



Secretaria de  
**Educação Profissional  
e Tecnológica**

Ministério da  
**Educação**



## LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

### **MODELAGEM GEOMÉTRICA: UM CAMINHO PARA DESENVOLVER A CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA**

Ninna Jane da Silva Alves

Campos dos Goytacazes/RJ

2014

NINNA JANE DA SILVA ALVES

**MODELAGEM GEOMÉTRICA: UM CAMINHO PARA  
DESENVOLVER A CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA**

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: D.Sc. Mônica Souto da Silva Dias

Campos dos Goytacazes/RJ

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Biblioteca. Setor de Processos Técnicos (IFF)

A474m Alves, Ninna Jane da Silva.  
Modelagem geométrica: um caminho para desenvolver a  
criatividade em Matemática / Ninna Jane da Silva Alves – 2014.

100 f. il. color.

Orientadora: Mônica Souto da Silva Dias

Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal  
de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos  
Centro. Campos dos Goytacazes (RJ), 2015.

Referências: p. 85 - 86.

1. Matemática (Estudo e ensino). I. Dias, Mônica Souto da Silva,  
orient. II. Título.

CDD – 510.7

NINNA JANE DA SILVA ALVES

**MODELAGEM GEOMÉTRICA: UM CAMINHO PARA DESENVOLVER A  
CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA**

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos – Centro, como requisito parcial para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 27 de abriu de 2015.

Banca Avaliadora:

---

Prof<sup>ª</sup> Mônica Souto da Silva Dias (orientadora)  
Doutora em Educação Matemática/PUC/SP  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos – Centro

---

Prof<sup>ª</sup> Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo  
Mestre em Economia Empresarial/UCAM/RJ  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos – Centro

---

Prof<sup>ª</sup> Gilmara Teixeira Barcelos Peixoto  
Doutora em Informática na Educação/UFRGS  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos – Centro

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, agradeço a Deus e a Nossa Senhora, por me mostrarem que sou protegida, guiada e iluminada pela presença divina no mais íntimo do meu ser. E por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

A minha mãe, Meri Jane Soares da Silva por viver uma vida dedicada aos filhos, por me ensinar a honestidade, a verdade e o amor. As minhas tias, em especial, Carmen, Luciana, Vera e Viviane por serem presentes em tudo na minha vida.

Aos meus irmãos, Rayme Jane da Silva Alves e Robson da Silva Alves que, mesmo diante das brigas e desentendimentos são essenciais na minha caminhada.

A minha orientadora, Mônica Souto da Silva Dias pela paciência, dedicação e principalmente por acreditar em mim e na minha capacidade de fazer o melhor.

A todos os professores do curso, que foram importantes na minha vida acadêmica, por serem comprometidos, dedicados e amantes desta profissão.

Agradeço também, ao meu noivo Fernando Gomes Henrique Netto, pessoa com quem amo partilhar a vida. Obrigada pelo carinho, companheirismo e amor, por me trazer paz nos momentos difíceis.

As minhas companheiras de faculdade, Izabela Nogueira, Ingrid Queiroz, Marcela Maria, Juliana Correa e Marcella Nascimento para que saibam que cada momento que estivemos juntas foi essencial na minha vida. Obrigada pelas risadas, pelas brigas, pelas manhãs, tardes e noites de estudo, nunca me esquecerei de vocês.

Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a conclusão deste ciclo na minha vida.

## RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi investigar se o trabalho com Modelagem Geométrica contribui para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. Foram elaboradas atividades de Modelagem Geométrica como proposta para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. O referencial teórico é sobre Modelagem Geométrica e criatividade em Matemática. Tal modelagem é discutida e trabalhada ao longo da pesquisa como influência no ensino de geometria, a fim de proporcionar o desenvolvimento da criatividade em matemática. A metodologia que melhor se adequou à questão de pesquisa foi estudo de caso, cuja unidade de estudo foram alunos do 9.º do Ensino Fundamental. A análise dos dados indicou que o trabalho com Modelagem Geométrica pode contribuir com o desenvolvimento da criatividade em Matemática e que pode estar relacionado à resolução de problemas mais do que a modelagem como metodologia de ensino.

**Palavras-chave:** Criatividade; Modelagem Geométrica; Matemática.

## **ABSTRACT**

The objective of this research was to investigate the work with geometric modeling contributes to the development of creativity in Mathematics. Geometric modeling activities have been prepared as a proposal for the development of mathematics in creativity. The theoretical framework is based on geometric modeling and creativity in mathematics. The geometric modeling is discussed and worked throughout the research as an influence on geometry teaching, in order to provide the development of mathematics in creativity. The methodology that best suited the research question was the case study, the unit of study were students in the 9th of elementary school. Data analysis indicated that working with geometric modeling can contribute to the development of creativity in mathematics and which may be related to problem solving rather than modeling as a teaching methodology.

**Keywords:** Creativity; geometric modeling; Mathematics.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Guindaste.....	12
Figura 2 – Modelo Geométrico do Guindaste.....	12
Figura 3 – Configuração geométrica sem movimento.....	16
Figura 4 – Configuração geométrica com movimento.....	16
Figura 5 – Interface do site Mídias Digitais I, Módulo III.....	17
Figura 6 – Ventiladores.....	32
Figura 7 – Construção da primeira hélice.....	32
Figura 8 – Início da modelação do ventilador.....	33
Figura 9 – Número de hastes e angulação.....	33
Figura 10 – Construção das hastes do ventilador.....	34
Figura 11 – Design das hélices do ventilador.....	35
Figura 12 – Modelo final do ventilador construído no GeoGebra.....	35
Figura 13 – Esquema representativo das etapas das atividades.....	41
Figura 14 – Modelagem da janela basculante de uma folha.....	42
Figura 15 – Portas Pantográficas.....	46
Figura 16 – Início da construção da porta pantográfica.....	46
Figura 17 – Determinação dos pontos médios.....	47
Figura 18 – Construção das grades da porta.....	47
Figura 19 – Construção final da porta pantográfica.....	48
Figura 20 – Janelas Basculantes.....	49
Figura 21 – Parte inicial da construção das folhas que imprimem movimento.....	49
Figura 22 – Determinação da primeira folha.....	50
Figura 23 – Construção das demais folhas.....	50
Figura 24 – Balanço vai-e-vem.....	51
Figura 25 – Modelagem Geométrica do balanço.....	52
Figura 26 – Determinação da parte móvel do balanço.....	52

Figura 27 – Arco construído sobre uma circunferência.....	55
Figura 28 – Modelagem Geométrica do ventilador.....	56
Figura 29 – Modelo geométrico do ventilador com 6 hastes.....	57
Figura 30 – Modelo geométrico do ventilador com a cor rosa.....	57
Figura 31 – Modelagem Geométrica do balanço vai-e-vem.....	57
Figura 32 – Construção do balanço vai-e-vem elaborado por um aluno.....	59
Figura 33 – Construção inicial do balanço vai-e-vem.....	59
Figura 34 – Modelagem Geométrica da porta pantográfica.....	60
Figura 35 – Modelagem Geométrica da janela basculante.....	60
Figura 36 – Primeiro dia da aplicação.....	62
Figura 37 – Animação no GeoGebra para verificar as propriedades impostas.....	63
Figura 38 – Animação feita no GeoGebra para demonstrar o movimento de uma reta sobre um arco escondido.....	64
Figura 39 – Modelagem Geométrica da janela basculante de uma folha, modelo elaborado pelos alunos.....	65
Figura 40 – Construções geométricas do ventilador das duplas B e C e aluno A.....	67
Figura 41 – Animação feita no GeoGebra pela dupla D.....	68
Figura 42 – Construção inicial do ventilador elaborado pela dupla D.....	69
Figura 43 – Construção final do ventilador elaborado pela dupla D.....	69
Figura 44 – Animação da porta pantográfica, construção inicial da dupla C.....	70
Figura 45 – Uso do quadro interativo.....	71
Figura 46 – Iniciando a construção da janela basculante.....	72
Figura 47 – Construção da primeira folha da janela basculante, movimentação sobre um arco.....	72
Figura 48 – Construção da janela basculante elaborada pela dupla C.....	73
Figura 49 – Percepção do movimento na modelagem do balanço vai-e-vem.....	74
Figura 50 – Construção do balanço que apresenta regularidade no movimento.....	75
Figura 51 – Construção do balanço que não apresenta regularidade no movimento.....	75
Figura 52 – Modelagem Geométrica de uma gangorra apresentada pelo aluno A.....	76

Figura 53 – Movimento apresentado na Modelagem Geométrica da gangorra.....	77
Figura 54 – Modelagem Geométrica de uma roda gigante apresentada pela dupla B.....	78
Figura 55 – Construção das cadeiras da roda gigante.....	78
Figura 56 – Modelo geométrico do caminhão apresentado pela dupla C.....	78
Figura 57 – Modelo geométrico da porta apresentada pela dupla D.....	79
Figura 58 – Movimento apresentado na Modelagem Geométrica da porta.....	80

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Técnicas de criatividade.....	27
Quadro 2 – Técnicas de criatividade trabalhadas na construção do ventilador.....	36
Quadro 3 – Resposta de um aluno.....	40
Quadro 4 – Modelagens geométricas e os conteúdos de geometria a serem trabalhados.....	43
Quadro 5 – Ordem de construção das modelagens geométricas.....	55
Quadro 6 – Nova ordem de construção das modelagens geométricas.....	65

## SUMÁRIO

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>5</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>6</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>8</b>
<b>LISTA DE QUADROS</b> .....	<b>11</b>
<b>SUMÁRIO</b> .....	<b>12</b>
<b>CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b> .....	<b>14</b>
<b>1 MODELAGEM GEOMÉTRICA</b> .....	<b>18</b>
1.1 ESTUDO RELACIONADO .....	23
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>25</b>
2.1 CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA.....	25
2.2 TÉCNICAS DE CRIATIVIDADE APLICADAS AO ENSINO DE MATEMÁTICA.....	29
2.3 MODELAGEM GEOMÉTRICA E O DESENVOLVIMENTO DA CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA.....	32
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	<b>39</b>
3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA .....	39
3.2 PERFIL DOS PARTICIPANTES .....	40
3.2.1 Do Teste Exploratório .....	41
3.2.2 Da Experimentação .....	41
3.3 ELABORAÇÃO DOS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS .....	42
3.3.1 Modelagem Geométrica da porta pantográfica.....	47
3.3.2 Modelagem Geométrica da janela basculante.....	50
3.3.3 Modelagem Geométrica do balanço vai-e-vem .....	52
<b>4 RELATO DA PESQUISA E DISCUSSÃO DOS DADOS</b> .....	<b>55</b>
4.1 TESTE EXPLORATÓRIO .....	55
4.2 EXPERIMENTAÇÃO .....	61
4.2.1 Análise dos modelos geométricos elaborado pelos alunos. ....	76
4.2.2 Percepção do trabalho realizado .....	82

<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>83</b>
<b>REFERÊNCIA .....</b>	<b>86</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>88</b>
<b>APÊNDICE A: LISTA 1 .....</b>	<b>89</b>
<b>APÊNDICE B: LISTA 2.....</b>	<b>93</b>
<b>APÊNDICE C: PERFIL DOS PARTICIPANTES.....</b>	<b>96</b>
<b>APÊNDICE D: QUESTIONÁRIO PÓS-APLICAÇÃO .....</b>	<b>98</b>

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A capacidade de inovar e criar está cada vez mais sendo exigida no mercado de trabalho. É comum investir em programas de incentivo à criatividade, na esperança de que cooperadores tenham ideias inovadoras. As empresas buscam crescer e se desenvolver e, para isso, precisam de pessoas criativas (COHEN; VITURINO; SALGADO, 2012)

Torna-se indispensável à formação dos indivíduos o desenvolvimento da criatividade. E, por isso, o sistema de ensino deve ficar atento ao indicar os conteúdos que serão abordados, além de se preocupar em estimular a criatividade de modo que a mesma se integre aos objetivos de cada componente curricular. A não observância do descrito, implica não contemplar uma das finalidades que a Lei de Diretrizes e Bases da Educação – Lei nº 3.394/96 (Brasil, 1996) constitui para a educação brasileira, que é a de favorecer “[...] o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o mercado de trabalho” (Art.2º, p. 9).

Para Gontijo (2006), alguns aspectos como imaginação, originalidade, flexibilidade, elaboração de ideias e inventividade devem fazer parte das finalidades educacionais. Cada disciplina, Línguas, Matemática, Ciências, Tecnologia, entre outras, é corresponsável por desenvolver a criatividade, aqui entendida como a geração de novas ideias (GONTIJO, 2006).

Em Matemática, variadas situações didáticas permitem o desenvolvimento da criatividade. Por exemplo, nas Investigações Matemáticas, o aluno tem a possibilidade de criar estratégias para resolver um problema (PONTE, 2006). Além de contribuir para a formação do cidadão, ao desenvolver metodologias que enfatizam a construção de estratégias (BRASIL, 1998).

Busca-se, neste trabalho, analisar a criatividade na área de Matemática, levando em consideração uma proposta de ensino ainda pouco mencionada: a Modelagem Geométrica. Tal proposta aborda a geometria plana de uma forma criativa. Nessa investigação, considera-se que um trabalho envolvendo tal tema pode proporcionar aos alunos uma visão diferente da Matemática, além de contribuir para o desenvolvimento de hábitos do pensamento matemático, proporcionando aos alunos o alcance de diferentes níveis cognitivos (MEIER, 2012).

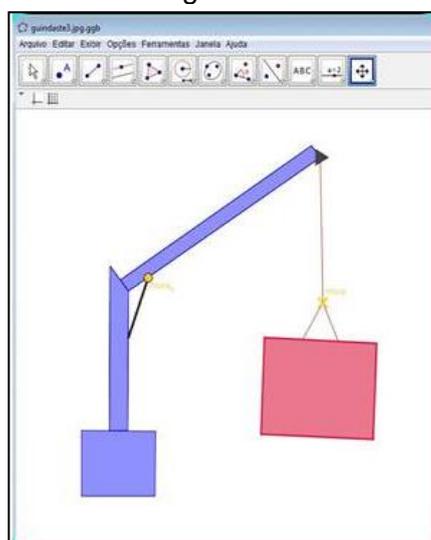
A Modelagem Geométrica retrata uma Matemática que vai além dos números e das fórmulas e possibilita um olhar atento aos objetos que nos rodeiam (MEIER, 2012). Utiliza-se modelagem para favorecer o desenvolvimento de habilidades Matemáticas, geometria para extrair suas formas e propriedades presente no mundo, e *software* de geometria dinâmica<sup>1</sup> para compor as configurações (Figuras 1 e 2).

Figura 1: Guindaste



Fonte: <http://www.hmaxlocacao.com.br/imgs/guindaste3.jpg>. Acesso em 10 fev. 2014.

Figura 2: Modelo geométrico do guindaste



Fonte: elaboração própria.

O *software*, além de ser o instrumento para representar a modelagem, é indispensável para investigar a matemática presente nos objetos. Propicia ao aluno a descoberta de conceitos e propriedades, por meio da exploração e interação e, assim, estimula buscar novas experiências.

A escolha do tema criatividade se deu após uma reflexão dos modelos geométricos propostos no site Mídias Digitais I, módulo III, do curso de

<sup>1</sup> São denominados *softwares* de geometria dinâmica todos aqueles que permitem o manuseio na tela via mouse ou teclado dos elementos geométricos construídos pelo usuário, além de manter as relações de construção existentes entre os objetos base da figura (DIAS, 2009).

especialização do Programa de pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEnsimat), da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) que buscava analisar casos em que a geometria e o movimento estão presentes. E, também, após a leitura da dissertação de mestrado de Melissa Meier (2012), na qual o objetivo era provocar o desenvolvimento de hábitos de pensamentos matemáticos.

Percebeu-se que ambos os trabalhos, mesmo com objetivos diferentes, apresentavam a Matemática como algo a ser construído e não como uma obra pronta e acabada. Esta postura vai a encontro dos estudos de Gontijo (2006) sobre criatividade em Matemática. Segundo o autor, torna-se indispensável para favorecer as produções criativas, proporcionar aos discentes atividades desafiadoras, baseada tanto em sua vivência, como em situações abstratas que demandam o uso de conhecimentos específicos da Matemática.

Tal circunstância pode ser caracterizada pela Modelagem Geométrica, que também está ligada às técnicas de criatividade aplicadas ao ensino de Matemática, citadas por Gontijo (2006). Assim, pretende-se, por meio deste trabalho, responder a seguinte pergunta:

**De que modo a Modelagem Geométrica contribui para o desenvolvimento da criatividade em Matemática?**

Para respondê-la, almeja-se verificar se a Modelagem Geométrica possibilita ao aluno a percepção da Geometria em situações reais com movimento, no que diz respeito às definições e propriedades dos objetos geométricos. E ainda averiguar se a Modelagem Geométrica contribui para o desenvolvimento da criatividade em Matemática.

No primeiro capítulo é descrito sobre Modelagem Geométrica e o ambiente de geometria dinâmica GeoGebra. Os estudos relacionados ao tema Modelagem Geométrica, também são expostos neste capítulo.

O segundo capítulo contempla o referencial teórico que, neste trabalho, é sobre a criatividade em Matemática baseado em Gontijo (2006). São descritas a criatividade, a criatividade em Matemática, as técnicas de criatividade aplicadas ao ensino de Matemática e ainda sobre a Modelagem Geométrica no desenvolvimento da criatividade em Matemática.

No terceiro capítulo, discorre-se sobre a metodologia adotada. É apresentado o perfil dos participantes do teste exploratório e da experimentação. Ainda nesse capítulo, descreve-se a elaboração dos instrumentos para a coleta de dados, as

modelagens desenvolvidas, a atividade de familiarização com o *software* GeoGebra e a revisão de alguns conceitos geométricos e de atividades para a construção de um modelo geométrico.

Os relatos da aplicação do teste exploratório e da experimentação são descritos no quarto capítulo, que contempla a apresentação dos dados e a discussão destes. Os resultados obtidos e a reflexão sobre estes compõem as considerações finais

## 1 MODELAGEM GEOMÉTRICA

A dinâmica do trabalho com Modelagem Geométrica está inspirada na metodologia de ensino Modelagem Matemática. Nessa modelagem, pressupõe-se que o aluno aprenda sobre algum conteúdo matemático ao tentar modelar matematicamente um problema do cotidiano. Nas tentativas realizadas pelo aluno, sob orientação do professor, ele entra em contato com conteúdos matemáticos já estudados ou não, que poderão ajudá-lo a resolver e a modelar o problema. Nesse contexto, espera-se que o aluno construa o conhecimento a respeito dos temas matemáticos envolvidos na modelagem (BIEMBENGUT, 2013).

A Modelagem Geométrica e a Modelagem Matemática, como metodologia de ensino, têm em comum o fato de que, em ambas, o aluno busca modelar uma situação real. Enquanto na Modelagem Matemática esse modelo pode ser traduzido numa equação, em um gráfico, uma tabela ou uma definição, na Modelagem Geométrica, o modelo sempre é representado por uma construção geométrica que pode ou não ser dotada de movimento, isto é, constrói-se um modelo de um objeto real que tenha animação, buscando reproduzi-la.

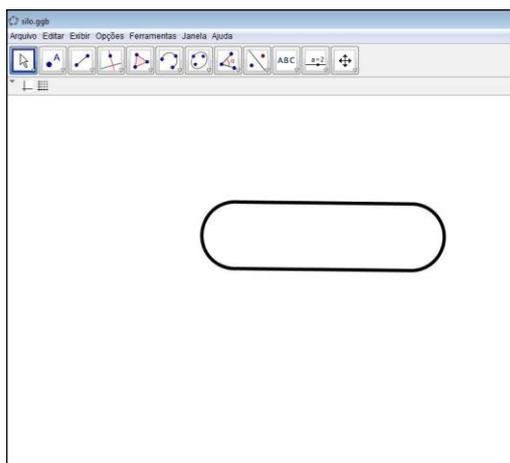
O termo Modelagem Geométrica foi cunhado por Gravina (2011) que o conceitua do seguinte modo:

[...] a Modelagem Geométrica é uma representação que usa a linguagem da geometria – trata-se de construção baseada em pontos, retas, segmentos, perpendicularidade e paralelismo, círculos, dentre outros elementos. (GRAVINA et al, 2011, p. 26).

A Modelagem Geométrica utiliza os objetos geométricos, suas propriedades e suas relações para criar situações nas quais é necessário mais do que calcular áreas, perímetros, ângulos e distâncias. É preciso usar os conhecimentos geométricos para compor configurações com ou sem movimento. Uma configuração geométrica sem movimento é, por exemplo, a vista lateral de um silo formado por uma semiesfera em cada base de um cilindro reto (Figura 3). Um exemplo de uma

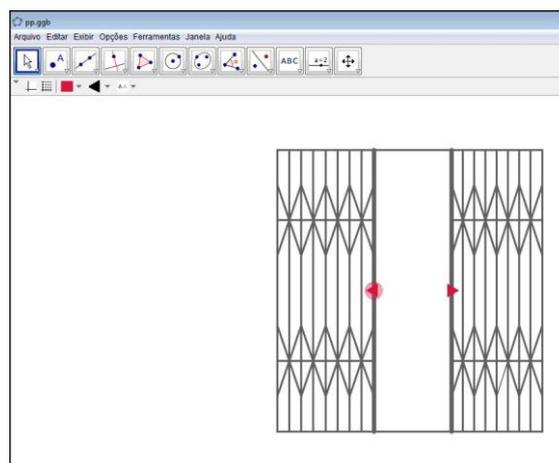
configuração geométrica com movimento é uma porta pantográfica (Figura 4), que é movimentada a partir do deslocamento de um dado ponto. O trabalho do aluno é criar os mecanismos [necessários para possibilitar essa movimentação na tela do computador.

Figura 3 – Configuração geométrica sem movimento



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4 – Configuração geométrica com movimento



Fonte: Elaboração própria.

Na sala de aula, pode-se propor ao aluno que investigue uma configuração geométrica, com ou sem movimento, que deseja construir. A partir daí, ele analisará os conhecimentos geométricos necessários para a construção do seu projeto.

A Modelagem Geométrica com movimento elaborada no ambiente de geometria dinâmica constitui o foco deste trabalho. Tais movimentos podem ser observados a nossa volta como: o movimento do ventilador, da janela basculante, do elevador, dos brinquedos presentes no parque de diversões, entre outros. Gravina (2011, p. 32) afirma que “[...] a primeira atitude é ter um olhar atento ao mecanismo que se pretende modelar”. Assim o aluno poderá perceber que, no simples movimento dos objetos presentes em seu meio, há conceitos geométricos envolvidos.

A Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Alice Gravina utilizou essa metodologia na disciplina Mídias Digitais I, módulo III, do curso de especialização do PPGEnsimat (Figura 5). O objetivo foi analisar casos em que a geometria e o movimento estão presentes e,

em cada objeto, estudar suas propriedades geométricas e construir seus modelos utilizando as ferramentas do GeoGebra.

Figura 5 - Interface do site Mídias Digitais I, Módulo III

The screenshot shows the interface of the 'Mídias Digitais I' website, specifically Module III. The page has a blue header with the title 'Mídias Digitais I' and logos for 'MATHEMATICA MÍDIAS DIGITAIS E CREATIVIDADE PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA' and 'UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE (FURG)'. The main content area is titled 'Conteúdos' and contains the following text:

**Do que trata a Modelagem Matemática ou a Modelagem Geométrica?**

Dito de forma simplificada um modelo matemático nada mais é do que uma representação na linguagem da matemática de um fenômeno não matemático. Assim sendo a modelagem matemática é o processo da tradução de um fenômeno ou objeto do mundo físico em um conjunto de símbolos ou relações matemáticas. Quando tratamos especificamente de geometria costuma-se usar o termo Modelagem Geométrica.

Aqui temos quatro exemplos de mecanismos (ou objetos) que foram construídos (modelados) com o GeoGebra. Vamos estudar e entender um pouco mais sobre a matemática por trás de cada um destes modelos na seção Recursos deste módulo.

Below the text are four images of mechanisms, each with a 'Mova' label and a blue arrow indicating movement:

- A fan with five blades.
- A diamond-shaped linkage mechanism.
- A pump handle mechanism.
- A mechanical arm mechanism.

The left sidebar contains a navigation menu with the following items: Apresentação, Planejamento, Módulo I, Módulo II, Módulo III (selected), Objetivos, Conteúdos, Recursos, Atividades, Complementos, Módulo IV, Módulo V, Módulo VI, Módulo VII, and Atenção! (with a note: 'Algumas páginas contêm animações, o que pode deixar lento o carregamento das mesmas. Seja paciente e aguarde').

Fonte: [http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias\\_digitais\\_I/2009/index.html](http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_I/2009/index.html). Acesso em: 23 out. 2013.

A Modelagem Geométrica também foi trabalhada por Melissa Meier (2012) em sua dissertação de mestrado. Orientada por Gravina, seu objetivo era provocar o desenvolvimento de hábitos de pensamentos matemáticos.

Vale ressaltar que o termo Modelagem Geométrica é utilizado em disciplinas de computação gráfica e robótica, de cursos que abarcam projetos de construção civil, naval, industrial, entre outros, como engenharia e arquitetura. A definição apresenta-se semelhante à utilizada por Gravina (2011); a diferença está na riqueza de detalhes:

A Modelagem consiste no ato de modelar um determinado objeto, de modo que se possa desenhá-lo. No caso da Modelagem Geométrica em 3D, o desenho é realizado em um sistema de coordenadas denominado Sistema de Referência do Objeto. A representação do objeto pode ser feita utilizando malha de polígonos, superfícies paramétricas, geometria sólida construtiva ou através da

enumeração de ocupação espacial. As duas primeiras representam somente a superfície do objeto, enquanto que as duas últimas representam todo o seu volume (ALVES; PEREIRA; SILVA, 2012).

Contudo, o objetivo é distinto do utilizado nesta pesquisa. Consiste em descrever as formas e as características geométricas de um objeto, a fim de facilitar a análise dos modelos e testar peças para estes (LINS, 1996). A Matemática que compõe a modelagem nessa perspectiva é mais sofisticada, e utiliza conhecimentos de Cálculo, de Álgebra e de Álgebra Linear.

A modelagem concebida por Gravina (2011) busca realizar um trabalho voltado para a Educação Matemática no âmbito da disciplina de Geometria. É uma proposta que influencia a percepção de aspectos da Matemática em situações do cotidiano, incentivando habilidades que são típicas do pensamento matemático, tais como: analisar, relacionar, experimentar, dentre outros (GRAVINA; BARRETO; DIAS; MEIER, 2011).

O trabalho com essa modelagem faz uso de um ambiente de geometria dinâmica e, em meio ao vasto número de *software* disponíveis, escolheu-se trabalhar com o GeoGebra. Este disponibiliza ferramentas geométricas virtuais, tais como régua, compasso, polígono, círculos, dentre outras. É um programa de fácil utilização, trabalha com *applets*, ou seja, as produções podem ser colocadas na WEB, é gratuito e de código aberto. Além dessas características, no GeoGebra tem-se a possibilidade de movimentar os pontos sem alterar as propriedades impostas após uma construção. Zulatto (2002) também considera este um fator importante para o ensino de Matemática:

No que tange à exploração, o aluno pode formular suas próprias conjecturas e tentar verificar se elas são válidas. Ou seja, o próprio aluno irá realizar a verificação e validação da conjectura que formulou. Isso é possível devido aos recursos dos *softwares*, como o arrastar, que possibilita a simulação de diferentes casos da figura, como se o aluno estivesse verificando “todos” os casos possíveis de uma mesma família de configuração (ZULATTO, 2002, p.21).

O *software* GeoGebra foi desenvolvido em 2001, por Markus Hohenwarter e teve uma ampla popularidade. Começou a ser usado por milhões de pessoas. Para

suprir as necessidades recorrentes, foram criados os *International GeoGebra Institutes* (IGI), que são organizações sem fins lucrativos e atualmente possuem sede em vários países. Tais sedes são denominadas Instituto GeoGebra e são membros do IGI. No Brasil, há o Instituto GeoGebra do Rio de Janeiro e o de São Paulo.

O *software* GeoGebra também concilia as ideias de um ambiente denominado micromundo, que é compreendido “*como um ambiente que possui uma linguagem atrativa ao aluno e permita a ele fazer construções, mudanças e estender relações e regras*” (BARROS e STIVAM, 2012). As construções feitas nesse programa podem ser muito criativas.

Essa ideia realça o trabalho com Modelagem Geométrica para o desenvolvimento da criatividade em Matemática que, se bem elaborado e estruturado, se tornará um micromundo com potencial criativo em Matemática, pois as construções feitas nesse ambiente advêm do conhecimento que se tem dos elementos geométricos.

Ressalva-se a importância do professor como mediador, que interage com o aluno, proporcionando um senso crítico e oportunidades de fazer descobertas. D’Ambrósio (1998) já afirmava tal fato nos primeiros anos do uso do computador:

[...] o uso do computador não torna dispensável o professor, antes, pode liberá-lo de algumas tarefas e reservar um espaço maior para o contato interativo entre ele e o aluno, necessário a um ensino que valorize a aprendizagem da descoberta. O computador não é um fim em si mesmo, mas um meio, um recurso instrumental a mais, cuja eficácia dependerá da capacidade daqueles que o utilizam (D’AMBROSIO, 1988, p. 88).

Com auxílio da tecnologia, o discente poderá explorar e fazer investigações interagindo e buscando novas experiências e, possivelmente, aguçando sua criatividade. O computador, por suas potencialidades, é o instrumento que possibilita ao aluno sair de uma matemática abstrata para a visual, proporcionando uma aprendizagem mais dinâmica, na qual o indivíduo se sinta mais motivado. De acordo com Meier (2012, p. 39) “[...] o uso do computador tem grande potencial para provocar o interesse e a motivação nos alunos”.

No próximo capítulo, será abordado o uso do ambiente de geometria dinâmica na Modelagem Geométrica, a fim de favorecer o desenvolvimento da criatividade em Matemática.

### 1.1 Estudo relacionado

Meier (2012) desenvolveu uma pesquisa, no âmbito de uma dissertação de mestrado, intitulada Modelagem Geométrica e o Desenvolvimento Matemático no Ensino Fundamental. Sua questão de pesquisa foi *Com a Modelagem Geométrica é possível desenvolver hábitos do pensamento matemático no ensino fundamental?* Para respondê-la, elaborou-se uma proposta de experimento didático com o objetivo de provocar a aprendizagem da geometria concomitante com o desenvolvimento de “hábitos do pensamento matemático”. A autora baseia-se no estudo de Paul Goldenberg (1998), que define hábitos do pensamento como "modos de pensar, que adquiridos tão bem, tornamos tão naturais e incorporamos tão completamente em nosso repertório que se transformam, por assim dizer, em hábitos mentais" (GOLDENBERG, 1998, apud MEIER, 2012, p. 31). A metodologia de pesquisa utilizada foi a engenharia didática, que contempla a concepção, a realização, a observação e a análise de uma sequência de atividades tendo em vista a aprendizagem de certo conteúdo.

Goldenberg (1998, apud MEIER, 2012, p. 31 a 38) propõe um ensino que esteja baseado no desenvolvimento de hábitos mentais, que permita ao estudante criar uma estrutura que pode ser aplicada em sua interação com o mundo. A Matemática entra nesse campo, pois segundo ele, a disciplina é um modo de pensar, um conjunto de hábitos do pensamento que, quando bem selecionados e organizados, contribuem para o desenvolvimento de atividades de experimentar, testar, descobrir, raciocinar, generalizar e argumentar.

Goldenberg (1998) descreveu alguns hábitos do pensamento que devem ser desenvolvidos nos alunos: São eles: *visualizar* (HP-1), que diz respeito à capacidade de criar, manipular e compreender imagens mentais; *reconhecer padrões e invariantes* (HP-2): esse hábito do pensamento, segundo Goldenberg (1998), é de grande importância para a matemática, pois é o primeiro passo a ser dado para

resolver problemas matemáticos; *fazer experiências e explorações* (HP-3), que propicia um crescimento independente na busca de soluções; *criar, ser inventor* (HP-4): de acordo com o autor, os alunos devem desenvolver o hábito de criar matemática, tanto para fins utilitários, como para se divertirem; *fazer conjecturas* (HP-5); *descrever, formal e informalmente, relações e processos* (HP-6); *raciocinar por continuidade* (HP-7). Tais hábitos são explorados na pesquisa de Meier (2012), a fim de relacioná-los com as atividades de Modelagem Geométrica.

Meier considera que a Modelagem Geométrica possibilita o desenvolvimento dos hábitos do pensamento matemático, supracitados. E, ainda, que a interface interativa dos *softwares* de geometria dinâmica propicia a criação de situações que potencializam o desenvolvimento dos hábitos do pensamento estabelecidos por Goldenberg (1998).

O material elaborado por Meier (2012) é composto por um conjunto de três modelagens (porta pantográfica, janela basculante e balanço vai-e-vem). Após explorado, os alunos têm, como desafio, a construção do seu próprio modelo. A partir deste, será analisado o nível de produção, ou seja, quais hábitos do pensamento são identificados no planejamento e na construção do modelo.

A organização do estudo de cada modelo foi dividido em três etapas. Na primeira, apresenta-se ao aluno o modelo: este fará uma primeira análise tentando destacar algumas características matemática. Na segunda etapa, são feitas atividades direcionadas ao conteúdo proposto para o modelo e responder aos questionamentos propostos. Em última instância, o aluno constrói o modelo analisado na primeira etapa. As atividades foram aplicadas para alunos do oitavo ano do ensino fundamental, durante o período de um mês.

A título de conclusão, a autora afirma que foi observado um crescente desenvolvimento do aluno nas construções elaboradas no GeoGebra, além da motivação com que executaram o trabalho final, que consistiu numa Modelagem Geométrica de um objeto por eles escolhidos. O diferencial entre a pesquisa de Meier e a presente investigação é que, nesta, estudar-se-á a relação entre a Modelagem Geométrica e a criatividade em Matemática.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este tópico traz o referencial teórico sobre criatividade em Matemática e está baseado em Gontijo (2006). Para melhor compreensão e encadeamento das ideias, apresenta-se, inicialmente, a Criatividade em Matemática. Em seguida, as Técnicas de Criatividade aplicadas ao ensino de Matemática, finalizando com uma reflexão sobre a utilização da Modelagem Geométrica para o desenvolvimento da criatividade em Matemática.

### 2.1 Criatividade em Matemática

Segundo Gontijo (2006), nas pesquisas sobre criatividade tem-se buscado investigar sobre os motivos que levam o indivíduo a ter facilidade de expressar-se criativamente e os que se inibem diante deste processo. Para tais investigações, a ênfase está em um estudo no qual há uma preocupação em unificar os elementos envolvidos na produção criativa, citados por Feldhusen e Goh (1995 apud GONTIJO, 2006) como sendo: i) a pessoa com suas características, personalidades e experiências; ii) o produto criativo, ou seja, se o objeto desenvolvido *“tem valor e utilidade social e se causa impacto”* (GONTIJO, 2006, p 22); e iii) o ambiente que diz respeito a fatores de ordem física, social, cultural.

Para compreender a criatividade, Sternberg e Lubart (1999 apud GONTIJO, 2006) afirmam ser necessário investir em experiências que englobam vários campos do conhecimento, não considerando estudos isolados, que permitem, apenas, uma visão parcial e inacabada do acontecimento. São apreciados três modelos para refletir acerca do estudo da criatividade, a saber, i) Teoria do Investimento em criatividade trabalhado por Sternberg e Lubart (1999 apud GONTIJO, 2006), ii) Modelo Componencial da Criatividade elaborado por Amabile (1989 apud GONTIJO, 2006) e a iii) Perspectiva de Sistemas proposto por Csikszentmihalyi (1998 apud GONTIJO, 2006).

Tais modelos consideram o ambiente um fator importante para o desenvolvimento da criatividade. Este interfere na produção criativa de modo significativo, levando em conta fatores internos e externos (ambientais e sociais) (ALENCAR, FLEITH, 2003 apud GONTIJO, 2006). O modelo Perspectiva de Sistema foi o mais acatado por Gontijo (2006) no estudo da criatividade em Matemática. A pesquisadora infere que esse fato ocorre, por considerar que todo indivíduo é potencialmente criativo, pois a ênfase está em saber “*onde há a criatividade e não o que ou quem é criativo*” (CSIKSZENTMIHALYI 1998 apud GONTIJO, 2006, p. 41).

O modelo perspectiva de sistema considerou três preceitos para estudar a criatividade, destacados por Csikszentmihalyi (1998 apud GONTIJO, 2006): domínio, campo e indivíduo. A partir deles, Gontijo (2006) arquiteta a criatividade em Matemática buscando formas de caracterizá-la.

O domínio é um conjunto de conhecimentos criados para ajudar o homem a solucionar problemas do seu cotidiano. No caso estudado, refere-se às áreas que compõem o ensino de Matemática. Asimov (1996 apud GONTIJO, 2006) ressalta que os conhecimentos inseridos neste preceito tiveram um crescimento ascendente durante um tempo, mas não foram consagrados de imediato; alguns demoraram anos para serem aceitos.

Tendo em vista que a probabilidade de criar na Matemática um fato novo é ínfima, fora do campo acadêmico, novas descobertas podem ser feitas sobre formas para resolver uma situação, considerando os conhecimentos que compõem o domínio. É neste fato que a criatividade em Matemática está baseada (GONTIJO, 2006).

O campo é um preceito da Perspectiva de Sistema, formado por pessoas, que interferem na estrutura do domínio. Essa interferência se dá no âmbito de discussões e análises das produções matemáticas, no que se refere à elaboração de conhecimentos teóricos e também se relaciona ao processo de ensino e aprendizagem, na área de Matemática (GONTIJO, 2006).

Nesse preceito, encontra-se a criatividade em Matemática. Seu desenvolvimento dependerá do modo como esse processo é conduzido e organizado pelo mediador que, no contexto desta pesquisa, é o professor. Cabe a ele identificar qual a melhor proposta para uma turma, e como encorajá-la a não esperar respostas prontas, mas elaborar o seu próprio método de resolução e

discuti-lo, a fim de criar condições para que os alunos identifiquem modos diferentes de resolver um mesmo problema (GONTIJO, 2006).

O último aspecto que complementa a criatividade em Matemática é a pessoa, seu modo ver e de agir diante de uma situação. Três aspectos se destacam como característicos desse indivíduo para incitar a criatividade. O primeiro é o processo cognitivo, considerado por Alencar e Fleith (2003, apud GONTIJO, 2006) como sendo a maneira de utilizar os acontecimentos e as informações a seu favor e o modo desses estímulos serem acrescentados aos dados já existentes.

O segundo aspecto do indivíduo criativo é a personalidade. Refere-se à curiosidade, ao autoconhecimento, ou seja, conhece seus pontos fortes e fracos e consegue lidar com as situações de modo favorável. Atração por problemas complexos e sabedoria para lidar com o medo de correr riscos também são referentes a personalidade. A motivação é o terceiro aspecto a ser considerado peculiar da pessoa criativa. Neste ressalta-se o interesse e a satisfação do cumprimento da tarefa (GONTIJO, 2006).

Os preceitos destacado por Csikszentmihalyi (1998 apud GONTIJO, 2006) na perspectiva de sistema, foram imprescindíveis para estruturar a criatividade em Matemática, pois Gontijo (2006) relata que não há muitos trabalhos, no Brasil, que busquem investigar tal tema. Por meio deles observa-se a importância da área estudada (Matemática) e o que se pode elaborar de novo nesta, a interferência do meio social, em destaque a sala de aula e o professor e as características e a personalidade do indivíduo criativo (GONTIJO, 2006).

Sobre as pesquisas em criatividade em Matemática no Brasil, destaca-se a de Dante (1980 apud GONTIJO, 2006) que retrata a importância da mesma na resolução de problemas, e D'Ambrósio (2004 apud GONTIJO, 2006), que apresenta um modelo para explicar a criatividade em Matemática. Ambos os estudos não apresentam dados empíricos. Na literatura internacional, são encontradas algumas definições engajadas nas resoluções de problemas (GONTIJO, 2006). Por exemplo, a criatividade em Matemática, segundo Krutetskii (1976, apud GONTIJO, 2006), é a habilidade de formular problemas e encontrar meios para resolvê-los. Para Makiewicz (2004 apud GONTIJO, 2006), refere-se à atitude e à sensibilidade frente aos problemas matemáticos.

Henri Poincaré é considerado por muitos autores (HADAMARD, 1954; MUIR, 1988; SRIRAMAND, 2004 apud GONTIJO, 2006) como o primeiro a estudar sobre a

criatividade Matemática. Seu trabalho consiste num questionário cujo objetivo era conhecer sobre o processo de criação dos matemáticos, publicado no ano de 1902.

Observa-se que não há um consenso sobre esse tipo de criatividade (GONTIJO, 2006). Desse modo, para fundamentar este trabalho, escolheu-se utilizar a definição elaborada por Gontijo (2006), uma vez que tal conceito abrange a Matemática em seus três aspectos: numérico, algébrico e gráfico, considerando-se, neste último, também a geometria:

A criatividade em Matemática é a capacidade de apresentar inúmeras possibilidades de solução apropriadas para uma situação problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (originalidade), tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma sequência de ações (GONTIJO, 2006, p. 37).

Para incitar a criatividade em Matemática, Alencar (1990 apud GONTIJO, 2006) retrata a importância de se ter um ambiente que propicie a produção de ideias diferentes para um mesmo problema. Tal ambiente deve levar o estudante a refletir sobre a questão, a fim de compreendê-la.

Várias publicações (BALCA, 1974; FOSTER, 1970; SINGH, 1987; MEDNICK (apud DUNN, 1975); HAYLOCK, 1987; LEE, HWANG, SEO, 2003; LIVNE, MIL GRAN, 2000; apud GONTIJO, 2006) sobre a avaliação da criatividade em Matemática evidenciam o interesse em estudar tal tema. Contudo, segundo Gontijo (2006), esses trabalhos carecem de falta de informações sobre a validade e a fidedignidade dos instrumentos utilizados para avaliar a criatividade em Matemática. Devido a esse fato, tais instrumentos não serão utilizados na presente pesquisa.

Nesta investigação, será analisada a questão que considera se o trabalho com Modelagem Geométrica pode contribuir para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. Serão consideradas as técnicas de criatividade aplicadas ao ensino de Matemática descritas na seção 2.2. O enfoque das técnicas na disciplina foi

sugerido por Sheffield (2003 apud GONTIJO, 2006) e descritas por Gontijo (2006). O objetivo é estimular o pensamento criativo e beneficiar a geração de novas ideias.

## 2.2 Técnicas de Criatividade Aplicadas ao Ensino de Matemática

As técnicas foram distribuídas em categorias: apreciação, animação, associação, alteração e abdicação. Para elaboração e análise das atividades, foi considerada apenas uma técnica de cada categoria, que se mostrou mais adequada aos objetivos da pesquisa. O Quadro 1 expõe as categorias e suas respectivas técnicas e, em destaque, na cor laranja, as utilizadas nesta pesquisa.

Quadro 1 - Técnicas de criatividade

		C A T E G O R I A S				
		Apreciação	Animação	Associação	Alteração	Abdicação
TÉCNICAS	<i>Brainstorming</i>		<i>Modelagem</i>	<i>Sugestão-ajuste</i>	<i>Fazendo e desfazendo</i>	<i>Relaxamento</i>
	<i>Checklist</i>			<i>Análise morfológica</i>		
	<i>Lista de Atributos</i>		<i>Dramatização</i>	<i>Sinética</i>	SCAMPER	<i>Visualização</i>

Fonte: elaboração própria baseada em Gontijo (2006).

Na categoria apreciação, são realçadas técnicas que possibilitam ao estudante conhecer características do problema, a fim de traçar possíveis soluções. Dentre as citadas, destacou-se a *lista de atributos*, cuja intenção é organizar o problema, de modo que os estudantes possam conhecer particularidades de cada parte. Para a pesquisadora, esse procedimento é de grande valia na Modelagem Geométrica, uma vez que esta requer do indivíduo um olhar diferenciado para cada objeto a ser modelado, na intenção de perceber a Matemática no seu movimento.

Além desse fato, a técnica é para a Modelagem Geométrica um fio condutor na percepção das características geométricas.

As demais técnicas também poderiam ser aplicadas no desenvolvimento da pesquisa, entretanto demandaria um tempo maior para serem exploradas com os participantes. As mesmas consistem em analisar uma situação para traçar possíveis soluções. Após um julgamento das ideias apresentadas, escolher a mais adequada, ou fazer questionamentos sobre o problema e depois analisá-lo em função destes<sup>2</sup>. Além disso, a técnica *lista de atributos* permite um trabalho mais individual, no qual o aluno, por si só, analisa o problema e determina soluções. Considerou-se este um fator importante para a pesquisa, pois o olhar de cada indivíduo permite conclusões diferenciadas, além de não estar pensando em função das ideias dos outros.

