INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TIAGO MOTA BARRETO

DESCOBRINDO REGULARIDADES EM CÁLCULOS COM NÚMEROS DECIMAIS COM O AUXÍLIO DA CALCULADORA

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

2015

TIAGO MOTA BARRETO

DESCOBRINDO REGULARIDADES EM CÁLCULOS COM NÚMEROS DECIMAIS COM O AUXÍLIO DA CALCULADORA

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, como requisito parcial à conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Ms. Carla Antunes Fontes

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca. Setor de Processos Técnicos (IFF)

B273d Barreto, Tiago Mota.
Descobrindo regularidades em cálculos com números decimais com o auxílio da calculadora / Tiago Mota Barreto – 2014.
80 f. : il. col.

Orientadora: Carla Antunes Fontes.

Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense.
Campus Campos Centro, 2014.
Referências bibliográficas: p. 70-72.

1. Cálculo – Estudo e ensino. I. Fontes, Carla Antunes, orient. II. Título.

CDD – 515

TIAGO MOTA BARRETO

DESCOBRINDO REGULARIDADES EM CÁLCULOS COM NÚMEROS DECIMAIS COM O AUXÍLIO DA CALCULADORA

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, como requisito parcial à conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 6 de janeiro de 2015.

Banca Avaliadora:

Profª. Carla Antunes Fontes (orientadora)

Mestre em Matemática Aplicada / UFRJ

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

---

Profª. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

Mestre em Matemática / UENF

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

---

Profª. Mylane dos Santos Barreto

Mestre em Matemática / UENF

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço Deus, pela vida que me foi dada e por todas as pessoas incríveis que me acompanharam nessa jornada.

Aos colegas de grupo de estudo pelo apoio, Príscila, Quézia, Kátia, Márcia Gisele, Neiva, Pâmella e Bruna.

Em especial, Camila Carvalho e Sandro Freitas, que me incentivaram em cada momento desse percurso.

Agradeço pela ajuda, conselhos e paciência da minha orientadora, professora Carla Antunes, e por me ensinar que é preciso ter sempre serenidade.

Aos meus amigos Felipe e Jean. Pelos anos de amizade e por sempre estarem presente em todas as etapas da minha vida.

À minha irmã Patrícia, que sempre me incentivou em prosseguir meus estudos.

À Escola Estadual Benta Pereira, Diretora, Professora Isa e Coordenadores, pela compreensão nos momentos de estudo e pelo apoio para que eu pudesse participar nos eventos provenientes da fase de estudante.

A meus pais, pela atenção, carinho e apoio em todas as fases da minha vida, possibilitando que eu conseguisse chegar até aqui.

À minha professora Thais, que me incentivou em cada momento que pensei em desistir.

À banca desta monografia, Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura e Mylane dos Santos Barreto, que aceitaram participar deste trabalho de uma forma especial.

Aos amigos, que sempre estiveram comigo em todos os momentos de “desespero”, e que nesta ocasião de mais uma etapa vencida, comemoram também esta alegria.

Aos participantes do teste exploratório, à turma em que apliquei a validação e sua professora regente, que disponibilizaram seu tempo.

A todos aqueles que direta ou indiretamente fizeram parte dessa conquista em minha vida, fica registrado aqui meu eterno agradecimento.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo investigar a contribuição do estudo de regularidades para a aprendizagem da multiplicação e da divisão de números racionais não inteiros. Para isto, foi elaborada uma sequência didática, cunhada com base na aula investigativa e nos diferentes registros da semiótica, aplicada a uma turma de alunos do nono ano do Ensino Fundamental. Durante a aplicação e ao longo da pesquisa, porém, foram constatadas sérias dificuldades no estudo dos chamados "números decimais". Procedeu-se então à análise de coleções de livros didáticos, em busca de possíveis causas para tais empecilhos. Verificou-se uma abundância de regras e o incentivo à memorização, em detrimento da compreensão de conceitos ligados às operações de multiplicação e divisão. Nos livros analisados, parte-se do princípio que o aluno já tem conhecimento sobre o assunto, que é então apresentado de maneira "expressa", enfatizando *como* o cálculo deve ser feito, ao invés de explicar *porque* determinada forma de resolução é correta. Isto faz com que o estudante permaneça com uma visão pueril das operações, trazida dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que compromete, e muito, o trabalho com números racionais não inteiros.

PALAVRAS CHAVE: operações com números decimais, regularidades, calculadora.

ABSTRACT

This work aims to investigate the contribution of the study of regularities to the process of teaching and learning rational numbers. To achieve this, a didactic sequence was created, based upon the investigative class and the different registers of semiotics, and it was applied to a ninth grade fundamental level class. During the application, though, as well as all along the researches, were founded serious difficulties in the study of the so-called “decimal numbers”. So, an analysis of various collections of didactical books was made, in order to search for possible reasons to those obstacles. It was verified a great amount of rules and the encouraging to memorization, rather than the comprehension of the concepts involving the operations of multiplication and division. In the books that were analyzed, it was assumed that the student already has some knowledge about the subject, and because of that, it is presented quickly, focusing on *how* to do the calculus, instead of *why* that form of resolution is right. As a result, the student remains with a naïve view of those operations, inherited from the initial years of fundamental school, which very much compromises the work with rational numbers.

KEYWORDS: calculus with decimal numbers, regularities, calculator.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1 – Figura: Dificuldade em operações com números decimais 15

Ilustração 2 – Gráfico da função $f(x) = x^2 - 2x$ 19

Ilustração 3 – Figura: Questão envolvendo multiplicação por 10, 100 e 1000. 20

Ilustração 4 – Figura: Exercícios sobre multiplicação de números decimais........................... 21

Ilustração 5 – Figura: Cálculo mental e uso da calculadora 22

Ilustração 6 – Figura: Cálculo mental e uso da calculadora – exercícios................................ 22

Ilustração 7 – Figura: Uso da calculadora – exercício.. 23

Ilustração 8 – Figura: Usando a calculadora. 25

Ilustração 9 – Figura: Incentivo ao uso da calculadora para investigar................................... 25

Ilustração 10 – Figura: Multiplicar para dividir 26

Ilustração 11 – Figura: Divisão por 0,5 26

Ilustração 12 – Figura: Divisão por 0,2 e por 0,25. 27

Ilustração 13 – Figura: observação sobre o uso da calculadora 28

Ilustração 14 – Figura: descobrindo regularidades com a calculadora.................................... 29

Ilustração 15 – Figura: Objetivo da atividade 30

Ilustração 16 – Figura: A calculadora e a ordem das operações em uma expressão numérica 38

Ilustração 17 – Quadro valor lugar.. 39

Ilustração 18 – Figura: situação interessante envolvendo o uso de calculadora 40

Ilustração 19 – Figura: atividade interessante com o uso da calculadora................................ 41

Ilustração 20 – Uso da calculadora em investigações 42

Ilustração 21 – Figura: O uso da calculadora nas aulas de Matemática 49

Ilustração 22 – Figura: Folha 2, Questão 2(d) antes do teste exploratório.............................. 50

Ilustração 23 – Figura: Folha 2, Questão 2(d) após o teste exploratório................................. 50

Ilustração 24 – Figura: Folha 1, Questão 1... 51

Ilustração 25 – Figura: Folha 1, Questão 1... 52

Ilustração 26 – Figura: Folha 1, Questão 1, resposta de um aluno.. 53

Ilustração 27 – Figura: Folha 1, Questão 2 53
Ilustração 28 – Figura: Folha 1, Questão 2, resposta correta de um aluno 54
Ilustração 29 – Figura: Folha 1, Questão 2, item (d), resposta incorreta de um aluno 55
Ilustração 30 – Figura: Folha 1, Questão 2, item (d), resposta incorreta de um aluno 55
Ilustração 31 – Figura: Folha 1, Questão 2, item (d), resposta incorreta de um aluno 55
Ilustração 32 – Figura: Folha 2, Questão 1 56
Ilustração 33 – Figura: Folha 2, Questão 1, resposta correta de um aluno 57
Ilustração 34 – Figura: Folha 2, Questão 1, resposta correta de um aluno 57
Ilustração 35 – Figura: Folha 2, Questão 1, resposta incorreta de um aluno 58
Ilustração 36 – Figura: Folha 2, Questão 2 58
Ilustração 37 – Figura: Folha 2, Questão 2, resposta de um aluno 59
Ilustração 38 – Figura: Folha 2, Questão 3 60
Ilustração 39 – Figura: Folha 2, Questão 3, resposta de um aluno 60
Ilustração 40 – Figura: Folha 2, Questão 4 61
Ilustração 41 – Figura: Folha 2, Questão 4, resposta correta de um aluno 61
Ilustração 42 – Figura: Folha 3 63
Ilustração 43 – Quadro: Folha 3, resumo dos resultados 64
Ilustração 44 – Folha 3, resoluções de um aluno 65
Ilustração 45 – Folha 3, resoluções de um aluno 65
Ilustração 46 – Folha 3, resoluções de um aluno 66

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 11
1 Percurso de pesquisa 13
1.1 Dificuldades de ensino e aprendizagem 13
1.2 Um pouco sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais 16
1.3 Breves comentários sobre representações semióticas 17
1.4 Análise de livros didáticos 19
1.4.1 Coleção 1: Matemática (Projeto Teláris), de Luiz Roberto Dante 20
1.4.2 Coleção 2: Matemática Ideias e Desafios, de Iracema e Dulce 24
1.4.3 Coleção 3: Matemática (Projeto Velear), de Antonio José Lopes (Bigode) 27
1.4.4 Coleção 4: Matemática BIANCHINI, de Edwaldo Bianchini 32
1.4.5 Coleção 5: Matemática: Imenes e Lellis, de Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis. 36
1.5 A aula de investigação matemática 43
1.5.1 Introdução 43
1.5.2 Realização das tarefas 45
1.5.3 Discussão dos resultados 45
1.5.4 Papel do Professor 46
1.6 Revisão bibliográfica sobre o uso da calculadora 47
2 A sequência didática 50
2.1 Teste Exploratório 50
2.2 Aplicação da sequência didática 51
3 Considerações finais 67
3.1 Respostas às questões de pesquisa 67
3.2 Impressões sobre o trabalho monográfico 68
REFERÊNCIAS 70
APÊNDICES 73
APÊNDICE A – PRIMEIRA VERSÃO DAS ATIVIDADES 74
APÊNDICE B – ATIVIDADES REELABORADAS 79

INTRODUÇÃO

Quando iniciei meu estágio, tive oportunidade de observar a carência de motivação no estudo de determinados assuntos. A maioria das aulas a que assisti consistia em simplesmente ‘apresentar conteúdos’, sem incentivar a participação ou instigar o raciocínio do aluno, para que chegasse às próprias conclusões. Além disso, notei entre os estudantes grande dificuldade na realização das quatro operações básicas da Matemática, principalmente no que diz respeito a números racionais não inteiros. À época da elaboração da monografia, em contato com o professor designado a me orientar nesta tarefa, foi sugerido pelo mesmo, entre outros temas, este que compõe o presente trabalho, com o qual me identifiquei por tudo o que havia vivenciado.

O objetivo era elaborar uma sequência didática, aliando uma aula que levasse o aluno a participar e a raciocinar, tirando suas próprias conclusões, ao estudo de operações com números racionais não inteiros, os chamados “números decimais”.

Como aporte teórico para o tipo de aula que se pretendia realizar, foi usado primordialmente o livro de João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira, *Investigações Matemáticas em Sala de Aula* (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2009). Nele, são detalhadas e comentadas desde as etapas da aula de investigação matemática até a atitude do professor durante cada uma delas.

Ao realizar o levantamento bibliográfico sobre o tema “números decimais”, dois pontos chamaram a atenção. Um deles foi o incentivo ao uso da calculadora como meio de levar o aluno a raciocinar e tirar suas próprias conclusões, presente em vários trabalhos realizados (ABREU, 2009; BRITO, 2011; SANTOS, 2004), assim como nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998). Outro foi uma dificuldade mais profunda do que a esperada no ensino e aprendizagem dos “números decimais”, que perpassava conceitos não só do aluno, mas do próprio professor. Decidiu-se então ampliar o escopo da pesquisa: para compreender um pouco mais sobre como se dá o estudo do tema em sala de aula, realizou-se uma breve análise da abordagem sugerida por algumas coleções de livros didáticos atuais.

A fim de reduzir a abrangência do trabalho, escolheu-se focar nas operações de multiplicação e divisão de números racionais não inteiros, escritos na forma decimal, sendo o público alvo uma turma do nono ano do Ensino Fundamental.

Como elemento motivador, seria proposto ao aluno que realizasse diversas multiplicações e divisões, com o auxílio da calculadora, buscando ele mesmo explicar as regularidades e deduzir as relações existentes entre elas. Além disso, também seriam efetuadas multiplicações e divisões por números positivos menores do que um, a fim de mobilizar e provocar a participação da turma na discussão dos resultados dessas operações. Nessas atividades, dois tipos de representação diferentes do mesmo número seriam utilizados: a fracionária e a decimal, o que motivou a existência de breve comentário sobre a semiótica neste trabalho.

Nossa questão de pesquisa, inicialmente, tratava de investigar como a descoberta de regularidades pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da multiplicação e da divisão de números decimais no Ensino Fundamental. Porém, ao longo do percurso de pesquisa, outras questões importantes foram se apresentando, e não pudemos deixar de contemplá-las. Até que ponto, ou sob quais circunstâncias, uma aula investigativa, que incentive a participação do aluno e estimule-o a raciocinar, pode efetivamente contribuir para o processo de ensino e aprendizagem? O uso da calculadora em sala de aula é capaz de tornar o aprendizado das operações com números decimais mais atraente para o aluno? Porque, afinal de contas, há tanta dificuldade no trabalho com números racionais não inteiros? Será a memorização de procedimentos, sem maior atenção aos conceitos envolvidos, a ‘grande culpada’?

Na tentativa de responder, ou pelo menos provocar alguma reflexão sobre todas as questões apresentadas, esta monografia foi estruturada da seguinte forma:

- em uma primeira parte, está o referencial teórico: tudo o que foi pesquisado ao longo do trabalho monográfico, desde a importância do tema e suas principais dificuldades de aprendizagem até a metodologia utilizada no desenvolvimento da aula, passando pelo uso da calculadora em sala de aula e análise de livros didáticos;

- a segunda parte consta da apresentação da sequência didática elaborada e seus objetivos, de comentários sobre o teste exploratório e da análise de sua aplicação em uma turma do nono ano do ensino regular, à luz do referencial teórico desenvolvido na primeira parte;

- a terceira parte traz as considerações finais, com respostas ou reflexões sobre as perguntas formuladas e demais comentários sobre o trabalho realizado, além de sugestões para a continuidade da pesquisa.

1 Percurso de pesquisa

A esmagadora maioria dos números com os quais se trabalha no dia a dia, à exceção dos que representam unidades de medida de tempo, são números decimais: todos estão escritos em base dez. Porém, é usual referir-se aos números racionais não inteiros como “números decimais”, apesar de constituírem apenas parte deles. Aqui também será adotada esta nomenclatura. Por “número decimal”, entende-se “número racional não inteiro”.

1.1 Dificuldades de ensino e aprendizagem

Visando o entendimento da perspectiva que se objetivava abordar, buscou-se um panorama do tema no contexto histórico da Educação no Brasil. Segundo Fiorentini (1995), havia uma seletividade no ensino da Matemática, observado no início do século passado. As classes mais favorecidas tinham acesso a um ensino mais racional e rigoroso, ficando o proletariado restrito ao ensino do cálculo, no qual a técnica era privilegiada em detrimento do raciocínio. Isto se acentuou a partir dos anos 30, quando as disciplinas de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria se unificaram, dando origem no currículo ao estudo de uma só ciência, a Matemática.

De acordo com Vieira (2004), a sociedade moderna, que passava por mudanças, passou a demandar também uma postura diferente do docente. O ensino da Matemática, centrado nos conteúdos e na transmissão de conhecimento, passa a preocupar-se com o desenvolvimento do raciocínio matemático, permitindo a reflexão e a reelaborarão de conceitos fundamentais por parte do aluno.

Segundo a mesma autora, nos anos 70 e 80, a preocupação com as dificuldades de ensino e aprendizagem em Matemática deram origem ao que hoje se denomina Educação Matemática. Para Carvalho (1991, p. 18), a Educação Matemática é “o estudo de todos os fatores que influem, direta ou indiretamente, sobre todos os processos de ensino-aprendizagem em Matemática e a atuação sobre esses fatores.” Isto implica que a abordagem de conceitos matemáticos deve ser feita de forma a permitir o estabelecimento de relações entre os próprios conceitos e as demais esferas do conhecimento.

Vieira (2004) também ressalta a contribuição de Vygotsky para a Educação Matemática. Sua teoria reforça a perspectiva de que o enfoque sócio histórico é muito importante no suporte a estudos e pesquisas em qualquer disciplina, pois considera o indivíduo como resultado de um processo, uma vivência. Isto mostra a necessidade da utilização do contexto sócio histórico como fundamento para a aprendizagem, utilizando a vivência do aluno para que o mesmo veja significado naquilo que está aprendendo.

> Mas, apesar do grande número de estudos voltados à educação matemática e, consequentemente, do aumento de publicações e dos inúmeros eventos promovidos, a matemática ainda continua sendo desenvolvida de maneira fria, acrítica, a histórica, como uma coleção de verdades a serem absorvidas pelos estudantes, com resultados precisos e procedimentos infalíveis. Prova disso, é o desinteresse, o receio e as dificuldades que os alunos apresentam em relação às atividades matemáticas escolares. (VIEIRA, 2004, p.3)

Ou seja, a despeito de todos os esforços, a Matemática continua sendo percebida como uma ciência monótona, estática, que não acompanha o dinamismo e a evolução das demais disciplinas.

Nesse contexto, constata-se em particular a dificuldade de compreensão de conceitos relacionados a números decimais. Observa-se ainda a utilização de “regras simplificadas” por parte dos alunos, que lançam mão de métodos memorizados no desenvolvimento de cálculos. Da mesma forma, apresentam problemas na interpretação de situações que requeiram a aplicação de números decimais.

Nos estudos relacionados às dificuldades dos alunos com foco no ensino de números decimais, diversas observações foram registradas por pesquisadores e revisores bibliográficos. Dentro dessa esfera serão citadas aquelas consideradas mais relevantes no enfoque dado ao presente trabalho.

Segundo Vieira (2004), as “regras simplificadas”, tais como: “vai um”, “empresta um”, “vírgula embaixo de vírgula”, que teoricamente seriam utilizadas pelos professores no intuito de facilitar o aprendizado, acabam conduzindo os alunos à perda do controle da situação, induzindo-os a erros absurdos. De acordo com Espinosa (2009), estes erros trafegam em diversas esferas, que vão desde a correta compreensão do valor posicional do algarismo no sistema de numeração decimal, até a dificuldade de conversão do signo numérico para a linguagem natural correta, em âmbito conceitual. Por exemplo, ao escrever por extenso o número 1,4, o aluno escreve “um vírgula quatro”, sendo que, levando em consideração a linguagem formal e a ênfase no conceito, o mais adequado seria “um inteiro mais quatro décimos”.

Segundo Silva (2006), em um estudo com cento e treze crianças dos Estados Unidos e Israel (onde frações são ensinadas antes de decimais) e França (onde os decimais são ensinados antes das frações) evidencia que as crianças dos Estados Unidos e Israel, onde a regra da fração foi mais amplamente utilizada, tinham uma facilidade natural na aplicação das frações, quando comparadas às crianças francesas.

Segundo Sá e Jucá (2006) constataram em sua pesquisa, a grande dificuldade dos alunos nas operações com números decimais reside na multiplicação e na divisão. (Ilustração 1) Isto é corroborado pelo que observamos no presente trabalho.

Ilustração 1 – Figura: Dificuldade em operações com números decimais

Quadro 3-As operações mais difíceis para os alunos aprenderem

Operações	Total
Adição	5
Subtração	3
Multiplicação	24
Divisão	41

Fonte de consulta: questionário dos professores

Fonte: SÁ e JUCÁ, 2006, p.5.

Vale ressaltar que a consulta realizada por Sá e Jucá foi feita “com 46 professores da escola pública, sendo todos licenciados plenos com mais 5 anos de docência” (SÁ e JUCÁ, 2006, p. 3).

Segundo Espinosa (2009), a relação entre os temas *frações* e *números decimais* encontra-se já seriamente comprometida. Isto seria demonstrado pela dificuldade que os alunos têm em relacioná-los. A compreensão restrita desses conceitos, segundo o autor, poderia ser incrementada através da contextualização do número decimal e do uso de diferentes formas de representação. Grando e Vieira (2006) apud Espinosa (2009) defendem que o rompimento com essa dificuldade viria por meio de uma revisão do processo de ensino e aprendizagem, no sentido de possibilitar uma real apreensão do conceito de número decimal por parte do aluno.

Para Sá e Jucá (2006), existe ainda por parte dos professores uma grande insegurança no que se refere à mudança da sequência de ensino apresentada pelos livros didáticos. Esta dependência do livro didático pelo professor é um entrave à experimentação de outras formas de ensino, que talvez possibilitassem uma melhor compreensão do conceito de número decimal e do significado de suas operações.

Para Silva (2006), foi observada uma premente necessidade no aprimoramento do conhecimento matemático por parte do professor, de forma a permitir maior domínio e habilidade na aplicação e expressão do conteúdo, tal como no sentido de fornecer ferramentas que possibilitem alternativas diversas na demonstração do mesmo conteúdo, alcançando aquele aluno que não entendeu da primeira maneira explicada.

1.2 Um pouco sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais

O ensino dos números decimais vem sendo um desafio, tanto no aspecto pontual, ou seja, individual, envolvendo professores e alunos, quanto em âmbito coletivo ou institucional, no que se refere às macro ações de órgãos governamentais no sentido de criar ferramentais eficazes para sanar as diversas variáveis que incidem sobre esse problema. Tais variáveis passam pela forma de ensino metódico e linear da Matemática, "ausência de políticas educacionais efetivas, interpretações equivocadas de concepções pedagógicas", segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998, p. 21), e ainda pelo difícil contexto socioeconômico no qual tanto professores quanto alunos se encontram inseridos.

