



Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação



LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

(RE)CONSTRUÇÃO DE SABERES MATEMÁTICOS: UMA PROPOSTA DE CURSO DE PRÉ-CÁLCULO NO MOODLE

JULIANA CORRÊA PEREIRA

Campos dos Goytacazes/RJ

2014

JULIANA CORRÊA PEREIRA

(RE)CONSTRUÇÃO DE SABERES MATEMÁTICOS: UMA PROPOSTA DE
CURSO DE PRÉ-CÁLCULO NO MOODLE

Monografia apresentada ao Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense,
Campus Campos-Centro, como requisito parcial
para conclusão do Curso de Licenciatura em
Matemática.

Orientadora: M.Sc. Carmem Lúcia Vieira
Rodrigues Azevedo
Coorientadora: D.Sc. Silvia Cristina Freitas
Batista

Campos dos Goytacazes/RJ

2014

JULIANA CORRÊA PEREIRA

(RE)CONSTRUÇÃO DE SABERES MATEMÁTICOS: UMA PROPOSTA DE CURSO DE PRÉ-CÁLCULO NO MOODLE

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 14 de novembro de 2014.

Banca Avaliadora:



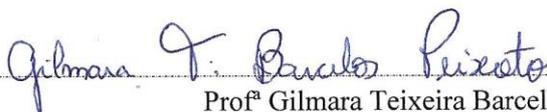
Prof^a Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo (orientadora)
Mestre em Economia Empresarial/UCAM/RJ
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos-Centro



Prof^a Silvia Cristina Freitas Batista (coorientadora)
Doutora em Informática na Educação/UFRGS
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos-Centro



Prof^a Ana Paula Rangel de Andrade
Mestre em Planejamento Regional e Gestão de Cidades/UCAM/RJ
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos-Centro



Prof^a Gilmara Teixeira Barcelos
Doutora em Informática na Educação/UFRGS
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos-Centro

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por estar sempre me iluminando, abençoando, cuidando de mim, mesmo quando na minha vida tudo parecia sem solução e sem sentido. E, acima de tudo, por me proporcionar mais essa graça: um sonho realizado.

Aos meus pais, José Carlos e Jane Cristina, que são fundamentais na minha vida, sempre estiveram ao meu lado me apoiando, dando força. Mesmo no momento mais difícil mostraram-me o que significa o verdadeiro amor. Sem eles, minha história seria outra. Minha família é meu tudo, o motivo do meu viver.

Aos meus irmãos, Juliet, Juliard e Carlos Henrique que, mesmo diante das brigas e dos desentendimentos, apoiaram-me, incentivaram-me e sempre me ajudaram quando necessitei.

Às minhas grandes orientadoras, Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo e Silvia Cristina Freitas Batista por toda dedicação, boa vontade, empenho, bondade, carinho e uma enorme paciência para me orientar neste trabalho monográfico. Ambas são para mim exemplos de profissionais e de pessoas.

A todos os professores da Licenciatura em Matemática que contribuíram para minha formação.

A todos os meus amigos que torceram por essa realização, em especial a duas grandes amigas que sempre estiveram a meu lado, ouviram meus lamentos, minhas preocupações e me aconselharam muito, Juliana Bernardo Pepe e Marcella Ribeiro do Nascimento.

A todos os participantes dos testes exploratórios e do curso, que foram de suma importância para este trabalho.

Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a conclusão de um ciclo na minha vida.

RESUMO

As disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral representam, em geral, um grande desafio para os estudantes. Muitas das dificuldades, no entanto, não estão exatamente associadas aos conteúdos de Cálculo, mas são reflexos de deficiências relacionadas à Educação Básica. O curso de Pré-Cálculo – Parte 1, proposto neste trabalho, insere-se nesse contexto, com o intuito de oportunizar aos alunos a (re)construção de saberes matemáticos da Educação Básica, visando ir além de uma revisão de conteúdos. O mesmo foi estruturado no Moodle, ministrado a distância, com momentos presenciais de tutorias, tendo como participantes licenciandos em Matemática. Foram abordados os seguintes tópicos: Racionalização, Produtos Notáveis, Fatoração e Frações Algébricas. Assim, este trabalho tem por objetivo analisar a percepção de licenciandos em Matemática sobre o referido curso, tendo em vista a (re)construção de saberes necessários ao estudo de Cálculo. Os dados levantados referem-se à participação e ao desempenho desses alunos, bem como à avaliação dos mesmos sobre os materiais utilizados e as ações promovidas. A pesquisa foi qualitativa, considerando a realização do curso um estudo de caso. Os instrumentos de coleta de dados adotados foram observação, questionário e atividade final. Para análise de dados da atividade final, utilizou-se a metodologia de Análise de Erros. De maneira geral, a proposta do curso e os materiais disponibilizados foram avaliados positivamente. No entanto, observou-se que, ao final do curso, os alunos ainda cometiam erros nos tópicos abordados e, com base na Análise de Erros promovida, percebeu-se que estes eram relacionados, principalmente, a cálculos algébricos. Esse fato sinaliza que a (re)construção de conhecimentos da Educação Básica não é algo simples e requer consciência do problema, disponibilidade de tempo e postura comprometida.

Palavras-chave: Pré-Cálculo. Curso a Distância. Ensino Superior. Análise de Erros.

ABSTRACT

The disciplines of Differential Calculus and Integral are, in general, a great challenge for the students. Many difficulties, however, aren't strictly related to Calculus contents, they are reflexes of deficiencies related to topics addressed in basic education. The course of Pre-Calculus- Part 1 proposed in this project insert itself in this context, aiming to offer the students the (re)construction of mathematical knowledge in basic education, seeking to go through a revision of the content. The course was developed on Moodle, taught by distance, with present moments for tutorials, with math alumni as its participants. It was also addressed the following topics: Rationalization, Notable Products, Factorization and Algebraic Fractions. In this context, this project aims to analyze the perception of math alumni about this course in relation to the (re)construction of needed knowledge for the study of Calculus. The data refers to the participation and performance of these students, along with their perception of the utilized materials and the promoted activities. The research was qualitative, considering the course a case study. The tools for data collection were: observation, questionnaire and final activity. For the data analysis of the final activity it was used the methodology of Error Analysis. In general, the course proposal and the available materials were rated positively. However, In the end of the course, it was observed that the students were still making the same mistakes in the addressed topics and based on the Error Analysis, it was noticed that the mistakes were related mainly to algebraic calculations. This fact shows that the knowledge (re)construction of basic education is not something simple and it needs problem conscience, time availability and compromised posture.

Key words: Pré-Calculus. Distance Course. Superior Education. Error Analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura metodológica do trabalho monográfico.....	16
Figura 2 – Parte da apostila de Produtos Notáveis	33
Figura 3 – Parte da apostila de Fatoração.....	33
Figura 4 – Parte da apostila de Racionalização	33
Figura 5 – Tela de um dos objetos de aprendizagem	34
Figura 6 – Tela do curso do Moodle.....	36
Figura 7 – Questão proposta no fórum do tópico Racionalização.....	37
Figura 8 – Questão proposta no fórum do tópico Fatoração	38
Figura 9 – Questão 1.....	39
Figura 10 – Questão 2.....	39
Figura 11 – Questão 3.....	39
Figura 12 – Questão 4.....	40
Figura 13 – Questão 5.....	40
Figura 14 – Questão 6.....	41
Figura 15 – Questão 7.....	41
Figura 16 – Questão 8.....	41
Figura 17 – Questão 9.....	42
Figura 18 – Erro na apostila de Fatoração de Polinômios.....	45
Figura 19 – Relato de um aluno no teste exploratório das apostilas elaboradas	46
Figura 20 – Participação do Aluno A no fórum de dúvidas	49
Figura 21 – Interação do Aluno A com o Aluno B no fórum de dúvida.....	49
Figura 22 – Participação do Aluno A no fórum de discussão	50
Figura 23 – Participação do Aluno C no fórum discussão	50
Figura 24 – Participação do Aluno D no fórum de discussão	51
Figura 25 – Participação do Aluno E no fórum de dúvidas.....	51
Figura 26 – Participação do Aluno F no fórum de dúvidas.....	52
Figura 27 – Participação do Aluno G no fórum de dúvidas	53
Figura 28 – Respostas dos Alunos B, C e G.....	55
Figura 29 – Resposta do Aluno B.....	55
Figura 30 – Resposta do Aluno F.....	56
Figura 31 – Resposta dos Alunos B e G.....	57

Figura 32 – Resposta do Aluno G	57
Figura 33 – Resposta do Aluno B.....	58
Figura 34 – Resposta do Aluno C.....	58
Figura 35 – Resposta dos Alunos A, F e D	59
Figura 36 – Respostas dos Alunos F e G.....	60
Figura 37 – Respostas dos Alunos A e C	61
Figura 38 – Respostas dos Alunos F e G.....	61
Figura 39 – Resposta do Aluno F.....	62
Figura 40 – Resposta do Aluno C.....	63
Figura 41 – Resposta do Aluno B.....	63
Figura 42 – Resposta do Aluno A	64
Figura 43 – Resposta do Aluno F.....	65
Figura 44 – Respostas dos Alunos D e B	66
Figura 45 – Resposta do Aluno D	66
Figura 46 – Respostas dos Alunos B e C	67
Figura 47 – Resposta do Aluno A	68
Figura 48 – Comentário do Aluno F.....	73
Figura 49 – Comentário do Aluno G.....	74
Figura 50 – Comentário dos Alunos A, B e C.....	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultado da pesquisa realizada pela Cury.....	12
Tabela 2 – Número de acesso dos alunos no Moodle.....	48
Tabela 3 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 1	54
Tabela 4– Porcentagem de acertos dos alunos na questão 2	56
Tabela 5 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 3	58
Tabela 6 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 5	60
Tabela 7 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 7	64
Tabela 8 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 8a	65
Tabela 9 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 8b.....	66
Tabela 10 – Avaliação das apostilas elaboradas	69
Tabela 11 – Avaliação dos materiais complementares	71
Tabela 12 – Avaliação dos fóruns	72
Tabela 13 – Avaliação do curso	74

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Comparativo da apostila de Racionalização.....	44
Quadro 2 – Comparativo da questão 1 da Apostila de Produtos Notáveis.....	45
Quadro 3 – Dados da questão 2 parte 2.....	70
Quadro 4 – Dados da questão 1 parte 2.....	72

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	6
LISTA DE TABELAS	8
LISTA DE QUADROS	9
INTRODUÇÃO.....	11
1 APORTE TEÓRICO	18
1.1 O Papel do Erro na Aprendizagem.....	18
1.2 Educação a distância.....	21
1.3 Estudos Relacionados.....	26
2 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	29
2.1 Caracterização da Pesquisa.....	29
2.2 Detalhamento das Etapas.....	32
2.2.1 Elaboração das Apostilas.....	32
2.2.2 Seleção de Materiais Complementares.....	33
2.2.3 Realização do Teste Exploratório.....	35
2.2.4 Preparação do Moodle.....	35
2.2.5 Atividade Final.....	38
2.2.6 Elaboração do Questionário.....	42
3 EXPERIMENTAÇÃO.....	43
3.1 Teste Exploratório das Apostilas.....	43
3.2. Relato da Realização do Curso.....	46
3.2.1 Aplicação da atividade final.....	53
3.2.2 Análise do questionário.....	68
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	76
REFERÊNCIAS.....	79
APÊNDICES.....	84
APÊNDICE A: Atividade final.....	85
APÊNDICE B: Questionário.....	88

INTRODUÇÃO

A escolha do tema do presente trabalho monográfico se deve ao fato de que como aluna, no curso de Licenciatura em Matemática, foi possível perceber que muitas dúvidas que surgem nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral ocorrem não pelo conteúdo em si, mas são reflexos de deficiências relacionadas a conteúdos abordados no Ensino Básico.

Tais disciplinas são, em geral, consideradas, pelos alunos, de extrema dificuldade, por exigirem uma quantidade significativa de requisitos de Matemática e requererem hábitos regulares de estudo que, muitas vezes, os alunos chegam ao Ensino Superior sem possuir (AZAMBUJA; SILVEIRA; GONÇALVES, 2004).

De maneira geral, as dificuldades com que os alunos se deparam ao longo do seu processo de ensino e aprendizagem em Matemática são inúmeras. Alguns não entendem os conceitos abordados e, em resposta a esse fato, optam por “decorar” os procedimentos com o intuito de obter aprovação, sem, na verdade, entendê-los (BORTOLI, 2011).

Algumas metodologias utilizadas pelo professor, em sala de aula, colaboram para esse quadro, priorizando a resolução mecânica de exercícios, com memorização de regras sem significado e sem utilização de raciocínio lógico (NASSER, 2007).

Corroborando tal ideia, Cury (2004, p. 131) afirma:

Muitos professores (ou pais de alunos) pensam que é suficiente a realização de extensas listas de exercícios repetitivos, de acordo com um modelo, para que os estudantes se apossam dos conceitos de operações e propriedades. Não descartamos totalmente a execução de tais exercícios, [...] mas consideramos fundamental a compreensão dos porquês dos algoritmos apresentados, dos cancelamentos, das trocas de sinais.

As dificuldades em relação à Matemática são percebidas em conteúdos de álgebra, trigonometria e geometria do Ensino Básico (CURY, 2003). Falhas na aprendizagem nesse nível de ensino refletem-se no Ensino Superior, causando um alto índice de desistência e/ou reprovação (FERRUZZI, 2012).

Considerando as dificuldades nas disciplinas de Cálculo, Cury (2004) discute os erros mais frequentes cometidos pelos alunos ao ingressarem no Ensino Superior. Um erro recorrente consiste em considerar uma raiz quadrada de uma constante como uma função em que a variável independente é o radicando, o que os leva a não obter a derivada corretamente.

Também é comum os alunos terem dificuldades relacionadas aos números irracionais, por terem sido pouco habituados a resolver questões com esses números. Assim, essa questão aparece como obstáculo à aprendizagem do aluno quando, por exemplo, vão expressar \sqrt{u} como sendo $u^{\frac{1}{2}}$ (CURY, 2004).

Outro erro frequente é em relação à função composta. No Ensino Médio, muitos decoram esse conceito e quando chegam ao Superior continuam a trabalhar mecanicamente com o mesmo, em relação à derivada. As funções trigonométricas também fazem parte dos erros cometidos. Muitos alunos apresentam dificuldade em entender o significado de seno e cosseno de um arco. Assim, ao derivarem $y = \text{sen } x$, por exemplo, consideram como se fossem duas funções independentes, sen e x , ou seja, como se houvesse a possibilidade de existir um *seno* sem argumento (CURY, 2004).

Além desses erros, cita-se também a não utilização de parênteses na multiplicação de polinômios. Na aplicação da regra da derivada de um quociente, por exemplo, é comum os alunos obterem resultados diferentes do correto, por falta de parênteses (CURY, 2004).

Na Tabela 1 é apresentado o resultado de uma pesquisa desenvolvida por Cury (2003) numa turma do curso de Engenharia Química da PUCRS¹, no primeiro dia de aula da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. A pesquisa foi composta por diversas atividades, dentre elas um pré-teste com questões do Ensino Básico, cujos conteúdos eram requisitos para resolução dos exercícios de Cálculo.

Tabela 1 – Resultado da pesquisa realizada por Cury

Questão	Alunos que erraram		Alunos que não responderam	
	Número	Porcentagem	Número	Porcentagem
Simplifique: $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 4}$	18	55	13	39
Fatore: $x^2 - 2x - 15$	15	45	16	49
Racionalize: $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$	14	42	9	27

Fonte: Cury, 2003, p. 4.

Na primeira questão apresentada na tabela 1, um dos erros cometidos pelos alunos foi em relação à simplificação de termos, como o termo “ x^2 ” do numerador com o “ x^2 ” do

¹ Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

denominador. Na segunda, alguns alunos não se lembravam de que o trinômio dado poderia ser fatorado como um produto do tipo $a(x-x_1)(x-x_2)$. Na terceira, os alunos erraram, pois não se lembravam do artifício envolvendo o conjugado do denominador ou, então, utilizavam tal procedimento incorretamente (CURY, 2003).

Diversos estudos focalizam, em particular, as dificuldades de licenciandos em relação às disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (IRIAS et al., 2011; SANTOS, MATOS, 2012; BARROZO, SILVA, 2013). Nesses trabalhos, são identificados fatores que influenciam essas dificuldades. Irias et al. (2011) destacam a falta de tempo dos estudantes, o número excessivo de alunos em sala de aula e os critérios de avaliação utilizados pelo professor. Santos e Matos (2012) mencionam a existência de obstáculos epistemológicos, didáticos, emocionais e materiais e, além disso, citam a metodologia do professor e a carência de requisitos. Barrozo e Silva (2013) apontam o desconhecimento dos licenciandos em relação às suas próprias limitações matemáticas, à falta de conteúdos básicos necessários e à necessidade de hábitos adequados para melhor desempenho.

Tratando das disciplinas de Matemática do Ensino Superior, de maneira geral, Malta (2004) defende que é preciso buscar propostas metodológicas e ações que possam promover a aprendizagem de forma mais eficiente.

A metodologia de Análise de Erros pode contribuir nesse sentido, uma vez que o professor pode modificar sua prática, adotando estratégias de ensino que partam dos erros para desafiar os estudantes, levando-os a reconstruir seus conhecimentos (CURY, 2004). A Análise de Erros pode ser utilizada como metodologia de ensino, quando visa analisar e discutir os erros apresentados pelos alunos em sala de aula, ou como metodologia de pesquisa, quando se busca fundamentação teórica e análises de produções escritas dos alunos (CURY, 2008).

A fim de preencher as lacunas de aprendizagem dos alunos ingressantes nos cursos superiores, várias estratégias têm sido adotadas, como os cursos de Pré-Cálculo, obrigatórios ou optativos, aulas de apoio e disciplinas eletivas presenciais paralelas às disciplinas da grade curricular (FREIRE; NASSER; CARDADOR, 2008).

Além disso, para minimizar essas dificuldades, redefinir o papel central do conteúdo e dar mais ênfase ao desenvolvimento de habilidades e de atitudes investigativas, teorias modernas e o uso de novas tecnologias podem ajudar na criação de uma abordagem inovadora (FREIRE; NASSER; CARDADOR, 2008). Segundo esses autores:

O conhecimento é então construído socialmente por meio de ação, comunicação e reflexão envolvendo os aprendizes. [...] Os professores estão aos poucos se tornando orientadores, tutores e facilitadores da aprendizagem em vez de provedores de informação (FREIRE; NASSER; CARDADOR, 2008, p. 2).

Dentre as muitas opções existentes para uma abordagem pedagógica diferenciada, Freire, Nasser e Cardador (2008) defendem a educação a distância por meio de um ambiente virtual de aprendizagem por:

[...] ser uma abordagem promissora para o problema do nivelamento do conhecimento no ensino superior, pois permite uma aprendizagem mais flexível e personalizada. Um Ambiente Virtual de Aprendizagem pode ser usado para apoiar a interação e um amplo leque de contextos de aprendizagem (FREIRE; NASSER; CARDADOR, 2008, p. 3).

Ainda segundo Freire, Nasser e Cardador (2008, p. 2), “o ambiente virtual de aprendizagem pode ser um caminho alternativo para promover uma aprendizagem mais significativa”.

Nesse contexto, um curso de Pré-Cálculo, apoiado no ambiente virtual Moodle, está sendo desenvolvido em uma Instituição Federal de Educação, resultante de uma ação conjunta entre um programa de apoio ao uso de tecnologias digitais na educação e a Licenciatura em Matemática. A proposta do curso é decorrente da convicção de que é preciso buscar meios para tornar o ensino de Cálculo mais acessível e, nesse sentido, tem-se por objetivo oportunizar a (re)construção de saberes matemáticos da Educação Básica. Portanto, objetiva-se ir além de uma revisão de conteúdos.

A preparação e a seleção de materiais para o referido curso são ações desenvolvidas por licenciandos em Matemática, sob a orientação de professoras de Cálculo. Nesse sentido, o mesmo está sendo elaborado em partes, cada uma sob a responsabilidade de um aluno ou dupla de alunos da Licenciatura em Matemática, sob orientação.

