



**INSTITUTO FEDERAL**  
Fluminense  
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA  
**EDUCAÇÃO**



## LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

# **ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSTA PARA UM CURSO DE PRÉ-CÁLCULO NO MOODLE**

Vanderlane Andrade Florindo

Campos dos Goytacazes- RJ  
2016

VANDERLANE ANDRADE FLORINDO

ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSTA PARA UM CURSO DE  
PRÉ-CÁLCULO NO MOODLE

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Dr<sup>a</sup>. Silvia Cristina Freitas Batista  
Coorientadora: Me. Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo

Campos dos Goytacazes – RJ  
2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Biblioteca. Setor de Processos Técnicos (IFF)

F637e Florindo, Vanderlane Andrade.  
Ensino de Função Afim : uma proposta para um curso de pré-  
cálculo no Moodle / Vanderlane Andrade Florindo – 2016.  
138 f. : il.

Orientador: Silvia Cristina Freitas Batista.

Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Campus Campos-  
Centro. Campos dos Goytacazes (RJ), 2016.

Referências: p. 109 - 115.

1. Cálculo – Estudo e ensino. 2. Ensino à distância. 3. Internet  
na educação. 4. Tecnologia educacional. 5. Ensino auxiliado por  
computador. I. Batista, Silvia Cristina Freitas, orient. II. Título.

CDD 515

VANDERLANE ANDRADE FLORINDO

ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSTA PARA UM CURSO DE  
PRÉ-CÁLCULO NO MOODLE

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 03 de outubro de 2016.

Banca Avaliadora:

---

Prof.<sup>a</sup> Sílvia Cristina Freitas Batista (orientadora)  
Doutora em Informática na Educação/UFRGS  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro

---

Prof.<sup>a</sup> Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo (coorientadora)  
Mestre em Economia Empresarial/UCAM/RJ  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro

---

Prof.<sup>a</sup> Gilmara Teixeira Barcelos Peixoto  
Doutora em Informática na Educação/UFRGS  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro

---

Prof.<sup>a</sup> Carla Antunes Fontes  
Mestre em Matemática Aplicada/UFRJ  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro

## AGRADECIMENTOS

Diante da conclusão dessa importante etapa de minha vida, gostaria de agradecer a todos que contribuíram com a minha formação.

Agradeço a Deus, por ser minha rocha firme em meio a todas as dificuldades enfrentadas. O autor da minha vida, que nunca permitiu que eu me sentisse só. Meu maior mestre, a quem posso recorrer todos os dias da minha vida.

À minha família pelo incentivo, amor e apoio. Por sempre estarem ao meu lado, se dispondo a me auxiliar, nunca permitindo que eu desistisse.

A todos os professores da Licenciatura em Matemática, que foram minhas inspirações e meus guias no caminho do conhecimento, e à instituição, pelo ambiente criativo e amigável proporcionado.

Em especial, agradeço às minhas orientadoras Prof<sup>ª</sup> Silvia Cristina Freitas Batista e Prof<sup>ª</sup> Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo por toda dedicação empenhada neste trabalho, pelo suporte oferecido em todos os momentos e por me iniciarem e prepararem para o meio acadêmico.

Saibam que todos vocês estarão sempre presentes em todas as etapas da minha vida, por meio de tudo que pude aprender com vocês. O que me proporcionaram auxiliou a minha chegada até aqui e fez de mim o que o sou hoje.

Mas quem garante que os acertos mostram o que o aluno sabe? E quem diz que os erros evidenciam somente o que ele não sabe?

Helena Noronha Cury

## RESUMO

Os altos índices de evasão e reprovação nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral estão, muitas vezes, relacionados a lacunas deixadas pela Educação Básica. Considera-se, portanto, que propostas direcionadas a minimizar dificuldades associadas a essas lacunas são importantes. Nesse contexto, insere-se o presente trabalho, que tem por objetivo geral analisar a percepção de licenciandos em Ciências da Natureza (Licenciatura em Biologia, Licenciatura em Física e Licenciatura em Química), de uma Instituição Federal de Educação, sobre a contribuição de um curso, destinado ao estudo de Função Afim, tendo em vista disciplinas de Cálculo. Para alcançar tal objetivo, foi promovida uma pesquisa de caráter qualitativo, realizada por meio de estudo de caso, tendo como participantes nove licenciandos, matriculados em Cálculo I, em regime de dependência. O curso foi promovido a distância, por meio do ambiente virtual Moodle, e para a sua realização foram elaboradas cinco apostilas sobre tópicos de Função Afim, assim como selecionados materiais complementares. Os dados foram coletados por meio de questionários, pré e pós-testes. Tais testes foram aplicados, respectivamente, antes e depois do curso e continham questões discursivas sobre o tema abordado. As produções escritas dos participantes, obtidas nesses testes, foram analisadas segundo a metodologia Análise de Erros. Após essa análise, buscou-se identificar Obstáculos Epistemológicos (OE) nos erros encontrados. Esse tipo de obstáculo pode ser entendido como um conhecimento válido em certo contexto, mas que se torna um dificultador para a aquisição de um novo conhecimento. Assim, os OE podem ser responsáveis por alguns erros dos alunos. De maneira geral, a proposta do curso e os materiais disponibilizados foram avaliados positivamente. No entanto, erros ainda foram observados no pós-teste, alguns dos quais associados a OE. Considera-se que a importância da pesquisa realizada está na contribuição para melhor compreensão das dificuldades relacionadas ao tema Função Afim.

**Palavras-chave:** Função Afim. Análise de Erros. Obstáculos Epistemológicos. Educação a Distância. Moodle.

## ABSTRACT

The high dropout and failure rates in the Differential and Integral Calculus courses are, often times, linked to voids in students' Primary Education. Proposals aimed at bringing down their difficulties related to such gaps are, therefore, critical. That is where this work fits in. It aims to look at how a course on Affine Function is found to be helpful to succeed in a Calculus course by the students in the Teacher Education Program (majoring in Biology, Physics and Chemistry) in a Brazilian Federal College. To do so, we carried out a qualitative survey based on case studies with nine teacher-education degree students enrolled in the Calculus I course under the pending-completion regime. They were provided with a web-based Affine Function course using Moodle. We prepared five handbooks on Affine Function topics and sorted out some complementary material for them as well. They were then asked to fill out questionnaires with open questions on the taught topic prior to and soon after completing the online course, which provided us with data for analysis. We looked into their written answers according to the Error Analysis methodology. We then looked for Epistemological Obstacles (EO) in the found errors. This kind of obstacle can be defined as a knowledge that applies to a particular context but turns out to be a driver of difficulty to absorb a new knowledge. These EO can account for some mistakes made by the students. As a rule, the course's goal and the materials provided had a positive evaluation by the students. However, errors were still found in the post-test, some of which linked to the EO. The significance of this research is that it contributes to better understand the students' difficulties linked to the Affine Function.

**Keywords:** Affine Function. Error Analysis. Epistemological Obstacles. Distance Learning. Moodle.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura metodológica do trabalho monográfico.....	21
Figura 2 – Questão envolvendo Função Afim.....	26
Figura 3 – Questão sobre Função Afim.....	26
Figura 4 – Questão relacionada à Função Afim .....	27
Figura 5 – Diretrizes para elaboração de materiais didáticos em EaD.....	30
Figura 6 – Apresentação de conteúdo – Apostila I.....	46
Figura 7 – Exemplo resolvido – Apostila III.....	46
Figura 8 – Apresentação de conteúdo – Apostila III.....	47
Figura 9 – Apresentação de conteúdo – Apostila V .....	47
Figura 10 – Associação do conteúdo a um tópico de Física – Apostila I.....	48
Figura 11 – Exemplo resolvido relacionado à Física – Apostila V.....	48
Figura 12 – Exercício relacionado à Biologia – Apostila II.....	48
Figura 13 – Questão 1 do pré e pós-teste .....	49
Figura 14 – Questão 2 do pré e pós-teste .....	50
Figura 15 – Questão 3 do pré e pós-teste .....	50
Figura 16 – Questão 4 do pré e pós-teste .....	51
Figura 17 – Questão 5 do pré e pós-teste .....	51
Figura 18 – Questão 6 do pré e pós-teste .....	52
Figura 19 – Questão 7 do pré e pós-teste .....	52
Figura 20 – Questão 8 do pré e pós-teste .....	53
Figura 21 – Instruções do curso.....	56
Figura 22 – Tópicos do curso .....	56
Figura 23 – Imagem de V 1.1 .....	59
Figura 24 – Imagem de V 1.2.....	59
Figura 25 – Imagem de V 1.3.....	59
Figura 26 – Imagem de V 1.4.....	60
Figura 27 – Imagem de V 2.1.....	60
Figura 28 – Imagem de V 2.2.....	60
Figura 29 – Imagem de V 2.3.....	61
Figura 30 – Imagem de V 3.1.....	61
Figura 31 – Imagem de V 5.1.....	62

Figura 32 – Imagem de V 5.2.....	62
Figura 33 – Imagem de V 5.3.....	62
Figura 34 – Imagem do <i>site</i> Função Afim.....	63
Figura 35 – Imagem de A 2.1.....	64
Figura 36 – Imagem de A 2.2.....	64
Figura 37 – Imagem de A 3.1.....	65
Figura 38 – Imagem de A 4.1.....	65
Figura 39 – Questão apresentada na Lição 1.....	66
Figura 40 – Mensagem de erro da questão 1 da Lição 2.....	67
Figura 41 – Questão correta apresentada na Lição 5.....	67
Figura 42 – Resposta das participantes ao item 8.1 de Q4.....	73
Figura 43 – Respostas das participantes A, F, G e I ao item 9.1 do Q4.....	75
Figura 44 – Dúvida postada pela participante G no Tópico 3.....	79
Figura 45 – Postagem da participante B.....	80
Figura 46 – Questão 2 da Lição 4.....	81
Figura 47 – Conversa com a participante B.....	81
Figura 48 – Resolução da participante I para a questão 1.....	85
Figura 49 – Resolução das participantes D e H para o item 1.b – pós-teste.....	85
Figura 50 – Resolução da participante D para a questão 2 – pré-teste.....	86
Figura 51 – Resolução da participante B para a questão 2 do pós-teste.....	86
Figura 52 – Resolução da participante D para a questão 2 – pós-teste.....	86
Figura 53 – Resolução da participante F para a questão 2 – pós-teste.....	87
Figura 54 – Resolução das participantes C e I para a questão 3 do pré-teste.....	88
Figura 55 – Resolução da participante H para a questão 4 do pré-teste.....	89
Figura 56 – Resolução da participante B para a questão 4 do pós-teste.....	90
Figura 57 – Resolução das participantes G e I para a questão 4 do pós-teste.....	90
Figura 58 – Resolução das participantes B e F para a questão 5.a – pós-teste.....	91
Figura 59 – Resolução das participantes B e C para a questão 5.a – pós-teste.....	92
Figura 60 – Resolução das participantes C, E, H e I para a questão 5.b.....	92
Figura 61 – Resolução da participante H para a questão 5.c – pré-teste.....	93
Figura 62 – Resolução da participante I – questão 6 – pós-teste.....	94
Figura 63 – Resolução da participante A – questão 6 – pré-teste.....	95
Figura 64 – Resolução das participantes B e I – questão 8.c – pós-teste.....	96
Figura 65 – Questão 1.b do pós-teste – participante D.....	98

Figura 66 – Questão 2 do pré-teste – participante B .....	98
Figura 67 – Questão 2 do pós-teste – participante B .....	99
Figura 68 – Resolução da participante I – questão 3 do pós-teste.....	99
Figura 69 – Questão 3 do pós-teste – participante C .....	100
Figura 70 – Questão 6 do pré-teste – participante A .....	100
Figura 71 – Justificativa da participante F – questão 2 de Q5.....	101
Figura 72 – Justificativa da participante C – questão 2 de Q5 .....	104
Figura 73 – Justificativa da participante B – questão 2 de Q5 .....	104
Figura 74 – Resposta da participante B – pergunta 3 de Q5 .....	105
Figura 75 – Respostas das participantes C e D – pergunta 4 de Q5 .....	105
Figura 76 – Resposta da participante E e I – pergunta 5 de Q5 .....	106

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Linhas de definição de Função Afim – PNLD 2015 .....	23
Quadro 2 – A abordagem no Cálculo – Função Linear .....	24
Quadro 3 – Vídeos selecionados para o curso .....	58
Quadro 4 – <i>Applets</i> selecionados para o curso .....	63
Quadro 5 – Testes exploratórios .....	68
Quadro 6 – Respostas por categoria na questão 1 .....	84
Quadro 7 – Respostas por categoria para a questão 2 .....	85
Quadro 8 – Respostas por categoria para a questão 3 .....	87
Quadro 9 – Respostas por categoria para a questão 4 .....	89
Quadro 10 – Respostas por categoria para a questão 5.a .....	91
Quadro 11 – Respostas por categoria para a questão 5.b .....	92
Quadro 12 – Respostas por categoria para a questão 5.c .....	93
Quadro 13 – Respostas por categoria para a questão 5.d .....	93
Quadro 14 – Respostas por categoria para a questão 6 .....	94
Quadro 15 – Respostas por categoria para a questão 8.a .....	95
Quadro 16 – Respostas por categoria para a questão 8.b .....	95
Quadro 17 – Respostas por categoria para a questão 8.c .....	96
Quadro 18 – Erros de conceito – Questão 1.b .....	98
Quadro 19 – Erros de conceito – Questão 2 .....	98
Quadro 20 – Erros de conceito – Questão 3 .....	99
Quadro 21 – Erros de conceito – Questão 6 .....	100
Quadro 22 – Avaliação das apostilas elaboradas .....	101
Quadro 23 – Avaliação dos materiais complementares .....	102
Quadro 24 – Avaliação das Lições .....	103
Quadro 25 – Avaliação do curso .....	103

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados de Q2 .....	70
Tabela 2 – Dados de Q1 .....	73
Tabela 3 – Acesso das participantes aos materiais – Tópico 1.....	76
Tabela 4 – Número de acesso das participantes à Lição 1 .....	77
Tabela 5 – Acesso das participantes aos materiais – Tópico 2.....	77
Tabela 6 – Número de acesso das participantes à Lição 2 .....	78
Tabela 7 – Acesso das participantes aos materiais – Tópico 3.....	78
Tabela 8 – Número de acesso das participantes à Lição 3 .....	79
Tabela 9 – Acesso das participantes aos materiais – Tópico 4.....	79
Tabela 10 – Número de acesso das participantes à Lição 4 .....	80
Tabela 11 – Acesso das participantes aos materiais – Tópico 5.....	82
Tabela 12 – Número de acesso das participantes à Lição 5 .....	82
Tabela 13 – Número de respostas completamente corretas no pré e no pós-teste.....	83

## LISTA DE SIGLAS

A 2.1	<i>Applet</i> 1 do Tópico 2
A 2.2	<i>Applet</i> 2 do Tópico 2
A 3.1	<i>Applet</i> 1 do Tópico 3
A 4.1	<i>Applet</i> 1 do Tópico 4
Apostila I	Apostila Função Afim: definição e representação gráfica
Apostila II	Apostila Estudo dos Parâmetros da Função Afim e dos Coeficiente da Reta
Apostila III	Apostila Análise Gráfica da Função Polinomial do 1°. Grau
Apostila IV	Apostila Estudo de Retas: posição relativa entre duas retas no plano
Apostila V	Apostila Função Definida por Partes: sentenças dadas por leis de Funções Afins
AVA	Ambientes Virtuais de Aprendizagem
EaD	Educação a Distância
Lição 1	<i>Quiz</i> proposto no Tópico 1
Lição 2	<i>Quiz</i> proposto no Tópico 2
Lição 3	<i>Quiz</i> proposto no Tópico 3
Lição 4	<i>Quiz</i> proposto no Tópico 4
Lição 5	<i>Quiz</i> proposto no Tópico 5
LMS	<i>Learning Managemet System</i>
NA	Não se aplica
OE	Obstáculo(s) Epistemológico(s)
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PTCE	Programa de Tecnologia-Comunicação-Educação
Q1	Questionário de perfil para os participantes do teste exploratório
Q2	Questionários referentes à avaliação das apostilas
Q2-I	Questionário referente à avaliação da apostila I
Q2-II	Questionário referente à avaliação da apostila II
Q2-III	Questionário referente à avaliação da apostila III
Q2-IV	Questionário referente à avaliação da apostila IV
Q2-V	Questionário referente à avaliação da apostila V
Q3	Questionário referente à avaliação das apostilas em geral

Q4	Questionário de perfil para os participantes do curso
Q5	Questionário de avaliação do curso
TD	Tecnologias Digitais
TIC	Tecnologias de Informação e de Comunicação
V 1.1	Vídeo 1 do Tópico 1 do Moodle
V 1.2	Vídeo 2 do Tópico 1 do Moodle
V 1.3	Vídeo 3 do Tópico 1 do Moodle
V 1.4	Vídeo 4 do Tópico 1 do Moodle
V 2.1	Vídeo 1 do Tópico 2 do Moodle
V 2.2	Vídeo 2 do Tópico 2 do Moodle
V 2.3	Vídeo 3 do Tópico 2 do Moodle
V 3.1	Vídeo 1 do Tópico 3 do Moodle
V 5.1	Vídeo 1 do Tópico 5 do Moodle
V 5.2	Vídeo 2 do Tópico 5 do Moodle
V 5.3	Vídeo 3 do Tópico 5 do Moodle

