2$ , cinco alunos acertaram e um iniciou a resolução e não terminou (Truxton). O segundo item dessa questão, também, continha um sistema linear  $2 \times 2$ . Nesse item, cinco alunos conseguiram resolver e um errou os cálculos (Katniss). Esses dados estão coerentes com as respostas dadas no Questionário Inicial-2, visto que os alunos disseram ter estudado apenas a resolução algébrica de sistema lineares. No último item, os alunos apresentaram dificuldades na resolução do sistema que era  $3 \times 3$ . Dos seis alunos, apenas dois (Norgad e Rubellu Sidus) acertaram, três erraram e um não tentou fazer. A figura 12 apresenta a resposta incorreta do item c da primeira questão de um aluno (Truxton).

Figura 12 - Resposta do item c da primeira questão

The image shows a student's handwritten solution for a system of three linear equations (item c). The student uses the elimination method (SPD) to solve for the variables.

$$\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-y+z=3 \\ x+y+z=6 \end{cases}$$

SPD

$$\begin{cases} 2x-y+z=3 \\ x+y+z=6 \cdot (-2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-y+z=3 \\ -2x-2y-2z=-12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y+z=3 \\ -2x-2y-2z=-12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y+z=3 \\ -2y-2z=-12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y+z=3 \\ -2y-2z=-12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y+z=3 \cdot (+2) \\ -2y-2z=-12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y+z=3 \\ -2y-2z=-12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y+z=3 \\ -4z=-18 \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y+z=3 \\ -4z=-18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y+z=3 \\ 4z=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y+z=3 \\ 4z=18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y+z=3 \\ z=\frac{18}{4}=\frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y+z=3 \\ z=\frac{9}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y+\frac{9}{2}=3 \\ -y=\frac{3}{2}-\frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y+\frac{9}{2}=3 \\ -y=-\frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y+\frac{9}{2}=3 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y+\frac{9}{2}=3 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=6 \\ x+\frac{3}{2}+\frac{9}{2}=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+\frac{3}{2}+\frac{9}{2}=6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=6 \\ x+6=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+6=6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=6 \\ x=0 \end{cases}$$

Fonte: Elaboração própria.

O erro cometido pelo aluno foi ao tentar escalonar o sistema linear  $3 \times 3$ . Observa-se que o aluno sabe que, pelo método escalonamento, o objetivo é eliminar inicialmente a incógnita  $x$  da segunda e da terceira equação e, a seguir, eliminar a incógnita  $y$  da terceira equação para encontrar a solução do sistema, mas cometeu erro desde a primeira tentativa de eliminação.

A tabela 3 apresenta, de forma resumida, os dados sobre o desempenho dos alunos na primeira questão.

Tabela 3 – Desempenho dos alunos na primeira questão da Atividade de Sondagem-2

Itens	Quantidade de alunos que acertaram	Quantidade de alunos que erraram	Quantidade de alunos que iniciou e não terminou	Quantidade de alunos que não tentou fazer
a	5	0	1	0
b	5	1	0	0
c	2	3	0	1

Fonte: Elaboração própria.

Na segunda questão, três alunos relacionaram corretamente os itens a e b. Já o item c foi acertado por todos os alunos. A figura 13 mostra a resolução correta de um aluno (Nogard). No entanto, observa-se que foi utilizada a resolução algébrica do sistema e não análise de coeficientes. Outro aluno (Truxton) usou o mesmo procedimento. Para entender melhor o raciocínio adotado pelos alunos na resolução dessa questão, promoveu-se um questionamento, no segundo encontro, cujas respostas são discutidas na seção seguinte.

Figura 13 - Resposta da segunda questão de um aluno

2. Analisando as equações relacione, corretamente, as colunas sabendo que SPD significa Sistema Possível Determinado, SPI Sistema Possível Indeterminado e SI Sistema Impossível.

$$\begin{cases} 5x - 5y = 50 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$17x = 51$$

$$x = \frac{51}{17} = 3$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$6 + 5y = 1$$

$$5y = -5$$

$$\boxed{y = -1}$$

a)  $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$  (a) SPD

b)  $\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 4y - 6z = 8 \\ 3x + 6y - 9z = 12 \end{cases}$  (c) SI

c)  $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$  (b) SPI

Fonte: Elaboração própria.

A tabela 4 apresenta, de forma resumida, o desempenho dos alunos na segunda questão.

Tabela 4 – Desempenho dos alunos na segunda questão da Atividade de Sondagem-2

Itens	Quantidade de alunos que acertaram	Quantidade de alunos que erraram
a	3	3
b	3	3
c	6	0

Fonte: Elaboração própria.

Na terceira questão, por meio das respostas das atividades, foi verificado que dos seis alunos, cinco não sabiam interpretar geometricamente sistemas lineares, visto que não marcaram nenhum dos itens apresentados e o único que assinalou, errou.

Já na quarta questão, cinco alunos, também, não conseguiram fazer e um acertou. Após analisar as respostas dos alunos, as professoras em formação questionaram o motivo de não assinalarem os itens propostos nas questões três e quatro da atividade de sondagem. Os alunos responderam, simplesmente, que não sabiam fazer. Estes dados estão coerentes com as pesquisas analisadas, os quais mostram que o estudo da interpretação geométrica ainda é um tema pouco abordado no Ensino Médio.

As respostas da atividade de sondagem permitiram um melhor direcionamento para o desenvolvimento da sequência didática, visto que possibilitou verificar o nível de conhecimento dos alunos em relação ao conteúdo “sistemas lineares”. Após serem feitas as análises desta atividade, foi constatado o que já era previsto pelas autoras: os alunos estudaram a resolução algébrica de sistemas lineares, mas não haviam estudado a interpretação geométrica de sistemas lineares  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$  e as condições algébricas. Os dados iniciais permitiram conhecer melhor a comunidade do sistema de atividade. As dificuldades encontradas na questão 3 e 4 (dificuldades conceituais) possibilitaram um melhor direcionamento das ações.

### **3.2.2 Relato e análises das ações do segundo encontro**

O segundo encontro foi realizado no dia 11 de agosto de 2014, com carga horária total de três horas/aula. Este foi iniciado com comentários sobre erros e acertos das questões que compunham a atividade de sondagem. Sforni (2004) defende que ensino de conceitos, segundo a TA, deve ser intencionalmente, organizado para desenvolver ações e operações mentais qualitativamente superiores.

Com relação à questão 2 (Atividade de Sondagem), foi questionado como haviam relacionado as colunas. De maneira geral, os alunos afirmaram que, quanto ao Sistema Impossível ( $2 \times 2$ ), fizeram contas mentalmente e chegaram à resposta  $0 = 7$ . Em seguida, resolveram o Sistema Possível e Determinado algebricamente ( $2 \times 2$ ) e, conseqüentemente, o sistema restante ( $3 \times 3$ ) seria Possível Indeterminado. Os alunos mencionaram que haviam estudado, mas não se lembravam dos métodos de resolução de sistemas do tipo  $3 \times 3$ .

A seguir, foi proposta a primeira atividade envolvendo a utilização dos aplicativos. Para tanto, inicialmente, foi indagado aos alunos o que cada equação de um sistema linear com duas equações e duas incógnitas representa graficamente. Alguns responderam que representava um ponto. Observou-se que esta resposta foi dada, considerando a solução do sistema e não cada equação, como questionado. Depois de alguns questionamentos, relacionando as equações do sistema com a função afim, os alunos responderam que representa uma reta. Além disso, foi perguntado sobre o que representa a solução de um sistema linear possível e determinado, com duas equações e duas incógnitas. Após alguns debates, chegaram à conclusão de que representa um ponto e que esse ponto é o de interseção entre as duas retas.

Foi questionado, também, quais são as possíveis posições relativas de duas retas no plano. Alguns responderam paralelas e as demais posições foram lembradas junto com as professoras em formação. Afirmaram, também, de forma equivocada, que a classificação de um sistema que tem como representação duas retas paralelas é Sistema Possível e Indeterminado. Sendo assim, as professoras em formação fizeram alguns questionamentos: Há pontos de interseção entre duas retas paralelas? E nas retas coincidentes? A partir daí, os alunos sinalizaram ter compreendido a classificação de um sistema que tem como representação geométrica duas retas.

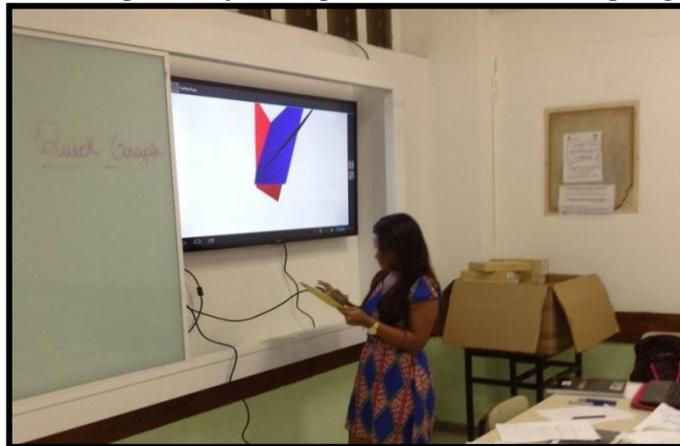
No sistema  $3 \times 3$ , como já destacado na atividade de sondagem, os alunos apresentaram mais dificuldade. Quando questionados sobre a representação geométrica de cada equação desse tipo de sistema linear, ficaram em silêncio e não conseguiram identificar o que representa cada equação. Foi, então, explicado para os alunos que representa um plano e que são oito as posições relativas de três planos no espaço.

Para finalizar a explanação dos requisitos necessários para resolução da primeira atividade, foram apresentadas de forma dialogada, em *slides*, as posições relativas de duas retas no plano e as oito posições relativas de três planos no espaço. A partir das visualizações nos *slides*, os alunos conseguiram classificar os sistemas.

Destaca-se, aqui, o papel das professoras em formação como elemento mediador da relação dos alunos com o objeto de conhecimento, organizando o processo e orientando o aluno a agir conscientemente. Segundo Moura et al. (2010), ao professor cabe organizar ações que permitam ao aluno sentir necessidade dos conceitos, fazendo coincidir os motivos da atividade com o objeto de estudo. Ressalta-se, também, o papel dos alunos como elementos do processo de aprendizagem. Segundo as concepções da TA, os alunos são sujeitos ativos que devem realizar ações e operações direcionadas aos seus objetivos.

Para começar a resolução das atividades com os aplicativos, estes foram apresentados aos alunos (Figura 14). Destacaram-se algumas particularidades de cada um, a saber, digitar a equação, apagar a mesma, plotar os gráficos, capturar a tela, entre outras. Esses aplicativos foram apresentados por meio de uma TV e um *tablet* conectado. Cada aluno possuía um *tablet* em mãos e, a partir disso, era explicado, com auxílio da imagem na TV, o manuseio dos aplicativos. A TV foi utilizada como um facilitador no acompanhamento da apresentação dos aplicativos. Os recursos utilizados exercem um papel fundamental na execução da atividade, intermediando a relação entre o sujeito e o objeto de conhecimento.