Essas dificuldades se refletem numa imobilidade pedagógica, que inviabiliza a implantação dos novos métodos de ensino, tais como o da contextualização no ensino da Matemática, de forma a possibilitar ao aluno a utilização de sua realidade, sem que seja socialmente escravizado a ela. Em outras palavras, a contextualização deve agir como uma ferramenta de mobilidade socioeconômico-cultural para este aluno. (BRASIL, 1998, p.23) Tal imobilidade pode ainda levar à rejeição ao uso de novas tecnologias no ensino, contrariando o que preconizam os PCN, segundo os quais deve ser alcançada a capacidade de realização de

> Cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações - com números naturais, inteiros e racionais - por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos, utilizando a calculadora para verificar e controlar resultados. (BRASIL, 1998, p. 71)

De acordo com os PCN, a calculadora é uma ferramenta útil na verificação de resultados, na correção de erros e no ganho de tempo em cálculos. Pode ser utilizada também na busca e percepção de regularidades matemáticas e no desenvolvimento de estratégias de resolução de situações-problema. (BRASIL, 1998, p.45) No entanto, Santos (2004, p.1) afirma que, especificamente no que se refere ao ensino dos números decimais, existe grande controvérsia na utilização da calculadora. Alguns acreditam que seu uso pode tornar o aluno preguiçoso, gerando por conseguinte uma dependência da máquina e terminando por comprometer a capacidade de realização de cálculos mentais.

Kanaan (2002, p.66), em sua análise dos PCN, afirma que o terceiro ciclo visa o desenvolvimento de habilidades e competências para que o aluno tenha plena capacidade de se expressar e se comunicar matematicamente, bem como de estabelecer relações entre as diversas representações de um mesmo objeto matemático. Cita ainda a importância de que o aluno amplie sua percepção dos significados dos números, seu emprego de forma contextualizada e adquira uma visão analítica quanto a problemas históricos que geraram a sua construção. Destaca, ainda no terceiro ciclo, a importância do desenvolvimento de competências que envolvam a capacidade de resolver situações problema abrangendo números naturais e racionais, bem como a capacidade de representar os números através de distintas notações, vinculando estas notações a contextos matemáticos e não matemáticos.

1.3 Breves comentários sobre representações semióticas

> Minha mãe sempre comenta que, além dos balbucios do tipo “mama” e “papa”, as primeiras palavras pronunciadas por João – um de meus irmãos – foram, de fato, uma frase completa de franco estupor. Nos arredores da casa era muito utilizado o transporte por carroças. Passeando com o filho minha mãe apontava-as dizendo expressões tais como: “Olha o cavalo!”, “Que cavalo bonito!”. Então, ao ver pela primeira vez um cavalo livre pastando no campo, ela afirma que o pequeno arregalou os olhos de espanto e exclamou repetidamente: “Cavalo cortado! Cavalo cortado!” (MOREIRA, 2005, p. 25).

Na passagem acima, relatada por Moreira (2005), a criança associou a palavra “cavalo” à imagem do cavalo puxando uma carroça. Para ela, portanto, “cavalo” significava todo o conjunto: o cavalo e a carroça. Ao ver um cavalo sem a carroça, espantou-se, pois faltava uma parte do que, para ela, era um “cavalo”, ou seja, faltava a carroça. A estória ressalta a importância da correta utilização de várias representações para um mesmo objeto. Isto faz, por exemplo, com que ele seja reconhecido mesmo tendo sido apresentado de maneira diferente da “usual”.

A representação semiótica, segundo Basilício Filho (2011) vem se destacando dentro da metodologia de ensino da Matemática, visto que seus aspectos estão diretamente ligados ao estabelecimento da comunicação necessária ao raciocínio, visualização e análise matemática. Desta forma, a semiótica atua com profunda complementaridade, estabelecendo uma íntima conexão entre a comunicação e a representação dos signos. Este processo objetiva promover o estímulo da capacidade cognitiva do aluno.

Segundo Correia (s.d.), a semiose foi introduzida na Filosofia, no final do século XV, pelo inglês John Locke (1632-1704), de forma mais empírica e superficial como a “doutrina dos signos”. Já no inicio do século XX, o filósofo-lógico-matemático americano Charles Sanders Peirce (1839-1914) retoma esta nomenclatura, aplicando a Lógica para fundamentar uma Filosofia com base científica, atribuindo um significado à Semiótica, de forma que esta fosse encarada como uma ciência: a ciência dos signos.

Dentro deste contexto, a semiótica é compreendida como uma ciência que evolui continuamente. Visando justificar seu ponto de vista, Peirce divide a semiótica em três pilares, chamados de “elementos sígnicos”: o *representamen*, o o*bjeto e* o *interpretante.* Nesta abordagem, o *representamen* ou *signo* é o elemento dependente do *interpretante*, sendo ele incompleto, pois de acordo com a fenomenologia e fundamentos lógicos envolvidos, pode sofrer alteração. Já o *objeto* é completo, detendo diversas características que muitas vezes o *representamen* não pode expressar. Desta forma, o *interpretante*, ao associar o *signo* ao objeto, pode reclassificá-lo conforme a sua leitura cultural, étnica, religiosa, científica, dentre outros elementos que fazem parte da sua construção filosófico-cultural, e que servem de subsídio para que ele construa o conceito por ele atribuído ao signo.

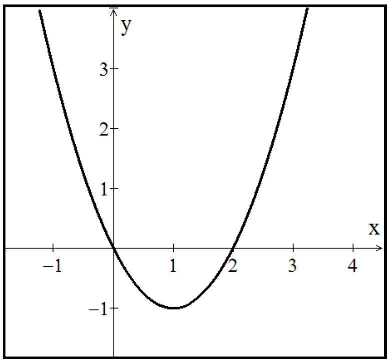
Na citação do início da seção, o *objeto* “cavalo puxando carroça” foi associado, pelo *interpretante* – o menino João – ao *representamen* “cavalo”, de acordo com o contexto em que vivia. Daí o reconhecimento incorreto do que deveria ser representado pela palavra “cavalo”, ou seja, simplesmente o animal. Provavelmente, se alguém pedisse a ele que desenhasse um cavalo, seu desenho seria de um cavalo puxando uma carroça. O registro verbal “cavalo” seria convertido para o registro pictórico em conformidade com a associação feita pelo menino.

Dentro da semiótica, há dois tipos de mudança de representação: o tratamento e a conversão. Segundo Muniz (2011), o tratamento é a troca da representação dentro de um mesmo registro. Já na conversão ocorre também uma mudança de registro.

No âmbito da Matemática, quando se tem $\boldsymbol{x}^2 = 2\boldsymbol{x}$, e reescreve-se como $\boldsymbol{x}^2 - 2\boldsymbol{x} = 0$ ou $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x} - 2) = 0$, obtém-se representações equivalentes no *mesmo* registro algébrico. Estas são mudanças de *tratamento*.

Por outro lado, quando tem-se a lei algébrica da função $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^2 - 2\boldsymbol{x}$ e esboça-se o gráfico no plano cartesiano, muda-se o registro, que deixa de ser algébrico e passa ser um registro gráfico (Ilustração 2), ocorrendo então uma *conversão*.

Ilustração 2 – Gráfico da função $f(x) = x^2 - 2\boldsymbol{x}$



Fonte: Autoria própria.

No que diz respeito aos números decimais, conforme as pesquisas já citadas na primeira seção, há dificuldade de conversão do registro escrito para o verbal (como se “lê” o número), talvez por uma “economia” do próprio professor, que abrevia a leitura de “um inteiro e dois décimos” para “um vírgula dois”. No presente trabalho, é utilizada a mudança de tratamento: da escrita decimal para a fracionária e vice-versa. Percebeu-se, na aplicação da sequência didática, que esta é feita até sem dificuldade pelo aluno. Porém, sua utilidade não é percebida. Por exemplo, o aluno sabe que o número 0,1 pode ser representado pela fração 1/10, mas não utiliza este fato para, ao invés de efetuar a divisão por 0,1, simplesmente multiplicar por 10. Uma explicação para isto pode estar nos livros didáticos que, conforme será visto na próxima seção, em geral nem menciona tal artifício de cálculo.

1.4 Análise de livros didáticos

Nesta seção, não se tem a pretensão de analisar por completo coleções de livros didáticos. Busca-se, simplesmente, responder a algumas questões.

Como são apresentadas a multiplicação e a divisão de números decimais? Por meio de regras ou há alguma justificativa conceitual para o procedimento?

Em algum momento é comentada a multiplicação e a divisão por números entre zero e um e seus resultados?

É utilizada a observação de regularidades que facilitem cálculos com números decimais?

De que forma a calculadora é utilizada no estudo dos números decimais? Como mera verificadora de resultados ou como auxiliar em situações de cunho investigativo?

São abordadas operações com números decimais em todos os volumes da coleção ou só em alguns?

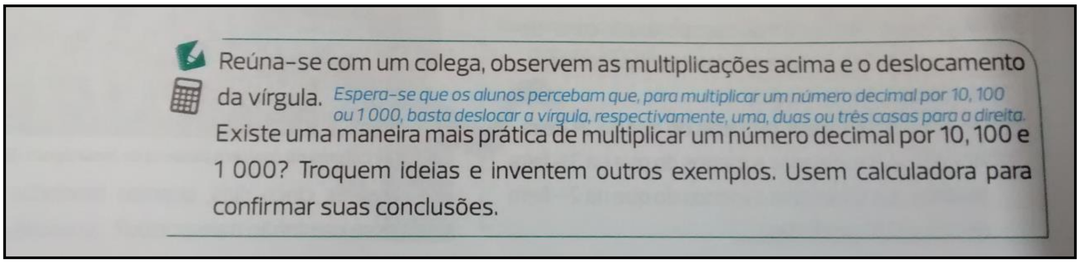
Para isso, foram escolhidas cinco coleções dentre as quais tínhamos acesso, cujos autores são presença constante nas três últimas edições do Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2007, 2010, 2013). (Por vezes o nome da coleção muda, mas os autores permanecem.) Tomou-se como referência o Guia do PNLD por dele constarem apenas coleções que passaram por extensa análise, sendo consideradas aptas a serem adotadas por escolas públicas de todo o Brasil. Além disso, escolas particulares também adotam tais coleções, justamente por figurarem no Guia do PNLD. Passemos então a comentar cada coleção.

1.4.1 Coleção 1: Matemática (Projeto Teláris), de Luiz Roberto Dante

No volume dedicado ao 6º ano, a introdução traz exemplos de números decimais no cotidiano do alunos.

Na multiplicação, de início é apresentado somente um exemplo de produto de um número natural por um número decimal, sem contextualização alguma. Logo após, é abordada a multiplicação por 10, 100 e 1000, com uma questão para ser feita em dupla, a fim de que os alunos percebam o deslocamento da vírgula quando se multiplica por 10, 100 e 1000, utilizando a calculadora (Ilustração 3).

Ilustração 3 – Figura: Questão envolvendo multiplicação por 10, 100 e 1000.

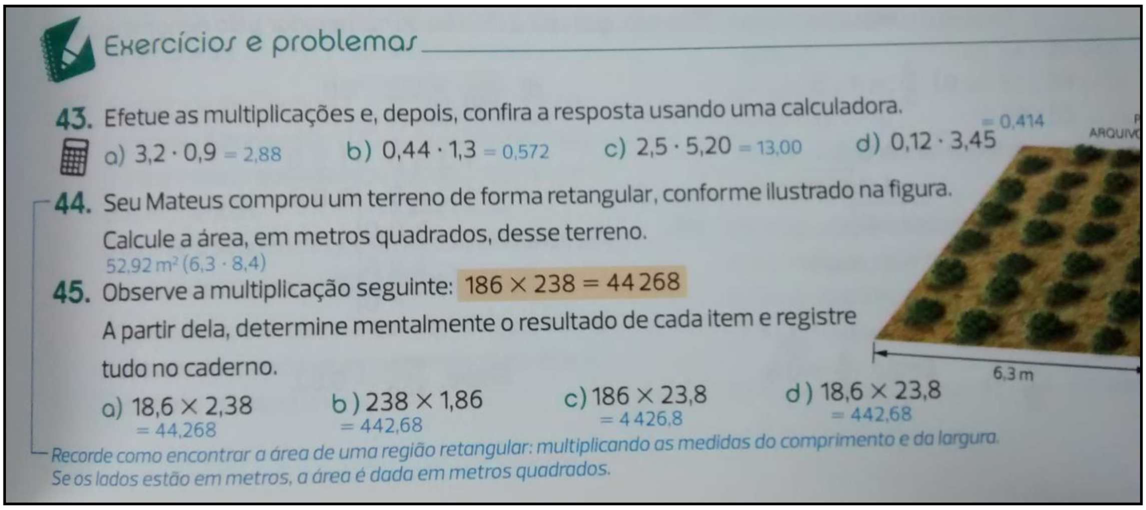


Reúna-se com um colega, observem as multiplicações acima e o deslocamento da vírgula. *Espera-se que os alunos percebam que, para multiplicar um número decimal por 10, 100 ou 1 000, basta deslocar a vírgula, respectivamente, uma, duas ou três casas para a direita.*
Existe uma maneira mais prática de multiplicar um número decimal por 10, 100 e 1 000? Troquem ideias e inventem outros exemplos. Usem calculadora para confirmar suas conclusões.

Fonte: DANTE, 2012, vol 6, p.208.

A multiplicação de um número decimal por outro número decimal é apresentada com um exemplo contextualizado. Vários outros exemplos são dados, seguidos de exercícios de verificação da aprendizagem (Ilustração 4).

Ilustração 4 – Figura: Exercícios sobre multiplicação de números decimais



Exercícios e problemas

43. Efetue as multiplicações e, depois, confira a resposta usando uma calculadora.

a) 3,2 · 0,9 = 2,88 b) 0,44 · 1,3 = 0,572 c) 2,5 · 5,20 = 13,00 d) 0,12 · 3,45 = 0,414

44. Seu Mateus comprou um terreno de forma retangular, conforme ilustrado na figura. Calcule a área, em metros quadrados, desse terreno.
52,92 m² (6,3 · 8,4)

45. Observe a multiplicação seguinte: 186 × 238 = 44 268
A partir dela, determine mentalmente o resultado de cada item e registre tudo no caderno.

a) 18,6 × 2,38 = 44,268 b) 238 × 1,86 = 442,68 c) 186 × 23,8 = 4 426,8 d) 18,6 × 23,8 = 442,68

Recorde como encontrar a área de uma região retangular: multiplicando as medidas do comprimento e da largura. Se os lados estão em metros, a área é dada em metros quadrados.

Fonte: DANTE, 2012, vol 6, p.205.

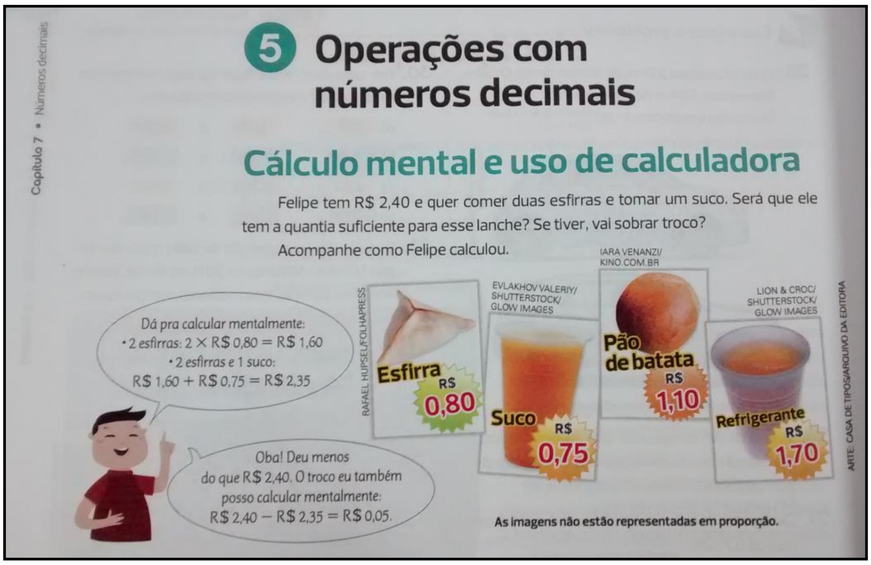
Observa-se que a calculadora é usada para a mera conferência de resultados, apenas. Não há investigação envolvida. Mesmo na atividade proposta para a multiplicação por 10, 100 e 1000, a calculadora deve ser utilizada apenas para “confirmar suas conclusões”.

Na divisão de números decimais, primeiramente é abordada a divisão de números naturais cujo quociente é um número decimal. Aqui, não há contextualização.

Em seguida, é tratada a escrita de frações como números decimais, por meio de frações equivalentes. Aqui são apresentados números decimais exatos e dízimas periódicas. Na sequência, abordam-se a divisão de número decimal por número natural, divisão por 10, 100 e 1000, divisão de número natural por número decimal, e finalmente a divisão de número decimal por número decimal.

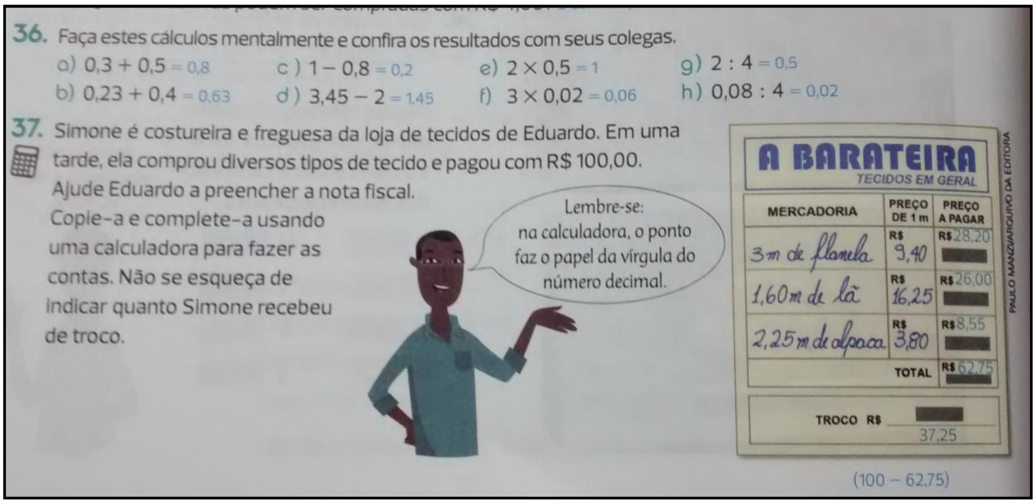
Logo após, há toda uma seção dedicada a questões contextualizadas envolvendo multiplicação e divisão. Observa-se especial atenção ao cálculo mental e à contextualização. Porém, conforme comentado, o uso da calculadora é bastante convencional, apenas para efetuar cálculos ou conferir resultados (Ilustrações 5, 6 e 7).

Ilustração 5 – Figura: Cálculo mental e uso da calculadora



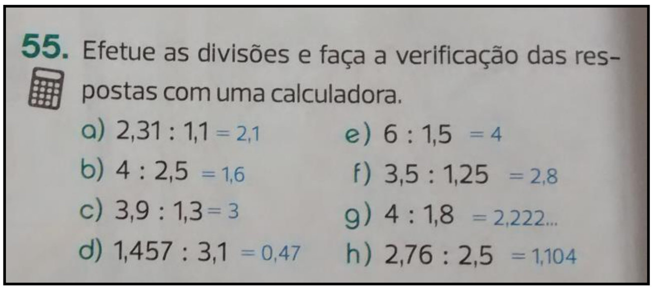
Fonte: DANTE, 2012, vol 6, p. 202.

Ilustração 6 – Figura: Cálculo mental e uso da calculadora – exercícios



Fonte: DANTE, 2012, vol 6, p. 202.

Ilustração 7 – Figura: Uso da calculadora – exercício



55. Efetue as divisões e faça a verificação das respostas com uma calculadora.

a) 2,31 : 1,1 = 2,1
b) 4 : 2,5 = 1,6
c) 3,9 : 1,3 = 3
d) 1,457 : 3,1 = 0,47
e) 6 : 1,5 = 4
f) 3,5 : 1,25 = 2,8
g) 4 : 1,8 = 2,222...
h) 2,76 : 2,5 = 1,104

Fonte: DANTE, 2012, vol 6, p. 210.

No volume dedicado ao 7º ano é ensinado o conceito de número racional. São novamente mencionados números decimais exatos e dízimas periódicas. Trata-se de porcentagem e representação na reta numérica, mas não há explicação extra a respeito de operações com números decimais.

O volume 8 introduz formalmente o conjunto dos números racionais e retoma a representação de números racionais na reta numérica. Traz ainda os conjuntos dos números irracionais e reais, comparação e operações com números reais e atividades para registrar números irracionais na forma de números decimais utilizando a calculadora.

O volume 9 inicia-se com radiciação, raízes quadrada e cúbica exatas e não exatas (com auxilio da calculadora), sem comentário algum a respeito de números decimais.

Em relação a esta coleção e as perguntas propostas, conclui-se que: a multiplicação e a divisão de números decimais são apresentadas por meio de regras; em nenhum momento foram observados comentários ou questões que envolvam a multiplicação e a divisão por números entre zero e um; só é utilizada a observação de regularidades na multiplicação e na divisão por 10, 100 e 1000; a calculadora é utilizada no estudo dos números decimais como mera verificadora de resultados (há uma situação investigativa, mas no estudo do número π); as operações com números decimais são abordadas apenas no volume 6.

Na opinião do autor deste trabalho, a coleção apresenta uma seção de encerramento de cada unidade, ‘A matemática nos textos’, que traz leituras relacionadas à História da Matemática. Seria mais interessante se fossem apresentadas no início de cada capítulo. Além disso, há vários exercícios tanto junto ao conteúdo como ao final de cada capítulo, tornando-os repetitivos.

1.4.2 Coleção 2: Matemática Ideias e Desafios, de Iracema e Dulce

No livro do 6º ano, há uma unidade dedicada aos números racionais e sua representação fracionária, e outra sobre números racionais e representação decimal. Logo no início, há uma introdução mostrando diversas situações nas quais podem ser encontrados números decimais, e um pequeno e breve comentário histórico. São então trabalhadas as noções de décimo, centésimo e milésimo, fazendo alusão ao material dourado (barras e cubos). Em seguida, é vista a conversão entre escrita decimal e frações, e há um capítulo “Os decimais e nosso dinheiro”, com atividades sobre cheque, moeda, cédulas e preços de produtos.