O presente estudo refere-se à Parte 1 do curso de Pré-Cálculo (Curso de Pré-Cálculo – Parte 1), na qual são abordados os seguintes tópicos: Racionalização, Produtos Notáveis, Fatoração e Frações Algébricas. Norteando a pesquisa promovida, estabeleceu-se a seguinte questão: Qual a percepção de licenciandos em Matemática a respeito da contribuição de um curso sobre conteúdos do Ensino Fundamental, estruturado no Moodle, para a (re)construção de conhecimentos necessários ao estudo do Cálculo?

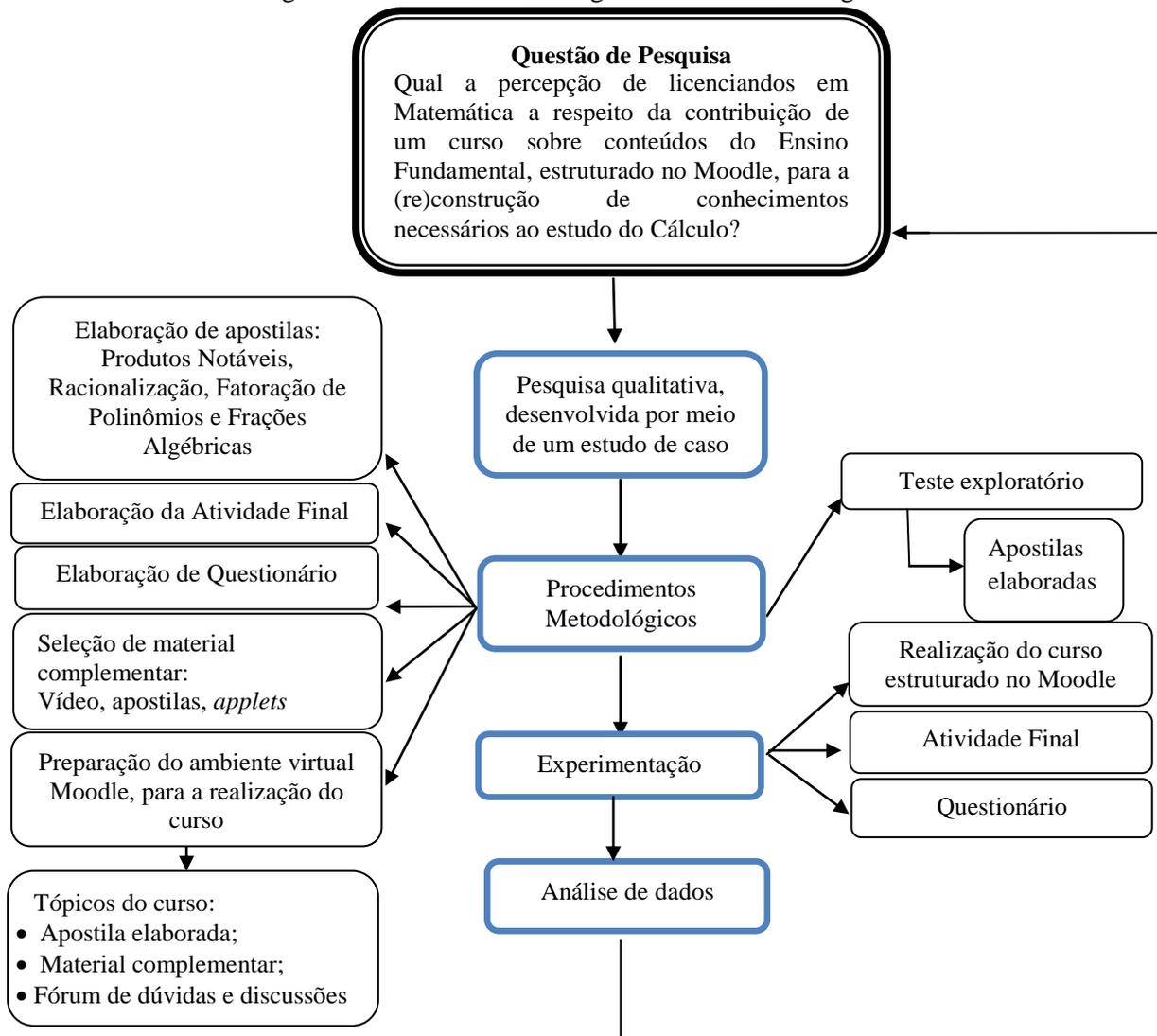
Dessa forma, tem-se por objetivo analisar a percepção de licenciandos em Matemática sobre um curso no Moodle, composto de materiais pedagógicos sobre os tópicos de Racionalização, Produtos Notáveis, Fatoração e Frações Algébricas, em relação à (re)construção de saberes necessários ao estudo de Cálculo.

Considerando o objetivo geral descrito, delinearam-se os seguintes objetivos específicos:

- Promover estudos e pesquisas tendo em vista a elaboração das apostilas do curso, a seleção de materiais complementares e a construção de instrumentos de coleta de dados;
- Proporcionar um aumento qualitativo no conhecimento do aluno em relação ao Ensino Básico de Matemática, minimizando a deficiência dos mesmos em relação ao conteúdo de Matemática;
- Provocar uma modificação da atitude do aluno em relação aos processos de ensino e aprendizagem;
- Propiciar ao aluno contato com outra forma de aprendizagem, isto é, com o uso de uma plataforma virtual de aprendizagem.

A partir disso, organizou-se a estrutura metodológica da monografia apresentada na figura 1.

Figura 1 - Estrutura metodológica do trabalho monográfico



Fonte: Elaboração própria.

Este trabalho encontra-se estruturado em três capítulos. O primeiro apresenta o aporte teórico que orientou a pesquisa.

Os aspectos metodológicos são descritos no segundo capítulo. Trata-se de uma pesquisa de caráter qualitativo, desenvolvida por meio de estudo de caso. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram observação, questionário e respostas dos alunos na atividade final do curso. Nas seções, encontram-se os procedimentos adotados no desenvolvimento do curso, como por exemplo: elaboração das quatro apostilas dos tópicos já elencados, seleção de materiais complementares (apostilas auxiliares, vídeos e objetos de aprendizagem²) e

² Recursos que visam apoiar a construção do conhecimento e podem ser criados em qualquer mídia ou formato, com grau variado de complexidade (MACÊDO et al., 2007).

preparação do ambiente Moodle para realização do curso. Ainda nesse capítulo, há uma subseção sobre a elaboração do questionário e outra referente à atividade final.

No capítulo três, é feito o relato do teste exploratório das apostilas elaboradas e do desenvolvimento do curso e discutem-se os dados obtidos. Além disso, também é feita a análise das respostas dos alunos na atividade final, por meio da metodologia Análise de Erros, dispondo os dados em tabelas e categorizando os erros em cada questão.

Nas considerações finais, é respondida a questão de pesquisa e são destacados os aspectos relevantes do presente do trabalho.

1 APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, será apresentado o aporte teórico que auxiliou a construção deste trabalho monográfico. São abordados os seguintes temas: i) O papel do erro na aprendizagem – discussão das possibilidades pedagógicas; ii) Educação a Distância – aspectos importantes para a realização de um curso a distância, e iii) Estudos relacionados – pesquisas relacionadas às dificuldades que alunos apresentam ao ingressarem no Ensino Superior, em especial, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

1.1 Análise de Erros

Segundo Ferreira (2010, p. 299) a palavra erro significa “[*Dev. De errar, poss.*] sm. **1.** Ato ou efeito de errar (1 e 6). **2.** Juízo falso. **3.** Incorreção, inexatidão. **4.** Desvio do bom caminho [...]”.

No campo educacional, o erro pode ser compreendido como falta de clareza no desenvolvimento de um raciocínio ou como uma inexatidão por ausência de conhecimento, em que o correto e o incorreto são contrastados por convenção sociocultural, por desconhecimento de algumas regras ou pautas culturais já estabelecidas (LOPES; ALLEVATO, 2011).

Segundo Brosseau (1983 apud CURY, 2008, p. 171):

O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos.

Para Bastos e Allevato (2011, p. 17), o erro é uma “manifestação de algumas deficiências ou incompletude do conhecimento”. Segundo Torre (2007, p. 27), “[...] é uma variável concomitante ao processo educativo, porque não é possível avançar em um longo e desconhecido caminho sem se equivocar: não há aprendizagem, isenta do erro”.

Corroborando com tal ideia, Bachelard (2004 apud BASTOS; ALLEVATO 2011, p. 20) afirma que o erro pode seguir duas vertentes, a negativa e a positiva:

No caso negativo, destrutivo, deturpador, o erro pode ser evitado, pois pode causar danos irreparáveis. Por outro lado, no sentido positivo, normal, útil, exerce uma função necessária na gênese do saber, uma vez que a verdade científica se distancia cada vez mais do senso comum e só pode existir com o refinamento do erro.

O erro, para alguns autores, é entendido como um problema que pode ser prejudicial à aprendizagem do aluno. Outros visualizam como algo normal e que o professor pode e deve trabalhar com base no mesmo (BASTOS; ALLEVATO, 2011). Nesse caso, o erro cometido pelo aluno indica algumas informações para o professor, tais como: estratégias inadequadas de ensino, lacunas no conhecimento, falhas na compreensão, dentre outros (TORRE, 2007).

Segundo Torre (2007, p. 10):

O erro pode ser utilizado como uma estratégia inovadora para aproximar a teoria e a prática, para passar de um enfoque de resultados para um de processos, de uma estratégia do êxito para uma didática do erro, de ensino de conteúdos para aprendizagem de processos. Em suma, que uma adequada conceitualização e utilização do erro no ensino possa tornar-se uma estratégia a serviço da inovação educativa.

Segundo Piaget (1987 apud CHAIBEN, 2011, p. 15): “[...] um erro corrigido pode ser mais fecundo do que um êxito imediato, porque a comparação da hipótese falsa e suas consequências proporcionam novos conhecimentos e a comparação entre erros dá lugar a novas idéias”.

Neste trabalho, concorda-se com a visão dos autores citados, que defendem que o erro pode ser uma fonte essencial de informações, a partir das quais ações pedagógicas podem ser revistas e modificadas.

As possibilidades pedagógicas propiciadas pelo erro fazem da Análise de Erros um importante instrumento de aprendizagem (CURY; SILVA, 2008). É possível aplicar essa análise ao longo de uma investigação ou no planejamento de estratégias de ensino (CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009).

Nesse contexto, a Análise de Erros pode ser utilizada de duas formas: como metodologia de pesquisa ou de ensino. A primeira, quando se busca fundamentação teórica ou análises de produções escritas dos alunos. A segunda, quando se busca analisar e discutir os erros apresentados pelos alunos em sala de aula (CURY, 2008).

A Análise de Erros de uma produção escrita se baseia na Análise de Conteúdos, de acordo com a proposta de Bardin (1979), uma vez que suas conceituações quanto aos tipos de

documentos que podem ser submetidos a esse método, são, por exemplo, “[...] respostas a questionários, testes ou experiências. Dessa forma, as respostas escritas de estudantes a questões de Matemática podem ser objetos de uma análise aprofundada e sistemática” (CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009, p. 2).

Na Análise de Conteúdos, a pesquisa é dividida em três etapas básicas: i) pré-análise, ii) exploração do material e iii) tratamento dos resultados (BARDIN, 1979). Adaptando essa metodologia para análise das respostas de uma produção escrita, especialmente dos erros, inicialmente é feita uma “[...] leitura ‘flutuante’ de todo o material para avaliar as respostas. A seguir, as separamos em ‘totalmente corretas’, ‘parcialmente corretas’ e ‘incorretas’, fazendo a contagem do número de respostas de cada tipo” (CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009, p. 2). Em alguns casos, podem-se encontrar somente duas respostas: corretas e incorretas (CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009, p. 3). Nessa primeira etapa, emprega-se algum “[...] tipo de notação para separar aquelas respostas sobre as quais nos debruçaremos, o *corpus* da pesquisa” (CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009, p. 3).

Na segunda etapa, o pesquisador inicia o processo de interpretação dos dados, apresentando critérios que, posteriormente, servirão de base para elaborar as categorias. Nessa etapa, a análise é aprofundada, sendo realizada a categorização das respostas (CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009). “A categorização tem por primeiro objectivo (da mesma maneira que a análise documental), fornecer, por condensação, uma representação simplificada dos dados brutos” (BARDIN, 1979, p. 119).

Na última etapa, em que são apresentados os dados levantados em forma de categorias, o pesquisador pode utilizar quadros com a indicação de frequências e de porcentagens dos resultados ou com a produção de um texto síntese, apresentando também alguns exemplos dos erros cometidos (CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009).

Os resultados obtidos podem ser utilizados para fins teóricos ou práticos. Borasi (1996 apud CURY; BISOGNIN E.; BISOGNIN, V., 2009, p. 3), por exemplo, sugere: “[...] explorar os erros, juntamente com os estudantes, para fazer descobertas sobre os conteúdos em questão ou apenas tentar remedia-los, criando estratégias de ensino para retomar os conteúdos nos quais os alunos mostram mais dificuldades”.

Quando se utiliza a Análise de Erros como metodologia de ensino, faz-se necessário que o docente estimule a busca do conhecimento por meio de erros, reforçando assim o elo existente entre o professor, o aluno e o processo de ensino e aprendizagem (LOPES; ALLEVATO, 2011). Torre (2007, p. 44) descreve que:

O aluno realiza as operações matemáticas de forma mecânica, porque já domina, mas diante do erro cometido presta maior atenção para descobrir onde pode ter falhado. A análise do erro representa um processo e, como tal, é uma fonte de aprendizagem. Procedimentos não podem ser ensinados nem aprendidos por meio da constatação de resultados, mas do funcionamento de processos lógicos, psicológicos ou mecânicos. É por isso que o erro, além de favorecer a habilidade reflexiva e analítica, é uma estratégia adequada para o Ensino e Aprendizagem de procedimentos, novo domínio de objetivos que devem ser levados em conta no ensino.

No presente trabalho, a Análise de Erros foi adotada como metodologia de pesquisa, uma vez que foi utilizada na análise de produções escritas dos alunos participantes da experimentação.

Como o curso será ofertado na modalidade a distância, se faz necessário uma discussão sobre essa modalidade de ensino, apresentada na seção seguinte.

1.2 Educação a Distância

A Educação a Distância (EAD) é uma modalidade “[...] na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino-aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com estudantes e professores desenvolvendo atividades educativas em lugares ou tempos diversos” (BRASIL, 2005, p. 1).

Assim como no ensino presencial, um curso em EAD requer cuidados desde a sua concepção. Antes de ofertar um curso nessa modalidade, é preciso pensar em como o mesmo será estruturado, quais os recursos humanos envolvidos, como será a preparação e a distribuição do material didático, elaborar o plano de ensino e das aulas e discutir a organização administrativa (KONRATH; TAROUCO; BEHAR, 2009).

A estrutura do curso envolve todos os recursos materiais e de espaço necessários e adequados para apoiar a proposta do mesmo. Em relação aos recursos humanos, é preciso delinear quem serão os participantes, suas funções e suas responsabilidades. Isto envolve coordenadores, pessoal para atendimento aos alunos, equipe técnica e administrativa, professores e tutores. A preparação e a distribuição do material didático, assim como a construção dos planos de ensino e de aula, são de fundamental importância, pois devem estar de acordo com os princípios pedagógicos e técnicos do curso (KONRATH; TAROUCO; BEHAR, 2009).

O material para EAD não deve ser o mesmo adotado no ensino presencial. Segundo Possolli e Cury (2009), os objetivos e a maneira como os materiais são elaborados e utilizados estabelecem a principal diferença entre as duas modalidades. No ensino presencial, os materiais didáticos complementam a fala e a ação do professor. Na EAD, a integração e a complementaridade dos materiais assumem um papel fundamental, estabelecendo a eficácia da vinculação do aluno com o conhecimento (POSSOLLI; CURY, 2009).

Tais materiais incluem apostilas, *softwares* educacionais, páginas da Web, objetos de aprendizagem, entre outros. Para selecioná-los, é necessário que o professor leve em conta fatores como *design*, aspecto motivacional, interatividade e outros. O material para EAD tem suas peculiaridades e, muitas vezes, exige bastante tempo para o seu desenvolvimento (VERMEERSCH, 2006 apud BEHAR, 2009). Azevedo (2011) destaca que as concepções pedagógicas definirão a abordagem e o uso dos recursos proporcionados pela EAD.

Torrezan e Behar (2009) afirmam que elaborar um material educacional digital requer preocupação com sua interface, de modo que a mesma esteja contextualizada na cultura do usuário. Além disso, o aluno deve ter acesso ao material de forma não linear, ou seja, conforme o conhecimento que esteja construindo em cada momento. É preciso que o material seja interativo e favoreça as interações entre os envolvidos, levando em consideração, para tanto, fatores técnicos, gráficos e pedagógicos (TORREZZAN; BEHAR, 2009). Possolli e Cury (2009) destacam quatro características essenciais para os materiais didáticos a serem utilizados em EAD, a saber: ser interativo, dialógico, multimídia e proporcionar a autonomia por parte do aprendiz durante sua aprendizagem.

Na EAD, o aluno não aprende sozinho, constrói seu próprio conhecimento com base na interatividade com o material disponibilizado e na interação com colegas e professores. Nesse contexto, o papel do professor é essencial, proporcionando ao aluno momentos para que construam seus conhecimentos, por meio do contato com os recursos, interagindo e contra argumentando (TORREZZAN; BEHAR, 2009). Corroborando tal ideia, Possolli e Cury (2009) afirmam que os professores não são substituídos pelos materiais didáticos, estes continuam a ter um papel expressivo na condução do processo de ensino e aprendizagem.

A legislação brasileira (BRASIL, 2005) prevê avaliações presenciais e a distância em um curso realizado em EAD. Segundo Behar (2009), a avaliação a distância pode ser promovida por meio de ferramentas próprias do AVA como envio de atividades, quantidade de interação, qualidade das mensagens, ou seja, acompanhamento dos registros das ferramentas.

Segundo Azevedo (2011), o grande avanço nas Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) propiciou mudanças na EAD, fazendo com que essa modalidade de ensino seja mais difundida. Dentre os diversos recursos tecnológicos que a EAD pode utilizar por meio da Web, destacam-se os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) que “possuem ferramentas que facilitam o compartilhamento de informação e comunicação entre pessoas. [...] podem oferecer aos professores opções para gerenciar o material didático e acompanhar o progresso do aluno” (AZEVEDO, 2011, p. 20).

Nesse sentido, o uso dos AVA pode favorecer a construção do conhecimento, uma vez que contribui para uma melhor relação entre o professor e o aluno (RAMSEY, 2003 apud AZEVEDO, 2011).

Atualmente, há diversos AVA que podem ser utilizados, tais como Moodle,³ ROODA⁴, REDU⁵, ATutor⁶, entre outros. O ambiente Moodle⁷ foi criado em 2001, por Martin Dougiamas, e é “um *software* livre desenvolvido colaborativamente por uma comunidade virtual formada por programadores, desenvolvedores de *software* livre, administradores de sistema, professores, designers e usuários” (AZEVEDO, 2011, p. 42). Para esse trabalho, adotou-se o Moodle por ser a plataforma utilizada na instituição de ensino na qual o estudo de caso foi realizado.

Franciscato et al.(2008, p. 9), ao avaliarem os ambientes virtuais de aprendizagem, concluíram que “o Moodle é um dos ambientes que proporciona facilidade de utilização e aprendizagem, é adequado ao ensino-aprendizagem totalmente à distância e serve de apoio ao ensino presencial, tendo como características várias ferramentas de apoio”.

Algumas dessas ferramentas são: agenda, avaliações, atividades, material de apoio, enquetes, mural, correio, grupos, fórum, *chat*, *wiki*, perfil dos participantes, relatórios, notas, livros, glossário, blog, usuário, ajuda, entre outras (FRANCISCATO et al., 2008). Além disso, permite gerar o relatório da participação dos alunos de um curso. Dessa forma, o professor pode ter acesso ao relatório das atividades realizadas, assim como ao horário em que os alunos entraram no curso e ao material acessado pelos mesmos (AZEVEDO, 2011).