Figura 14 - Apresentação do aplicativo TriPlot 3D Graphing Free



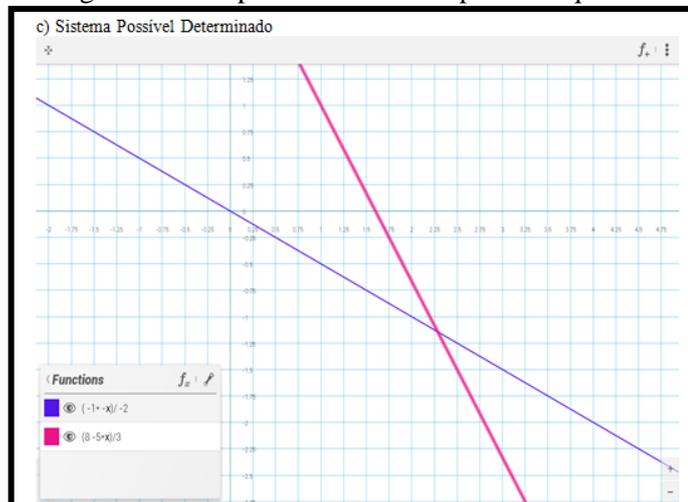
Fonte: Elaboração própria.

Os alunos resolveram as atividades propostas com facilidade. Conseguiram plotar e classificar um sistema a partir da visualização geométrica proporcionada pelos aplicativos. As respostas das atividades foram enviadas, por e-mail, para as professoras em formação.

No arquivo da aluna Pastora T. G., só foi possível visualizar as respostas dos itens a e b da primeira questão. Esses itens foram respondidos corretamente, nada se pode aferir sobre as respostas do item c da primeira questão e dos itens da segunda questão.

A partir da análise das respostas, diagnosticou-se que nos itens a, b e c da primeira questão, cinco alunos (Katniss, Keren Hapuque, Rubellu Sidus, Nogard e Truxton) plotaram e classificaram corretamente os sistemas  $2 \times 2$ . A figura 15 apresenta a resposta correta do item c da primeira questão do aluno (Rubellu Sidus), o gráfico plotado no aplicativo xGraphing com as duas equações na tela do aplicativo e a classificação do sistema.

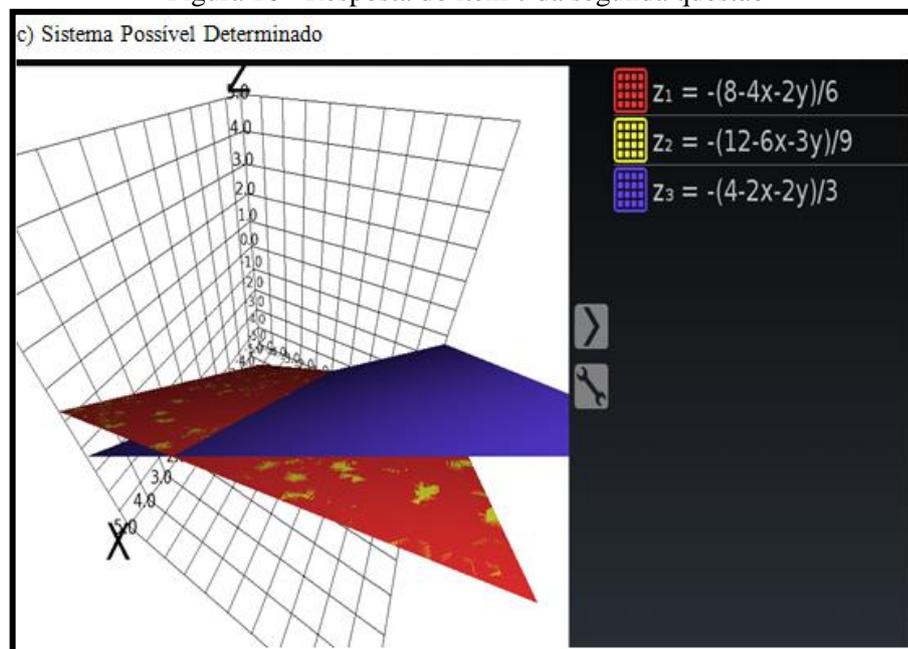
Figura 15 - Resposta do item c da primeira questão



Fonte: Elaboração própria.

Na segunda questão, que solicita a representação gráfica e a classificação de sistemas lineares do tipo  $3 \times 3$ , os alunos, de maneira geral, alcançaram o objetivo proposto, porém alguns itens foram resolvidos incorretamente (Tabela 5). A figura 16 mostra a resposta incorreta do item c de um aluno (Truxton). O aluno plotou corretamente o gráfico, mas classificou incorretamente o sistema linear. Atribui-se o erro cometido à posição que o aluno deixou o gráfico na tela do *tablet*. O aluno poderia visualizar em diferentes posições, até encontrar uma melhor visualização.

Figura 16 - Resposta do item c da segunda questão



Fonte: Elaboração própria.

Na tabela 5, é apresentada a quantidade de alunos que acertou a plotagem dos gráficos e as classificações dos itens da segunda questão. No item a, uma aluna não plotou corretamente o gráfico, pois a mesma digitou incorretamente as equações no aplicativo TriPlot 3D Graphing Free. No item c, dois alunos Truxton e Rubellu Sidus classificaram incorretamente o sistema, mas plotaram corretamente. Não foi possível identificar a causa desse erro. E no item f dois alunos digitaram incorretamente as equações, logo erraram tanto a plotagem, quanto à classificação. E o terceiro aluno que errou a classificação plotou corretamente o gráfico, mas classificou incorretamente o sistema.

Na tabela 5, são considerados apenas cinco alunos, uma vez que o arquivo da aluna Pastora T. G. estava com problema e não permitiu analisar os acertos dessa aluna na segunda questão.

Tabela 5 - Quantidade de acertos da segunda questão

Itens da Questão 2	Gráficos	Classificação
a	4	4
b	5	5
c	5	3
d	5	5
e	5	5
f	3	2
g	5	5
h	5	5

Fonte: Elaboração própria.

Os dados apresentados no Quadro 4 sinalizam um alto índice de acertos o que mostra que os alunos compreenderam como classificar um sistema a partir da visualização geométrica (primeira e segunda questões).

Quadro 4 - Resumo de desempenho de cada aluno em toda atividade da segunda parte da sequência

Alunos	Desempenho
Keren Hapuque	Gabariou
Katniss	Errou o item a da segunda questão.
Nogard	Errou o item f da segunda questão.
Truxton	Errou o item c e f da segunda questão.
Rubellu Sidus	Errou o item c e f da segunda questão.
Pastora T. G.	Acertou os itens a e b da primeira questão. O item c da primeira questão e a segunda questão não puderam ser analisados.

Fonte: Elaboração própria.

Observou-se que a utilização dos aplicativos nos *tablets* foi essencial, pois proporcionou uma excelente visualização além de os gráficos poderem ser manipulados, rotacionados e ampliados por diferentes posições por meio do toque na tela. Além disso, vale ressaltar a facilidade que os jovens têm ao lidar com as TD, como citado por Batista (2011) e, também, o entusiasmo e concentração no uso dos aplicativos nos *tablets*. Os mesmos não

apresentaram dificuldades ao manusear os aplicativos. Destaca-se a importância dos instrumentos (recursos) utilizados como papel mediadores no processo de aprendizagem.

Assim como os trabalhos relacionados mencionados no capítulo 1, na seção 1.3, sobre tecnologias digitais no estudo de sistemas lineares, a visualização possibilitada pelas TD foi muito importante para o alcance do objetivo das atividades propostas. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 53):

A visualização envolve um esquema mental que representa a informação visual ou espacial. É um processo de formação de imagens que torna possível a entrada em cena das representações dos objetos matemáticos para que possamos pensar matematicamente. Ela oferece meios para que conexões entre representações possam acontecer. Assim, a visualização é protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem de Matemática (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 53).

Dessa forma, destaca-se a importância que o instrumento mediador, *tablet*, teve na pesquisa realizada. O mesmo trouxe uma experiência diferente de forma dinâmica e descontraída.

### **3.2.3 Relato e análise das ações do terceiro encontro**

Este encontro foi realizado no dia 18 de agosto de 2014 com duração de três horas/aula. Para compreenderem as condições algébricas de sistemas lineares, iniciou-se a aula com a discussão das respostas da atividade da segunda parte da sequência didática. Para tanto, os arquivos enviados para a correção foram impressos e entregues aos alunos, com a finalidade de auxiliar na compreensão deste tópico. Em seguida, os alunos e as professoras em formação analisaram os gráficos plotados e os respectivos sistemas. Finalizando, conjecturaram as condições algébricas que estavam na apostila de atividades, por meio de questionamentos orais que orientavam a análise dos coeficientes e dos gráficos plotados.

Buscou-se, assim, incentivar a troca de ideias. Segundo as concepções da TA, o sujeito é coletivo, ainda que visto individualmente, pois é parte de uma comunidade e influenciado por ela.

Por meio da observação, foi possível constatar que assim como no teste exploratório com as licenciandas, os alunos conseguiram observar a relação existente entre os coeficientes de cada sistema e isso facilitou a compreensão das condições algébricas. Essa parte foi feita a

partir da análise das respostas das atividades que foram impressas pelas professoras em formação e entregues aos alunos. O objetivo era conjecturar a relação entre os coeficientes das equações e a classificação dos sistemas.

A seguir, foi realizada a atividade da terceira parte da sequência didática. Para tanto, foi proposto, como regra, que os alunos formassem duplas. Porém, como na análise de dados, só foram consideradas as atividades dos alunos que participaram de todos os encontros, as atividades de dois alunos foram analisadas individualmente<sup>9</sup>. Em um sistema de atividade, as regras visam a regular as ações e as interações, podendo ser explícitas ou implícitas (ENGESTRÖM, 1987). As regras são entendidas como um dos mediadores sociais da atividade (juntamente com a comunidade e com a divisão do trabalho). A divisão de trabalho e o desempenho de cada participante na execução de suas tarefas agem diretamente no sistema, mediando a relação sujeito-objeto de conhecimento. Assim, a atuação do aluno é fundamental para sua aprendizagem e, nesse sentido, os colegas também têm um papel importante, assim como o professor, daí a opção por realizar as atividades em dupla.

Nessa atividade (Figura 17), o índice de acertos foi alto. A tabela 6 apresenta a quantidade de acertos de cada questão. Em cada coluna é apresentada a quantidade de alunos que conseguiu montar os sistemas, plotar os gráficos e classificar os sistemas, corretamente.

---

<sup>9</sup> Dupla 1- Pastora T. G. e Katniss; dupla 2- Norgad e Truxton; Keren Hapuque e Rubellu Sidus.

Figura 17 - Atividade da terceira parte da sequência didática



**INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
FLUMINENSE**

Secretaria de  
Educação Profissional  
e Tecnológica

Ministério da  
Educação

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_/\_\_/\_\_

**ATIVIDADE - INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMAS LINEARES**

Em cada item:

- Apresente um sistema linear atendendo às condições dadas (para os sistemas de 2 equações e 2 incógnitas considerando a primeira equação  $2x + y = 3$  e para os sistemas de 3 equações e 3 incógnitas a equação  $3x + 2y - z = 1$ );
- Apresente, utilizando os aplicativos *xGraphing*, para os sistemas de 2 equações e 2 incógnitas e *TriPlot 3D Graphing Free* para os sistemas de 3 equações e 3 incógnitas a representação gráfica do sistema elaborado;
- Classifique o sistema em possível e determinado (SPD), possível e indeterminado (SPI) ou impossível (SI);
- Apresente a resolução do sistema e o conjunto-solução.
  - a) um sistema linear de 2 equações e 2 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de duas retas paralelas;
  - b) um sistema linear de 2 equações e 2 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de duas retas coincidentes;
  - c) um sistema linear de 2 equações e 2 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de duas retas concorrentes;
  - d) um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 3 planos paralelos entre si;

Fonte: Elaboração própria.