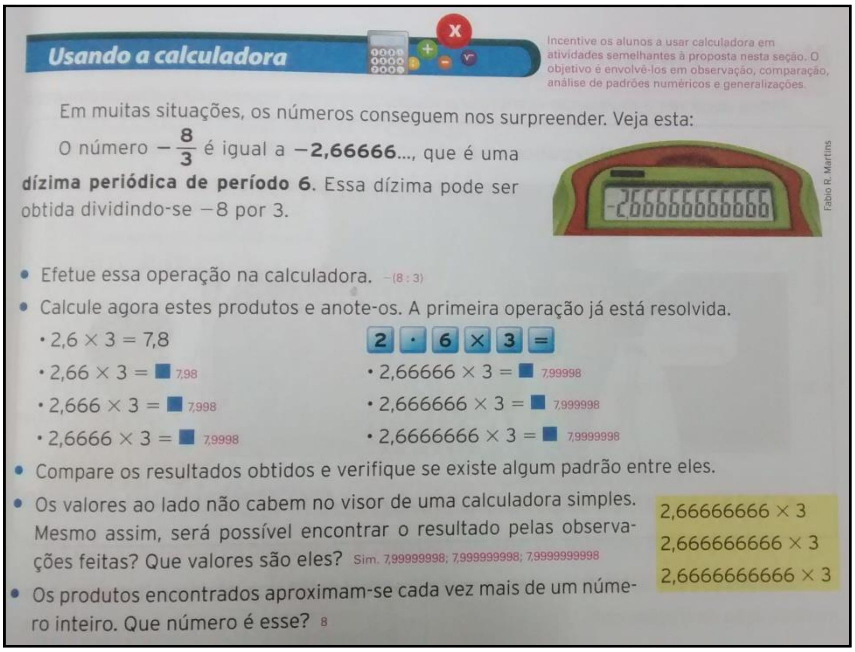
Ao final de cada unidade, há uma seção “Troquem ideias e resolvam”, que traz questões para serem discutidas e resolvidas em duplas, e exercícios de fixação na seção “Aprender +”.

Neste volume são abordados também a comparação de números racionais na forma decimal e sua representação na reta numerada. Logo após “Troquem ideias e resolvam”, há duas atividades para serem feitas com o auxílio da calculadora. Há alguns exercícios contextualizados, como comparação de preços, e outros mais diretos. São vistos ainda arredondamento, cálculo mental e estimativa.

A questão de introdução da multiplicação de números decimais é contextualizada e mostra, passo a passo, como efetuar o cálculo. Seguem-se várias questões, todas contextualizadas, algumas também com o auxílio da calculadora. De forma idêntica é introduzida a divisão: contextualizada, mostrando passo a passo como efetuar o cálculo, seguida de várias questões também contextualizadas e com uso da calculadora.

O volume do 7º ano se inicia, como de hábito, com o estudo dos números inteiros, que ocupa duas unidades. Depois, há uma unidade dedicada à Geometria, e na unidade quatro é retomado o estudo dos números racionais. Nesta unidade, há uma seção “Usando a calculadora” dedicada à investigação, e mais ainda, ao reconhecimento de regularidades em cálculos com números decimais (Ilustração 8).

Ilustração 8 – Figura: Usando a calculadora.



Usando a calculadora

Incentive os alunos a usar calculadora em atividades semelhantes à proposta nesta seção. O objetivo é envolvê-los em observação, comparação, análise de padrões numéricos e generalizações.

Em muitas situações, os números conseguem nos surpreender. Veja esta:

O número $-\frac{8}{3}$ é igual a **−2,66666...**, que é uma **dízima periódica de período 6**. Essa dízima pode ser obtida dividindo-se −8 por 3.

Fabio R. Martins

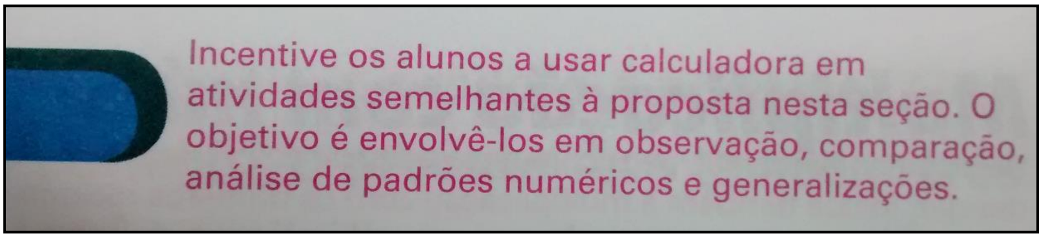
- Efetue essa operação na calculadora. −(8 : 3)
- Calcule agora estes produtos e anote-os. A primeira operação já está resolvida.
  - 2,6 × 3 = 7,8 — 2 · 6 × 3 =
  - 2,66 × 3 = ■ 7,98
  - 2,666 × 3 = ■ 7,998
  - 2,6666 × 3 = ■ 7,9998
  - 2,66666 × 3 = ■ 7,99998
  - 2,666666 × 3 = ■ 7,999998
  - 2,6666666 × 3 = ■ 7,9999998
- Compare os resultados obtidos e verifique se existe algum padrão entre eles.
- Os valores ao lado não cabem no visor de uma calculadora simples. Mesmo assim, será possível encontrar o resultado pelas observações feitas? Que valores são eles? Sim. 7,99999998; 7,999999998; 7,9999999998

  2,66666666 × 3
  2,666666666 × 3
  2,6666666666 × 3
- Os produtos encontrados aproximam-se cada vez mais de um número inteiro. Que número é esse? 8

Fonte: MORI, 2012, vol. 7, p. 121.

Chamou especial atenção o pequeno texto escrito em rosa, à direita do título da seção, constante do manual do professor, que deixa bem clara a intenção das autoras em relação ao uso da calculadora (Ilustração 9).

Ilustração 9 – Figura: Incentivo ao uso da calculadora para investigar

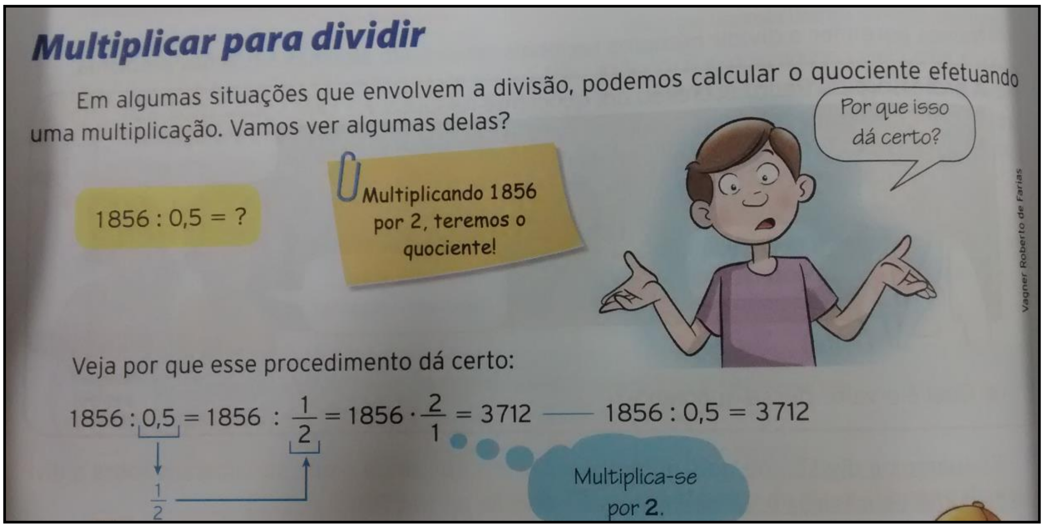


Incentive os alunos a usar calculadora em atividades semelhantes à proposta nesta seção. O objetivo é envolvê-los em observação, comparação, análise de padrões numéricos e generalizações.

Fonte: MORI, 2012, vol. 7, p. 121.

Na mesma unidade quatro, foi surpreendente encontrar uma proposta semelhante à da sequência didática elaborada neste trabalho. Em “Multiplicar para dividir”, ressalta-se que dividir por um número decimal é equivalente, em alguns casos, a multiplicar por um número inteiro. Inicialmente é explicado porque a divisão por 0,5 é equivalente à multiplicação por 2 (Ilustração 10).

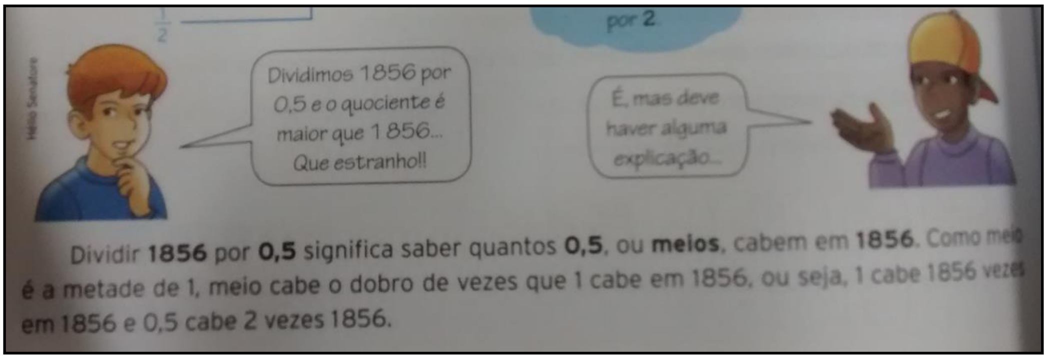
Ilustração 10 – Figura: Multiplicar para dividir



Fonte: MORI, 2012, vol. 7, p. 126.

Além disso, é feito um comentário sobre o resultado da divisão por 0,5, e também é dada uma explicação para o fato de que o quociente é maior do que o dividendo (Ilustração 11).

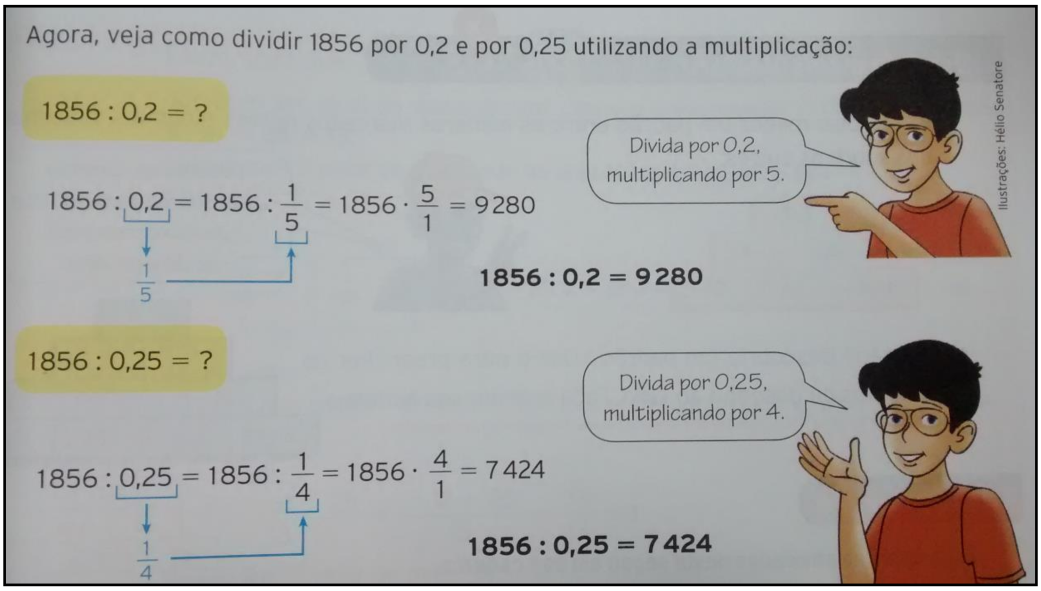
Ilustração 11: Figura – Divisão por 0,5



Fonte: MORI, 2012, vol. 7, p. 126.

Outros exemplos são dados, ainda na mesma unidade quatro: a divisão por 0,2, que é equivalente à multiplicação por 5, e a divisão por 0,25, que pode ser substituída pela multiplicação por 4 (Ilustração 12).

Ilustração 12: Figura – Divisão por 0,2 e por 0,25.



Fonte: MORI, 2012, vol. 7, p. 127.

Nas unidades seguintes é iniciado o estudo da Álgebra, com equações e sistemas de equações, além de razões, proporções, porcentagens e juros simples. Também é retomado o estudo dos ângulos.

O volume 8 dedica-se ao estudo de diversos assuntos: do cálculo algébrico, à introdução dos números reais e ao Teorema de Pitágoras, até a Estatística, sem tecer mais comentários sobre operações com números decimais.

O volume 9 trabalha potências e raízes com o uso da calculadora, além é claro de equações de 2º grau, Geometria, funções e Estatística.

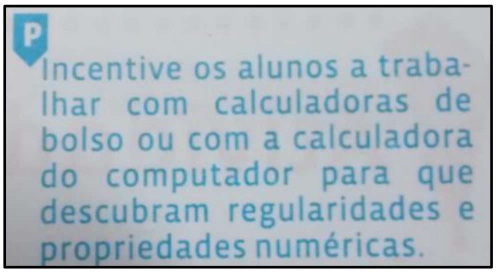
Em relação a esta coleção e as perguntas propostas, conclui-se que: a multiplicação e a divisão de números decimais são explicadas por meio de situações contextualizadas; é comentado o resultado da divisão por números entre zero e um; é utilizada a observação de regularidades em diversas situações envolvendo números decimais; a calculadora é utilizada no estudo dos números decimais em situações investigativas; as operações com números decimais são abordadas nos volumes 6 e 7.

1.4.3 Coleção 3: Matemática (Projeto Velear), de Antonio José Lopes (Bigode)

O volume 6 da coleção se inicia com um capitulo sobre frações, a partir de quatro problemas contextualizados. São trabalhadas as representações, com vários exercícios para fixação. “Resolvendo problemas com frações” traz um problema resolvido passo a passo, e logo após, vários exercícios contextualizados. Frações equivalentes, simplificações e comparação de frações são vistas com exemplos e exercícios bastante simples. Ainda neste capítulo, antes de iniciar o estudo de números decimais, há a “Introdução às frações decimais”. Esta seção aborda como encontrar frações decimais equivalentes a uma dada (2/5 = 4/10 = 40/100). Logo após há três exercícios de fixação bem diretos, finalizando com 18 exercícios no “Revise o que estudou”.

O próximo capítulo é o que trata de números decimais. Inicia-se com exemplos de situações nas quais são encontrados números decimais, e logo após, há “Representação dos Números Decimais”, com imagens de seis situações e um quadro mostrando a notação fracionária, a decimal, e a leitura do número (décimo, centésimo, milésimo). Distingue-se parte inteira e parte fracionária de um número. A partir deste ponto, as explicações são dadas com o auxílio de figuras representando o material dourado. Aborda-se a conversão de frações em decimais, a representação de números decimais com material concreto e também na reta numérica. “Dividindo o que restou” trata de quocientes decimais em divisões de números inteiros, e há ainda a comparação de números decimais. Na seção “Descobrindo regularidades com a calculadora”, o objetivo é observar que dividir por 10 duas vezes equivale a dividir por 100, e também o deslocamento da vírgula. (Ilustrações 14) Logo no início da seção, há uma observação direcionada ao professor (Ilustração 13).

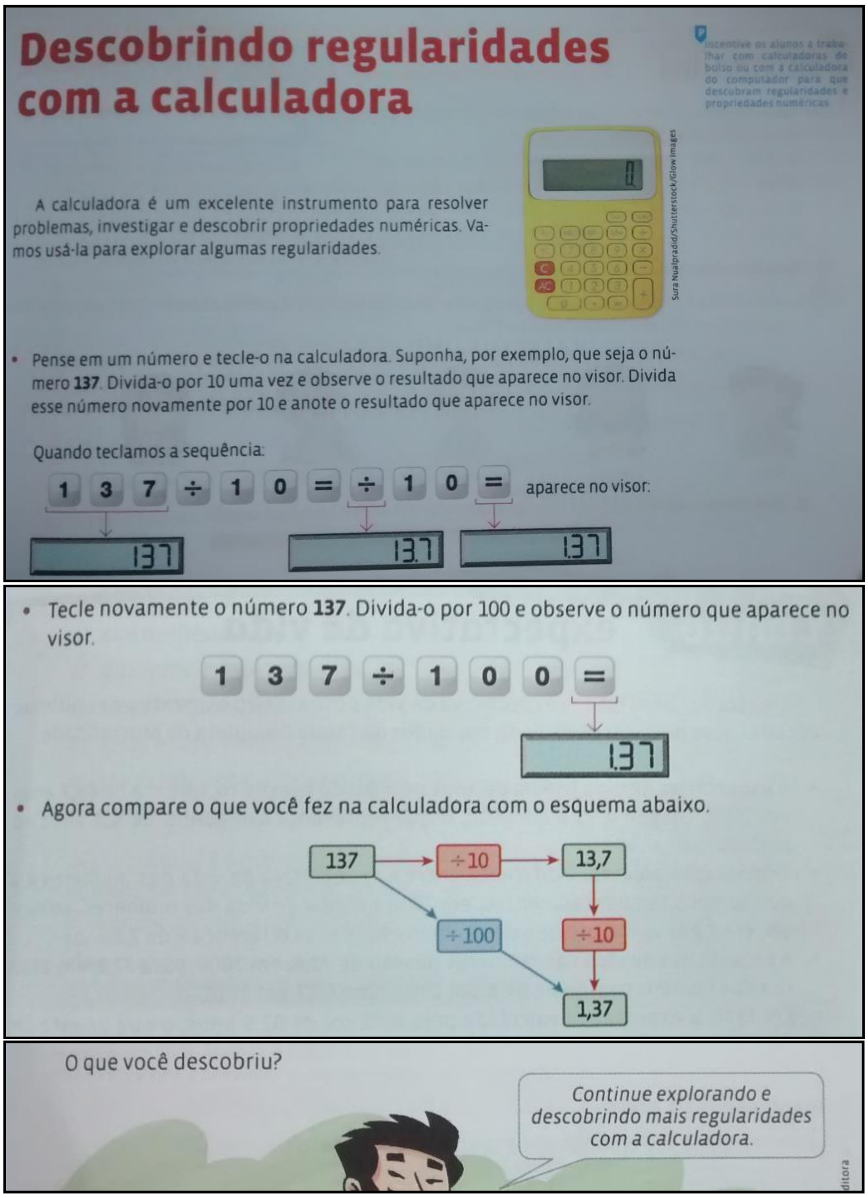
Ilustração 13 – Figura: observação sobre o uso da calculadora



P
Incentive os alunos a trabalhar com calculadoras de bolso ou com a calculadora do computador para que descubram regularidades e propriedades numéricas.

Fonte: BIGODE, 2012, vol. 6, p. 193.

Ilustração 14 – Figura: descobrindo regularidades com a calculadora



Descobrindo regularidades com a calculadora

Incentive os alunos a trabalhar com calculadoras de bolso ou com a calculadora do computador para que descubram regularidades e propriedades numéricas.

Sura Nualpradid/Shutterstock/Glow Images

A calculadora é um excelente instrumento para resolver problemas, investigar e descobrir propriedades numéricas. Vamos usá-la para explorar algumas regularidades.

- Pense em um número e tecle-o na calculadora. Suponha, por exemplo, que seja o número **137**. Divida-o por 10 uma vez e observe o resultado que aparece no visor. Divida esse número novamente por 10 e anote o resultado que aparece no visor.

Quando teclamos a sequência:

1 3 7 ÷ 1 0 = ÷ 1 0 = aparece no visor:

137 13.7 1.37

- Tecle novamente o número **137**. Divida-o por 100 e observe o número que aparece no visor.

1 3 7 ÷ 1 0 0 =

1.37

- Agora compare o que você fez na calculadora com o esquema abaixo.

137 → ÷10 → 13,7 → ÷10 → 1,37

137 → ÷100 → 1,37

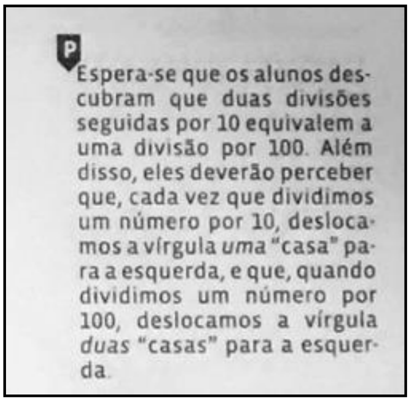
O que você descobriu?

Continue explorando e descobrindo mais regularidades com a calculadora.

Fonte: BIGODE, 2012, vol. 6, p. 193.

O objetivo da atividade é destacado para o professor (Ilustração 15).

Ilustração 15: Figura – Objetivo da atividade


Espera-se que os alunos descubram que duas divisões seguidas por 10 equivalem a uma divisão por 100. Além disso, eles deverão perceber que, cada vez que dividimos um número por 10, deslocamos a vírgula *uma* "casa" para a esquerda, e que, quando dividimos um número por 100, deslocamos a vírgula *duas* "casas" para a esquerda.

Fonte: BIGODE, 2012, vol. 6, p. 193.

O capítulo seguinte trata de operações com números decimais e frações. Inicia com adição e subtração de números decimais, introduzidas por meio de situações comentadas do dia-a-dia do aluno (trabalha com moeda e preços de produtos), mostrando décimo e centésimo. O "Cálculo escrito de adição e subtração de decimais" ensina o passo a passo da "conta armada" envolvendo números até a ordem dos centésimos. Em seguida, são propostos nove exercícios envolvendo cálculos com moeda e preços.

Tanto a multiplicação como a divisão de números decimais são abordadas utilizando a calculadora – primeiro é estudada a multiplicação e posteriormente a divisão, em seções separadas. Primeiramente, são utilizadas situações de compras de mercadoria, abordando multiplicação e divisão por números inteiros (quantidade de produtos comprados, no caso da multiplicação, e parcelamento de compras, na divisão). É então comentado o deslocamento da vírgula na multiplicação de dois números decimais. Há uma espécie de "Visualização da multiplicação de dois números decimais", utilizando malha quadriculada. Um problema com a quantidade de litros de gasolina que poderão ser abastecidos com certa quantia em dinheiro é usado para ilustrar o deslocamento da vírgula na divisão de dois números decimais. Há então quatorze exercícios de fixação "diretos" ou contextualizados, com itens de (a) a (d).