São descritas duas técnicas na categoria animação. Elas sugerem atividades interativas, que envolvam os alunos. A *modelagem* é citada como uma das técnicas, com o objetivo de modelar situações, na qual a Matemática se faz presente, permitindo ao estudante interagir com o problema sugerido (GONTIJO, 2006). Essa passagem permite inferir que a metodologia Modelagem Geométrica, proposta por Gravina (2011), auxilia no desenvolvimento da criatividade em Matemática. Não só por estar presente em uma das técnicas, mas também por explorar a Matemática em objetos reais do dia a dia, possibilitando um envolvimento dos estudantes com os conteúdos de Matemática pré-estabelecidos.

A técnica *dramatização*, apresentada na categoria animação, não será explorada neste trabalho devido à modelagem abarcar toda a questão de pesquisa.

As técnicas de associação requerem métodos ou procedimentos que ajudam o aluno a se organizar durante a resolução de um problema, focalizando os pontos principais da questão. Dentre as citadas, a *sinética* é a que mais se alinha com a estrutura da pesquisa. Nela o professor apresenta táticas que direcionam para a resolução. O aluno, por sua vez, faz comparações e estabelece vínculo entre o problema proposto e as estratégias apresentadas pelo professor.

Para a construção de um modelo geométrico, esta técnica é de grande valia, pois é indispensável que o aluno se organize para fazer a construção do objeto. Essa organização consiste em observar características geométricas do movimento

---

<sup>2</sup> Este procedimento seria incompatível com o tempo disponibilizado pela Instituição para término do presente trabalho de conclusão de curso.

que se pretende modelar. A partir daí, escolherá as ferramentas necessárias para construir o modelo, e combinar os elementos geométricos presentes ao imprimir a movimentação pretendida.

As técnicas *sugestão-ajuste* e *análise morfológica* não serão empregadas nesta pesquisa. A decisão deve-se ao fato de considerar-se a *sinética* a mais alinhada com os objetivos da pesquisa.

Alteração é a categoria que abrange técnicas que possibilitam aos estudantes conhecer mais sobre uma situação por meio de mudanças feitas em parte do problema. A técnica empregada nesta pesquisa é a *fazendo e desfazendo*. O processo de fazer e desfazer ajuda os alunos a organizar a atividade, destacar pontos importantes e corrigir erros.

Para a modelação de um objeto, é exigido dos estudantes uma postura crítica quanto às ferramentas geométricas que serão empregadas. Faz-se necessário testá-las e organizá-las, de modo a se obter um conjunto de construções em função de um ponto, o “ponto mova”. Por esse fato, a técnica *fazendo e desfazendo*, assim como a *modelagem*, já se encontram presentes na metodologia concebida por Gravina (2011), podendo ser utilizada pelos alunos intuitivamente.

A técnica *Scamper*, também apresentada na categoria alteração, busca analisar o problema, a fim de traçar novas perspectivas para a sua compreensão. Esta não será empregada na pesquisa, pois seu objetivo não atende as necessidades do trabalho.

Por fim apresenta-se a categoria abdicação, na qual se inserem duas técnicas que permitem a reflexão da situação proposta. São elas: *relaxamento*, cujo propósito é se desprender do problema para que a mente descanse e se reorganize. A outra técnica é *visualização*, que tem por objetivo auxiliar os alunos na resolução do problema, utilizando imagens, objetos, situações, cenas, entre outras, de modo a excitar a imaginação. Assim, construir mentalmente representações que ajudaram na solução do problema.

Dentre as citadas, destaca-se, para esta pesquisa a técnica *visualização*, pois se considerou o fato de se apresentar como um componente da Modelagem Geométrica, estando presentes a imaginação, o olhar investigador e a organização do pensamento.

Observa-se que as técnicas apresentadas e descritas possuem, em alguns pontos, atributos em comum, que perpetuam durante o processo de estruturação do

pensamento criativo em Matemática, ainda que de forma intuitiva, ou seja, de modo direto e instantâneo, sem a utilização de deduções. Ressalta-se que esses requisitos não garantem sozinhos o desenvolvimento da criatividade em Matemática. É preciso propiciar um ambiente motivador, no qual o aluno se sinta à vontade para expor suas ideias (GONTIJO, 2006).

### **2.3 Modelagem Geométrica e o Desenvolvimento da Criatividade em Matemática.**

A Geometria é um campo propício à realização de experimentações, levando a descobertas e à matematização da realidade. Essa constatação associada aos benefícios da metodologia de ensino e aprendizagem Modelagem Matemática, subsidia a criação de um ambiente propício à investigação Matemática, sendo entendida como:

[...] situações mais abertas – a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição. Uma vez que os pontos de partida podem não ser exatamente os mesmos, os pontos de chegada podem ser também diferentes (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 23).

Insere-se, nesse contexto, a Modelagem Geométrica, uma vez que sua proposta consiste em levar o aluno a investigar a forma de construir um objeto e imprimir a este um movimento ou uma sequência. Assim, o aluno necessita explorar os dados da situação (como construir o objeto estático e como fazer para dar a ele o movimento esperado), estabelecer um plano de ação (fazer conjecturas), executar o plano e testar para averiguar se o movimento está de acordo com a estrutura do objeto. Ao acionar um ponto do modelo em construção, este deve se manter com as mesmas medidas, ou seja, a movimentação não pode permitir alterações na estrutura do modelo e, em caso negativo, rever os passos de seu plano, podendo alterá-los, procedendo a um novo teste, até que o objetivo seja alcançado.

A Geometria é considerada, por muitos autores, um estímulo para a criatividade e o desenvolvimento da percepção visual, pois oferece situações

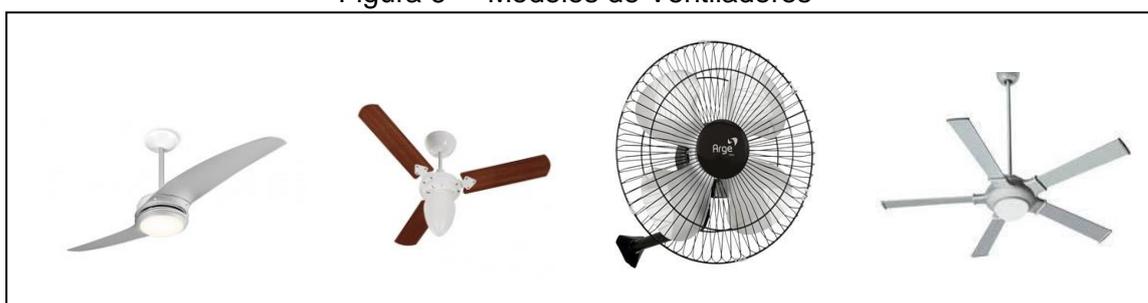
diferentes, na qual se faz necessária uma interação com os objetos (PAVANELLO, 1995). Desse modo, propostas didáticas baseadas na Modelagem Matemática para o ensino e aprendizagem de Geometria já trazem, em seu bojo, a semente da criatividade.

Considerando a concepção de criatividade em Matemática de Gontijo (2006), as técnicas descritas em seu trabalho e o parágrafo anterior, conjectura-se que atividades de Modelagem Geométrica podem contribuir para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. Os resultados desse trabalho visam acrescentar dados para refletir sobre tal conjectura.

Para melhor compreensão do que é uma Modelagem Geométrica e sua aplicação no desenvolvimento da criatividade em Matemática, será descrita a seguir a construção de um ventilador. Inicialmente analisa-se o modelo como um todo. Caso necessário, imaginam-se ou procuram-se vídeos do objeto real em movimento. Um olhar sutil e atento é indispensável para a percepção da Matemática envolvida na estrutura.

Ao fazer um diagnóstico do movimento e da geometria do ventilador (Figura 6), observa-se que as hélices são todas do mesmo tamanho e giram em torno de um centro. É importante ressaltar que o número de pás, sua espessura e o formato fazem parte do design do ventilador e sua construção é bem simples.

Figura 6 – Modelos de Ventiladores

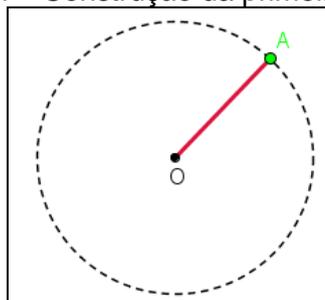


Fonte: <http://www.tiraduvida.net/ventilador-spirit-modelos-modernos.html>. Acesso em: 29 de out. 2014.

O ponto de partida para a modelação do ventilador é a construção da primeira hélice, pois todas as outras advêm desta. Ao fazer uma análise do modelo real percebe-se que a pá conduz a um movimento circular e não altera seu tamanho

ao se movimentar. Isso ocorre, porque um dos extremos da hélice é o centro de uma circunferência. Esta é o raio de uma circunferência (Figura 7). Observa-se que a circunferência tracejada, além de determinar o movimento circular, define o comprimento das pás.

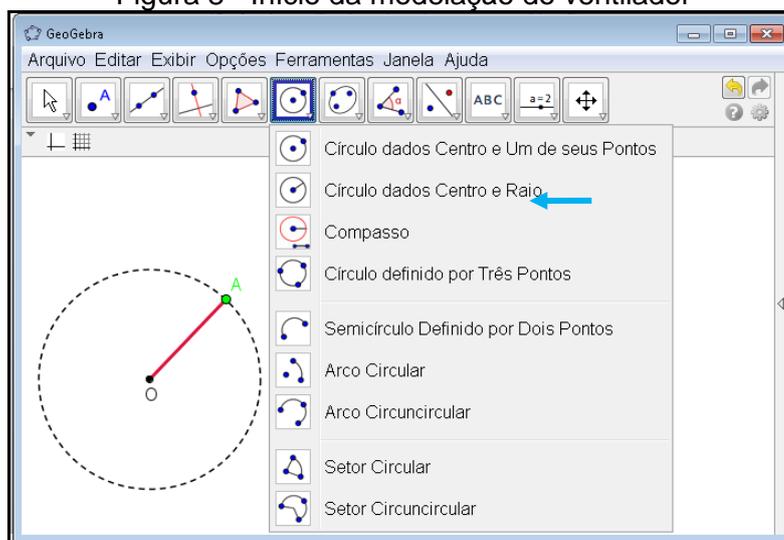
Figura 7 - Construção da primeira hélice



Fonte: Elaboração própria.

Para a estabelecimento do esboço acima, inicia-se com a ferramenta “círculo dado o centro e raio”. Em seguida, adiciona-se um ponto **A** sobre a circunferência; este será o ponto mova que acarretará todos os outros. Finalmente, constrói-se o segmento que representará uma das hastes (Figura 8).

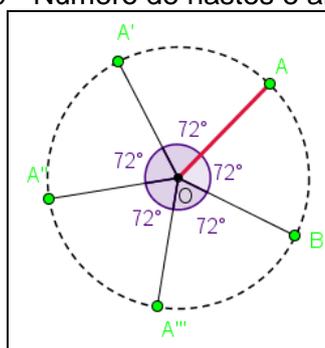
Figura 8 - Início da modelação do ventilador



Fonte: Elaboração própria.

Para obter as demais hastes, deve-se perceber que entre uma e outra tem-se a mesma angulação. O ângulo a ser determinado depende da quantidade de hélice que terá o modelo; como a circunferência tem  $360^\circ$ , deve-se obter  $\frac{360^\circ}{n}$ , sendo  $n$  o número de hélices do ventilador. Para esse caso será considerado  $n = 5$ ; então, o ângulo é de  $72^\circ$  (Figura 9).

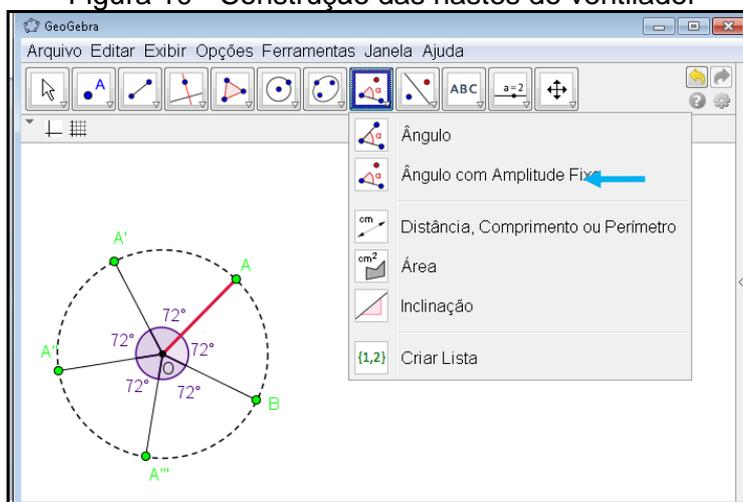
Figura 9 - Número de hastes e angulação



Fonte: Elaboração própria.

A marcação desses ângulos no GeoGebra, é obtida com o auxílio da ferramenta “ângulo com amplitude fixa”. Adiante utiliza-se a ferramenta “segmento” para obter as demais hélices (Figura 10).

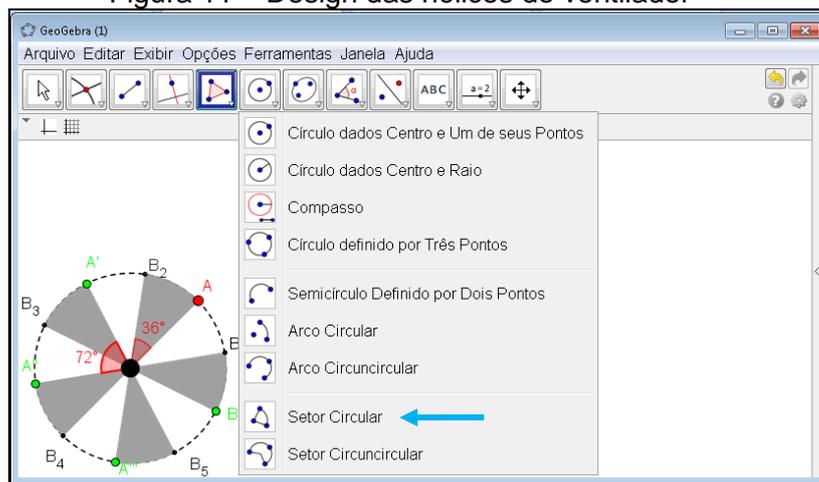
Figura 10 - Construção das hastes do ventilador



Fonte: Elaboração própria

A fim de que o modelo construído esteja mais parecido com o objeto real, é necessário mexer no design da construção; a espessura das pás e sua estrutura oferecerão esse contorno. Dividem-se os arcos de  $\frac{360^\circ}{n}$  em duas partes iguais, e com a ferramenta “setor circular” destacam-se as hélices (Figura 11).

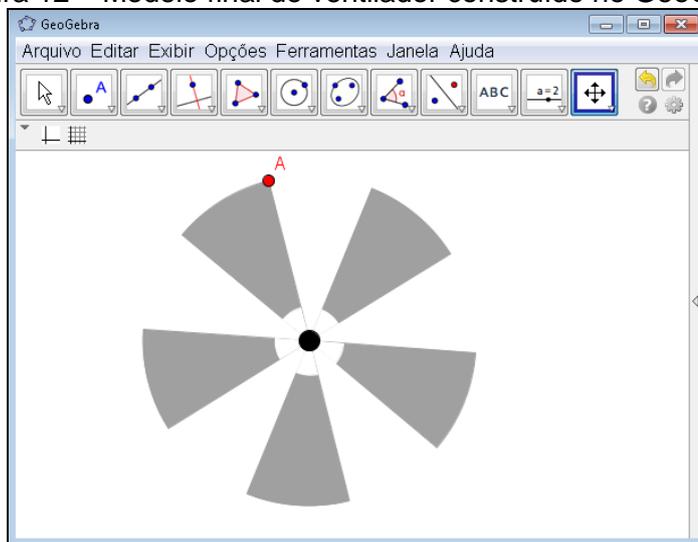
Figura 11 – Design das hélices do ventilador



Fonte: Elaboração própria.

Para finalizar, ocultam-se todos os pontos, com exceção do ponto **A** que consentirá o movimento circular; esconde-se também a circunferência e os ângulos (Figura 12).

Figura 12 – Modelo final do ventilador construído no GeoGebra



Fonte: Elaboração própria

A construção do ventilador é bem simples. Utilizam-se conhecimentos básicos da Geometria e, a partir dela, pode-se iniciar o estudo da Modelagem Geométrica (GRAVINA; BARRETO; DIAS; MEIER, 2011). Existem outras formas de iniciar essa modelação. O procedimento dependerá do conhecimento que se tem de Matemática, principalmente de Geometria, do programa e da observação feita por cada indivíduo.

No exemplo, observa-se que para a execução de um modelo geométrico é necessário uma análise do objeto real, a fim de avaliar características do problema para identificar a Matemática em sua estrutura. Essa fase é constituída por duas categorias da criatividade em Matemática: apreciação e animação.

No momento de escolha da ferramenta geométrica para iniciar a construção até a obtenção do modelo final, são trabalhadas todas as categorias e suas respectivas técnicas, escolhidas para essa pesquisa. Estas só são identificadas no momento em que o aluno está construindo o objeto. Esse fato ocorre porque as técnicas de criatividade em Matemática se aplicam no processo de construção do modelo e não no seu passo a passo. Ou seja, as técnicas são utilizadas sem uma ordem pré-estabelecida, pois a mesma depende das escolhas procedimentais realizadas pelo aluno. Gontijo (2006), ao propor as técnicas para resolver problemas, faz a seguinte afirmação:

[...] técnicas para estimular o pensamento criativo também são apresentadas para favorecer a geração de ideias no momento de resolver problemas de Matemática, possibilitando a compreensão das concepções Matemática (GONTIJO, 2006, p.67).

Segundo Gontijo (2006), a produção criativa em Matemática caracteriza-se pela fluência, ou seja, número de ideias diferentes que podem ser produzidas sobre o mesmo assunto. Apresenta flexibilidade para as respostas, originalidade na resolução dos problemas e elaboração de ideias no desenvolvimento das atividades.

O quadro abaixo sintetiza as técnicas utilizadas na construção apresentadas para o ventilador.

Quadro 2 – Técnicas de criatividade em Matemática trabalhadas na construção do ventilador

<b>Ações</b>	<b>Técnicas</b>
Diagnóstico	Lista de atributos
Construir a circunferência e a primeira hélice	Modelagem/Sinética
Número de hélices e a angulação	
Design	
Unificação do movimento	Fazendo e desfazendo

Fonte: Elaboração própria.

### **3 METODOLOGIA**

Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada, bem como o perfil dos participantes e os princípios que nortearam a elaboração dos instrumentos de coleta de dados. Também é descrito o processo de construção de cada modelagem apresentada, bem como as técnicas de criatividade a ele associadas.

#### **3.1 Caracterização da Pesquisa**

A metodologia adotada é o estudo de caso que se refere a uma investigação em Educação Matemática. Tal investigação se define em conhecer uma entidade bem definida com o objetivo de compreender em profundidade suas ações e evidenciando suas características próprias (PONTE, 2006). Nessa pesquisa, a investigação será baseada em um trabalho de campo tendo como público alvo uma turma de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

O estudo de caso possibilitará estudar tal grupo de alunos em sua totalidade em um contexto real, sem pretender modificar a situação, mas compreendê-la, não tendo a intenção de manipular o comportamento e os resultados obtidos pelos participantes.

A metodologia debruça-se sobre um estudo específico que implicará a configuração de um objeto geométrico com movimento. A construção acontecerá no ambiente de geometria dinâmica GeoGebra. O caso a ser explorado é um exemplo relativamente neutro, pois serão consideradas situações inesperadas em relação ao objeto de estudo. Ou seja, não se sabe em que medida a Modelagem Geométrica influencia no desenvolvimento da criatividade. Serão observados aspectos como a utilização dos entes geométricos para compor o movimento, a estratégia de construção adotada por cada aluno, os erros cometidos por eles e o desenvolvimento da criatividade dos alunos no contexto da elaboração do objeto. A fim de criar um ambiente propício para o desenvolvimento da criatividade em Matemática, foram utilizadas as técnicas descritas no capítulo dois.

Segundo Ponte (2006), o estudo de caso pode ser exploratório, pois fornece informações prévias sobre o objeto de interesse. Pode também ser descritivo, tendo a finalidade de descrever sobre o caso considerado, e analítico, que procura construir ou desenvolver nova teoria ou confrontá-la com a teoria pré-existente. Nessa pesquisa, destaca-se o aspecto descritivo, pois o que se pretende é descrever o processo de construção das modelagens geométricas feitas pelos alunos, buscando indícios da possível influência no desenvolvimento da criatividade. Outro aspecto contemplado é o analítico, uma vez que os dados obtidos serão analisados à luz do referencial teórico, buscando compreender a relação entre a Modelagem Geométrica e o desenvolvimento da criatividade em Matemática, confrontando-os com as situações relatadas na literatura.

Baseada nas concepções de Borba e Araújo (2004), a pesquisa é considerada qualitativa, pois seu objetivo é verificar o desenvolvimento da criatividade em matemática, sem a utilização de hipóteses *a priori*.

É também uma investigação empírica, ou seja, está fundamentada na observação e na experimentação (PONTE, 2006). Os dados serão coletados por meio de instrumentos diversos, tais como questionários realizados antes e após a experimentação, observação participante e documentos (arquivos das construções realizadas pelos alunos no GeoGebra).

Segundo Moreira e Caleffe (2006), o uso de questionários pode não ser vantajoso, quando se perguntam as razões de certo fato, o “porquê”, pois, os alunos provavelmente darão respostas breves que podem necessitar de mais questionamentos. Mas é proveitoso, pois oferece uso eficiente do tempo, anonimato para o respondente, possibilidade para uma alta taxa de retorno e perguntas padronizadas.

### **3.2 Perfil dos Participantes**

O perfil dos participantes do teste exploratório e da experimentação são apresentados a seguir. Os dados dos alunos da experimentação foram obtidos por meio de uma entrevista escrita, elaborada pela pesquisadora (Apêndice 1).

### 3.2.1 Do Teste Exploratório

As atividades desenvolvidas neste trabalho foram aplicadas para 11 alunos da Licenciatura em Matemática, do 3º período, com o intuito de verificar se os instrumentos para coleta de dados, relatados na seção 3.3, correspondia aos objetivos traçados para responder a questão de pesquisa, e o tempo adequado para apresentar em uma turma regular do 9º ano do Ensino Fundamental. A realização do teste exploratório ocorreu em apenas um encontro e teve duração de três horas/aula, das 9h às 11h40min. Os participantes trabalharam individualmente e o encontro foi realizado na sala de informática que dispunha de 30 computadores.

Todos já haviam cursado um período letivo<sup>3</sup> da disciplina Educação Matemática e Tecnologia, na qual aprenderam a manipular diferentes *softwares* educativos e discutiram o uso educacional da informática. Cursaram também dois períodos de Geometria Plana e dois períodos letivos de Construções Geométricas, e estavam concluindo o primeiro período letivo de Geometria Espacial.