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	7
LISTA DE QUADROS .....	110
LISTA DE TABELAS .....	121
LISTA DE SIGLAS .....	132
INTRODUÇÃO.....	16
1.1 Função Afim.....	23
1.2 Material Didático para a Educação a Distância.....	27
1.3 Estudos Relacionados.....	31
2 ASPECTOS METODOLÓGICOS .....	36
2.1 Caracterização da Pesquisa .....	36
2.2 Análise de Erros e Obstáculos Epistemológicos .....	38
2.2.1 Análise de Erros .....	38
2.2.2 Obstáculos Epistemológicos (OE).....	40
2.3 Detalhamento de Duas das Etapas.....	43
2.3.1. Elaboração de materiais.....	44
2.3.1.1 Elaboração das apostilas do curso .....	44
2.3.1.2 Elaboração do pré e do pós-teste .....	49
2.3.1.3 Elaboração dos questionários .....	53
2.3.2 Estruturação do curso no Moodle.....	55
2.3.2.1 Escolha dos materiais complementares .....	57
2.3.2.2 Elaboração dos <i>quizzes</i> .....	66
3 RELATO DE EXPERIÊNCIA.....	68
3.1 Teste Exploratório .....	68
3.2. Desenvolvimento do Curso e Discussão dos Dados.....	72
3.2.1 Análise dos acessos ao curso .....	76

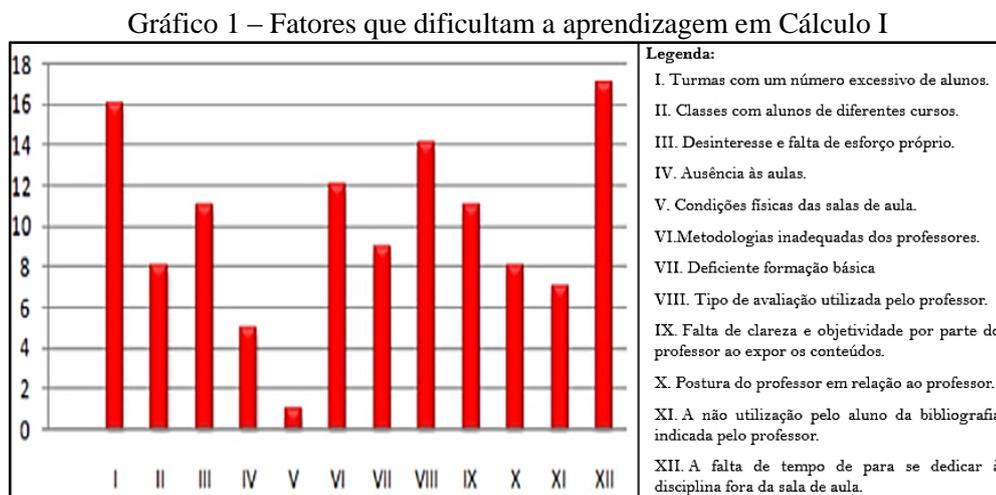
3.2.2 Análise dos testes .....	83
3.2.3 Análise dos OE .....	97
3.2.4 Análise do Q5 .....	101
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	107
REFERÊNCIAS .....	108
APÊNDICES .....	116
APÊNDICE A: Q1 .....	117
APÊNDICE B: Q2 .....	119
APÊNDICE C: Q3 .....	129
APÊNDICE D: Q4 .....	131
APÊNDICE E: Q5 .....	133
APÊNDICE F: PRÉ-TESTE .....	135
APÊNDICE G: PÓS-TESTE .....	137

## INTRODUÇÃO

A Educação Matemática tem motivado, nas últimas décadas, crescentes reflexões sobre uma vasta gama de tópicos que abrangem desde o Ensino Fundamental ao Ensino Superior (CAVASOTTO, 2010). Quando se considera o Ensino de Matemática na Educação Superior, abre-se um grande leque de pesquisas, muitas delas ligadas à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e a seu ensino. Pesquisadores querem descobrir os porquês do grande número de reprovações em Cálculo, quais as maiores dificuldades dos alunos nessa disciplina e como minimizar tais problemas (CAVASOTTO, 2010).

Azambuja, Silveira e Gonçalves (2004) apontam como motivos para o grande número de reprovações em Cálculo, tanto nas instituições públicas como em privadas, os inúmeros requisitos matemáticos e os hábitos regulares de estudo que a disciplina requer e que, mesmo chegando ao Ensino Superior, o aluno ainda não conseguiu desenvolver. Essa necessidade de diversos requisitos evidencia as lacunas deixadas, em geral, pela Educação Básica e diversos pesquisadores (BIANCHINI, PUGA, 2004; CAVASOTTO, 2010; CURY, CASSOL, 2004; IRIAS et al., 2011; SOUSA et al., 2013; TORRACA et al., 2013) destacam a influência das mesmas nos altos índices de evasão e reprovação.

Por meio de entrevistas com alunos de Cálculo I da Licenciatura em Matemática do IF Sudeste MG, no 1º semestre de 2011, Irias et al. (2011) levantaram dados que permitiram a elaboração de um gráfico que mostra as principais dificuldades citadas pelos próprios alunos (Gráfico 1).



Fonte: Irias et al., 2011, p. 3 – adaptado.

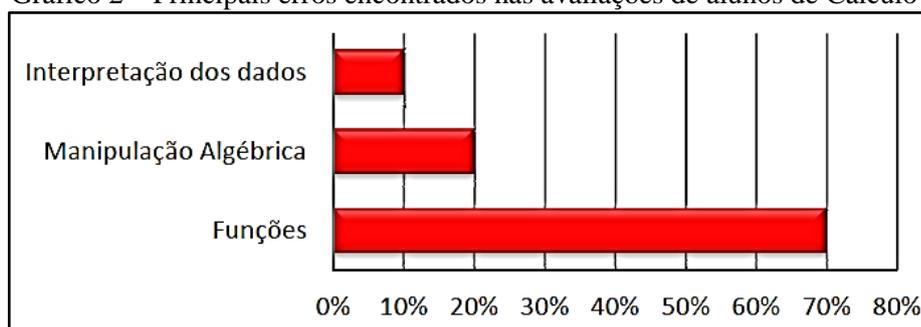
No gráfico 1, observa-se que as três principais dificuldades citadas pelos alunos foram: i) falta de tempo para se dedicar à disciplina; ii) turmas com um número excessivo de alunos, e iii) o tipo de avaliação utilizada pelo professor.

Estudos desenvolvidos por Kessler (2008, 2011, 2013) apontam que, em geral, os alunos ingressam no Ensino Superior com diversas dificuldades em relação à Matemática. Em seu trabalho de 2013, o autor afirma que

Muitos alunos ingressam no ensino superior com expressivas lacunas em relação ao conhecimento matemático. Percebe-se que muitos conceitos foram compreendidos de forma equivocada, o que dificulta e, às vezes impede a apropriação de novos conhecimentos. Um agravante para esta questão vincula-se ao fato de que os alunos, em grande maioria, desconhecem essas lacunas (KESSLER, 2013, p. 2).

O desconhecimento, por parte do aluno, de suas reais dificuldades, também foi evidenciado nos resultados obtidos por Irias et al. (2011) na continuação de seu trabalho. No gráfico 1, nota-se que a formação básica deficiente não foi um item tão relevante na concepção dos alunos entrevistados. No entanto, Irias et al. (2011) puderam observar, por meio da análise das provas dos alunos e de entrevistas com seus professores, que a maioria das dificuldades destes estavam em conteúdos da Educação Básica, mais especificamente no conteúdo de funções, como mostra o gráfico 2.

Gráfico 2 – Principais erros encontrados nas avaliações de alunos de Cálculo I



Fonte: Irias et al., 2011, p. 4 – adaptado.

Em pesquisas realizadas com alunos de Cálculo, tanto dos anos iniciais como já concluintes, Cury e Cassol (2004), Irias et al. (2011) e Sousa et al. (2013) puderam listar diversas dificuldades relacionadas a aspectos como interpretação de enunciados, manipulação algébrica, construção de gráficos, identificação de relações entre grandezas, entre outros. As

maiores dificuldades encontradas por esses autores estavam ligadas ao estudo de funções, envolvendo erros relacionados: i) ao conceito de função; ii) ao cálculo do valor de uma função para um determinado elemento do domínio; iii) ao esboço de gráficos de funções elementares e definidas por várias sentenças, e iv) à determinação do domínio e do conjunto imagem das funções.

Em particular, as pesquisas de Cavasotto (2010), Bortoli (2011) e Pereira Filho (2012), que analisaram as principais dificuldades de alunos matriculados nas disciplinas iniciais de Cálculo utilizando a metodologia Análise de Erros, apontaram que muitas dificuldades eram relacionadas à Função Afim. Segundo Bianchini e Puga (2004), apesar de esse conteúdo ser estudado no 9º ano do Ensino Fundamental e aprimorado no Ensino Médio, “[...] essa amplitude e precocidade, não são suficientes para garantir a aprendizagem” (BIANCHINI; PUGA, 2004, p. 2).

Muitos pesquisadores têm feito propostas para minimizar os problemas inerentes ao estudo de Cálculo. Sousa et al. (2013), por exemplo, propõem a criação de disciplinas com conteúdos da Educação Básica antecedentes ou concomitantes à formação do aluno. Irias et al. (2011) defendem que seja ofertada aos alunos monitoria *on-line* e que sejam realizadas ações no Ensino Fundamental e Médio a fim de cooperarem para a qualidade e eficácia na formação básica em Matemática. No entanto, pesquisas sobre como auxiliar os alunos em suas dificuldades ainda são importantes, considerando a complexidade envolvida na questão.

Diante desse contexto, este trabalho monográfico tem como foco o tema Função Afim, por se tratar de um assunto importante para as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. A pesquisa inclui a oferta de um curso na plataforma Moodle, cujo objetivo é minimizar as deficiências de alunos do Curso Superior de Ciências da Natureza (Licenciatura em Biologia, Licenciatura em Física e Licenciatura em Química)<sup>1</sup>, de uma instituição Federal de Educação, diante do tema Função Afim.

Esta proposta de trabalho monográfico insere-se em um projeto mais amplo, que é o desenvolvimento de um curso de Pré-Cálculo, por meio de uma ação conjunta entre o Programa Tecnologia-Comunicação-Educação (PTCE)<sup>2</sup> e a Licenciatura em Matemática do IFFluminense *campus* Campos Centro. Considera-se que é preciso buscar meios para tornar o ensino de Cálculo mais acessível e, dessa forma, tem-se por objetivo criar oportunidades para

---

<sup>1</sup>Por simplificação de escrita, será adotada a nomenclatura Licenciatura em Ciências para identificar o referido curso.

<sup>2</sup>Desenvolvido no IFFluminense *campus* Campos Centro desde 2010, tendo por objetivo contribuir para a apropriação das tecnologias digitais, por parte dos professores e alunos, como instrumentos mediadores da atividade pedagógica.

que os alunos (re)construam os saberes matemáticos da Educação Básica. Nessa ação conjunta, a Parte 1 (PEREIRA, 2014) e a Parte 2 (GOMES; SILVA, 2014) do Curso de Pré-Cálculo já foram desenvolvidas e experimentadas, abordando, respectivamente, conteúdos do Ensino Fundamental e tópicos iniciais do estudo de funções. O presente trabalho refere-se à Parte 3 desse curso (Curso de Pré-Cálculo Parte 3), tendo por foco o estudo de Função Afim.

O curso de Pré-Cálculo, como um todo, está estruturado no Moodle<sup>3</sup>, que é um sistema *on-line* para gestão de atividades educacionais, livre, que apresenta um conjunto de recursos destinados a apoiar a aprendizagem, a qualquer hora, em qualquer lugar (MOODLE, 2014). O PTCE utiliza o Moodle em suas ações para mediar atividades pedagógicas com tecnologias digitais, o que justifica a adoção desse ambiente. A Parte 3, assim como as anteriores, foi ofertada na modalidade a distância com a possibilidade de momentos presenciais para tutoria.

A Educação a Distância (EaD) é uma modalidade “[...] na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino-aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com estudantes e professores desenvolvendo atividades educativas em lugares ou tempos diversos” (BRASIL, 2005, p. 1).

Diante do exposto, deseja-se responder à questão de pesquisa: Qual a percepção de alunos da Licenciatura em Ciências sobre a contribuição de um curso destinado ao estudo de Função Afim, estruturado no Moodle, tendo em vista a (re)construção desse conteúdo necessário ao estudo de Cálculo?

Nesse sentido, o objetivo geral da pesquisa é analisar a percepção de alunos da Licenciatura em Ciências sobre a contribuição de um curso, estruturado no Moodle, destinado ao estudo de Função Afim, necessário para as disciplinas de Cálculo. Considerando esse objetivo geral, foram determinados os seguintes objetivos específicos:

- Promover estudos e pesquisas, tendo em vista a elaboração e seleção de recursos necessários à realização do curso e à construção dos instrumentos de coleta de dados;
- Proporcionar um aumento qualitativo no conhecimento dos alunos participantes em relação ao tema Função Afim, buscando minimizar a deficiência dos mesmos no estudo de Cálculo;
- Contribuir para a modificação da atitude dos participantes em relação aos seus processos de ensino e aprendizagem;
- Propiciar aos alunos participantes, que estudam presencialmente, o contato com a Educação a Distância;

---

<sup>3</sup><<http://www.ptce2.iff.edu.br/moodle/>>.

- Identificar Obstáculos Epistemológicos relacionados à Função Afim, a partir da análise de erros dos alunos.

Para alcançar os objetivos descritos, foi promovida uma pesquisa de caráter qualitativo em que a realização do Curso de Pré-Cálculo Parte 3 foi considerada como um estudo de caso, tendo por público-alvo alunos da Licenciatura em Ciências de uma instituição Federal de Educação matriculados em Cálculo I, no primeiro semestre de 2015<sup>4</sup>, com regime de dependência. Foram adotados os seguintes instrumentos de coleta de dados: registros dos licenciandos no ambiente Moodle, questionários, pré-teste e pós-teste.

Para a análise dos dados obtidos no pré e pós-teste, utilizou-se a metodologia Análise de Erros. Segundo essa metodologia, por mais simples que sejam os registros matemáticos dos alunos, estes possibilitam detectar formas de raciocínio e, até mesmo, influências trazidas de aprendizagens anteriores, tanto formais quanto informais (CURY, 2007). A Análise de Erros pode ser utilizada tanto como metodologia de ensino quanto de pesquisa. Como metodologia de pesquisa, forma utilizada no presente trabalho, a Análise de Erros busca fundamentação teórica em análises de produções escritas dos alunos; já como metodologia de ensino, objetiva analisar e discutir os erros apresentados pelos alunos em sala de aula (CURY, 2007). Após a utilização da Análise de Erros, buscou-se averiguar os possíveis Obstáculos Epistemológicos (OE) por trás dos erros encontrados.

Os OE são, em muitos casos, os causadores dos erros dos alunos. Tais obstáculos estão ligados à própria natureza do assunto e partem de uma ideia que, no momento da formação do conceito, foi eficaz para enfrentar os problemas anteriores, mas que se revelou inadequada quando aplicada a um novo problema (D'AMORE, 2010).

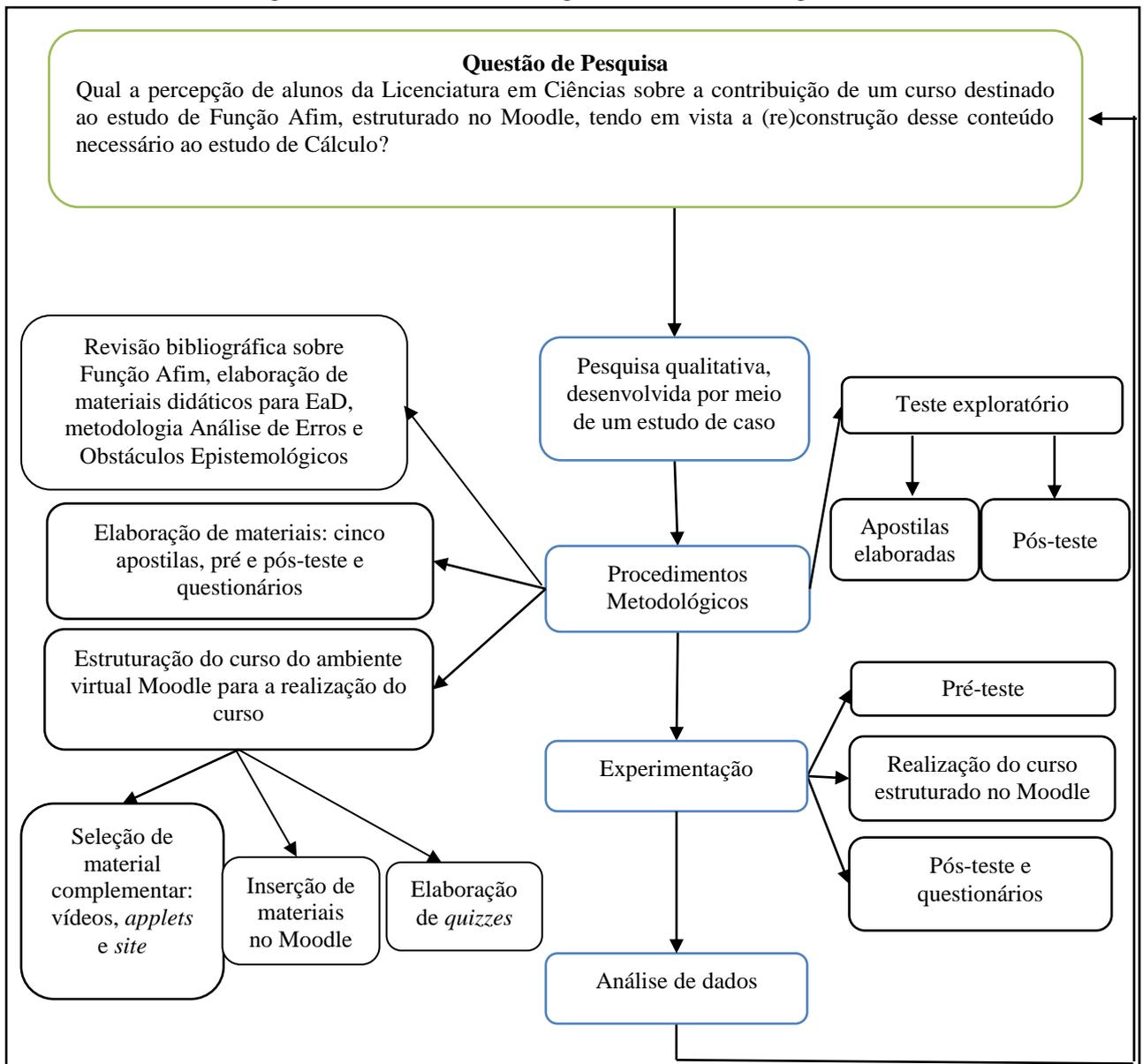
A transposição do conceito de sucessor é apontada por Iglioni (1999) como um dos principais exemplos de OE que vem sendo enfrentados na Matemática. A autora afirma que muitos alunos são incapazes de encontrar um número decimal entre 3,25 e 3,26, por exemplo. Nesse obstáculo, segundo Iglioni (1999), o aluno transpõe o conceito de sucessor, existente no contexto dos números naturais, para os números decimais.