Nesse mesmo capítulo são ainda abordados adição e subtração de frações, "Usando frações equivalentes", adições envolvendo unidades de medida e adição de frações com denominadores diferentes.

O volume dedicado ao 7º ano retoma alguns dos conteúdos trabalhados no ano anterior, aplicando-os em novos contextos ou aprofundando seu estudo. "Números, operações e suas aplicações" introduz o conceito de média aritmética. Logo após, figuram exemplos de aplicação de média na obtenção de índices geográficos e econômicos, e há ainda uma seção "Viajando e planejando com a Matemática".

"Frações: Ideias e Operações" versa sobre números racionais na reta numérica, multiplicação de frações, frações equivalentes, simplificação de frações, divisão de frações e "uma propriedade interessante". Inicialmente, são apresentadas as formas decimais, as formas fracionárias e os números mistos. Logo após, comenta que a representação decimal de uma fração pode ser obtida com o auxílio da calculadora, efetuando a divisão do numerador pelo denominador.

"Grandezas e medidas", onde são abordadas medidas de massa, de capacidade, e de volume, aplica números decimais, mas não traz novidades sobre eles.

Vale observar que neste livro, assim como em outras coleções pesquisadas, há atividades que envolvem o uso da tecla de memória da calculadora (M), ausente na maioria das calculadoras que os alunos têm à mão atualmente.

À semelhança do anterior, o volume 8 retoma alguns conteúdos, como a introdução à Álgebra e as equações, aplicando-os em novas situações ou aprofundando-os. Dedica-se à Álgebra dos polinômios e a alguns conceitos importantes de Geometria, como o cálculo de áreas de figuras planas, simetria, teorema de Pitágoras, estudo da circunferência e apresentação de figuras tridimensionais (poliedros). Não há "novidade" sobre os números decimais, usados apenas em alguns cálculos.

De forma análoga, o volume 9 introduz os conjuntos numéricos e retoma o estudo dos números decimais. No que diz respeito aos números racionais, mostra exemplos, utilizando a calculadora, de que sempre é possível passar da forma fracionária para a forma decimal. Aborda ainda as dízimas periódicas, onde há atividades com uso da calculadora ("Para conhecer mais"). A partir daí, são introduzidos os números irracionais, também com o uso da calculadora, e o livro se dedica a outros temas, como a Trigonometria, a introdução às funções, Matemática Comercial e Financeira, sem mais detalhes sobre números racionais além de sua utilização em cálculos.

Em relação às perguntas propostas, conclui-se que, nesta coleção: a multiplicação e a divisão de números decimais são introduzidas por meio de situações contextualizadas, mas o uso de regras é priorizado; não são comentados os resultados da divisão nem da multiplicação por números entre zero e um; a observação de regularidades aparece em algumas situações envolvendo números decimais; a calculadora é utilizada no estudo dos números decimais em situações investigativas; as operações com números decimais são abordadas em todos os volumes.

1.4.4 Coleção 4: Matemática BIANCHINI, de Edwaldo Bianchini

O volume 6 inicia-se com uma revisão de operações com números naturais. É utilizada a calculadora nesta revisão, e chama-se atenção para o fato de que algumas calculadoras não efetuam as operações de uma expressão numérica na ordem convencional.

Os números racionais são vistos primeiramente na forma de fração e em representação de porcentagens, sem mencionar frações decimais.

A seção "Os números racionais na forma decimal e operações" é iniciada com a situação da distribuição de água doce e de água salgada no mundo. Em seguida, são definidas as frações decimais e a representação na forma decimal, bem como sua leitura. É feita a comparação de números racionais escritos na forma decimal e sua localização na reta numérica. Adição e subtração de números decimais são introduzidas com exemplos (ilustrados), seguidos de outros com o uso da calculadora. Há também um problema do cotidiano envolvendo dinheiro, resolvido, e a seguir vários exercícios contextualizados são propostos.

A multiplicação e a divisão de números na forma decimal por potências de 10 (10, 100, 1000) são apresentadas por meio de exemplos com uso da calculadora. Há então uma atividade para que os alunos confiram as respostas de uma questão proposta anteriormente com o auxílio da calculadora.

No item referente à divisão de dois números na forma decimal, primeiramente o dividendo e o divisor são escritos na forma de frações decimais, e em seguida é utilizada a "regra" para divisão de frações (repete-se o dividendo e multiplica-se pelo inverso do divisor). Em seguida, há um exemplo utilizando a calculadora, a partir do qual mostra-se que, multiplicando o dividendo e o divisor por um mesmo número diferente de zero, o quociente não se altera (15,2 : 0,38 = 1520 : 38). Após dar alguns exemplos, termina por ensinar a técnica de "igualar as casas decimais". Ainda nesse contexto, explica que, ao multiplicar o dividendo e o divisor por um mesmo número diferente de zero, o resto da "nova" divisão será o resto da divisão original multiplicado por este mesmo número. Em seguida há três exemplos, sendo um deles contextualizado. No bloco de atividades, a primeira questão é contextualizada, e há somente mais dois exercícios contextualizados neste bloco.

A calculadora é utilizada em todos os exemplos do item sobre potenciação de números na forma decimal. Em alguns, apenas para verificar respostas, e em outros, para efetuar os cálculos. Das seis questões propostas, duas utilizam a calculadora, sem contextualização.

Em “As expressões numéricas e os problemas”, são dados dois exemplos, sendo um contextualizado, e em seguida são propostos quatro exercícios (sendo dois contextualizados) sem o uso da calculadora. O objetivo dessas atividades contextualizadas (ou seja, duas) foi somente a apresentação de uma expressão que representasse a resolução do problema dado, valendo ressaltar que o aluno teria que chegar também ao resultado final.

Na representação decimal de frações, não é usada a calculadora, e os exemplos dados são bem simples (9/4; 4/15).

No estudo de porcentagem, é explicado que frações de denominador 100 podem ser escritas na forma de número decimal (3/100 = 0,03), e há exemplos de cálculos de porcentagens: 3% de 3,3 = 3/100 x 33/10 = 99/1000 = 0,099. Os três exercícios promovem uma conexão com o estudo da Estatística, utilizando gráficos de barras e de setores.

Ao final do capítulo há dezenove exercícios, sendo sete contextualizados. Logo após há a seção “Diversificando”, que traz mais dois exercícios contextualizados.

No estudo de comprimentos e áreas, há vários exercícios e exemplos ilustrativos com números decimais (122,4 dm; 1,003 km; 0,35 m) sobre áreas e comprimento, e também envolvendo preços. O mesmo ocorre em “Outras unidades de medida”, dedicada a unidades de volume e massa.

Nos demais assuntos do volume não há números decimais, nem atividades com o uso da calculadora.

O volume do 7º ano apresenta inicialmente o capítulo “Os números inteiros”, no qual a calculadora é utilizada em alguns exemplos e exercícios envolvendo as quatro operações e a potenciação. Alguns assuntos são retomados e aprofundados neste volume, dentre eles os números decimais e suas operações.

O capítulo sobre números racionais inicia-se com “os números racionais do dia a dia”, mostrando números (-2,7; -2,4; -1400; -231; entre outros), assim como porcentagens (30%). Enuncia a definição de número racional: “Todo número que pode ser representado por uma fração ***a***/***b***, em que ***a*** e ***b*** são números inteiros, com ***b*** ≠ 0, é um numero racional.”. A partir daí, mostra vários exemplos de números decimais exatos e dízimas periódicas, tanto na forma decimal como fracionária (-5 = -5,0; -0,75 = -75/100; -1/3 = -0,333...). Em seguida está a representação na reta numérica, com números até a ordem dos décimos (1/2; -1/2; -1,3). Há uma seção chamada “Para Saber Mais”, onde é ensinada a divisão de um segmento em partes iguais. É dado um segmento ***AB*** e faz-se sua divisão em sete partes iguais, mostrando as frações 1/7, 2/7, etc., até chegar a 7/7 = 1. Na comparação de números racionais, usa-se também a representação na reta numérica como auxiliar, tanto para números na forma de fração como na forma decimal.

Na adição e subtração de números racionais, a explicação é dada por meio de uma situação contextualizada, que vem seguida de um gráfico. São vistas adição e subtração de frações, seguidas por onze exercícios, sendo cinco contextualizados. Há somente um exercício com o uso de calculadora.

Na multiplicação de números racionais, há somente um exemplo contextualizado. Neste exemplo é visto como simplificar frações na multiplicação.

São utilizadas duas situações problema para explicar a divisão de números racionais (uma envolve um pedreiro e outra a projeção de um edifício). Nas atividades propostas há cinco exercícios, sendo um com o uso de calculadora e os demais contextualizados.

Na potenciação de números racionais, são dados exemplos com expoentes 1 e 0. Logo após são vistas as propriedades de potências e em seguida há um exercício com calculadora.

Nos capítulos sobre razões e proporções, grandezas proporcionais e porcentagem e áreas de regiões poligonais, aparecem números decimais, mas somente aplicados em exercícios. Nada mais específico é comentado sobre eles.

O volume direcionado ao 8º ano apresenta inicialmente o capítulo “Construindo retas e ângulos”. Nele, há vários exemplos de medidas de ângulo expressas em números decimais, como 25,5 graus, mas nenhum comentário é feito a respeito, nem há utilização de calculadora.

No capítulo “Os números reais”, é introduzido formalmente o conjunto $\mathbb{Q}$ dos números racionais, revendo a definição dada no volume anterior. Há vários exemplos de representações distintas de um mesmo número (6,5 = (-65)/(-10)) e exemplos sobre aplicações dos racionais em medidas de altitude (5,8 km) e de profundidade (-0,24 km). Destaca ainda que números inteiros também são racionais, por exemplo, -2 = -18/9 = -2,0. Retoma a representação de números decimais por frações decimais, dando exemplos (-2 = -20/10, ¼ = 25/100) e acrescentando que os números 4/11 e 32/15 não podem ser escritos como frações decimais. Retoma então as dízimas periódicas, acompanhadas de seis exemplos. Logo após, há cinco exercícios para representar frações na forma de números decimais. Destes cinco exercícios, dois são atividades com a utilização de calculadora, enfatizando os períodos das dízimas. Na seção que trata “Da forma decimal para a forma de fração”, são dados exemplos do tipo 0,2 = dois décimos = 2/10, enfatizando a leitura do número e associando o número de casas decimais ao número de zeros da potência de 10 no denominador. Em seguida, são propostas cinco atividades de escrita de números decimais em fração, onde apenas a última é contextualizada e ilustrada. Em “Raiz quadrada com aproximação decimal”, não é utilizada a calculadora. O objetivo é localizar raízes quadradas na reta numérica, entre dois números inteiros consecutivos. Por exemplo, $1^2 = 1 < 2 < 4 = 2^2$, logo $\sqrt{2}$ está compreendido entre 1 e 2. Na seção “Os números irracionais e os números reais”, ressalta-se o fato de que há números que não são decimais exatos nem dízimas periódicas. Por exemplo, 0,101112...; 0,525525552..., etc. Nesse livro há uma seção “Trabalhando Informações”, que é a análise de gráficos estatísticos nos quais figuram vários números decimais.

Nos demais assuntos abordados, a saber, Cálculo Algébrico, Estudo dos polígonos, Estudo dos Triângulos, Estudo dos Quadriláteros, Frações Algébricas e Estudo da Circunferência e do Círculo, aparecem números decimais exatos ou aproximados em exemplos e exercícios, mas não há uso da calculadora nem maiores explicações sobre números decimais.

O volume 9 começa com o capítulo “Potências e raízes”. Na multiplicação ou divisão por potências de base 10, é explicado somente o deslocamento da vírgula, justificado pela multiplicação ou divisão por 10, 100, 1000, ou seja, por 10^1, 10^2, 10^3, ... Logo após, há seis atividades propostas para “efetuar o deslocamento da vírgula”, onde apenas a última é contextualizada. Em seguida, é apresentada a notação científica, primeiramente com dois exemplos contextualizados de Física e Química, depois o foco é a escrita de um número em notação científica. Mais dois exemplos contextualizados são dados, e cinco exercícios são propostos, dos quais três são contextualizados.

Em “Calculando com raízes”, há números decimais de raízes aproximadas. Em “Potências com expoente fracionário”, há apenas um exemplo envolvendo números decimais, $0{,}25^{1/2} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5$, assim como em “Adição algébrica com radicais”: $-5\sqrt[3]{0{,}125} + 2\sqrt{1{,}69} = -5 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 1{,}3 = -2{,}5 + 2{,}6 = 0{,}1$.

No capítulo sobre proporcionalidade e semelhança em Geometria, os números decimais aparecem apenas em medidas de lados de polígonos, como por exemplo, triângulos (2,14 m; 3,5 cm). Isto também ocorre no estudo dos triângulos retângulos e suas razões trigonométricas, bem como em “Circunferências, arcos e relações métricas” e “Polígonos regulares e áreas”. Vale ressaltar que no capítulo dedicado às razões trigonométricas, é usada a calculadora científica.

No capítulo dedicado à Estatística e Probabilidade, há atividades envolvendo a altura de jogadores e o cálculo da frequência. Há também vários números decimais em gráficos e tabelas, mas nenhuma explicação extra sobre os números decimais. O mesmo ocorre no estudo das funções, nas situações que envolvem taxas de juros em quantias em dinheiro.

Nos demais conteúdos, não há números decimais em exemplos ou exercícios, e também não há o uso da calculadora em atividades.

Em relação às perguntas propostas, conclui-se que, nesta coleção: a multiplicação e a divisão de números decimais são introduzidas por meio de situações contextualizadas, mas regras são priorizadas em detrimento de conceitos; não são comentados os resultados da divisão nem da multiplicação por números entre zero e um; a observação de regularidades não aparece em situação alguma envolvendo números decimais; a calculadora é utilizada no estudo dos números decimais meramente para efetuar cálculos; as operações com números decimais são abordadas em todos os volumes.

1.4.5 Coleção 5: Matemática: Imenes e Lellis, de Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis.

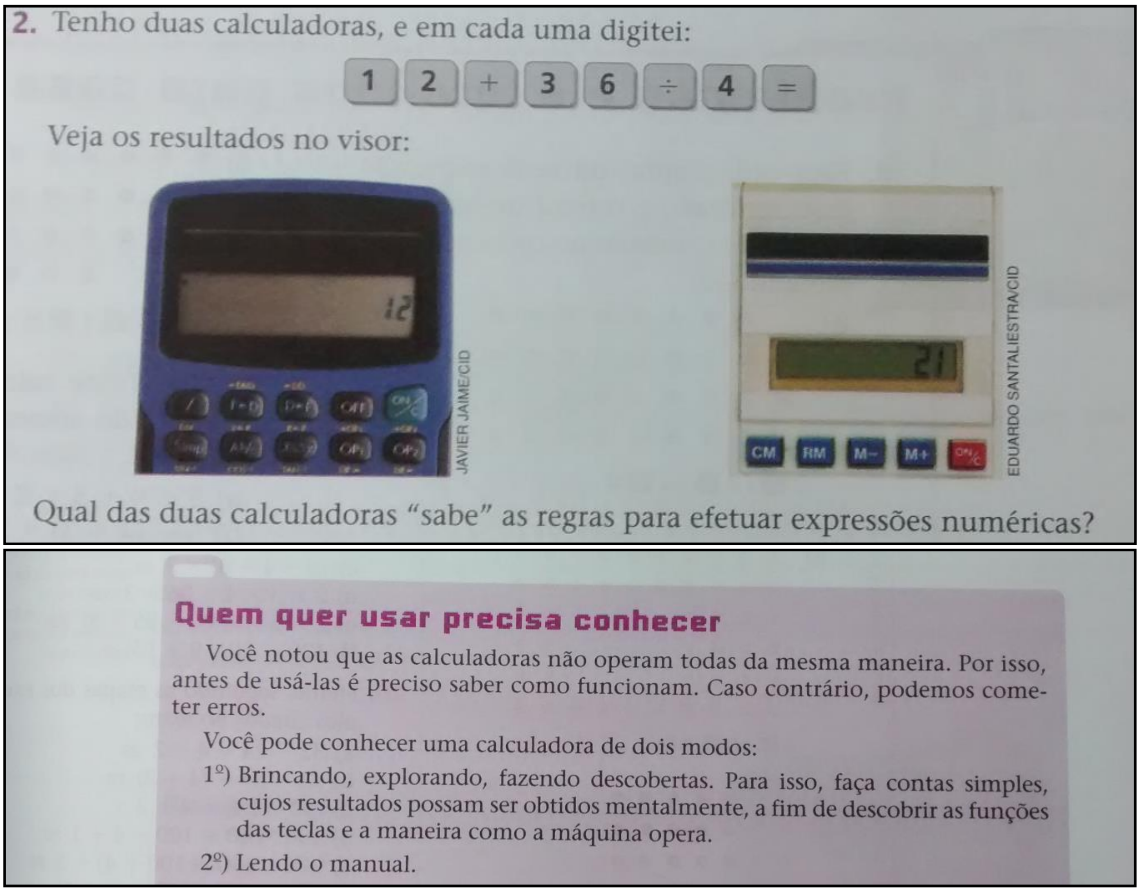
No capítulo 6 do volume do 6º ano, "Frações e porcentagens", aparecem algumas frações decimais, porém sem comentários a respeito. São feitas somente a leitura e atividades de comparação (qual é a maior entre 1/10 e 10/100, 3/10 e 28/100, 4/10 e 4/100).

O capítulo 8, "Medidas e números decimais", na seção "Números com vírgulas", a explicação é iniciada com o uso de barras desenhadas, representando unidade, décimo e centésimo. Em seguida, há exemplos com medidas de temperatura (37,7º) e moeda (um centavo é um centésimo do real, dez centavos são dez centésimos ou um décimo do real). São usadas também unidades de medida de comprimento (um decímetro é um décimo do metro, um centímetro é um centésimo do metro). Ao final, são propostas questões baseadas apenas nesses três contextos (com barras desenhadas, moeda ou temperatura). A seção sobre "Números decimais" começa explicando o valor posicional do algarismo em números inteiros (unidade, dezena, centena, unidade de milhar, ...) e depois menciona números decimais (unidade, décimo, centésimo, milésimo, ...). Há exemplos usando unidades de medida, como milímetros, quilograma e moeda, seguidos de atividades do tipo "escreva por extenso", "diga qual é o maior", "some um décimo", "sabendo o preço de um quilograma, quanto vou pagar pelo pacote de 100 g".

No capítulo 9, "Operações com números decimais", a seção sobre "Adição e subtração" se inicia diretamente com um exemplo (3,84 + 12,512 = ?), explicando que deve-se somar milésimo com milésimo, centésimo com centésimo, décimo com décimo, e assim por diante. Em seguida, é dado um exemplo de subtração, 7 – 3,4 = ?, no qual se explica que deve-se trocar uma unidade por dez décimos, a fim de subtrair os quatro décimos. Seguem-se onze atividades propostas, das quais cinco são ilustradas e contextualizadas. Na seção “Multiplicação e divisão por 10, 100, 1000,...”, explica-se utilizando barras desenhadas que 0,23 x 10 = duas barras inteiras, mais três barras de décimo. Também comenta-se que 100 x 0,53 = 53,0 = 53, e neste caso não há necessidade da vírgula. Tudo é explicado com base no deslocamento da vírgula. Em “Multiplicação”, mostra-se que, para efetuar 12 x 0,3, basta multiplicar 12 x 3 e depois dividir por 10, pois o 0,3 foi multiplicado por 10, então deve-se dividir o resultado final por 10, para compensar. A seção “Quociente decimal” começa perguntando se é possível efetuar a divisão de 1 por 4. Há a figura de um quadro de giz com a resolução de uma menina, e em seguida aparece a de um menino efetuando 22 : 8. “Divisão de números decimais” inicia com o exemplo 3,6 : 0,05. Daí, é explicado que deve-se multiplicar o dividendo e o divisor pelo mesmo número, para eliminar as casas decimais, lembrando sempre que o quociente não se altera com esse procedimento.

No capítulo 11. “Linguagem matemática”, na seção “Expressão numérica”, há uma atividade com uso de calculadora. Coincidentemente, esta ideia também foi utilizada em um dos exercícios da sequência didática, justamente para chamar a atenção para o fato de que nem todas as calculadoras operam da mesma forma, e que é preciso ter cuidado ao utilizá-las.

Ilustração 16 – Figura: A calculadora e a ordem das operações em uma expressão numérica


2. Tenho duas calculadoras, e em cada uma digitei:

1 2 + 3 6 ÷ 4 =

Veja os resultados no visor:

Qual das duas calculadoras "sabe" as regras para efetuar expressões numéricas?

Quem quer usar precisa conhecer

Você notou que as calculadoras não operam todas da mesma maneira. Por isso, antes de usá-las é preciso saber como funcionam. Caso contrário, podemos cometer erros.

Você pode conhecer uma calculadora de dois modos:

1º) Brincando, explorando, fazendo descobertas. Para isso, faça contas simples, cujos resultados possam ser obtidos mentalmente, a fim de descobrir as funções das teclas e a maneira como a máquina opera.

2º) Lendo o manual.

Fonte: IMENES, 2009, vol. 6, p. 199.

Nos demais capítulos, há números e frações decimais em situações que envolvem unidades de medida de comprimento, preço, notas de candidatos em um concurso, altura média, média ponderada de notas de alunos e áreas. Não há explicação sobre números e frações decimais, eles apenas aparecem no resultado de exemplos ou exercícios.

No primeiro capítulo do volume 7, "Sistemas de numeração", o início é "A escrita dos números no passado", seguido de atividades propostas. Logo após, há "Nosso sistema de numeração", enfatizando a nomenclatura em relação à unidade: 100 ou uma centena, 0,1 ou um décimo, etc. Há uma breve explicação sobre "quem são" os números decimais, com exemplos (21,32; 7,5) e a seguir uma atividade correlacionando o sistema antigo com o atual. Há também atividades com quadradinhos para hachurar (3 décimos, 30 centésimos) e outras envolvendo o quadro valor lugar (Ilustração 17), perguntando o que mudaria na quadro se um número fosse multiplicado ou dividido por 10.