Uchôa, J. e Uchôa, K. (2008) caracterizam algumas das ferramentas citadas acima, tais como: i) o bate papo: permite realizar uma discussão a respeito de um determinado tópico via Web; ii) fórum: possibilita postar dúvidas a respeito das atividades ou até mesmo propiciar

³ <https://moodle.org/?lang=pt_br>.

⁴ <<https://ead.ufrgs.br/rooda/>>.

⁵ <<http://educarcom.redu.com.br/>>.

⁶ <<http://atutor.ca/>>.

⁷ Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment

um encadeamento de discussão; iii) materiais: local em que o tutor disponibiliza todos os conteúdos que serão utilizados em cada tópico; iv) glossário: pode ser utilizado semelhante a um dicionário, no qual é possível criar e atualizar listas de definições; v) blogs: ferramenta que permite ao aluno tornar público suas edições, e vi) *wikis*: edição de textos podendo ser escrito cooperativamente por vários elementos de um grupo.

Segundo Paiano (2007), as ferramentas de comunicação podem ser classificadas como síncronas ou assíncronas. As síncronas são aquelas cuja comunicação ocorre em tempo real, ou seja, todos os participantes devem estar presentes em um mesmo espaço e tempo. Como exemplos citam-se o *chat* (bate papo) e a vídeo conferência. As assíncronas, como o correio eletrônico e o fórum, são as que os participantes podem acessar as informações de acordo com seu tempo disponível, não é preciso todos estarem reunidos no mesmo local e tempo (PAIANO, 2007).

Dentre as ferramentas descritas, ressalta-se o fórum, pelas contribuições educacionais que o mesmo oferece. Warren (2008) afirma que, embora a discussão, em geral, faça parte do contexto de sala de aula, os fóruns *online* fornecem um formato diferente de comunicação, pois os alunos precisam escrever suas respostas e postá-las para que todos possam ver. O processo de escrita, segundo o autor, colabora para reflexões mais profundas sobre o tema abordado. Ratificando essa visão, Leite et al. (2007) afirmam que é um recurso que possibilita o registro do processo de construção do conhecimento e uma mediação mais direcionada por parte do professor. Além disso, facilita a prática consciente de diferentes funções cognitivas, como observar, comparar, analisar, discordar, dentre outras.

Azambuja, Silveira e Gonçalves (2004, p. 230) descrevem um projeto desenvolvido com turmas de Cálculo A (presenciais) e destacam, em particular, o uso do fórum, relatando que o mesmo colaborou para que “[...] o ensino, mesmo de conteúdos teóricos e difíceis se tornasse leve e agradável”. No entanto, segundo os autores, a falta de hábito em utilizar definições, promover pesquisas e expressar-se utilizando linguagem matemática contribuiu para que alguns alunos sentissem dificuldades na participação dos fóruns propostos.

Baseado na literatura sobre EAD, Mercado (2007) aponta alguns fatores que contribuem para a frustração e o abandono por partes dos alunos, tais como:

- A estrutura do curso no ambiente virtual: muitos alunos não compreendem a forma em que os conteúdos estão disponibilizados na plataforma, em consequência criam obstáculos para: i) encontrar os materiais para estudar; ii) navegar entre os diversos

tópicos; iii) participar dos fóruns; iv) ler e enviar mensagens; v) realizar e enviar respostas das atividades, e vi) acessar os textos complementares;

- Insuficiência de domínio técnico das TIC: esse fator pode dificultar o acompanhamento das atividades propostas pelo curso. Desse modo, podem surgir dificuldades, visto que, no estudo *online*, os alunos necessitam ter habilidades no manejo de ferramentas tecnológicas. Essas dificuldades podem ser decorrentes da falta de hábito ou de experiência prévia na modalidade de estudo a distância;
- Organização pessoal: dificuldades de tempo, de disciplina e de planejamento sobre quando e como estudar podem prejudicar o desenvolvimento do estudo na EAD. Tais dificuldades estão associadas à diferença entre as pretensões iniciais em relação à dedicação e ao esforço e às demandas reais do estudo a distância, em geral, desconhecidas;
- Prática do professor: esse fator envolve a postura do professor frente a EAD, uma vez que está acostumado com a sala de aula presencial. Assim, quando se depara com o ensino *online* comete erros, tais como: informação concisa demais, conceitos muito complexos, poucos exemplos ilustrativos, vocabulário rebuscado. Esses procedimentos podem gerar distanciamento entre a teoria e a prática;
- Falta de competência para a tutoria *online*: o tutor desempenha a função de mediador do processo ensino e aprendizagem por meio da motivação, auxílio e estímulo aos alunos. Um mau desempenho desse papel pode contribuir para a desistência do curso, uma vez que os alunos podem ter problemas relacionados à dificuldade de comunicação, à falta de estímulo, à demora no *feedback* dos exercícios enviados, a pouca participação do tutor nas ferramentas interativas;
- Preparação do aluno para estudar *online*: muitos possuem dificuldades para se adaptarem à nova situação de aprendizagem. Para minimizar essa situação, ao iniciar um curso *online*, é necessária a apresentação das ferramentas utilizadas no ambiente e dos recursos disponíveis;
- Criação de expectativas irreais: muitos alunos criam uma falsa expectativa supondo que a formação *online* exija pouco ou nenhum esforço, quando comparada com outras formas de aprendizagem. No entanto, essa modalidade de ensino exige muito comprometimento e hábitos regulares de estudo.

A evasão nos cursos a distância constitui um grande desafio para o desenvolvimento das ações. Em consonância com os fatores identificados por Mercado (2007), as causas de evasão mais apontadas pelas instituições, segundo o Censo EAD.BR (2012), são falta de tempo para estudar e participar do curso e dificuldade de adaptação à metodologia.

1.3 Estudos Relacionados

Nesta seção, serão apresentadas três pesquisas que envolvem o estudo sobre as dificuldades que os alunos apresentam ao ingressarem no Ensino Superior, em especial, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, tema abordado neste trabalho monográfico.

A primeira é a dissertação de mestrado intitulada “Análise de erros em Matemática: um estudo com alunos de Ensino Superior”, escrita por Marcelo de Freitas Bortoli e orientada pela Prof^a Dr^a. Helena Noronha Cury, em 2011, pelo Centro Universitário Francisco, Santa Maria, RS.

Bortoli (2011) relata que a motivação de seu trabalho surgiu a partir de sua experiência como docente e das percepções de colegas que lecionam na região do Sudoeste do Paraná. A constatação é que a maioria dos erros cometidos durante o processo de resolução de problemas de Matemática, no Ensino Superior, está relacionada à falta de interpretação de conceitos estudados no Ensino Fundamental ou no Médio. Assim, sua pesquisa tem por objetivo geral analisar os erros cometidos por alunos do Ensino Superior, de cursos de Administração, Ciências Contábeis, Engenharia Agrônoma, Química e Sistemas de Informação, na resolução de testes da disciplina de Pré-Cálculo, e utilizá-los para planejar estratégias de ensino, tendo em vista a melhoria da aprendizagem nessa disciplina, bem como nas subsequentes disciplinas matemáticas de cada curso.

Foram aplicados três testes para 61 alunos, contendo duas questões de Matemática cada, durante três dias consecutivos, totalizando seis questões para análise. Dos 61 alunos, apenas 31 participaram dos três testes e, portanto, somente estes foram considerados para análise de dados.

Como metodologia de pesquisa foi utilizada a Análise de Conteúdos das respostas. As técnicas de coleta de dados foram testes, observação em sala de aula e questionário sócio educacional. Para analisar as respostas dos alunos, o autor utilizou as habilidades apontadas nas Matrizes de Referências para o SAEB 2005 e 2009 e ENEM 2009. Concluiu, de maneira geral, que os alunos participantes da pesquisa não dominavam as habilidades relacionadas a

conteúdos algébricos.

No presente trabalho, assim como na dissertação de Bortoli (2011), promoveu-se a categorização dos erros dos alunos, tendo em vista a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de Cálculo.

Outro trabalho pesquisado foi o artigo intitulado “Educação a distância: solução para o nivelamento de Matemática na Educação Superior”, escrito por June Lessa Freire; Lilian Nasser e Débora Mendonça Cardador e apresentado no IV Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática, em 2008, na UFRJ, RJ.

Freire, Nasser e Cardador (2008) relatam uma experiência de uso da tecnologia no desenvolvimento de um curso de nivelamento a distância para alunos ingressantes na Faculdade SENAI/CETIQT. A experiência teve por objetivo preencher lacunas de aprendizagem de Matemática da Educação Básica e, por meio deste, pretendeu-se conceber mecanismos alternativos de nivelamento em Matemática. A Metodologia dos Desafios, utilizada no curso, é baseada na solução de problemas, tendo em vista estimular os estudantes a desenvolverem uma postura investigativa. Também valoriza as experiências e os conhecimentos prévios.

Além disso, o curso foi desenvolvido em um ambiente de aprendizagem, dentro de uma perspectiva de Sistema Inteligente, definido como um sistema que é capaz de “aprender” durante o seu funcionamento. A estrutura foi a seguinte: pré-teste, orientações para estudo, conteúdo interativo, exercícios resolvidos, problemas para prática e fixação e desafios. Após a realização do pré-teste, o aluno recebe um *feedback* que ressalta os tópicos nos quais obteve bons resultados e indica um roteiro de estudo para aqueles que precisam ser reforçados. Os tópicos podem ser acessados de forma não linear. A avaliação de cada tópico é feita em função da resolução dos desafios apresentados.

A pesquisa concluiu que é possível o aluno preencher as lacunas de aprendizagem por meio de um curso a distância, estudando individualmente aquilo que necessita e no seu ritmo.

O artigo, de forma semelhante ao presente trabalho, propõe curso de nivelamento a distância, utilizando tecnologia.

O terceiro trabalho foi o artigo intitulado “Cálculo Diferencial e Integral I: analisando as dificuldades dos alunos de um curso de Licenciatura em Matemática”, escrito por Diánis Ferreira Irias, Josislei Passos Vieira, Paula Reis de Miranda e Rafael Cazal Silva, em 2011, e publicado nos anais da XI Semana da Matemática e III Semana da Estatística da UFOP.

Irias et al. (2011) afirmam que licenciandos da área de exatas apresentam dificuldades na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, fato que tem causado grande temor e

reprovação. Assim, a pesquisa tem por objetivo geral identificar as dificuldades de aprendizagem na disciplina de Cálculo, buscando, entre outros aspectos, verificar a percepção dos licenciandos sobre o nível de conhecimento matemático adquirido no Ensino Fundamental e Médio.

Para atingir seus objetivos Irias et al. (2011) utilizaram, como instrumento de coleta de dados, um questionário com questões objetivas e entrevistas gravadas com professores de Cálculo I. A pesquisa foi realizada com alunos que cursaram ou estavam cursando tal disciplina até o primeiro semestre de 2011. Como metodologia, os autores embasaram-se em Cury (2008) sobre Análise de Erros. Concluíram que diversos fatores contribuem para o baixo rendimento dos alunos na referida disciplina, dentre os quais, falta de tempo para dedicar à disciplina fora da sala, salas de aula com número excessivo de alunos e critérios de avaliação utilizados pelo professor, além de dificuldades em conteúdos do Ensino Básico.

Esse artigo possui diversos pontos semelhantes ao presente trabalho, tais como público alvo para realização de pesquisa, utilização de um questionário para coleta de dados e a metodologia para analisar os erros.

De modo geral, o presente trabalho difere das três pesquisas descritas acima, no aspecto organizacional, no qual se promoveu a junção de algumas características dos estudos mencionados. Ou seja, foi possível unificar a proposta de um curso de Pré-Cálculo, a distância, utilizando um ambiente virtual de aprendizagem, e na atividade aplicada, analisar os dados por meio da metodologia Análise de Erros.

2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Na introdução, foi apresentado um esquema gráfico que contém a questão de pesquisa e resume os procedimentos metodológicos adotados para a obtenção da resposta da mesma.

Neste capítulo, esses procedimentos serão detalhados, incluindo a descrição das apostilas e do material complementar que compõem o curso desenvolvido no ambiente Moodle.

Tendo em vista esse objetivo, inicialmente são focalizados aspectos relativos ao tipo de pesquisa promovida, assim como aos instrumentos de coleta de dados utilizados. A seguir, são descritos os procedimentos metodológicos adotados em cada etapa.

2.1 Caracterização da Pesquisa

Este trabalho monográfico tem a seguinte questão de pesquisa: Qual a percepção de licenciandos em Matemática a respeito da contribuição de um curso sobre conteúdos do Ensino Fundamental, estruturado no Moodle, para a (re)construção de conhecimentos necessários ao estudo de Cálculo?

Buscando responder a tal questionamento, optou-se por realizar uma pesquisa de caráter qualitativo, desenvolvida por meio de um estudo de caso.

Segundo Oliveira (2010), a pesquisa qualitativa visa incorporar informações fidedignas, elucidando o contexto em que se encontra o objeto de estudo, além de ser uma análise minuciosa de acontecimentos, objetos, grupos de pessoas e fenômenos da realidade.

Goldenberg (2009, p. 49) afirma que “[...] os métodos qualitativos enfatizam as particularidades de um fenômeno em termos de seu significado para o grupo pesquisado”. Essa autora afirma ainda que “os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos” (GOLDENBERG, 2009, p. 53). Nesse tipo de pesquisa, é preciso ter flexibilidade e criatividade no momento de coletar e de analisar os dados, pois os mesmos não são padronizados como os quantitativos (GOLDENBERG, 2009).

“A investigação qualitativa emprega diferentes concepções filosóficas; estratégias de investigação; e métodos de coleta, análises e interpretação dos dados” (CRESWELL, 2010, p. 206). Ou seja, ao realizar uma pesquisa qualitativa não se deve apenas recolher os dados, mas

é necessário analisar as causas e os efeitos, contextualizando-os no tempo e no espaço, dentro de uma concepção sistêmica (OLIVEIRA, 2010).

Uma das formas em que a pesquisa qualitativa pode se desenvolver é o estudo de caso, que, segundo Yin (2010), é uma investigação empírica que busca compreender um fenômeno contemporâneo da vida real, em profundidade, quando as fronteiras entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes. Essa investigação envolve muitas variáveis e deve convergir de maneira triangular, propiciando, assim, a coleta e a análise de dados.

Segundo Ponte (2006, p. 8), “Um estudo de caso pode ter profundo alcance analítico, interrogando a situação, confrontando-a com outras situações já conhecidas e com as teorias já existentes”.

O melhor local onde o estudo de caso deve ocorrer é o ambiente natural do investigado. Assim, é possível fazer observações para coletar os dados (YIN, 2010). Existem diversas técnicas para realizar a coleta de dados. Nesta pesquisa, foi utilizada a observação, um questionário e uma atividade final.

A observação, como técnica de coleta de dados, é considerada essencial para o processo de pesquisa, pois os fatos são percebidos de forma direta, sem qualquer intermediação, sendo considerada uma vantagem em comparação aos demais instrumentos (GIL, 2008). Creswell (2010, p. 214) afirma que as “observações qualitativas são aquelas em que o pesquisador faz anotações de campo sobre o comportamento e as atividades dos indivíduos no local de pesquisa”.

Nesta pesquisa, a observação foi feita de duas formas: i) por meio de algumas ferramentas do Moodle, analisando aspectos tais como número e tempo de acesso de cada aluno, materiais acessados, e, principalmente, os registros das postagens nos fóruns de dúvidas e de discussão, e ii) presencialmente, durante as aulas ministradas como tutoria.

Outra fonte de evidência é o questionário que, segundo Gil (2008, p. 121), “trata-se de uma técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas, com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, interesses, dentre outros”. É uma técnica que permite descrever as características da população pesquisada ou testar as hipóteses que foram construídas durante o planejamento da pesquisa por meio das respostas das questões (GIL, 2008).

O questionário pode ser constituído de questões abertas, possibilitando ampla liberdade de resposta ou de questões fechadas, em que os respondentes escolhem uma alternativa dentre as apresentadas numa lista de opções (GIL, 2008). Há também o

questionário misto, que é constituído de questões abertas e fechadas, o que possibilita aos sujeitos envolvidos opinar com mais clareza a respeito do assunto (BATISTA, 2011).

Existem diversas vantagens quanto à utilização do questionário como técnica de coletas de dados. Moreira e Caleffe (2008) citam quatro: o uso eficiente do tempo, o anonimato para o respondente, a possibilidade de uma alta taxa de retorno e o uso de perguntas padronizadas.

Para essa pesquisa, optou-se por utilizar um questionário misto, visando, com isso, coletar informações mais completas, que possibilitassem compreender a opinião dos participantes em relação ao trabalho proposto.

Outro instrumento utilizado para coleta de dados foi uma atividade final, composta de nove questões, tendo por objetivo verificar o desempenho dos participantes diante de questões nas quais foram abordados conceitos relacionados aos quatro tópicos do curso.

A análise dos dados levantados na atividade final foi realizada por meio da metodologia Análise de Erros, descrita no capítulo 1 deste trabalho.

O estudo de caso foi realizado com alunos do 2º período da Licenciatura em Matemática de uma instituição pública da cidade de Campos dos Goytacazes, por meio de um curso estruturado no Moodle⁸, que foi ofertado na modalidade a distância, com momentos presenciais para tutorias.

Optou-se por utilizar um AVA para que o aluno tenha a possibilidade de (re)construir as lacunas individuais de aprendizagem de acordo com seu ritmo e suas necessidades. Dessa forma, poderá optar por promover seus estudos na sequência proposta, considerando todos os tópicos apresentados, ou estabelecer uma sequência própria, selecionando e organizando os tópicos como julgar conveniente. Como defendido por Torrezzan e Behar (2009), o aluno deve poder construir seus conhecimentos de forma não linear, por meio de materiais educacionais digitais.

A partir dos objetivos propostos, diversas etapas foram realizadas, a saber: i) elaboração das apostilas; ii) seleção de materiais relativos aos tópicos do Ensino Fundamental contemplados tais como: vídeos, objetos de aprendizagem e apostilas auxiliares; iii) realização do teste exploratório das apostilas elaboradas; iv) análise dos dados coletados e modificação das apostilas; v) preparação do curso de Pré-Cálculo – Parte 1 no ambiente virtual de aprendizagem; vi) elaboração da atividade final; vii) construção do questionário;

⁸ Disponível em: <<http://www.ptce2.iff.edu.br/moodle/>>.

viii) realização do curso, ix) aplicação da atividade final e do questionário, e x) análise dos dados levantados para verificar se a pergunta de pesquisa foi respondida.

Os procedimentos metodológicos adotados no desenvolvimento das etapas prévias à realização do curso serão descritos a seguir.

2.2 Detalhamento das Etapas

2.2.1 Elaboração das Apostilas

Na elaboração das quatro apostilas, que abordam os tópicos Produtos Notáveis, Racionalização, Fatoração e Frações Algébricas, visou-se evitar a mera reprodução do que já foi visto no Ensino Básico, propondo novas perspectivas, tendo em vista o estudo de Cálculo. Os tópicos matemáticos foram selecionados de acordo com as lacunas de aprendizagem identificadas tanto em artigos científicos, como em experiências prévias dos professores de Cálculo da Instituição pública que trabalham no projeto.

No processo de elaboração das mesmas buscou-se: i) enfatizar os conceitos, de modo que o aluno possa entender o desenvolvimento de cada um dos tópicos, sem utilizar as regras práticas mecanicamente (Figura 2); ii) simular um diálogo com o aluno, tendo em vista facilitar o entendimento dos tópicos abordados, como mostra a figura 3; iii) apresentar um *layout* gráfico agradável, motivador e padronizado; e iv) estruturar os exemplos de forma a fornecer ao aluno a mediação entre os enunciados e as estratégias de raciocínio matemático para a sua solução. Em algumas das apostilas, foi acrescentada a explanação de alguns conteúdos que são abordados no estudo de Cálculo. Por exemplo, quando foi abordado o tema Racionalização, além de mostrar casos de racionalização de denominadores (Figura 4-a), apresentou-se também a racionalização de numeradores (Figura 4-b), que é utilizada no cálculo de limites.