Na figura 1 são apresentados, resumidamente, os procedimentos metodológicos adotados no presente trabalho monográfico.

---

<sup>4</sup>O primeiro semestre de 2015 ocorreu no período de 11 de maio a 11 de julho e 12 de outubro a 23 de dezembro, devido à greve dos servidores do Instituto.

Figura 1 – Estrutura metodológica do trabalho monográfico



Fonte: Elaboração própria.

Este trabalho encontra-se estruturado em três capítulos, além desta Introdução e das Considerações Finais. O primeiro capítulo apresenta o aporte teórico, no qual são abordados alguns aspectos sobre Função Afim e sobre a elaboração de materiais para Educação a Distância. Além disso, são apresentados estudos relacionados ao presente trabalho.

No segundo capítulo, descreve-se a metodologia de pesquisa utilizada. Nesse sentido, caracteriza-se a metodologia Análise de Erros e discutem-se aspectos relacionados aos OE. São descritas, ainda, as etapas necessárias para a realização do curso.

No terceiro capítulo, inicialmente, descreve-se a realização do teste exploratório dos materiais utilizados no curso e analisam-se os dados coletados. A seguir, relatam-se as etapas promovidas na experimentação da pesquisa, ou seja, as ações relacionadas ao desenvolvimento do curso e analisam-se os resultados obtidos.

Nas Considerações Finais, são destacados os aspectos relevantes do trabalho, discute-se a resposta da questão de pesquisa e são apresentadas formas de continuidade do estudo promovido.

# 1 APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, apresenta-se o aporte teórico que embasou o processo de elaboração deste trabalho monográfico. Inicialmente, discutem-se dois aspectos relacionados à Função Afim: definição e dificuldades dos alunos em relação ao tema. Em seguida, são analisados os principais critérios para elaboração de materiais didáticos para a Educação a Distância. Finalizando, são descritos estudos relacionados ao presente trabalho.

## 1.1 Função Afim

Neste trabalho, adota-se a seguinte definição de Função Afim: “Uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se *afim* quando existem constantes  $a$  e  $b$  tais que  $f(x) = ax + b$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ ” (LIMA et al., 2012, p. 98).

No entanto, essa definição não é consensual entre professores, pesquisadores e autores da área de Matemática. Em uma pesquisa promovida nos seis livros do Ensino Médio pertencentes ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2015<sup>5</sup> foi possível observar a existência de duas formas de definir Função Afim, como mostra o quadro 1: i) a que considera que o coeficiente  $a$  pode ser igual a zero e, portanto, a Função Polinomial do Primeiro Grau é um caso particular da Função Afim, e ii) a que considera que o coeficiente  $a$  não pode ser igual a zero e, assim, Função Polinomial do Primeiro Grau e Função Afim são expressões equivalentes. No quadro 1, nota-se um equilíbrio entre as escolhas de definição por parte dos autores dos seis livros do PNLD 2015.

Quadro 1 – Linhas de definição de Função Afim – PNLD 2015

Linha de Definição	Autores
$a \in \mathbb{R}$	Dante (2013)
	Leonardo (2013)
	Souza (2013)
$a \in \mathbb{R}^*$	Iezzi et al. (2013)
	Paiva (2013)
	Smole e Diniz (2013)

Fonte: Elaboração própria.

<sup>5</sup>Os livros pertencentes ao PNLD 2015 foram publicados em 2013.

Diante desse contexto, a definição de Função Afim apresentada a um aluno pode não ser a mesma apresentada a outro. Como um complicador adicional a essa problemática, observou-se que livros de Cálculo traduzidos, em geral, da língua inglesa chamam de linear funções do tipo  $y = ax + b$  (com coeficiente  $a$  podendo ou não ser igual a 0), conforme mostra o quadro 2. Tal assunto é tratado nesses livros<sup>6</sup> como um dos temas da revisão de conteúdos do Ensino Básico.

Quadro 2 – A abordagem no Cálculo – Função Linear

Linha de Definição	Autores
$a \in \mathbb{R}$	Hallet et al. (1999)
	Hoffman e Bradley (2014)
	Rogawski (2009)
	Stewart (2013)
	Weir e Hass (2009)
$a \in \mathbb{R}^*$	Anton, Bivens e Davis (2014)
	Leithold (1994)
	Swokowshi (1994)
	Simmons (1987)

Fonte: Elaboração própria.

De acordo com Nykamp [s.d.], há controvérsias em relação ao termo função linear entre os autores americanos. Em tópicos mais avançados em Matemática, segundo Nykamp [s.d.], esses autores adotam, em geral, a nomenclatura função linear para funções do tipo  $f(x) = ax$ , já em tópicos de Matemática Elementar tratam funções do tipo  $f(x) = ax + b$  como funções lineares. Essa linha utilizada na Matemática Elementar é, na visão de Nykamp [s.d.], uma versão rebelde.

Tal contexto pode ser encarado como um dificultador para o entendimento do tema Função Afim, no entanto, há diversos outros, como mostram os trabalhos de pesquisa na área descritos a seguir.

O trabalho de Dias (2015), por exemplo, ao investigar de que maneira tecnologias digitais podem atuar como agentes facilitadores no ensino da Função Afim, aponta diversas dificuldades relacionadas ao tema. Baseado em pesquisas, o autor menciona dificuldades dos alunos em identificar o gráfico da Função Afim como uma reta e em compreender seus casos particulares, bem como o significado e as relações entre tais funções e suas aplicações práticas. Por meio de uma pesquisa promovida com 38 alunos do 9º ano de uma escola

<sup>6</sup>Tais autores foram escolhidos por pertencerem ao acervo acessível à autora.

estadual em Porto Alegre, Dias (2015) pôde observar dificuldades sobre esse tema. Os estudantes foram submetidos a duas metodologias de ensino, uma tradicional e outra com uso do *software* GeoGebra. Ao final da aplicação de cada metodologia, foram realizados testes que objetivaram identificar os conhecimentos dos alunos. Os resultados desses testes mostraram que, em geral, as dificuldades eram relacionadas à associação do gráfico à Função Afim correspondente e à falta de compreensão da variação gráfica como fruto de modificações dos coeficientes da lei da função.

Já o trabalho de Fonseca (2011) mostra algumas das dificuldades dos alunos da 1ª série do Ensino Médio relacionadas à Função Afim. Pretendendo discutir e avaliar a utilização integrada de *Mathlets*<sup>7</sup> como ferramentas no estudo do referido tema, Fonseca (2011) aplicou uma sequência de atividades e dois testes a uma turma de 40 alunos. A partir dos registros escritos, o autor observou que os alunos não estavam familiarizados com resolução de problemas envolvendo o tema, mas sim com resolução de equações e de exercícios que exigiam apenas noções operatórias e algébricas. Notou, também, que a maior parte dos alunos não sabia estabelecer relações matemáticas entre duas grandezas e converter registros algébricos em registros gráficos.

No entanto, as dificuldades dos alunos não são apresentadas apenas no Ensino Fundamental e Médio. Estudos de Cavasotto (2010), Bortoli (2011), Pereira Filho (2012) e Pereira, Damini e Silva (2014) indicam que tais dificuldades persistem ainda no Ensino Superior.

Buscando identificar as principais dificuldades de alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, Cavasotto (2010), Bortoli (2011) e Pereira Filho (2012) utilizaram a metodologia Análise de Erros para analisar a produção escrita dos estudantes. Tais autores encontraram erros que apontam dificuldades relacionadas à Função Afim e até mesmo desconhecimento do tema.

A pesquisa de Cavasotto (2010) foi realizada com 104 alunos de Engenharia da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS) divididos em duas turmas (A e B), aos quais foram aplicados testes semelhantes contendo questões com conteúdos do Ensino Médio. Tais conteúdos faziam parte da primeira avaliação das duas turmas. A figura 2 apresenta a questão que envolvia um caso particular da Função Afim na qual foram encontradas 46 respostas erradas e 25 respostas em branco. Cavasotto (2010) menciona, em

---

<sup>7</sup>Analisando o estudo de Fonseca (2011), entende-se que um *Mathlet* é um *applet* para o estudo de Matemática, ou seja, um recurso interativo voltado para a área de Matemática.

relação às leis apresentadas pelos alunos em resposta a essa questão, que muitos sequer perceberam que não tinham como chegar aos números que usaram para preencher a tabela.

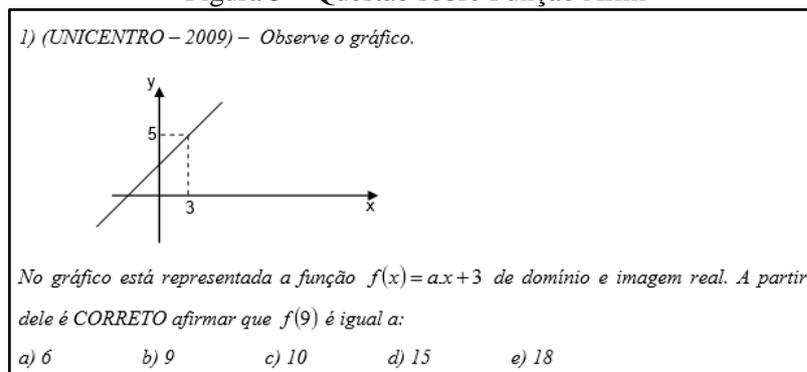
Figura 2 – Questão envolvendo Função Afim

5ª questão: complete a tabela a seguir com valores para $x$ e $y$ que tornem os pares $(x,y)$ pertencentes a uma função polinomial de primeiro grau e descreva a lei da função.						Turma A
$X$	0	1	2	4	6	
$Y$	1		4			
5ª questão: complete a tabela a seguir com valores para $x$ e $y$ que tornem os pares $(x,y)$ pertencentes a uma função polinomial de primeiro grau e descreva a lei da função.						Turma B
$X$	0	1	2	3	4	
$Y$	4			2		

Fonte: Cavasotto, 2010, p. 132-133 – adaptado.

Bortoli (2011) realizou sua pesquisa com 31 estudantes de cursos superiores do Instituto Federal do Paraná (IFPR). A figura 3 apresenta a questão relacionada à Função Afim em que três alunos não apresentaram resolução e os demais 28 apresentaram erros na resolução. Bortoli (2011) afirma, em relação à questão apresentada na figura 3, que o erro mais frequente dos alunos foi substituir o coeficiente  $a$  da equação  $f(x) = ax + 3$  pelo valor da ordenada do ponto indicado no gráfico.

Figura 3 – Questão sobre Função Afim



Fonte: Bortoli, 2011, p. 44.

O público-alvo do estudo de Pereira Filho (2012) foi um grupo de 66 acadêmicos do Curso de Engenharia Civil da Faculdade Presidente Antônio Carlos - *campus* de Porto Nacional/ FAPAC, Tocantins. Esses alunos foram submetidos a um teste inicial sobre

conteúdos do Ensino Médio. Nesse teste, 20 alunos responderam erradamente à questão apresentada na figura 4. As resoluções dessa questão apontaram que alguns alunos não sabiam substituir os valores dados na lei da Função Afim, enquanto outros tentaram utilizar a proporcionalidade direta na resolução. Segundo Pereira Filho (2012), a principal dificuldade destes alunos foi compreender o que foi pedido na questão para utilizar a Função Afim como estratégia de resolução.

Figura 4 – Questão relacionada à Função Afim

Questão 5: Um estacionamento cobra R\$ 7,00 na entrada e mais R\$ 0,01 pelo tempo, em minutos, que o automóvel permanece estacionado. Quanto tempo permaneceu no estacionamento um automóvel que teve um custo de R\$ 9,55?
---

Fonte: Pereira Filho, 2012, p. 59.

Já o trabalho de Pereira, Damini e Silva (2014) objetivou verificar a aprendizagem do conceito de Função Afim, seus parâmetros e o comportamento gráfico por meio da utilização do *software* GeoGebra. O trabalho foi realizado com 14 licenciandos em Matemática de uma Instituição pública de Ensino Superior do interior do Paraná, matriculados na disciplina de Função, que foram submetidos a uma sequência didática. Durante a execução das atividades, os autores puderam perceber que os alunos não conseguiam fazer as relações corretas entre os coeficientes e o gráfico da Função Afim, o que consideraram estar relacionado ao desconhecimento de algumas particularidades desse tipo de função e seus parâmetros.

Os estudos analisados, nesta seção, mostram que os alunos apresentam diversas dificuldades em relação ao tema Função Afim, tanto no Ensino Fundamental e Médio quanto no Superior.

Além de compreender o contexto das dificuldades relacionadas ao tema matemático do trabalho de pesquisa, também foi necessário entender o processo de elaboração de material didático para a EaD. Nesse sentido, leituras foram promovidas e a seção seguinte apresenta os principais aspectos identificados.

## 1.2 Material Didático para a Educação a Distância

O crescente avanço tecnológico tem desafiado o âmbito escolar a inovar e promover um ensino de qualidade mediado por meio dos recursos tecnológicos e educacionais

(NARDIN; FRUET; BASTOS, 2009). O mercado de trabalho mais competitivo tem motivado a procura por cursos superiores, havendo a necessidade de flexibilidade dos recursos oferecidos pelas instituições. Sendo assim, a EaD assume um importante papel diante das necessidades da sociedade atual que exige profissionais cada vez mais preparados e competitivos (ULLER, 2012; CAPELETTI, 2014).

Atualmente, no Brasil, a EaD tem se mostrado um campo em crescente desenvolvimento, repleto de desafios, apesar de já ter sido considerada “[...] uma modalidade educacional de segunda categoria, desprestigiada, encarada com desconfiança, especialmente no ensino superior” (OLIVEIRA, 2003, p.11). No entanto, com o crescente desenvolvimento das Tecnologias de Informação e de Comunicação (TIC) e sua inserção na EaD, reduziram-se os preconceitos em relação a tal modalidade (OLIVEIRA, 2003).

As aulas em EaD, em geral, acontecem em *softwares* que auxiliam na montagem de cursos acessíveis pela Internet chamados ambientes virtuais de Aprendizagem (AVA) ou LMS (*Learning Management System*) (ULLER, 2012). Tais recursos foram elaborados para ajudar os professores no gerenciamento de conteúdos e na administração do curso, permitindo acompanhar, constantemente, o progresso dos alunos (ULLER, 2012). Alguns AVA podem ser utilizados sem requerer gastos financeiros, como o caso do Moodle, que é gratuito, com sistema de código aberto, outros são pagos, como, por exemplo, o Blackboard (ULLER, 2012).

A EaD possibilita a autonomia do processo de aprender, dando ao aluno o domínio do ritmo e da sequência do curso, possibilitando uma autoformação contínua, além de possibilitar diversas maneiras de aprender por meio da interação por *blogs*, *chats*, entre outros recursos (OLIVEIRA, 2003). No entanto, autodidatismo, autodisciplina, domínio de ferramentas, motivação para estudos solitários são fatores necessários aos alunos da EaD (CAPELETTI, 2014).

Assim como no ensino presencial, elaborar um curso em EaD requer cuidados, tais como os relativos à organização administrativa, ao planejamento pedagógico e aos recursos humanos envolvidos (KONRATH; TAROUCO; BEHAR, 2009). No entanto, o espaço no qual a aula ocorre na EaD e os papéis assumidos pelos envolvidos são diferentes das aulas presenciais e exigem habilidades e competências apropriadas. Tais diferenças, atualmente, estão profundamente relacionadas ao uso de tecnologias digitais que dão suporte ao ambiente de ensino e aprendizagem e possibilitam novas formas de interação, em termos de tempo e espaço, em relação ao objeto de estudo (KONRATH; TAROUCO; BEHAR, 2009).

Os materiais a serem adotados em EaD também não devem ser os mesmos empregados no ensino presencial. Os objetivos e a maneira como os mesmos são utilizados representam a principal diferença entre as duas modalidades: no presencial, os materiais didáticos complementam a fala e a ação do professor; na EaD, os materiais assumem um papel mais fundamental, estabelecendo uma vinculação mais direta do aluno com o conhecimento (POSSOLLI; CURY, 2009). Nesse sentido, autores como Hack (2010), Guedes (2011), Leandro (2011) e Nogueira (2012) destacam ser fundamental que os materiais didáticos para EaD sejam produzidos com zelo.

Os processos de ensino e aprendizagem em EaD, de maneira geral, não se dão em espaços físicos compartilhados. No entanto, a comunicação dialógica, segundo Hack (2010), é a tônica dessa modalidade de ensino, desde seus primórdios. Um dos apoios para tal comunicação, segundo o autor, são os materiais didáticos disponibilizados.

A elaboração de materiais didáticos para a EaD requer atenção especial e, nesse sentido, é necessária a capacitação de professores autores (PALARO; LAMEZA, 2014). É importante, então, que os professores compreendam as particularidades das experiências em EaD e o papel dos recursos tecnológicos e comunicacionais, que favorecem uma interação virtual significativa para a aprendizagem (PALARO; LAMEZA, 2014).