Ilustração 17 – Quadro valor lugar

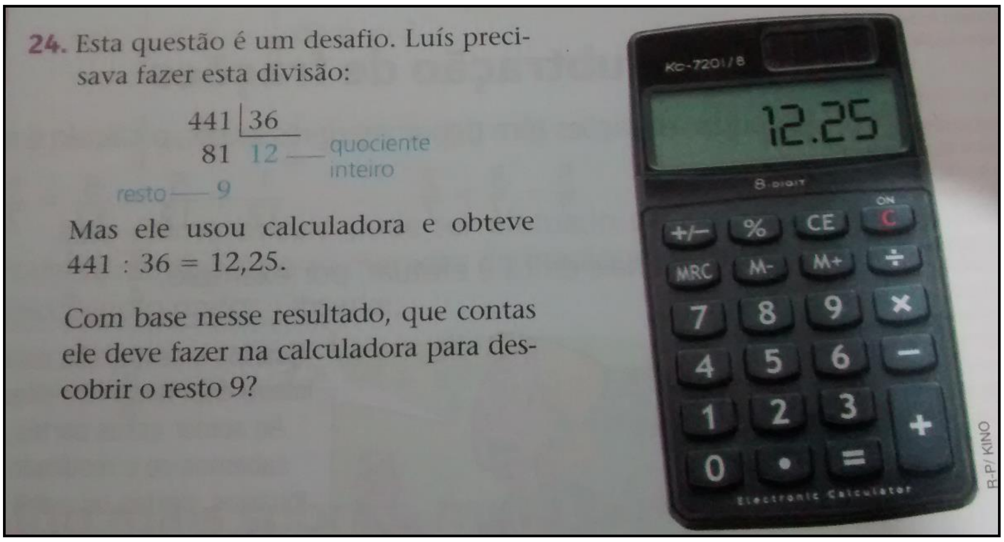
C	D	U

Fonte: Autoria própria.

A seção “Frações no lugar de decimais” apresenta uma situação problema: como dividir três barras de chocolate para quatro pessoas? A resolução é explicada passo a passo utilizando frações. Em seguida é explicada a média aritmética de três números, e são propostas dez atividades, com tabelas para preencher, reconhecendo regularidades, do tipo: (3,8 – 38) / (1,52 – ?), foi multiplicado por 10, colocar frações em ordem crescente, passar de fração para número decimal e vice-versa, representar frações com barras e figuras de quadradinhos.

O capítulo 4, “Operações com números fracionários”, começa por “Operações com números decimais”, retomando a soma e lembrando que algarismos que ocupem a mesma ordem devem ficar um sob o outro. Em seguida é a vez da adição e da multiplicação, relembrando que os fatores podem ser multiplicados por potências de 10, compensando no final com a divisão do resultado, e acrescenta que pode-se também somar o número de casas decimais das duas parcelas, colocando no resultado. Tudo foi ilustrado por meio de um diálogo em um quadro de giz. Seguem-se atividades propostas tradicionais, como 36,9 x 721, preço e total a pagar, em lojas e postos de gasolina. Em “Operações com números decimais: divisão”, é retomada a ideia de que multiplicar dividendo e divisor por um mesmo número diferente de zero não altera o quociente. No exemplo apresentado da divisão, explica-se que o resto 20 unidades é trocado por 200 décimos. Comenta-se como é possível a divisão de dois números tão pequenos dar um resultado tão grande (0,36 : 0,002 = 180). Explica, então, que calculou-se quantas vezes 0,002 cabe em 0,36. Dos treze exercícios propostos, somente quatro são contextualizados e ilustrados. Um deles apresenta uma situação interessante envolvendo o uso de calculadora (Ilustração 18).

Ilustração 18 – Figura: situação interessante envolvendo o uso de calculadora



Fonte: IMENES, 2009, vol. 7, p. 81.

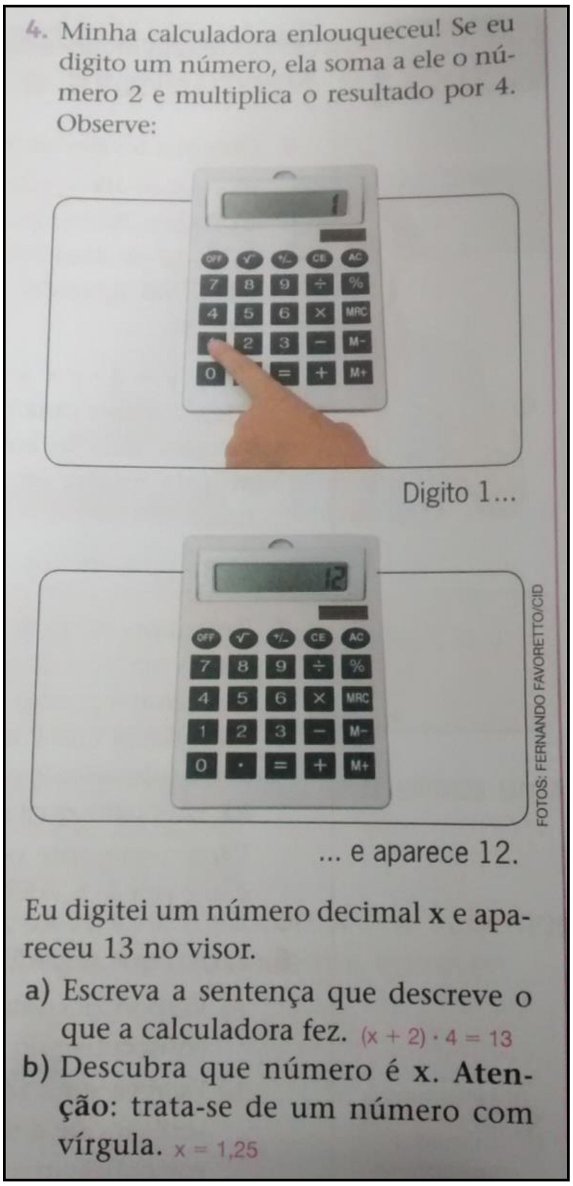
“Cálculos envolvendo frações” já inicia apresentando uma fração ***a***/***b*** como a indicação da divisão ***a*** : ***b***, sendo ***a*** e ***b*** números naturais com ***b*** ≠ 0. “Cálculo da fração de um número” explica como efetuar 3/4 de 12, assim como 31% de ***q*** (quantidade qualquer).

“Adição e subtração de frações” mostra que, quando os denominadores são iguais, o cálculo é simples: 5/7 – 3/7 = 2/7 e 1/12 + 5/12 = 6/12 = 1/2. Porém, quando são diferentes, é mais complicado. Usando o exemplo: 3/4 + 1/6 = ?, explica que cada fração possui várias outras equivalentes, ou pode ser escrita de diferentes maneiras (3/4 = 6/8 = 9/12 = 12/16...; 1/6 = 2/12 = 3/18 = 4/24...), bastando então escolher as duas com mesmo denominador, e efetuar a soma. “Fração multiplicando um número” lida com situações do tipo 1/3 x 6 = 2, e explica que isto pode ser explicado como sendo 1/3 de 6. “Algo mais sobre a multiplicação” mostra que 1/2 x 31 = 0,5 x 31 = 15,5, e em outro exemplo, 1/3 x 1/2 = 1/6 (dividindo 1/2 de um total em três partes iguais, cada parte será 1/6 do total). O primeiro bloco de atividades traz exercícios bastante convencionais (obter frações equivalentes, pintar quadrados para representar a fração desejada, calcular 20% de 135,00, etc.). O segundo só difere em duas questões contextualizadas (desconto em loja (preço de roupa), e receita de bolo (3/4 de xícara de farinha)). Ao final desse capítulo, é apresentada a seção “Um toque a mais”, mostrando objetos que no passado faziam parte do dia a dia, por exemplo, a balança de pratos.

No capítulo 9, “Tratamento da informação”, a seção “Calculando *quanto por cento*”, inicia com exemplos para escrever frações na forma de números decimais (45/150 = 0,3; 50/250 = 0,2). Logo após, há atividades do tipo “45 é igual a quanto por cento de 150” e também envolvendo descontos em compras (algumas contextualizadas e ilustradas).

No capítulo 13, “Equações”, há uma atividade interessante com o uso da calculadora (Ilustração 19).

Ilustração 19 – Figura: atividade interessante com o uso da calculadora



4. Minha calculadora enlouqueceu! Se eu digito um número, ela soma a ele o número 2 e multiplica o resultado por 4. Observe:

Digito 1...

FOTOS: FERNANDO FAVORETTO/CID

... e aparece 12.

Eu digitei um número decimal **x** e apareceu 13 no visor.

a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez. $(x + 2) \cdot 4 = 13$

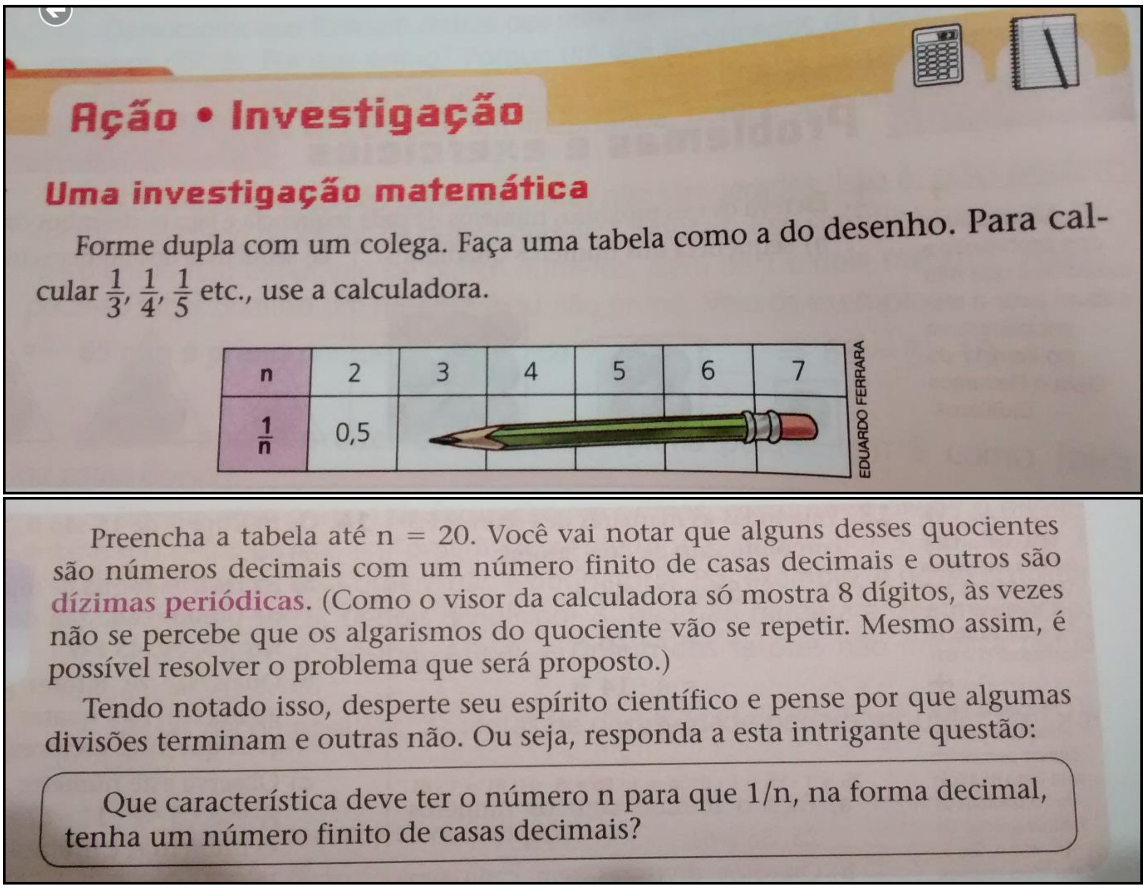
b) Descubra que número é **x**. **Atenção:** trata-se de um número com vírgula. $x = 1{,}25$

Fonte: IMENES, 2009, vol 7, p. 259.

Nos demais capítulos, os números decimais aparecem apenas no enunciado ou no resultado de exemplos ou exercícios envolvendo basicamente unidades de medida, cálculo de áreas, volumes e larguras.

O capítulo 1 do Volume 8 é dedicado aos “Números primos”. Logo após, há um bloco de atividades, com uma seção “Ação – Investigação”, onde há uso de calculadora para investigar (Ilustração 20).

Ilustração 20 – Uso da calculadora em investigações



Ação • Investigação

Uma investigação matemática

Forme dupla com um colega. Faça uma tabela como a do desenho. Para calcular $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ etc., use a calculadora.

n	2	3	4	5	6	7
$\frac{1}{n}$	0,5					

Preencha a tabela até n = 20. Você vai notar que alguns desses quocientes são números decimais com um número finito de casas decimais e outros são dízimas periódicas. (Como o visor da calculadora só mostra 8 dígitos, às vezes não se percebe que os algarismos do quociente vão se repetir. Mesmo assim, é possível resolver o problema que será proposto.)

Tendo notado isso, desperte seu espírito científico e pense por que algumas divisões terminam e outras não. Ou seja, responda a esta intrigante questão:

Que característica deve ter o número n para que 1/n, na forma decimal, tenha um número finito de casas decimais?

Fonte: IMENES, 2009, vol. 8, p. 14 e 15.

No capítulo 2, “Operações com frações”, é retomada a escrita de frações na forma decimal (3/2 = 1,5; 7/3 = 2,333...), e são definidas as formas fracionária, decimal e os números mistos. Há questões de comparação de frações, onde o livro sugere escrevê-las na forma de número decimal, e também questões para escrever números decimais na forma de fração (0,75 = 75/100 = 3/4). Para efetuar 1,2 : 0,222... e 3,6 x 0,111..., é aconselhado que o aluno opere com os números na forma de fração.

No capítulo 7, “Potências e raízes”, há números decimais na explicação de potências com expoente negativo (10^{-2} = 1/100 = $1/10^{2}$), e também na seção que explica notação cientifica.

Nos demais capítulos, há números decimais em diversos contextos, como: preço, porcentagem com números aproximados, hora, notas, comprimentos, altura humana, cálculo de chance de um dado, frequência, fórmula do custo da água consumida, áreas, etc. No entanto, não são dadas explicações sobre os números em si.

No capítulo 2 do volume 9, “A quinta e a sexta operações”, na parte “Potências e notação científica”, há números decimais que devem ser escritos em notação cientifica, mas sem maiores comentários sobre as operações a serem feitas. Há também uma tabela mostrando valores aproximados de $\sqrt{n}$, com aproximação de uma casa decimal.

No capítulo 13, “Classificação dos números”, na parte “Conjunto dos números racionais”, é explicado que um mesmo número racional pode ser escrito como fração ou decimal - finito ou infinito periódico, e são dados diversos exemplos de diferentes escritas: -22,7 = -227/10 (decimal e fração); 2,777...= 2 7/9 = 25/9 (dízima periódica, número misto e fração); 3/4 = 0,75 (fração e decimal). Este capítulo não aprofunda o conteúdo, apenas mostra a classificação. Na explicação do “conjunto dos números irracionais” e da “reta numérica”, também aparecem números decimais.

Nos demais capítulos, há números decimais em situações que envolvem comprimento, distância, áreas, volumes, juros, taxas, seno, cosseno, etc. Porém, aparecem apenas como resultado de exemplos ou exercícios.

Em relação às perguntas propostas, conclui-se que, nesta coleção: a multiplicação e a divisão de números decimais são introduzidas por meio de situações contextualizadas, e há bastante preocupação com os conceitos envolvidos; é comentado o resultado da divisão por números entre zero e um; a observação de regularidades aparece em várias situações envolvendo números decimais; a calculadora é utilizada no estudo dos números decimais em situações de cunho investigativo; as operações com números decimais são abordadas em todos os volumes.

1.5 A aula de investigação matemática

Segundo Ponte (2009, p. 25), uma aula de investigação constitui-se de quatro partes: introdução, realização das tarefas, discussão de resultados e papel do professor. Aqui, tais etapas serão brevemente comentadas. Esta seção foi escrita tendo por base Ponte (2009).

1.5.1 Introdução

Nessa etapa, o professor explica a proposta para a turma, por escrito ou oralmente. Ponte cita o início da aula de investigação como o “Arranque da aula” (PONTE, 2009, p.26).

Essa fase é um momento crucial para o sucesso da investigação, dele dependendo todo o resto do trabalho. No início da aula, o professor tem que certificar-se de que os alunos entenderam o significado da atividade, dando especial atenção àqueles que nunca executaram esse tipo de tarefa, bem como para os que nela têm pouca experiência.

Frequentemente, a tarefa é oferecida aos alunos por escrito, o que é muito proveitoso, mas é imprescindível uma pequena explicação dada pelo professor. Com isso, podem ficar mais claros certos termos com os quais não estejam familiarizados, o que favorece uma boa compreensão da proposta.

Logo, no momento inicial da aula, o professor precisa ter a certeza de que os alunos entenderam o significado de investigar. Essa postura de investigação no início da tarefa deve ser estimulada pelo professor, através de uma introdução. Isso porque esse tipo de atividade difere muito das habitualmente trabalhadas em aula. É certo que os alunos não estão diante de uma questão usual, com respostas prontas ou encontradas através de um simples cálculo.

Por exemplo, a tarefa de identificar regularidades na multiplicação e divisão de números decimais exige um raciocínio do tipo dedutivo, que é algo muito utilizado no nosso cotidiano, mas ainda hoje pouco explorado nas aulas de Matemática.

Objetivando a autonomia do aluno, bem como sua capacidade de execução e desenvolvimento de trabalho em grupo, o professor deve fazer uma introdução de acordo com a característica e riqueza do conteúdo. A informação por ele fornecida deve estimular o estudante à formulação de suas próprias conjecturas, indagações e questionamentos, proporcionando um adequado desenvolvimento da investigação pelo aluno. Neste processo, o professor deve estar atento às oportunidades de interação com a turma, visando oportunizar a exposição dos pontos de vista e o direcionamento dos mesmos.

A satisfação com o trabalho de investigação depende relativamente de como o professor fará a proposta para os alunos e da forma de aprendizagem que se utilizará em sala de aula. É de suma importância que os alunos sintam-se livres para fazerem o que foi proposto, dando-lhes tempo para lerem, pensarem, formularem questões e explorarem todos os seus conhecimentos matemáticos (conteúdos que eles sabem, já tenham estudado), e assim expor seu raciocínio para os demais grupos, como também para seu professor. O discente tem que perceber que suas indagações e justificativas estão sendo valorizadas, e que ele pode debater com seus colegas, não havendo a necessidade da validação do professor em todo momento.

É extremamente importante que o professor deixe a turma ciente de que o resultado do trabalho de cada grupo ou aluno será mostrado aos demais. Isso trará uma satisfação pessoal, no sentido da valorização da realização do trabalho.

Nesse contexto, no início da investigação, o professor precisa criar este ambiente de aprendizagem, deixando claro para os alunos o tipo de trabalho que eles farão, e o que espera deles ao final da investigação. O professor também deve informar aos mesmos que poderão solicitar sua ajuda, mas que o trabalho investigativo dependerá, unicamente, deles mesmos.

O aluno deve se sentir motivado e estimulado a realizar esse tipo de tarefa, o que pode ser alcançado dizendo-lhe que seu trabalho será de conhecimento de toda turma, e que será debatido ao final da investigação. Porém, para isso, o mesmo tem que saber o que se espera dele, logo no início da investigação.

Para que o tempo de investigação seja proveitoso, a introdução do professor deverá ser sucinta. A aula poderá ser organizada de forma a se ter mais tempo para a investigação, sem criar desinteresse nos alunos logo no momento inicial.

Portanto, é notório que o discurso do professor na introdução do trabalho deve ser breve, para não haver o desinteresse do aluno, e também para que o tempo da aula seja aproveitado da melhor maneira possível, deixando bastante espaço para a discussão final da tarefa. O professor pode sempre intervir moderadamente, em aspectos que não serão de grande relevância para a investigação.

1.5.2 Realização das tarefas

Depois que os alunos já estão cientes do que irão fazer, o professor passa a ter um papel mais de observador, desempenhando a função de entender como está se desenvolvendo o trabalho dos grupos e dando assistência quando for necessário.

O professor poderá ter problemas ao administrar esse tipo de aula, devido à coexistência de dois aspectos: o trabalho em grupo e a realização da aula investigativa. Então, deverá estar atento durante a tarefa, para que seu plano de realizar uma aula investigativa não se transforme em um contratempo. O docente deve ter muita atenção na realização desse tipo de tarefa em grupo, caso os alunos não estejam acostumados a trabalhar dessa forma. Isso poderá comprometer seu controle na organização da aula.

1.5.3 Discussão dos resultados

A fase de discussão dos resultados é uma excelente ocasião para mostrar aos alunos ainda pouco familiarizados o significado de uma demonstração matemática, e aos demais a importância da sistematização da justificativa de suas conjecturas. É nesse momento que o professor terá de se certificar que todos os resultados foram comentados, fazendo uma sistematização das ideias mais relevantes. A partir daí, estimulará os alunos a um questionamento mútuo, exercendo somente um papel de moderador nesse importante momento de compartilhar conhecimentos.

Na finalização da investigação, a análise do rendimento alcançado requer um instante de reflexão e ajustes. É o momento em que os alunos expõem suas justificativas, conjecturas e estratégias, faltando somente a validação do professor. Este terá que se certificar de que todas as justificativas, conjecturas e estratégias propostas por eles foram comentadas, para que haja um debate com os resultados mais significativos entre os próprios alunos. Este é um momento excelente para despertar os alunos para a importância da justificativa de suas conjecturas. Para aqueles alunos que ainda estão pouco familiarizados com esse tipo de aula, tal momento é fundamental para que o professor possa mostrar o sentido de uma demonstração matemática.

O conhecimento da turma na qual será realizado o trabalho é imprescindível para que o professor possa dimensionar adequadamente o teor e o tempo necessários para o desenvolvimento da tarefa, levando em consideração os sinais que se observam nos alunos, como fadiga e dispersão. Esse conhecimento permite ter maior flexibilidade e adequado controle do processo, de forma que todas as etapas sejam discutidas.