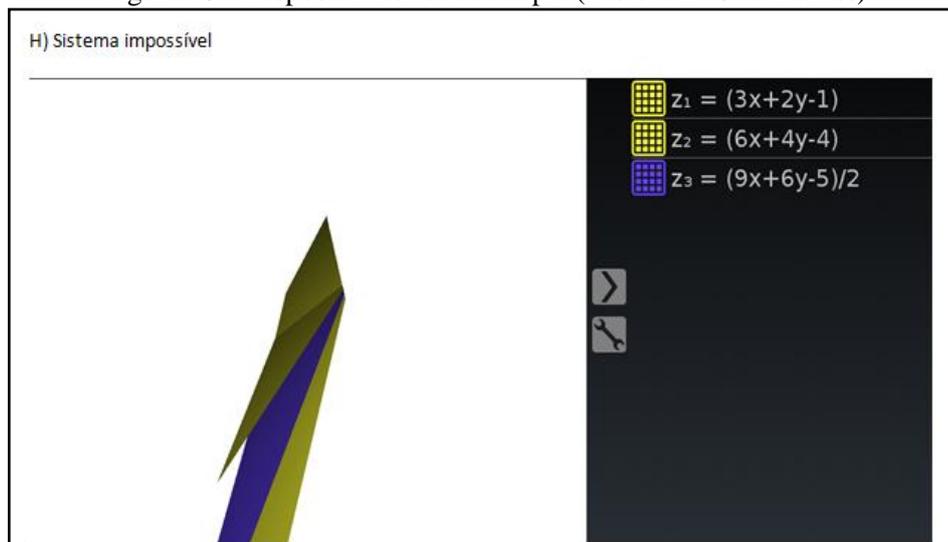
Tabela 6 - Quantidade de acertos da atividade da segunda parte da sequência

Itens	Escrita dos Sistemas	Plotagem dos Gráficos	Classificações dos Sistemas
a	4	4	4
b	4	4	4
c	4	4	3
d	4	4	4
e	4	4	4
f	4	4	4
g	4	4	4
h	4	4	2
i	4	4	4
j	2	2	2
k	2	2	2

Fonte: Elaboração própria.

A dupla Norgad e Truxton e o aluno Rubellu Sidus gabaritaram esta atividade. Os erros cometidos pela dupla Pastora T. G. e Katniss (Figura 18) e pela aluna Keren Hapuque foram irrelevantes, pois se observou que os mesmos foram cometidos por falta de atenção. No item h, por exemplo, essa dupla montou o sistema linear e plotou corretamente, mas classificou incorretamente.

Figura 18 - Resposta incorreta da dupla (Pastora T. G. e Katniss)

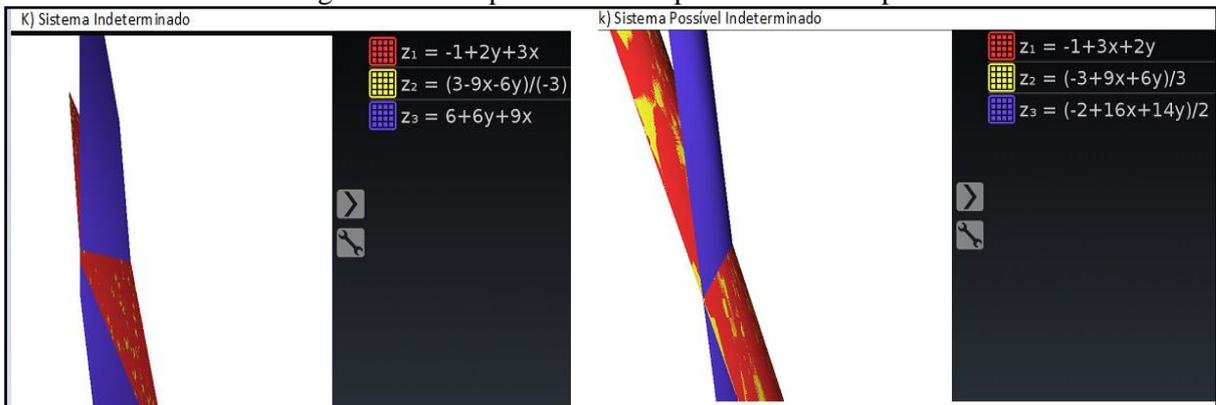


Fonte: Elaboração própria.

A análise das respostas dessa atividade possibilita afirmar que, de maneira geral, os alunos alcançaram o objetivo esperado, conseguiram construir sistemas atendendo às condições geométricas estabelecidas e classificá-los corretamente. Sendo assim, pode-se afirmar que compreenderam as condições algébricas.

Ressalta-se, ainda, que essa atividade não é padronizada, cada aluno cria o seu sistema, o que possibilita explorar um número maior de sistemas que atendam às condições dadas (Figura 19).

Figura 19 - Comparativo das respostas de duas duplas



Fonte: Elaboração própria

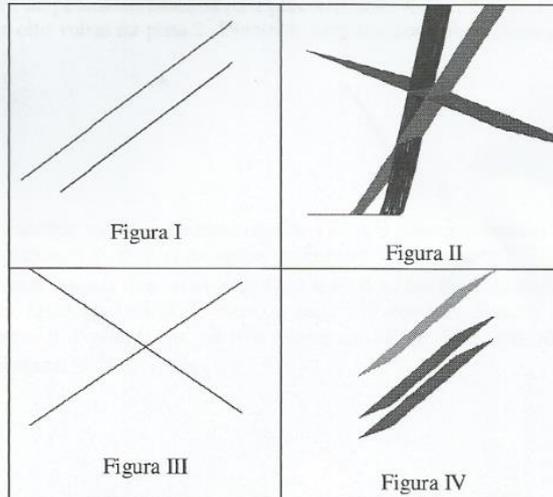
Com as atividades propostas, visou-se a criar necessidades cognitivas e levar o aluno a agir, conscientemente, em busca de soluções, como defendido pela TA.

### 3.2.4 Relato e análise das ações do quarto encontro

O último dia da experimentação da sequência didática foi 25 de agosto de 2014, com duração de uma hora/aula. Nesse encontro, as professoras em formação comentaram as respostas das atividades realizadas no terceiro encontro. A seguir, os alunos responderam ao Questionário Final-2 e, dando continuidade, responderam a três questões de vestibulares envolvendo o assunto abordado durante os encontros. Como afirma Núñez (2009), não é suficiente conhecer a definição de um conceito, este deve ser utilizado para resolver diferentes situações práticas e teóricas que envolvam o mesmo. O objetivo da proposta dessas questões foi verificar se os alunos haviam compreendido o conteúdo abordado, de forma a utilizá-lo em outros contextos. As respostas sinalizaram que o objetivo foi alcançado. Por exemplo, os alunos Rubellu Sidus, Norgad e Keren Hapuque gabaritaram as questões. Já as alunas Katniss e Pastora T. G. acertaram as duas primeiras e erraram apenas a última questão (Figura 20). E o aluno Truxton errou a primeira (Figura 21), mas acertou as duas últimas. Como as questões eram de marcar e os alunos não deixaram nenhum registro e, além disso, não houve tempo de discutir as respostas e, portanto, nada pode ser inferido sobre as mesmas.

Figura 20 - Resposta incorreta de uma aluna da terceira questão

3. (IFFluminense 2011) Uma equação linear nas incógnitas  $x$  e  $y$  é representada no plano cartesiano por uma reta. Uma equação linear nas incógnitas  $x$ ,  $y$  e  $z$  é representada graficamente no espaço tridimensional por um plano. A seguir estão representações gráficas de um sistema de equações lineares  $S$ .



Sobre as representações acima, a afirmação **correta** está no item

- a) A figura I representa um sistema  $S$  possível indeterminado.
- b) A figura II representa um sistema  $S$  com três soluções.
- c) A figura III representa um sistema  $S$  possível determinado.
- d) A figura IV representa um sistema  $S$  de duas incógnitas com três equações.
- e) As figuras II e IV podem ser representações de um mesmo sistema.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 21 - Resposta incorreta de um aluno da primeira questão

1. (Ufrgs 2013) O sistema de equações

$$\begin{cases} 5x + 4y + 2 = 0 \\ 3x - 4y - 18 = 0 \end{cases}$$

possui

- a) nenhuma solução.
- b) uma solução.
- c) duas soluções.
- d) três soluções.
- e) infinitas soluções.

Fonte: Elaboração própria.

No último encontro, os alunos, também, responderam ao Questionário Final-2. Inicialmente, avaliaram o aplicativo xGraphing. Os dados da tabela 7 apresentam avaliações bem positivas no que se refere à visualização, ao manuseio e à utilização (Tabela 7).

Tabela 7 - Avaliação do aplicativo xGraphing - sistemas 2x2

Opções Afirmativas	CP	C	NC ND	D	DP
A visualização dos gráficos foi satisfatória.	4	1	1	0	0
Utilizar o plotador gráfico foi fácil.	4	1	1	0	0
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização da atividade promovida.	4	1	1	0	0

Fonte: Elaboração própria.

Os dados da tabela 7 mostram que, na percepção dos alunos, foi satisfatória a utilização do aplicativo na resolução da atividade. Segundo Baldin (2002), a utilização dos recursos tecnológicos no estudo da Matemática é motivada por algumas facilidades que estes podem trazer, dentre eles: capacidade computacional, visualização gráfica, descoberta e confirmação de propriedades, possibilidades de executar experimentos com coleta de dados e modelagem de problemas, especulações, entre outras.

Seguem alguns comentários dos alunos quanto à utilização do aplicativo xGraphing.

*No xGraphing, a visualização e o uso foram extremamente fáceis e contribuiu muito para o entendimento e entrega dos exercícios (Nogard).*

*O aplicativo é bem legal, muito interativo e totalmente educativo. Ajudou bastante (Keren Hapuque).*

*O programa é fácil de usar e de interpretar resultados (Truxton).*

Os alunos consideraram a visualização deste aplicativo e o uso pedagógico como facilitador para o entendimento de estudo de sistemas lineares. A consideração feita pelos alunos ratifica as características que Barcelos e Batista (2013) atribuíram ao aplicativo. As autoras concluíram que o aplicativo xGraphing possui a interface atraente, além de proporcionar excelente visualização de gráficos. Estes aspectos do xGraphing contribuem para facilitar o entendimento do conteúdo.

A tabela 8 apresenta as avaliações que os alunos fizeram do aplicativo Triplot 3D Graphing Free.

Tabela 8 - Avaliação do aplicativo TriPlot 3D Graphing Free - sistemas 3x3

<b>Opções Afirmativas</b>	<b>CP</b>	<b>C</b>	<b>NC ND</b>	<b>D</b>	<b>DP</b>
A visualização dos gráficos foi satisfatória.	3	1	2	0	0
Utilizar o plotador gráfico foi fácil.	3	1	2	0	0
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização da atividade promovida.	4	1	1	0	0

Fonte: Elaboração própria.

A maioria (quatro) considerou que utilizar o aplicativo foi fácil, contribuiu para a visualização dos gráficos e para a realização da atividade. Destaca-se um comentário feito por um aluno:

*O TriPlot 3D Graphing Free ajudou muito no entendimento e na visualização, além de apontar os erros, o que contribuiu para o pleno entendimento(Nogard).*

Os alunos, também, avaliaram a atividade quanto à explicação do conteúdo, ao material impresso, à utilização dos dois aplicativos e à sequência didática de maneira geral (Tabela 9).