A partir de orientações e critérios apresentados por Wissmann e Marks (2008), Behar (2009), Hack (2010) e Silva e Spanhol (2014) sobre a elaboração de materiais para EaD, organizou-se um mapa mental (Figura 5). As diretrizes foram divididas em quatro grandes grupos, de acordo com Silva e Spanhol (2014), sendo estes: linguagem, conteúdo, estrutura e atividades. Esses grupos não são isolados, tal divisão visa, apenas, a permitir uma melhor estruturação do que deve ser observado (SILVA; SPANHOL, 2014).

Figura 5 – Diretrizes para elaboração de materiais didáticos em EaD



Fonte: Elaboração própria, a partir de Wissmann e Marks (2008), Behar (2009), Hack (2010) e Silva e Spanhol (2014).

A figura 5 permite identificar as principais diretrizes para a elaboração de materiais didáticos para a EaD, de maneira clara e resumida. Todas essas diretrizes têm como foco o público-alvo a que o material se destina.

Pesquisas como a de Guedes (2011), Leandro (2011) e Nogueira (2012) apontam, ainda, outros aspectos relacionados ao desenvolvimento de material didático para EaD.

O trabalho de Guedes (2011) teve por objetivo investigar o processo de produção do material didático para EaD nas disciplinas da Licenciatura em Matemática a distância da Universidade Aberta do Brasil, ofertada pelo Instituto Federal do Ceará. Nesse sentido, a referida autora buscou: i) identificar como os professores produziam conteúdos didáticos digitais, com base na formação recebida para esta finalidade; ii) analisar a elaboração e a produção diante da relação professor conteudista x *designer* instrucional, e iii) promover uma análise dos elementos anteriores, no intuito de descrever e identificar as especificidades, limites e potencialidades do curso de formação. Os resultados mostraram que os pesquisados, de maneira geral, consideraram que o curso de formação atendia ao propósito da produção dos conteúdos de Matemática, ainda que precisasse melhorar em diversos aspectos.

Leandro (2011) também tem como foco a Matemática. Esse trabalho buscou explicitar necessidades, limitações e especificidades do material didático para cursos de Licenciatura em Matemática a distância. Para tanto, a referida autora analisou o livro didático, as atividades da plataforma Moodle e os arquivos complementares da disciplina *Instrumentação para o*

*Ensino de Matemática I*, do curso em EaD da Universidade Estadual de Ponta Grossa, PR. Os resultados mostraram que o livro didático atendia a alguns requisitos, mas apresentava limitações que poderiam comprometer a aprendizagem. O Moodle mostrou-se importante para a interação e comunicação entre os envolvidos, possibilitando uma aprendizagem mais efetiva.

Em seu trabalho, Nogueira (2012) levanta questões acerca da elaboração de materiais didáticos para a EaD, refletindo sobre a própria prática de desenvolvimento de materiais, no âmbito da Coordenação de Educação a Distância da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (CEAD-UNIRIO). Para tanto, a referida autora aborda o planejamento do material didático, sua construção, questões técnicas de produção e aspectos referentes ao uso do mesmo. As reflexões de Nogueira (2012) destacam a importância do professor e do material didático e apontam para a necessidade constante de atualização dos materiais voltados para a EaD, em virtude de novas possibilidades relacionadas à interatividade.

Além dos aspectos abordados nesta e na seção anterior, também foram analisados outros, diretamente relacionados ao presente trabalho. Tais aspectos são ressaltados por meio dos estudos descritos na seção seguinte, os quais apresentam pontos de semelhança importantes em relação à pesquisa promovida.

### **1.3 Estudos Relacionados**

Estudos envolvendo a metodologia de pesquisa Análise de Erros têm sido desenvolvidos, assim como os que abordam os OE. Além disso, são várias as pesquisas que visam a minimizar dificuldades dos alunos nas disciplinas de Cálculo. Nesta seção, descrevem-se seis desses trabalhos, divididos da seguinte forma: i) dois sobre Análise de Erros; ii) dois sobre OE, e iii) dois sobre o uso de AVA para minimizar dificuldades de alunos nas disciplinas de Cálculo.

O trabalho de mestrado de Pereira Filho (2012) foi relatado na seção 1.1 do presente texto monográfico, destacando dificuldades relacionadas ao tema Função Afim. Aqui, o foco está sobre o fato de esse autor ter adotado a metodologia Análise de Erros em sua pesquisa, que envolveu 66 estudantes do Curso de Engenharia Civil da Faculdade Presidente Antônio Carlos - *campus* de Porto Nacional/ FAPAC, Tocantins, matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. A metodologia Análise de Erros foi adotada, observando as

orientações de Cury (2004) e Cury (2007). Foram analisados erros de um Teste Inicial realizado pelos estudantes e de três provas institucionais do semestre letivo.

Análises realizadas por Pereira Filho (2012) ressaltaram a importância e a necessidade de considerar os erros cometidos pelos estudantes como essenciais para a retomada de conceitos e procedimentos que não tenham sido aprendidos total ou parcialmente pelos mesmos. Foi possível observar que as dificuldades dos alunos nos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral I estavam fortemente relacionadas a tópicos dos Ensinos Fundamental e Médio. A partir dos erros observados, o autor criou cinco categorias de análise e identificou que a maior ocorrência de erros cometidos estava relacionada às categorias: linguagem mal interpretada, inferência lógica inválida e definição do teorema distorcido. Os resultados obtidos, segundo o autor, sinalizaram oportunidades para a elaboração de estratégias de ensino e forneceram ao professor da turma a possibilidade de uma reflexão quanto à metodologia de ensino adotada.

Assim como Pereira Filho (2012), o artigo de Bastos (2013) utilizou a metodologia Análise de Erros, tendo Cury (2007) como referência. O objetivo do trabalho de Bastos (2013) foi analisar como se apresentam os erros matemáticos cometidos pelos alunos ao resolverem problemas de Física Elétrica em um ambiente de ensino por meio da Resolução de Problemas. A pesquisa foi de natureza qualitativa e a coleta de dados realizada por observações em sala de aula, bem como resoluções escritas dos problemas propostos. O público-alvo foi composto por alunos matriculados na disciplina de Infraestrutura Elétrica para Redes de Computadores de uma instituição particular de Ensino Superior da cidade de São Paulo.

A Análise de Erros possibilitou a Bastos (2013) conhecer mais profundamente a natureza das dificuldades referentes aos conteúdos abordados. Permitiu, ainda, detectar que os principais erros estavam relacionados à leitura e interpretação de texto, cálculos incorretos, deficiências na construção de conhecimentos físicos e matemáticos prévios. Quanto à Resolução de Problemas, notou-se que sua utilização proporcionou aos alunos maior engajamento na construção de seus próprios conhecimentos.

No presente trabalho, assim como no de Pereira Filho (2012) e Bastos (2013), a metodologia de pesquisa Análise de Erros foi adotada para analisar os registros escritos de alunos do Ensino Superior e também foram adotadas as orientações de Cury (2007). Como diferencial, no entanto, após a utilização da metodologia Análise de Erros foi realizada a análise dos OE, isto é, buscou-se identificar os erros originados de algum OE.

A dissertação de mestrado de Fonseca (2011), mencionada na seção 1.1, foi motivada por dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao tema Função Afim. Nesse sentido, o autor propõe discutir e avaliar a utilização de *Mathlets* no estudo desse tema. No desenvolvimento do trabalho, foi realizada uma pesquisa em que foram aplicadas atividades de uma sequência didática, com o auxílio de *Mathlets*, a uma turma de 1<sup>a</sup>. série do Ensino Médio do Colégio Estadual Antônio Figueira de Almeida (CEAFA) em Nilópolis – RJ. A metodologia utilizada na elaboração das atividades foi a Engenharia Didática e, ao final da aplicação das atividades, foram aplicados dois testes. Os dados coletados foram analisados, a fim de obter resultados sobre a eficiência do uso de tecnologias, utilizando a noção de OE, tomando como base o trabalho de Sierpinska (1992), e a noção de Representação Semiótica.

O principal OE identificado por Fonseca (2011) está relacionado a não diferenciação entre a parte fixa e a variável em problemas envolvendo Função Afim. Segundo Fonseca (2011), tal fato está ligado ao OE apontado por Sierpinska (1992) em que os alunos não analisam a situação, mas a tomam como um todo, como um fenômeno.

Pires e Silva (2015), em seu artigo cujo objetivo era identificar as concepções de função manifestadas por estudantes do Ensino Médio e Superior, também analisaram OE baseando-se em Sierpinska (1992). Para tanto, desenvolveram uma pesquisa de caráter qualitativo contando com a participação de 128 estudantes de duas escolas públicas de Ensino Médio e uma universidade pública do interior do estado de São Paulo. A coleta de dados ocorreu por meio de duas listas de atividades realizadas por todos os participantes, em dois momentos distintos.

Os resultados obtidos por Pires e Silva (2015) apontam alguns dos OE descritos por Sierpinska (1992), como a crença no poder das operações formais em expressões algébricas e o fato dos alunos reconhecerem a existência de variações, mas não reconhecerem o que as provoca e qual variável está relacionada às mesmas.

Como nos trabalhos de Fonseca (2011) e Pires e Silva (2015), buscou-se, na presente pesquisa, identificar os OE relacionados à função, apresentados nos registros escritos dos alunos, baseando-se nas concepções de Sierpinska (1992) relatadas no Capítulo 2. Diferente de ambos, uma ação foi tomada buscando minimizar os erros dos alunos. Tal ação consistiu no desenvolvimento de um curso a distância promovido no ambiente Moodle sobre o conteúdo Função Afim.

Müller (2015), buscando analisar as dificuldades apresentadas por alunos de Cálculo Diferencial e Integral e visando a avaliar possibilidades de superar essas dificuldades por meio de recursos tecnológicos, desenvolveu uma pesquisa quanti-qualitativa em sua tese. O

estudo foi realizado em uma Instituição de Ensino Superior do Rio Grande do Sul, sendo dividido em três etapas. Na etapa preliminar, foram analisados erros cometidos por alunos de Cálculo Diferencial e Integral dos cursos de Sistemas de Informação e de Engenharia, na resolução de questões propostas. Foi identificado, a partir dos dados levantados, que conteúdos de Matemática Básica eram as maiores dificuldades dos alunos. Além disso, foram realizadas pesquisas que permitiram a elaboração de um Objeto de Aprendizagem voltado para o estudo da propriedade distributiva.

Na segunda etapa da pesquisa de Müller (2015), foram promovidas atividades na Plataforma Moodle, com estudantes de Cálculo Diferencial e Integral I, referentes a tópicos de Matemática Básica. Para identificar as dificuldades dos alunos, estes foram submetidos, inicialmente, a um questionário que envolvia conteúdos de Matemática Básica. A partir disso, grupos de alunos foram direcionados a objetos de aprendizagem, dentre estes o construído na primeira etapa. Após o estudo com os objetos, os alunos participaram de fóruns com novas questões relacionadas às dificuldades encontradas. Ao final, foi aplicado um segundo questionário para levantar dados sobre o desempenho dos alunos envolvidos na pesquisa. A partir da análise dos resultados, a pesquisadora verificou que houve uma melhora significativa no desempenho do grupo, o que sinalizou que o trabalho atingiu os objetivos propostos.

Como complemento da pesquisa de Müller (2015), na terceira etapa ainda foi realizada uma entrevista com uma das professoras responsáveis pelo Laboratório de Aprendizagem da Instituição onde o trabalho foi desenvolvido. Nesta, foi salientada a importância de realizar pesquisas que possam dar subsídios ao uso de recursos tecnológicos no Laboratório, para auxiliar os alunos a localizarem e minimizarem suas dificuldades.

Casagrande e Zanette (2014) relatam, em seu artigo, um estudo que envolveu 43 alunos matriculados no Curso de Engenharia de Produção da Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC). Buscou-se investigar e amenizar as dificuldades desses alunos, relacionadas ao conceito de Integral, por meio de monitoria *on-line*. As atividades de monitoria se apoiavam no uso de ferramentas de comunicação disponíveis em um AVA, como *chats* e fóruns, e pelo uso de *e-mail*. No AVA utilizado também estavam disponíveis uma apostila digital, aulas desenvolvidas na lousa digital, listas de atividades, vídeos e textos de leitura. A apostila digital foi criada pelo Grupo de Pesquisa GPEAD/UNES, que administrava o AVA e desenvolvia as atividades de monitoria. Já as aulas na lousa digital, as listas de atividades e textos de leitura eram provenientes das aulas presenciais da turma. Os resultados obtidos por Casagrande e Zanette (2014) sinalizaram dificuldades relacionadas à Matemática da Educação Básica e à restrita participação dos alunos nas monitorias.

A presente pesquisa, assim como a de Müller (2015) e Casagrande e Zanette (2014), busca alternativas para minimizar dificuldades nas disciplinas de Cálculo utilizando AVA. Nesse sentido, também foram disponibilizados materiais para auxiliar os estudos dos alunos. No entanto, diferente de Müller (2015) e Casagrande e Zanette (2014), o conteúdo abordado foi Função Afim.

## 2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, são apresentados os aspectos metodológicos do presente trabalho monográfico. Inicialmente, é promovida a caracterização da pesquisa, seguida pela caracterização da metodologia Análise de Erros e da discussão sobre OE. Finalizando, apresenta-se o detalhamento de algumas etapas da pesquisa promovida.

### 2.1 Caracterização da Pesquisa

Diariamente, o homem é exposto aos mais diversos problemas que necessitam ser conhecidos e solucionados. Estes o levam a investigar, estudar e discutir aspectos de seu ambiente, buscando fatores que o auxiliem em sua resolução (RUMMEL, 1981). Nesse sentido, o referido autor considera a pesquisa como base para a identificação de dados necessários para a resolução de problemas individuais e sociais.

Uma vez que se pretende analisar a percepção de licenciandos em Ciências sobre a contribuição de um curso, estruturado no Moodle, destinado ao estudo de Função Afim, o presente trabalho monográfico é de cunho qualitativo e foi desenvolvido por meio de um estudo de caso.

A pesquisa qualitativa, segundo Prodanov e Freitas (2013), tem como foco o processo e seu significado, dando-se de forma descritiva. Neste tipo de pesquisa, o ambiente natural é fonte direta para o levantamento de dados e o pesquisador assume papel fundamental.

Dentro da pesquisa qualitativa, uma estratégia possível é o estudo de caso. Este tem sido usado na Educação Matemática, segundo Ponte (2006, p. 3), “[...] para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e contínua de professores, projectos de inovação curricular, novos currículos, etc.”. Neste sentido, considerou-se tal estratégia adequada aos objetivos do presente estudo.

O público-alvo deste trabalho foram licenciandos matriculados em Cálculo I, no primeiro semestre de 2015, em regime de dependência. Propôs-se para esses um curso estruturado no Moodle com o intuito de auxiliá-los na (re)construção dos seguintes tópicos relacionados à Função Afim: definição, casos particulares, representação gráfica, parâmetros, coeficientes da reta, zero da função, crescimento e decrescimento, estudo de sinal, posição

relativa entre duas ou mais retas e função definida por partes de sentenças dadas por leis de funções afins. Estes tópicos foram selecionados a partir das lacunas de aprendizagem identificadas tanto em artigos científicos, como na experiência das professoras de Cálculo do IFFluminense *campus* Campos Centro participantes do projeto.

O curso foi realizado a distância, sendo propostos encontros presenciais apenas para auxiliar nas dificuldades dos licenciandos não sanadas por meio de recursos *on-line*.

Considera-se a realização do curso como a etapa principal da pesquisa, porém cabe ressaltar que diversas outras foram essenciais para o alcance do objetivo geral. No total, foram sete etapas: i) revisão bibliográfica; ii) elaboração de materiais: apostilas, pré e pós-teste e questionários; iii) realização do teste exploratório das apostilas elaboradas e do pós-teste; iv) análise dos dados coletados e modificação dos materiais elaborados; v) estruturação do curso no Moodle: seleção de materiais complementares e elaboração de *quizzes*; vi) realização do curso, e vii) análise dos dados levantados para verificar a resposta da questão de pesquisa.

A etapa i foi abordada no Capítulo 1 e permeia todo o trabalho monográfico. As etapas ii e v encontram-se detalhadas na seção 2.3, e as demais são relatadas no Capítulo 3.

Na etapa iii, não foi realizado o teste exploratório do pré-teste, pois as questões que o compõem foram retiradas das próprias apostilas elaboradas. Para essa etapa, como instrumentos de coleta de dados, foram elaborados três questionários: Q1 (APÊNDICE A), Q2 (APÊNDICE B) e Q3 (APÊNDICE C). O objetivo de Q1 foi levantar dados que permitissem traçar um breve perfil dos licenciandos participantes do teste. Já Q2 visou a avaliar cada apostila elaborada e, para tanto, teve cinco modelos (Q2-I, Q2-II, ..., Q2-V), referentes às cinco apostilas, sendo o título da apostila avaliada a única diferença entre os mesmos. Q3 tinha por finalidade captar a percepção dos licenciandos em relação a aspectos gerais relacionados, simultaneamente, às cinco apostilas.

Na etapa vi engloba as ações referentes à fase de experimentação da pesquisa. Nessa etapa foram utilizados como instrumentos de coleta de dados: i) os questionários Q4 (APÊNDICE D) e Q5 (APÊNDICE E); ii) o pré (APÊNDICE F) e o pós-teste (APÊNDICE G), e iv) os registros dos licenciandos no ambiente Moodle. O questionário Q4 objetivava fazer o levantamento de dados os quais permitissem traçar um breve perfil dos participantes e o Q5 buscou captar a percepção dos mesmos quanto ao curso. O pré e pós-teste foram utilizados para identificação do nível de conhecimento dos licenciandos antes e depois do curso, respectivamente. Já os registros no Moodle relacionavam-se ao acesso às apostilas e aos materiais complementares, bem como à participação nos fóruns de dúvidas e nos *quizzes*.