### 3.2.2 Da Experimentação

A experimentação ocorreu com sete alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental, dos quais cinco não conheciam o GeoGebra. Não foi investigado o nível de conhecimento sobre o *software* dos outros dois discentes.

Dentre os sete, estavam quatro meninos e três meninas, todos com a faixa etária entre 13 e 15 anos de idade. Nenhum deles havia sido reprovado no ano escolar. Entretanto, as meninas cursaram dependência em Matemática, uma delas duas vezes.

Ao perguntar sobre as dificuldades em Matemática, cinco responderam ter bloqueios na disciplina, três disseram que esses são provenientes da habilidade em interpretar as questões propostas. Dentre os outros dois, um relatou não conseguir entender o que está sendo feito e o segundo referiu-se às dificuldades de manipular os sinais e em realizar as operações.

---

<sup>3</sup> Na Instituição na qual ocorreu o teste exploratório, um período letivo corresponde a 100 dias letivos.

O que chamou a atenção da pesquisadora foi o fato de todos, até mesmo os que disseram ter dificuldades na disciplina, relatarem gostar de Matemática. Os motivos apresentados foram diversos, como: o gostar de fazer contas e trabalhar com o raciocínio lógico, a crença de que a Matemática está presente em tudo e o prazer em resolver uma questão.

Os alunos responderam que estudam conteúdos geométricos nas aulas de Matemática e gostam. Sobre o uso do computador, disseram que não o utilizam para estudar tal disciplina.

Ao final da entrevista, foi disponibilizado um espaço para comentários, caso achassem relevante. Dentre os que se manifestaram, destacou-se o de um aluno (Quadro 3) pois, sintetiza o descrito pelos demais alunos.

Quadro 3 – Resposta de um aluno

**13. Caso queira fazer algum comentário, use as linhas abaixo:**

*“Eu gosto de Matemática e quero aprender a interpretar as questões para eu conseguir me destacar na matéria.”*

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O perfil dos participantes levou a pesquisadora a refletir sobre a importância de se distinguir entre as dificuldades em Matemática e o gostar da disciplina. Tais dificuldades podem estar atreladas à metodologia utilizada pelo professor de Matemática, uma vez que “[...] a qualidade da aprendizagem dos alunos depende muito da qualidade do ensino que lhes é proporcionado.” (LORENZATO, 2010, p. 20).

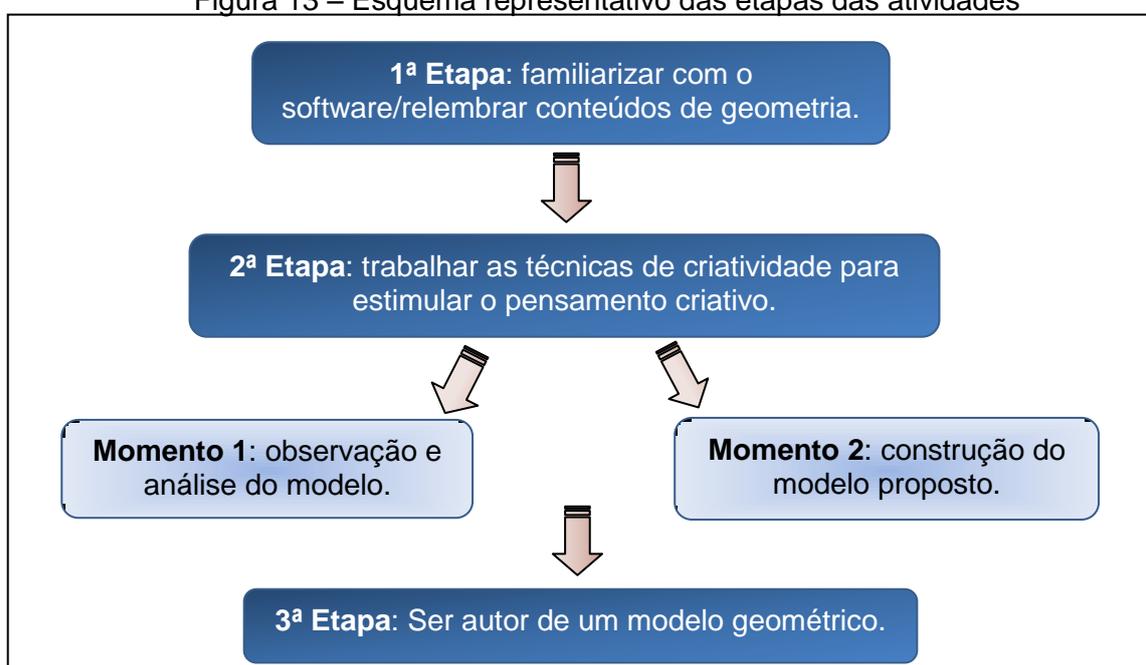
### **3.3 Elaboração dos Instrumentos de Coleta de Dados**

Para elaboração das atividades, levou-se em conta a questão de pesquisa e os objetivos já citados no início do trabalho. Em função da metodologia escolhida, a pesquisadora preparou os instrumentos para coleta de dados, a fim de fazer um

estudo específico, levando em consideração o contexto real no qual o aluno está inserido.

As atividades foram divididas em três etapas, com objetivos específicos. Para compor cada fase, utilizaram-se modelos geométricos que estivessem mais próximos da realidade dos alunos e os que contemplassem os conteúdos de Geometria estudados no 9.º ano do Ensino Fundamental. O esquema abaixo explica o desenrolar dessas etapas (Figura 13).

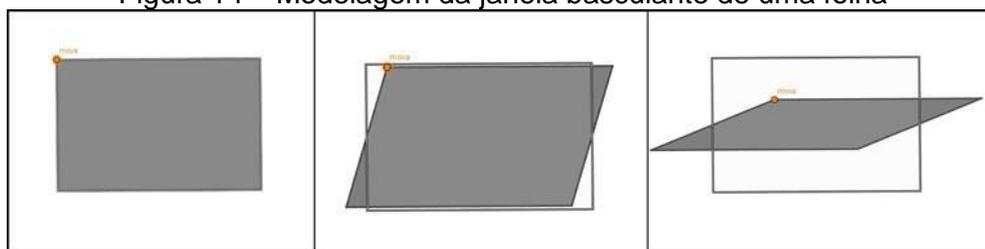
Figura 13 – Esquema representativo das etapas das atividades



Fonte: Elaboração própria.

A primeira etapa teve como objetivo, relembrar conteúdos de Geometria, necessários para construção das modelagens, e familiarizar os alunos com o *software*. Para dar significado a esse processo, elaborou-se uma lista (Apêndice A), para ser trabalhada utilizando o *software*, considerando em cada item dela, um procedimento para a modelagem da janela basculante de uma folha (Figura 14).

Figura 14 – Modelagem da janela basculante de uma folha



Fonte: Elaboração própria.

Os conteúdos de Geometria trabalhados foram retas, segmentos, retas paralelas e perpendiculares, ponto médio, círculo, arco e quadriláteros. A escolha dessa construção não foi aleatória. Considerou-se o fato desse modelo ser o mais simples, e o que emprega os entes geométricos mais usados para a modelagem de outros objetos.

Essencialmente, a segunda etapa é o ponto chave da pesquisa. É, nesse momento, que serão trabalhadas as técnicas de criatividade, descritas por Gontijo (2006), para estimular a criatividade em Matemática durante o processo de construção.

Foram escolhidas quatro modelagens, construídas pela pesquisadora, após uma adequação das modelagens apresentadas em Meier (2012). Foram organizadas em um CD, entregue aos alunos, junto a uma lista (Apêndice B) que contém características do movimento e estratégia para construção. O objetivo é ajudá-los a determinar a melhor ferramenta matemática para iniciar a modelação. Ressalta-se que todos deveriam construir o mesmo modelo.

O quadro 4 apresenta as modelagens e o conteúdo de geometria proposto para cada uma delas. Dentre os quatro modelos, três foram trabalhados por Meier (2012). São eles: porta pantográfica, janela basculante e balanço vai-e-vem. Escolheram-se os mesmos, pois possuem características geométricas mais fáceis de serem identificadas. O modelo do ventilador foi trabalhado nesta pesquisa, pois como já citado, Gravina (2011) o considera como o ponto de partida para iniciar o estudo de Modelagem Geométrica, e também por compor os outros objetivos.

Quadro 4 – Modelagens geométricas e os conteúdos de geometria a serem trabalhados

Modelo Geométrico	Conteúdo de Geometria
Ventilador	Circunferência e círculo: raio, divisão de circunferência em partes iguais, arcos e ângulos.
Porta pantográfica	Ponto médio, retas paralelas e perpendiculares, segmento de reta e quadrilátero (retângulo).
Janela Basculante	Circunferências, arcos, ângulo, retas paralelas e perpendiculares, quadrilátero (retângulo) e ponto médio.
Balanço vai-e-vem	Arcos, triângulos e quadriláteros, retas paralelas e perpendiculares.

Fonte: Elaboração própria.

Os conteúdos de Geometria são indispensáveis para explicar o funcionamento do modelo elaborado no GeoGebra e para construção de um objeto, pois o *software* não opera sozinho. Deve-se trabalhar com alunos que já estudaram conteúdos básicos de geometria plana como ponto médio, retas paralelas e perpendiculares, circunferência, círculo e ângulo. O foco da pesquisa não está na aprendizagem inicial destes e, sim, em sua utilização para identificar a Matemática nos objetos e assim poder construí-los.

O encaminhamento do processo de construção das modelagens, mediado pela autora, está baseado nas técnicas de criatividade sugeridas por Sheffield (2003, apud GONTIJO, 2006), e apresentadas por Gontijo (2006). Como já exposto no capítulo 2, essas técnicas são divididas em cinco categorias, que se apresentam no momento em que o aluno inicia a modelação.

A fase de construção passa por dois momentos. O primeiro insere-se no contexto de observação, para o qual apresenta-se o modelo geométrico ao aluno. Este fará uma investigação orientada pela pesquisadora a fim de observar a animação e de destacar padrões matemáticos presentes. Nessa fase, utiliza-se a

técnica *lista de atributos* da categoria apreciação, pois busca-se conhecer aspectos do problema, de modo a destacar detalhes de cada parte.

O segundo momento é de construção. Faz-se necessário identificar qual ferramenta geométrica, disponibilizada no *software*, melhor se adequa ao modelo. A pesquisadora faz perguntas como: Quais entes geométricos estão envolvidos neste? Qual a Matemática por trás do movimento? Com qual ferramenta deve-se iniciar a construção? A lista com características do movimento e estratégias para a construção é entregue nesse momento com o intuito de destacar aspectos importantes do objeto e de ajudá-los a escolher a ferramenta mais apropriada.

Quanto ao desenvolvimento da criatividade em Matemática, entende-se, que, nesse momento, é aplicada a técnica *sinética*, pois o problema é apresentado sob orientação do professor, que destaca algumas características, a fim de conduzir a resolução. O aluno, por sua vez, faz comparações e estabelece vínculo entre o problema proposto e as estratégias apresentadas.

A identificação da Matemática envolvida e a escolha da ferramenta geométrica não acontecerão de imediato. O aluno deverá ter uma postura crítica nesse momento, para destacar pontos importantes e corrigir erros, sendo indispensável testar as ferramentas, e organizá-las de modo a se obter um conjunto de construções em função de um ponto, o “ponto mova”. Nesse procedimento se insere a técnica *fazendo e desfazendo*, da categoria alteração. Como já citado no Capítulo dois, esta já se encontra presente na metodologia concebida por Gravina (2011), podendo ser utilizada intuitivamente.

A interação do aluno com o problema, utilizando-se de modelos visuais para mostrar concepções matemáticas e trabalhar com a imaginação, está inserida nesse contexto. A partir de então, pode-se inferir que as técnicas, *modelagem*, da categoria animação e *visualização* da categoria abdicação estão sendo trabalhadas em todo processo da pesquisa.

Na terceira e última etapa, o aluno construirá seu próprio modelo, baseado no que foi estudado na etapa anterior, levando em conta suas percepções e suas conclusões. É nesse espaço que será analisado o desenvolvimento da criatividade em Matemática trabalhada na etapa anterior e assim responder à questão de pesquisa.

A conjectura é que, a partir do estudo das quatro modelagens anteriores e do desenvolvimento da criatividade em Matemática, os alunos possam planejar a

construção do seu próprio modelo geométrico. Ao fazê-lo, entrará em contato novamente com as técnicas de criatividade, desde o momento da escolha do modelo, ao qual faz-se necessário visualizar e identificar a Matemática (técnicas: *lista de atributos, modelagem e visualização*), até a sua construção, na qual precisa planejar e explorar as possibilidades do GeoGebra (técnicas: *fazendo e desfazendo e sinética*).

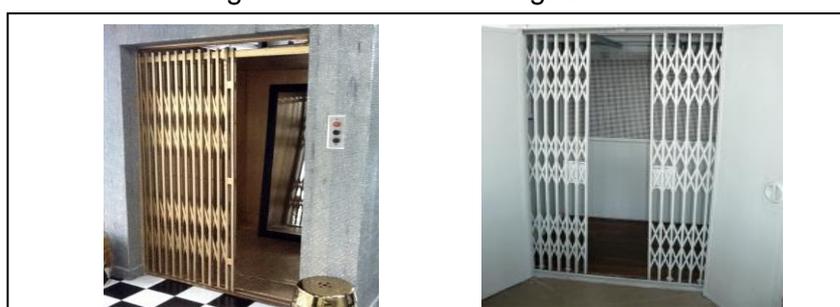
Nessa etapa, será empregada a definição apresentada por Gontijo (2006) para analisar o desenvolvimento da criatividade dos alunos. Diante do problema, o aluno terá de traçar soluções, tendo em vista o conhecimento construído durante as etapas anteriores, relacionando o conhecimento matemático com os objetos presentes no dia a dia.

A seguir será descrita a construção dos modelos escolhidos para a pesquisa. A construção do modelo do ventilador foi apresentada na seção 2.3 do segundo capítulo com o objetivo de exemplificar o procedimento de construção de uma Modelagem Geométrica e a presença das técnicas utilizadas para promover o desenvolvimento da criatividade em Matemática.

### 3.3.1 Modelagem Geométrica da porta pantográfica

Analisando o modelo real da porta pantográfica (Figura 15), nota-se que as grades deslizam linearmente sobre um trilho e são equidistantes. O número de grades e sua espessura fazem parte do design de cada porta, sendo sempre perpendiculares à base.

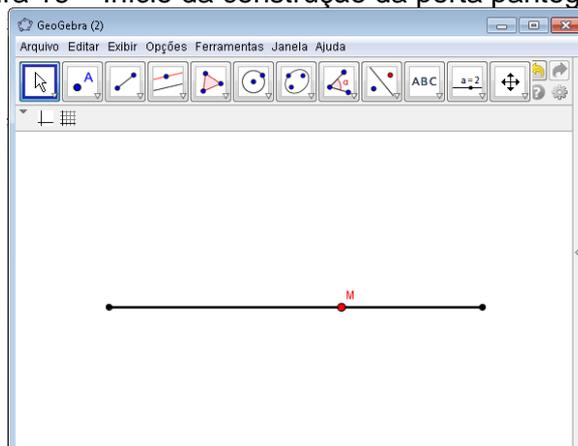
Figura 15 – Portas Pantográficas



Fonte: <http://www.abportas.com.br/>. Acesso em: 29 de nov. 2014.

O modelo apresenta apenas o movimento linear, um ponto móvel que se desloca sobre um segmento de reta. O movimento desse ponto acarretará o movimento de todas as grades da porta. Considerando esse fato, determina-se um segmento de reta e, em seguida, um ponto M sobre ele (Figura 16).

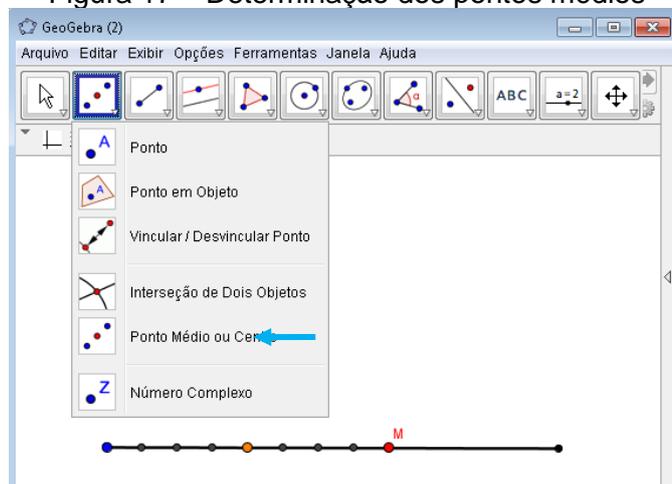
Figura 16 – Início da construção da porta pantográfica



Fonte: Elaboração própria.

Com a ferramenta “ponto médio”, divide-se em duas partes iguais a distância desse ponto M a uma das extremidades. Em seguida, os pontos médios dos segmentos determinados por esses três pontos e, assim, sucessivamente (Figura 17). Ao movimentar o ponto M, nota-se o efeito deslizante da porta.

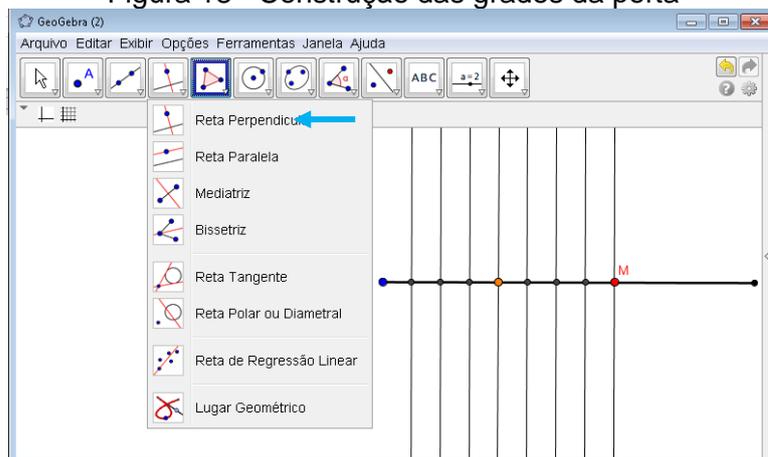
Figura 17 – Determinação dos pontos médios



Fonte: Elaboração própria.

As grades da porta são perpendiculares à base. Para obtê-las, utiliza-se o comando “reta perpendicular” ao segmento inicial, passando pelos pontos (Figura 18).

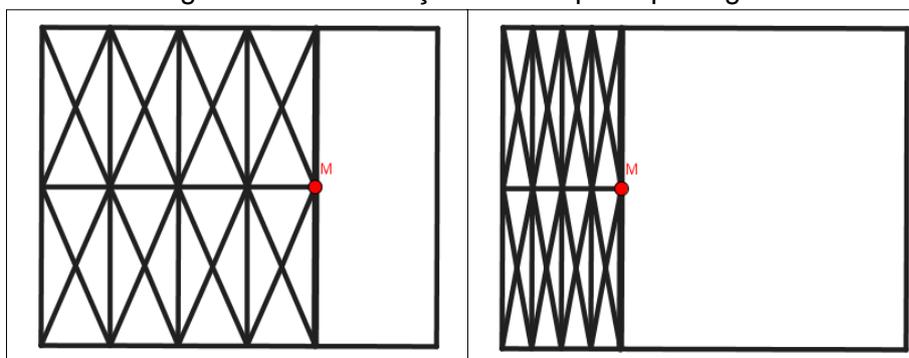
Figura 18 - Construção das grades da porta



Fonte: Elaboração própria.

Para a estrutura da porta pantográfica, determina-se retas paralelas ao segmento. Os outros elementos fazem parte do design da porta, e podem ser obtidos com as ferramentas já utilizadas como retas, segmentos e ponto médio. O efeito “sanfona” é próprio do modelo (Figura 19).

Figura 19 – Construção final da porta pantográfica



Fonte: Elaboração própria.

Essa modelagem foi construída a partir de elementos geométricos básicos. Como o ventilador, esse modelo pode ser configurado utilizando outras relações da Matemática. O movimento linear trabalhado pode proporcionar aos alunos observar outras situações que exijam o tal tipo de movimento (um ponto móvel que se desloca sobre uma reta ou segmento). Como exemplo, tem-se uma janela de correr, o deslizar da bicicleta e dos carros.

### 3.3.2 Modelagem Geométrica da janela basculante

Na janela basculante (Figura 20), o movimento da(s) folha(s) se dá por meio de um puxador. As folhas têm sempre o formato retangular, seu tipo é proveniente do modelo de janela a ser usada. Aqui será exemplificada a configuração da janela com quatro folhas, sendo uma fixa.

Figura 20 – Janelas Basculantes



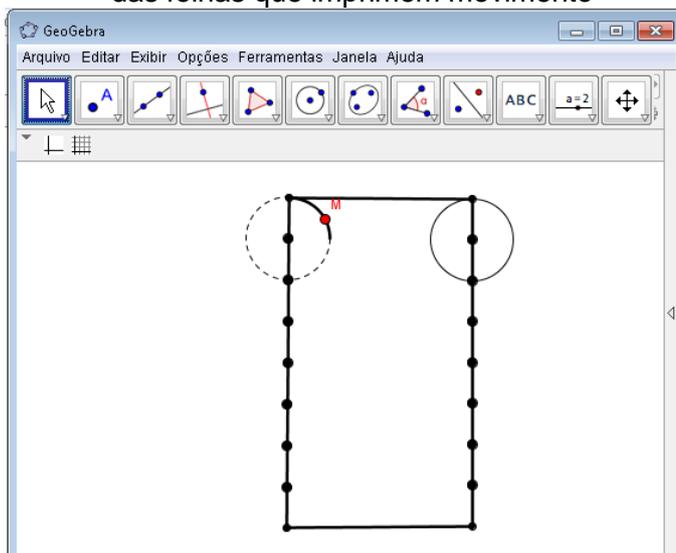
Fonte: <http://www.leroymerlin.com.br/janelas-basculantes>. Acesso em: 29 de nov. 2014.

Para iniciar a configuração da janela, considera-se importante determinar a parte fixa, que sustenta as folhas. Esta é formada por um retângulo. Em seguida, determinar o ponto médio dos lados opostos verticais, pois as folhas estão a igual distância uma das outras.

Quanto à animação, esse modelo apresenta apenas o movimento circular, um ponto móvel que se desloca sobre um arco. O movimento desse ponto acarretará o movimento de todas as outras folhas da janela. Para determiná-lo, basta traçar uma

circunferência e limitar o movimento com um arco (Figura 21); sobre esse arco inclua o ponto.