Tabela 9 – Avaliação da sequência didática

<b>Opções Afirmativas</b>	<b>CP</b>	<b>C</b>	<b>NC ND</b>	<b>D</b>	<b>DP</b>
A explicação do conteúdo foi clara e adequada.	4	2	0	0	0
O material impresso contribuiu para a compreensão do conteúdo.	4	1	1	0	0
Utilizar os aplicativos, de maneira geral, contribuiu para o estudo de interpretação geométrica de sistemas lineares.	4	1	1	0	0
De maneira geral você considerou positivas as atividades promovidas.	4	2	0	0	0

Fonte: Elaboração própria.

Analisando a referida tabela, é possível observar que, na visão dos alunos, os aplicativos tiveram grande contribuição para o estudo do referido tema e as atividades foram consideradas adequadas aos seus objetivos. A avaliação feita pelos alunos mostra que a sequência didática foi elaborada de forma organizada para alcançar o objetivo da pesquisa, conforme a definição apresentada por Zabala (1998).

Os alunos responderam, também, o questionamento sobre a sequência didática quanto às atividades promovidas, ao tempo destinado às ações, aos recursos utilizados e à metodologia adotada. Nesses itens, a sequência teve uma boa avaliação, visto que cinco alunos consideraram ótima a sequência e uma aluna achou boa. Destacam-se, a seguir, os comentários de quatro alunos:

*Os recursos utilizados foram muito interessantes e logo foram chamando atenção e despertando a vontade de conhecer o modo de aprendizado (Nogard).*

*Foi proveitoso, pela forma dada ser prática e proveitosa para o vestibular (Pastora T. G.).*

*Foi uma experiência super interessante. Aprendi bastante! (Keren Hapuque).*

*A maneira de como as atividades foram apresentadas de maneira esclarecedora ajudou na compreensão (Truxton).*

Os comentários feitos pelos alunos sinalizam que os mesmos consideraram a sequência didática coerente, além de considerar que os recursos utilizados despertou neles o interesse pelo assunto abordado.

Quando questionados sobre o uso dos *tablets* como bons recursos pedagógicos, todos afirmaram ser um bom recurso. Destacam-se os comentários de quatro alunos:

*Os tablets já estão sendo utilizados para o entretenimento, logo o uso deles já é difundido e não há complicações de manuseá-los e quando utilizados para estudar provou-se ser uma proposta interessante e divertida (Nogard).*

*Foram bem úteis, pois facilitam o rápido acesso ao conteúdo (Rubellu Sidus).*

*Os dispositivos agilizaram a atividade e ajudaram na compreensão e visualização (Truxton).*

*A visualização da questão estudada é como uma concretização do que está sendo feito. No caso proposto, nos ajudou bastante (Keren Hapuque).*

Esses comentários sinalizam que os alunos consideraram que a utilização de aplicativos em *tablets* contribuiu para o estudo do tema. E, além disso, que a experiência foi diferente, interessante e divertida. De maneira geral, consideraram que os *tablets* auxiliam no processo de ensino e aprendizagem.

Os dados coletados por meio do Questionário Final-2 e das questões de vestibular sinalizaram que a utilização dos aplicativos em *tablets* proporcionou um ambiente de aprendizagem interessante, descontraído e que contribuiu para o estabelecimento de conjecturas.

Ao longo da experimentação, os alunos que compareceram a todos os encontros, mostraram-se muito interessados pela abordagem de conteúdos matemáticos trabalhados de uma forma diferenciada. De maneira geral, a análise dos dados indicou que o uso de aplicativos contribuiu de forma significativa para o estudo de interpretação geométrica de sistemas lineares. Além disso, a sequência didática foi considerada adequada e os recursos utilizados despertaram interesse pelo assunto abordado.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Encerrando-se este trabalho monográfico, realiza-se uma síntese dos principais aspectos abordados e retoma-se a resposta da questão de pesquisa. Além disso, são relatadas contribuições, dificuldades encontradas e formas de continuidade do trabalho desenvolvido.

A capacidade da TA em ver a ferramenta como um processo de mediação entre o sujeito e o objeto de conhecimento foi uma das razões pelas quais a pesquisa utilizou essa teoria. Além disso, pesou também, a habilidade da mesma em dar conta do processo de interação entre o sujeito e os demais componentes do contexto em que está inserido.

Destaca-se que a realização do teste exploratório foi muito importante. Por meio deste, foi possível fazer algumas alterações na sequência didática e no Questionário Final-1 para melhorias na experimentação destes com os alunos do Ensino Médio. As atitudes dos participantes, os questionamentos e as respostas dos questionários indicaram que a sequência didática estava coerente com os objetivos propostos. Além disso, o teste exploratório permitiu que as professoras em formação redimensionassem melhor o tempo da experimentação e, também, analisassem as estratégias utilizadas.

O estudo de caso realizado com alunos do Ensino Médio foi bastante significativo, haja vista que se constatou, por meio da observação e das respostas das atividades, que houve melhoria no desempenho dos alunos. Além disso, o interesse dos mesmos na relação teórico-prática do tema mediante recurso diferenciado foi motivador no momento da relação ensino e aprendizagem por parte dos participantes. Destaca-se, ainda, o comprometimento e a participação efetiva dos alunos na realização das atividades propostas.

Ao comparar o desempenho das licenciandas com o dos alunos do Ensino Médio, ressalta-se que os dois grupos demonstraram encantamento ao manusear os aplicativos nos *tablets*. Porém, os alunos do Ensino Médio apresentaram mais facilidade e curiosidade ao lidar com essas tecnologias. É nítida a motivação que esses recursos proporcionam.

A partir das respostas das atividades e do ótimo desempenho dos alunos na resolução das atividades, é possível responder à questão de pesquisa proposta: O uso de aplicativos contribuiu, de forma significativa, para o estudo de interpretação geométrica de sistemas lineares, com alunos do Ensino Médio? O uso de aplicativos contribuiu de forma significativa, para o estudo de interpretação geométrica de sistemas lineares. Os resultados apresentados pelos alunos apontaram que os *tablets* proporcionaram uma excelente visualização além de os gráficos poderem ser manipulados, rotacionados e ampliados por

diferentes posições, facilitando o estudo do tema abordado. Ressalta-se que, por ser um estudo de caso, as considerações apresentadas pelas autoras são referentes ao grupo trabalhado.

O uso de *tablets* em sala de aula poupa os alunos de se deslocarem para um laboratório de informática no qual muitas das vezes não se tem um computador por aluno. Nessa pesquisa havia 50 *tablets* disponíveis para a aplicação da sequência didática. Além disso, trabalhar com recurso diferente é um grande diferencial para os alunos. Ratifica-se isso pelo comentário de um aluno que diz que são recursos utilizados para o entretenimento e quando utilizados para o estudo provou ser uma proposta interessante e divertida. Outro aspecto a ser destacado é a possibilidade dos alunos utilizarem os aplicativos em *smartphone* com sistema android, ou outros aplicativos plotadores de gráficos, de acordo com o sistema operacional.

Não foram encontradas grandes dificuldades na realização dessa pesquisa. Destaca-se a questão da oscilação da frequência dos participantes, que resultou em apenas seis presentes em todos os encontros. Considera-se que a ausência de alguns participantes tenha sido pelo fato de a turma não ter um professor regente que valorizasse a participação nas atividades propostas.

Além da importância para o estudo do tema em si, considera-se que a experimentação e análise de ferramentas pedagógicas por licenciandas, participantes do teste exploratório, foi de fundamental importância, pois essa visão crítica será muito relevante na prática profissional das mesmas.

Cabe ressaltar que a experimentação da sequência didática foi de grande valia para as professoras em formação, autoras deste trabalho monográfico, visto que possibilitou às mesmas a analisar a prática docente e reorientá-las para lidar com os alunos do Ensino Médio. A pesquisa proporcionou, também, aprofundamento do estudo do uso pedagógico das TD, de sistemas lineares e da TA e, proporcionou a experiência de organizar e aplicar uma sequência didática com alunos. Além disso, destaca-se que o trabalho realizado contribuiu para o aperfeiçoamento das habilidades de pesquisa, leitura e de escrita.

Para dar continuidade a este trabalho sugere-se:

- experimentar a sequência didática com outros alunos do Ensino Médio;
- elaborar outra sequência didática que contemple o uso de aplicativos em *tablets* na construção de conhecimentos em Matemática do Ensino Médio.

Além das ações citadas, analisando todo o trabalho desenvolvido, surge uma questão que pode fundamentar outras pesquisas: “Os alunos do Ensino Médio, participantes do estudo

de caso, buscarão outros aplicativos para estudar temas matemáticos variados, a partir da experiência realizada?”

De modo geral, a sequência didática aplicada com o auxílio da tecnologia foi muito importante para o estudo do tema proposto. Os *tablets* permitiram explorar a visualização de retas e planos, o que possibilitou o estabelecimento de conjecturas e a construção de conhecimentos.

Destaca-se que nenhum recurso, tecnológico ou não, representa a solução para os problemas educacionais. Por outro lado, não tirar proveito das potencialidades das tecnologias digitais é tentar manter a educação formal fora do contexto atual.

## REFERÊNCIAS

ALVES, G. Um estudo sobre o desenvolvimento da visualização geométrica com o uso do computador. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO (SBIE), 18, 2007, São Paulo, SP. **Anais...** SBC, São Paulo, SP, 2007. p.1-10.

BALDIN, Y. Y. Utilizações Diferenciadas de Recursos Computacionais no Ensino de Matemática. In: CARVALHO, L. M.; GUIMARÃES, L. C. (Org.). **História e Tecnologia no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: IME: UERJ, p. 29-37, 2002.

BATISTA, S. C. F; BARCELOS, G. T. Uso de Aplicativos em *Tablets* no Estudo de Sistemas Lineares: percepção de licenciandos em Matemática. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL SOBRE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 18, 2013, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: PUC-RS, 2013. p.1-10.

BATISTA, S. C. F. **M-learnmat**: modelo pedagógico para atividades de m-learning em matemática. 2011. Tese (Doutorado em Informática na Educação) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

BATTAGLIOLI, C. S. M. **Sistemas lineares na segunda série do ensino médio**: um olhar sobre os livros didáticos. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica – PUC/SP, São Paulo, 2008.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R. da; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**: Ciências de natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

CARVALHO, R. L.; BARRETO, M. C. As Contribuições da Teoria da Atividade no Ensino de Funções com o uso do Laptop Educacional. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EBRAPEM), 16, 2012, Canoas. **Anais...** EBRAPEM, 2012.

CLARKE, B; SVANAES, S; ZIMMERMANN, S. **One-to-one Tablets in Secondary Schools**: an evaluation study. Stage 2: January – April 2013. Family Kids and Youth, 2013. Disponível em: <<http://www.tabletsforschools.co.uk/wp-content/uploads/2012/12/FKY-Tablets-for-Schools-Stage-2-Full-Report-July-2013.pdf>>. Acesso em: 11 nov. 2014.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CRISTOVÃO, V. L. L. Sequências Didáticas para o ensino de línguas. In: DIAS, R.; CRISTOVÃO, V. L. L. (Org.). **O Livro Didático de Língua Estrangeira**: múltiplas perspectivas. Campinas: Mercado de Letras, 2009. p. 305-344.

DAVÝDOV, V. V. **Tipos de Generalización en la Enseñanza**. Havana, Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DOMINGUES, N. S; HEITMANN, P. F; CHINELLATO, G. T. Tecnologias em sala de aula: explorando as possibilidades do *tablet* na educação. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PR, 2013, p. 1-6.