Na etapa vii, os dados obtidos no pré e pós-teste foram analisados mediante a metodologia Análise de Erros, observando os OE relacionados aos erros de conceito cometidos pelos alunos. Tais assuntos são tratados na seção a seguir.

## **2.2 Análise de Erros e Obstáculos Epistemológicos**

A atividade de analisar a produção escrita de estudantes de Matemática pode ser confundida com os procedimentos de avaliação, segundo Cury, Bisognin, E. e Bisognin, V. (2009). Ainda que se possam encontrar pontos em comum entre tais ações, os autores ressaltam que a análise do que foi produzido pelo aluno não objetiva conferir conceito ou nota, mas, por meio da mesma, busca-se promover uma investigação ou planejar estratégias de ensino.

No presente trabalho, a produção escrita dos alunos, gerada no pré e no pós-teste, foi analisada com objetivo investigativo, tendo por foco os erros dos alunos. Como dito na seção anterior, utilizou-se a metodologia Análise de Erros, observando os OE relacionados aos erros de conceito cometidos pelos alunos.

### **2.2.1 Análise de Erros**

Os erros, segundo Bastos (2013), sinalizam dificuldades de diferentes naturezas, geradas durante o processo de aprendizagem e indicam obstáculos que se manifestam na forma de respostas equivocadas.

Um dos fatores de grande impacto na aprendizagem é o tratamento que o professor dá ao erro do aluno (ALMOULOUD, 2007). Existem, segundo este autor, diferentes concepções do erro entre os pesquisadores em didática matemática: i) considera-se o erro uma insuficiência de conhecimento do aluno, fruto de um saber que não está completamente construído; ii) evita-se o erro para que este não seja fixado pelo aluno, assim, o professor não busca corrigir a raiz do erro, mas limita-se a mostrar a “maneira correta” de resolver o problema, e iii) trabalha-se com pequenas etapas, buscando evitar o erro; porém, quando o mesmo ocorre, sua origem está na falta de algum requisito necessário à resolução do problema.

Segundo Brousseau (1983 apud CURY, 2007), o erro vai além da simples manifestação da falta de conhecimento, da incerteza ou do acaso; este pode ser efeito de um conhecimento anterior, adequado a uma situação, mas que se mostra falho em outro momento.

Segundo a metodologia Análise de Erros, por mais simples que sejam, os registros matemáticos dos alunos podem detectar as maneiras como estes pensam e, até mesmo, que influências trazem de suas aprendizagens anteriores, tanto formais quanto informais (CURY, 2007).

Segundo Cury, Bisognin, E. e Bisognin, V. (2009), a Análise de Erros pode ser considerada sob a perspectiva tanto do ensino quanto da pesquisa.

A Análise de Erros é caracterizada como metodologia de ensino quando os erros dos alunos são apresentados aos mesmos, levando-os a pensar sobre suas repostas, desenvolvendo, assim, conhecimento (CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009). No campo da pesquisa, é utilizada para promover a análise qualitativa dos erros (CURY, 2007), obtendo informações que permitem ao pesquisador avançar seus conhecimentos sobre as causas destes erros (CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009). No presente trabalho, a metodologia Análise de Erros foi utilizada sob a perspectiva da pesquisa.

Tal metodologia é ancorada na Análise de Conteúdos proposta por Bardin (1979 apud CURY, 2007) e se divide em três etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados (BARDIN, 1979 apud CURY, 2007).

Na pré-análise, é feita uma leitura “flutuante” de todo o material para avaliar as respostas, separando-as em “totalmente corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas”, sendo feita a contagem do número de respostas de cada natureza. Já na fase de exploração do material, aprofunda-se a análise, realizando a unitarização e a categorização das respostas (CURY, 2007). Nesse ponto da pesquisa, há uma interpretação simplificada dos dados, por meio da qual se estabelecem os critérios para a criação das categorias. No tratamento dos resultados, as categorias são descritas por meio de tabelas ou quadros e é produzido um texto-síntese resumindo o significado dos dados apresentados (CURY, 2007).

Alguns erros, segundo Cury (2007) já fazem parte do “folclore” dos professores de Matemática. São erros cometidos inúmeras vezes e que persistem por várias gerações. Segundo Iglioni (1999), tais erros podem estar relacionados a algum OE, como discutido na próxima subseção.

### 2.2.2 Obstáculos Epistemológicos (OE)

Os OE são, em muitos casos, os causadores dos erros dos alunos. Tais obstáculos estão ligados à própria natureza do assunto e, como qualquer outro tipo de obstáculo, partem de uma ideia que, no momento da formação do conceito, foi eficaz para enfrentar problemas anteriores, mas que se revelou inadequada quando aplicada a um novo problema (D'AMORE, 2010).

A noção de Obstáculo afluou no cenário científico em 1938 com as ideias do filósofo francês Gaston de Bachelard, apresentadas em seu livro “A formação do espírito científico”, como forma de elucidar os porquês das dificuldades de progresso e das causas de estagnação, e até mesmo recuo, da ciência (TEIXEIRA, 1997).

Segundo Bachelard (2005), todo conhecimento é resposta a uma pergunta, no entanto, este pode declinar diante de uma pergunta abstrata, criando um obstáculo. Os OE são falsas ideias valorizadas pelo inconsciente, incrustadas no conhecimento não questionado. Estes foram hábitos intelectuais úteis e sadios outrora, mas diante de uma nova questão de caráter abstrato, apresentaram entrave ao conhecimento (BACHELARD, 2005).

As ideias de Bachelard foram introduzidas na Didática da Matemática por Brousseau, em 1976 (IGLIORI, 1999). Ampliando a ideia, Brousseau classifica os obstáculos em: i) epistemológicos: encontrados no desenvolvimento histórico dos conceitos e nos conceitos espontâneos dos alunos, sendo concepções constitutivas e inerentes ao conhecimento; ii) de origem didática: ligados à escolha do sistema educativo; iii) de origem ontogenética: gerados por limitações do indivíduo ocorridas em algum momento de seu desenvolvimento mental (TEIXEIRA, 1997). No presente trabalho, serão discutidos os obstáculos de origem epistemológica.

Todo conhecimento, segundo Teixeira (1997), é suscetível de ser um OE à aquisição de novos conhecimentos. Esse tipo de obstáculo não está ligado à ausência de conhecimento e, sim, a um conhecimento válido para certo contexto que conduz ao erro frente a outro. O OE resiste ao estabelecimento de um novo conceito ou a ampliações de conceitos já apreendidos, mesmo diante de contradições que lhe são impostas (TEIXEIRA, 1997).

Igliori (1999) aponta que algumas relações válidas, em geral, para números naturais podem constituir OE para o conhecimento dos números decimais. Um exemplo apontado por esta autora é considerar válida para os números decimais a relação: o quadrado de um número é sempre maior que ele.

As noções de números, de função, de limites causaram obstáculos persistentes no decorrer da história e continuam a causá-los no processo de aprendizagem e, por este motivo, têm sido estudadas por diversos pesquisadores, afirma Iglioni (1999).

Ao observar que, em geral, os alunos apresentam muitas dificuldades relacionadas ao estudo de funções, Sierpínska (1992) promoveu um estudo e identificou 16 OE relacionados ao tema. Tais concepções muitas vezes acarretam dificuldades e erros. A seguir, são descritos os OE identificados por Sierpínska (1992) e faz-se uma breve descrição dos mesmos.

- I. A Matemática não está preocupada com problemas práticos – tal ideia surge do negar as relações identificadas no dia a dia como problemas práticos que possuem regularidades que podem ser descritas matematicamente;
- II. Os métodos de cálculo usados na produção de tabelas de relações numéricas não são dignos de serem objetos de estudo em Matemática – atualmente pesquisas comprovam o uso de métodos numéricos e interpolação na construção de tabelas usadas em vários campos de estudo. Na Antiguidade, no entanto, tal construção era vista como uma arte, um conhecimento prático do ofício, algo automático, passado de mestre a pupilo, de geração em geração, sem nenhum tipo de estudo ou técnica matemática envolvida;
- III. Foco em como as coisas mudam, ignorando o que muda – ao observar situações que envolvem mudanças, os estudantes não identificam o que está mudando ou quais objetos estão envolvidos no processo. O foco está no todo, o que impede o aluno de desenvolver uma análise da situação e identificar as variáveis envolvidas;
- IV. Análise de funções e variáveis como se fossem equações e incógnitas – os alunos trabalham com equações, antes de iniciar o estudo de funções. Nas equações, a principal distinção é entre a quantidade dada e a desconhecida. No entanto, ao iniciar o estudo de funções, é preciso trabalhar com a ideia de variável, o que muitas vezes acarreta dificuldades;
- V. A ordem das variáveis é irrelevante – o aluno não compreende que os papéis de “ $x$ ” e “ $y$ ” não são simétricos na definição de função e não faz distinção entre variável dependente e independente;
- VI. Um conceito heterogêneo de número – diversos estudos, ao longo de muitos anos, foram necessários até que um conceito unificado de número fosse obtido. Identificar um conceito que permitisse incluir, por exemplo, os irracionais, não foi algo simples.

- Muitos alunos apresentam dificuldades para generalizar e sintetizar a noção de número;
- VII. Uma filosofia pitagórica do número, segundo a qual tudo é número – em oposição ao OE anterior tem-se, aqui, um exagero quanto à generalização e síntese da noção de número, dificultando, por exemplo, a discriminação entre número e quantidade;
  - VIII. Leis na Física e funções em Matemática não têm nada em comum; elas pertencem a diferentes domínios do pensamento – em funções, as variáveis representam números com caráter abstrato; no entanto, na Física, é necessário compreender as variáveis como representantes de grandezas que descrevem fenômenos. Muitos alunos não percebem as funções como ferramenta apropriada para modelar fenômenos envolvendo grandezas da Física, ou de outra natureza;
  - IX. A proporção é um tipo privilegiado de relação – durante um longo período de tempo, a proporção teve um enfoque privilegiado nos estudos de alguns matemáticos. Disso decorreu um uso generalizado da mesma, por parte de muitos alunos, sem considerar as condições básicas para tal aplicação;
  - X. Grande convicção na força das operações formais usadas em expressões algébricas – ao trabalhar um gráfico de uma relação, mesmo que este represente ou não uma função, o aluno sente necessidade de identificar sua expressão algébrica e realizar operações formais sobre ela;
  - XI. Somente relações descritas como fórmulas analíticas merecem ser denominadas de funções – o conceito geral de função permite trabalhar inúmeras relações que não são expressas por fórmulas; no entanto, tal pensamento é dificilmente assimilado pelos alunos;
  - XII. Definição é uma descrição de um objeto conhecido pelo sentido ou por *insight* – ao observar casos particulares, o aluno os considera como casos gerais. Entender a distinção entre definições matemáticas e descrição de objetos particulares e compreender a síntese da concepção geral de função pode contribuir para superar esse obstáculo;
  - XIII. Funções são sucessões – desde antes de Cristo, os babilônios estabeleceram tabelas sexagesimais de quadrados, cubos, entre outros, utilizando sucessões. O uso de tabelas para o cálculo de funções básicas gerou o instinto de funcionalidade que considera que toda a função pode ser escrita em forma de sucessões;

- XIV. As coordenadas de um ponto são segmentos de reta, não números – historicamente, tinha-se uma visão geométrica de tudo. As curvas eram consideradas caminhos pelos quais os pontos se moviam e as coordenadas não eram números determinados por um sistema de eixos, mas segmentos de reta;
- XV. O gráfico de uma função é um modelo geométrico que não precisa ser fiel – o gráfico pode conter pontos  $(x, y)$  que não pertençam à função. Os modelos geométricos não precisam representar as relações muito fielmente. O caráter da análise é mais qualitativo do que quantitativo;
- XVI. Mudanças de uma variável ocorrem a seu tempo – entende-se que a fonte de qualquer mudança advém de alguma substância ou causa natural, o que dificulta o entendimento do conceito de variável em funções.

É importante ressaltar que um OE não é resultado de um método de ensino e nem está ligado a uma ou duas pessoas que tenham dificuldade de aprender. Sua característica principal é se propagar por gerações, tanto no passado quanto no presente (SIERPINSKA, 1992). Para superar um OE, segundo Sierpinska (1992), é necessário tomar distância de certas convicções e raciocínios e observar as consequências destes, para que seja possível considerar outros pontos de vista.

A análise dos erros e dos OE foi promovida a partir dos registros escritos levantados por meio do pré e do pós-teste. A elaboração desses testes é descrita na seção seguinte, em que se promove o detalhamento da etapa de elaboração de materiais e da estruturação do curso.

### **2.3 Detalhamento de Duas das Etapas**

A presente seção descreve duas das etapas anteriores à realização do curso. São elas: elaboração de materiais – apostilas do curso, questionários, pré e pós-teste, e estruturação do curso no Moodle – escolha dos materiais complementares e elaboração dos *quizzes*.

### 2.3.1. Elaboração de materiais

#### 2.3.1.1 Elaboração das apostilas do curso

Antes da elaboração das apostilas a serem utilizadas para o curso de Pré-Cálculo, foi promovido um estudo detalhado sobre os critérios necessários para a elaboração de materiais didáticos em EaD, apresentado na seção 1.2 do presente texto monográfico.

No desenvolvimento de tais apostilas, buscou-se criar um material interativo visando a auxiliar o estudo de Cálculo, observando sempre a necessidade da adequação desse a um curso a distância e às diretrizes discutidas na seção 1.2.

Quanto ao conteúdo, a escolha do tema Função Afim levou em consideração a importância desse tema para o estudo de Cálculo, pesquisas sobre as principais dificuldades de alunos de Pré-Cálculo, como as de Bortoli (2011), Fonseca (2011) e Cavasotto (2010), e a experiência de professoras de Cálculo do IFFluminense *campus* Campos Centro participantes desta pesquisa.

Foram analisados, como referência bibliográfica para elaborar as apostilas, os principais autores de livros didáticos do Ensino Médio e de Cálculo, listados na seção 1.1, com o objetivo de expor os conteúdos corretamente e de forma clara.

Tendo em vista não tornar o estudo cansativo, o tema Função Afim foi dividido em cinco apostilas intituladas: i) Função Afim: definição e representação gráfica; ii) Estudo dos Parâmetros da Função Afim e dos Coeficientes da Reta; iii) Análise Gráfica da Função Polinomial do 1º Grau; iv) Estudo de Retas: posição relativa entre duas retas no plano, e v) Função Definida por Partes: sentenças dadas por leis de Funções Afins. A partir dessa seção, para facilitar a leitura, estas apostilas serão denominadas Apostila I, Apostila II, Apostila III, Apostila IV e Apostila V, respectivamente.

Na Apostila I, abordam-se os seguintes temas: definição de Função Afim; Função Identidade; Função Constante; Função Linear; Função Polinomial do 1º Grau; marcação de pontos no plano cartesiano e representação gráfica da Função Afim. Propõe-se, com essa apostila, levar o aluno a: i) identificar o modelo da Função Afim em situações cotidianas; ii) identificar os casos particulares, observando suas peculiaridades; iii) esboçar gráficos, e iv) modelar situações-problema, dentro e fora da Matemática.

A Apostila II trata da taxa de variação e valor inicial da função afim e dos coeficientes angular e linear da reta. Por meio dessa apostila, busca-se levar o aluno a: i) interpretar

geometricamente os parâmetros da Função Afim; ii) interpretar geometricamente os coeficientes da reta; iii) relacionar os parâmetros da Função Afim com os coeficientes da reta.

Na Apostila III, são abordados os seguintes temas ligados à Função Polinomial do 1º Grau: zero da função, crescimento e decrescimento, estudo do sinal. Com essa apostila pretende-se: i) identificar o zero da função; ii) classificar a função em crescente ou decrescente, e iii) promover o estudo do sinal da função.

Os temas discutidos na Apostila IV foram: retas paralelas, retas coincidentes e retas concorrentes. Com essa apostila pretende-se: i) identificar a posição relativa de duas retas no plano cartesiano com base na observação de seus coeficientes, e ii) discutir situações envolvendo duas retas no plano cartesiano.

Abordaram-se os seguintes temas na Apostila V: notação de intervalos reais, Domínio de Funções Definidas por Partes, representação de Funções Afins com restrição de Domínio e representação gráfica de Função Definidas por Partes com sentenças dadas por leis de Funções Afins. Com essa apostila, objetivou-se levar o aluno a: i) compreender o significado das representações dos intervalos reais; ii) representar, no eixo real, intervalos reais dados na forma algébrica e vice-versa; iii) identificar o modelo de funções definidas por partes com sentenças dadas por leis de Funções Afins, e iv) representar gráfica e algebricamente Funções Definidas por Partes com sentenças dadas por leis de Funções Afins.

Cada apostila possui uma capa na qual se apresentam, além do título e dos nomes das autoras, os objetivos pretendidos já citados. Todas as apostilas também possuíam um sumário para que o aluno localize, facilmente, os tópicos.

A organização didática geral é dada pela apresentação de partes teóricas, contendo exemplos básicos (Figura 6), seguidos de exemplos resolvidos (Figura 7). Ao final de cada apostila são apresentados exercícios e seus referidos gabaritos, além das referências de obras bibliográficas citadas.

Figura 6 – Apresentação de conteúdo – Apostila I

**1.3.3 Função constante** – função definida por  $f(x) = b$ , em que  $a = 0$ .

**Exemplos:**

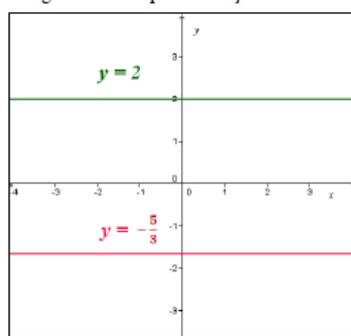
- $f(x) = 2$  ( $a = 0$ ;  $b = 2$ )
- $g(x) = -\frac{5}{3}$  ( $a = 0$ ;  $b = -\frac{5}{3}$ )

A figura 3 mostra a representação gráfica desses exemplos.