1.5.4 Papel do Professor

É indiscutível a importância do papel do professor nas aulas de investigação. Esta desafiadora tarefa, no que tange à promoção da interação a ser estabelecida com os alunos, se distingue significativamente quando comparada aos moldes tradicionais. Concomitantemente, observam-se os desafios e dilemas que culminam na satisfação profissional no ponto em que os objetivos são alcançados, ou na motivação adicional quando a adequação ou reajustes são demandados.

Conforme mencionado anteriormente, o professor deve criar um ambiente de investigação em sala de aula que desperte a curiosidade, a ponto de os alunos interagirem com o processo proposto. Esse momento se dá na fase de início da investigação, para se ter os alunos motivados, resultando no sucesso da mesma. O ambiente de estímulos ora criado propiciará a interpretação e concretização das questões que não estão totalmente definidas na atividade sugerida. Isso se produzirá através da interpretação dos alunos e do estímulo à criatividade por parte do professor.

Vale ressaltar que o método citado visa dissolver o modelo onde se procuram respostas para questões conhecidas, levando os alunos a serem mais interrogativos e menos afirmativos. O professor é peça chave ao mostrar-lhes que é possível interrogar matematicamente as situações. Seguindo o contexto do início da investigação, o professor deverá manter a postura de incentivador, para que os alunos não se desmotivem ao se deparar com um empecilho ou após completar uma sequência da atividade, prejudicando o êxito da tarefa.

É de suma importância a avaliação do progresso dos alunos, para que eles não trabalhem de forma convencional, mas que se apropriem do conceito de investigação. Para que isso aconteça, a coleta de informações e a atenção de como a tarefa está se desenvolvendo, isto é, o *feedback* que eles estão fornecendo, deve ser constantemente percebido e monitorado pelo professor. Com os dados procedentes dessas observações, o professor poderá propor novos desafios e estimular a resolução dos que ainda não foram superados, mantendo-os no eixo do estímulo investigativo.

Volta-se a destacar o papel do professor, no que se refere à necessidade de compreensão dos pensamentos e limitações apresentados pelos alunos, tanto no registro organizado das suas conjecturas, como na sua dificuldade oral quanto aos termos matemáticos. Cabe ao professor elaborar boas perguntas, solicitar explicações e, pacientemente, ouvi-los e tentar compreendê-los de maneira que os auxilie e estimule a alcançarem seus objetivos, sem ajuizamentos prévios e correções excessivas, que possam, mesmo que não intencionalmente, suprimir o raciocínio individual ou do grupo presente.

Para que se possa adotar a adequada estratégia, é necessária uma profunda interação entre o professor e os alunos, visando captar as suas necessidades, através de uma constante averiguação dos resultados que estão sendo alcançados, dos progressos e dos obstáculos. Com isso, o professor pode redimensionar e reorganizar as suas ações e decidir quais são as melhores direções a serem tomadas, visando o benefício de todos envolvidos. Desta forma, poderá gerenciar o tempo e os assuntos ainda pendentes, tal como reintroduzir conceitos já sedimentados que propiciem o aprendizado em novas investigações.

1.6 Revisão bibliográfica sobre o uso da calculadora

Abreu (2008, p.4) afirma que

> O incentivo ao uso da calculadora não é algo novo. Os PCN de matemática de 1ª a 4ª série de 1997 incentivam o uso em diferentes situações de aprendizagem, contanto que apresente desafios à criança e que ela verbalize ou escreva todo procedimento de que fez uso.

Abreu (2009, p.22) assevera ainda que a questão é usar a calculadora de forma inteligente, do ponto de vista educativo, e que os alunos disponham de um conjunto variado de formas de calcular. A máquina calculadora é apenas uma delas.

Segundo Brito (2011, p.14), a calculadora é um recurso de fácil acesso à maioria das pessoas de diferentes classes sociais. Se bem empregada, traz excelentes contribuições à aprendizagem de conceitos e operações aritméticas. No entanto, seu uso nas escolas da Educação Básica é ainda bastante restrito.

Guinter (2008) afirma que, como a nossa sociedade depende muito de recursos tecnológicos, tais como o computador, é importante que a escola proporcione uma Educação que utilize e discuta racionalmente o uso desses recursos.

Em sua dissertação de mestrado (GUINTER, 2009), o mesmo autor destaca que o uso da calculadora minimiza o tempo gasto com cálculos, deixando um tempo maior para as análises e conclusões necessárias das atividades realizadas. Nesses tipos de atividades, o professor propõe debates com o auxílio da calculadora, com mais confiança e critérios pedagógicos adequados.

Costa (2011, p.3) expressa que, embora o uso de novas tecnologias tenha ganhado espaço na sala de aula das escolas do país, alguns professores ainda resistem, por vários motivos, a utilizarem estes recursos, especialmente na rede pública.

De acordo com Bigode (2000, p.18), não cabe mais discutir se as calculadoras devem ou não ser utilizadas no ensino, mas sim como utilizá-las.

Santos (2004, p.1) afirma que, durante muitos anos, o uso das calculadoras no Ensino Médio e principalmente no Ensino Fundamental foi considerado por muitos professores como inadequado.

A coleção de Edwaldo Bianchini para os anos finais do Ensino Fundamental (BIANCHINI, 2011) traz, em seu “Manual do professor”, uma seção dedicada ao uso da calculadora em sala de aula (Ilustração 21).

Ilustração 21 – Figura: O uso da calculadora nas aulas de Matemática

O uso da calculadora nas aulas de Matemática

Esta coleção sugere o uso da calculadora como auxiliar na resolução de problemas. Das tecnologias disponíveis na escola, a calculadora é sem dúvida uma das mais simples e de menor custo.

É importante salientar que, como instrumento de apoio ao processo de ensino-aprendizagem, a calculadora é somente mais um recurso auxiliar, e não um substituto do exercício do raciocínio ou da capacidade analítica. O que propomos é o uso da calculadora de maneira consciente, de modo que contribua para a reflexão dos conteúdos matemáticos.

De acordo com os PCN, alguns estudos recentes evidenciaram que a calculadora pode ser utilizada como instrumento motivador na realização de atividades exploratórias e investigativas e, assim, contribuir para a melhoria do ensino.

Podemos tomar como orientação para o uso da calculadora em atividades matemáticas os seguintes aspectos:

- É um instrumento que possibilita o desenvolvimento de conteúdos pela análise de regularidades e padrões e pela formulação de hipóteses.
- É um facilitador da verificação e análise de resultados e procedimentos.

Fonte: BIANCHINI, 2011, p. 12.

2 A sequência didática

Aqui, discorre-se brevemente sobre as modificações decorrentes do Teste Exploratório e analisa-se a aplicação da sequência didática.

2.1 Teste Exploratório

A aplicação do teste exploratório ocorreu no dia treze de junho de dois mil e treze, em um encontro com a duração de três horas. O público alvo foram alunos do quinto e sétimo períodos do curso de Licenciatura em Matemática do IFFluminense campus Centro, pela contribuição que poderia ser dada, já que eram concluintes do curso. Houve a participação de dez alunos.

Foi sugerida apenas uma alteração, na primeira folha de atividades, "Introdução ao uso da calculadora". Na segunda questão, item (d), retirou-se o "obtendo (n + 1) x (n – 1)" (Ilustração 22).

Ilustração 22 – Figura: Folha 2, Questão 2(d) antes do teste exploratório

d) Agora generalizando, considere o número como " n ". Efetue n x n. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade, obtendo (n + 1) x (n - 1). Qual é o resultado desta nova conta?

Fonte: Autoria própria.

Foi sugerido pelos participantes do teste exploratório que os próprios alunos chegassem à expressão (n + 1) x (n – 1), por já terem sido dados vários exemplos anteriormente na questão (Ilustração 23).

Ilustração 23 – Figura: Folha 2, Questão 2(d) após o teste exploratório

d) Agora generalizando, considere o número como " n ". Efetue n x n. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade. Qual é o resultado desta nova conta?

Fonte: Autoria própria.

Um dos participantes comentou a respeito deste item que “com os números fica melhor para visualizar”, que o próprio “nunca tinha pensado dessa maneira o produto da soma pela diferença de dois termos” ($24 \times 26 = 25^2 - 1$).

Houve também diversos comentários positivos sobre as questões que envolviam a investigação de regularidades.

Um fato que chamou a atenção e serviu como preparação para a aplicação da sequência didática foi a observação dos resultados encontrados na Questão 1 da primeira folha de atividades (Ilustração 24).

Ilustração 24 – Figura: Folha 1, Questão 1

1) Um estudante digitou em uma calculadora simples a expressão

$$10 \times 4 - 20 : 5 + 30 \times 2 =$$

Encontrou como resultado 68. Outro estudante fez os cálculos em uma folha e obteve como resultado 96.

Por que os resultados foram diferentes? Nesse caso, que cuidado devemos ter ao utilizar a calculadora?

Fonte: Autoria própria.

O objetivo era que, na aplicação da sequência didática, os alunos utilizassem a calculadora do próprio celular para a resolução das questões. Notou-se, no teste exploratório, que nos atuais celulares e *smartphones*, as calculadoras já “obedecem” à ordem matemática das operações em uma expressão numérica. Percebeu-se então que o mesmo deveria ocorrer no momento da aplicação em turma, e já houve uma preparação para isto.

2.2 Aplicação da sequência didática

A aplicação das atividades ocorreu em dois encontros. O primeiro foi no dia vinte um de junho de dois mil e treze, com a duração de duas horas/aula, e o segundo no dia vinte oito de junho de dois mil e treze, também em duas horas/aula. O público alvo foi uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular do município de Campos dos Goytacazes, na qual havia vinte quatro alunos.

A professora regente apresentou o professor em formação à turma, e ele então, de acordo com o que preconiza Ponte (2009), explicou aos alunos com clareza os objetivos da aula investigativa, enfatizando que eles poderiam (e deveriam) interagir e discutir suas conclusões com os colegas.

Houve então a distribuição da Folha 1, “Introdução ao uso da calculadora” (Apêndice A), para que os alunos pudessem ler, discutir entre si e começar a resolver, deixando-os à vontade para fazer perguntas. A todo momento, o professor em formação circulava entre as carteiras, observando o trabalho e auxiliando no que fosse necessário. Esta estratégia foi adotada de acordo com o indicado por Ponte.

> Existe, por vezes, a ideia de que, para que o aluno possa, de fato, investigar, é necessário deixá-lo trabalhar de forma totalmente autônoma e, como tal, o professor deve ter somente um papel de regulador da atividade. No entanto, o professor continua a ser um elemento-chave mesmo nessas aulas, cabendo-lhe ajudar o aluno a compreender o que significa investigar e aprender a fazê-lo (PONTE,2009, p.26).

O objetivo da Questão 1 era alertar para o fato de que a calculadora por si só não “resolve todos os problemas”, ou seja, é preciso saber utilizá-la de forma correta. Na Questão 2, a meta era utilizar a calculadora a fim de investigar e constatar um fato matemático, e em seguida justificá-lo algebricamente.

Os alunos levaram em média vinte minutos para comentar entre si e tentar responder as questões da Folha 1. Transcorrido este tempo, o professor em formação começou a dialogar com a turma, perguntando se haviam conseguido fazer as questões, como haviam resolvido cada questão, explicando e debatendo sobre as respostas.

Na primeira questão, os alunos teriam de investigar porque as respostas obtidas foram diferentes (Ilustração 25).

Ilustração 25 – Figura: Folha 1, Questão 1.

1) Um estudante digitou em uma calculadora simples a expressão

10 x 4 – 20 : 5 + 30 x 2 =

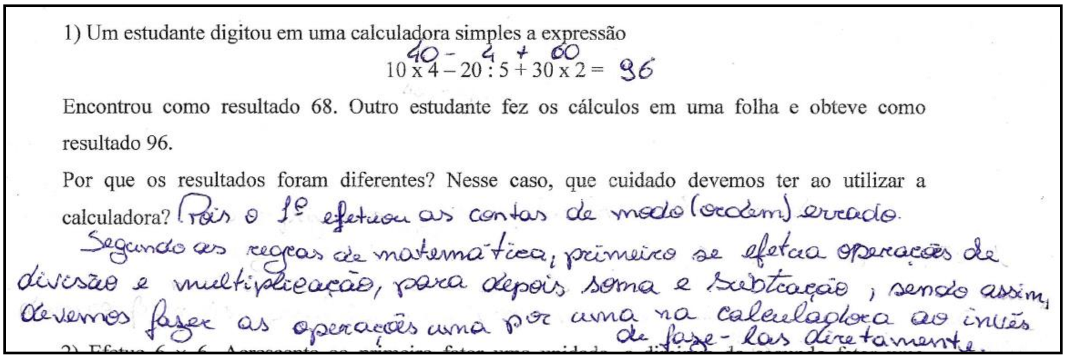
Encontrou como resultado 68. Outro estudante fez os cálculos em uma folha e obteve como resultado 96.

Por que os resultados foram diferentes? Nesse caso, que cuidado devemos ter ao utilizar a calculadora?

Fonte: Autoria própria.

Nesta questão, os alunos encontraram exatamente a resposta correta, 96, pois sugeriu-se que eles utilizassem a calculadora do próprio celular, e os celulares atuais já são programados para obedecer a ordem matemática das operações em expressões numéricas. Somente cinco alunos, que utilizaram calculadoras "simples" (de mesa), encontraram 68 como resposta. Foi indagado então por que isto havia ocorrido, ao que a turma respondeu prontamente que "a ordem das operações não havia sido obedecida (*sic*)" (Ilustração 26).

Ilustração 26 – Figura: Folha 1, Questão 1, resposta de um aluno



1) Um estudante digitou em uma calculadora simples a expressão

40 - 4 + 60

10 x 4 – 20 : 5 + 30 x 2 = 96

Encontrou como resultado 68. Outro estudante fez os cálculos em uma folha e obteve como resultado 96.

Por que os resultados foram diferentes? Nesse caso, que cuidado devemos ter ao utilizar a calculadora? Pois o 1º efetuou as contas de modo (ordem) errado. Segundo as regras da matemática, primeiro se efetua operações de divisão e multiplicação, para depois soma e subtração, sendo assim, devemos fazer as operações uma por uma na calculadora ao invés de faze-las diretamente.

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Todos perceberam que era necessário seguir a ordem correta das operações, e que a calculadora do celular já o fazia.

Na segunda questão, composta por quatro itens, os alunos deveriam investigar com o uso da calculadora e finalizar com uma justificativa algébrica, usando o produto da soma pela diferença (Ilustração 27).

Ilustração 27 – Figura: Folha 1, Questão 2

2) Efetue 6 × 6. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade, obtendo 7 × 5. Qual o resultado desta nova conta?

a) Essa mesma relação também ocorre para 25 × 25 e 26 × 24? E para 148 × 148 e 149 × 147?

b) E se os números forem negativos, por exemplo, (–3) × (–3) e (–2) × (–4) têm esta mesma relação?

c) Essa relação ocorre para números racionais em geral?

d) Agora generalizando, considere o numero como " n ". Efetue n x n. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade. Qual é o resultado desta nova conta?

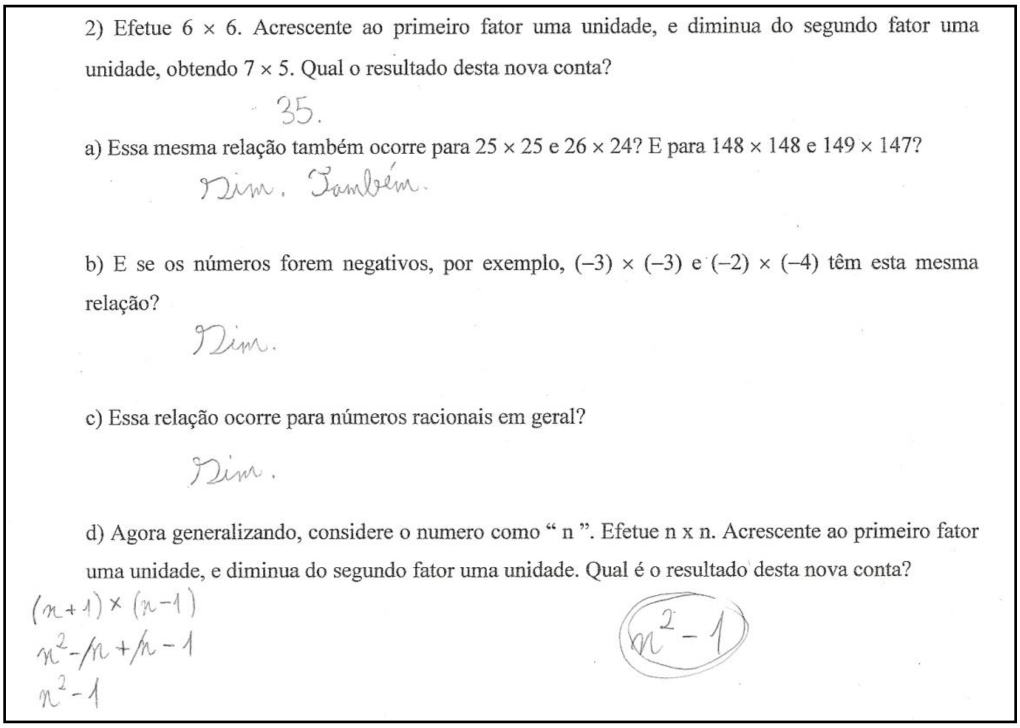
Fonte: Autoria própria.

Percebendo que o enunciado do item (a) não havia ficado claro para os alunos, o professor em formação os interrompeu por um instante, perguntando o que havia sido observado por eles. Após algum debate entre a turma, foi dito pelos alunos que “o segundo resultado foi uma unidade a menos que o resultado da primeira conta (*sic*)”. Assim, deixou-se que a questão fosse retomada, dando tempo para que os demais itens fossem respondidos, antes de prosseguir.

Verificou-se então que os cálculos foram efetuados nos itens (a) e (b), mas, ao avançar para o item (c), os alunos responderam automaticamente que sim, sem fazer cálculos, apenas baseados nos itens anteriores.

Logo após, analisou-se a resolução do item (d). Ao comentarem suas respostas, observou-se que grande parte dos alunos não havia interpretado o item de forma correta, além de demonstrar claras dificuldades em Álgebra. Um dos alunos, que havia compreendido, explicou para o restante da turma, auxiliado pelo professor em formação, que foi complementando a explicação (Ilustração 28).

Ilustração 28: Figura – Folha 1, Questão 2, resposta correta de um aluno


2) Efetue 6 × 6. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade, obtendo 7 × 5. Qual o resultado desta nova conta?

35.

a) Essa mesma relação também ocorre para 25 × 25 e 26 × 24? E para 148 × 148 e 149 × 147?

Sim. Também.

b) E se os números forem negativos, por exemplo, (–3) × (–3) e (–2) × (–4) têm esta mesma relação?

Sim.

c) Essa relação ocorre para números racionais em geral?

Sim.

d) Agora generalizando, considere o numero como “ n ”. Efetue n x n. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade. Qual é o resultado desta nova conta?

$(n+1) \times (n-1)$

$n^2 - \cancel{n} + \cancel{n} - 1$

$n^2 - 1$

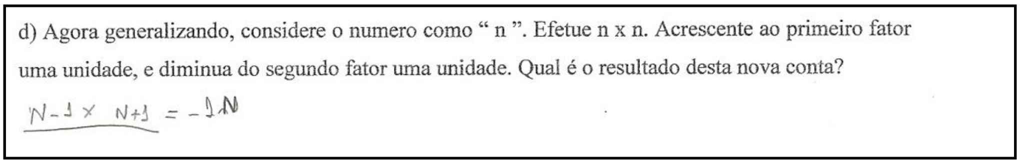
$n^2 - 1$

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Um aluno acertou os itens (a), (b) e (c), escreveu o produto correto, $(\boldsymbol{n} + 1)(\boldsymbol{n} - 1)$, no item (d), mas não soube efetuá-lo. Observa-se a ausência de parênteses e conjectura-se que o

“$-1\boldsymbol{N}$” dado como resposta signifique, para ele, o resultado do cálculo ($\boldsymbol{N}$), menos uma unidade (-1), que era a relação observada na questão (Ilustração 29).

Ilustração 29 – Figura: Folha 1, Questão 2, item (d), resposta incorreta de um aluno



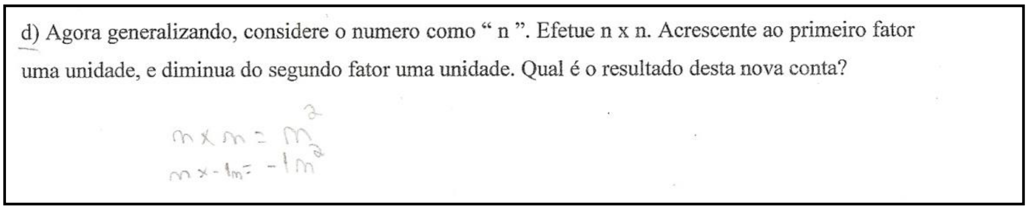
d) Agora generalizando, considere o numero como “ n ”. Efetue n x n. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade. Qual é o resultado desta nova conta?

$N - 1 \times N + 1 = -1N$

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Acredita-se que este outro aluno também pensou ter representado “$\boldsymbol{n}^2 - 1$” ao escrever “$-1\boldsymbol{n}^2$” (Ilustração 30).

Ilustração 30 – Figura: Folha 1, Questão 2, item (d), resposta incorreta de um aluno



d) Agora generalizando, considere o numero como “ n ”. Efetue n x n. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade. Qual é o resultado desta nova conta?

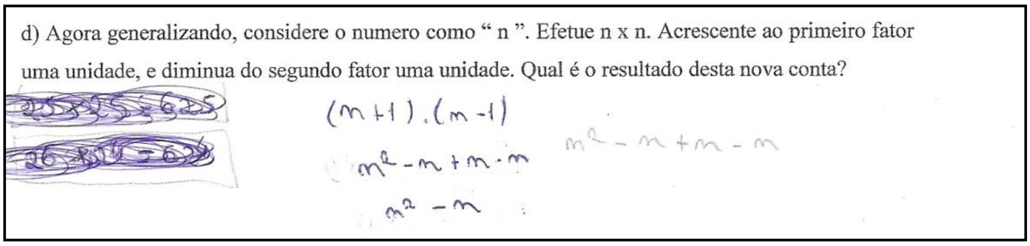
$n \times n = n^2$

$n \times -1n = -1n^2$

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Outro aluno representou corretamente o produto, mas errou ao utilizar a propriedade distributiva (Ilustração 31).