EDUCAUSE. **7 Things You Should Know about Mobile Apps for Learning**. 2010. Disponível em: <<http://net.educause.edu/ir/library/pdf/ELI7060.pdf>>. Acesso em: 11 nov. 2014.

ENGESTRÖM, Y. Expansive Learning at Work: toward an activity theoretical reconceptualization. **Journal of Education and Work**, Taylor & Francis Ltd, v. 14, n. 1, p. 133-156, 2001. doi: [10.1080/13639080020028747](https://doi.org/10.1080/13639080020028747).

ENGESTRÖM, Y. **Learning by Expanding**: an activity-theoretical approach to developmental research. Helsinki, Filand: Orienta-Konsultit Oy, 1987. Disponível em: <<http://lchc.ucsd.edu/mca/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm>>. Acesso em: 11 nov 2014.

FERREIRA, A. P. F. P; CALDAS, F. F. S. **Interpretação Geométrica de Sistemas Lineares com o Auxílio do Software Winplot**. 2009. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Campos dos Goytacazes, 2009.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GONCALVES, J. S; KARRER, M. Sistemas Lineares: proposta de uma entrada experimental desenvolvida em ambiente computacional. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC-PR, 2013. p. 1- 16.

JORDÃO, A. L. I; BIANCHINI, B. L. Um estudo sobre a resolução algébrica e gráfica de Sistemas Lineares  $3 \times 3$  no 2º ano do Ensino Médio: **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, SP, ano 4, n. 1, p. 5 – 17, out 2012.

JORDÃO, T. C. Formação de educadores: A formação do professor para a educação em um mundo digital. **Boletim Salto Para o Futuro**, Brasília, DF, ano 19, n. 19, p. 9 – 11, nov - dez 2009.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. A. **Construção do Saber**: Manual da metodologia da pesquisa em ciências humanas. Tradução de Heloísa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artmed, 1999.

LEFFA, V. J. Aprendizagem mediada por computador à luz da Teoria da Atividade. **Calidoscópico** (UNISINOS), São Leopoldo, v. 3, n.1, p. 21-30, 2005.

LEONT'EV, A. N. **Activity, Consciousness, and Personality**. Translated by Marie J. Hall. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 1978. Disponível em: <<http://www.marxists.org/archive/leontev/works/1978/index.htm>>. Acesso em: 11 nov. 2014.

LUTZ, M. R. **Uma sequência didática para o ensino de estatística a alunos do Ensino Médio na modalidade PROEJA**. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS/RS, Porto Alegre, 2012.

MORAN, J. M. **Tablets e netbooks na educação**, 2012. Disponível em: <[http://www.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias\\_eduacacao/tablets.pdf](http://www.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias_eduacacao/tablets.pdf)> Acesso em: 11 nov. 2014.

MOTA, J. F. **Um estudo de planos, cilindros e quádricas, explorando seções transversais, na perspectiva da habilidade de visualização, com o software Winplot**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Belo Horizonte, MG, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG), 2010.

MOURA, M. O de; ARAÚJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RIBEIRO, F. D. Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

NASCIMENTO, F. R. F. M. **O uso pedagógico do tablet educacional como ferramenta de aprendizagem dos alunos do 1º ano regular do Ensino Médio**, 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Fundamentos da Educação e Práticas Pedagógicas). Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2014.

NÚÑEZ, I. B. **Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília: Liber Livro, 2009.

PEREIRA, A. M. **Tecnologia x Educação**. 2011. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Docência no Ensino Superior). Universidade Candido Mendes. Rio de Janeiro: 2011.

PERES, M. A. F; OLIVEIRA, S. G. Teoria da atividade e desenvolvimento de games educacionais: implicações das comunidades de prática para a aprendizagem em contexto escolar. **Hipertextus Revista Digital** (UFPE), v. 10, p. 1-25, 2013.

PEZZI, R. **Análise da inclusão de tablets/tabuletas em programas educacionais e proposta para melhor aproveitamento dos recursos e maiores possibilidades criativas e pedagógicas**. 2013. Disponível em: < <http://curso.rea.ufg.br/rpezzi/analise-do-uso-de-tablets-em-programas-educacionais.pdf>> Acesso em: 21 nov. 2014.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, 25, p.105-132, 2006.

PRENSKY, M. **Nativos Digitais, Imigrantes Digitais**. 2001. Disponível em: <<http://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf>> Acesso em: 11 nov. 2014.

QUINN, C. N. **Mobile Learning: Landscape and Trends**. 2011. Disponível em: <<http://www.nassembly.org/Collaborations/PeerNetworks/documents/mobile2011report-f2.pdf>>. Acesso em: 30 nov. 2013.

REAL, L. M. C; TAVARES, M. N. R; PICETTI, J. S. Formação de Professores para o Uso Educacional de Tablets no Ensino Médio: possíveis mudanças na prática pedagógica. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 2, 2013, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: UFRGS-RS, 2013. p. 657-666.

SANTOS, A. C; MACÊDO, J. A. A utilização das tecnologias digitais na formação inicial de professores de matemática e física. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC-PR, 2013. p. 1-16.

SEABRA, C. **Tablets na sala de aula.** 2012. Disponível em: <<http://cseabra.wordpress.com/2012/04/22/tablets-na-sala-de-aula/>>. Acesso em: 11 nov 2014.

SOUZA, R. P; MOITA, F. M. C. S. C; CARVALHO, A. B. G. **Tecnologias digitais na educação**, 21 ed. Campo Grande: Eduepb, 2011.

SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem Conceitual e Organização do Ensino:** contribuições da Teoria da Atividade. Araraquara, SP: JM Editora, 2004.

VIGOTSKI, L. S. **A Formação Social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Tradução Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed 1998.

ZERAIK, S. M. Caminhar colaborativamente: um relato do uso da tecnologia na aula de matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC-PR, 2013. p. 1-10.

## **APÊNDICES**

## **APÊNDICE A - Livros Pesquisados**

- BEUCCHI, P. **Curso prático de MATEMÁTICA**, v. 2. São Paulo: Moderna, 1998.
- BEZERRA, M. J. **Matemática para o Ensino Médio**, volume único. 5. ed. 1. reimpressão. São Paulo: Scipione, 2001.
- BIANCHINI, E; PACCOLA, H. **Matemática**, v.2. 2. ed. São Paulo: Moderna, 1995.
- BIANCHINI, E; PACCOLA, H. **Matemática**, v. 2. São Paulo: Moderna, 2004.
- DANTE, L, R. **Matemática**, v. 2. São Paulo: Ática, 2005.
- DANTE, L. R. **Matemática**, volume único. São Paulo: Ática, 2005.
- DANTE, L, R. **Matemática**, volume único. São Paulo: Ática, 2009.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**, volume único. 3. ed. São Paulo: Ática, 2008.
- GOULART, M. C. **Matemática no Ensino Médio**, v. 2. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2004.
- IEZZI, G; DOLCE, O; DEGENSZAJN, D. M; PÉRIGO, R. **Matemática**, volume único. 6. reimpressão . São Paulo: Atual, 1997.
- IEZZI, G; DOLCE, O; DEGENSZAJN, D; PÉRIGO, R; ALMEIDA, N. **Matemática: ciência e aplicações**, v. 2. 2. ed. São Paulo: Atual, 2004.
- IEZZI, G; DOLCE, O; DEGENSZAJN, D; PÉRIGO, R; ALMEIDA, N. **Matemática: ciência e aplicações**, v. 2. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.
- NETTO, S. P; FILHO, S. O; CARVALHO, M. C. **Quanta Matemática – Ensino Médio**, v. 2. 3. ed. São Paulo: Saraiva, 2005.
- PAIVA, M. **Matemática**, v. 2. São Paulo: Moderna, 1995.
- PAIVA, M. **Matemática**, volume único. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2003.
- PAIVA, M. **Matemática**, v. 2. São Paulo: Moderna, 2004.
- PAIVA, M. **Matemática**, volume único. São Paulo: Moderna, 2005.
- RIBEIRO, J. **Matemática: ciência e linguagem**, v. 2. São Paulo: Scipione, 2008.
- SOUZA, M. H. S; SPINELLI, W. **Matemática**, v. 2. São Paulo: Scipione, 1996.
- YOUSSEF, N; FERNADEZ, V. P; SOARES. E. **Matemática**, volume único. São Paulo: Scipione, 2000.
- YOUSSEF, N; FERNADEZ, V. P; SOARES. E. **Matemática**, v. 2. 7. ed. São Paulo: Scipione, 2004.

**APÊNDICE B – Questionário Inicial-1**

Este questionário foi elaborado por Aline Rodrigues da Silva e Mayara Carlos Barbosa para o desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos-Centro), sob orientação das professoras Gilmara Barcelos (orientadora) e Silvia Batista (Coorientadora).

*As informações pessoais que você fornecer serão tratadas somente para fins de pesquisa e que seu nome, como sujeito da pesquisa, será mantido em sigilo.*

### Questionário

1- Identificação \_\_\_\_\_

2- Sexo

- Feminino  
 Masculino

3- Qual é a sua idade?

\_\_\_\_\_

4- Você possui smartphone com sistema Android?

- Sim  
 Não

4.1- Em caso afirmativo, qual é a versão do Android?

- Inferior a 2.2  
 Igual ou superior a 2.2

5- Você possui tablet com sistema Android?

- Sim  
 Não

5.1- Em caso afirmativo, qual é a versão do Android?

- Inferior a 2.2  
 Igual ou superior a 2.2

6- Você já utilizou pedagogicamente o smartphone?

- Sim  
 Não

6.1- Em caso afirmativo, com qual finalidade?

- Estudar para uma prova
- Realizar pesquisa
- Trabalho solicitado por um professor
- Outro:

7- Você já utilizou pedagogicamente o *tablet*?

- Sim
- Não

7.1- Em caso afirmativo, com qual finalidade?

- Estudar para uma prova
- Realizar pesquisa
- Trabalho solicitado por um professor
- Apoiar a resolução de exercícios/atividades
- Outro:

8- Caso tenha respondido sim na questão 6 ou 7, você considerou a experiência positiva?

- Sim
- Não

Comente: \_\_\_\_\_

9- Você já estudou interpretação geométrica de sistema lineares?

- Sim
- Não

9.1- Caso afirmativo, quais os tipos de sistemas foram estudados?

- somente 2x2
- somente 3x3
- 2x2 e 3x3

9.2- Caso afirmativo, no estudo de interpretação geométrica de sistemas lineares você utilizou:

- Software* em computador
- Papel quadriculado
- Material manipulável
- Aplicativos em celular
- Aplicativos em *tablet*

- Livro didático
- Outro:

**APÊNDICE C – Questionário Final-1**

Este questionário foi elaborado por Aline Rodrigues da Silva e Mayara Carlos Barbosa para o desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos-Centro), sob orientação das professoras Gilmara Barcelos (orientadora) e Silvia Batista (Coorientadora).

*As informações pessoais que você fornecer serão tratadas somente para fins de pesquisa e que seu nome, como sujeito da pesquisa, será mantido em sigilo.*

## Questionário Final

### 1- Identificação

---

2- Em relação à utilização do plotador gráfico xGraphing, para a atividade promovida, por favor, considere a escala abaixo e, em cada linha, assinale a coluna que julgar mais adequada.

\* Critério de avaliação - Escala: 5 - Concordo plenamente; 4 - Concordo; 3 - Não concordo nem discordo; 2 - Discordo; 1 - Discordo completamente.