Esse tipo de função é interessante! Por mais que se mude o valor de  $x$ , o valor de  $y$  sempre acaba sendo igual a  $b$ ,  $b \in \mathbb{R}$ . O gráfico dessa função é uma reta horizontal que corta o eixo  $y$  no ponto  $(0, b)$ .



Figura 3 – Exemplos de função constante



Fonte: Elaboração própria.

Figura 7 – Exemplo resolvido – Apostila III

Para determinar a lei da função  $y = ax + b$ , é necessário encontrar os valores de  $a$  e  $b$ . O zero da função é  $-5$ , assim sabemos que quando  $x = -5$ ,  $y = 0$ . Além disso, o coeficiente linear é igual a  $15$ , sendo assim  $b = 15$ . Substituindo esses valores na lei, temos:

$$a \cdot (-5) + 15 = 0$$

$$a \cdot (-5) = -15$$

$$a = \frac{-15}{-5} = \frac{15}{5} = 3$$

Encontrados  $a$  e  $b$ , a lei da função é:  $y = 3x + 15$ .

Caso você não se recorde do conteúdo coeficiente linear, retorne à apostila "Estudos dos Parâmetros da Função Afim e dos Coeficientes da Reta".



Fonte: Elaboração própria.

É possível observar, nas figuras 6 e 7, alguns critérios adotados na elaboração das apostilas, como uso de linguagem clara e objetiva, utilização de dicas para estabelecer ligações entre as apostilas, produção de diálogo com o aluno, apresentação de exemplos para facilitar o entendimento e atenção ao *layout*. Tais critérios são descritos como fundamentais por Wissmann e Marks (2008), Behar (2009), Hack (2010) e Silva e Spanhol (2014) na produção de materiais para EaD.

Percebe-se, ainda observando as figuras 6 e 7, que as dificuldades dos alunos são levadas em consideração, uma vez que os processos de resolução são detalhados. Tais dificuldades devem ser, segundo Hack (2010), o ponto de partida para a produção de qualquer material destinado ao ensino.

Na figura 8, pode-se perceber a utilização de destaques durante a exposição dos conteúdos, buscando ressaltar as ideias principais de cada seção, o que visa a facilitar o

retorno do aluno a determinado ponto, se necessário. No material criado, procurou-se evitar a simples reprodução do que já foi estudado na Educação Básica, propondo novas perspectivas, tendo em vista o estudo de Cálculo (Figura 9).

Figura 8 – Apresentação de conteúdo – Apostila III

A reta intersecta o eixo  $y$  no ponto  $(0, 2)$ . Mais uma vez o valor da ordenada do ponto de interseção da reta com o eixo  $y$  equivale ao valor de  $b$ .

Para qualquer reta não vertical que analisarmos haverá uma interseção com o eixo  $y$  no ponto  $(0, b)$ . Dizemos, então, que:

A interpretação geométrica do parâmetro  $b$  é a ordenada do ponto de interseção da reta com o eixo  $y$ , sendo esse o ponto  $(0, b)$ .

Fonte: Elaboração própria.

Figura 9 – Apresentação de conteúdo – Apostila V

Funções definidas por partes também podem ser contínuas em todo o seu domínio, como a função  $f(x) = \begin{cases} -x, & \text{se } x < 0 \\ x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ , que iremos representar graficamente.

De maneira informal, dizemos que uma função real é contínua quando seu gráfico não apresenta interrupções. A definição formal exige conceitos não abordados nessa apostila e, portanto, não a apresentaremos aqui.



Para simplificar a explicação da construção do gráfico da função  $f$ , organizaremos uma tabela (Tabela 3):

Tabela 3 – Dados para a construção do gráfico da função  $f$

Sentença	$x$	$f(x)$	Ponto	Representação do extremo do intervalo
$-x, \text{ se } x < 0$	0	$f(0) = -0 = 0$	$(0, 0)$	Bolinha aberta
	-1	$f(-1) = -(-1) = 1$	$(-1, 1)$	---
$x, \text{ se } x \geq 0$	0	$f(0) = 0$	$(0, 0)$	Bolinha fechada

Fonte: Elaboração própria.

Buscou-se motivar o público-alvo e tornar o conteúdo mais próximo de sua realidade. Para tanto, sempre que possível, associaram-se os conteúdos abordados a outros temas matemáticos e tópicos de outras áreas curriculares (Figura 10). Foram, também, utilizados exemplos e exercícios contextualizados (Figuras 11 e 12).

Figura 10 – Associação do conteúdo a um tópico de Física – Apostila I

Você deve ter estudado em Física a equação horária dos espaços  $S = S_0 + v \cdot t$ , em que  $S_0$  e  $v$  são constantes, sendo  $v \neq 0$ . Essa equação adota o modelo da função polinomial do 1º grau. No entanto, sua representação gráfica não é uma reta, e sim uma semirreta formada por pontos da parte não negativa da função polinomial do 1º grau representada pela equação.



Na fórmula  

$$S = S_0 + v \cdot t$$
temos que:  
 $S$  representa o espaço final,  
 $S_0$  o espaço inicial,  
 $v$  a velocidade e  
 $t$  o tempo.

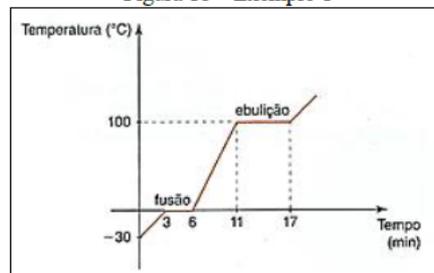
Fonte: Elaboração própria.

Figura 11 – Exemplo resolvido relacionado à Física – Apostila V

### Exemplo resolvido 1:

(Paiva – 2010, p.155 – adaptada) Em um local ao nível do mar, um bloco de gelo é colocado em um recipiente sobre o fogo. O gráfico abaixo descreve a variação de temperatura ( $T$ ) em função do tempo ( $t$ ) e as mudanças de estado ocorridas nessa experiência (Figura 18).

Figura 18 – Exemplo 1



- Qual a temperatura inicial do bloco de gelo ao ser colocado no recipiente sobre o fogo?
- Quanto tempo durou o processo de fusão?
- Quanto tempo durou o processo de ebulição?
- Qual era a temperatura da água depois de 9 minutos do início do aquecimento?
- Expresse a lei da função descrita pelo gráfico no intervalo do domínio  $[0, 17]$ .

Fonte: Elaboração própria.

Figura 12 – Exercício relacionado à Biologia – Apostila II

10. (UFPE – 2004; adaptada) A poluição atmosférica em metrópoles aumenta ao longo do dia. Certo dia, às 8h, o número de partículas poluentes era 20 em cada milhão de partículas e, às 13h, era 100 partículas poluentes em cada milhão de partículas. Admitindo que o número de partículas poluentes na atmosfera varie linearmente com a variação do tempo, o número de partículas poluentes às 10h 30 min desse dia é:

- a) 65                      b) 60                      c) 70                      d) 75                      e) 55

Fonte: Elaboração própria.

Após o desenvolvimento das apostilas, foram elaborados o pré e o pós-teste, como descrito na seção seguinte.

### 2.3.1.2 Elaboração do pré e do pós-teste

Com o intuito de analisar o conhecimento dos alunos em relação ao conteúdo proposto no curso, antes e depois do mesmo, foi necessária a criação de um pré e de um pós-teste.

Ambos os testes eram compostos por oito questões discursivas que requeriam a mesma linha de raciocínio. Assim, a primeira questão do pré-teste possuía o mesmo objetivo da primeira questão do pós-teste, seguindo tal padrão em todas as questões.

Na primeira questão, buscou-se verificar a compreensão do conceito de função constante, como mostra a figura 13.

Figura 13 – Questão 1 do pré e pós-teste

<p><b>Pré-teste</b></p> <p>1. Na pizzaria Qpizza, o rodízio custa R\$ 29, 90 por pessoa, não importando se ela consome 1 fatia, 3 fatias, 9 fatias... Fernando foi a essa pizzaria.</p> <p>a) Determine quanto Fernando pagou se consumiu 13 fatias de pizza.</p> <p>b) Determine a lei que representa o valor a pagar (<math>y</math>) em função do número de fatias de pizza (<math>x</math>).</p>
<p><b>Pós-teste</b></p> <p>1. O restaurante do Seu Jaime trabalha com o sistema de <i>self-service</i> sem balança. Nesse sistema o valor cobrado, por pessoa, é independente do seu consumo. Sabendo que o preço pago por pessoa é de R\$ 45,00, determine:</p> <p>a) quanto Jussara pagará se almoçar nesse restaurante;</p> <p>b) a lei que representa o valor a pagar (<math>y</math>) em função da quantidade de alimento consumida (<math>x</math>).</p>

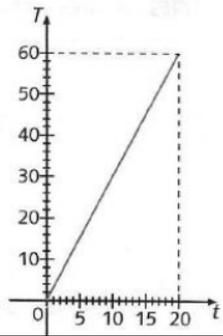
Fonte: Elaboração própria.

A segunda questão, apresentada na figura 14, objetivou verificar a leitura de gráficos e a utilização das características de uma Função Afim, a partir dessa leitura.

Figura 14 – Questão 2 do pré e pós-teste

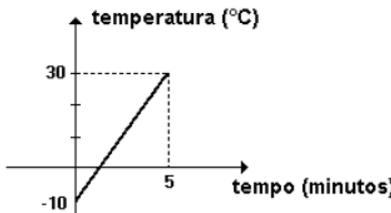
**Pré-teste**

2. (PUC – RS. Adaptada.) Um determinado tipo de óleo foi aquecido a partir de  $0^{\circ}\text{C}$  até atingir  $60^{\circ}\text{C}$  e obteve-se o gráfico ao lado, da temperatura  $T$  em função do tempo  $t$ .  
Determine o valor de  $T(3)$ .



**Pós-teste**

2. (Cesgranrio. Adaptada.) Uma barra de ferro com temperatura inicial de  $-10^{\circ}\text{C}$  foi aquecida até  $30^{\circ}\text{C}$ . O gráfico ao lado representa a variação da temperatura da barra ( $T$ ) em função do tempo ( $t$ ) gasto nessa experiência. Calcule  $T(2)$ .



Fonte: Elaboração própria.

A terceira questão (Figura 15) requeria identificar se uma dada função, representada por meio de uma tabela, era ou não uma Função Afim. Também foi solicitada a justificativa da resposta dada.

Figura 15 – Questão 3 do pré e pós-teste

**Pré-teste**

3. (Unifor – CE. Adaptada.) O proprietário de uma loja distribuiu a tabela a seguir entre seus vendedores, para que eles pudessem, rapidamente, calcular o custo de peças iguais de roupa.

Número de peças ( $n$ )	Custo ( $C$ )
1	R\$ 30,00
2	R\$ 50,00
3	R\$ 70,00
4	R\$ 90,00

A função  $C$ , que relaciona o custo, em reais, com o número  $n$  de peças é representada por uma função afim? Justifique sua resposta.

**Pós-teste**

3. Uma formiga se move sobre uma régua, em linha reta, na direção crescente dos centímetros. A tabela abaixo mostra a posição (em centímetros) da formiga, de acordo com o tempo (em segundos).

Tempo ( $s$ )	Posição ( $cm$ )
0	2
2	3
4	4
6	5

A função  $M$ , que relaciona a posição ( $p$ ) da formiga, em centímetros, com o tempo ( $t$ ), em segundos, é representada por uma função afim? Justifique sua resposta.

Fonte: Elaboração própria.

Na quarta questão, o objetivo era determinar o ponto de interseção de um gráfico com o eixo das abscissas e envolvia conhecimento referente à taxa média de variação, como mostra a figura 16.

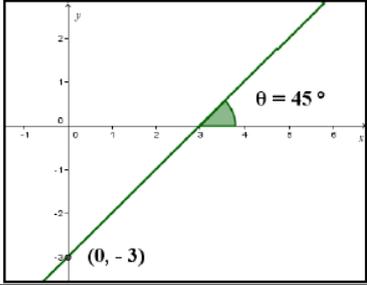
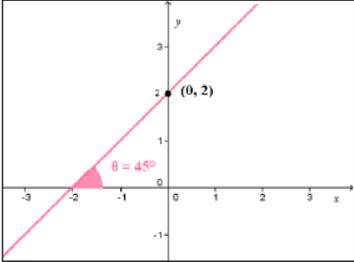
Figura 16 – Questão 4 do pré e pós-teste

<p><b>Pré-teste</b></p> <p>4. Em uma função <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, com <math>y = f(x)</math>, a taxa média de variação de <math>y</math> em relação a <math>x</math> é <math>-2</math> para qualquer intervalo de variação de <math>x</math>. Sabendo que o gráfico dessa função passa pelo ponto <math>A(0, 5)</math>, determine o ponto de interseção desse gráfico com o eixo das abscissas.</p>
<p><b>Pós-teste</b></p> <p>4. Em uma função <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, com <math>y = g(x)</math>, a taxa média de variação de <math>y</math> em relação a <math>x</math> é <math>-8</math> para qualquer intervalo de variação de <math>x</math>. Sabendo que o gráfico dessa função passa pelo ponto <math>D(0, -1)</math>, determine o ponto de interseção desse gráfico com o eixo das abscissas.</p>

Fonte: Elaboração própria.

A quinta questão objetivava verificar a compreensão dos conceitos de coeficiente angular e linear da reta e o cálculo de valores desconhecidos da função (Figura 17).

Figura 17 – Questão 5 do pré e pós-teste

<p><b>Pré-teste</b></p> <p>5. A partir da observação do gráfico da função <math>g</math>, representado na figura ao lado, determine:</p> <p>a) o coeficiente angular da reta;</p> <p>b) o coeficiente linear da reta;</p> <p>c) o valor de <math>x</math>, tal que <math>g(x) = -10</math> ;</p> <p>d) <math>g(6)</math>.</p>	
<p><b>Pós-teste</b></p> <p>5. A partir da observação do gráfico da função <math>j</math>, representado na figura ao lado, determine:</p> <p>a) o coeficiente angular da reta;</p> <p>b) o coeficiente linear da reta;</p> <p>c) o valor de <math>x</math>, tal que <math>j(x) = 10</math> ;</p> <p>d) <math>j(-5)</math>.</p>	

Fonte: Elaboração própria.

A sexta (Figura 18) apresentava uma Função Definida por Partes com sentenças dadas por leis de Funções Afins e solicitava a imagem de um dado valor da variável independente.

Figura 18 – Questão 6 do pré e pós-teste

<p><b>Pré-teste</b></p> <p>6. (UERJ – 2002 – modificada) Uma panela, contendo um bloco de gelo a <math>-40\text{ }^{\circ}\text{C}</math>, é colocada sobre a chama de um fogão. A evolução da temperatura <math>T</math>, em grau Celsius, ao longo do tempo <math>x</math>, em minuto, é descrita pela seguinte função real:</p> $T(x) = \begin{cases} 20x - 40, & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ 0, & \text{se } 2 \leq x \leq 10 \\ 10x - 100, & \text{se } 10 < x \leq 20 \\ 100, & \text{se } 20 < x \leq 40 \end{cases}$ <p>Qual a temperatura atingida em 15 minutos?</p>
<p><b>Pós-teste</b></p> <p>6. (UERJ. Modificada) Uma panela, contendo um bloco de gelo a <math>-40\text{ }^{\circ}\text{C}</math>, é colocada sobre a chama de um fogão. A evolução da temperatura <math>T</math>, em grau Celsius, ao longo do tempo <math>x</math>, em minuto, é descrita pela seguinte função real:</p> $T(x) = \begin{cases} 20x - 40, & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ 0, & \text{se } 2 \leq x \leq 10 \\ 10x - 100, & \text{se } 10 < x \leq 20 \\ 100, & \text{se } 20 < x \leq 40 \end{cases}$ <p>Qual a temperatura atingida em 18 minutos?</p>

Fonte: Elaboração própria.

A sétima questão (Figura 19) tinha o objetivo de analisar o conhecimento sobre a posição relativa entre duas retas, verificada por meio da análise dos coeficientes angulares e lineares das equações das retas envolvidas.

Figura 19 – Questão 7 do pré e pós-teste

<p><b>Pré-teste</b></p> <p>7. Dois barcos navegam durante um nevoeiro seguindo como orientação as retas <math>r: 2x + 3y - 5 = 0</math> e <math>s: 6y - 9x - 2 = 0</math>, num sistema de coordenadas cartesianas. Se ambos mantiverem suas trajetórias, pode-se afirmar que haverá colisão? Justifique sua resposta.</p>
<p><b>Pós-teste</b></p> <p>7. Dois barcos navegam durante um nevoeiro seguindo como orientação as retas <math>r: x - 3y + 1 = 0</math> e <math>s: 3x - 2y - 4 = 0</math>, num sistema de coordenadas cartesianas. Se ambos mantiverem suas trajetórias, pode-se afirmar que haverá colisão? Justifique sua resposta.</p>

Fonte: Elaboração própria.

A oitava questão, apresentada na figura 20, propôs verificar, a partir de um quadro de sinais da Função Afim, o conhecimento sobre o zero da função, a classificação em crescente e decrescente e o estudo de sinal.

Figura 20 – Questão 8 do pré e pós-teste

<b>Pré-teste</b>	
8. O quadro ao lado se refere ao estudo de sinais de uma função $g$ polinomial do 1º grau:	
a) Qual o zero de $g$ ?	
b) $g$ é crescente ou decrescente?	
c) Dê o sinal de $g(10) \times g(-500)$ .	
<b>Pós-teste</b>	
8. O quadro ao lado se refere ao estudo de sinais da função $h$ polinomial do 1º grau:	
a) Qual o zero de $h$ ?	
b) $h$ é crescente ou decrescente?	
c) Dê o sinal de $h(10) \times h(-5)$ .	