Figura 2 – Parte da apostila de Produtos Notáveis

O quadrado $(a+b)^2$ pode ser escrito da seguinte forma:
 $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$. Então, para realizar esse cálculo devemos multiplicar os termos, utilizando a propriedade distributiva da multiplicação.



Assim temos:

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) = \\ &= a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 = \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

ab = ba

Sendo:
 a : 1º termo
 b : 2º termo

Fonte: Elaboração própria.

Figura 3 – Parte da apostila de Fatoração

a) $5x + 5y + 4ax + 4ay$

Neste caso, temos:

$$\begin{aligned} &5x + 5y + 4ax + 4ay \\ &\downarrow \quad \downarrow \\ &5(x+y) + 4a(x+y) \\ &\downarrow \\ &(x+y)(5+4a) \end{aligned}$$

Inicialmente, foram agrupados os termos dois a dois, de modo que houvesse um fator comum. A seguir, colocou-se em evidência o fator comum de cada grupo formado e, logo após, colocou-se novamente o fator comum em evidência. Observe que foi utilizado, em dois momentos, o caso de fatoração **fator comum** em evidência.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4 – Parte da apostila de Racionalização

Para racionalizar o denominador, teremos que multiplicar os termos dessa fração por um número de tal forma que consigamos no denominador $\sqrt{2^2}$. Então, o número procurado é $\sqrt{2}$.

Portanto,

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Esta fração é igual a 1, logo não altera o valor da fração.

(a)

Vamos racionalizar o numerador da seguinte fração $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Solução:

Seguindo as técnicas de racionalização de denominadores, temos que multiplicar a fração por um número que não altere o valor da mesma. Assim, o número procurado é $\sqrt{2}$.

Portanto:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2^2}}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

A forma racionalizada de $\frac{\sqrt{2}}{2}$ é $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

(b)

Fonte: Elaboração própria.

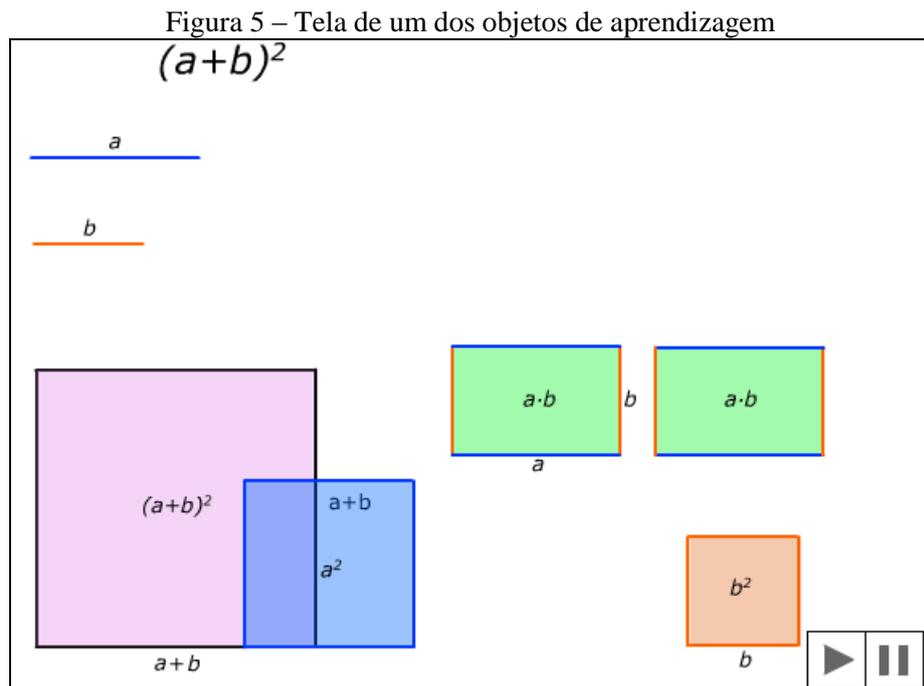
As apostilas elaboradas serão disponibilizadas para consultas posteriores em CD-ROM, entregues à Biblioteca do IFFluminense *campus* Campos – Centro.

2.2.2 Seleção de Materiais Complementares

Para a realização do curso, além das apostilas elaboradas, foram disponibilizados, no Moodle, materiais complementares, tais como: apostilas auxiliares, vídeos e objetos de aprendizagem.

A diversidade de materiais decorre da preocupação em relação aos estilos de aprendizagem⁹ que os alunos apresentam. Como afirmam Dias, Gasparini e Kemczinski (2009), há diferentes preferências individuais na forma de receber e de processar as informações para adquirir conhecimento e aprender. Alguns aprendem melhor por meio de teoria, outros optam pela prática de exercícios ou pela elaboração de esquemas. Há os que precisam de mais tempo para refletir, enquanto outros preferem debater um assunto (DIAS; GASPARINI; KEMCZINSKI, 2009).

Para cada um dos quatro tópicos, procurou-se, na Internet, uma apostila auxiliar, com teoria e exercícios resolvidos e um vídeo, no qual é explanado o conteúdo e são apresentados exemplos. No tópico Produtos Notáveis, além da apostila auxiliar e do vídeo, foram disponibilizados três objetos de aprendizagem demonstrando geometricamente casos de produtos notáveis, conforme mostra a figura 5.



Fonte: LOPEZ; BARRIO; PUJATO. Producto Notable:cuadrado de una soma, 2009. Disponível em: <<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/13482>>. Acesso em: 9 jun. 2013. Adaptado.

⁹ Segundo Felder e Spurlin (2005), estilo de aprendizagem é uma preferência característica e dominante na forma como as pessoas recebem e processam informações.

2.2.3 Realização do Teste Exploratório

O teste exploratório das apostilas elaboradas foi realizado com seis alunos do 6º período, de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição pública da cidade de Campos dos Goytacazes. Ocorreu em um encontro com duração de duas horas. A escolha desses participantes se deve ao fato de os mesmos serem concluintes do curso e, portanto, já terem cursado grande parte das disciplinas específicas, principalmente disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Logo, tais alunos tinham condições de analisar se os conteúdos abordados eram relevantes para a aprendizagem ao longo do curso, em especial, nas disciplinas de Cálculo.

A realização desse teste teve por objetivos verificar a clareza dos textos e dos enunciados das questões propostas nas quatro apostilas elaboradas, para que, se necessário, fosse possível fazer modificações e, também, investigar se o grau de dificuldade das questões estava adequado a seus objetivos.

A análise dos resultados desse teste será promovida no Capítulo 3.

2.2.4 Preparação do Moodle

No Moodle, foram abertos quatro tópicos, correspondentes aos temas abordados, nos quais se disponibilizaram os materiais complementares, as apostilas elaboradas e dois fóruns. A figura 6 mostra a organização de um desses tópicos.

Figura 6 – Tela do curso do Moodle

Fatoração de Polinômios

Fator em evidência

$$a + ab = a(1 + b)$$

$$a^2b + ab^2 = ab(a + b)$$

-  Apostila de Fatoração de Polinômios
-  Apostila auxiliar
-  Apostila auxiliar
-  Vídeo de fatoração parte I
-  Vídeo de fatoração parte II
-  Dúvidas sobre Fatoração de Polinômios
-  Discussão sobre Fatoração de Polinômios

Fonte: Elaboração própria.

Os fóruns são de dois tipos: de dúvidas e de discussão. O de dúvidas tem por objetivo proporcionar aos alunos um ambiente no qual é possível postar e compartilhar dificuldades relacionadas ao conteúdo de cada tópico. Tais dúvidas podem ser sanadas com a pesquisadora ou até mesmo com outros participantes do curso. O de discussão objetiva promover um debate a respeito de um determinado assunto, a partir de uma proposta postada no ambiente.

No fórum de discussão do tópico Racionalização, são apresentadas quatro racionalizações realizadas erradamente (Figura 7). A proposta é que os alunos escolham um dos itens apresentados e postem um arquivo no qual explicitem o erro cometido e registrem a resolução correta, ou apresentem outros erros envolvendo racionalização. Essa metodologia também foi utilizada no tópico Frações Algébricas. Dessa forma, pretende-se promover uma análise e uma discussão de alguns erros cometidos, em geral, pelos alunos na aplicação dos conceitos envolvidos. Cury (2008, p. 80) afirma que: “o erro é um saber que o aluno possui [...] e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilize as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre suas respostas”.

Figura 7 – Questão proposta no fórum do tópico Racionalização

Nesse fórum, vamos analisar e discutir alguns erros cometidos, em geral, pelos alunos na aplicação dos conceitos de racionalização. A seguir, estão alguns exemplos:

i) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

$$\frac{\sqrt{5}}{4} \times \sqrt{5} = \frac{\sqrt{25}}{4} = \frac{5}{4}$$

ii) $\frac{8}{\sqrt[3]{2}}$

$$\frac{8}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{8\sqrt[3]{2}}{4}$$

iii) $\frac{2}{3+\sqrt{3}}$

$$\frac{2}{3+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(3+\sqrt{3}) \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3+3} = \frac{2\sqrt{3}}{6}$$

iv) $\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2} = 3(\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

Para participar deste fórum você deverá:

- escolher um dos erros apresentados e postar um arquivo de texto analisando o erro cometido e registrando a resolução correta;
- ou, então, apresentar outro erro envolvendo racionalização (postando, em arquivo de texto, o erro, a análise do mesmo e a resolução correta).

Fonte: Elaboração própria.

No tópico Fatoração, foi apresentada uma questão contextualizada (Figura 8) e a resolução da mesma, na qual se utilizou a fatoração. Nesse sentido, propõe-se a postagem de um arquivo contendo outra questão, com gabarito, na qual utilizem casos de fatoração ou que postem a resolução de uma das questões indicadas por outro participante, no fórum. Para o tópico Produtos Notáveis, também foi utilizada essa metodologia. Dessa forma, pretende-se promover uma reflexão da aplicação desses conteúdos em áreas variadas da Matemática.

Figura 8 – Questão proposta no fórum do tópico Fatoração

Uma comunidade sofre enchentes periódicas com o transbordamento de um rio.



Comunidade ribeirinha de Cacau Pirêra, localizada às margens do Rio Negro, no município de Iranduba, vizinho de Manaus, AM. (2009)

É possível avaliar a extensão da enchente medindo o quanto o nível da água do rio está acima de seu nível, com o auxílio de uma barra graduada, em metros, colocada perpendicular à superfície do rio.

A graduação zero corresponde ao nível médio do rio; as graduações positivas correspondem a alturas acima do nível médio; e as negativas, a alturas abaixo do nível médio.

Em certo ano, o nível da água pode ser representado pela função $f(t) = t^3 - 9t - 9t^2 + 81$, em que $f(t)$ representa o nível da água, em centímetros, e t representa o tempo, em mês, com $1 \leq t \leq 12$. Em que meses o nível da água do rio esteve em seu valor médio?

Resolução:

Sabendo que o nível médio do rio corresponde a graduação zero, vamos encontrar as raízes da função. Para tal, uma das alternativas de resolução é utilizando a fatoração. Assim temos,

$$f(t) = t^3 - 9t - 9t^2 + 81 = 0$$

$$t(t^2 - 9) - 9(t^2 - 9) = 0$$

$$(t^2 - 9)(t - 9) = 0$$

$$t^2 - 9 = 0 \quad \text{ou} \quad t - 9 = 0$$

$$t = \pm 3 \quad \quad \quad t = 9$$

Como o domínio da função é $1 \leq t \leq 12$, concluímos que o nível da água do rio esteve em seu valor médio nos meses de 3 e 9, ou seja, em março e setembro.

Fonte: Elaboração própria.

2.2.5 Atividade final

Essa atividade é composta por nove questões (APÊNDICE A) e tem o objetivo de verificar o desempenho dos participantes em questões nas quais foram abordados conceitos relacionados aos quatro conteúdos.

A primeira questão (Figura 9) trata da racionalização de denominadores propondo itens sobre os três principais casos.

Figura 9 – Questão 1

1. Racionalize o denominador, simplificando quando possível:	
a) $\frac{3}{\sqrt{7}}$	c) $\frac{1}{4-\sqrt{5}}$
b) $\frac{1}{2\sqrt[3]{5^2}}$	d) $\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

Fonte: Elaboração própria.

A segunda questão (Figura 10) é semelhante à primeira, porém aborda racionalização de numerador.

Figura 10 – Questão 2

2. Racionalize o numerador, simplificando quando possível:	
a) $\frac{\sqrt{15}}{5}$	c) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$
b) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$	d) $\frac{\sqrt[3]{11}}{22}$

Fonte: Elaboração própria.

A terceira (Figura 11) refere-se ao desenvolvimento dos três casos de produtos notáveis básicos.

Figura 11 – Questão 3

3. Desenvolva os seguintes produtos notáveis:
a) $(3x+1)^2$
b) $(5x-2y)^2$
c) $\left(\frac{1}{2}+x\right)\left(\frac{1}{2}-x\right)$

Fonte: Elaboração própria.

A quarta questão (Figura 12) apresenta um dos casos de produtos notáveis numa situação menos imediata.

Figura 12 – Questão 4

4. Durante a resolução de uma avaliação, em que não era permitido utilizar calculadora, um aluno precisou resolver a seguinte expressão: $20742^2 - 20740^2$. Como ele não sabia como obter o resultado optou por não resolvê-la. E se fosse você, como resolveria essa situação?

Fonte: Elaboração própria.

A quinta questão (Figura13) trata dos casos de fatoração trabalhados na apostila elaborada.

Figura 13 – Questão 5

5. Fatore os seguintes polinômios:

a) $x^2 + 14x + 49$

b) $36y^2 - 16$

c) $x^4 - 3x^3 + 4x^2$

d) $x^2 - 7x + 10$

e) $5x^2 - 3x - 2$

Fonte: Elaboração própria.

A sexta questão (Figura 14) aborda o conteúdo de completamento de quadrado, propondo a análise do erro cometido na resolução, bem como a apresentação da resolução correta.

Figura 14 – Questão 6

6. A equação a seguir foi resolvida por um aluno utilizando completamento de quadrado, no entanto, o mesmo cometeu um erro durante a resolução. Identifique-o e apresente a solução correta.

$$x^2 + 6x + 11 = 0$$

$$x^2 + 6x + 36 - 36 + 11 = 0$$

$$x^2 + 6x + 36 = -11 + 36$$

$$(x+6)^2 = 25$$

$$x + 6 = 5$$

$$x + 6 = -5$$

$$x = 5 - 6 \quad \text{ou} \quad x = -5 - 6$$

$$x = -1 \quad \quad \quad x = -11$$

Fonte: Elaboração própria.

A sétima (Figura 15) é uma questão sobre simplificação de fração algébrica.

Figura 15 – Questão 7

7. Simplifique a seguinte expressão: $\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 10x + 25}$.

Fonte: Elaboração própria.

A oitava (Figura 16) envolve os conceitos de fatoração e simplificação de expressões algébricas.

Figura 16 – Questão 8

8. Escreva as seguintes expressões, como uma única fração, na forma reduzida:

a) $\frac{x-2}{x^2-3x} + \frac{5}{x}$

b) $\frac{3}{x-6} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2-36} + \frac{2}{x^2}$

Fonte: Elaboração própria.

A nona questão (Figura 17) envolve conteúdo de produtos notáveis. Na mesma, são apresentadas três orientações e, a partir destas, o aluno deve encontrar os valores das incógnitas x e y .

Figura 17 – Questão 9

9. Seguindo as três orientações abaixo, responda o que se pede:

- x e y são números reais positivos;
- $(x + y)^2 = 169$
- $x^2 + y^2 = 97$

a) Qual é o valor de $x + y$?

b) Qual é o valor de $x \cdot y$?

Fonte: Elaboração própria.

2.2.6 Elaboração do Questionário

O questionário (APÊNDICE B) foi dividido em duas partes. Na primeira, os alunos deveriam assinalar uma das opções: DC (discordo completamente), D (discordo), NCND (não concordo nem discordo), C (concordo), CC (concordo completamente) e NA (não se aplica) em cada afirmativa apresentada.

A segunda parte é composta por três questões discursivas. Tem por objetivo levantar dados relativos à visão geral dos alunos quanto à proposta do curso: pontos positivos e negativos, material utilizado, contribuições para a formação acadêmica e importância da realização de cursos desse tipo. A aplicação do mesmo ocorreu ao final do curso.

3 EXPERIMENTAÇÃO

Neste capítulo, será relatado o desenvolvimento do curso e analisam-se os dados obtidos. Inicialmente, no entanto, descreve-se o teste exploratório das apostilas elaboradas pela pesquisadora, que foram previamente analisadas por licenciandos em Matemática, como descrito na seção seguinte.

3.1 Teste Exploratório das Apostilas

O teste ocorreu no dia 27 de novembro de 2013, no laboratório de informática de uma Instituição pública da cidade de Campos dos Goytacazes, com seis alunos da Licenciatura em Matemática. Como as apostilas seriam, posteriormente, utilizadas no Curso de Pré-Cálculo – Parte 1 e o mesmo seria a distância, julgou-se melhor que fossem analisadas *online*, sendo acessadas diretamente no ambiente Moodle. Assim, justifica-se a utilização do laboratório de informática nesse teste.

Dessa forma, foi necessário fazer o cadastro dos participantes no ambiente Moodle. Dos seis alunos que participaram, apenas um já possuía o referido cadastro, dois não conseguiram acessar, pois tiveram dificuldades com o *login* e a senha. Por se tratar de um teste exploratório com apenas duas horas, optou-se por permitir o acesso desses alunos por meio dos dados da pesquisadora, para não comprometer o tempo de análise do material. Os outros três alunos conseguiram acessar normalmente.

A seguir, foi promovida uma breve explanação sobre o ambiente Moodle e sobre a importância do mesmo para a realização do trabalho. Dando continuidade, foi solicitado que os participantes navegassem pelos tópicos do curso e analisassem, por inteiro, todas as apostilas, observando conteúdos, exemplos, exercícios, bem como a formatação, o *layout* e o cuidado com a elaboração de um material que contribuísse para a autonomia dos alunos e, assim, pudesse favorecer a (re)construção dos seus conhecimentos.

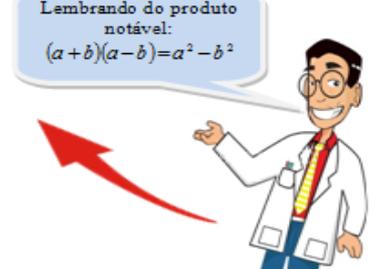
Durante o teste, cada participante acessou o material aleatoriamente, pois não era preciso seguir a sequência proposta no Moodle. Porém, todos analisaram o conteúdo das quatro apostilas elaboradas. Ao examinar as listas de exercícios, três participantes sentiram necessidade de resolver algumas questões, tanto para verificar o grau de dificuldade das mesmas quanto à adequação das respostas do gabarito.

A participação efetiva dos licenciandos, sendo criteriosos na percepção, na análise de todas as apostilas e nas sugestões, contribuiu para a melhoria das mesmas.

Durante a realização do teste, os participantes detectaram alguns erros de formatação (fontes, paginação, espaçamentos, pontuação) e erros que passaram despercebidos, tais como troca de sinais, falta do ponto no símbolo do ângulo reto e palavras que foram digitadas incorretamente. Além disso, sugeriram que fossem acrescentadas algumas definições e exemplos, de forma a tornar o material ainda mais completo, favorecendo a autonomia do estudante.

Tais sugestões foram acatadas. A seguir, são apresentados três exemplos de alterações feitas a partir das sugestões dadas. Uma dessas, advinda da observação de três participantes que sugeriram, na apostila de Racionalização, a explicação do que é conjugado de um número, pois poderia causar dúvidas nos alunos. Como alteração, a explicação foi reescrita e a expressão “conjugado de um número” retirada, conforme mostra o quadro 1.