	1	2	3	4	5
A visualização dos gráficos foi satisfatória.	<input type="radio"/>				
Utilizar o plotador gráfico foi fácil.	<input type="radio"/>				
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização da atividade promovida.	<input type="radio"/>				

3- O espaço abaixo é para comentários que você queira fazer sobre algo relacionado ao xGraphing.

---



---

4- Em relação à utilização do plotador gráfico TriPlot 3D GraphingFree, para a atividade promovida, por favor, considere a escala abaixo e, em cada linha, assinale a coluna que julgar mais adequada.

\* Critério de avaliação - Escala: 5 - Concordo plenamente; 4 - Concordo; 3 - Não concordo nem discordo; 2 - Discordo; 1 - Discordo completamente.

	1	2	3	4	5
A visualização dos gráficos foi satisfatória.	<input type="radio"/>				
Utilizar o plotador gráfico foi fácil.	<input type="radio"/>				
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização da atividade promovida.	<input type="radio"/>				

5- O espaço abaixo é para comentários que você queira fazer sobre algo relacionado ao TriPlot 3D GraphingFree.

---



---

6- Com relação à experimentação, considere a escala abaixo e, em cada linha, assinale com um x a coluna que julgar mais adequada.

\* Critério de avaliação - Escala: 5 - Concordo plenamente; 4 - Concordo; 3 - Não concordo nem discordo; 2 - Discordo; 1 - Discordo completamente.

	1	2	3	4	5
A explicação do conteúdo foi clara e adequada.	<input type="radio"/>				
O material impresso contribuiu para a compreensão do conteúdo.	<input type="radio"/>				
Utilizar os aplicativos, de maneira geral foi simples.	<input type="radio"/>				
De maneira geral você considerou positiva a atividade promovida com a utilização dos aplicativos propostos.	<input type="radio"/>				

7- Atualmente, o uso de dispositivos móveis na educação tem sido bastante pesquisado. Na atividade promovida, foram utilizados *tablets*. De maneira geral, você considera que esses dispositivos foram bons recursos pedagógicos?

- Sim
- Não

7.1- Comente \_\_\_\_\_

**APÊNDICE D – Questionário Inicial-2**

Este questionário foi elaborado por Aline Rodrigues da Silva e Mayara Carlos Barbosa para o desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática do IF Fluminense *Campus* Campos-Centro), sob orientação das professoras Gilmara Barcelos (orientadora) e Silvia Batista (Coorientadora).

*As informações pessoais que você fornecer serão tratadas somente para fins de pesquisa e que seu nome, como sujeito da pesquisa, será mantido em sigilo.*

### Questionário

1- Identificação \_\_\_\_\_

2- Sexo

- Feminino  
 Masculino

3- Qual é a sua idade? \_\_\_\_\_

4- Você possui smartphone com sistema Android?

- Sim  
 Não

4.1- Em caso afirmativo, qual é a versão do Android?

- Inferior a 2.2  
 Igual ou superior a 2.2

5- Você possui tablet com sistema Android?

- Sim  
 Não

5.1- Em caso afirmativo, qual é a versão do Android?

- Inferior a 2.2  
 Igual ou superior a 2.2

6- Você já utilizou pedagogicamente o smartphone?

- Sim  
 Não

6.1- Em caso afirmativo, com qual finalidade?

- Estudar para uma prova
- Realizar pesquisa
- Trabalho solicitado por um professor
- Outro:

7- Você já utilizou pedagogicamente o *tablet*?

- Sim
- Não

7.1- Em caso afirmativo, com qual finalidade?

- Estudar para uma prova
- Realizar pesquisa
- Trabalho solicitado por um professor
- Apoiar a resolução de exercícios/atividades
- Outro:

8- Você já utilizou algum aplicativo em dispositivos móveis para fins educacionais?

- Sim
- Não

Comente: \_\_\_\_\_

8.1 Em caso afirmativo, você considerou a experiência positiva?

- Sim
- Não

Comente: \_\_\_\_\_

9- Você já estudou a resolução algébrica de sistema lineares?

- Sim
- Não

9.1- Caso afirmativo, quais os tipos de sistemas foram estudados?

- somente 2x2
- somente 3x3
- 2x2 e 3x3

10- Você já estudou interpretação geométrica de sistema lineares?

- Sim
- Não

10.1- Caso afirmativo, quais os tipos de sistemas foram estudados?

- somente 2x2
- somente 3x3
- 2x2 e 3x3

10.2- Caso afirmativo, no estudo de interpretação geométrica de sistemas lineares, você utilizou:

- Software em computador
- Papel quadriculado
- Material manipulável
- Aplicativos em celular
- Aplicativos em *tablet*
- Outro:

**APÊNDICE E – Questionário Final-2**

Este questionário foi elaborado por Aline Rodrigues da Silva e Mayara Carlos Barbosa para o desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos-Centro), sob orientação das professoras Gilmara Barcelos (orientadora) e Silvia Batista (Coorientadora).

*As informações pessoais que você fornecer serão tratadas somente para fins de pesquisa e que seu nome, como sujeito da pesquisa, será mantido em sigilo.*

## Questionário Final

1- Identificação: \_\_\_\_\_

2- Em relação à utilização do plotador gráfico xGraphing, para a atividade promovida, por favor, considere a escala abaixo e, em cada linha assinale a coluna que julgar mais adequada.

\* Critério de avaliação - Escala: 5 - Concordo completamente; 4 - Concordo; 3 - Não concordo nem discordo; 2 - Discordo; 1 - Discordo completamente.

	1	2	3	4	5
A visualização dos gráficos foi satisfatória.	<input type="radio"/>				
Utilizar o plotador gráfico foi fácil.	<input type="radio"/>				
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização da atividade promovida.	<input type="radio"/>				

3- O espaço abaixo é para comentários que você queira fazer sobre algo relacionado ao xGraphing.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4- Em relação à utilização do plotador gráfico TriPlot 3D GraphingFree, para a atividade promovida, por favor, considere a escala abaixo e, em cada linha assinale a coluna que julgar mais adequada.

\* Critério de avaliação - Escala: 5 - Concordo completamente; 4 - Concordo; 3 - Não concordo nem discordo; 2 - Discordo; 1 - Discordo completamente.

	1	2	3	4	5
A visualização dos gráficos foi satisfatória.	<input type="radio"/>				
Utilizar o plotador gráfico foi fácil.	<input type="radio"/>				
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização da atividade promovida.	<input type="radio"/>				

5- O espaço abaixo é para comentários que você queira fazer sobre algo relacionado ao TriPlot 3D GraphingFree.

---



---

6- Com relação à experimentação, considere a escala abaixo e, em cada linha, assinale com um x a coluna que julgar mais adequada.

\* Critério de avaliação - Escala: 5 - Concordo completamente; 4 - Concordo; 3 - Não concordo nem discordo; 2 - Discordo; 1 - Discordo completamente.

	1	2	3	4	5
A explicação do conteúdo foi clara e adequada.	<input type="radio"/>				
O material impresso contribuiu para a compreensão do conteúdo.	<input type="radio"/>				
Utilizar os aplicativos, de maneira geral foi simples.	<input type="radio"/>				
De maneira geral você considerou positiva a atividade promovida com a utilização dos aplicativos propostos.	<input type="radio"/>				

7- Um conjunto de atividades organizado para um determinado fim educacional como o que foi realizado nesse estudo, é denominado sequência didática. Considerando, de forma global, as atividades promovidas, o encadeamento e as finalidades das mesmas, o tempo destinado às ações, aos recursos utilizados e à metodologia adotada, você avaliaria a sequência didática proposta como:

ótima    boa    regular    ruim    péssima

7.1 Comente \_\_\_\_\_

---

8- Atualmente, o uso de dispositivos móveis na educação tem sido bastante pesquisado. Na atividade promovida, foram utilizados *tablets*. De maneira geral, você considera que esses dispositivos foram bons recursos pedagógicos?

Sim  
 Não

8.1- Comente \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**APÊNDICE F – Questões de Vestibulares**

### Questões de vestibulares

1. (Ufrgs 2013) O sistema de equações  $\begin{cases} 5x + 4y + 2 = 0 \\ 3x - 4y - 18 = 0 \end{cases}$  possui:

- a) nenhuma solução.
- b) uma solução.
- c) duas soluções.
- d) três soluções.
- e) infinitas soluções.

2. (G1 - ifal 2012) Analise as afirmativas abaixo.

I. O sistema  $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$  é possível e indeterminado.

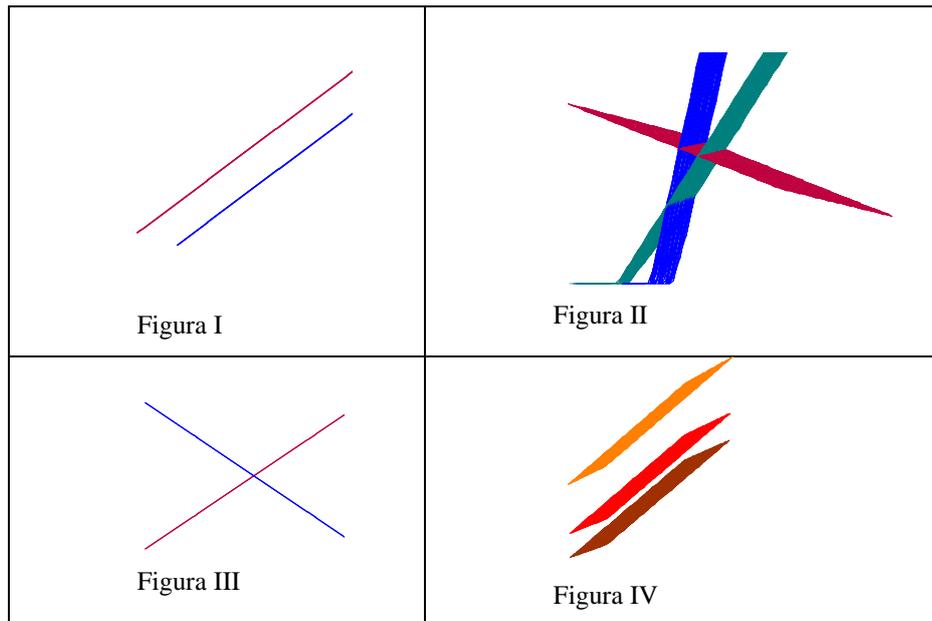
II. O sistema  $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2x - 3y + z = -5 \\ x + 2y - 2z = 7 \end{cases}$  é possível e determinado.

III. O sistema  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$  é impossível.

Marque a alternativa correta.

- a) Apenas I é verdadeira.
- b) Apenas II é verdadeira.
- c) Apenas III é verdadeira.
- d) Apenas I é falsa.
- e) Apenas III é falsa.

3. (IFFluminense 2011) Uma equação linear nas incógnitas  $x$  e  $y$  é representada no plano cartesiano por uma reta. Uma equação linear nas incógnitas  $x$ ,  $y$  e  $z$  é representada graficamente no espaço tridimensional por um plano. A seguir estão representações gráficas de um sistema de equações lineares S.



Sobre as representações acima, a afirmação **correta** está no item

- a) A figura I representa um sistema S possível indeterminado.
- b) A figura II representa um sistema S com três soluções.
- c) A figura III representa um sistema S possível determinado.
- d) A figura IV representa um sistema S de duas incógnitas com três equações.
- e) As figuras II e IV podem ser representações de um mesmo sistema.