Fonte: Elaboração própria.

O pré e o pós-teste foram aplicados a todos os participantes da pesquisa. Os dados referentes à aplicação dos testes e análise de seus resultados são descritos no Capítulo 3 do presente trabalho. Outro instrumento de coleta de dados utilizado foi o questionário. Sua elaboração é detalhada na subseção a seguir.

### 2.3.1.3 Elaboração dos questionários

Questionários são documentos que possuem perguntas as quais devem ser respondidas pelos participantes da pesquisa, sendo possível marcar opções, escrever suas opiniões ou colocar opções em ordem de importância (MOREIRA; CALEFFE, 2008).

Segundo Nascimento e Lassance (2004), existem três tipos de questionários: i) aberto, que é composto por questões em que as respostas são livres; ii) fechado, que utiliza apenas questões objetivas em que a resposta deve estar entre as opções apresentadas, e iii) misto, que contém questões abertas e fechadas.

Questionários do tipo aberto dão ao respondente maior liberdade de resposta, o que proporciona respostas de maior profundidade. Os do tipo fechado são utilizados quando se

trata de questões macrocontextuais, como idade, sexo, nível de escolarização, ocupação, entre outros. Já os mistos são adequados para um aprofundamento qualitativo (NASCIMENTO; LASSANCE, 2004). Utilizaram-se, no presente trabalho, questionários do tipo misto.

O uso de questionário é vantajoso, segundo Nascimento e Lassance (2004), por causa dos seguintes fatores: i) alcance de um grande número de pessoas; ii) direcionamento das respostas; iii) rápido retorno; iv) anonimato dos respondentes, e v) obtenção imediata dos dados. No entanto, ainda segundo os autores, existem algumas desvantagens ligadas ao uso de questionário, como: i) a superficialidade das respostas a questões abertas; ii) a não garantia de retorno, no caso de aplicação a distância, e iii) a ocorrência de respostas com erros de interpretação.

Alguns cuidados devem ser tomados quanto à elaboração de um questionário. Segundo Costa, M. A. e Costa, M. F. (2011), o questionário: i) não pode ser muito longo, para não cansar os respondentes; ii) deve apresentar linguagem simples e objetiva, adequando-se ao vocabulário dos respondentes, e iii) deve evitar possíveis respostas sem significado. Moreira e Caleffe (2008) apontam, ainda, a necessidade de: i) evitar ambiguidades e duplas negativas, e ii) ser claro sobre as bases factuais por trás de itens que solicitem a opinião dos respondentes.

Para desenvolver o presente trabalho, foram utilizados questionários em três momentos: i) no teste exploratório das apostilas desenvolvidas; ii) no levantamento do perfil do público-alvo do curso, e iii) na avaliação final do curso. Na elaboração de todos os questionários utilizados foram levadas em conta as considerações de Costa, M. A. e Costa, M. F. (2011) e Moreira e Caleffe (2008).

Para o teste exploratório das apostilas desenvolvidas, foram elaborados três tipos de questionários: i) Q1, que objetivava levantar o perfil dos licenciandos que participaram do teste; ii) Q2, que visava a avaliar cada apostila elaborada e, para tanto, teve cinco modelos (Q2-I, Q2-II, ..., Q2-V), em que foram apresentadas afirmativas relativas a diversos aspectos de cada uma das apostilas elaboradas, e iii) Q3, englobando afirmativas relativas a todas as apostilas que, assim como em Q2, foram classificadas pelos participantes.

Q1 era composto por questões sobre idade e sexo, relevância do uso pedagógico de tecnologias digitais (TD), participação em cursos a distância e uso do Moodle (opiniões sobre as experiências vivenciadas eram solicitadas, em caso de ocorrência das mesmas).

Nos questionários Q2 e Q3, a escala das opções variava de 1 a 5, sendo 5 a nota máxima a se atribuir, além disso o respondente poderia assinalar NA (não se aplica) se não se sentisse capaz de avaliar uma afirmativa apresentada. Caso o respondente assinalasse as notas 1, 2 ou 3 para algumas das afirmativas, havia um campo destinado a mencionar os motivos

que o levaram a essa opção. Além disso, nos questionários Q2, havia um espaço para comentários ou sugestões sobre algum aspecto da apostila que não tivesse sido abordado nas afirmativas apresentadas.

No levantamento do perfil do público-alvo do curso, foi utilizado Q4 com questões que envolviam idade, sexo, ano de conclusão do Ensino Médio, se o licenciando trabalhava, contato com o conteúdo Função Afim, acesso à internet, participação em cursos a distância e utilização do Moodle.

Já na etapa de avaliação final do curso, foi utilizado Q5, composto por cinco questões. Na primeira, foram apresentadas afirmativas relativas a diversos aspectos do curso em que os respondentes assinalavam suas respostas com o mesmo padrão apresentado nos questionários Q2 e Q3. A segunda questão destinava-se ao caso de o licenciando assinalar as notas 1, 2 ou 3 para algumas das afirmativas da primeira questão, havendo um campo destinado a mencionar os motivos que o levaram a essa opção. Já a terceira, referia-se ao porquê do acesso a materiais complementares (vídeos, *applets* e *site*), caso o participante o tenha feito. Na quarta, indagou-se se o licenciando possuía alguma dúvida em relação ao conteúdo abordado antes da participação do curso. A quinta e última questão solicitava que o licenciando apontasse pontos positivos e negativos relacionados ao curso e apresentasse sugestões para melhoria do mesmo.

### **2.3.2 Estruturação do curso no Moodle**

O curso utilizou a plataforma Moodle, como descrito na introdução do presente trabalho, apresentando inicialmente orientações para os participantes como carga horária, certificação, entre outras (Figura 21). Ressalta-se que a certificação foi de 30 horas e que foi acordado, com o professor da disciplina de Cálculo, que as participantes receberiam até dois pontos extras, mediante ao cumprimento dos quesitos obrigatórios do curso.

Para facilitar os estudos dos alunos e garantir a sensação de conclusão de etapa, descrita como necessária para cursos em EaD por Hack (2010), o curso se estrutura em cinco tópicos (Figura 22): i) Função Afim: definição e representação gráfica; ii) Estudo dos Parâmetros da Função Afim e dos Coeficientes da Reta; iii) Análise Gráfica da Função Polinomial do 1º Grau; iv) Estudo de Retas: posição relativa entre duas retas no plano e v) Função Definida por Partes: sentenças dadas por leis de Funções Afins.

Figura 21 – Instruções do curso

## ESTUDO DE FUNÇÃO AFIM

### uma proposta para um curso de Pré - Cálculo no Moodle

O presente curso tem por objetivo recordar tópicos de Função Afim. O mesmo terá carga horária de 30 horas e será promovido na modalidade a distância, com momentos presenciais para tutoria.

Os tópicos abordados são muito importantes para o estudo de Cálculo e de outras disciplinas, por isso aproveite bastante esse curso e, sempre que necessário, retire suas dúvidas, pelos fóruns ou nos momentos presenciais.

A certificação estará vinculada ao cumprimento de todas as atividades propostas, a saber:

- participação no pré-teste (ocorrido em 2015);
- acesso obrigatório a todas apostilas e resolução de todas as lições do curso;
- participação no pós-teste.

OBS.: Embora somente as apostilas e as lições sejam materiais obrigatórios, recomenda-se que os vídeos e demais recursos também sejam considerados no estudo, tendo em vista uma melhor compreensão dos conteúdos.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 22 – Tópicos do curso

**Função Afim: definição e representação gráfica**

- Apostila 1
- Vídeo - parte 1: por que o gráfico da função afim é uma reta?
- Vídeo - parte 2: função linear e a proporcionalidade
- Vídeo: como esboçar uma função do 1º grau
- Trecho vídeo: construção do gráfico da função constante
- Lição 1
- Fórum de dúvidas

**Estudo dos Parâmetros da Função Afim  
e  
dos Coeficientes da Reta**

- Apostila 2
- Vídeo - parte 3: característica da função afim
- Vídeo: inclinação e coeficiente angular da reta
- Vídeo: coeficiente linear
- Applet: equação da reta na forma ponto e coeficiente angular
- Applet: gráfico e coeficientes da função afim
- Lição 2
- fórum de dúvidas

**Análise Gráfica da Função Polinomial do 1º Grau**

- Apostila 3
- Trecho vídeo: estudo do sinal
- Applet: função afim
- Site: função afim
- Lição 3
- fórum de dúvidas

**Estudo de Retas:  
posição relativa entre duas retas no plano**

- Apostila 4
- Applet: posição relativa de duas reta
- Lição 4
- fórum de dúvidas

**Função Definida por Partes:  
sentenças dadas por leis de funções afins**

- Apostila 5
- Vídeo: como representar graficamente uma função definida por partes
- Vídeo: determinando a lei da função a partir do gráfico
- Vídeo: introdução às funções definidas por partes - domínio e imagem
- Lição 5
- fórum de dúvidas

Fonte: Elaboração própria.

Em cada tópico foram disponibilizados, de acordo com o tema, uma apostila elaborada, cujo título é equivalente ao do tópico, materiais complementares e um *quiz*. Também foram abertos fóruns em cada bloco para esclarecimento de dúvidas, que poderiam ser respondidas pela pesquisadora ou por outros participantes do curso. Na seção a seguir, descreve-se a escolha dos materiais complementares para cada tópico.

### **2.3.2.1 Escolha dos materiais complementares**

Além das apostilas criadas, foram selecionados materiais na Internet (*applets*, vídeos e um *site*) sobre o tema Função Afim, objetivando auxiliar e complementar os estudos dos licenciandos.

Tais materiais foram, cuidadosamente, escolhidos mediante os tópicos abordados em cada apostila e observando a coerência com as definições apresentadas nas mesmas. Assim, os materiais foram relacionados a cada apostila elaborada e separados de acordo com os cinco tópicos de estudo descritos na subseção 2.3.2. O quadro 3 mostra a relação dos vídeos selecionados, o tópico no qual este se encontra e a sigla adotada para se referir ao mesmo no presente trabalho monográfico.

Os títulos originais dos vídeos foram alterados na plataforma Moodle de modo a ficar mais coerente com o título de cada tópico.

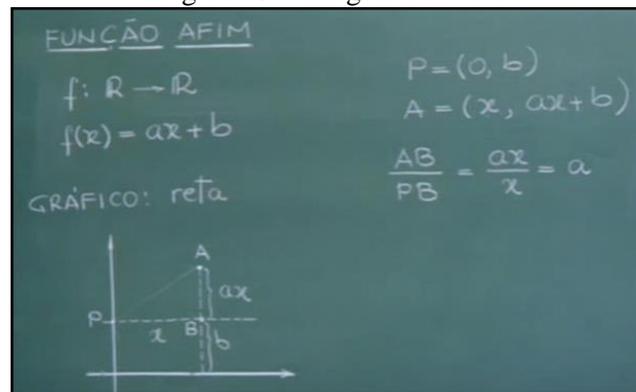
Quadro 3 – Vídeos selecionados para o curso

Título original	Título no Moodle	Sigla no texto	Tópico do Moodle	Referência
Função afim - IMPA (Janeiro 2012)	Parte 1 – Por que o gráfico da Função Afim é uma reta?	V 1.1	Tópico 1	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=oDQHRkZidJk">https://www.youtube.com/watch?v=oDQHRkZidJk</a> Acesso em: 15 out. 2015.
	Parte 2 – Função Linear e a proporcionalidade	V 1.2	Tópico 1	
	Parte 3 – Característica da Função Afim	V 2.1	Tópico 2	
Me Salva! FUN08 - Como esboçar uma função de 1º grau, método ninja	Construção do gráfico - Função Polinomial do 1º Grau	V 1.3	Tópico 1	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=CbdYdWjT5L4">https://www.youtube.com/watch?v=CbdYdWjT5L4</a> Acesso em: 21 out. 2015.
Grings - Função Constante e função definida por várias leis - Aula 8	Construção do gráfico da Função Constante	V 1.4	Tópico 1	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=gzQC3lYdgs8">https://www.youtube.com/watch?v=gzQC3lYdgs8</a> Acesso em: 20 out. 2015.
Aula 06 - Inclinação e Coeficiente angular da reta	Inclinação e coeficiente angular da reta	V 2.2	Tópico 2	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=J82U5Z46wQQ">https://www.youtube.com/watch?v=J82U5Z46wQQ</a> Acesso em: 08 out. 2015.
Coeficiente Linear - Aula 4	Coeficiente linear	V 2.3	Tópico 2	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=zhoJI703m3s">https://www.youtube.com/watch?v=zhoJI703m3s</a> Acesso em: 08 out. 2015.
Função do Primeiro Grau (Função Afim): Estudo do Sinal (Aula 9 de 9)	Estudo do sinal – Função Polinomial do 1º Grau	V 3.1	Tópico 3	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=5FpSn7-k2sk">https://www.youtube.com/watch?v=5FpSn7-k2sk</a> Acesso em: 07 out. 2015.
Como representar graficamente uma função definida por partes (exemplo)	Representação gráfica	V 5.1	Tópico 5	<a href="http://ensino.centro.iff.edu.br/moodle/mod/url/view.php?id=1252&amp;redirect=1">http://ensino.centro.iff.edu.br/moodle/mod/url/view.php?id=1252&amp;redirect=1</a> Acesso em: 10 out. 2015
Introdução às funções definidas por partes	Determinando a lei da função a partir do gráfico	V 5.2	Tópico 5	<a href="https://pt.khanacademy.org/math/algebra/algebra-functions/piecewise-functions/v/piecewise-function-example">https://pt.khanacademy.org/math/algebra/algebra-functions/piecewise-functions/v/piecewise-function-example</a> Acesso em: 10 out. 2015.
Como encontrar o domínio e contradomínio de uma função definida por partes (exemplo com uma função linear definida por partes)	Domínio e Imagem	V 5.3	Tópico 5	<a href="https://pt.khanacademy.org/math/algebra/algebra-functions/piecewise-functions/v/domain-and-range-for-piecewise-linear-function">https://pt.khanacademy.org/math/algebra/algebra-functions/piecewise-functions/v/domain-and-range-for-piecewise-linear-function</a> Acesso em: 10 out. 2015.

Fonte: Elaboração própria.

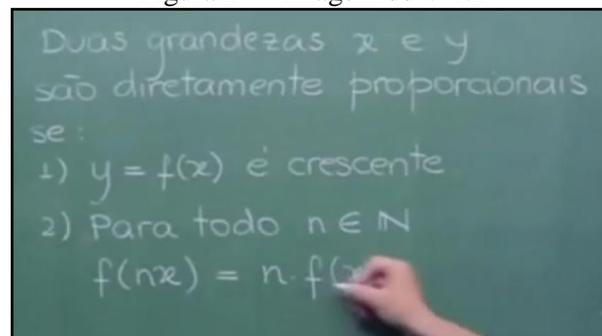
No quadro 3, observa-se que para o primeiro tópicos de estudo foram propostos quatro vídeos: i) V 1.1 – apresenta o porquê do gráfico da Função Afim ser uma reta (Figura 23); ii) V 1.2 – mostra como identificar situações que envolvam proporcionalidade e apresenta a relação da Função Linear com a proporcionalidade direta (Figura 24); iii) V 1.3 – exibe como representar graficamente a Função Afim (Figura 25), e iv) V 1.4 – apresenta a construção do gráfico da Função Constante (Figura 26).

Figura 23 – Imagem de V 1.1



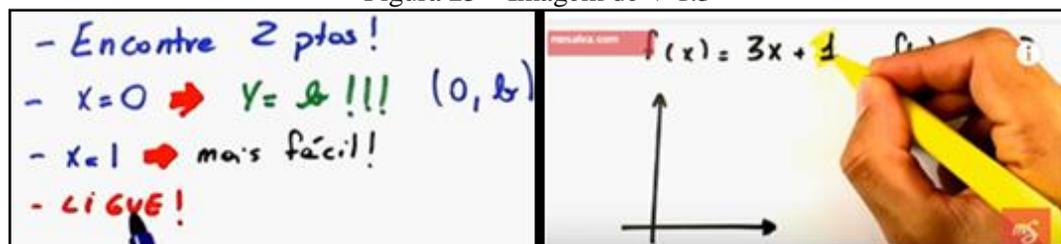
Fonte: <<https://www.youtube.com/watch?v=oDQHRkZidJk>>.

Figura 24 – Imagem de V 1.2



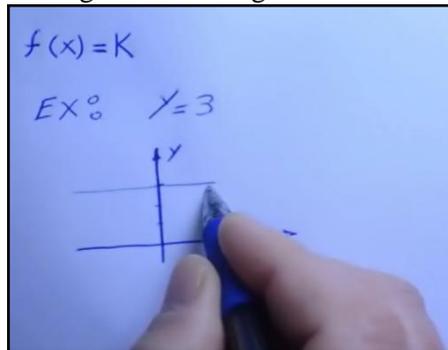
Fonte: <<https://www.youtube.com/watch?v=oDQHRkZidJk>>.

Figura 25 – Imagem de V 1.3



Fonte: <<https://www.youtube.com/watch?v=CbdYdWjT5L4>>.

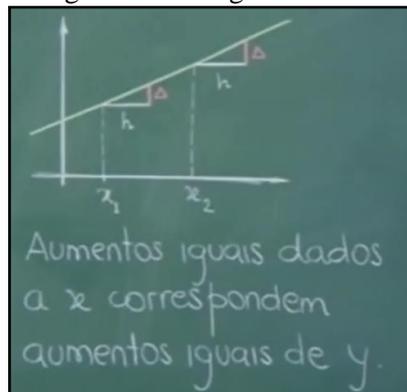
Figura 26 – Imagem de V 1.4



Fonte: <<https://www.youtube.com/watch?v=gzQC3lYdgs8>>.