Quadro 1 – Comparativo da apostila de Racionalização

Apostila antes da reformulação	Apostila reformulada
<p>3º Caso: O denominador é uma adição ou subtração de dois termos, em que pelo menos um dos termos é radical de índice 2.</p> <p>Exemplos:</p> <p>a) $\frac{3}{\sqrt{3}+1}$</p> <p>Neste caso, multiplicamos o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador, ou seja, devemos repetir o denominador invertendo o sinal do segundo termo.</p> $\frac{3}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{3\sqrt{3}-3}{3-1} = \frac{3\sqrt{3}-3}{2}$ <p>Lembrando o produto notável: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$</p> 	<p>3º Caso: O denominador é uma adição ou subtração de dois termos, em que pelo menos um dos termos é radical de índice 2.</p> <p>Exemplos:</p> <p>b) $\frac{3}{\sqrt{3}+1}$</p> <p>Neste caso, o denominador é representado por uma adição de dois termos, sendo assim multiplicamos o numerador e o denominador dessa fração pela diferença dos termos do denominador, pois dessa forma obteremos o produto da soma pela diferença de dois termos.</p> <p>Caso o denominador envolva uma subtração, multiplicaremos o numerador e o denominador da fração pela soma dos termos do denominador.</p> $\frac{3}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{3\sqrt{3}-3}{3-1} = \frac{3\sqrt{3}-3}{2}$ <p>Lembrando do produto notável: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$</p> 

Fonte: Elaboração própria.

A segunda sugestão, apresentada por dois participantes, recomendava que na questão 1, da lista de exercícios da apostila de Produtos Notáveis, fosse incluído um item no qual a incógnita x aparecesse no segundo termo, como é possível observar no quadro 2.

Quadro 2 – Comparativo da questão 1 da apostila de Produtos Notáveis

Questão antes da reformulação	Questão reformulada
<p>1. Desenvolva os produtos notáveis abaixo:</p> <p>a) $(x+2)^2$ e) $\left(\frac{x}{2}-8\right)^2$</p> <p>b) $(3x-5)^2$</p> <p>c) $(x-7)(x+7)$ f) $\left(\frac{x+3}{2}\right)^2$</p> <p>d) $(6x+\sqrt{2})^2$</p>	<p>1. Desenvolva os produtos notáveis abaixo:</p> <p>a) $(x+2)^2$ e) $\left(\frac{x}{2}-8\right)^2$</p> <p>b) $(3x-5)^2$</p> <p>c) $(x-7)(x+7)$ f) $\left(\frac{x+3}{2}\right)^2$</p> <p>d) $(\sqrt{2}+6x)^2$</p>

Fonte: Elaboração própria.

A terceira foi no tópico sobre trinômio do 2º grau, na apostila de Fatoração de Polinômios, ocorreu uma troca de sinal, conforme pode ser visto na figura 18.

Figura 18 – Erro na apostila de Fatoração de Polinômios

5) Trinômio do segundo grau

Esse caso trata da fatoração de um trinômio que possui raiz, mas não é um quadrado perfeito.

Como exemplo, vamos considerar o trinômio $x^2 \oplus 5x+6$, para fazermos a fatoração.

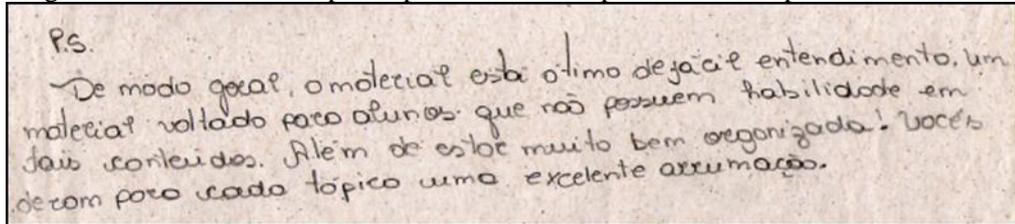
Podemos observar que este trinômio não se trata de um trinômio quadrado perfeito, pois o termo $5x$ não representa o dobro de $\sqrt{x^2}$ por $\sqrt{6}$. Para fatorá-lo, precisamos determinar as raízes da equação $x^2 \ominus 5x+6=0$.

Fonte: Elaboração própria.

De maneira geral, destaca-se que os participantes consideraram o material muito agradável e de fácil entendimento. Gostaram também do cuidado que se teve na elaboração de um material claro, objetivo, em que houvesse um diálogo entre o aluno e a apostila. Os mesmos ressaltaram ainda as possíveis dificuldades e o trabalho que o desenvolvimento do

material, em termos de conteúdos e, até mesmo, formatação, deve ter dado à pesquisadora. O relato de um dos participantes (Figura 19) ratifica essa visão.

Figura 19 – Relato de um participante no teste exploratório das apostilas elaboradas



Fonte: Protocolo de pesquisa.

3.2 Relato da Realização do Curso

O curso de Pré-Cálculo – Parte 1 foi realizado a distância, havendo momentos presenciais para tutorias, com alunos do 2º período da mesma Licenciatura em Matemática considerada no teste exploratório. Ressalta-se que a referida Licenciatura é a cursada pela pesquisadora, o que justifica a escolha da mesma para as ações de pesquisa. Além disso, julgou-se importante levantar dados relativos às dificuldades trazidas do Ensino Básico por futuros professores em Matemática.

A opção por alunos do 2º período decorreu do fato de que, na licenciatura considerada, a entrada de alunos é anual; em um semestre há apenas períodos pares e, em outro, ímpares. Na ocasião da realização do curso, só havia oferta de períodos pares. Além disso, esses alunos estavam tendo os primeiros contatos com a disciplina de Cálculo.

O curso teve início no mês de dezembro de 2013, com término previsto para o final de janeiro de 2014. No entanto, no decorrer do mesmo, observou-se a necessidade de prorrogar o término para o final de fevereiro de 2014, como descrito a seguir.

Inicialmente, inscreveram-se 20 alunos, mas apenas sete participaram efetivamente, acessando os tópicos, participando dos fóruns e das tutorias. Atribui-se essa redução do número de participantes a diversos fatores, tais como: i) os alunos estavam no final do semestre letivo, portanto com muitos trabalhos e seminários para preparar e apresentar, bem como precisavam estudar para as avaliações, e ii) no período do curso ocorreu um recesso escolar¹⁰.

¹⁰De acordo com o calendário pós-grevo do ano letivo de 2013 da Instituição de ensino considerada.

A pesquisadora, diante de tal fato, tentou motivar os alunos postando, no Moodle, mensagens de incentivos, prorrogando o prazo para o término das atividades e disponibilizando-se constantemente para encontros presenciais. Porém, os alunos relataram que não se tratava de falta de interesse, mas, sim, de falta de tempo.

Para a realização do curso foi feito o cadastro no Moodle de todos os alunos e houve um encontro presencial para apresentar o ambiente, expor os tópicos disponíveis, apresentando os recursos que poderiam ser acessados, como as apostilas, o material complementar e fóruns. Nesse encontro, também foi explicado que, se necessário, poderia ser aberto um *chat* para retirada de dúvidas.

Os sete alunos acessaram os tópicos de acordo com suas necessidades e, à medida que surgiam dúvidas, solicitavam a ajuda da pesquisadora por meio do fórum de dúvidas ou encontros presenciais. No decorrer do curso, não houve a necessidade da abertura do *chat*.

Devido ao número reduzido de alunos, levantaram-se dados individuais, relatando a participação de cada um no curso. Para tanto, os mesmos foram denominados A, B, C, D, E, F e G. Essa nomenclatura também foi utilizada no relato da atividade final e no questionário: o Aluno A descrito na realização do curso, será o mesmo descrito nas atividades posteriores. A tabela 2 mostra a participação dos alunos em cada tópico, ou seja, o número de acesso em cada item.

Tabela 2 – Número de acessos dos alunos no Moodle

			Quantidade de acessos dos alunos						
			A	B	C	D	E	F	G
PRODUTOS NOTÁVEIS	MATERIAL COMPLEMENTAR	Apostila	2	4	1	2	2	4	5
		Vídeos	1	0	0	0	1	2	1
		Objetos de aprendizagem	1	1	0	0	2	1	3
	Apostila elaborada		2	4	1	0	2	1	1
	Fórum de dúvidas		0	1	0	1	0	1	2
	Fórum de discussão		1	0	2	2	0	0	0
RACIONALIZAÇÃO	MATERIAL COMPLEMENTAR	Apostila	1	3	0	1	1	1	1
		Vídeos	0	0	0	0	0	1	0
	Apostila elaborada		6	3	0	2	1	2	2
	Fórum de dúvidas		2	1	0	1	1	0	1
	Fórum de discussão		1	0	2	1	0	0	0
FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS	MATERIAL COMPLEMENTAR	Apostila	3	3	0	0	1	1	0
		Vídeos	0	0	0	0	0	1	0
	Apostila elaborada		7	5	0	0	1	1	0
	Fórum de dúvidas		4	1	0	0	0	0	0
	Fórum de discussão		2	0	1	2	0	0	0
FRAÇÕES ALGÉBRICAS	MATERIAL COMPLEMENTAR	Apostila	2	1	0	0	1	1	0
		Vídeos	0	0	0	0	0	0	0
	Apostila elaborada		5	6	0	0	1	1	2
	Fórum de dúvidas		2	0	0	0	0	0	1
	Fórum de discussão		1	0	1	1	0	0	0

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os dados apresentados na tabela 2 são registros contabilizados no Moodle referentes ao número de acesso de cada participante ao material e não do tempo que o mesmo se dispôs a estudar os tópicos.

O Aluno A acessou grande parte do material disponível e participou ativamente dos fóruns. Apresentou dúvidas que foram respondidas pela pesquisadora por meio do fórum (Figura 20). E para outras, solicitou, por meio do Moodle, momentos presenciais de tutorias. O referido aluno ainda colaborou sanando dúvidas do Aluno B, por meio do fórum, como é possível observar na figura 21.

Figura 20 – Participação do Aluno A no fórum de dúvidas

Re: dúvidas exercícios apostila
por **Aluno A** - sábado, 11 janeiro 2014, 23:19

Estava tudo certo mesmo... obrigada! Mas, fiz a questão 4 por tentativa e erro na hora de achar os valores de a, b, c. Achei a resposta do gabarito, mas acredito que exista uma outra forma de resolvê-la.
Pode dizer que caminho você usou? Na questão 5 achei $x = 0,5$. É isso mesmo?
Obrigada.

 **Re: dúvidas exercícios apostila**
por Juliana Correa Pereira - segunda, 13 janeiro 2014, 12:31

Olá Na questão 4, você não precisa encontrar os valores de a, b e c. A questão te informa o seguinte: um retângulo de medida a e b, tem perímetro igual a 18, então temos: $2a + 2b = 18$. E um segundo retângulo de lados b e c tem perímetro igual a 26, então temos: $2b + 2c = 26$. É pedido que se calcule o valor numérico da expressão: $ab + b^2 + ac + bc$, você concorda que essa expressão pode ser fatorada? Gostaria que agora com essa observação, você tentasse fazer, e depois você me retornasse a mensagem, caso não tenha conseguido ou até mesmo em caso positivo. Bjs!

Re: dúvidas exercícios apostila
por **Aluno A** - segunda, 13 janeiro 2014, 13:04

É verdade, esqueci de fatorar... consegui! obrigada!

 **Re: dúvidas exercícios apostila**
por Juliana Correa Pereira - terça, 14 janeiro 2014, 12:15

a questão 5, observe que não é o quadrado da diferença e sim a diferença dos quadrados de dois números inteiros consecutivos. Então, se temos por exemplo: 4 e 5.
Teremos então $5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$ (ímpar)
Mesmo se você fizesse ao contrário: $16 - 25 = -9$ (ímpar).
Isso irá ocorrer com qualquer outros dois números inteiros consecutivos que você imaginar. bjs Juliana

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 21 – Interação do Aluno A com o B no fórum de dúvidas

Dúvida
por **Aluno B** - quarta, 12 fevereiro 2014, 16:06

Boa Tarde!
Juliana resolvi todas as questões, mas tive dúvida na questão 5 e a apostila está muito interessante, o conteúdo foi muito bem colocado para relembrar as propriedades de Produtos Notáveis!!!

Re: Dúvida
por **Aluno A** - quarta, 12 fevereiro 2014, 17:05

Olá, então... a questão propõe que a área do quadrado menor seja subtraída do maior, e a área restante deve ser dividida por $(x+2)$. Certo?
Então, considere a área do quadrado Maior (A_1) menos a área do quadrado menor (A_2).
 $A_1 = x \cdot x = x^2$
 $A_2 = 2 \cdot 2 = 4$
Fazendo a subtração, teremos a área da figura restante, e aí é só desmembrar o produto da diferença e simplificar pelo denominador da fração, que será o $x+2$.
Abraços,

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nos fóruns de discussão, o Aluno A participou corretamente das atividades propostas nos quatro tópicos. Apresenta-se uma participação no fórum de Racionalização (Figura 22), em que discute a resolução de uma questão postada pela pesquisadora.

Figura 22 – Participação do Aluno A no fórum de discussão

Re: Racionalização
por **Aluno A** - terça, 11 fevereiro 2014, 19:29

No item I pode-se notar que a multiplicação do radical foi efetuada apenas no numerador. Sempre que estamos utilizando frações temos que nos lembrar que: "tudo que eu fizer no numerador, tenho que fazer no denominador, para manter a razão da fração". Nesse caso o correto é multiplicar o radical também no denominador.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O Aluno B acessou todas as apostilas (elaboradas e auxiliares), mas não os vídeos. Participou de três fóruns de dúvida, mas não contribuiu em nenhum dos fóruns de discussão. Trata-se de um aluno com muita dificuldade, que solicitou a pesquisadora inúmeras vezes para encontros presenciais de tutorias.

O Aluno C acessou somente a apostila elaborada para estudo de Produtos Notáveis e a auxiliar correspondente a esse tópico. Não participou dos fóruns de dúvidas, mas contribuiu em todos os fóruns de discussão (postou atividades e respondeu a uma das questões propostas pelo Aluno A, o que pode ser observado na figura 23).

Figura 23 – Participação do Aluno C no fórum discussão

Re: Área e produtos notáveis
por **Aluno C** - quarta, 12 fevereiro 2014, 21:21

Esse conteúdo é bem interessante!
O que é preciso no momento de realizar a distributiva é atenção! para não ocorrer nenhum erro :S
Também fiz a questão proposta por **Aluno A**

a) $(x+2)(2x+3)$ $= 2x^2+3x+4x+6=$ $= 2x^2 + 7x + 6$	c) $(x+10)^2$ $= x^2+2(x)(10)+100=$ $= x^2+20x+100$
b) $(x+5)(x+5)$ $= x^2+2(x)(5)+25=$ $= x^2+10x+25$	d) $(2x+6)(2x+y)$ $= 4x^2+2xy+12x+6y$

Re: Área e produtos notáveis
por **Aluno C** - quarta, 12 fevereiro 2014, 21:24

 Lista_II_Gabarito_243201020053.doc

Essas questões que envolvem interpretação do aluno...acho interessante!

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O Aluno D acessou somente as apostilas auxiliares para os tópicos: Racionalização e Produtos Notáveis e a elaborada apenas para o de Racionalização. Participou dos fóruns de dúvidas desses tópicos e também dos de discussão, analisando as questões postadas pela pesquisadora e respondendo as de outros alunos. Relatou, no fórum de discussão do tópico de Racionalização (Figura 24), que sentiu dificuldade nesse assunto e que precisou de certo tempo para entendê-lo melhor. A resolução apresentada foi correta, demonstrando que houve compreensão desse conteúdo. O aluno não solicitou encontros presenciais para tutorias.

Figura 24 – Participação do Aluno D no fórum de discussão

 **Re: Racionalização**
por **Aluno D** - quinta, 13 fevereiro 2014, 19:48

Pelo menos para mim, o conteúdo de racionalização tem certo nível de dificuldade. Demorei um pouco até conseguir aprender todo o conteúdo.
No item 2, por exemplo, o aluno acaba acreditando que para racionalizar basta multiplicar numerador e denominador pelo mesmo denominador da fração original, acabando não compreendendo o verdadeiro processo a ser feito.
No exemplo, a resolução correta seria:

$$\frac{8}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[3]{2^4}} = \frac{8\sqrt[3]{2^4}}{2} = 4\sqrt[3]{2^4}$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O Aluno E acessou todas as apostilas (elaboradas e auxiliares), assistiu a um vídeo, não participou dos fóruns de discussão e postou somente uma dúvida no fórum de Racionalização. A partir dessa dúvida, foi marcado um encontro de tutoria (Figura 25) no qual foi resolvida uma questão de Racionalização e outra de Fatoração de Polinômios.

Figura 25 – Participação do Aluno E no fórum de dúvidas

 **Dúvidas nos exercicios**
por **Aluno E** - quinta, 30 janeiro 2014, 11:57

Bom dia Juliana, não consegui fazer a letra b da questão 7 da primeira apostila de racionalização. Meu resultado deu $10(\sqrt{3,6})-\sqrt{1,6}$). Quando vai haver aula presencial e quando será liberado mais material? Editar | Excluir | Responder

 **Re: Dúvidas nos exercicios**
por Juliana Correa Pereira - sexta, 31 janeiro 2014, 08:21

Bom Dia!!
Conforme já enviei no e-mail o prazo para vocês estarem acessando o material, resolvendo as atividades, participando dos fóruns, enfim, o prazo para a realização do curso foi prorrogado para 14/02/2014.
Neste dia haverá um encontro com a turma.
Mas antes desta data, podemos marcar um encontro para tirar dúvidas.
Gostaria de verificar como você resolveu a questão 7 - b. Podemos marcar um encontro?
E quanto a postagem de material, não será postado nenhum outro material.
Aguardo sua resposta.

Abcs, Juliana Corrêa.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O Aluno F acessou todas as apostilas (elaboradas e auxiliares) e vídeos sobre todos os conteúdos, exceto Frações Algébricas. Não participou dos fóruns de discussão e postou apenas uma dúvida no fórum de Produtos Notáveis (Figura 26). Em um encontro presencial, no entanto, demonstrou ter muitas dificuldades sobre os assuntos abordados.

Figura 26 – Participação do Aluno F no fórum de dúvidas

 **PRODUTOS NOTAVEIS**
por **Aluno F** - quinta, 2 janeiro 2014, 11:34

Juliana não consegui resolver os exercicios 2,4 e 5, e na questão 3 o gabarito tá 9+ raiz de 2, no meu deu 8, confere pra mim.

[Editar](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

 **Re: PRODUTOS NOTAVEIS**
por Juliana Correa Pereira - sexta, 3 janeiro 2014, 11:07

Bom dia !
Na segunda questão, observe que temos dois produtos notáveis. Sugiro que retorne ao material e observe a regra prática utilizada para resolver o quadrado da soma de dois termos e o quadrado da diferença de dois termos. Observe que estamos acostumados a resolver essa operação com números e incógnitas, neste caso, temos só números.
Na terceira questão, por favor, observe se você utilizou corretamente a fórmula da área do triângulo, que é (base vezes altura) dividido por 2.
Na quarta questão, você não irá encontrar um valor numérico, a questão pede apenas que expresse a área do retângulo, em função de x .
A quinta questão, é um pouco mais delicada, peça que leia com muita atenção o enunciado e observe que temos um quadrado e que esse quadrado foi recortado em um pedaço menor. Assim temos a área inicial do quadrado e depois temos a área do quadrado que restou após o corte. E a seguir, desta área que sobrou foi dividida igualmente por $x + 2$. Logo não teremos um valor numérico, mas uma expressão para representar a área de cada um dos pedaços menores, obtidos com a divisão.
Qualquer dúvida, se minha explicação não te auxiliou na resolução, pode retornar pra mim.
Aguardo seu retorno.
bjs, Juliana.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O Aluno G acessou as apostilas sobre Produtos Notáveis e Racionalização (elaboradas e auxiliares) e, também, a elaborada para o estudo de Frações Algébricas. Acessou apenas o vídeo sobre Produtos Notáveis. Nos fóruns de dúvidas, participou somente nos de Produtos Notáveis, Racionalização e Frações Algébricas, mas apenas para postar comentários e não dúvidas (por exemplo, na postagem de um aluno, registrou "Difícil mesmo!", como pode ser observado na figura 27).