## **APÊNDICE G – Atividade de Sondagem-1**



Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_/\_\_/\_\_

### Sistemas Lineares

1. Você já estudou sistemas lineares? Caso sim resolva a questão a seguir com os seus conhecimentos.

---


$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} x - 2y = -1 \\ 5x + 3y = 8 \end{cases} \\ \text{b) } \begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ 2x + 3y - z = -1 \\ 4x - y + 2z = 12 \end{cases} \\ \text{c) } \begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ 10x - 15y = 4 \end{cases} \end{array}$$

2. Classifique os sistemas a seguir:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 3y - 4z = 5 \\ 4x + 7y - z = 13 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$$

**APÊNDICE H – Atividade de Sondagem-2**

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Estas atividades foram elaboradas por Aline Rodrigues da Silva e Mayara Carlos Barbosa para o desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática do IF Fluminense *Campus* Campos-Centro), sob orientação das professoras Gilmara Barcelos (orientadora) e Sílvia Batista (Coorientadora).

## Sistemas Lineares

1. Resolva os seguintes sistemas lineares.

a) 
$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 5x + 3y = 8 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ 10x - 15y = 4 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

2. Analisando as equações; relacione, corretamente, as colunas sabendo que SPD significa “Sistema Possível Determinado”, SPI “Sistema Possível Indeterminado” e SI “Sistema Impossível”.

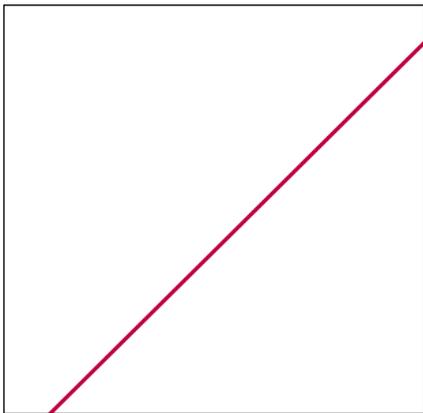
a)  $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$  ( ) SPD

b)  $\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 4y - 6z = 8 \\ 3x + 6y - 9z = 12 \end{cases}$  ( ) SI

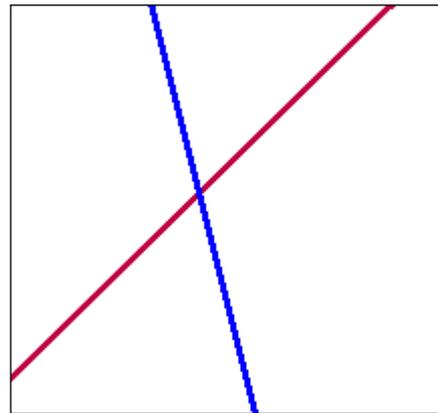
c)  $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$  ( ) SPI

3. Assinale a única opção na qual a representação gráfica dada pode corresponder a um sistema de duas equações e duas incógnitas, **possível e determinado**:

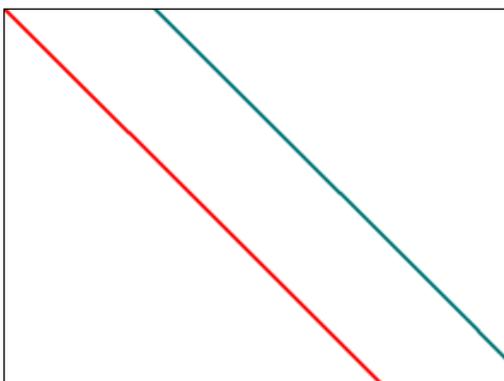
a)



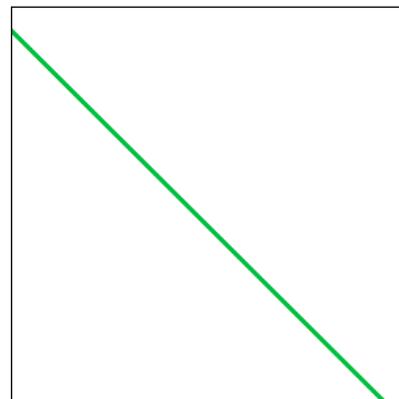
b)



c)

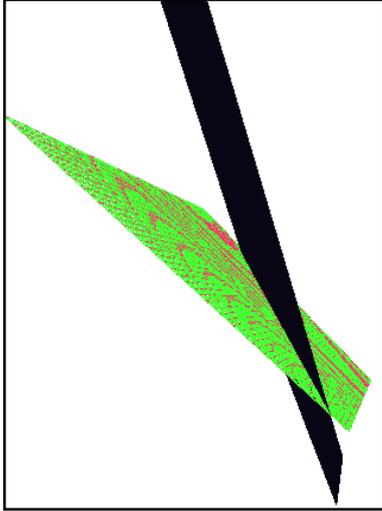


d)

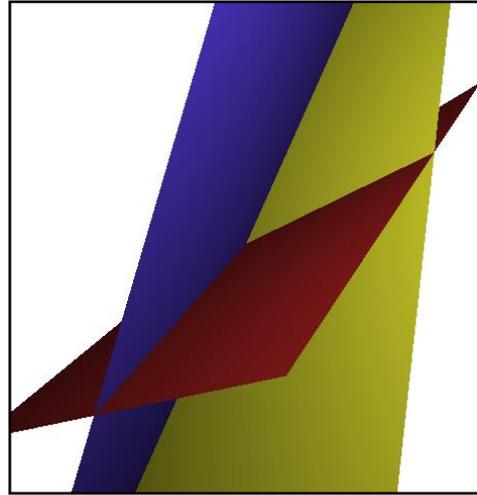


4. Assinale a única opção na qual a representação gráfica dada pode corresponder a um sistema de três equações e três incógnitas, **impossível**:

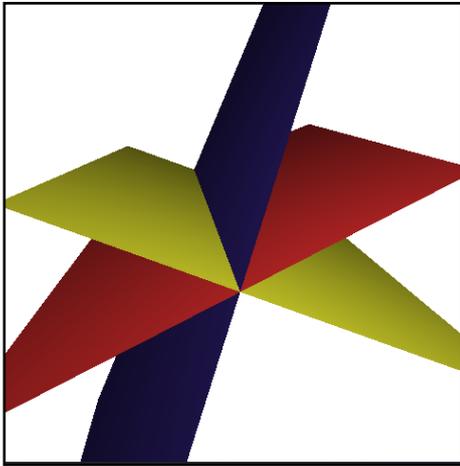
a)



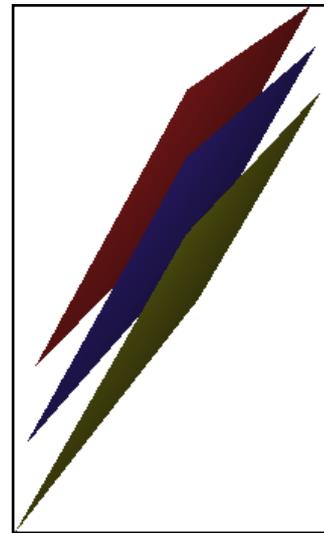
b)



c)



d)



**APÊNDICE I – Apresentação em slides das imagens das três posições relativas de duas retas no plano e das oito posições relativas de três planos**



INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
FLUMINENSE

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DE  
SISTEMAS LINEARES COM O AUXÍLIO DE  
TABLETS

Aline Rodrigues da Silva  
Mayara Carlos Barbosa

Orientadora: Dr<sup>a</sup>. Gilmara Teixeira Barcelos  
Coorientadora: Dr<sup>a</sup>. Sílvia Cristina Freitas Batista

Agosto - 2014

## Sistemas Lineares

1. **Sistemas Lineares com duas equações e duas incógnitas**

➤ Posições Relativas de Duas Retas no Plano

- As duas retas coincidem
- Sistema possível e indeterminado

$$r_1 = r_2$$

## Sistemas Lineares

- As duas retas são paralelas
- Sistema impossível

$$r_1$$

$$r_2$$

## Sistemas Lineares

- As duas retas são concorrentes
- Sistema possível e determinado



## Sistemas Lineares

2. **Sistemas Lineares com Três Equações e Três Incógnitas**

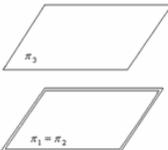
➤ Posições Relativas dos Planos

- Os três planos coincidem
- Sistema possível e indeterminado



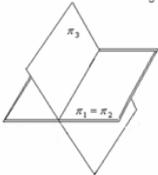
## Sistemas Lineares

- Dois desses planos coincidem e são paralelos ao terceiro
- Sistema impossível



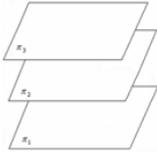
## Sistemas Lineares

- Dois desses planos coincidem e o terceiro os intersecta segundo uma reta
- Sistema possível e indeterminado



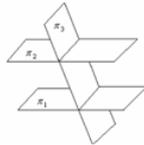
## Sistemas Lineares

- Os três planos são paralelos entre si
- Sistema impossível



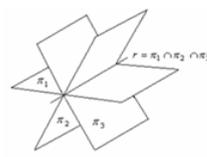
### Sistemas Lineares

- Dois desses planos são paralelos e o terceiro os intersecta segundo retas paralelas
- Sistema impossível



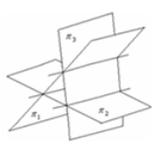

### Sistemas Lineares

- Os três planos tem exatamente uma reta em comum
- Sistema possível e indeterminado



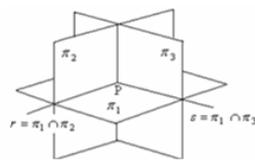

### Sistemas Lineares

- Os três planos se intersectam dois a dois segundo retas paralelas
- Sistema impossível




### Sistemas Lineares

- Os três planos tem exatamente um ponto em comum
- Sistema possível e determinado




**APÊNDICE J – Atividade da segunda parte do desenvolvimento da sequência didática**



Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_/\_\_/\_\_

## Sistemas Lineares

### 1. Sistemas Lineares com Duas Equações e Duas Incógnitas

Seja o sistema linear  $S_1$ :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

No qual  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$  são números reais.

Consideremos:

$$l_1 = (a_1, b_1) \text{ e } l_2 = (a_2, b_2);$$

$$L_1 = (a_1, b_1, c_1) \text{ e } L_2 = (a_2, b_2, c_2),$$

com  $l_1$  e  $l_2$  não nulos e, conseqüentemente,  $L_1$  e  $L_2$  também não nulos. As duas equações do sistema  $S_1$  representam retas, que chamaremos  $r_1$  e  $r_2$ .

São **três** as posições relativas de duas retas no plano. Cada uma dessas posições é assegurada por uma condição algébrica, conforme descrito a seguir.

### Posições Relativas de Duas Retas no Plano e Condições Algébricas

a) As duas retas coincidem.

$$\underline{r_1 = r_2}$$

Nesse caso, o sistema admite infinitas soluções, que são os pontos  $(x, y)$  da reta  $r_1$  (ou  $r_2$ , já que são coincidentes). O sistema é possível e indeterminado.

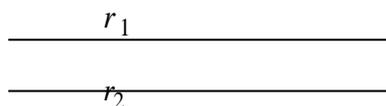
**Condição algébrica:**

Existe  $k$ , real não nulo, tal que:

$$L_2 = kL_1$$

(ou seja,  $L_2$  é múltiplo de  $L_1$ ).

b) As duas retas são paralelas.

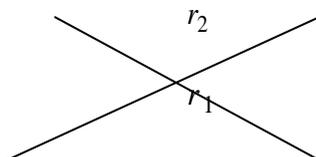


Nesse caso, o sistema não tem solução, ou seja, é impossível.