Ilustração 31 – Figura: Folha 1, Questão 2, item (d), resposta incorreta de um aluno



d) Agora generalizando, considere o numero como “ n ”. Efetue n x n. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade. Qual é o resultado desta nova conta?

$(n+1).(n-1)$

$n^2 - n + n \cdot n$

$n^2 - n$

$n^2 - n + n - n$

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Logo após debater a correção da Folha 1, foi distribuída a Folha 2, “Operações com números decimais”, contendo sete questões (Apêndice A). Os alunos chegaram a discuti-la e resolvê-la, mas como havia vários itens em cada questão, não houve tempo para que o professor em formação a debatesse com a turma. As Folhas 2 resolvidas foram então recolhidas, para serem retomadas no encontro seguinte, dali a uma semana.

No segundo encontro, a professora novamente procedeu às apresentações, esclarecendo que o professor em formação estaria, naquele momento, retomando o trabalho. Houve então a entrega de uma cópia em branco da Folha 2 aos alunos, para que fosse feita a discussão de cada questão. Optou-se por este procedimento para evitar que os alunos simplesmente corrigissem o que haviam feito no primeiro encontro, ao invés de repensar e rediscutir cada questão.

Nas figuras de resoluções da Folha 2 que serão aqui apresentadas, escolheu-se registrar o que foi feito pelos alunos no primeiro encontro, antes da discussão das questões com o professor em formação. Considerou-se que esta seria a melhor forma de retratar as dificuldades sentidas por eles e também a forma pela qual raciocinaram em cada questão.

O objetivo da Questão 1 da Folha 2 era o aluno perceber que, em uma divisão, ao multiplicar o dividendo e o divisor pelo mesmo número não nulo, o quociente não se altera. A Questão 2 suscitava a discussão sobre o resultado da multiplicação por números decimais entre zero e um, e a Questão 3 sugeria o debate sobre o quociente da divisão por esses mesmos números. A meta da Questão 4 era levá-los a perceber que multiplicar por 0,1 era o mesmo que dividir por 10. De forma semelhante, a Questão 5 abordava o produto por 0,2 e a divisão por 5, a Questão 6 relacionava a multiplicação por 0,5 e a divisão por 2, e a Questão 7 tratava do produto por 0,25 e da divisão por 4.

Na primeira questão, o objetivo era investigar porque as divisões dos itens (a) e (b) apresentavam resultados iguais, assim como as dos itens (c), (d) e (e) (Ilustração 32).

Ilustração 32 – Figura: Folha 2, Questão 1

1) Encontre os resultados das operações abaixo:

a) 4690 : 35 =

b) 469 : 3,5 =

c) 411,4 : 34 =

d) 4114 : 340 =

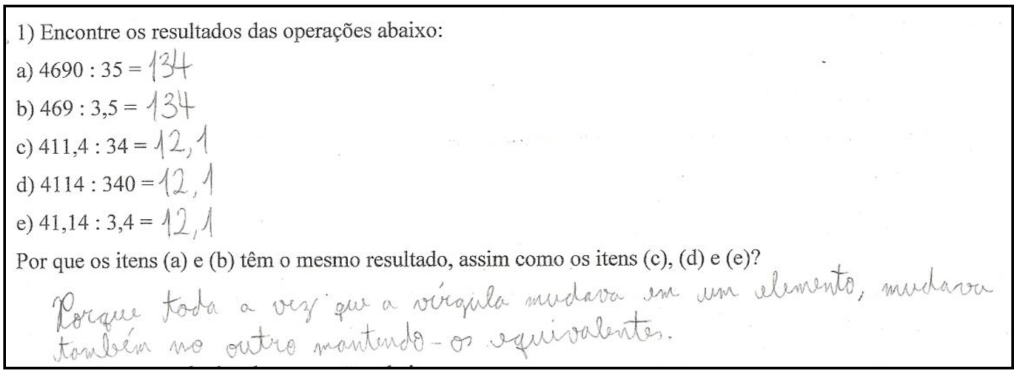
e) 41,14 : 3,4 =

Por que os itens (a) e (b) têm o mesmo resultado, assim como os itens (c), (d) e (e)?

Fonte: Autoria própria.

A observação seria que tanto o dividendo quanto o divisor estavam sendo divididos ou multiplicados por 10 ou 100 (ou pelo mesmo número). A maioria da turma conseguiu perceber o fato, mas poucos foram capazes de justificá-lo com suas próprias palavras (Ilustrações 33 e 34).

Ilustração 33 – Figura: Folha 2, Questão 1, resposta correta de um aluno


1) Encontre os resultados das operações abaixo:

a) 4690 : 35 = 134

b) 469 : 3,5 = 134

c) 411,4 : 34 = 12,1

d) 4114 : 340 = 12,1

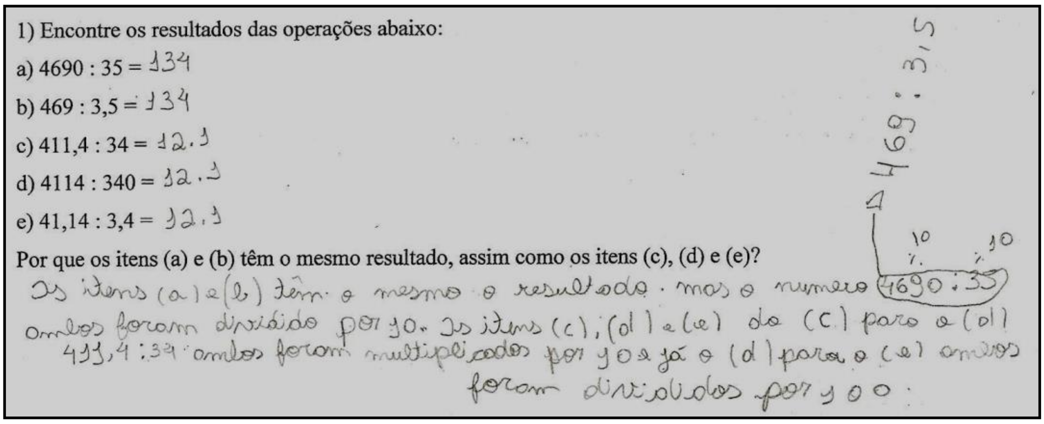
e) 41,14 : 3,4 = 12,1

Por que os itens (a) e (b) têm o mesmo resultado, assim como os itens (c), (d) e (e)?

Porque toda a vez que a vírgula mudava em um elemento, mudava também no outro mantendo-os equivalentes.

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Ilustração 34 – Figura: Folha 2, Questão 1, resposta correta de um aluno


1) Encontre os resultados das operações abaixo:

a) 4690 : 35 = 134

b) 469 : 3,5 = 134

c) 411,4 : 34 = 12.1

d) 4114 : 340 = 12.1

e) 41,14 : 3,4 = 12.1

469 : 3,5

Por que os itens (a) e (b) têm o mesmo resultado, assim como os itens (c), (d) e (e)?

Os itens (a) e (b) têm o mesmo o resultado. mas o numero 4690 : 35 ambos foram dividido por 10. Os itens (c), (d) e (e) do (c) para o (d) 411,4 : 34 ambos foram multiplicados por 10 e já o (d) para o (e) ambos foram divididos por 100.

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Houve ainda alunos que registraram respostas incorretas, mesmo com o uso da calculadora. Isso reforça a importância do ensino do uso correto da calculadora na escola, conforme visto na revisão bibliográfica. Conjectura-se que o aluno deve ter ignorado a vírgula, que na calculadora é representada por um ponto, ao escrever a resposta dos itens (c), (d) e (e), obtendo 121 ao invés de 12,1 (Ilustração 35).

Ilustração 35 – Figura: Folha 2, Questão 1, resposta incorreta de um aluno

1) Encontre os resultados das operações abaixo:

a) 4690 : 35 = 134

b) 469 : 3,5 = 134

c) 411,4 : 34 = 121

d) 4114 : 340 = 121

e) 41,14 : 3,4 = 121

Por que os itens (a) e (b) têm o mesmo resultado, assim como os itens (c), (d) e (e)?

Porque se igualam as quantidades de zeros e decimais em [illegible]

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Na segunda questão, o objetivo era investigar porque o resultado de certas multiplicações é menor do que o multiplicando (Ilustração 36). Vale ressaltar que, das coleções de livros didáticos pesquisadas, nenhuma aborda este assunto em particular.

Ilustração 36 – Figura: Folha 2, Questão 2

2) Encontre os resultados das operações abaixo:

a) $800 \times 2 =$

b) $800 \times 0{,}2 =$

c) $800 \times 0{,}25 =$

d) $800 \times 1{,}2 =$

Por que alguns resultados são menores do que 800? Quando isso acontece?

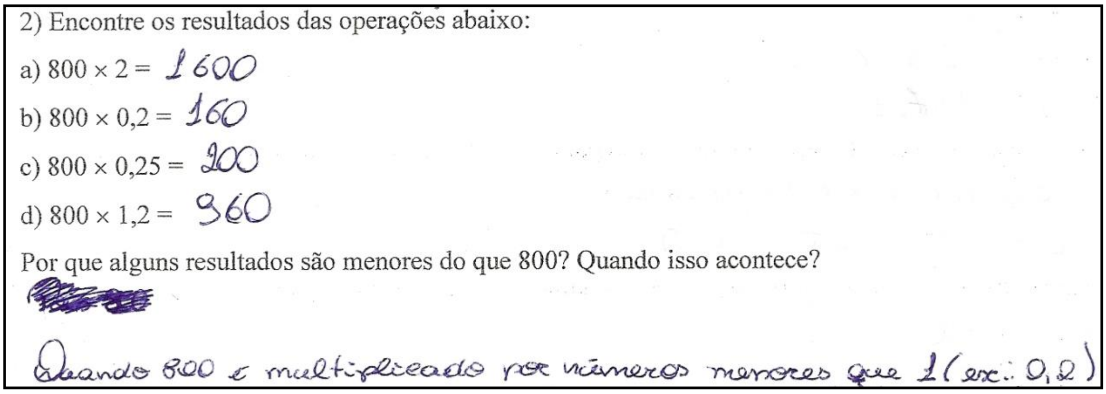
Fonte: Autoria própria.

A observação era que, se multiplicarmos um número por outro entre zero e um, o resultado da conta será menor que o maior fator da multiplicação. Isto ocorre porque multiplicar por um número entre zero e um equivale a dividir por um número maior do que um.

Um fato muito interessante foi que um dos alunos da turma (apontado pela professora como um excelente aluno), ao efetuar o item (b) na calculadora, pediu que o colega ao lado fizesse a mesma conta na calculadora dele (do colega), pois não acreditou que o resultado encontrado estivesse correto, já que era menor do que 800. Isto demonstra uma ideia pueril de multiplicação, em que o produto tem que ser sempre maior do que cada fator.

Nesta questão havia duas perguntas: “Por que alguns resultados são menores do que 800?” e “Quando isso acontece?”. A maioria conseguiu responder a segunda questão, mas ninguém respondeu a primeira, ou seja, notaram que o produto era menor quando um fator era um número entre zero e um, mas não conseguiram explicar por quê (Ilustração 37).

Ilustração 37 – Figura: Folha 2, Questão 2, resposta de um aluno


2) Encontre os resultados das operações abaixo:

a) 800 × 2 = 1600

b) 800 × 0,2 = 160

c) 800 × 0,25 = 200

d) 800 × 1,2 = 960

Por que alguns resultados são menores do que 800? Quando isso acontece?

[redacted]

Quando 800 é multiplicado por números menores que 1 (ex: 0,2)

Fonte: Protocolos de pesquisa.

O professor em formação explicou então que, no item (b), 0,2 = 2/10, e para obter dois décimos de um número, multiplica-se por 2 e divide-se por 10. Como 2 é um número menor que 10, o resultado encontrado é menor do que 800. O mesmo ocorre no item (c), onde 0,25 = 25/100, então multiplica-se por 25 e divide-se por 100. Como 25 é menor do que 100, o resultado é menor do que 800. Já no item (d), 1,2 = 12/10, então multiplica-se por 12 e divide-se por 10. Como 12 é maior do que 10, o resultado é maior do que 800. Observou-se que, a partir desta explicação, a maioria da turma conseguiu compreender.

Na terceira questão, o objetivo era investigar porque o quociente de certas divisões é maior do que o dividendo (Ilustração 38). Das cinco coleções de livros didáticos pesquisadas, apenas duas abordavam este assunto.

Ilustração 38 – Figura: Folha 2, Questão 3

3) Encontre os resultados das operações abaixo, utilizando a calculadora quando julgar necessário:

a) 800 : 2 =

b) 800 : 0,2 =

c) 800 : 0,25 =

d) 800 : 1,6 =

Por que alguns resultados são maiores do que 800? Quando isso acontece?

Fonte: Autoria própria.

Os alunos teriam que observar que, na divisão, se o divisor é um número entre zero e um, o quociente será maior que o dividendo. Isto acontece porque dividir é descobrir quantas vezes o divisor “cabe” no dividendo. Se o divisor for menor do que uma unidade, caberá um número maior de vezes do que a unidade no dividendo, ou seja, o quociente será maior do que o dividendo.

A exemplo do que foi observado na Questão 2, os alunos perceberam que isso acontecia quando o divisor era um número menor do que um, mas não conseguiram explicar por quê (Ilustração 39).

Ilustração 39 – Figura: Folha 2, Questão 3, resposta de um aluno

3) Encontre os resultados das operações abaixo, utilizando a calculadora onde julgar necessário:

a) 800 : 2 = 400

b) 800 : 0,2 = 4000

c) 800 : 0,25 = 3200

d) 800 : 1,6 = 500

Por que alguns resultados são maiores do que 800? Quando isso acontece?

Isso aconteceu pois 800 foi dividido por números menores do que 1.

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Na discussão da questão, o professor usou a ideia de dividir associada a descobrir quantas vezes o divisor “cabe” no dividendo. A partir daí, a maioria da turma conseguiu entender porque o quociente era maior do que o divisor, quando este era menor do que um.

A dificuldade de justificativa nas questões um, dois e três reflete um ensino de operações de números decimais baseado em regras ao invés de conceitos, e corrobora o que foi verificado nos relatos das pesquisas mencionadas anteriormente.

Da quarta questão em diante, a investigação girava em torno da equivalência entre certas multiplicações por números decimais e divisões por números inteiros. Recorde-se aqui que, das cinco coleções pesquisadas, apenas uma abordava especificamente este assunto.

Na Questão 4, o aluno deveria perceber que multiplicar pelo número decimal 0,1 é o mesmo que dividir por 10 (Ilustração 40).

Ilustração 40 – Figura: Folha 2, Questão 4

4) Encontre os resultados das operações abaixo, utilizando a calculadora quando julgar necessário:

a) 20 x 0,1 =

b) 20 : 10 =

c) 55 x 0,1 =

d) 55 : 10 =

Que relação você observou entre o resultado da multiplicação por 0,1 e o da divisão por 10? Por que isso acontece?

Fonte: Autoria própria.

Cabe ressaltar que apenas um aluno respondeu de forma correta as questões 4, 5, 6 e 7 (Ilustração 41). O restante da turma fez as contas na calculadora, encontrou os resultados, mas não conseguiu responder a pergunta “Por que isso acontece?”, que consta dessas questões.

Ilustração 41 – Figura: Folha 2, Questão 4, resposta correta de um aluno

4) Encontre os resultados das operações abaixo, utilizando a calculadora onde julgar necessário:

a) 20 x 0,1 = 2

b) 20 : 10 = 2

c) 55 x 0,1 = 5,5

d) 55 : 10 = 5,5

Que relação você observou entre o resultado da multiplicação por 0,1 e o da divisão por 10? Por que isso acontece? Os resultados são os mesmos.

Pois 0,1 seria o mesmo que $\frac{1}{10}$. $1 : 10 = 0,1$

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Mais uma vez, observa-se a dificuldade dos alunos em lidar com conceitos relacionados a números decimais e, conforme comentado anteriormente, verificou-se que eles sabem transformar números decimais em frações decimais, porém não conseguem aplicar esta transformação para simplificar os cálculos.

Na discussão da Questão 4, o professor em formação escreveu o número decimal 0,1 sob a forma da fração decimal 1/10, efetuando uma transformação de tratamento, segundo a teoria da semiótica. Em seguida, lembrou aos alunos o fato de que calcular um décimo de um número era equivalente a dividi-lo por dez. Só então a turma compreendeu porque multiplicar por 0,1 era o mesmo que dividir por 10.

Nas questões 5, 6 e 7, o professor em formação procedeu à mesma explicação, inclusive simplificando as frações quando fosse possível: 0,2 = 1/5; 0,5 = 1/2 e 0,25 = 1/4. Observou-se que, dada a explicação sobre a Questão 4, os próprios alunos foram construindo, junto com o professor em formação, a justificativa das demais questões. Notou-se que eles ficaram bastante satisfeitos quando conseguiram tirar as próprias conclusões, o que corrobora o dito por Ponte (2009) sobre a aula de investigação matemática.

Ao final da discussão de todas as questões da Folha 2, foi entregue a Folha 3, “Verificação da aprendizagem” (Apêndice A), pois, segundo Ponte,

> As investigações matemáticas são uma atividade de aprendizagem e, como em todas as outras atividades, tem de haver avaliação. Essa avaliação permitirá ao professor saber se os alunos estão progredindo de acordo com as suas expectativas ou se, pelo contrario, é necessário repensar a sua ação nesses campos. Além disso, permitirá ao aluno saber como o seu desempenho é visto pelo professor e se existem aspectos a que precisa dar mais atenção (PONTE, 2009, p.109).

A Folha 3 possuía uma única questão, para ser resolvida sem o auxílio da calculadora, de forma individual. A proposta era verificar se os alunos seriam capazes de, após estudar a equivalência entre a multiplicação por certos números decimais e a divisão por números inteiros, aplicar isto para reconhecer a equivalência entre a divisão pelos mesmos números decimais (0,1, 0,2, 0,5 e 0,25) e a multiplicação por números inteiros (Ilustração 42).

Ilustração 42 – Figura: Folha 3

Encontre os resultados das operações abaixo, sem a utilização da calculadora:

a) 20 x 10 =

b) 20 : 0,1 =

c) 55 x 10 =

d) 55 : 0,1=

e) 42 x 5 =

f) 42 : 0,2 =

g) 17 x 4 =

h) 17 : 0,25 =

i) 43 x 2 =

j) 43 : 0,5 =

Fonte: Autoria própria.

Foi observado que 62% acertaram toda a questão. Já entre os 38% que erraram algum item, verificou-se que 14% fizeram a multiplicação correta dos itens a, c, e, g e i, mas erraram a divisão equivalente, ou seja, não perceberam a relação proposta na atividade, e outros 24% mostraram dificuldade no momento das operações matemáticas em diversos itens. Isto corrobora a grande dificuldade de lidar com números decimais, apontada nas pesquisas realizadas.

Considera-se que houve um resultado positivo, já que a maioria da turma acertou todos os itens, compreendendo a relação proposta na questão e revelando ter alcançado o objetivo da aula de investigação matemática. Segue um quadro com a tabulação das respostas dos 21 alunos que participaram do segundo encontro (Ilustração 43), onde “V” significa que o item foi feito corretamente, “o” foi utilizado para itens incorretos e “N” para itens que não foram respondidos.

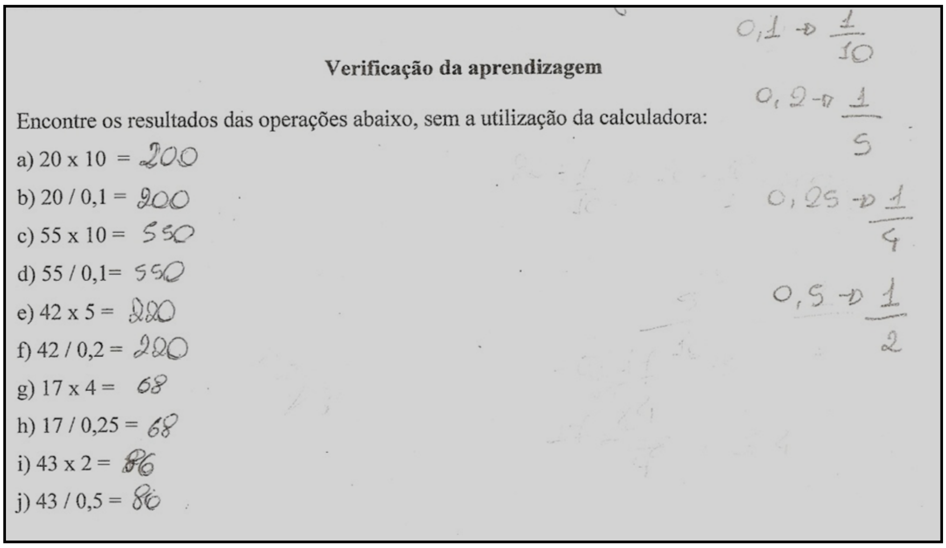
Ilustração 43 – Quadro: Folha 3, resumo dos resultados

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	V	o	V	o	V	o	V	V	V	o
2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
6	o	o	o	o	o	o	V	N	V	o
7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
8	V	V	V	V	V	o	o	o	V	o
9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
10	V	V	V	V	V	V	V	o	V	V
11	V	V	V	V	V	V	o	o	V	V
12	V	o	V	o	V	V	V	V	V	V
13	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
14	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
15	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
16	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
17	V	V	V	V	V	o	V	V	V	V
18	V	V	V	V	V	o	o	o	o	o
19	V	o	V	o	V	V	V	V	V	V
20	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
21	V	V	V	V	V	V	o	o	V	V

Fonte: Autoria própria.

As ilustrações a seguir retratam três alunos em cujas resoluções observa-se claramente a aplicação dos conceitos trabalhados na aula de investigação matemática.