Figura 27 – Participação do Aluno G no fórum de dúvidas

Atividades dúvidas
por Aluno A - segunda, 13 janeiro 2014, 10:51

Olá Juliana, não consigo por desse mundo resolver a letra **d** da questão 2. Pode me ajudar? (encontrei o mmc, mas na hora da divisão tô me confundindo).

Re: Atividades dúvidas
por Juliana Correa Pereira - segunda, 13 janeiro 2014, 12:59

Você encontrou quais fatores no mmc feito entre os denominadores?

Re: Atividades dúvidas
por Aluno A - segunda, 13 janeiro 2014, 13:01

encontrei $(x+2).(x+3)...$

Re: Atividades dúvidas
por Juliana Correa Pereira - terça, 14 janeiro 2014, 12:04

creio que o mmc que você encontrou é referente as raizes do denominador da primeira fração. Certo? Caso positivo, você precisa encontrar também as raizes do denominador da terceira fração, cujo denominador é $x^2 - 4$. Você vai encontrar o mmm, entre todas as raizes dos denominadores. Caso não entenda e não consiga fazer, por favor me retorne a dúvida. Bjs Juliana

Re: Atividades dúvidas
por Aluno G - terça, 11 fevereiro 2014, 08:34

Difícil mesmo!

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em resumo, cada aluno participou do curso acessando o que entendeu ser sua necessidade e de acordo com sua disponibilidade. Dúvidas foram esclarecidas tanto por meio dos fóruns quanto presencialmente.

Foi possível observar que a falta de tempo comprometeu uma participação mais efetiva de alguns alunos. Por meio dos fóruns de dúvidas e dos momentos de tutoria, observou-se que teriam necessidade de um estudo mais aprofundado dos tópicos abordados. Os resultados da atividade final, descritos na seção seguinte, ratificam essa visão. Algumas resoluções indicam que a parte teórica das apostilas precisaria ter sido considerada com mais atenção.

3.2.1 Aplicação da atividade final

Como mencionado no capítulo anterior, a atividade final é composta por nove questões discursivas e teve por objetivo analisar o desempenho dos alunos em relação aos quatro tópicos abordados no curso.

A aplicação dessa atividade ocorreu no dia 24 de março de 2014. Houve dificuldade para agendar um dia que fosse favorável a todos e, no dia acordado, os alunos tiveram uma avaliação de uma disciplina da Licenciatura. À medida que iam terminando a avaliação, começavam a fazer a atividade final. Destaca-se esse fato devido a possível influência do mesmo na resolução das questões propostas na atividade.

No total, participaram seis alunos, pois o E não compareceu. Os mesmos resolveram as questões propostas sem intervenção da pesquisadora. Dos seis, os Alunos A e F responderam rapidamente, pois tinham outros compromissos e relataram que não estavam com disposição para resolver questões, nem mesmo para raciocinar. Os demais não demonstraram urgência em terminar a atividade.

Com base na correção da atividade final, para cada questão foi feito um levantamento do percentual de acertos dos alunos bem como dos problemas identificados (erros, resoluções incompletas, itens sem qualquer resolução), que foram organizados em classes, de acordo com a metodologia Análise de Erros. A seguir, descrevem-se cada uma dessas análises.

Na primeira questão, era solicitado que os alunos racionalizassem os denominadores de quatro frações dadas. Para resolvê-la, era preciso determinar o fator racionalizante, realizar as operações e simplificar o resultado, quando necessário. Cada etapa resolvida corretamente foi contabilizada como acerto. Portanto, nessa questão foram considerados nove acertos. A tabela 3 apresenta as porcentagens dos mesmos e o número de alunos correspondente.

Tabela 3 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 1

Porcentagem de acertos	Quantidade de alunos
100	2
77,78	2
66,67	1
33,33	1

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os problemas identificados nessa questão foram categorizados em quatro classes:

- **Classe 1:** Erro na determinação do fator racionalizante

Esse erro foi identificado apenas no item **b**, no qual o índice do radical é 7. Os alunos B, C e G cometeram esse tipo de erro, conforme apresentado na figura 28.

Figura 28 – Respostas dos Alunos B, C e G

1. Racionalize o denominador, simplificando quando possível:

(b) $\frac{1}{2\sqrt[3]{5^2}} \cdot \frac{-2\sqrt[3]{5^2}}{-2\sqrt[3]{5^2}} = \frac{-2\sqrt[3]{25}}{-4 \cdot 25} = \frac{2\sqrt[3]{25}}{100}$

Aluno B

(b) $\frac{1}{2\sqrt[3]{5^2}} \cdot \frac{2\sqrt[3]{5^2}}{2\sqrt[3]{5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{5^2}}{4 \cdot 25} = \frac{2\sqrt[3]{5^2}}{100}$

Aluno C

(b) $\frac{1}{2\sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{50} =$

Aluno G

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 2:** Resolução incompleta - não simplificação do resultado

Apenas o Aluno B não simplificou o resultado como solicitado no enunciado (Figura 29).

Figura 29 – Resposta do Aluno B

$$d) \frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{7} - \sqrt{3})}{4}$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 3:** Resolução incompleta – apenas determinação do fator racionalizante

O Aluno F, no item **b**, determinou o fator racionalizante, corretamente, mas não deu continuidade à resolução da questão (Figura 30).

Figura 30 – Resposta do Aluno F

$$b) \frac{1}{2\sqrt{5^2} \sqrt{5^5}}$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 4:** Itens sem qualquer resolução

O Aluno F não apresentou resposta alguma para dois itens dessa questão, o **c** e o **d**.

A questão dois era semelhante à primeira, porém o aluno tinha que racionalizar o numerador da fração. Foram considerados doze acertos, pois nos quatro itens, além de determinar o fator racionalizante e realizar as operações, os alunos também deveriam simplificar o resultado obtido. A tabela 4 apresenta as porcentagens de acertos.

Tabela 4 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 2

Porcentagem de acertos	Quantidade de alunos
100	2
75	1
66,67	1
8,33	1
0	1

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nessa questão, também foram identificadas cinco classes, a saber:

- **Classe 1:** Erro na determinação do fator racionalizante

Esse erro foi identificado apenas no item **d**. Os alunos B e G cometeram esse tipo de erro, conforme apresentado na figura 31.

Figura 31 – Resposta dos Alunos B e G

$\text{d) } \frac{\sqrt[3]{11}}{22} \cdot \frac{\sqrt[3]{11}}{\sqrt[3]{11}} = \frac{11}{22\sqrt[3]{11}}$ <p style="text-align: center;">Aluno B</p>
$\text{d) } \frac{\sqrt[3]{11}}{22} \frac{\sqrt[3]{11}}{\sqrt[3]{11}} = \frac{11}{22\sqrt[3]{11}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{11}}$ <p style="text-align: center;">Aluno G</p>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 2** : Erro na escrita matemática

O Aluno G colocou um sinal de igualdade entre a fração dada e o fator racionalizante nos itens **b** e **c** (Figura 32), mas resolveu como se fosse multiplicação.

Figura 32 – Resposta do Aluno G

2. Racionalize o numerador, simplificando quando possível:

$\text{b) } \frac{\sqrt{3}+1}{4} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{3-1}{4\sqrt{3}-4\sqrt{3}-4} = \frac{2}{2\sqrt{3}-2}$
$\text{c) } \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{7-5}{2\sqrt{7}+2\sqrt{5}} = \frac{2}{2\sqrt{7}+2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 3**: Resolução incompleta – não simplificação do resultado

O Aluno B resolveu corretamente a questão, porém no item **b** não simplificou a fração resultante (Figura 33).

Figura 33 – Resposta do Aluno B

$$b) \frac{\sqrt{3}+1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{3-1}{4\sqrt{3}-4} = \frac{2}{4\sqrt{3}-4}$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 4:** Resolução incompleta – apenas determinação do fator racionalizante

O Aluno C, no item **b**, conseguiu determinar o fator racionalizante, mas não continuou a resolução (Figura 34).

Figura 34 – Resposta do Aluno C

$$b) \frac{\sqrt{3}+1}{4} \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} =$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 5:** Itens sem qualquer resolução

O Aluno F não respondeu a nenhum dos itens. O C iniciou a resolução do item **a** repetindo a fração mas não deu continuidade e deixou os itens **c** e **d** sem resolução

Na terceira questão, foi solicitado o desenvolvimento de três produtos notáveis, sendo assim foram considerados três acertos. As porcentagens dos mesmos podem ser observadas na tabela 5.

Tabela 5 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 3

Porcentagem de acertos	Quantidade de alunos
100	3
66,67	2
0	1

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nessa questão foi identificada apenas uma classe:

- **Classe 1:** Erro nos cálculos algébricos.

Alguns alunos cometeram erros nos cálculos do desenvolvimento dos produtos notáveis. O item **a** foi calculado erradamente pelos Alunos A e F. O **b**, pelo F e o **c**, pelos Alunos D e F. Os referidos erros podem ser observados na figura 35.

Figura 35 – Respostas dos Alunos A, F e D

3. Desenvolva os seguintes produtos notáveis:	
a) $(3x+1)^2 = 6x^2 + 6x + 1$	Aluno A
a) $(3x+1)^2 = 3x^2 + 6x + 1$	Aluno F
<hr/>	
b) $(5x-2y)^2 = 5x^2 - 20xy + 4y$	Aluno F
<hr/>	
c) $\left(\frac{1}{2}+x\right)\left(\frac{1}{2}-x\right) = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x}{2} - x^2 = -x^2 + 1$	Aluno D
c) $\left(\frac{1}{2}+x\right)\left(\frac{1}{2}-x\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - x + \frac{1}{2}x - x^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$	Aluno F

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na quarta questão, foi apresentada uma diferença entre dois quadrados, na qual os termos são números com valores elevados, e pediu-se para que essa diferença fosse determinada sem o auxílio da calculadora. Sendo assim, o aluno teria que utilizar o conceito de fatoração. Foram considerados três acertos nessa questão.

Dos seis alunos, três acertaram completamente a questão, dois a erraram totalmente e um não a respondeu.

Nessa questão, foram consideradas duas classes:

- **Classe 1:** Erro nos cálculos algébricos

Os Alunos F e G cometeram erros no cálculo da diferença de dois quadrados (Figura 36).

Figura 36 – Respostas dos Alunos F e G

4. Durante a resolução de uma avaliação, em que não era permitido utilizar calculadora, um aluno precisou resolver a seguinte expressão: $20742^2 - 20740^2$. Como ele não sabia como obter o resultado optou por não resolvê-la. E se fosse você, como resolveria essa situação?

$(20742 - 20740)^2 = (2)^2 = 4 //$

Aluno F

$4^2 - 2^2 = 12$

$(4^2 - 2^2) \cdot (4^2 - 2^2) = 20$

Aluno G

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 2:** Questão sem qualquer resolução.

O Aluno B não apresentou qualquer resolução para a questão.

Na quinta questão, pediu-se para fatorar cinco polinômios. Os três primeiros itens poderiam ser resolvidos aplicando os casos de fatoração mais imediatos. Nos dois últimos, era preciso determinar as raízes dos polinômios para depois transformar em produto. Assim, nessa questão foram considerados dez acertos. A porcentagem de acertos está apresentada na tabela 6.

Tabela 6 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 5

Porcentagem de acertos	Quantidade de alunos
100	1
80	1
60	2
20	2

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nessa questão, foram consideradas três classes:

- **Classe 1:** Erro na compreensão do conceito de fatoração de um polinômio

Os Alunos A e C não escreveram os polinômios na forma fatorada nos itens **d** e **e**, não atendendo assim o objetivo da questão (Figura 37).

Figura 37 – Respostas dos Alunos A e C

5. Fatore os seguintes polinômios:	
d)	$x^2 - 7x + 10 = x(x-7) + 10$
e)	$5x^2 - 3x - 2 = x(5x-3) - 2$
Aluno A	
<hr/>	
d)	$x^2 - 7x + 10 = x(x-7) + 10$
e)	$5x^2 - 3x - 2 = x(5x-3) - 2$
Aluno C	

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 2:** Erro nos cálculos algébricos

O Aluno F cometeu erro ao encontrar as raízes do polinômio nos itens **a**, **b** e **d**. E o aluno G cometeu o mesmo erro no item **b**, conforme figura 38. É importante ressaltar que os alunos nem mesmo escrevem a equação, por exemplo, não escrevem $x^2 + 14x + 49 = 0$.

Figura 38 – Respostas dos Alunos F e G.

a) $x^2 + 14x + 49$	d) $x^2 - 7x + 10$
$a). x^2 + 14x + 49$ $S = -14$ $P = 49$ $x = -7$ ou $x = -7$	$d). x^2 - 7x + 10$ $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4(-1)(10)}}{-2}$ $x = \frac{7 \pm \sqrt{49}}{-2}$ $x' = \frac{7-3}{-2} = \frac{4}{-2} = -2 //$ $x'' = \frac{7+3}{-2} = \frac{10}{-2} = -5 //$
b) $36y^2 - 16$	
$b). 36y^2 - 16$ $S = 0$ $P = -16$ $y = 4$ ou $y = -4$	
Aluno F	
<hr/>	
b) $36y^2 - 16$	
$b) (6y-4)^2$	
Aluno G	

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 3:** Resolução incompleta – apenas determinação das raízes

O Aluno F encontrou as raízes dos polinômios no item e (Figura 39), porém não escreveu a forma fatorada do mesmo. Observa-se que, da mesma forma que na classe anterior, o Aluno F não escreve a equação $5x^2 - 3x - 2 = 0$.

Figura 39 – Resposta do Aluno F

e) $5x^2 - 3x - 2$

$\Delta = 5x^2 - 3x - 2$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5}$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{10} = \frac{3 \pm 7}{10}$

$x' = \frac{3+7}{10} = \frac{10}{10} = 2 //$

$x'' = \frac{3-7}{10} = \frac{-4}{10} = -\frac{2}{5} //$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 4:** Itens sem qualquer resolução.

O Aluno F deixou o item c sem resolução. O G deixou os itens c, d, e e o Aluno B, o item e.

Na sexta questão, os alunos deveriam analisar o erro cometido na resolução de uma equação do 2º grau, na qual foi utilizado inadequadamente o completamento de quadrado e, depois, deveriam apresentar a solução correta. Nessa questão, foram considerados quatro acertos.

Verificou-se que três dos alunos acertaram completamente a questão, dois a erraram totalmente e um não a respondeu.

Nessa questão foram identificadas duas classes:

- **Classe 1:** Erro nos cálculos algébricos

O Aluno C, possivelmente por não ter conseguido identificar o erro de imediato, tentou encontrar as raízes da equação dada, utilizando a fórmula resolvente. Porém, o

discriminante não foi calculado corretamente e, conseqüentemente, as raízes encontradas não correspondem à equação dada (Figura 40).

Figura 40 – Resposta do Aluno C

6. A equação a seguir foi resolvida por um aluno utilizando completamento de quadrado, no entanto, o mesmo cometeu um erro durante a resolução. Identifique-o e apresente a solução correta.

$$x^2 + 6x + 11 = 0$$

$$x^2 + 6x + 36 - 36 + 11 = 0$$

$$x^2 + 6x + 36 = -11 + 36$$

$$(x+6)^2 = 25$$

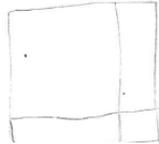
$$x+6 = 5 \quad x+6 = -5$$

$$x = 5-6 \quad \text{ou} \quad x = -5-6$$

$$x = -1 \quad x = -11$$

$x = \frac{-6 \pm \sqrt{1584}}{2}$
 $x = \frac{-6 \pm 12\sqrt{11}}{2} = -3 \pm 6\sqrt{11}$
 $x = \frac{-6 - 12\sqrt{11}}{2} = -3 - 6\sqrt{11}$

Forma mais rápida para conferir o resultado e usar a fórmula de Baskara



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O Aluno B, para identificar o erro, apresentou uma resolução utilizando o completamento de quadrado. Tal resolução, no entanto, foi realizada incorretamente (Figura 41).

Figura 41 – Resposta do Aluno B

6. A equação a seguir foi resolvida por um aluno utilizando completamento de quadrado, no entanto, o mesmo cometeu um erro durante a resolução. Identifique-o e apresente a solução correta.

$$x^2 + 6x + 11 = 0$$

$$x^2 + 6x + 36 - 36 + 11 = 0$$

$$x^2 + 6x + 36 = -11 + 36$$

$$(x+6)^2 = 25$$

$$x+6 = 5 \quad x+6 = -5$$

$$x = 5-6 \quad \text{ou} \quad x = -5-6$$

$$x = -1 \quad x = -11$$

$x^2 + 6x + 11 = 0$
 $(x+3)^2 + 11 = 0$
 $(x+3)^2 - 9 + 11 = -9 + 11$
 $(x+3)^2 + 2 = 2$

$(x+3)^2 = 0$
 $x^2 + 6x + 9 = 0$
 $x' + x'' = -6 \quad x' = -3$
 $x' \cdot x'' = 9 \quad x'' = -3$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 2:** Questão sem qualquer resolução.

O Aluno G deixou a questão sem resolução.

Na sétima questão, foi solicitada a simplificação de uma fração algébrica. Para tanto, o aluno deveria fatorar os polinômios do numerador e do denominador e, em seguida, simplificar o resultado. Assim, foram considerados cinco acertos nessa questão. A tabela 7 mostra a porcentagem de acertos.

Tabela 7 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 7

Porcentagem de acertos	Quantidade de alunos
100	4
50	1
0	1

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nessa questão foram identificadas duas classes:

- **Classe 1:** Erro nos cálculos algébricos

O Aluno A fatorou incorretamente o numerador da fração, obtendo resultado final errado (Figura 42).

Figura 42 – Resposta do Aluno A

7. Simplifique a seguinte expressão: $\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 10x + 25}$.

$$\frac{(x+5) \cdot (x-5)}{(x-5)^2} = \frac{(x+5) \cdot (x-5)}{(x-5)(x-5)} = \frac{x+5}{x-5}$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 2:** Questão sem qualquer resolução

O Aluno F deixou a questão sem responder.

A oitava questão era composta de dois itens, nos quais os alunos tinham que escrever as expressões dadas, como uma única fração, na forma reduzida. Em cada item, era necessário determinar frações equivalentes às dadas com o mesmo denominador, resolver as operações e simplificar o resultado. Foram considerados 13 acertos nessa questão, sendo cinco para o item **a** e oito para o **b**. Optou-se por fazer a análise por item, tendo em vista promover uma melhor descrição dos erros cometidos.

Na tabela 8, é apresentada a porcentagem de acertos dos alunos no item **a**.

Porcentagem de acertos	Quantidade de alunos
100	3
80	2
60	1

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nesse item, foram consideradas duas classes:

- **Classe 1:** Erro nos cálculos algébricos

O Aluno F determinou, corretamente, o denominador comum das frações, mas cometeu erro ao determinar a fração equivalente a $\frac{5}{x}$ (Figura 43).

Figura 43 – Resposta do Aluno F

8. Escreva as seguintes expressões, como uma única fração, na forma reduzida:

a) $\frac{x-2}{x^2-3x} + \frac{5}{x} = \frac{x-2+5x-3}{x^2-3x}$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 2:** Resolução incompleta – não simplificação do resultado

Os Alunos D e B desenvolveram esse item multiplicando os denominadores para determinar o denominador comum das frações e obtiveram um resultado correto, porém, ao final, não escreveram a fração na forma reduzida (Figura 44).

Figura 44 – Respostas dos Alunos D e B

8. Escreva as seguintes expressões, como uma única fração, na forma reduzida:

a) $\frac{x-2}{x^2-3x} + \frac{5}{x} = \frac{x^2-2x + 5x^2 - 15x}{x^3-3x^2} = \frac{6x^2-17x}{x^3-3x^2}$

Aluno D

a) $\frac{x-2}{x^2-3x} + \frac{5}{x} = \frac{x^2-2x + 5x^2 - 15x}{(x^2-3x) \cdot x} = \frac{6x^2-17x}{x^3-3x^2}$

Aluno B

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A tabela 9 mostra a porcentagem de acertos dos alunos no item **b**.

Tabela 9 – Porcentagem de acertos dos alunos na questão 8b

Porcentagem de acertos	Quantidade de alunos
62,5	1
37,5	1
12,5	1
0	3

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nesse item, foram consideradas duas classes:

- **Classe 1:** Erro nos cálculos algébricos

O Aluno D fatorou erradamente, ao determinar o denominador comum das frações, conforme mostra a figura 45.