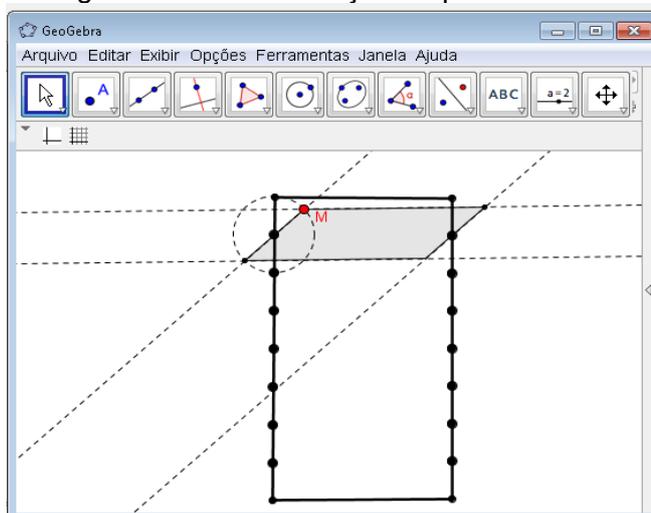
Figura 21 – Parte inicial da construção das folhas que imprimem movimento



Fonte: Elaboração própria.

Finaliza-se a construção da primeira folha com o comando “reta definida por dois pontos” e “retas paralelas”. Com a ferramenta “polígono”, pode-se destacar a folha (Figura 22).

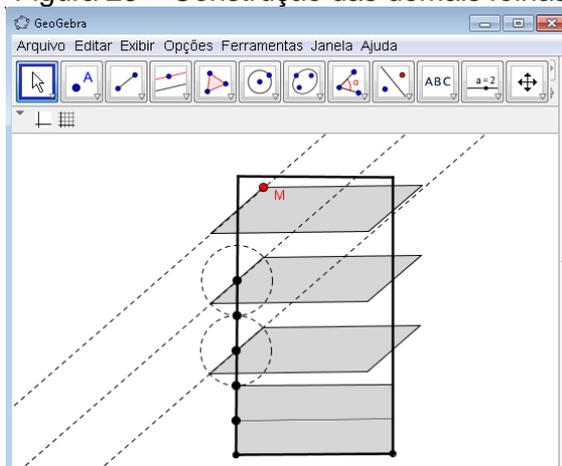
Figura 22 – Determinação da primeira folha



Fonte: Elaboração própria.

As demais folhas são determinadas de modo análogo. Para controlar o movimento de abrir/fechar, emprega-se a ideia de retas paralelas a partir da folha inicial (Figura 23).

Figura 23 – Construção das demais folhas



Fonte: Elaboração própria.

A configuração da janela basculante é um pouco mais sofisticada, pois exige um olhar mais atento para identificar as relações matemáticas, porém faz uso de elementos geométricos básicos. O movimento de um ponto sobre um arco pode levar o aluno a pensar em outros modelos, tais como: cadeira de balanço, portão eletrônico para garagem de carro, entre outros.

### 3.3.3 Modelagem Geométrica do balanço vai-e-vem

Ao analisar o balanço vai-e-vai (Figura 24), nota-se que seu efeito de balançar determina um arco, como o da janela basculante. Seu formato é bem simples podendo mudar sua espessura e o design do assento.

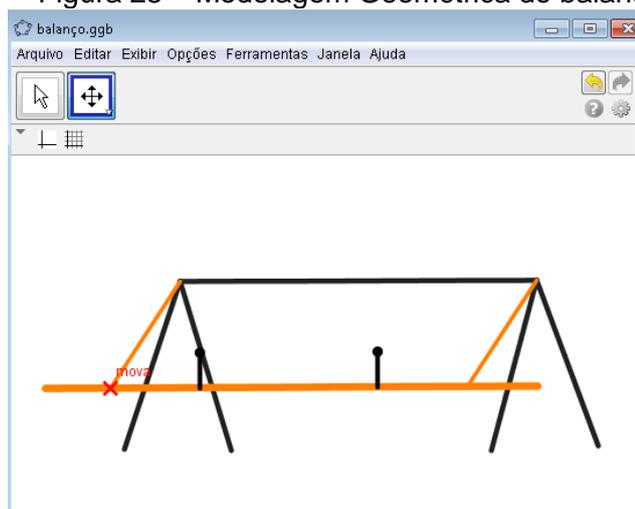
Figura 24 – Balanço vai-e-vem



Fonte: <http://www.animamix.com.br/brinquedos/balanco-gondola/2506>. Acesso em: 29 de nov. 2014.

A construção pode começar pela estrutura fixa, formada por segmentos de reta. A parte móvel apresenta apenas um movimento: um ponto que se desloca sobre um arco de circunferência. O movimento desse ponto mantém os lados opostos do balanço paralelos. Isso acontece porque a estrutura em movimento é formada por um paralelogramo (Figura 25).

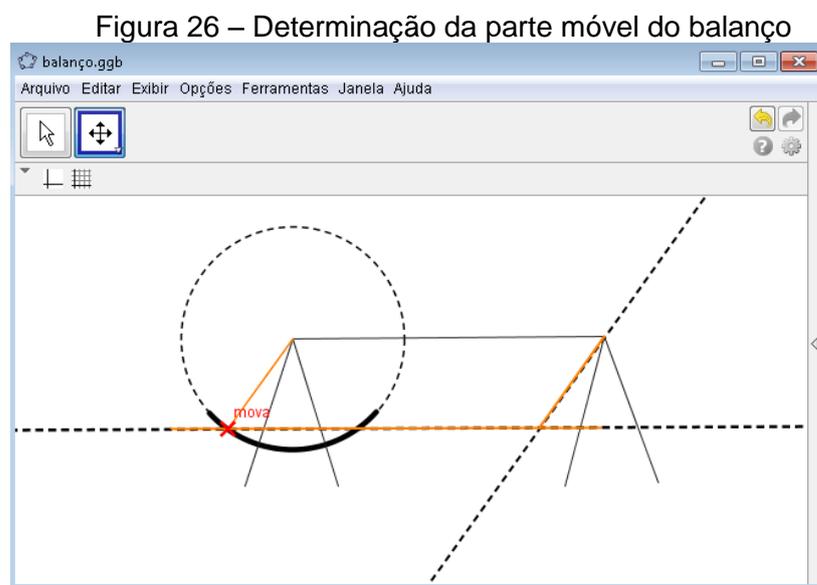
Figura 25 – Modelagem Geométrica do balanço



Fonte: Elaboração própria.

Essa estrutura pode ser construída com as ferramentas circunferência, arco, retas e retas paralelas. Em um dos lados fixo, determina-se uma circunferência e um

arco sobre ela. O ponto mova deverá estar sobre o arco, a fim de limitar o movimento (Figura 26). Com a ferramenta segmento, constrói-se o primeiro lado do paralelogramo e para os demais, utiliza-se o comando retas paralelas.



Fonte: Elaboração própria.

A construção do balanço possui a mesma característica, em relação ao movimento, da janela basculante. Essa construção pode ser trabalhada usando outras relações matemáticas.

O modelos aqui apresentados e exemplificados em suas construções são parte integrante da pesquisa e proporcionam aos alunos a percepção da Matemática presente em seu meio. Como já citado, três desses modelos já foram trabalhados por Meier (2012), mas com o modo de construção diferenciado.

O *software* GeoGebra é o local, no qual as relações matemáticas podem ser empregadas para que os modelos ganhem vida. A possibilidade de animação é um dos recursos mais importantes para essa proposta de trabalho.

## 4 RELATO DA PESQUISA E DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste capítulo, apresenta-se o relato do teste exploratório e da experimentação das atividades, bem como a discussão dos dados obtidos à luz do referencial teórico. Inicialmente, será exposto o relato do teste exploratório, seguido da experimentação na turma do Ensino Fundamental.

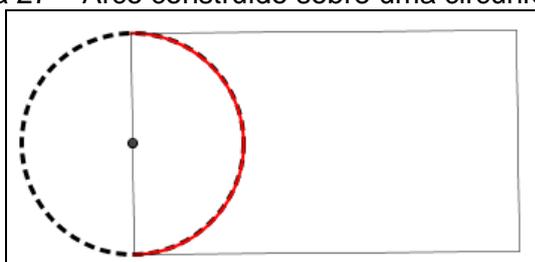
### 4.1 Teste exploratório

A pesquisadora deu início ao trabalho apresentando seus objetivos e, em seguida, a Modelagem Geométrica. Após, distribuiu o material didático que continha as questões de familiarização do *software* GeoGebra, e de revisão de alguns conteúdos geométricos. As questões foram resolvidas em conjunto.

Durante a execução das construções, observou-se que a versão do GeoGebra instalado nos computadores não continha algumas ferramentas expostas no material. Interrompeu-se a aula para fazer o *download* da versão mais recente.

No item 17 do material (Apêndice A), era necessário marcar um ponto sobre um arco que havia sido construído sobre um círculo (Figura 27). Entretanto, ao movimentar o ponto, este se deslocava sobre a circunferência e não apenas sobre o arco, como o esperado. Um aluno sugeriu esconder o círculo e, depois de marcar o ponto sobre o arco, exibi-lo novamente, o que resolveu o problema. Os fatos descritos acima foram relevantes a fim de que não se repitam na experimentação.

Figura 27 – Arco construído sobre uma circunferência



Fonte: Elaboração própria.

Os alunos recomendaram algumas modificações, tais como: acrescentar no enunciado do item 14, que o ponto a ser marcado sobre a circunferência, deve ser na parte daquele que está no interior do retângulo; e deixar explícito no enunciado do item 24, que as interseções a serem marcadas são entre o feixe de paralelas construído e as retas concorrentes com ele.

A configuração final da janela basculante entusiasmou os participantes que ficaram estimulados a trabalhar com Modelagem Geométrica. Sobre as recomendações, considerou-se relevante modificar apenas o item 24, pois no item 14 o ponto pode ser marcado na parte externa do retângulo.

Para iniciar a segunda etapa, foi distribuído o CD com as modelagens, lembrando que essas foram enumeradas e os participantes deveriam seguir a ordem de numeração. A escalação não teve critério específico, o quadro 5 mostra tal designo.

Quadro 5 – Ordem de construção das modelagens geométricas

Ordem	Modelagens
1º	Ventilador
2º	Balanço vai-e-vem
3º	Porta Pantográfica
4º	Janela Basculante

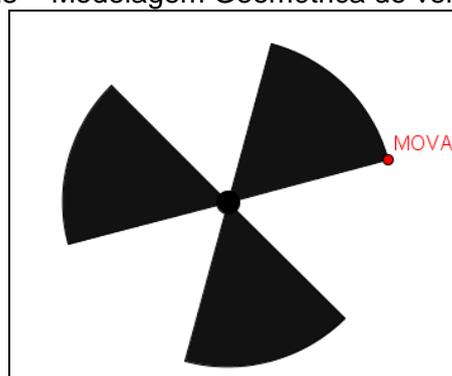
Fonte: Elaboração própria.

A orientação dada foi analisar o movimento e perceber quais características geométrica se apresentava na estrutura do modelo e, principalmente, em seu movimento. Após esse momento de observação, foi entregue a lista dois. Nesse procedimento, foram trabalhadas as técnicas *lista de atributos*, *modelagem* e *visualização*.

O ventilador (Figura 28) foi a primeira Modelagem Geométrica a ser construída. Ao analisá-lo, os participantes perceberam de imediato o movimento circular presente na construção. O empecilho estava na determinação dos pontos, que se movimentavam quando o ponto mova era acionado. Mesmo lendo a

estratégia de construção apresentada na lista dois, os participantes precisavam de orientação. Apenas dois alunos compreenderam que deveriam dividir a circunferência em partes iguais.

Figura 28 – Modelagem Geométrica do ventilador



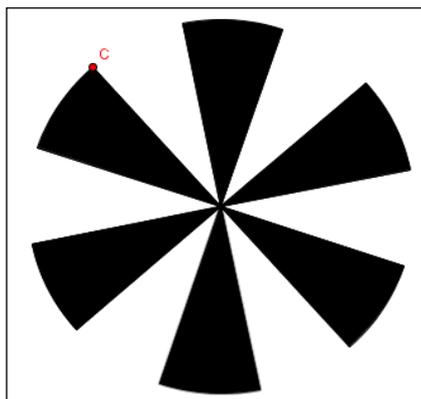
Fonte: Elaboração própria.

Entende-se que esse fato tenha ocorrido pois era o primeiro contato da turma com uma modelagem e, por isso, as estratégias apresentadas não foram suficientes e muitos precisaram de orientações individuais. As técnicas de criatividade *lista de atributos* e *sinética* foram trabalhadas nesse primeiro modelo dispondo de características mais específicas, a fim de conhecerem aspectos do problema: comentar que a angulação entre uma hélice e outra era sempre a mesma, por exemplo.

Averiguando tal procedimento, os participantes perceberam que deveriam dividir a circunferência em partes iguais. Essa divisão foi feita de duas formas diferenciadas; utilizaram a ferramenta de “rotação em torno de um ponto” e “ângulo com amplitude fixa”. Entende-se que esse fato ocorreu por já terem um conhecimento do *software*.

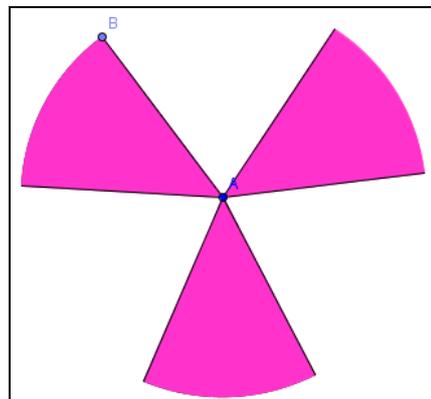
Analisando cada construção, percebeu-se que apenas dois alunos modelaram o ventilador com design diferente do entregue. Um colocou seis hastes (Figura 29), e outro o fez com uma cor diferente (Figura 30). Os demais apresentaram as construções tal como o modelo, diferenciando apenas da espessura da haste.

Figura 29 – Modelo geométrico do ventilador com 6 hastes



Fonte: Protocolo de pesquisa.

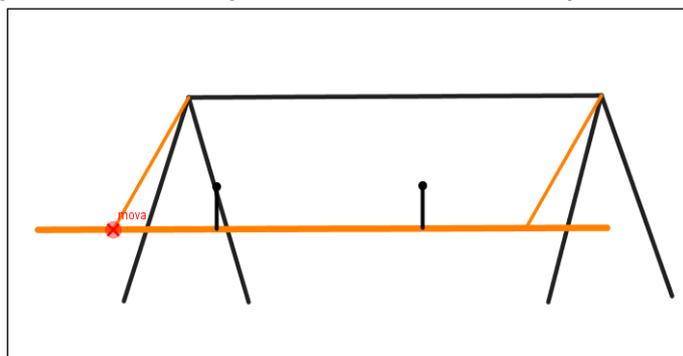
Figura 30 – Modelo geométrico do ventilador com a cor rosa



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na modelagem seguinte, balanço vai-e-vem (Figura 31), os participantes ficavam apenas a observar a construção e seu movimento, não sabiam por onde começar. Apenas dois participantes iniciaram a construção após consultar o roteiro.

Figura 31 – Modelagem Geométrica do balanço vai-e-vem



Fonte: Elaboração própria.

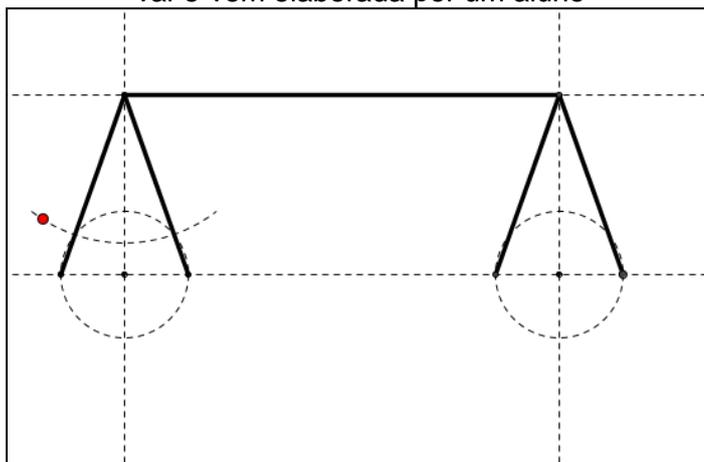
Eles só identificavam os elementos em evidência ou bem definidos na construção. Sabiam que poderia ter elementos escondidos, pois a primeira etapa lhes permitiu ter essa noção, mas não conseguiam determiná-los. Assim, a técnica lista de atributos foi empregada, mas não os levou a identificar os padrões matemáticos ocultados.

Alguns alunos, sentindo-se desafiados a terminar, apelaram para o protocolo de construção, uma ferramenta do *software* localizada na barra de menus, que não pode ser removida. Foi a partir daí que iniciaram a configuração do balanço.

A pesquisadora não os interrompeu nesse momento, pois acreditava na necessidade que os participantes tinham de uma ampla visualização, para identificar as características matemáticas envolvidas e, principalmente, as ocultas. As técnicas de criatividade, *sinética* e *fazendo e desfazendo*, foram trabalhadas, mas com a utilização dos aspectos escondidos, o que não estava previsto. Considera-se-se que essa atitude foi determinante para a não desistência, o que possibilitava uma aproximação do aluno com a Modelagem Geométrica e poderia auxiliar na elaboração do próprio modelo, que seria construída na terceira etapa.

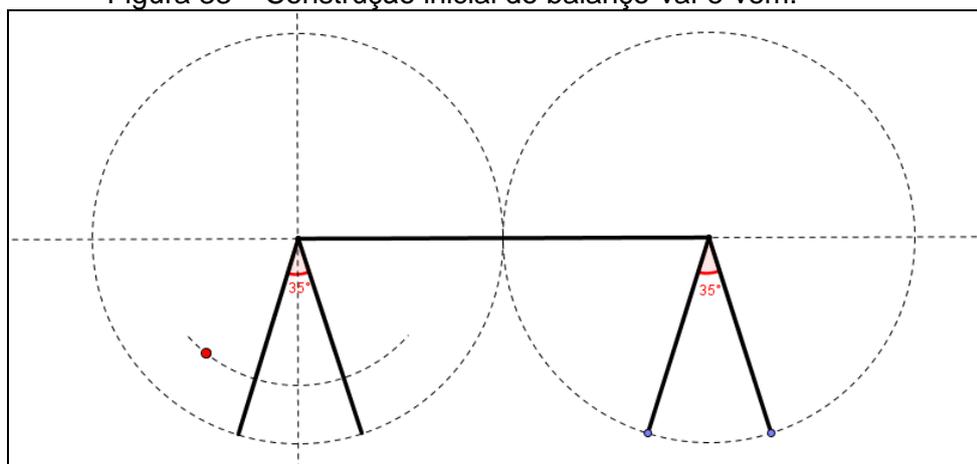
Os participantes levaram o restante da aula para terminar a modelagem do balanço e ainda careceram de orientação por várias vezes. Ao analisar as construções, notou-se que dos 11 participantes, um iniciou a construção do balanço de forma diferente, a partir do retângulo (Figura 32). Dentre os 10 alunos, seis seguiram fielmente o protocolo (Figura 33), os demais desistiram ou não conseguiram terminar.

Figura 32 – Construção inicial do balanço vai-e-vem elaborada por um aluno



Fonte: Protocolo de pesquisa.

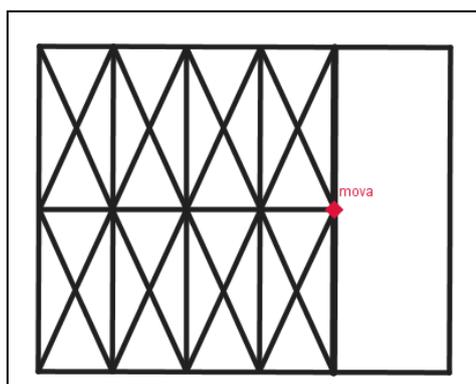
Figura 33 – Construção inicial do balanço-vai-e-vem.



Fonte: Elaboração própria.

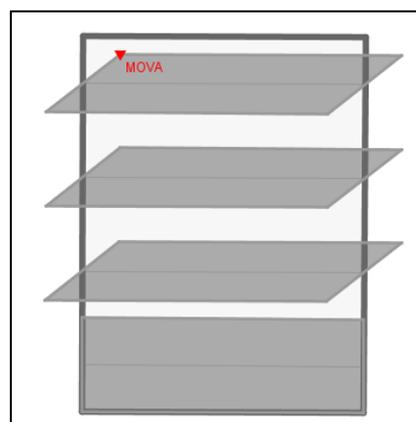
Em relação à porta pantográfica (Figura 34), apenas quatro alunos tiveram tempo de configurá-la e desses, três terminaram e o outro não obteve o movimento correto. Não houve tempo para a construção da janela basculante (Figura 35) e nem para os alunos criarem a sua própria modelagem.

Figura 34 – Modelagem Geométrica da porta pantográfica



Fonte: Elaboração própria.

Figura 35 – Modelagem Geométrica da janela basculante



Fonte: Elaboração própria.

Os discentes comentaram que as construções são complicadas e tiveram muitas dificuldades. Alertaram que, como a aplicação será para alunos do Ensino Fundamental, talvez não conheçam o *software*, e as dificuldades poderiam aumentar.

Quanto ao desenvolvimento da criatividade em Matemática, nada se pode afirmar, pois não houve tempo para execução da etapa final, na qual os participantes seriam autores de um modelo. Diante do problema, o aluno teria de esquematizar soluções tendo em vista o conhecimento adquirido nas etapas anteriores. Neste período, a definição de Gontijo (2006) sobre criatividade em Matemática estaria sendo empregada, assim como as técnicas de criatividade.

Esta situação levou a pesquisadora a analisar novamente o material elaborado e pensar em um novo teste exploratório. Após a avaliação, considerou-se que as atividades se enquadravam aos objetivos traçados e as técnicas de criatividade foram organizadas de modo coerente para atender as possibilidades da pesquisa. Por isso não houve um novo teste exploratório, mas uma análise da aplicação. Considerou-se importante reorganizar a ordem de construção das modelagens geométricas, levando em conta o nível de dificuldade apresentado em cada modelo.

O resultado do teste exploratório permitiu à pesquisadora rever algumas atitudes durante a aplicação, tais como: ao iniciar a segunda parte das atividades, ter um envolvimento maior com a turma, lendo as características e as estratégias em conjunto, fazendo perguntas sobre a modelagem, o movimento, as ferramentas geométricas presente na modelagem, que possibilitavam o movimento, e indagar o que cada um notava. Essas ações poderiam proporcionar um olhar atento ao mecanismo a ser modelado e ajudaria nas construções seguintes. Tais reflexões implicaram a mudança de conduta durante a experimentação no 9º. ano, cujo tempo de aplicação foi de seis aulas.