**Condição algébrica:**

Existe  $k$ ,  $k \in \mathbb{R}^*$ , tal que  $l_2 = kl_1$  mas,  $L_2 \neq kL_1$ .

c) As duas retas são concorrentes.



Nesse caso, o sistema admite uma única solução, que é o ponto comum entre as duas retas. Logo, o sistema é possível e determinado.

**Condição algébrica:**

Para todo  $k, k \in R, l_2 \neq kl_1$  (ou seja,  $l_2$  não é múltiplo de  $l_1$ ).

## 2. Sistemas Lineares com Três Equações e Três Incógnitas

Seja o sistema linear  $S_2$ :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

No qual  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3$  são números reais.

Consideremos:

$$l_1 = (a_1, b_1, c_1), l_2 = (a_2, b_2, c_2) \text{ e } l_3 = (a_3, b_3, c_3);$$

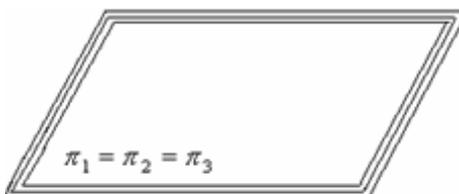
$$L_1 = (a_1, b_1, c_1, d_1), L_2 = (a_2, b_2, c_2, d_2) \text{ e } L_3 = (a_3, b_3, c_3, d_3),$$

com  $l_1, l_2$  e  $l_3$  não nulos e, conseqüentemente,  $L_1, L_2$  e  $L_3$  também não nulos. As três equações do sistema  $S_2$  representam planos, que chamaremos  $\pi_1, \pi_2$  e  $\pi_3$ .

São **oito** as posições possíveis de três planos no espaço, um em relação aos outros. Cada uma dessas posições é assegurada por uma condição algébrica, conforme descrito a seguir.

### Posições Relativas dos Planos e Condições Algébricas

a) Os três planos coincidem.



Nesse caso, o sistema admite infinitas soluções, que são os pontos  $(x, y, z)$  do plano  $\pi_1$  (ou  $\pi_2$  ou  $\pi_3$ , já que são coincidentes). O sistema é indeterminado de grau 2.

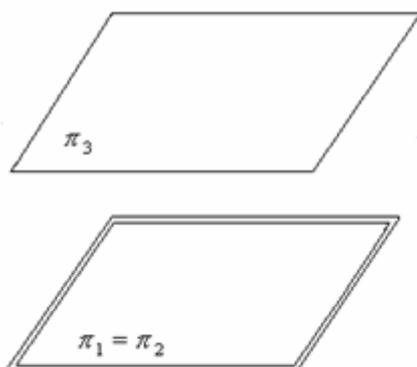
**Condição algébrica:**

Existem  $k$  e  $p$ , reais não nulos, tais que:

$$L_2 = kL_1 \text{ e } L_3 = pL_1$$

(ou seja,  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  são múltiplos um do outro).

- b) Dois desses planos coincidem e são paralelos ao terceiro.

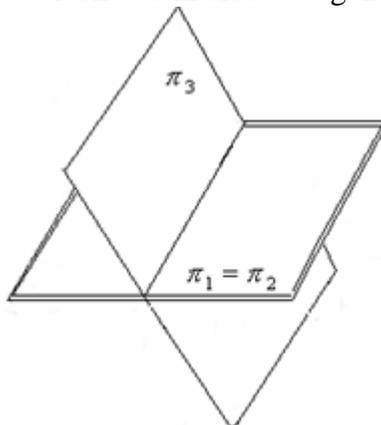


Nesse caso, o sistema não tem solução.

**Condição algébrica:**

Existe  $k, k \in R^*$ , tal que  $L_2 = kL_1$  e existe  $p, p \in R^*$ , tal que  $L_3 = pL_1$ , mas,  $L_3 \neq pL_1$ .

- c) Dois desses planos coincidem e o terceiro os intersecta segundo uma reta.

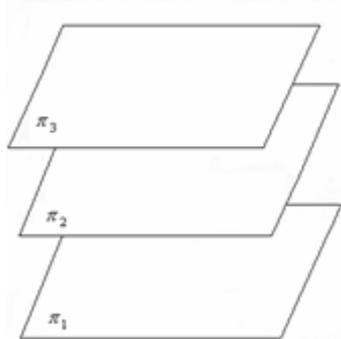


Nesse caso, o sistema tem infinitas soluções, formadas pelos pontos  $(x, y, z)$  da reta comum aos planos. O sistema é indeterminado de grau 1.

**Condição algébrica:**

Existe  $k, k \in \mathbb{R}^*$ , tal que  $L_2 = kL_1$  e para todo  $p, p \in \mathbb{R}, l_3 \neq pl_1$ .

d) Os três planos são paralelos entre si.

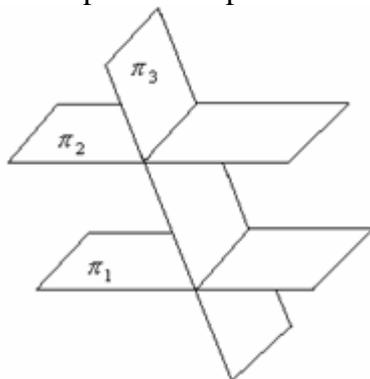


Nesse caso, o sistema não tem solução.

**Condição algébrica:**

Existe  $k, k \in \mathbb{R}^*$ , tal que  $l_2 = kl_1$  mas,  $L_2 \neq kL_1$  e existe  $p, p \in \mathbb{R}^*$ , tal que  $l_3 = pl_1$ , mas,  $L_3 \neq pL_1$ .

e) Dois desses planos são paralelos e o terceiro os intersecta segundo retas paralelas.

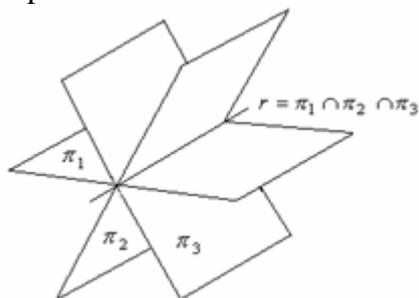


Nesse caso, o sistema não tem solução.

**Condição algébrica:**

Existe  $k, k \in R^*$ , tal que  $l_2 = kl_1$  mas  $L_2 \neq kL_1$  e para todo  $p, p \in R, l_3 \neq pl_1$ .

- f) Os três planos têm exatamente uma reta comum.

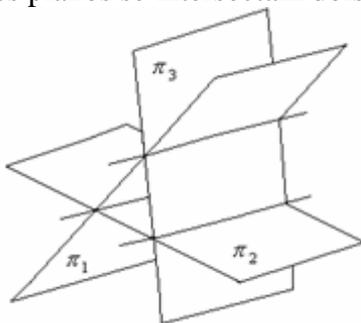


Nesse caso, o sistema tem infinitas soluções, que são os pontos  $(x, y, z)$  da reta comum aos planos. O sistema é indeterminado de grau 1.

**Condição algébrica:**

$l_1, l_2$  e  $l_3$  são tais que **nenhum deles é múltiplo do outro**, mas  $L_3 = kL_1 + pL_2$  (isto é,  $L_3$  é uma **combinação linear** de  $L_1$  e  $L_2$ , sendo  $k \in R^*$  e  $p \in R^*$ ).

- g) Os três planos se intersectam dois a dois segundo retas paralelas

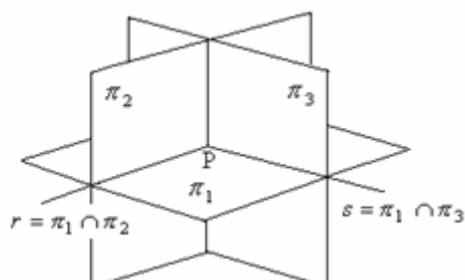


Nesse caso, o sistema não tem solução.

**Condição algébrica:**

$l_1, l_2$  e  $l_3$  são tais que **nenhum deles é múltiplo do outro**, mas existem  $k$  e  $p$ , reais não nulos, tais que  $l_3 = kl_1 + pl_2$  e  $L_3 \neq kL_1 + pL_2$ .

- h) Os três planos têm exatamente um ponto em comum



Nesse caso, o sistema admite uma única solução.

**Condição algébrica:**

$l_1, l_2$  e  $l_3$  são tais que **nenhum deles é combinação linear dos outros dois**. Isso significa que o determinante formado pelas componentes de  $l_1, l_2$  e  $l_3$  é diferente de zero:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

**Bibliografia:**

LIMA, E. L. *Coordenadas no Espaço*. Rio de Janeiro: IMPA/VITAE, 1992.

MACHADO, A. S. *Álgebra Linear e Geometria Analítica*. São Paulo: Atual, 1982.

**Atividade**

1) Com o auxílio do xGraphing, analise geometricamente os sistemas abaixo, classificando-os em possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível.

a) 
$$\begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ 10x - 15y = 4 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 5x + 3y = 8 \end{cases}$$

2) Com o auxílio do TriPlot 3D Grafiging Free, analise geometricamente os sistemas abaixo, classificando-os em possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível.

a) 
$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - 2y + 2z = 2 \\ 3x - 3y + 3z = 3 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 4x + 2y - 6z = 10 \\ 6x + 3y - 9z = 12 \\ 2x + y - 3z = 5 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 4x + 2y - 6z = 8 \\ 6x + 3y - 9z = 12 \\ 2x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y - 2z = 3 \\ 4x + 4y - 4z = 7 \end{cases}$$

e) 
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 2x - 4y + 6z = 5 \\ 2x - 6y + 4z = 12 \end{cases}$$

f) 
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 2 \\ x - 2y - 3z = 1 \\ 3x + y + z = 3 \end{cases}$$

g) 
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 2 \\ x - 2y - 3z = 1 \\ 3x + y + z = 5 \end{cases}$$

h) 
$$\begin{cases} 3x + z = -5 \\ x + y + z = -2 \\ 2y - z = -3 \end{cases}$$

**APÊNDICE K – Atividade da terceira parte do desenvolvimento da sequência didática**

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_/\_\_/\_\_

### ATIVIDADE - INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMAS LINEARES

Em cada item:

- Apresente um sistema linear atendendo às condições dadas (para os sistemas de 2 equações e 2 incógnitas considerando a primeira equação  $2x + y = 3$  e para os sistemas de 3 equações e 3 incógnitas a equação  $3x + 2y - z = 1$ );
- Apresente, utilizando os aplicativos *xGraphing*, para os sistemas de 2 equações e 2 incógnitas e *TriPlot 3D Graphing Free* para os sistemas de 3 equações e 3 incógnitas a representação gráfica do sistema elaborado;
- Classifique o sistema em possível e determinado (SPD), possível e indeterminado (SPI) ou impossível (SI);
- Apresente a resolução do sistema e o conjunto-solução.
  - a) um sistema linear de 2 equações e 2 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de duas retas paralelas;
  - b) um sistema linear de 2 equações e 2 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de duas retas coincidentes;
  - c) um sistema linear de 2 equações e 2 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de duas retas concorrentes;
  - d) um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 3 planos paralelos entre si;
  - e) um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 3 planos coincidentes;
  - f) um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 3 planos concorrentes em um único ponto;
  - g) um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 2 planos paralelos e um terceiro plano intersectando-os;
  - h) um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 3 planos distintos que possuam uma reta comum;
  - i) um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 3 planos que se intersectam dois a dois, segundo retas paralelas.
  - j) um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 2 planos que coincidem e são paralelos ao terceiro.
  - k) um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 2 planos que coincidem e o terceiro intersecta segundo uma reta.