Figura 45 – Resposta do aluno D

b) $\frac{3}{x-6} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2-36} + \frac{2}{x^2} = \frac{3x^4 - 18x^3 + x^2 - 36 + x^3 + 2x^3 - 12x - 36}{x^3(x-6)(x-6)} = \frac{3x^4 - 15x^3 + x^2 - 12x - 36}{x^3(x^2-36)}$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os Alunos B e C determinaram o denominador comum multiplicando todos os denominadores das frações que compunham a expressão. Com isso, os cálculos ficaram extensos, o que favoreceu a ocorrência de erros, conforme figura 46.

Figura 46 – Respostas dos Alunos B e C

$$\textcircled{b} \frac{3}{x-6} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2-36} + \frac{2}{x^2} = \frac{3+x-6-x+6+2x-12+9x^3+1-x^3+2x^3}{(x-6)(x^3)(x^2-36)(x^2)}$$

$$= \frac{3x^3-108+1x^3-36-x+2x^2-72+3x^2+x^2-x^2+2}{(x-6)(x^3)(x^2-36)(x^2)} = \frac{4x^3+9x^2+2x-223}{(x-6)(x^3)(x^2-36)(x^2)}$$

Aluno B

$$\textcircled{b} \frac{3}{x-6} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2-36} + \frac{2}{x^2} = \frac{3(x^2-36x^3) + (x^5-36x^3-6x^4-216x^2) - (x^6-6x^5) + 2(x^4-x^2)}{x^2-36x^6-6x^3+216x^5}$$

$$= \frac{3x^2-36x^5+x^5-36x^3-6x^4-216x^2-x^6+6x^5+2x^4-2x^2}{x^2-36x^6-6x^3+216x^5} = \frac{3x^2+x^6-53x^5-78x^4+396x^3-246x^2}{x^2-36x^6-6x^3+216x^5}$$

Aluno C

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 2:** Item sem qualquer resolução

Os Alunos B, F e G deixaram este item sem responder.

Na nona questão, são dadas três orientações relacionadas às variáveis x e y e, a partir das mesmas, solicitam-se a soma (item **a**) e produto (item **b**) dessas variáveis. Para resolver essa questão, era necessário saber conceitos de resolução de equação de 2º grau e de produtos notáveis. Foram considerados oito acertos nessa questão, sendo quatro no item **a** e quatro no **b**.

No item **a**, todos os alunos resolveram corretamente, com exceção do Aluno F que não apresentou nenhuma resolução.

No item **b**, três alunos resolveram corretamente, dois não responderam e um errou.

Nesse item, foram consideradas duas classes:

- **Classe 1:** Erro na compreensão do conceito de fatoração – caso de fator comum em evidência

O Aluno A colocou em evidência um fator que não era comum aos termos, como pode ser observado na figura 47.

Figura 47 – Resposta do Aluno A

9) Seguindo as três orientações abaixo, resolva o que se pede:

- x e y são números reais positivos;
- $(x+y)^2 = 169$
- $x^2 + y^2 = 97$

b) Qual é o valor de $x \cdot y$?

$$x^2 + y^2 = 97$$

$$x \cdot x + y \cdot y = 97$$

$$xy(x+y) = 97$$

$$xy \cdot 13 = 97$$

$$xy = \frac{97}{13}$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

- **Classe 2:** Item sem qualquer resolução

Os Alunos B e F deixaram este item sem responder.

Com base na Análise de Erros promovida, percebeu-se que estes eram relacionados, principalmente, a cálculos algébricos. As categorias de erros identificadas permitem observar que alguns dos licenciandos apresentaram diversas dificuldades em relação aos tópicos abordados, que são conteúdos do Ensino Básico. Os erros cometidos são coerentes com os identificados por Cury (2003) em sua pesquisa. Foi possível constatar, como discutido por Bortoli (2011), que alguns conceitos são apenas “decorados” e não efetivamente compreendidos.

Tem-se conhecimento de que os diversos compromissos dos participantes dificultaram a participação mais efetiva e, provavelmente, contribuíram para os erros cometidos. Porém, indo além desse aspecto, foi possível observar que alguns alunos nem mesmo têm consciência do nível de dificuldade que apresentam em relação aos tópicos abordados, como mencionado por Barroso e Silva (2013). Tais tópicos parecem simples, mas a re(construção) de saberes relacionada aos mesmos requer consciência das dificuldades, tempo e ações comprometidas.

Como defendem Cury, Bisognin, E. e Bisognin, V. (2009), a Análise de Erros possibilita uma compreensão mais profunda das dificuldades dos alunos e os resultados da investigação podem ser úteis tanto em termos teóricos quanto práticos.

3.2.2 Análise do questionário

A aplicação do questionário ocorreu no mesmo dia da atividade final. À medida que os alunos terminavam a atividade, recebiam o questionário, composto de duas partes. Uma com doze afirmativas diante das quais deveriam assinalar uma das opções: DC (discordo completamente), D (discordo), NCND (não concordo nem discordo), C (concordo), CC (concordo completamente) e NA (não se aplica), sucedida de um espaço para comentários; a outra parte constituía-se de três questões discursivas.

Com base nas respostas obtidas, foram feitas quatro avaliações, a saber: i) das apostilas elaboradas; ii) dos materiais complementares; iii) dos fóruns, e iv) do curso. Os dados obtidos na parte 1 foram organizados em tabelas que apresentam o quantitativo de alunos em cada uma das opções assinaladas. Ressalta-se que o total desse quantitativo é de seis licenciandos. Os dados das questões da parte 2 são analisados de forma conjunta com os da parte 1.

Sobre a avaliação das apostilas elaboradas, a tabela 10 mostra os resultados obtidos. Pode-se observar que a maioria dos participantes considerou que os temas abordados são relevantes, os conteúdos são apresentados de forma clara e correta e o *layout* das apostilas é agradável. O aluno que assinalou a alternativa NCND, quanto ao *layout*, afirmou que não se ateuve a esse detalhe.

Considera-se que os cuidados tomados na elaboração das apostilas conduziram a essa boa avaliação. Como defendido por Torrezan e Behar (2009), um material para a EAD deve ser elaborado com atenção a certos fatores, de modo a torná-lo apropriado a seus objetivos.

Tabela 10 – Avaliação das apostilas elaboradas

	DC	D	NCND	C	CC	NA
Afirmativa 2: Os tópicos abordados são relevantes.	0	0	0	5	1	0
Afirmativa 3: As apostilas elaboradas apresentam o conteúdo corretamente e de forma clara.	0	0	0	5	1	0
Afirmativa 4: O <i>layout</i> (imagens, cores, estrutura, fontes, entre outras) das apostilas elaboradas é visualmente agradável.	0	0	1	4	1	0

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ainda discutindo sobre as apostilas elaboradas, a segunda questão da parte 2 do questionário indagava se o aluno tinha dúvidas, antes do curso, em relação a algum(ns) dos

tópicos abordados. Em caso afirmativo, deveria mencionar o(s) tópico(s) e se tais dúvidas atrapalharam o estudo de alguma disciplina da Licenciatura em Matemática. O quadro 3 apresenta os dados.

Quadro 3 – Dados da questão 2 parte 2

Alunos	Tópico(s) no(s) qual(is) o aluno tinha dúvidas antes do curso	Síntese do comentário do aluno
A	Racionalização	Afirmou ter dificuldade em racionalizar raízes com índices diferentes de dois, mas nada que impedisse o estudo de nenhuma disciplina do curso.
B	Racionalização	O aluno não especificou a dúvida nesse tópico. Apenas mencionou que não se lembrava de ter atrapalhado seus estudos posteriores.
C	Não tinha dúvidas	Afirmou que o domínio do conteúdo é bem claro, só basta ter atenção na aplicação.
D	Não tinha dúvidas	Apesar disso, registrou que alguns conceitos foram esquecidos e que o curso permitiu lembrá-los e, assim, resolver as questões sem maiores dificuldades.
F	Não respondeu	---
G	Racionalização e Fatoração	Mencionou apenas que esses conceitos são utilizados nas disciplinas de Geometria e Fundamentos de Matemática Elementar.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Cabe ressaltar que, apesar dos poucos tópicos mencionados no quadro 3, os alunos apresentaram dificuldades diversas na realização da atividade final. O Aluno A citou dificuldades no tópico de Racionalização e na atividade final não demonstrou mais tê-las, porém cometeu erros nos exercícios referentes a Produtos Notáveis, a Fatoração de Polinômios e a Frações Algébricas. O B, além do tópico mencionado, errou as atividades dos tópicos de Fatoração de Polinômios e Frações Algébricas. O C afirmou não ter dúvidas, mas cometeu erros nos quatro tópicos. O Aluno D realmente não demonstrou dificuldades. O F não respondeu nada sobre suas dúvidas, mas apresentou dificuldades nos quatro tópicos abordados. E o G cometeu erros nos tópicos mencionados (Racionalização e Fatoração) e também em Frações Algébricas.

Atribui-se essa situação, principalmente, ao desconhecimento que, segundo Barrozo e Silva (2013), alguns licenciandos apresentam em relação às suas próprias limitações matemáticas, à falta de requisitos e à necessidade de hábitos adequados para melhor desempenho.

Sobre a avaliação dos materiais complementares (apostilas, vídeos e objetos de aprendizagem), a tabela 11 apresenta os resultados obtidos. Analisando conjuntamente as

opções Concordo e Concordo Completamente, é possível observar que todos consideraram que o conteúdo foi abordado, nesses materiais, de forma correta e clara e julgaram que contribuíram para a aprendizagem.

Segundo Vermeersch (2006 apud BEHAR, 2009), os materiais selecionados para EAD não devem ser os mesmos utilizados para o ensino presencial. Assim, para o professor selecioná-lo, é importante que leve em consideração fatores como *design*, aspectos motivacional, interatividade e outros. Cuidados esses que foram considerados na preparação do curso.

Tabela 11 – Avaliação dos materiais complementares

	DC	D	NCND	C	CC	NA
Afirmativa 5: Os materiais complementares abordam o conteúdo corretamente e de forma clara	0	0	0	5	1	0
Afirmativa 6: Os materiais complementares foram importantes para sua aprendizagem.	0	0	0	3	3	0

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No entanto, de acordo com os dados obtidos na tabela 2, seção 3.2, na qual é apresentada a participação dos alunos em cada tópico do Moodle, pode-se afirmar que os alunos tiveram um número de acesso muito baixo nos materiais complementares. Por exemplo, o Aluno C concordou completamente com a afirmativa 6, na tabela 11, contudo durante o curso não demonstrou tal importância, uma vez que só acessou a apostila auxiliar do tópico de Produtos Notáveis. Esse fato, novamente, mostra a importância de se fazer a triangulação das diferentes fontes de informação, como recomendado por Creswell (2010), para verificação da precisão dos resultados.

Ainda sobre os materiais complementares, a primeira questão da parte 2 solicitava que o aluno apresentasse o motivo que o levou a acessá-los, caso isso tivesse ocorrido, e comentasse sua resposta. Esses dados foram compilados no quadro 4.

Quadro 4 – Dados da questão 1 parte 2

Alunos	Motivo apresentado
A	Para relembrar saberes anteriores
B	Por curiosidade
C	Para encontrar outras questões sobre os tópicos
D	Por curiosidade
F	Não respondeu
G	Para auxiliar na (re)construção do saber

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Com essa questão, buscou-se identificar se os alunos percebiam a importância da diversidade dos materiais disponíveis para a (re)construção do saber. No entanto, observa-se, no quadro 4, que nem todos acessaram para essa finalidade. De qualquer forma, considera-se que mesmo um acesso por curiosidade pode ter reflexos positivos em termos de aprendizagem. Um aluno pode acessar um objeto de aprendizagem por curiosidade e, a partir disso, ficar motivado a entendê-lo e, assim, vir a aprender algo com o mesmo. Nessa perspectiva, defende-se a inclusão de materiais complementares, em diferentes mídias, tendo em vista abrir possibilidades, despertar interesses e atender a diferentes estilos de aprendizagem, como defendido por Dias, Gasparini e Kemczinski (2009).

Sobre a avaliação dos fóruns, a tabela 12 apresenta os resultados obtidos. Observa-se, analisando conjuntamente as opções Concordo e Concordo Completamente, que a maioria considerou que a participação nestes foi muito importante para ampliação dos conhecimentos nos tópicos abordados. No entanto, de maneira geral, houve um número reduzido de participação nos fóruns, o que pode ter sido decorrente, principalmente, da falta de tempo. Certamente, outros fatores podem ter contribuído para esse quadro. Como mencionado por Azambuja, Silveira e Gonçalves (2004), alguns alunos sentem dificuldade em participar de fóruns que pode ser causada pela falta de hábito em utilizar definições, promover pesquisas e expressar-se utilizando linguagem matemática.

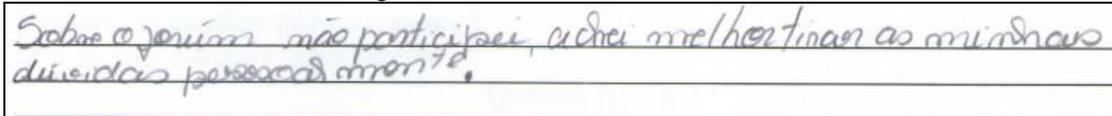
Tabela 12 – Avaliação dos fóruns

	DC	D	NCND	C	CC	NA
Afirmativa 7: O fórum de dúvidas foi importante para a sua participação no curso.	0	0	1	2	3	0
Afirmativa 8: O fórum de discussão contribuiu para ampliar seus conhecimentos nos tópicos abordados.	0	1	0	2	3	0

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O Aluno F assinalou a opção D em relação ao fórum de discussão, porém não justificou a escolha de tal opção, e a NCND sobre a relevância do fórum de dúvidas, por entender ser melhor tirá-las pessoalmente, conforme figura 48.

Figura 48 – Comentário do aluno F



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Esse comentário está coerente com o que Mercado (2007) destaca sobre as dificuldades em um curso a distância, dentre as quais a preparação para estudar *online*. Corroborando tal ideia, Cury (2004, p. 241) afirma que um dos motivos pelo qual muitos alunos inicialmente demonstram resistência à participação em um curso com o uso de tecnologia é o fato de “existir uma cultura de que a melhor maneira de se ‘aprender’ [...] é através de uma aula, em que o professor vai ao quadro e explica o conteúdo de uma maneira sequencial e organizada”.

Sobre a avaliação do curso, os resultados obtidos, na primeira parte, são apresentados na tabela 13. Verificou-se que a maioria dos participantes: i) concordou que a sequência didática¹¹ foi adequada; ii) teve facilidade na utilização do Moodle; iii) concordou completamente com a importância de se (re)construir conhecimentos matemáticos propostos no curso para o estudo dos conteúdos de Cálculo; iv) considerou que a proposta de cursos com essa finalidade é importante e, v) concordou que as tutorias foram muito significativas para a realização do curso.

¹¹ “Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18).

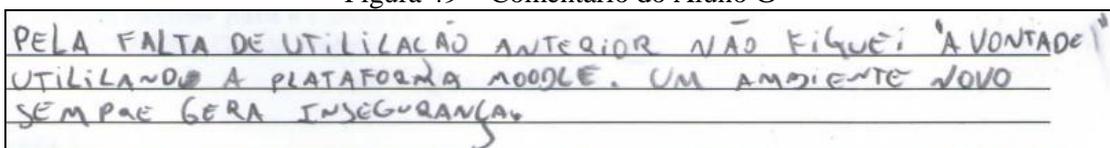
Tabela 13 – Avaliação do curso

	DC	D	NCND	C	CC	NA
Afirmativa 1: A sequência didática adotada no curso foi adequada.	0	0	1	4	1	0
Afirmativa 9: Utilizar o ambiente Moodle foi fácil.	0	1	0	4	1	0
Afirmativa 10: A (re)construção de conhecimentos matemáticos proposta no curso pode ser importante para o estudo dos conteúdos de Cálculo.	0	0	0	2	4	0
Afirmativa 11: A proposta de cursos com essa finalidade é importante.	0	0	0	2	4	0
Afirmativa 12: As tutorias foram significativas para a realização do curso.	0	0	0	3	3	0

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Discutindo sobre as opções nesta análise, o Aluno A justificou ter assinalado a opção NCND diante da afirmativa sobre a sequência didática por entender que o tópico de Fatoração poderia estar após o de Produtos Notáveis. Sobre essa questão, destaca-se que o acesso ao material, na plataforma, pode ser não linear, ou seja, de acordo com o interesse do usuário, como defendido por Torrezan e Behar (2009). Além disso, a ordem dos tópicos foi estabelecida tendo em vista as necessidades imediatas dos alunos no estudo de Limites. O Aluno G discordou quanto à facilidade de utilização do Moodle, por se tratar de um ambiente novo, gerando uma insegurança (Figura 49).

Figura 49 – Comentário do Aluno G



PELA FALTA DE UTILIZAÇÃO ANTERIOR NÃO FIQUEI "A VONTADE" UTILIZANDO A PLATAFORMA MOODLE. UM AMBIENTE NOVO SEMPRE GERA INSEGURANÇA.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Embora Franciscato et al. (2008) afirmem que tal ambiente seja de fácil utilização e aprendizagem, por possuir inúmeras ferramentas de apoio, observa-se que nem sempre os alunos apresentam essa facilidade.

Finalizando o questionário, a terceira questão da segunda parte solicitava aos alunos que apontassem os pontos positivos e os negativos sobre o curso e deixassem sugestões para melhoria do mesmo.

Como pontos positivos, os alunos destacaram: i) a proposta é importante, pois possibilita lembrar e avaliar conhecimentos prévios, ii) as aplicações, debates, organização

foram conduzidos de forma excelente, e iii) os tópicos abordados conseguem abranger a maior parte das dificuldades dos alunos nas disciplinas de Matemática.

Como ponto negativo, o período em que foi realizado o curso. E, como sugestão, novos cursos abordando outros conteúdos básicos e mais momentos presenciais. A figura 50 apresenta os comentários dos Alunos A, B e C.

Figura 50 – Comentário dos alunos A, B e C

3. Aponte pontos positivos e negativos do curso ministrado e deixe suas sugestões para melhoria do mesmo.

Aluno A

Ótimo para nos relembrar da importância dos conteúdos-base e para avaliar nosso conhecimento prévio sobre o assunto.
 Numma próxima oportunidade seria ideal que tivéssemos mais tempo para estudar e resolver as atividades. Bom seria que marcássemos encontros para sanar as dúvidas de cada tópico abordado ao final de cada um deles.

Aluno B

Poderia ser em maior tempo de duração fora de época de provas da faculdade para todos os alunos participarem.

Aluno C

Os tópicos escolhidos foram bons e acredito que conseguem abranger a maior parte das dúvidas dos alunos que enfrentam grandes dificuldades na disciplina.
 Acredito que o tópico ~~de~~ sobre fatoração deve ter uma maior ênfase em vista de alguns exercícios propostos e experiência própria.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A análise de todos os dados levantados permitiu responder à questão de pesquisa. A percepção dos licenciandos em relação ao curso foi positiva, uma vez que o mesmo foi bem avaliado e a proposta entendida como importante, pois contribuiu para relembrar conteúdos que são requisitos para um melhor desempenho na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio da análise das categorias de erros identificadas no estudo de caso, foi possível observar dificuldades de alunos do Ensino Superior em relação a conteúdos da Educação Básica. Esses dados estão coerentes com os trabalhos apresentados no Capítulo 1, que também focalizam essas dificuldades. Estas têm reflexo no estudo de temas do Ensino Superior, como os das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.

A proposta do curso de Pré-Cálculo vem ao encontro desse fato, com o intuito de contribuir para a (re)construção de conteúdos básicos, tendo em vista proporcionar ao aluno um melhor aproveitamento em seus estudos.

Tem-se consciência de que a presente pesquisa foi realizada num momento não muito oportuno, pois os participantes estavam envolvidos com outras atividades, o que justifica até mesmo o número reduzido de alunos. Contudo, com base nos resultados dos licenciandos, é possível afirmar que a iniciativa de um curso de Pré-Cálculo é de suma importância.