## **4.2 Experimentação**

Na procura por uma escola pública para realizar a pesquisa, deparou-se com alguns entraves. Era indispensável que o local para experimentação das atividades, tivesse uma sala de informática com, pelo menos, um computador para cada dois alunos. Nas escolas consultadas ou os computadores estavam em manutenção sem data para retorno, ou estavam sem internet ou com vírus na rede. Como havia uma data para concluir o presente trabalho, optou-se pela aplicação em uma escola

particular. Esse fato pode indicar que os laboratórios de informática nas escolas públicas, quando existem, têm sua funcionalidade prejudicada por questões administrativas e/ou financeiras, impedindo seu uso para otimizar o ensino e a aprendizagem de Matemática.

A escola escolhida localiza-se no distrito de Goitacazes, da Cidade de Campos dos Goytacazes - RJ. É uma escola ampla e com boa estrutura, tem sala de informática com 30 computadores e sala com quadro interativo. A direção da escola permitiu que a experimentação fosse realizada com os alunos do 9º ano. Após três semanas aguardando a liberação da turma, ficou acordado que seriam disponibilizadas duas segundas-feiras, com três aulas cada uma.

Foi solicitada à coordenação da escola a instalação do programa GeoGebra nos computadores, porém isso não aconteceu. Dias antes da experimentação, a pesquisadora esteve na escola. Apenas 10, dos 30 computadores funcionavam e, em apenas um, o programa foi instalado, devido ao fraco sinal da internet<sup>4</sup>. A solução encontrada foi levar notebooks para emprestar aos discentes. No total foram cinco máquinas, quatro notebooks (dois da orientadora, um da pesquisadora e um do professor da turma) e um computador da escola.

Todos os alunos compareceram, formaram-se três duplas, e apenas um trabalhou individualmente. Para melhor compreensão do texto e preservação da identidade dos alunos, os três grupos formados serão identificadas pelas letras B, C e D, e o aluno por A.

Como não havia projetor multimídia disponível na sala de informática, um dos notebooks foi utilizado para apresentar o trabalho e auxiliar as duplas nas construções individuais, ficando apoiado sobre uma cadeira, que estava sobre uma mesa, a fim de garantir a visualização (Figura 36).

---

<sup>4</sup> A autora desconhecia que o software GeoGebra poderia ser utilizado sem a instalação, por meio de um pen drive.

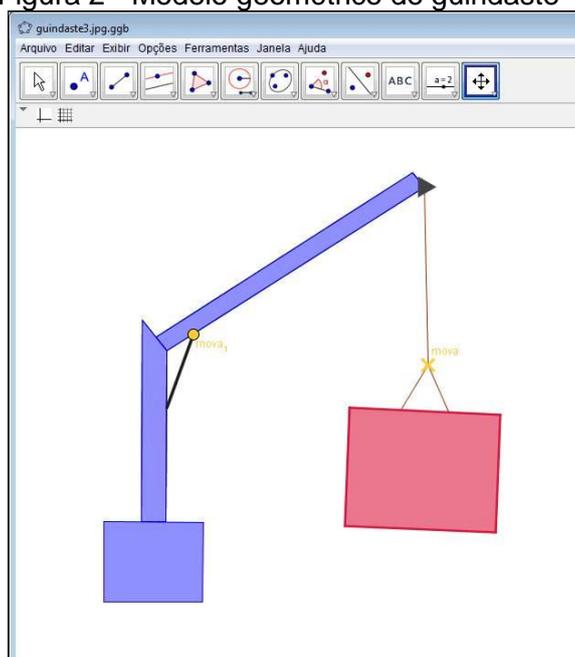
Figura 36 – Primeiro dia da aplicação



Fonte: Elaboração própria.

Deu-se início ao trabalho explicando o que era uma Modelagem Geométrica. Utilizou-se, como exemplo, a construção do guindaste (Figura 2), modelo geométrico construído pela pesquisadora. Apresentou-se o *software* GeoGebra e a barra de ferramentas. Informou-se que ali estavam os instrumentos necessários para constituir os modelos, e que o espaço em branco abaixo era o local no qual seriam feitas as construções.

Figura 2 - Modelo geométrico do guindaste

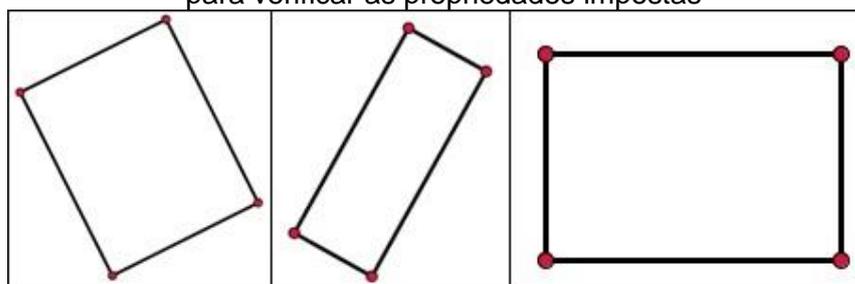


Fonte: Elaboração própria.

Logo após, os alunos receberam a lista um. A dinâmica utilizada na aula foi a seguinte: a pesquisadora lia o enunciado de cada item, explicava o conceito geométrico envolvido, indicava o local em que estava a ferramenta no GeoGebra e fazia a construção junto com os alunos, esclarecendo as dúvidas.

Em alguns casos, solicitou-se aos discentes que movessem determinado ponto para verificar o que acontecia, como no item 11 da lista um. Ao acionar um ponto e movimentá-lo, apenas seu tamanho era alterado, permanecendo as propriedades do objeto geométrico (Figura 37). Os alunos rapidamente perceberam tal alteração.

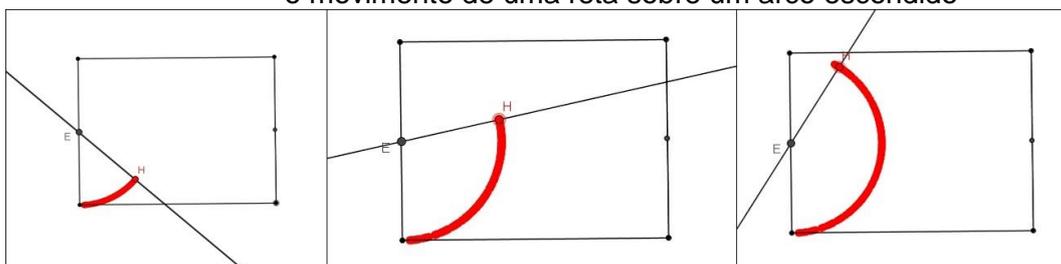
Figura 37 – Animação feita no GeoGebra para verificar as propriedades impostas



Fonte: Elaboração própria.

No item 20, após esconder o arco e o círculo, foi pedido que movessem o ponto H, e observassem o que acontecia. Incentivados pela pesquisadora, os alunos relataram, oralmente, que tal ponto descrevia um arco circular e a reta  $\overline{EH}$  acompanhava esse movimento (Figura 38). Tal procedimento levou os alunos a perceber o dinamismo do *software* e favoreceu a visualização. Além disso, o método beneficiaria o trabalho ao iniciarem a segunda parte da atividade, pois teriam consciência de que, para um modelo geométrico, são utilizadas ferramentas que podem não estar visíveis.

Figura 38 – Animação feita no GeoGebra para demonstrar o movimento de uma reta sobre um arco escondido

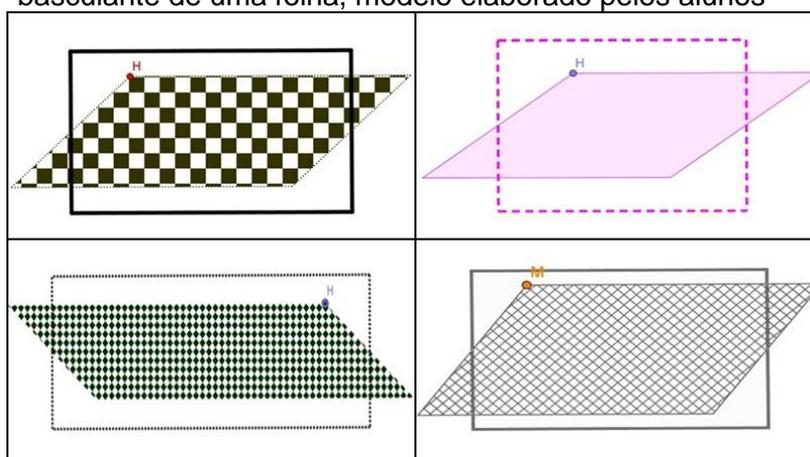


Fonte: Elaboração própria.

Os problemas apresentados durante essa primeira parte foram decorrentes do processo de familiarização com o programa. Eles careciam de orientação individual em muitos momentos, o que já era esperado.

Ao término, ficaram entusiasmados com o modelo final, movimentaram o ponto H (ponto mova), e logo disseram que o modelo era a representação de uma janela basculante. A pesquisadora mostrou-lhes a possibilidade de mudar a cor da janela, e os deixou à vontade para que descobrissem outras possibilidades de alteração das características gráficas. Os alunos mudaram o preenchimento da janela fazendo diferentes mosaicos nas básculas (Figura 39).

Figura 39 – Modelagem Geométrica da janela basculante de uma folha, modelo elaborado pelos alunos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Considerando que as possibilidades de construção de um modelo geométrico foram compreendidas, entregou a cada dupla o CD. Foi explicado que, nesta fase,

deveriam observar o objeto modelado e arriscar-se a construí-lo, mas era preciso ter um olhar atento ao movimento, para identificar qual a melhor ferramenta geométrica a ser usada.

A lista dois foi entregue logo após receberem o CD. A pesquisadora relatou que nela estavam as características e a estratégia para a construção de cada uma das quatro modelagens. A ordem para construção das modelagens geométricas sofreu uma alteração, conforme o planejado, o quadro seis demonstra a nova escalação.

Quadro 6 – Nova ordem de construção das modelagens geométricas

<b>Ordem</b>	<b>Modelagens</b>
1º	Ventilador
2º	Porta Pantográfica
3º	Janela Basculante
4º	Balanço Vai-e-vem

Fonte: Elaboração própria.

Na construção do ventilador, duas duplas (B e C) e o aluno A, demonstraram insegurança para iniciar a configuração. Foi preciso que a pesquisadora os orientasse individualmente.

A dupla B percebeu o movimento circular do ventilador mas, ao dar início à modelação, não intuiu que era preciso partir da circunferência, pois todos os outros entes geométricos estariam ligados ao círculo, e iniciaram a construção com retas. Analisando o erro, recorreram à pesquisadora que, por sua vez, orientou-os a começar pela circunferência, como indicado na lista dois, explicando o motivo.

Após construírem a circunferência, a pesquisadora os levou a perceber que as hastes do ventilador tinham a mesma espessura, e assim deveriam dividir a circunferência em partes iguais. Como o conhecimento que tinham do *software* era básico, apenas usavam o que foi empregado no primeiro bloco, indicou-se o uso da

ferramenta “ângulo com amplitude fixa”. Explicou ainda que, para usá-la, deveriam indicar a amplitude, ou seja, o ângulo.

A dupla C e o aluno A procederam de forma análoga ao citado acima; os empecilhos foram, em geral, os mesmo. Perceberam a Matemática envolvida na construção, mas não sabiam como iniciar.

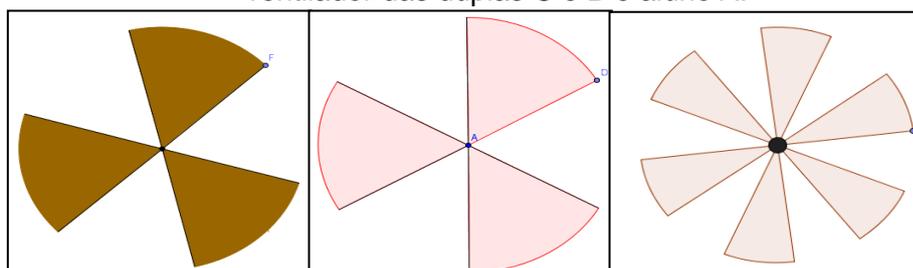
Alguns pontos importantes devem ser destacados, tais como: a dupla C, ao construir a circunferência com a ferramenta “círculo dados centro e um de seus pontos”, utilizou o ponto pertencente ao círculo como o “ponto mova”, e traçou o raio. Mas, ao movimentá-lo, a circunferência mudava de tamanho. A pesquisadora percebeu tal feito e os orientou a incluir um novo ponto sobre a circunferência, como indica a lista, sendo este o “ponto mova”.

O aluno A, ao perceber a necessidade de dividir a circunferência, traçou os raios buscando equidistá-los, mas sem utilizar processos geométricos. Diante desse fato, a pesquisadora o conduziu a perceber o erro solicitando que movimentasse um dos pontos. Ao fazê-lo, observou que os outros pontos não o acompanhavam. O aluno foi guiado na utilização da ferramenta “ângulo com amplitude fixa”. O mesmo empregou ângulos de  $30^\circ$ , obtendo um maior número de hélice no ventilador.

Considera-se que esses erros são decorrentes de um processo inicial de utilização dos elementos geométricos, por meio dos quais eles se apoiam na visualização e não nas relações matemáticas (MEIER, 2012). Ao perceberem o erro, os alunos puderam reorganizar a construção. Esse processo de reflexão se insere na técnica *fazendo e desfazendo* da categoria alteração.

Os alunos finalizaram as construções escondendo alguns entes geométricos a fim de obter uma melhor visualização do modelo, e utilizaram a ferramenta “setor circular” de modo a destacar as hastes do ventilador (Figura 40).

Figura 40 – Construções geométricas do ventilador das duplas C e B e aluno A.



Fonte: Elaboração própria.

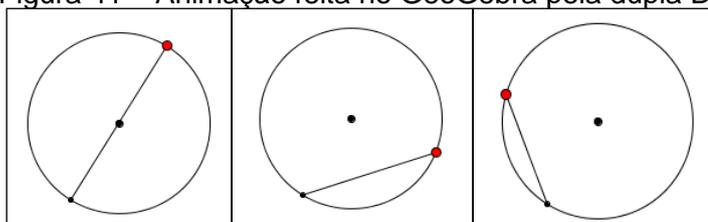
Constatou-se que os alunos apresentavam dificuldade para interpretar o descrito na lista dois, o que talvez tenha incitado uma insegurança, pois careciam de orientação constantemente. Porém, demonstraram perceber as propriedades matemáticas envolvidas na construção do modelo, e apresentaram capacidade para criação de estratégias. A dificuldade estava em saber de que modo devem ser aplicadas essas ferramentas para obter o modelo. Considerou-se este fato como uma etapa do processo de construção do conhecimento, pois a atividade proposta exigia deles uma postura crítica e reflexiva perante um problema a ser resolvido, postura esta que talvez não lhes tenha sido requerida nas aulas de Matemática.

As técnicas de criatividade, *lista de atributos* e *sinética*, foram aplicadas, mas com a necessidade de destacar alguns detalhes que, de início, não eram perceptíveis para o aluno. Esse procedimento já era esperado, pois se percebeu, no teste exploratório, ser indispensável em alguns momentos, uma ampla visualização. Contudo, a organização e o planejamento dessas construções continuavam sendo um desafio para os alunos, sendo esse um processo no qual é aplicada a técnica *fazendo e desfazendo*.

A dupla D teve destaque na construção do ventilador. Percebeu o movimento circular ao analisar o modelo entregue, assim como os outros e, após ler a lista dois, resumiu que deveriam iniciar a construção partindo de uma circunferência. Utilizaram a ferramenta “círculo dados centro e um ponto”. Concluiu-se que tinham usado tal instrumento, pois foi o mais empregado na primeira lista.

Marcaram o ponto sobre a circunferência, mas tiveram dificuldades para dar continuidade, não sabiam como deveriam proceder para obter os demais pontos. Foi pedido que lessem a estratégia para a construção e, com orientação da pesquisadora, compreenderam que a circunferência deveria ser dividida em partes iguais. Traçaram um segmento de reta tendo como extremidades dois pontos colocados arbitrariamente sobre a circunferência. Mas, ao animarem um dos pontos, perceberam que o segmento mudava de tamanho ao mover-se sobre a circunferência (Figura 41).

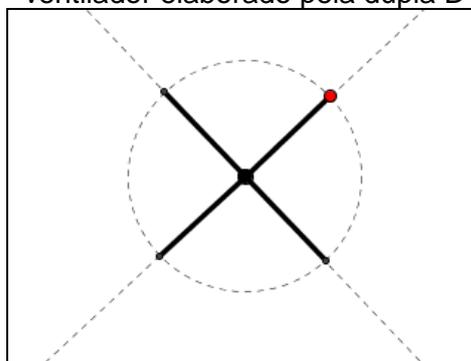
Figura 41 – Animação feita no GeoGebra pela dupla D



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A pesquisadora orientou essa dupla a fazer tal construção usando a ferramenta “reta”, sendo o “ponto mova” e o centro da circunferência, os pontos que a continham. Ao movimentá-la, puderam observar que seu tamanho não se alterava. Em seguida, traçaram uma reta perpendicular, a reta inicial, passando pelo centro, ficando a figura dividida em quatro partes iguais. A dupla utilizou o segmento de reta para marcar os raios, escondeu a circunferência, as retas e os pontos (Figura 42).

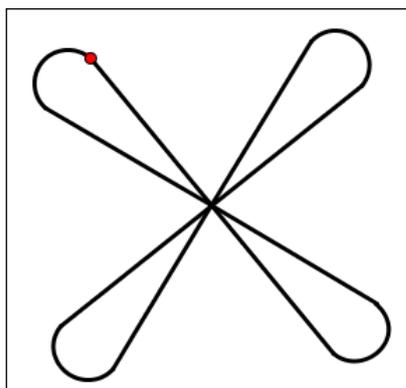
Figura 42 – Construção inicial do ventilador elaborado pela dupla D



Fonte:Protocolo de pesquisa.

Ao indicarem que haviam terminado, a pesquisadora levou-os a perceber que as hastes precisavam de uma espessura. Para obtê-la, era preciso usar a ferramenta “ângulo com amplitude fixa”. Como não havia sido empregada em nenhum momento, foram orientados pela pesquisadora. Finalizaram produzindo um design diferente nas bordas das hastes, com auxílio da ferramenta “semicírculo” (Figura 43).

Figura 43 – Construção final do ventilador elaborada pela dupla D



Fonte: Protocolo de pesquisa

Observou-se que essa dupla teve uma postura mais confiante e autônoma durante a construção, em relação às outras. Provavelmente a diferença está na visualização, ou seja, tal dupla pode ter tido uma atitude mais investigativa do que as demais, analisando os detalhes do movimento do ventilador, o que, conseqüentemente, influenciou na construção do modelo.

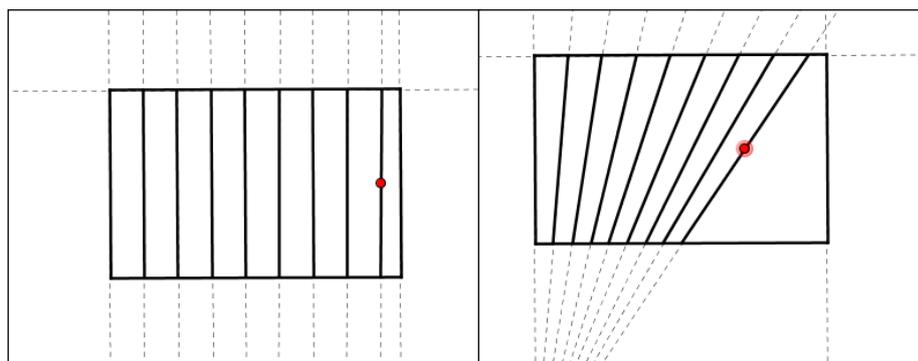
Para a construção da porta pantográfica, os alunos analisaram o modelo diversas vezes, e tiveram dificuldades para iniciar a configuração. Ao perceber esse impasse, a pesquisadora analisou a modelagem junto com eles, mostrou-lhes que poderiam iniciar a construção pela parte fixa, a qual é representada por um retângulo. E, para obter a movimentação, foram orientados a ler a lista dois.

Todos os alunos conseguiram construir o retângulo. Apenas a dupla D compreendeu a matemática aplicada ao movimento ao ler a lista dois. Trocaram ideias entre si, a fim de se ajudarem mutuamente.

As duplas B e C ainda estavam com dificuldades. A pesquisadora teve que orientá-los individualmente. Leu em conjunto a lista dois e mostrou que a distância entre as grades era sempre a mesma. A partir daí, eles conseguiram associar a utilização da ferramenta ponto médio ao modelo.

A dupla C, ao traçar as grades, utilizou a ferramenta “reta definida por dois pontos” e ao acionar o “ponto mova”, a porta se deformava (Figura 44). Percebendo tal feito, chamaram a pesquisadora que os levou a perceber que as grades são formadas por retas paralelas ou perpendiculares essas não alteram sua estrutura.

Figura 44 – Animação da porta pantográfica, construção inicial da dupla C

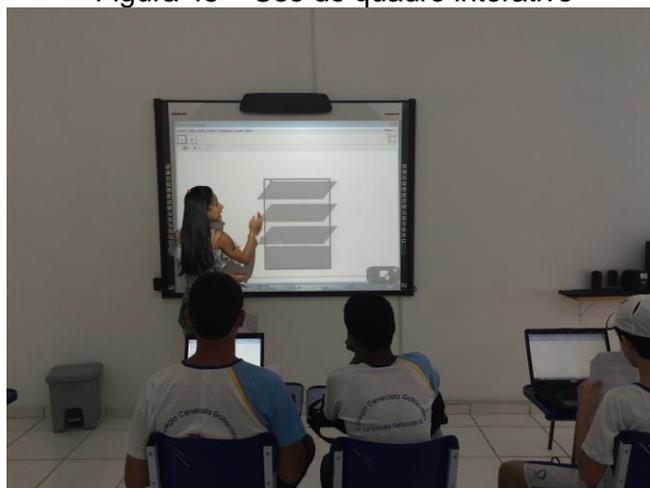


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao finalizar, as duplas ficaram maravilhadas com suas construções. Como o horário havia terminado, nem todos puderam fazer modificações, como por exemplo, mudar a cor. Portanto, as modelagens ficaram bem simples.

Devido a alguns imprevistos, o trabalho voltou a ser aplicado após duas semanas, com a presença de todos os alunos. A coordenação acadêmica da escola disponibilizou uma sala com quadro interativo, o que possibilitou uma melhor interação (Figura 45), pois as imagens estavam ampliadas.