Ilustração 44 – Folha 3, resoluções de um aluno



Verificação da aprendizagem

Encontre os resultados das operações abaixo, sem a utilização da calculadora:

a) 20 x 10 = 200
b) 20 / 0,1 = 200
c) 55 x 10 = 550
d) 55 / 0,1= 550
e) 42 x 5 = 220
f) 42 / 0,2 = 220
g) 17 x 4 = 68
h) 17 / 0,25 = 68
i) 43 x 2 = 86
j) 43 / 0,5 = 86

$0,1 \to \frac{1}{10}$

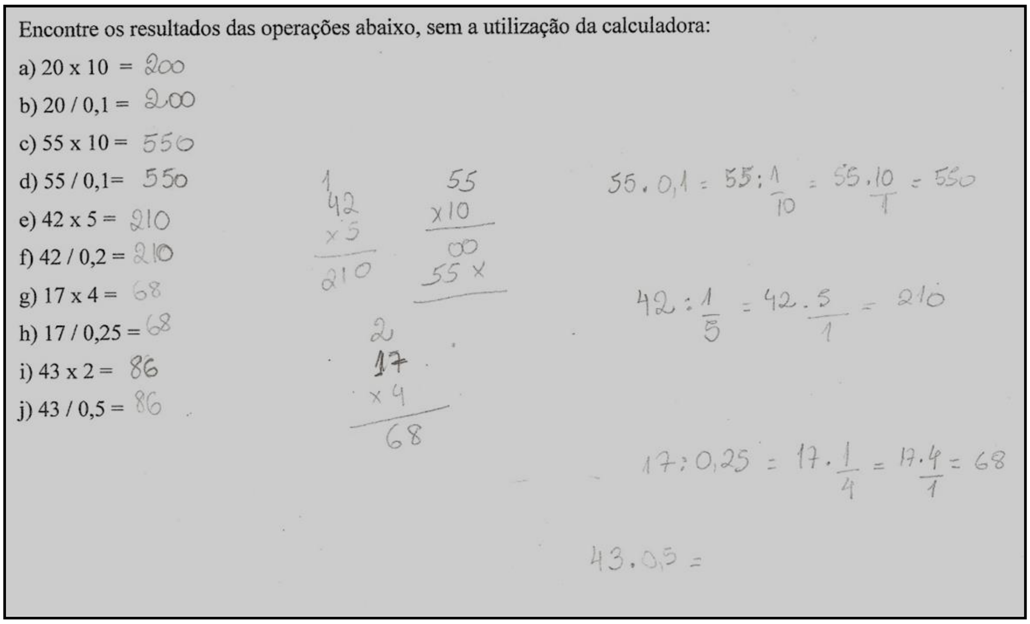
$0,2 \to \frac{1}{5}$

$0,25 \to \frac{1}{4}$

$0,5 \to \frac{1}{2}$

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Ilustração 45 – Folha 3, resoluções de um aluno



Encontre os resultados das operações abaixo, sem a utilização da calculadora:

a) 20 x 10 = 200
b) 20 / 0,1 = 200
c) 55 x 10 = 550
d) 55 / 0,1= 550
e) 42 x 5 = 210
f) 42 / 0,2 = 210
g) 17 x 4 = 68
h) 17 / 0,25 = 68
i) 43 x 2 = 86
j) 43 / 0,5 = 86

$55 \cdot 0,1 = 55 : \frac{1}{10} = \frac{55 \cdot 10}{1} = 550$

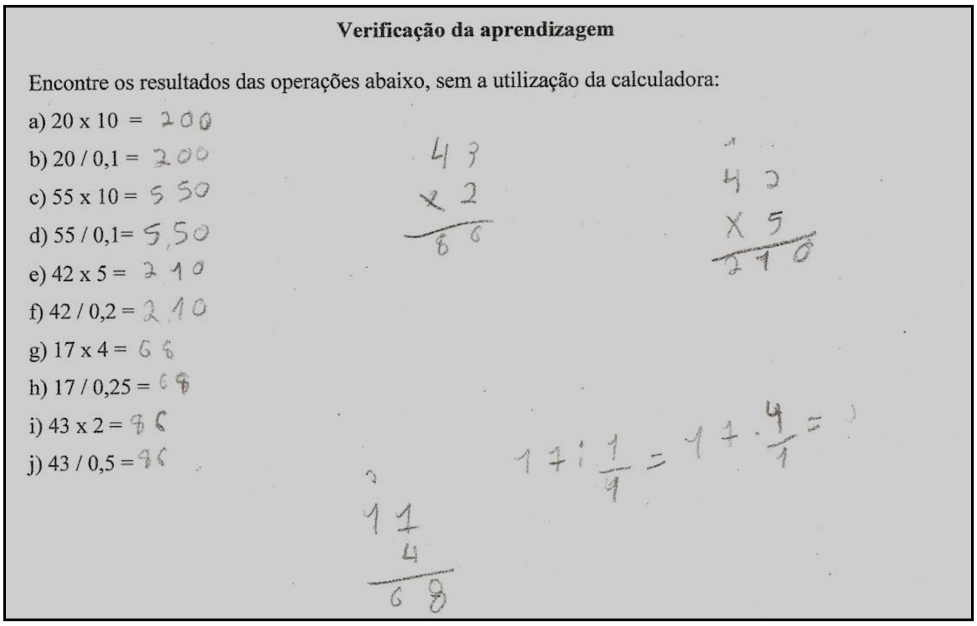
$42 : \frac{1}{5} = 42 \cdot \frac{5}{1} = 210$

$17 : 0,25 = 17 \cdot \frac{1}{4} = \frac{17 \cdot 4}{1} = 68$

$43 \cdot 0,5 =$

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Ilustração 46 – Folha 3, resoluções de um aluno



Verificação da aprendizagem

Encontre os resultados das operações abaixo, sem a utilização da calculadora:

a) 20 x 10 = 200
b) 20 / 0,1 = 200
c) 55 x 10 = 550
d) 55 / 0,1= 5,50
e) 42 x 5 = 210
f) 42 / 0,2 = 210
g) 17 x 4 = 66
h) 17 / 0,25 = 68
i) 43 x 2 = 86
j) 43 / 0,5 = 86

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times\ 2 \\ \hline 86 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 42 \\ \times\ 5 \\ \hline 210 \end{array}$$

$$17 : \frac{1}{4} = 17 \cdot \frac{4}{1} =$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 4 \\ \hline 68 \end{array}$$

Fonte: Protocolos de pesquisa.

3 Considerações finais

3.1 Respostas às questões de pesquisa

Nossa questão de pesquisa, inicialmente, tratava de investigar como a descoberta de regularidades pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da multiplicação e da divisão de números decimais no Ensino Fundamental. Concluiu-se, em vista dos resultados positivos obtidos na Verificação da Aprendizagem, que o uso da aula investigativa associada ao estudo de regularidades pode, de fato, enriquecer o conhecimento do aluno a respeito das operações de multiplicação e divisão de números decimais. Isto porque o provê com diferentes pontos de vista sobre uma mesma questão, incrementando sua capacidade de análise e consequentemente de resolução.

Por outro lado, foi preocupante constatar que os alunos têm uma visão da multiplicação e da divisão trazida das séries iniciais do Ensino Fundamental, em que a divisão significa “repartir em partes iguais” e a multiplicação é uma “adição de parcelas repetida”. Se certos aspectos conceituais destas operações não forem retomados nos anos finais do Ensino Fundamental, ampliando a compreensão do aluno, a tendência é de que ele permaneça com esta percepção pueril das operações até o fim de sua formação básica.

A etapa mais difícil do trabalho foi a implementação da aula investigativa. O aluno não tem por hábito ser agente de seu próprio processo de aprendizagem, como pudemos perceber *in loco*. Fazê-lo participar da aula, se expor, debater suas ideias e ouvir os colegas foi uma tarefa árdua, e nem sempre cumprida a contento. Com certeza aulas deste tipo contribuem para o processo de ensino e aprendizagem, mas é preciso que professores e alunos pratiquem e aprendam a utilizar tal metodologia.

O uso da calculadora, surpreendentemente, não foi um grande atrativo para os alunos. Com certeza agilizou a obtenção de resultados, mas a turma não se mostrou particularmente entusiasmada em utilizá-la. Conjectura-se que talvez esta seja uma prática comum na escola, ou que os alunos a usem constantemente, porém de forma camuflada.

Concluiu-se ainda, com base nas pesquisas encontradas sobre o assunto e na análise das coleções de livros didáticos, que é priorizada a memorização de procedimentos, em detrimento de conceitos. Talvez o próprio professor, sem o apoio do livro didático, não se sinta à vontade, ou mesmo apto, a responder certos questionamentos dos alunos. Por isso, evita abordar conceitos e limita-se a trabalhar com regras, que não necessitam de maiores explicações. A dificuldade de trabalho com os números decimais não é só do aluno, mas também do professor.

3.2 Impressões sobre o trabalho monográfico

A oportunidade proporcionada pelo trabalho monográfico é condição *sine qua non* à eficaz integração do profissional de educação e pesquisa educacional com a realidade observada nas salas de aula.

Buscou-se nesse trabalho elaborar um ensaio que iniciou objetivando descobrir o reflexo da contribuição das regularidades no processo de ensino e aprendizagem da multiplicação e da divisão de números decimais. Para tanto, usa-se a metodologia de Ponte, a aula investigativa de Matemática, formada por Introdução, Realização das tarefas e Discussão de resultados. No decorrer da realização da tarefa, que consta do fornecimento de informações para que os próprios alunos identifiquem as regularidades, observamos que os mesmos demonstraram insegurança e incapacidade, devido ao fato da autonomia ter-lhes sido transferida.

A observação dessas diversas situações veio sedimentar cada vez mais a importância da elaboração de estratégias para o ensino, no aprimoramento de métodos que cooperem para a aprendizagem da Matemática. Minha participação nesse tipo de experiência fortaleceu ainda mais a percepção a respeito dos assuntos abordados, além de ampliá-la para diversos outros aspectos que interagem com a mesma. Fatores como: realidade do aluno, planejamento da aula, contexto socioeconômico-cultural do aluno, realidade física das escolas, realidade financeira e emocional dos professores, são alguns dos pontos que considerei mais relevantes, e que não eram percebidos por mim com tanta clareza.

Considero muito importante, como sugestão de pesquisa futura, um maior aprofundamento em temas como: ensino dos números decimais posterior ao ensino de frações; contextualização dos números decimais dentro da realidade do aluno, permitindo a este uma visão mais ampla que alcance outras realidades possíveis; abordagem dos números decimais na Álgebra, de forma a familiarizar o raciocínio dos alunos com os mesmos. Além desses temas, que são considerados mais contundentes nesta pesquisa, diversos outros paralelos podem ser observados na leitura do trabalho, principalmente os ligados a dificuldades no ensino de números decimais causadas pela interpretação equivocada de concepções pedagógicas, como citado pelo PCN (BRASIL, 1998, p.22), por exemplo, a excessiva hierarquização dos conteúdos.

Conclui-se dessa forma que este trabalho contribui tanto para chamar a atenção sobre a necessidade de aprofundamento desses temas, quanto para estimular a busca de outros temas como estes, aqui abordados, que ficam obscurecidos pelo cotidiano, que impede a percepção de sua gravidade e a necessidade de intervenção, tanto em âmbito individual, no que se refere ao aluno, quanto no âmbito coletivo, a sociedade. Tais ações, mesmo que sejam, no primeiro momento, consideradas simples, refletirão significativamente na construção dessa nova estrutura social.

REFERÊNCIAS

ABREU, Vanja Marina Prates. *Calculadora Praxeológica.* Mato Grosso do Sul, 2008.

ABREU, Vanja Marina Prates. Dissertação: *A calculadora como recurso didático nos anos iniciais do ensino fundamental.* Mato Grosso do Sul, 2009.

BAZILÍCIO, Manoel de Andrade Filho. *Os registros de representação semiótica: uma proposta de aplicação no estudo das integrais definidas*. Trabalho de conclusão do Curso de Especialização em Educação Matemática. Santa Catarina/ Tubarão: UNISUL, 2011.

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática: Bianchini, Edwaldo Bianchini*, 7 ano – 7. Ed. (Coleção) – São Paulo: Moderna, 2011.

BIGODE, A. J. L. *Matemática hoje é feita assim.* São Paulo: FTD, 2000.

BIGODE, Antonio Lopes. *Projeto Velear: Matemática*.1.ed. (Coleção) – São Paulo: Spicione, 2012.

BRASIL, *Guia de livros didáticos: PNLD 2011 : Matemática*. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

BRASIL, *Guia de livros didáticos: PNLD 2014 : Matemática*. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: Ensino de quinta a oitava séries*. Brasília, MEC/SEF, 1998.

BRITO, Lumena Oliveira . *A importância do uso pedagógico da calculadora no ensino de matemática*. Paraíba , 2011.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira. *O que é educação matemática? Temas & Debates*, Rio Claro, SBEM, ano IV, n. 3, p. 17-26, 1991.

CINTIA AP. BENTO DOS SANTOS, EDDA CURI. *Registros de representação semiótica e suas contribuições para o ensino de Física*. São Paulo, 2012.

CORREIA, Claudio Manoel de Carvalho. *Fundamentos-semiotica-peirceana*. São Paulo, s.d..

COSTA, Patrícia Itacaramby da. *A calculadora como auxiliar no processo de ensino de matemática no ensino fundamental de instituições públicas e privadas da cidade satélite de Ceilândia-DF*. Brasília, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. *Projeto Teláres: Matemática*. 1. Ed. (Coleção). São Paulo: Ática, 2012.

DIONIZIO, Fátima Aparecida Queiroz. *O caminho percorrido pela semiótica e a importância dos registros de representação semiótica para a aprendizagem da matemática*. IX ANPED Sul, UCS: Caxias do Sul, 2012.

ESPINOSA, Carlos Eduardo. *Números decimais: Dificuldades e propostas para o ensino e o aprendizado de alunos de 5ª e 6ª séries*. Trabalho de conclusão de curso, Porto Alegre: UFRGS, 2009.

FIORENTINI, Dario. *Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil*. Zetetiké, Campinas, ano 3, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.

GRANDO, N. I.; VIEIRA, Giancarla Beatriz. *Números decimais: dificuldades conceituais*. In: GRANDO, N. I. Pesquisa em Educação Matemática: contribuições para o processo ensino aprendizagem. 1 ed. Passo Fundo: Universidade de Passo Fundo, 2006, v. 1, p. 110-135.

GUINTER, Ariovaldo. Mestrado: *O Uso das Calculadoras nas Aulas de Matemática: concepções de professores, alunos e mães de alunos*. São Paulo, 2008.

GUINTER, Ariovaldo. Dissertação: *Análise do desempenho de alunos do Ensino Fundamental em jogos matemáticos: reflexões sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática*. São Paulo, 2009.

IMENES, Luis Márcio, LELLIS, Marcelo. *Matemática: Imenes & Lellis, Luis Márcio Imenes, Marcelo Lellis*, 8 ano – 1 ed. (Coleção). São Paulo: Moderna, 2009.

KANAAN, M.R. *A quebra da unidade e o Número Decimal: Um estudo diagnóstico nas primeiras séries do ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado, PUC-SP. São Paulo, 2002.

MOREIRA, T. M. L. *A interpretação da imagem: subsídios para o ensino da arte*. 2005. Tese (Doutorado em Artes) Escola de Comunicação e Artes, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.

MORI, Iracema. *Matemática: ideias e desafios*. 17. Ed. (Coleção). São Paulo: saraiva, 2012.

MUNIZ, Rafaela dos Santos Souza. *Coordenadas polares no ensino médio: contribuições para o ensino e a aprendizagem de trigonometria e números complexos*. Rio de Janeiro, 2011.

PEDROSO, André Pereira, FLORES, Cláudia Regina. *Sobre os algoritmos: Refletindo uma proposta de ensino em torno da história e da representação*. Santa Catarina, s.d..

PONTE, Joao Pedro da. *Investigação matemáticas na sala de aula*/ João Pedro da Ponte, Joana Brocardo, Helio Oliveira. – 2 ed. – Belo Horizonte: autentica Editora, 2009.

SÁ, P.F. e JUCÁ, R.S. *O Ensino dos Números Decimais por meio de atividades*. SIPEMAT, UFPE. Recife: 2006.

SANTOS, Marilene Rosa dos; ANDRADE, Vladimir Lira Veras de; GITIRANA, Veronica. *A concepção dos licenciandos de Matemática sobre o uso de calculadora no Ensino Fundamental: um estudo exploratório*. Pernambuco, 2004.

SILVA, V.L. *Números Decimais: no que os saberes de adultos diferem dos de crianças*. UFPE, s.d.

VIEIRA, G.B. *Aprendizagem dos números decimais no ensino fundamental.* V ANPED Sul, Curitiba: Gráfica Universitária Champagnat, 2004.

APÊNDICES

APÊNDICE A – PRIMEIRA VERSÃO DAS ATIVIDADES

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica — Ministério da Educação — BRASIL GOVERNO FEDERAL

Curso: Licenciatura em Matemática
Disciplina: Monografia II
Orientadora: Ms Carla Antunes Fontes
Professor em formação: Tiago Mota Barreto

2013.1

Introdução ao uso da calculadora

1) Um estudante digitou em uma calculadora simples a expressão

$$10 \text{ x } 4 - 20 : 5 + 30 \text{ x } 2 =$$

Encontrou como resultado 68. Outro estudante fez os cálculos em uma folha e obteve como resultado 96.

Por que os resultados foram diferentes? Nesse caso, que cuidado devemos ter ao utilizar a calculadora?

2) Efetue 6×6. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade, obtendo 7×5. Qual o resultado desta nova conta?

a) Essa mesma relação também ocorre para 25×25 e 26×24? E para 148×148 e 149×147?

b) E se os números forem negativos, por exemplo, $(-3) \times (-3)$ e $(-2) \times (-4)$ têm esta mesma relação?

c) Essa relação ocorre para números racionais em geral?

d) Agora generalizando, considere o número como “ n ”. Efetue n x n. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade. Qual é o resultado desta nova conta?

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

Curso: Licenciatura em Matemática
Disciplina: Monografia II
Orientadora: Ms Carla Antunes Fontes
Professor em formação: Tiago Mota Barreto

2013.1

Operações com números decimais

Nos exercícios a seguir, utilize a calculadora quando julgar necessário, mas não deixe de registrar o resultado encontrado.

1) Encontre os resultados das operações abaixo:

a) 4690 : 35 =

b) 469 : 3,5 =

c) 411,4 : 34 =

d) 4114 : 340 =

e) 41,14 : 3,4 =

Por que os itens (a) e (b) têm o mesmo resultado, assim como os itens (c), (d) e (e)?

2) Encontre os resultados das operações abaixo:

a) 800 × 2 =

b) 800 × 0,2 =

c) 800 × 0,25 =

d) 800 × 1,2 =

Por que alguns resultados são menores do que 800? Quando isso acontece?

3) Encontre os resultados das operações abaixo, utilizando a calculadora quando julgar necessário:

a) 800 : 2 =

b) 800 : 0,2 =

c) 800 : 0,25 =

d) 800 : 1,6 =

Por que alguns resultados são maiores do que 800? Quando isso acontece?

4) Encontre os resultados das operações abaixo, utilizando a calculadora quando julgar necessário:
a) 20 x 0,1 =
b) 20 : 10 =
c) 55 x 0,1 =
d) 55 : 10 =

Que relação você observou entre o resultado da multiplicação por 0,1 e o da divisão por 10? Por que isso acontece?

5) Encontre os resultados das operações abaixo, utilizando a calculadora quando julgar necessário:
a) 78 x 0,2 =
b) 78 : 5 =
c) 274 x 0,2 =
d) 274 : 5 =

Que relação você observou entre os resultados da multiplicação por 0,2 e da divisão por 5? Por que isso acontece?

6) Encontre os resultados das operações abaixo, utilizando a calculadora quando julgar necessário:
a) 64 x 0,5 =
b) 64 : 2 =
c) 275,2 x 0,5 =
d) 275,2 : 2 =

Qual a relação observada entre a multiplicação por 0,5 e a divisão por 2? Por que isso acontece?

7) Encontre os resultados das operações abaixo, utilizando a calculadora quando julgar necessário:
a) 120 x 0,25 =
b) 120 : 4 =
c) 325 x 0,25 =
d) 325 : 4 =

Qual a relação observada entre a multiplicação por 0,25 e a divisão por 4? Por que isso acontece?

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica | Ministério da Educação | BRASIL GOVERNO FEDERAL

Curso: Licenciatura em Matemática — 2013.1
Disciplina: Monografia II
Orientadora: Ms Carla Antunes Fontes
Professor em formação: Tiago Mota Barreto

Verificação da aprendizagem

Encontre os resultados das operações abaixo, sem a utilização da calculadora:

a) 20 x 10 =

b) 20 : 0,1 =

c) 55 x 10 =

d) 55 : 0,1=

e) 42 x 5 =

f) 42 : 0,2 =

g) 17 x 4 =

h) 17 : 0,25 =

i) 43 x 2 =

j) 43 : 0,5 =

APÊNDICE B – ATIVIDADES REELABORADAS

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica | Ministério da Educação | BRASIL GOVERNO FEDERAL

Curso: Licenciatura em Matemática
Disciplina: Monografia II
Orientadora: Ms Carla Antunes Fontes
Professor em formação: Tiago Mota Barreto

2013.1

Introdução ao uso da calculadora

1) Um estudante digitou em uma calculadora simples a expressão

$$10 \times 4 - 20 : 5 + 30 \times 2 =$$

Encontrou como resultado 68. Outro estudante fez os cálculos em uma folha e obteve como resultado 96.

Por que os resultados foram diferentes? Nesse caso, que cuidado devemos ter ao utilizar a calculadora?

2) Efetue 6×6. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade, obtendo 7×5. Qual o resultado desta nova conta?

a) Essa mesma relação também ocorre para 25×25 e 26×24? E para 148×148 e 149×147?

b) E se os números forem negativos, por exemplo, $(-3) \times (-3)$ e $(-2) \times (-4)$ têm esta mesma relação?

c) Essa relação ocorre para números racionais em geral?

d) Agora generalizando, considere o número como " n ". Efetue n x n. Acrescente ao primeiro fator uma unidade, e diminua do segundo fator uma unidade, obtendo (n + 1) x (n - 1). Qual é o resultado desta nova conta?