Além disso, os erros dos alunos, ao final do curso, mostraram que a (re)construção de conhecimentos do Ensino Básico não é algo simples e requer consciência do problema, disponibilidade de tempo e postura comprometida.

Outro aspecto observado na pesquisa foi a resistência que ainda existe em relação a cursos a distância. A oferta de um curso na modalidade a distância, com momentos presenciais de tutorias, permite ao aluno estudar de acordo com sua disponibilidade de tempo e com suas necessidades, visto que os tópicos podem ser acessados aleatoriamente. No entanto, foi possível perceber que os alunos não se sentem muito à vontade nessa modalidade de ensino, o que reflete a dependência que o aluno apresenta em relação ao papel do professor como único mediador do ensino e aprendizagem. Além disso, a EAD requer disciplina para manter um ritmo de estudo adequado. Como mencionado por Mercado (2007), a organização pessoal é um dos fatores que podem dificultar o desenvolvimento do estudo em EAD.

De maneira geral, as dificuldades em relação a cursos a distância são bem relatadas pela literatura da área, como mostrado no Capítulo 1. A pesquisa promovida permitiu verificar que, de fato, tais dificuldades ocorrem e comprometem os estudos dos alunos.

Ressalta-se que, com a realização do curso, a licencianda teve a primeira experiência em ministrar um curso, sobretudo um curso *online* com momentos presenciais. As primeiras respostas postadas no fórum de dúvidas foram impactantes e marcantes para toda a sua vida acadêmica. Utilizar o Moodle foi uma experiência que possibilitou à pesquisadora conhecer

diversos recursos dessa plataforma e entender melhor o uso destes apoiando o processo de ensino e aprendizagem.

Em relação ao curso em si, o uso do Moodle possibilitou disponibilizar uma variedade de recursos para um mesmo tópico, como vídeos, apostilas (auxiliar e elaboradas) e fóruns. Com tal variedade, buscou-se atender a estilos de aprendizagem diferentes.

Dentre os materiais disponíveis para os alunos, estavam as apostilas elaboradas pela licencianda, autora desta monografia. Com as mesmas, visou-se promover uma sequência diferenciada das que são propostas nos livros didáticos ou até mesmo em *sites*. Objetivou-se ir além da revisão de conteúdos, tendo preocupação quanto ao *layout*, à linguagem clara e objetiva, aos exemplos resolvidos, aos exercícios propostos com gabarito ao final, dentre outros fatores.

Respondendo à questão de pesquisa, verificou-se que, de acordo com a percepção dos licenciandos em Matemática, o curso é importante para a (re)construção de conhecimentos que são requisitos para estudos posteriores. No entanto, foi possível observar que seria necessário mais tempo para sua realização, bem como comprometimento e envolvimento efetivo dos alunos.

Para a licencianda, além das contribuições em relação a ministrar um curso a distância, a presente pesquisa trouxe diversas outras, tais como: i) aprofundamento dos estudos em relação aos temas focalizados no início da pesquisa; ii) aprendizagens relacionadas à elaboração das apostilas (organização da tópicos em sequências coerentes, uso de linguagem adequada, cuidados com o *layout*, entre outras); iii) estudos relacionados à Análise de Erros; iii) desenvolvimento do senso crítico na seleção dos materiais complementares; iv) aprimoramento da prática pedagógica, ao lidar com os alunos pelo ambiente e presencialmente; vi) aprimoramento das habilidades de pesquisa, leitura e de escrita.

As dificuldades encontradas foram, principalmente, em relação a como obter uma participação mais efetiva dos alunos. Nesse sentido, envio de *e-mails* de incentivo, prorrogação de prazos e pronto atendimento às solicitações de encontros para tutoria foram as estratégias adotadas. No entanto, os alunos estavam com muitas demandas da licenciatura e, assim, muitos não concluíram o curso proposto, apesar das estratégias utilizadas.

Como estudos futuros, pretende-se testar o curso com outros grupos de alunos, assim como analisar os erros cometidos. Além disso, é possível promover estudos semelhantes ao descrito, focalizando outros tópicos matemáticos, cujos materiais estão sendo organizados. Nesse sentido, ressalta-se que a presente pesquisa faz parte de um contexto mais amplo, cujo objetivo geral é implementar um curso de Pré-Cálculo, no Moodle, que possa ser utilizado em

vários cursos do IFFluminense. O trabalho descrito nesta monografia é a Parte 1 do referido curso e os dados obtidos orientarão novas ações para o desenvolvimento das demais partes.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA (ABED). *Censo EAD. BR: Relatório Analítico da Aprendizagem a Distância no Brasil 2012*. Curitiba: Ibpex, 2013. Disponível em: <http://www.abed.org.br/censoead/censoEAD.BR_2012_pt.pdf>. Acesso em: 19 out. 2014.

AZAMBUJA, C. R. J de; SILVEIRA, F. A. R.; GONÇALVES, N. S. Tecnologias síncronas e assíncronas no ensino de cálculo diferencial e integral. In: CURY, H. N. (Org.). *Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores: reflexões, relatos, propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 225- 243.

AZEVEDO, B. F. T. *Minerafórum: um recurso de apoio para análise qualitativa em fóruns de discussão*. 2011. 204f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2011.

BARDIN, L. *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70, 1979.

BARROZO, S.; SILVA, C. S. da. A influência dos hábitos de estudo no desempenho de licenciandos em Química na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. In: CONGRESSO DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL DA REGIÃO SUDESTE (CMAC SE), 2013, Bauru. *Anais ... São Carlos: SBMAC*, 2013, p. 268-273. Disponível em: <www.sbmac.org.br/cmacts/cmac-se/2013/trabalhos/.../4443.pdf>. Acesso em: 07. jul. 2014.

BASTOS, A. S. A. M; ALLEVATO, N. S. G. Análises de erros: perspectivas nos processos de ensino e aprendizagem em matemática. In: LOPES, C. E; ALLEVATO, N. S. G. (Org). *Matemáticas e tecnologias*. v. 3. São Paulo: Terracota, 2011. p. 17-38. Coleção pesquisas e práticas em Educação.

BATISTA, S. C. F. *M-learnMat: modelo pedagógico para atividades de m-learning em Matemática*. 2011. 225f. Tese (Doutorado em Informática na Educação)–Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2011.

BEHAR, P. A. Modelos pedagógicos em educação a distância. In: _____ (Org). *Modelos Pedagógicos em Educação a Distância*. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 15-32.

BRASIL. Decreto nº 5.622, de 19 de dezembro de 2005. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/dec_5622.pdf>. Acesso em: 19 fev.2014.

BORTOLI, M. de F. *Análise de Erros em Matemática: um estudo com alunos de Ensino Superior*. 2011. 95f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, RS, 2011.

CHAIBEN, D. S. *O jogo na Aprendizagem Matemática*. 2011. 44p. Trabalho de conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia). Londrina, Universidade Estadual de Londrina, 2011.

CURY, H. N. Análise de erros em cálculo diferencial e integral: resultados de investigações em cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA (COBENGE), 31., 2003, Rio de Janeiro. *Anais ...* Rio de Janeiro: IME, 2003. p. 1-10. Disponível em: <www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2003/artigos/CBE144.pdf>. Acesso em: 23 jan.2013.

_____. “Professora, eu só errei um sinal!”: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In: CURY, H.N. (Org.). *Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores: reflexões, relatos, propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 111-138.

_____. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. 1.ed.1.reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

CURY, H. N.; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. A Análise de Erros como Metodologia de Investigação. In: PROFMAT, 2009, Viana do Castelo. *Anais...* Lisboa: APM, 2009. p. 1-8. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/142359_CO_Cury_Bisognin_Bisognin_4a36c5d50a09a.pdf>. Acesso em: 27 jan. 2014.

CURY, H. N.; SILVA, P. N. Análise de erros em resolução de problemas: uma experiência de estágio em um curso de Licenciatura em Matemática. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v. 1, p. 85-97, 2008. Disponível em: <http://periodicos.utfpr.edu.br/index.php/rbect/article/view/226/0>. Acesso em: 24 ago. 2013.

CRESWELL, John W. *Projeto de Pesquisa: métodos qualitativos, quantitativos e misto*. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010. 296 p.

DIAS, C. C. L; GASPARINI, I.; KEMCZINSKI, A. Identificação dos estilos cognitivos de aprendizagem através da interação em um Ambiente EAD. In: WORKSHOP SOBRE EDUCAÇÃO EM COMPUTAÇÃO, 17., 2009, Bento Gonçalves. *Anais...* Bento Gonçalves: SBC, 2009. p. 489-498. Disponível em: <<http://www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/wei/2009/011.pdf>>. Acesso em: 24 ago. 2013.

FELDER, R. M. SPURLIN, J.E. Applications, Reliability, and Validity of the Index of Learning Styles. *Intl. Journal of Engineering Education*, 2005. Disponível em: <[http://www4.ncsu.edu/unity/lockers/users/f/felder/public/ILSdir/ILS_Validation\(IJEE\).pdf](http://www4.ncsu.edu/unity/lockers/users/f/felder/public/ILSdir/ILS_Validation(IJEE).pdf)>. Acesso em: 17 nov. 2014.

FERREIRA, A.B. H de. *Mini Aurélio: o dicionário da Língua Portuguesa*. 8. ed. Curitiba: Positivo, 2010.

FERRUZZI, E. C. *A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia*. 2013.154 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas)–Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/84624/190478.pdf?sequence=1>> Acesso em: 14 set. de 2014.

FRANCISCATO, F.T.; RIBEIRO, P. da S.; MOZZAQUATRO, P. M.; MEDINA, R.D. Avaliação dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem Moodle, TelEduc e Tidia-Ae: um estudo comparativo. *Revista Novas Tecnologias na Educação (RENOTE)*, v.6, n.2, 2008. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/14509/8428>> Acesso em: 16.ago.2014.

FREIRE, J. L.; NASSER, L; CARDADOR, D. M. Educação a Distância: Solução para o Nivelamento em matemática no Ensino Superior. In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA, 4., 2008, Rio de Janeiro. *Anais ...* Rio de Janeiro: UFRJ, 2008. p. 1-8.

GIL, A.C. *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOLDENBERG, Mirian. *A arte de pesquisar: Como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais*. 11. ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.

IRIAS, D. F.; VIEIRA, J. P.; MIRANDA, P. R. de; SILVA, R. C. Cálculo Diferencial e Integral I: analisando as dificuldades dos alunos de um curso de licenciatura em Matemática. *Revista da Educação Matemática da UFOP: XI Semana da Matemática e III Semana da Estatística*, 2011, v. I, p. 1-5, 2011. ISSN 2237-809X Disponível em: <<http://www.cead.ufop.br/jornal/index.php/redumat/article/view/343/300>> Acesso em: 16. ago.2014.

KONRATH, M. L.P.; TAROUÇO, L. M. R.; BEHAR, P.A. *Competências: desafios para alunos, tutores e professores da EAD*. 2009. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/13912/7819>>. Acesso em: 10 set. 2014.

LEITE, M.T. M.; CARLINI, A.L.; SILVA, A.A da; RAMOS, M. P.; SINGULEM, D. Relato de experiência: Oficinas Moodle para docentes da UNIFESP. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA, 13., 2007, Curitiba. *Anais...* Curitiba, 2007

LOPES, C. E; ALLEVATO, N. S. G. Apresentação. In: _____ (Org). *Matemáticas e tecnologias*. v.3. São Paulo: Terracota, 2011. p. 11–15. Coleção pesquisas e práticas em Educação.

MACÊDO, L. N. de; CASTRO FILHO, J. A. de; MACÊDO, A. A. M.; SIQUEIRA, D. M. B.; OLIVEIRA, E. M. de; SALES, G. L.; FREIRE, R. S. Desenvolvendo o pensamento proporcional com o uso de um objeto de aprendizagem. In: PRATA, C. L.; NASCIMENTO, A. C. A de (Org.). *Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico*. Brasília: MEC, SEED, 2007. p. 17-26.

MALTA, I. Linguagem, Leitura e Matemática. In: CURY, H. N. (Org.). *Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores: reflexões, relatos, propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 41-62.

MERCADO, L. P. L. *Dificuldades na educação a distância online*. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA, 13., 2007, Curitiba. *Anais...* Curitiba: CIETEP, 2007. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/congresso2007/tc/55200761718PM.pdf>>. Acesso em: 08 set. 2014.

MOREIRA, H; CALEFFE, L. G. *Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador*. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

NASSER, L. Ajudando a superar obstáculos na aprendizagem de cálculo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. *Anais ...* Belo Horizonte, MG: SBEM, 2007. p. 1-13. Disponível em: <www.sbem.com.br/files/ix.../Artigo%20Lilian%20MR13.doc>. Acesso em: 20. mar. 2013.

OLIVEIRA, M. M. de. *Como fazer pesquisa qualitativa*. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

PAIANO, V. C. *Investigando ferramentas síncronas e assíncronas na interação em Educação à distância*. 2007.112f. Dissertação (Mestrado em Tecnologia da Informação e Comunicação na Formação a distância), Universidade Norte do Paraná – UNOPAR e Universidade Federal do Ceará – UFC, Londrina, 2007.

POSSOLLI, G. E.; CURY, P. Q. Reflexões sobre a elaboração de materiais didáticos para educação a distância no Brasil . In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (EDUCERE), 9.; ENCONTRO SUL BRASILEIRO DE PSICOPEDAGOGIA, 3., 2009, Paraná. *Anais ...* Paraná: PUCPR, 2009, p. 3447-3462.

PONTE, J.P.da. Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, n.25, p.105-132, 2006. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20\(Estudo%20caso\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20(Estudo%20caso).pdf)>. Acesso em: 24 ago. 2014.

TORRE, S. de La. *Aprender Com os Erros: o Erro Como Estratégia de Mudança*. Porto Alegre: Artmed, 2007.

TORREZZAN, C. A. W; BEHAR, P. A. Parâmetros para a construção de materiais educacionais digitais do ponto de vista do design pedagógico. In: BEHAR, P. A. (Org). *Modelos Pedagógicos em Educação a Distância*. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 35-65.

SANTOS, S. P. dos; MATOS, M. G. de O. O ensino de Cálculo I no curso de Licenciatura em Matemática: obstáculos na aprendizagem. *Revista Eventos Pedagógicos*, v.3, n. 3, p. 458 - 473, ago – dez 2012

UCHÔA, J.Q; UCHÔA, K.C.A. *Tutorial do Moodle*. 2008. Disponível em: <<http://disciplinas.stoa.usp.br/pluginfile.php/.../mod.../Tutorial%20Moodle.pdf>>. Acesso em: 10 set. 2014.

YIN, Robert K. *Estudo de caso: Planejamento e métodos*. Tradução Ana Thorell. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

WARREN, C. M. J. The use of online asynchronous discussion forums in the development of deep learning among postgraduate real estate students. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON BUILDING EDUCATION AND RESEARCH, 2008, Sri Lanka. *Proceedings...* Sri Lanka, 2008. Disponível em: <http://espace.library.uq.edu.au/eserv/UQ:130878/n768_Bear_Discussion.pdf>. Acesso em: 02 fev. 2013.

ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Tradução Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Atividade final



Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação



Licenciatura em Matemática
Aluna: Juliana Corrêa Pereira

Atividades de Pré-Cálculo

1. Racionalize o denominador, simplificando quando possível:

a) $\frac{3}{\sqrt{7}}$

c) $\frac{1}{4-\sqrt{5}}$

b) $\frac{1}{2\sqrt[3]{5^2}}$

d) $\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

2. Racionalize o numerador, simplificando quando possível:

a) $\frac{\sqrt{15}}{5}$

c) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$

d) $\frac{\sqrt[3]{11}}{22}$

3. Desenvolva os seguintes produtos notáveis:

a) $(3x+1)^2$

b) $(5x-2y)^2$

c) $\left(\frac{1}{2}+x\right)\left(\frac{1}{2}-x\right)$

4. Durante a resolução de uma avaliação, em que não era permitido utilizar calculadora, um aluno precisou resolver a seguinte expressão: $20742^2 - 20740^2$. Já que não sabia como obter o resultado, optou por não resolvê-la. E se fosse você, como resolveria essa situação?

5. Fatore os seguintes polinômios:

a) $x^2 + 14x + 49$

b) $36y^2 - 16$

c) $x^4 - 3x^3 + 4x^2$

d) $x^2 - 7x + 10$

e) $5x^2 - 3x - 2$

6. A equação a seguir foi resolvida por um aluno utilizando completamento de quadrado. No entanto, ele cometeu um erro durante a resolução. Identifique-o e apresente a solução correta.

$$x^2 + 6x + 11 = 0$$

$$x^2 + 6x + 36 - 36 + 11 = 0$$

$$x^2 + 6x + 36 = -11 + 36$$

$$(x + 6)^2 = 25$$

$$x + 6 = 5$$

$$x + 6 = -5$$

$$x = 5 - 6 \quad \text{ou} \quad x = -5 - 6$$

$$x = -1 \quad \quad \quad x = -11$$

7. Simplifique a seguinte expressão: $\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 10x + 25}$.

8. Escreva as seguintes expressões, como uma única fração, na forma reduzida:

a) $\frac{x-2}{x^2-3x} + \frac{5}{x}$

b) $\frac{3}{x-6} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2-36} + \frac{2}{x^2}$

9. Seguindo as três orientações abaixo, responda o que se pede:

- x e y são números reais positivos;
- $(x + y)^2 = 169$
- $x^2 + y^2 = 97$

a) Qual é o valor de $x + y$?

b) Qual é o valor de $x \cdot y$?

APÊNDICE B: Questionário



TECNOLOGIA
COMUNICAÇÃO
EDUCAÇÃO
IFF - Campus Campos Centro



Curso: **A (re)construção de saberes matemáticos do Ensino Fundamental como ferramenta auxiliar para o Cálculo I**
Ministrante: Juliana Corrêa Pereira

Questionário

Parte 1

Em cada afirmação, por favor, assinale a coluna que considerar mais adequada, sabendo que:

DC – discordo completamente	C – concordo
D – discordo	CC – concordo completamente.
NCND – não concordo nem discordo	NA – não se aplica

Afirmativas	Opções	DC	D	NC ND	C	CC	NA
1. A sequência didática adotada no curso foi adequada.							
2. Os tópicos abordados foram relevantes.							
3. As apostilas elaboradas apresentam o conteúdo corretamente e de forma clara.							
4. O <i>layout</i> (imagens, cores, estrutura, fontes, etc.) das apostilas elaboradas é visualmente agradável.							
5. Os materiais complementares abordam o conteúdo corretamente e de forma clara.							
6. Os materiais complementares foram importantes para sua aprendizagem.							
7. O fórum de dúvidas foi importante para a sua participação no curso.							
8. O fórum de discussão contribuiu para ampliar seus conhecimentos nos tópicos abordados.							
9. Utilizar o ambiente Moodle foi fácil.							
10. A (re)construção de conhecimentos matemáticos proposta no curso pode ser importante para o estudo dos conteúdos de Cálculo.							
11. A proposta de cursos com essa finalidade é importante.							
12. As tutorias foram significativas para a realização do curso.							

O espaço a seguir é para comentários relacionados a qualquer afirmativa acima. Caso tenha assinalado a coluna DC, D ou NCND para alguma(s) afirmativa(s), por favor, mencione o(s) motivo(s) que levaram a essa opção.

Parte 2

1. Caso você tenha acessado algum material complementar (vídeos, apostilas complementares, applets), fez isso para auxiliar na (re)construção do saber do conteúdo correspondente ou por algum outro motivo (por exemplo, curiosidade em relação material apresentado)? Comente sua resposta.
2. Você apresentava dúvidas em relação a algum(ns) dos tópicos abordados no curso?

2.1 Caso afirmativo:

- Qual(is) era(m) esse(s) tópico(s)?

- Tais dúvidas chegaram a atrapalhar o estudo de alguma disciplina da Licenciatura em Matemática? Comente.

3. Aponte pontos positivos e negativos do curso ministrado e deixe suas sugestões para melhoria do mesmo.