Figura 45 – Uso do quadro interativo



Fonte: Elaboração própria.

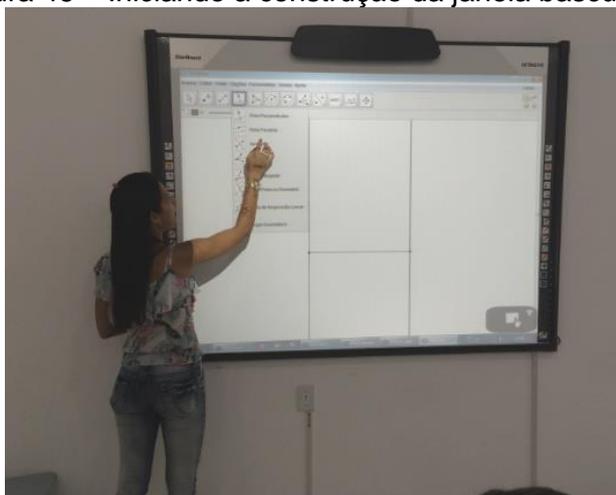
Tendo em vista a continuidade da segunda etapa e levando em consideração o tempo entre uma aplicação e outra, iniciou-se recordando os objetivos da

pesquisa, o que haviam feito no encontro anterior e o que fariam nesse último. Logo após, foram entregues a lista dois e o CD. A pesquisadora indicou a se direcionarem para o arquivo da modelagem 3, correspondente ao modelo da janela basculante.

Assim que as duplas começaram a analisar o modelo, foi possível notar a falta de planejamento para iniciar a construção. Usavam ferramentas aleatórias sem um objetivo específico. A pesquisadora, propondo-se a ajudá-los, avaliou o modelo em conjunto, sempre indagando possíveis soluções.

Lembrou a janela basculante de uma folha construída na primeira aula. E em uma primeira manifestação, um dos alunos propôs iniciar a construção pela parte fixa, o retângulo. Como não recordavam a localização das ferramentas, sendo preciso indicá-las, a pesquisadora se propôs a iniciar a construção junto com eles (Figura 46).

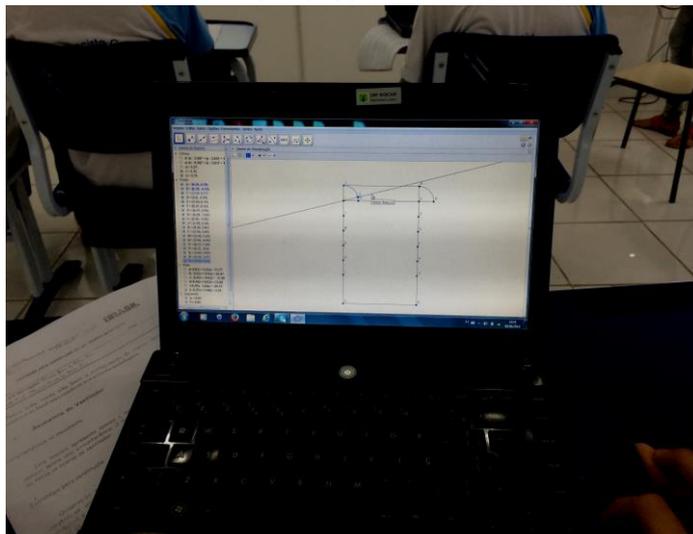
Figura 46 – Iniciando a construção da janela basculante



Fonte: Elaboração própria.

Para obter a parte móvel, a pesquisadora leu com os alunos a lista dois. Por meio de indagações tais como “Como é o movimento, é retilíneo ou circular?”, “Qual ferramenta podemos utilizar para obter este movimento?”, os alunos concluíram que o movimento se dá a partir de um arco (Figura 47). Em seguida analisaram que a distância entre uma folha e outra era sempre a mesma, e que elas se moviam em função da primeira, indicando, assim, o uso de retas paralelas para obtê-las.

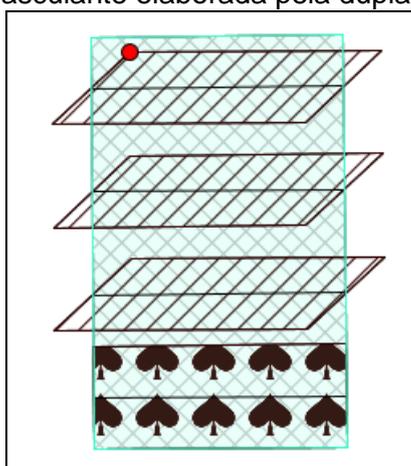
Figura 47 – Construção da primeira folha da janela basculante, movimentação sobre um arco



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao final, percebeu-se que os alunos obtiveram modelos da janela com o mesmo número de folhas do modelo proposto. Sendo uma delas fixa, o que não era exigido, o diferencial estava nas cores. A dupla C caprichou no design da janela (Figura 48).

Figura 48 – Construção da janela basculante elaborada pela dupla C



Fonte: Protocolo de pesquisa.

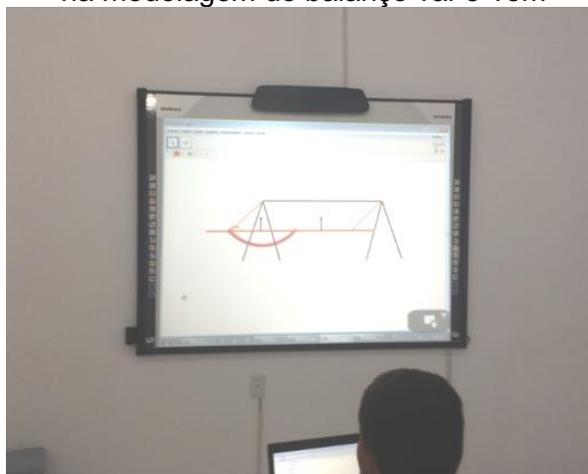
Nessa construção, foi possível notar que os alunos estavam redescobrendo o GeoGebra. Esse comportamento é perfeitamente compreensível, uma vez que havia

duas semanas que não tinham mais contato com esse tipo de atividade e nem com o *software*, o que induz a um esquecimento, sendo necessário encaminhá-los nesse processo. As técnicas de criatividade foram aplicadas, sendo necessária uma intervenção mais pontual da pesquisadora no sentido de explicitar detalhes da construção do modelo, chamando a atenção dos alunos para os mesmos. Houve orientações coletivas e individuais.

Na construção do balanço vai-e-vem, as duplas demonstraram uma maior habilidade com a Modelagem Geométrica, estando mais adaptados ao tipo de atividade e ao *software*. Perceberam rapidamente os conteúdos de geometria presentes no modelo, sem utilizar a lista dois como referência, e deram o primeiro passo para a construção iniciando pela parte fixa.

A pesquisadora teve de orientá-los para a determinação do movimento. Marcou o rastro do ponto “mova” e indagou-lhes sobre o que era necessário para obtê-lo (Figura 49). Deixou-os à vontade para iniciar a construção.

Figura 49 – Percepção do movimento na modelagem do balanço vai-e-vem

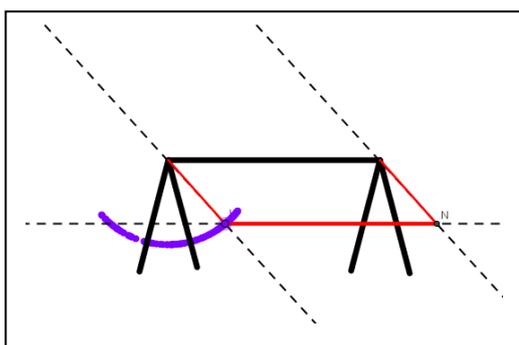


Fonte: Elaboração própria.

Todos conseguiram concluir a construção sem maiores dificuldades. Em um dos modelos construídos, obteve-se um balanço que girava  $360^\circ$ , não existindo uma limitação no movimento. Conclui-se que o entendimento que essa dupla teve, não condiz com o apresentado, talvez por não compreender a necessidade da limitação. As figuras abaixo ilustram a construção que apresenta regularidade no movimento,

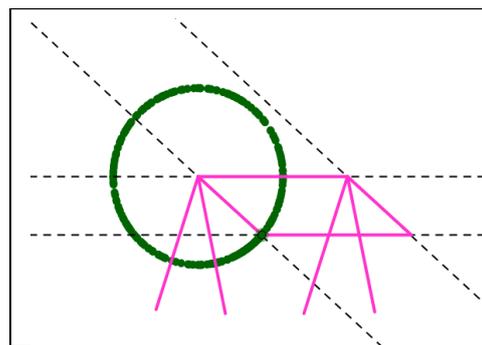
obtida pela inserção de um ponto sobre o arco (Figura 50), e a que não apresenta tal regularidade, pois o ponto percorre um círculo (Figura 51). Vale ressaltar que não foi exigida dos alunos essa limitação, pois a mesma deveria ser percebida ao analisarem o modelo.

Figura 50 – Construção do balanço que apresenta regularidade no



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 51 – Construção do balanço que não apresenta regularidade no



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao fazer uma análise desse primeiro momento, percebe-se que não é possível notar algum desenvolvimento da criatividade em Matemática, mesmo com o emprego das técnicas descritas por Gontijo (2006) nesse processo de construção. Entende-se que tal fato ocorre porque o desenvolvimento da criatividade decorre de um processo de amadurecimento do aluno em relação à percepção da Matemática presente nos objetos, e ao conhecimento das potencialidades do *software*. Tempo este que não pode ser mensurado, pois varia de aluno para aluno.

Porém, a utilização do *software* GeoGebra contribuiu para a constituição de um ambiente favorável ao desenvolvimento da criatividade em Matemática, uma vez que o mesmo apresenta vários recursos de construção de objetos geométricos e modificações em sua aparência, tais como, cor, textura e espessura. Além do aspecto dinâmico, que permite a movimentação dos objetos na tela do computador, possibilitando ao aluno interagir com os objetos construídos validando suas estratégias de solução.

Na última etapa, trabalhou-se com a construção de modelos geométricos escolhido pelos alunos. A perspectiva é de que, baseado no que foi estudado nas

etapas anteriores, pudessem planejar a construção do seu próprio modelo geométrico.

A seguir, serão apresentados os modelos construídos pelos alunos, e uma análise destes, baseada na definição de criatividade em Matemática e nas características para o desenvolvimento da produção criativa (fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração). E será descrito sobre a percepção que o aluno teve do trabalho realizado.

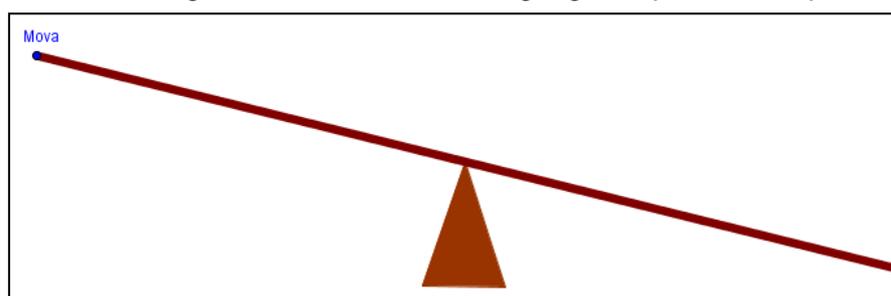
#### **4.2.1 Análise dos modelos geométricos elaborado pelos alunos.**

Ao analisar as construções elaboradas pelos alunos, percebeu-se que as características apresentadas por Gontijo (2006) para o desenvolvimento da produção criativa em Matemática estiveram presentes nos modelos. São elas: fluência, ideias diferentes apresentadas sobre o assunto; flexibilidade, capacidade de alterar o pensamento; originalidade, apresentação de respostas inesperadas e elaboração, quantidade de detalhes em uma ideia, além de capacidade de planejar e organizar o pensamento.

Os alunos trabalharam com modelos diferentes, mas utilizaram as relações matemáticas já estudadas. Pode-se concluir que as configurações tiveram o uso adequado das ferramentas, pois se observou uma relação entre os elementos geométricos envolvidos, ou seja, as construções não se deformavam quando o ponto mova era acionado.

A gangorra (Figura 52) foi a Modelagem Geométrica apresentada pelo aluno A. Inicialmente o aluno não tinha em mente um objeto, precisando, assim, de estímulos externos, como imagens e vídeos.

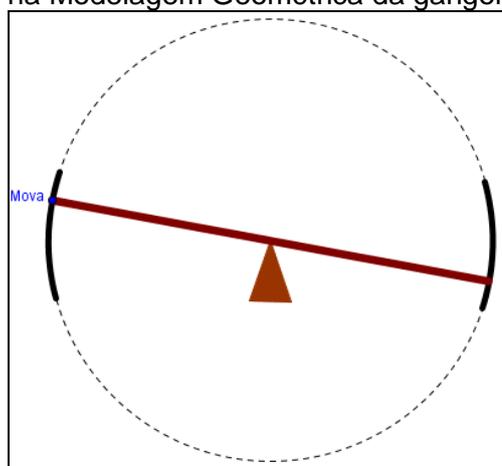
Figura 52 – Modelagem Geométrica de uma gangorra apresentada pelo aluno A



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A configuração se iniciou pela parte fixa, a base da gangorra, que é formada por um triângulo. Para imprimir o movimento, o aluno trabalhou com uma circunferência e limitou o movimento construindo sobre esta um arco (Figura 53).

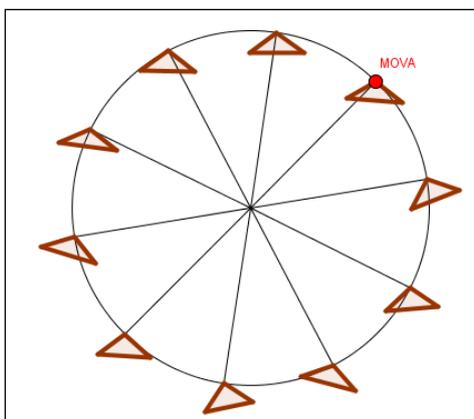
Figura 53 – Movimento apresentado na Modelagem Geométrica da gangorra



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A dupla B modelou uma roda gigante (Figura 54). Destaca-se que durante a aplicação da 2ª etapa, esses alunos estavam inseguros com as construções e careceram de orientação por diversas vezes. Nessa fase, também foram estimulados para escolher o objeto a ser modelado. Durante o processo de construção, demonstraram autonomia e capacidade em planejar e organizar o pensamento para obter a configuração correta.

Figura 54 – Modelagem Geométrica de uma roda gigante apresentada pela dupla B

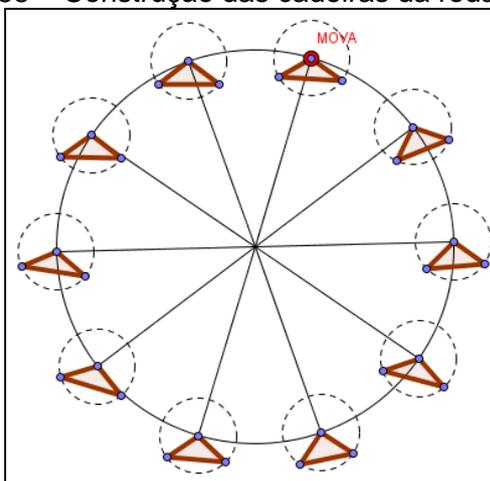


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Tal construção está baseada no modelo do ventilador, um ponto móvel que se desloca sobre um círculo. Enquanto que no ventilador destacam-se as hélices e utilizam-se a divisão de circunferência para determinar a amplitude entre essas, na roda gigante, tal feito determina o ponto de apoio da barra de sustentação das cadeiras no círculo, e estas são equidistantes.

A importância dessa construção está no fato de as cadeiras não ficarem com o assento voltado para baixo ao girar a roda gigante. Para construí-las, a dupla trabalhou com círculos, que tinham como centro o ponto sobre a circunferência inicial que determina o raio (Figura 55). Ressalta-se que o segmento que determina a base da cadeira não possui um comprimento fixo.

Figura 55 – Construção das cadeiras da roda gigante



Fonte: Protocolo de pesquisa.

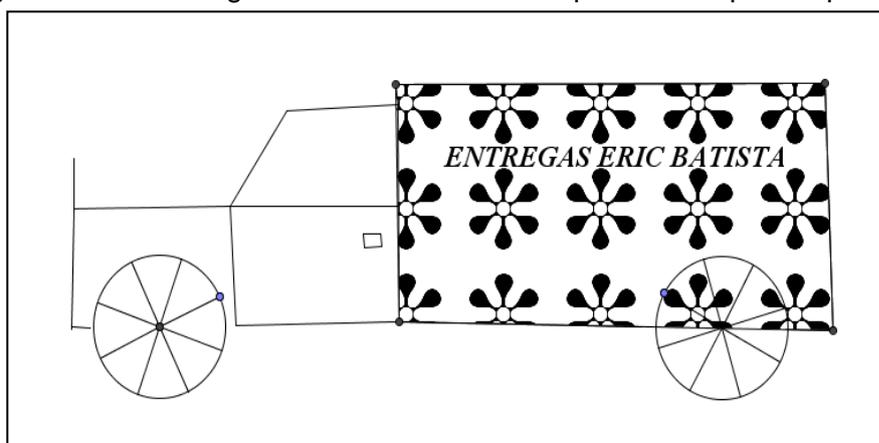
A construção apresentada pela dupla C, foi a mais simples. Um caminhão (Figura 56), no qual apenas as rodas giravam.

Ao fazer uma análise do modelo notou-se que, estes alunos não incrementaram as relações matemáticas estudadas. O movimento presente nas rodas não estavam sincronizados, e a montagem da estrutura do caminhão não estava vinculada ao todo.

Para a modelagem levaram em conta o movimento do ventilador, mas poderiam ter ido além, como colocar o objeto em movimento, ou movimentar a caçamba, entre outras coisas.

Considerou-se que estes se encontram na fase inicial do desenvolvimento da criatividade em matemática. Mas levou-se em conta que obtiveram um modelo novo recorrendo ao que foi estudado inicialmente.

Figura 56 – Modelo geométrico do caminhão apresentado pela dupla C

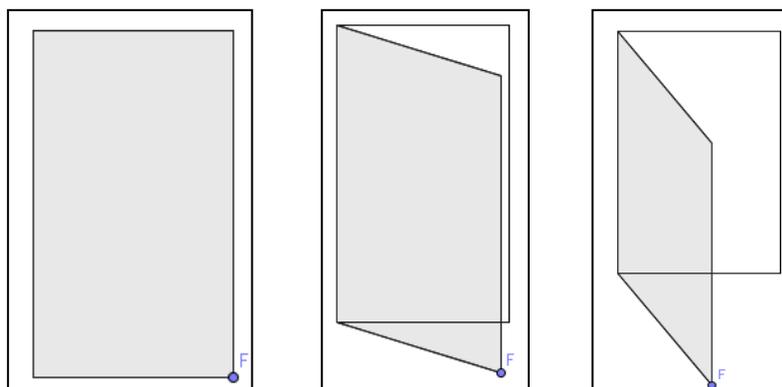


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por fim tem-se a dupla D, que se mostrou em destaque nas etapas anteriores. Não precisou de muita orientação, conseguindo compreender as relações matemáticas. A dificuldade estava em imprimir ao modelo a movimentação correta.

A dupla escolheu configurar uma porta (Figura 57). Inicialmente não sabia como começar e chamou a pesquisadora que a orientou a pensar no movimento “abrir e fechar”. Percebendo que ainda estavam confusos, abriu e fechou a porta da sala e solicitou que pensassem a respeito. Um tempo depois chamaram a pesquisadora, pois haviam concluído a configuração.

Figura 57 – Modelo geométrico da porta apresentada pela dupla D

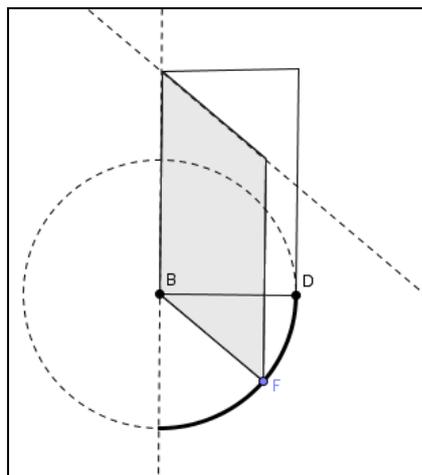


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para a construção, a dupla trabalhou com os elementos geométricos estudados: retas paralelas, circunferência e arco. Iniciaram pela parte fixa (o vão de abertura) que é a estrutura da porta. Esta é formada por um retângulo. Porém, a dupla não trabalhou com a ideia de perpendicularidade para construí-la, utilizando a malha quadriculada e traçando os segmentos de reta. Esse comportamento explica o motivo da figura se deformar quando se movimenta um de seus lados. É importante destacar que tal fato não interferiu ao imprimir o movimento ao objeto.

Para imprimir movimento ao objeto, a dupla utilizou a ferramenta “círculo, dada o centro e um de seus pontos”. Ao traçá-lo, considerou o centro como um dos vértices do quadrilátero e o segundo ponto foi o vértice consecutivo D (Figura 58). Para delimitar o movimento, desenhou um arco sobre o círculo, colocou um ponto sobre ele (Ponto F) e construiu o segmento BF representando o lado inferior da porta (Figura 58) . Em seguida, construiu retas paralelas para concluir o desenho (Figura 58).

Figura 58 – Movimento apresentado na Modelagem Geométrica da porta



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Percebe-se que estes conseguiram relacionar o material estudado com a construção do seu modelo. É um fato destacado por Meier (2012, p.101) como sendo o desenvolvimento de um dos hábitos de pensamento (HP 4), *ser inventor*. Demonstraram, também, capacidade para projetar suas construções e relacionar a Matemática a objetos presentes em seu meio.

A pesquisadora notou um crescimento dos alunos durante o período de aplicação; inicialmente estavam inibidos, esperavam as respostas. Ao longo das aulas, foram se adaptando ao tipo de atividade proposta, tornaram-se mais autônomos, arriscavam-se a fazer as construções, sem medo de cometer erros.

De acordo com a definição de Gontijo (2006) empregada nessa última etapa, considerou-se que, por meio da Modelagem Geométrica, os alunos iniciaram o desenvolvimento da criatividade em Matemática. Essa afirmação apoia-se no fato de apresentarem solução diferenciada para a situação proposta ao modelar objetos que ainda não haviam sido construídos, baseados no que aprenderam.

Ressalta-se que não são apresentadas infinitas possibilidades de solução para o mesmo problema, pois não foi disponibilizado o tempo necessário para que os alunos apresentassem estratégias distintas de solução para a modelagem. A diversidade está presente na escolha da estratégia de solução e na utilização das variadas ferramentas geométricas disponíveis no *software* e no próprio modelo.

#### 4.2.2 Percepção do trabalho realizado

Após a aplicação do trabalho, a pesquisadora voltou à escola para aplicar um questionário. O objetivo era colher a opinião dos alunos a respeito da participação nas atividades realizadas.

As duas primeiras perguntas eram relacionadas ao GeoGebra. Dos sete alunos, apenas um afirmou conhecer o *software*; não foi investigado o nível de conhecimento deste. Quanto ao grau de dificuldades para aprender a utilizar os comandos, quatro responderam que tiveram média dificuldade. Dentre os outros três, dois responderam que tiveram pouca dificuldade e o outro não teve dificuldades.

As demais perguntas foram referentes à aprendizagem e à impressão sobre o trabalho realizado. Descreveram que, ao participar das atividades, aprenderam como construir algumas formas geométricas, a montar vários objetos que possuem movimento, estes baseados nos elementos geométricos e como utilizar o *software*.

Relataram que atividades desse tipo contribuem para a aprendizagem de geometria. Para configurar um objeto, faz-se necessário ter conhecimento da Matemática e das relações entre os elementos, além de ser uma atividade dinâmica que facilita a aprendizagem.

Sobre a possibilidade de construir outras modelagens geométricas, cinco pensaram nas modelagens já construídas, um não respondeu e o outro disse que não pensou em modelos diferentes. Ao ler o que escreveram sobre a impressão que tiveram do trabalho realizado, identificou-se respostas vagas como “muito legal”, “bom”, “gostei do trabalho”.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, buscou-se investigar a influência da Modelagem Geométrica no desenvolvimento da criatividade em Matemática. Para tal, desenvolveu-se uma sequência didática com o objetivo de levar o aluno a conhecer, construir e criar uma Modelagem Geométrica. Neste processo, os discentes foram observados enquanto trabalhavam e suas produções foram analisadas à luz do referencial teórico.

As dificuldades, que os alunos participantes, do teste exploratório e da experimentação apresentaram, foram condizentes com as descritas em outra pesquisa (MEIER, 2012), o que permite inferir que esse fato talvez seja inerente ao tipo de proposta, não consistindo em uma particularidade do grupo pesquisado. Ainda assim, carece de experimentos com um maior número de alunos.

As dificuldades que os participantes do teste exploratório apresentaram, em comparação com as demonstradas pelos estudantes da experimentação, causou estranheza. Os primeiros já conheciam o *software* e tinham conhecimentos geométricos em grau superior ao dos alunos do 9.º ano. Portanto, era esperado pela pesquisadora um desempenho melhor daqueles. Entretanto, como já relatado no item anterior, o grupo da experimentação surpreendeu ao ter maior desenvoltura na realização das construções e na aprendizagem dos recursos do *software*, tendo em vista o tempo de familiarização e de estudo de tópicos geométricos, além da profundidade de abordagem. A pesquisadora conjectura que a razão para a diferença de atitudes entre os grupos da experimentação e do teste exploratório pode ser a faixa etária, pois quanto mais novos os alunos, menor é o medo de cometer erros e de arriscar

A criatividade está presente na proposta, desde a investigação das modelagens apresentadas com vista a sua construção, até a elaboração de um modelo próprio. Contudo, os participantes do teste exploratório, por já conhecerem o programa, acessaram a Elaboração Própria da modelagem entregue. Assim, o processo criativo foi interrompido, pois apenas reproduziram os passos do roteiro.

Ao construir uma Modelagem Geométrica, o aluno precisa identificar a matemática presente no objeto real e, mais do que isso, precisa ter em mente a curva descrita pelo objeto ao movimentar-se. Ressalta-se que esta não é visível, isto

é, o aluno necessita imaginar o objeto em movimento ou buscar imagens e vídeos para que o cérebro reconheça a sua trajetória descrita pelos pontos base da figura. Esta percepção é fundamental para imprimir movimento ao objeto pois, somente a partir daí, é possível traçar a estratégia de construção que resultará no modelo em movimento. Portanto, se o aluno não vir, por exemplo, que para construir uma porta de abrir e fechar em movimento, um dos vértices da porta descreve um arco de  $90^\circ$ , ele não conseguirá concluir seu trabalho. E não ver o arco, é não ver a matemática no movimento.

Ao planejar a construção de sua modelagem, os alunos demonstraram ter conhecimentos geométricos. Considerando a modelagem da porta de abrir, observou-se que a dupla construiu o retângulo sobre a malha quadriculada, objetivando obter o quadrilátero com vértices com ângulo retos. Essa ação pode indicar que sabiam que um quadrilátero para ser retângulo precisa ter quatro ângulos retos, evidenciando a apropriação do conhecimento geométrico. Assim como na Modelagem Matemática, na Modelagem Geométrica o aluno, ao construir o modelo, busca conhecimentos geométricos necessários para que a configuração tome a forma e o movimento do objeto real. Nessa busca, com um objetivo definido, forma-se o ambiente propício para a construção do conhecimento. Dessa forma, é possível afirmar que a Modelagem Geométrica pode possibilitar a percepção da Geometria em relação às definições e às propriedades dos objetos geométricos.

O envolvimento dos alunos da experimentação com o trabalho e a disposição em aprender o novo pode estar relacionada à características pessoais, uma vez que admitiram ter prazer em resolver uma questão matemática. Isso significa que a desenvoltura apresentada pelo grupo pesquisado pode não se repetir com outro conjunto de alunos.

O ambiente de geometria dinâmica GeoGebra pode ter interferido positivamente no desenvolvimento da criatividade em Matemática, devido às possibilidades apresentadas por ele. Esse fato está amparado em Alencar e Fleith (2003 apud GONTIJO, 2006) quando afirmam que o ambiente, como fator externo, é determinante para o desenvolvimento da criatividade.

A dinâmica do trabalho com Modelagem Geométrica está muito relacionada com aspectos da metodologia Resolução de Problemas, tais como a análise dos dados da questão a ser solucionada, a busca de instrumentos matemáticos para resolvê-la, o teste da solução encontrada e o refazer. Após detectar estas

semelhanças, a pesquisadora conjecturou que o desenvolvimento da criatividade em Matemática está arrolada a situações didáticas que prezem a resolução de problemas. Tal afirmação constitui uma questão de pesquisa a ser investigada.

As análises indicaram que essa proposta de ensino pode ser o gatilho para despertar no aluno o pensamento criativo em Matemática, pois é possível aplicar conhecimentos geométricos (ponto, retas, ângulos, circunferência, arcos, entre outros) para apresentar soluções na construção das modelagens. Essa afirmação responde à questão de pesquisa.

## REFERÊNCIA

ALVES, Luciana Brasil Sondermann; PEREIRA, Amanda Corrêa Gomes Rosa; SILVA, Júlio César da. Modelagem Geométrica das Instalações do IST-Rio. **Revista - Publicação Técnico-científica do Instituto Superior de Tecnologia em Ciências da Computação do Rio de Janeiro (ist-rio)**, Rio de Janeiro, v. 5, n. 3, p.50-62, dez. 2012.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática no ensino**. 5.<sup>a</sup> ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (ensino de 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série)**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Lei de diretrizes e bases da Educação Nacional**. Lei n.º 0.394 de 20 de dezembro de 1996. Brasília: Congresso Nacional, 1996.

COHEN, David; VITURINO, Robson; SALGADO, Raquel (Ed.). **PENSE DIFERENTE: A CIÊNCIA ESTÁ DESVENDANDO OS SEGREDOS DA CRIATIVIDADE. ELES PODEM DAR UM NOVO IMPULSO À SUA VIDA – E UMA GRANDE AJUDA AOS SEUS NEGÓCIOS**. 2012. Disponível em: <<http://epocanegocios.globo.com/Informacao/Visao/noticia/2012/05/pense-diferente.html>>. Acesso em: 29 abr. 2014.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **EtnoMatemática**. São Paulo: Ática, 1988, p.88.

GONTIJO, Cleyton Hércules. Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. In: **Anais do Sipemat**. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006, 11 f.

GRAVINA, Maria A., DIAS, Mariângela T., BARRETO, Marina M., MEIER, Melissa (2011) Geometria Dinâmica na Escola, em GRAVINA, Maria Alice; BÚRIO, Elisabete Zardo; BASSO, Marcus Vinícius de Azevedo; GARCIA, Vera Clotilde Vazetto (orgs.), **Matemática, Mídias Digitais e Didática – tripé para formação de professores de Matemática**, Porto Alegre. Cap. 2, p. 26-45.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

LINS, Robson. C. **Splines e Modelagem Geométrica**. 1996. 150 f. Dissertação (Mestrado), Campina Grande, PB, 1996.

MEIER, Melissa. **Modelagem Geométrica e o Desenvolvimento de Hábitos de Pensamento no Ensino Fundamental**. 2013. 146 f. Dissertação (Mestrado Ensino de Matemática), Ufrs, Porto Alegre, 2012.

MOREIRA, Herivelto, CALEFFE, Luiz G. **Metodologia da pesquisa para professor pesquisador**. Rio de Janeiro: DP&A, 2006.

PAVANELLO, Regina M. **Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas**. 1995. 250 f. Tese (Doutorado), Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autentica, 2003.

PONTE, João Pedro. **Estudos de caso em educação matemática**. Bolema, 25, 105-132, 2006.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de Matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica**: suas características e perspectivas. Dissertação. Universidade Estadual Paulista – UNESP, 2002.

## APÊNDICES

## APÊNDICE A: Lista 1



Secretaria de  
Educação Profissional  
e Tecnológica

Ministério da  
Educação



Atividades de familiarização com o *software* GeoGebra

Revisão de alguns conceitos geométricos

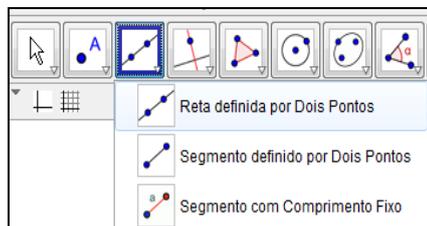
Nome: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_\_

Professora em formação: *Ninna Jane da Silva Alves*

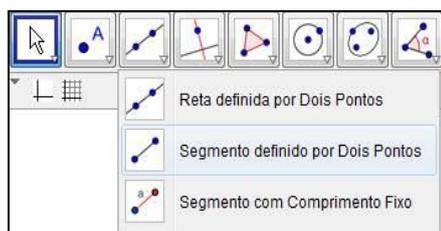
Orientadora: *Prof.ª Mônica Souto da Silva Dias*

Esta lista é composta por questões para serem resolvidas no *software* de geometria dinâmica GeoGebra. Tem por objetivo lembrar conceitos primitivos de geometria e familiarizar-se com o *software*.

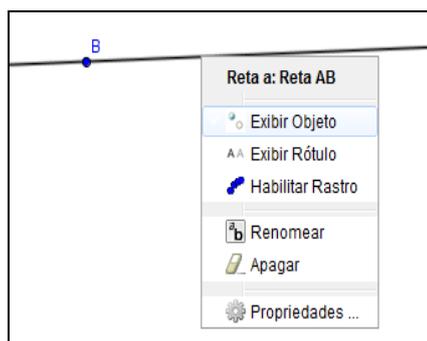
1. Construa uma reta definida por dois pontos.



2. Ainda na mesma tela construa sobre a reta o segmento  $\overline{AB}$ .

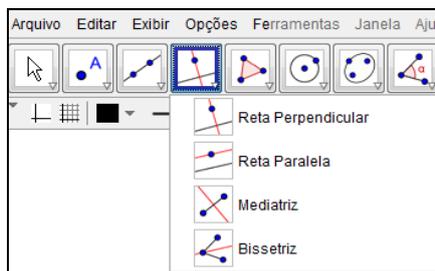


3. Esconda a reta inicial.



Clique com o botão direito do mouse sobre o objeto que deseja esconder, e clique em **exibir objeto**.

4. Construa uma reta perpendicular passando por A e outra passando por B.

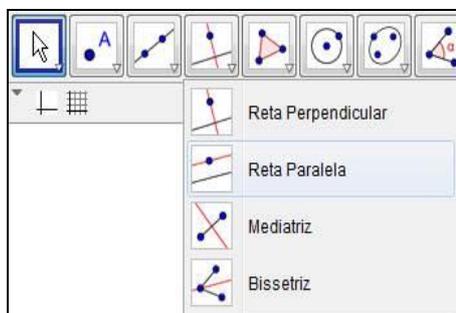


5. Marque um ponto sobre a perpendicular que passa por A.

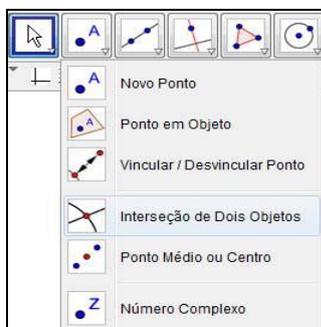


6. Crie o segmento  $\overline{AC}$ .

7. Construa uma reta paralela a  $\overline{AB}$  passando por C.



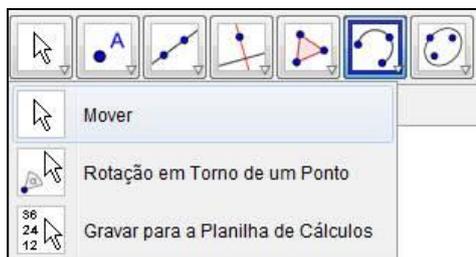
8. Determine a intersecção entre a perpendicular que passa por B e a paralela.



9. Crie o segmento  $\overline{CD}$  e  $\overline{DB}$ .

10. Esconda todas as paralelas e perpendiculares.

11. Observe a imagem construída e verifique se é um retângulo. Para isso movimente os pontos e notem que apenas seu tamanho se modifica.



Para mover o ponto, basta clicar no primeiro ícone da barra de ferramentas e em seguida no ponto.

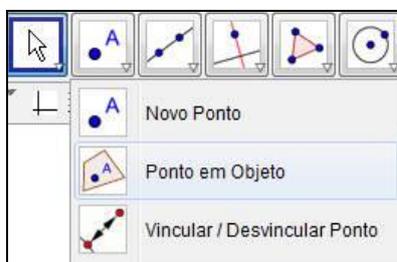
12. Determine o ponto médio de  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$ .



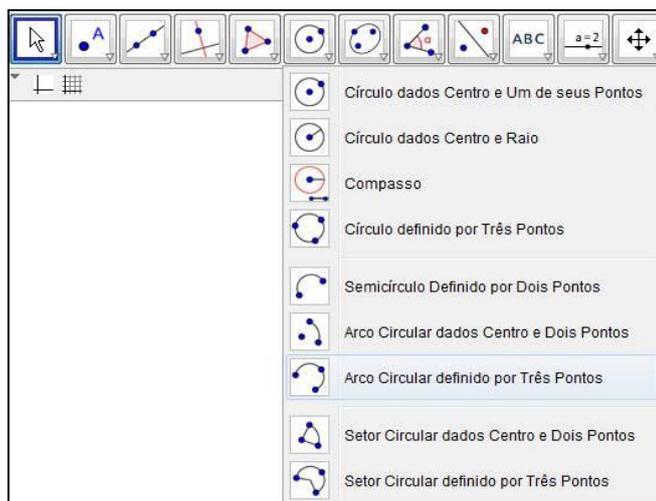
13. Com a ferramenta compasso construa um círculo com raio igual ao comprimento do segmento  $\overline{AE}$  e centro em E.



14. Marque um ponto sobre o círculo.



15. Construa com os pontos C, G, A respectivamente, um arco circular.



16. Esconda o ponto G

17. Marque um novo ponto sobre o arco.

18. Construa uma reta passando por E e H.

19. Marque a intersecção entre o círculo e a reta.

20. Esconda o círculo e o arco.

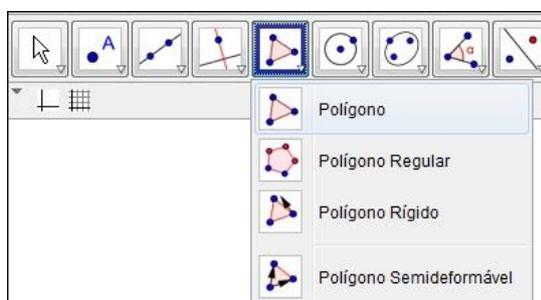
21. Construa uma paralela a  $\overline{AB}$  passando por H. Nomeie essa reta de t

22. Uma paralela a  $\overline{AB}$  passando por I. Nomeie essa reta de s

23. Uma paralela a  $\overline{IH}$  passando por F. Nomeie essa reta de r

24. Marque as intersecções entre as retas r e s; r e t.

25. Com a ferramenta polígono, construa o quadrilátero HIJK.



26. Esconda as paralelas e os pontos, menos o ponto H.

Agora, observe a figura e movimente o ponto H. Este desenho te faz lembrar um objeto que já tenha visto?

## APÊNDICE B: Lista 2



Secretaria de  
Educação Profissional  
e Tecnológica

Ministério da  
Educação



Atividade para construção de um modelo geométrico

Nome: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_\_

Professora em formação: *Ninna Jane da Silva Alves*

Orientadora: *Prof. Mônica Souto da Silva Dias*

Nesta lista, vocês irão fazer a configuração de alguns objetos com movimento e ao final irão construir sua própria modelagem.



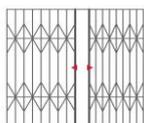
### Geometria do Ventilador

Características do movimento

Este modelo apresenta apenas o movimento circular, um ponto móvel que se desloca sobre uma circunferência. O movimento deste ponto acarretará o movimento de todas as hastes do ventilador.

Estratégia para construção

Observa-se que o ponto móvel deve descrever uma circunferência. Para isso, constrói-se uma circunferência e um ponto sobre ela. O movimento deste ponto conduzirá o movimento de todos os outros que foram construídos a partir dele. E, para obter os demais pontos, são marcados outros sobre a circunferência, a partir de um dado ponto, de modo a obter ângulos centrais congruentes com medida  $\frac{360^\circ}{n}$ , sendo  $n$  o número de hastes do ventilador.



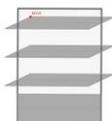
## Geometria da porta pantográfica

### Características do movimento

Este modelo apresenta apenas o movimento linear, um ponto móvel que se desloca sobre um segmento de reta. O movimento deste ponto acarretará o movimento de todas as grades da porta.

### Estratégia de construção

Observa-se que o ponto móvel deve descrever um segmento de reta. Para isso constrói-se um segmento e um ponto móvel sobre ele. Feito isso, desenha-se a primeira grade e para obter as demais, aplica-se a ferramenta ponto médio.



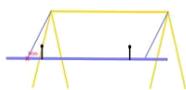
## Geometria da janela basculante

### Características do movimento

Este modelo apresenta apenas um movimento circular, um ponto móvel que se desloca sobre um arco. O movimento deste ponto acarretará o movimento de todas as outras bambinelas da janela.

### Estratégia de construção

Observa-se que o ponto móvel descreve um arco circular. Para isso constrói-se uma circunferência e sobre ela um arco. Obteremos as demais bambinelas aplicando a ferramenta ponto médio e retas paralelas.



## Geometria do balanço vai-e-vem

### Características do movimento

Este modelo apresenta apenas um movimento, um ponto que se desloca sobre um arco de circunferência. O movimento deste ponto mantém os lados opostos, do balanço, paralelos.

### Estratégia de construção

Observa-se que a parte móvel do balanço é formada por um paralelogramo. Por isso, quando movemos o ponto, os lados opostos continuam paralelos. Para delimitar o movimento, pode-se utilizar o arco de circunferência.

*Agora é com você!*

*Pense em um objeto com movimento e tente representá-lo no software GeoGebra.*

## APÊNDICE C: Perfil dos participantes



Secretaria de  
Educação Profissional  
e Tecnológica

Ministério da  
Educação



### PERFIL DOS PARTICIPANTES

Caro aluno,

Este questionário é parte integrante da pesquisa para a elaboração do trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática do IFFluminense, intitulado “Modelagem Geométrica: um caminho para desenvolver a criatividade em Matemática”. Todo cuidado será tomado no sentido de preservar a sua identidade, portanto não é necessário identificar-se. Obrigada pela participação.

1. Sexo: ( ) masculino ( ) Feminino

2. Faixa etária:

( ) Entre 10 e 12 anos

( ) Entre 16 e 18 anos

( ) Entre 13 e 15 anos

( ) Acima de 18 anos

3. Já repetiu algum ano escolar?

( ) Não

( ) Sim. Qual (ais) ano(s) escolar (es)? \_\_\_\_\_

4. Já foi reprovado na disciplina de Matemática?

( ) Não

( ) Sim. Quantas vezes? \_\_\_\_\_

5. Tem dificuldades em Matemática?

( ) Não

( ) Sim. Quais dificuldades?

---



---

6. Gosta de Matemática? Por quê?

---

---

---

---

7. Você estuda Geometria nas aulas de Matemática?

Não

Sim

8. Você gosta de Geometria?

Não

Sim

9. Já usou o computador para estudar Matemática?

Não

Sim. Qual *software*? \_\_\_\_\_

10. Se sim, escreva como foi sua experiência.

---

---

---

11. Já usou o computador para estudar Geometria?

Não

Sim. Qual *software*? \_\_\_\_\_

12. Se sim, escreva como foi sua experiência.

---

---

---

13. Caso queira fazer algum comentário, use as linhas abaixo:

---

---

---

## APÊNDICE D: Questionário pós-aplicação



Secretaria de  
Educação Profissional  
e Tecnológica

Ministério da  
Educação



### Percepção do trabalho realizado

Caro aluno,

Este questionário tem por objetivo colher sua opinião a respeito de sua participação nas atividades realizadas no âmbito do trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática do IFFluminense, intitulado “Modelagem Geométrica: um caminho para desenvolver a criatividade em Matemática”. Todo cuidado será tomado no sentido de preservar a sua identidade; portanto, não é necessário identificar-se. Obrigada pela participação.

1. Você conhecia o GeoGebra antes dessas atividades? ( ) Sim ( ) Não.
2. Com relação ao grau de dificuldade para aprender e utilizar os comandos do GeoGebra necessários para realizar as atividades propostas:
 

( ) Não tive dificuldade.	( ) Média dificuldade.
( ) Pouca dificuldade.	( ) Muita dificuldade.
3. Escreva o que você aprendeu ao participar das atividades:
 

---



---



---



---
4. Você acha que atividades semelhantes às aplicadas contribuem para o aprendizado de Geometria? Comente.
 

---



---



---

---

**5.** Após realizar as atividades, você pensou em construir outras modelagens geométricas? Em caso positivo, quais?

---

---

---

---

**6.** Para terminar, quais foram as suas impressões sobre o trabalho realizado?

---

---

---

---