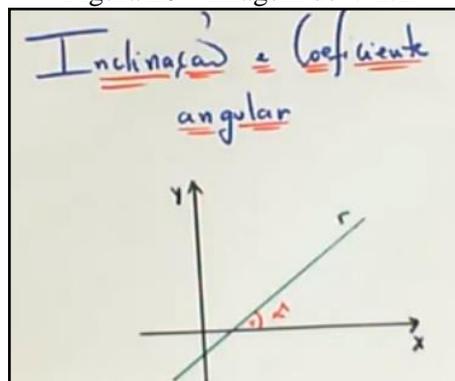
Como indicado no quadro 3, no Tópico 2 são propostos três vídeos: i) V 2.1 – apresenta um modo de identificar quando uma função é Afim (Figura 27); ii) V 2.2 – mostra a relação do ângulo de inclinação da reta com o seu coeficiente angular (Figura 28), e iii) V 2.3 – trata da relação entre o coeficiente linear da reta e sua interpretação geométrica (Figura 29).

Figura 27 – Imagem de V 2.1



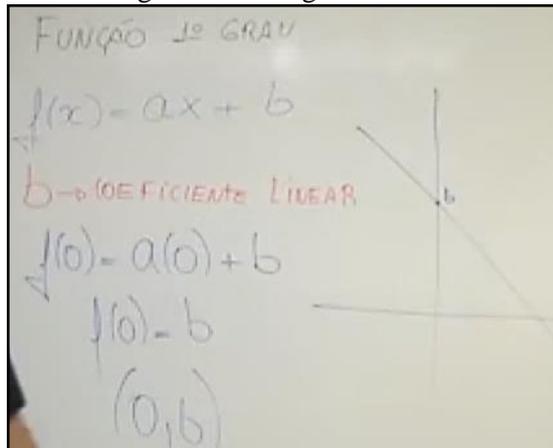
Fonte: <<https://www.youtube.com/watch?v=oDQHRkZidJk>>.

Figura 28 – Imagem de V 2.2



Fonte: <<https://www.youtube.com/watch?v=J82U5Z46wQQ>>.

Figura 29 – Imagem de V 2.3



Fonte: <<https://www.youtube.com/watch?v=zhoJI703m3s>>.

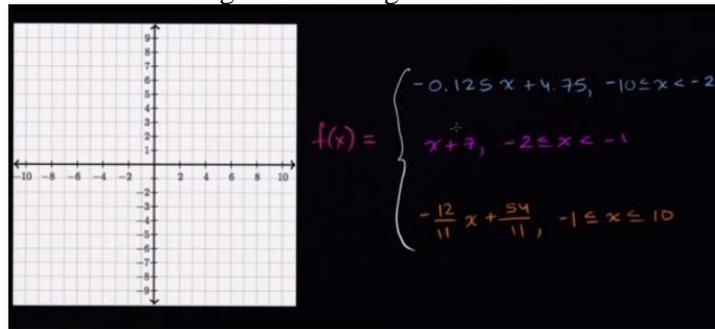
Para o terceiro tópico, foi selecionado V 3.1 (Quadro 3), ilustrado na figura 30, que apresenta o estudo do sinal da Função Polinomial do 1º Grau. Não foram selecionados vídeos para o Tópico 4.

Figura 30 – Imagem de V 3.1

Fonte: <<https://www.youtube.com/watch?v=5FpSn7-k2sk>>.

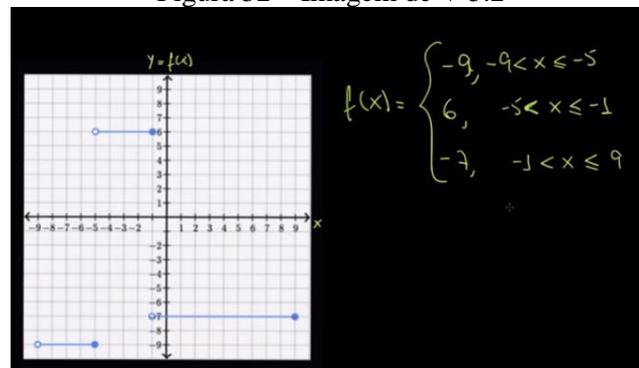
No Tópico 5, foram disponibilizados três vídeos (Quadro 3) que apresentam exemplos resolvidos: i) V 5.1 – mostra como representar graficamente uma Função Definida por Partes (Figura 31); ii) V 5.2 – apresenta um gráfico de Função Definida por Partes pronto e o passo a passo de como definir sua lei (Figura 32), e iii) V 5.3 – exhibe a lei de uma Função Definida por Partes e explica como determinar seu Domínio e sua Imagem (Figura 33).

Figura 31 – Imagem de V 5.1



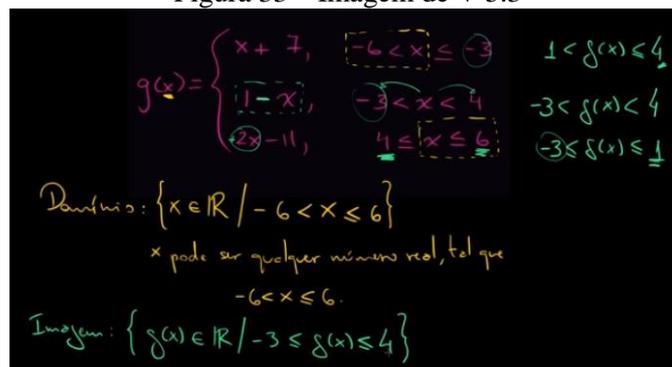
Fonte: <<https://pt.khanacademy.org/math/algebra/algebra-functions/piecewise-functions/v/graphing-piecewise-function>>.

Figura 32 – Imagem de V 5.2



Fonte: <<https://pt.khanacademy.org/math/algebra/algebra-functions/piecewise-functions/v/piecewise-function-example>>.

Figura 33 – Imagem de V 5.3



Fonte: <<https://pt.khanacademy.org/math/algebra/algebra-functions/piecewise-functions/v/domain-and-range-for-piecewise-linear-function>>.

Também foram escolhidos como materiais complementares *applets* GeoGebra<sup>8</sup> e um *site* da UFRJ (Figura 34). Esse *site* apresenta um estudo resumido sobre Função Afim e seu *link* encontra-se no Tópico 3. O quadro 4 mostra a relação dos *applets* escolhidos e o tópico em que se localiza. Os títulos dos *applets* não foram alterados no Moodle.

<sup>8</sup>São recursos interativos elaborados no *software* GeoGebra.

Figura 34 – Imagem do *site* Função Afim

### Função Afim - Introdução

**Problema**

Em uma certa cidade, os taxistas cobram R\$2,50 a bandeirada mais R\$1,50 por quilômetro rodado. Como é possível para um passageiro determinar o valor da corrida?

Neste problema é fácil verificar que o valor da corrida depende do número de quilômetros rodados. Para resolvê-lo é necessário determinar, a partir dos dados apresentados, a relação existente entre o preço (P) e o número  $x$  de quilômetros rodados, que são as variáveis do problema.

Numa primeira tentativa para obter esta relação vamos construir uma tabela onde calculamos o valor de P para alguns valores particulares de  $x$ . Veja ao lado e complete as lacunas.

A partir desta tabela, você é capaz de deduzir a relação que fornece o preço da corrida qualquer que seja o número de quilômetros rodados?

Respostas

$x$	P
0	2,5
1	4
2	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
3,5	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
4	8,5
$n$	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
<input style="width: 40px; height: 20px;" type="button" value="Comprovar"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>

Se você completou corretamente a tabela anterior deve ter percebido que o preço da corrida é determinado pela relação  $P = 2,5 + 1,5x$ . Esta relação define P como uma função de  $x$  e permite calcular o preço da corrida para qualquer número de quilômetros rodados, mesmo para aqueles valores de  $x$  que não constam da tabela acima.

Fonte:

<<http://www.im.ufrj.br/dmm/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap81.html>>.

Quadro 4 – *Applets* selecionados para o curso

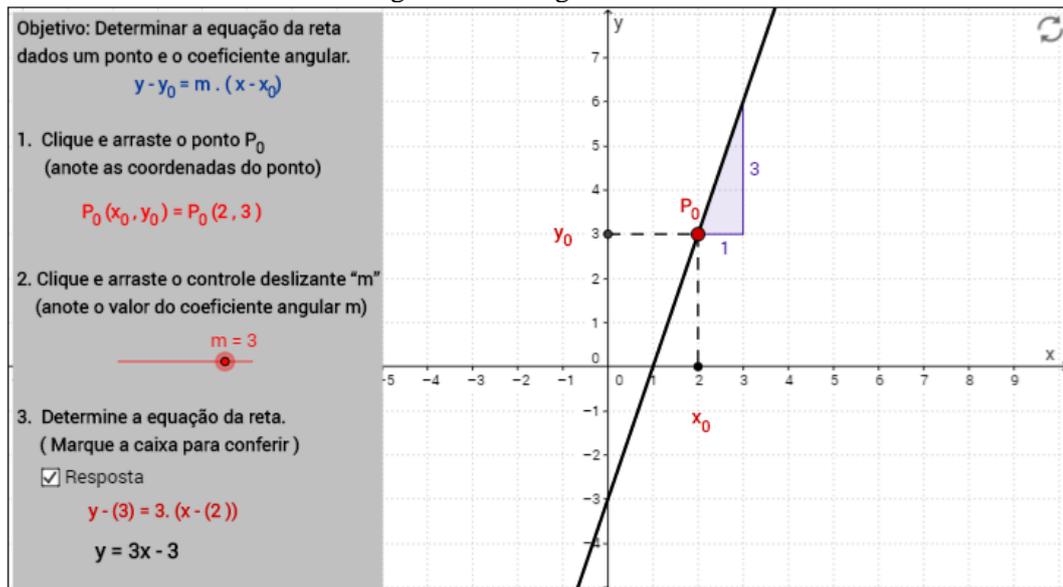
<i>Applet</i>		Tópico do Moodle	Referência
Título	Sigla no texto		
Equação da Reta na Forma Ponto e Coeficiente Angular	A 2.1	Tópico 2	<a href="https://www.geogebra.org/student/ms4Mw3FQa">https://www.geogebra.org/student/ms4Mw3FQa</a> Acesso em: 07 out 2015.
Gráfico e coeficientes da Função Afim	A 2.2	Tópico 2	<a href="https://www.geogebra.org/m/dwbH9V7Q">https://www.geogebra.org/m/dwbH9V7Q</a> Acesso em: 07 out 2015.
Função Afim	A 3.1	Tópico 3	<a href="https://www.geogebra.org/m/nQ2AQRJh">https://www.geogebra.org/m/nQ2AQRJh</a> Acesso em: 09 out 2015.
Posição relativa de duas retas	A 4.1	Tópico 4	<a href="https://www.geogebra.org/m/dtsWyDhA">https://www.geogebra.org/m/dtsWyDhA</a> Acesso em: 09 out 2015.

Fonte: Elaboração própria.

Uma vez que não foram encontrados *applets* que se adequassem às propostas dos Tópicos 1 e 5, tais materiais não foram listados no quadro 4.

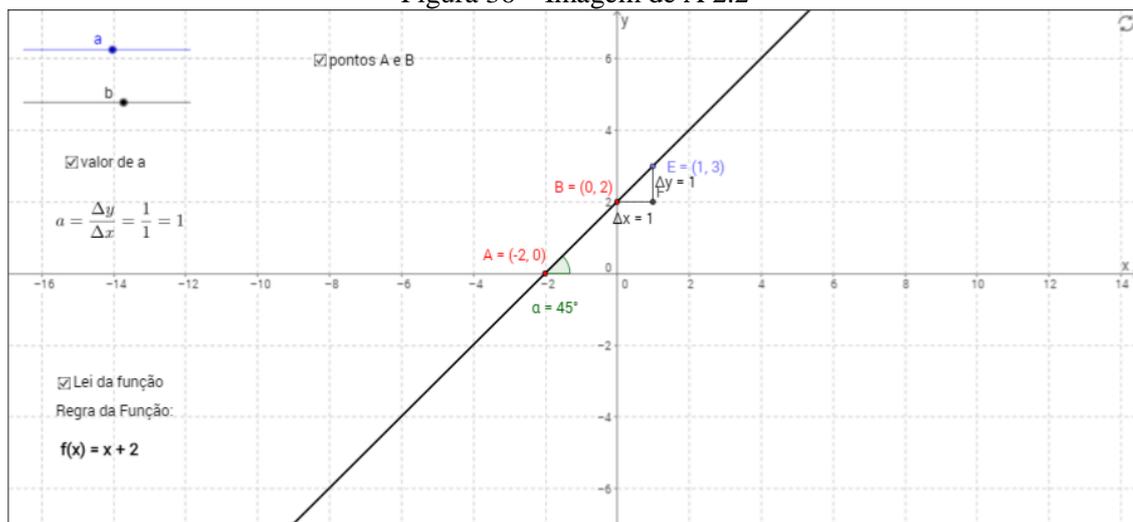
No Tópico 2, encontram-se A 2.1 (Figura 35) e A 2.2 (Figura 36). A 2.1 tem por objetivo de fazer com que se perceba que, independente da manipulação feita, a taxa de variação da Função Afim é constante. Já A 2.2, possibilita a percepção da interpretação geométrica dos parâmetros da Função Afim.

Figura 35 – Imagem de A 2.1



Fonte: <<https://www.geogebra.org/student/ms4Mw3FQa>>. Acesso em: 07 de outubro de 2015.

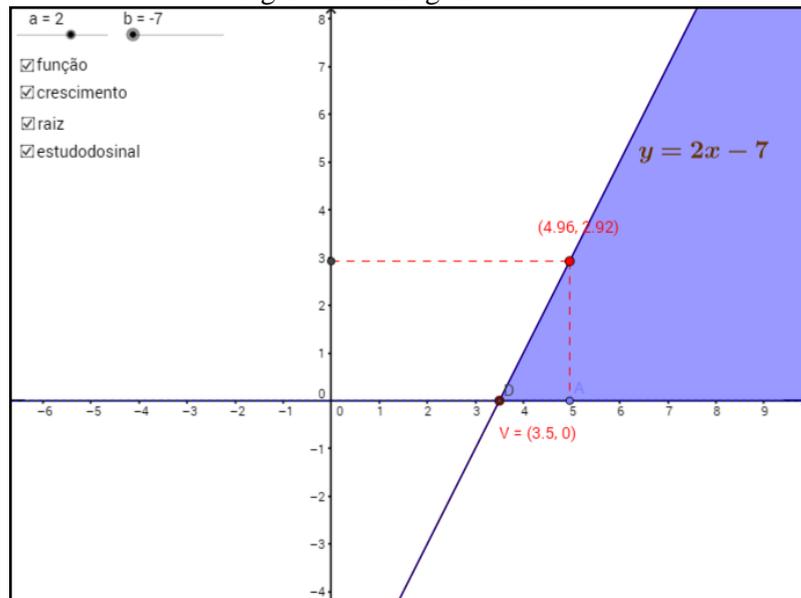
Figura 36 – Imagem de A 2.2



Fonte: <<https://www.geogebra.org/m/dwbH9V7Q>>. Acesso em: 07 de outubro de 2015.

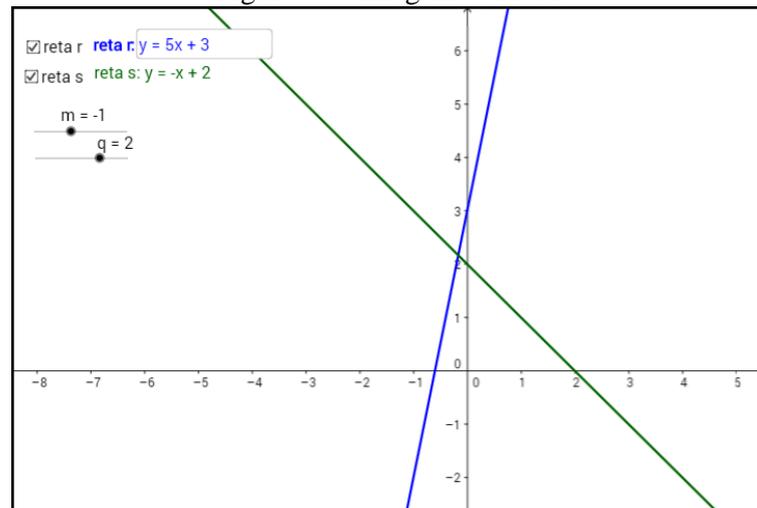
Ainda segundo o quadro 4, para o Tópico 3 foi escolhido A 3.1 (Figura 37), no qual é possível alterar os valores dos coeficientes e observar fatores como a lei da função, a raiz da equação e o comportamento da reta. Para o Tópico 4 foi escolhido A 4.1 (Figura 38), que propicia, por meio da manipulação, a percepção das relações entre os coeficientes de duas retas e suas posições no plano.

Figura 37 – Imagem de A 3.1



Fonte: < <https://www.geogebra.org/m/nQ2AQRJh>>. Acesso em: 09 de outubro de 2015.

Figura 38 – Imagem de A 4.1



Fonte: < <https://www.geogebra.org/m/dtsWyDhA>>. Acesso em: 09 de outubro de 2015.

Os vídeos têm o caráter de contribuir para a aprendizagem, conjugando som, imagem e movimento. Todos foram selecionados observando cuidadosamente a necessidade de serem compatíveis com as definições utilizadas, além de serem claros, objetivos e curtos para facilitar o aprendizado e não torná-lo cansativo. Já os *applets* escolhidos são de fácil manipulação e possibilitam observar exemplos próprios sobre o que foi estudado nas apostilas.

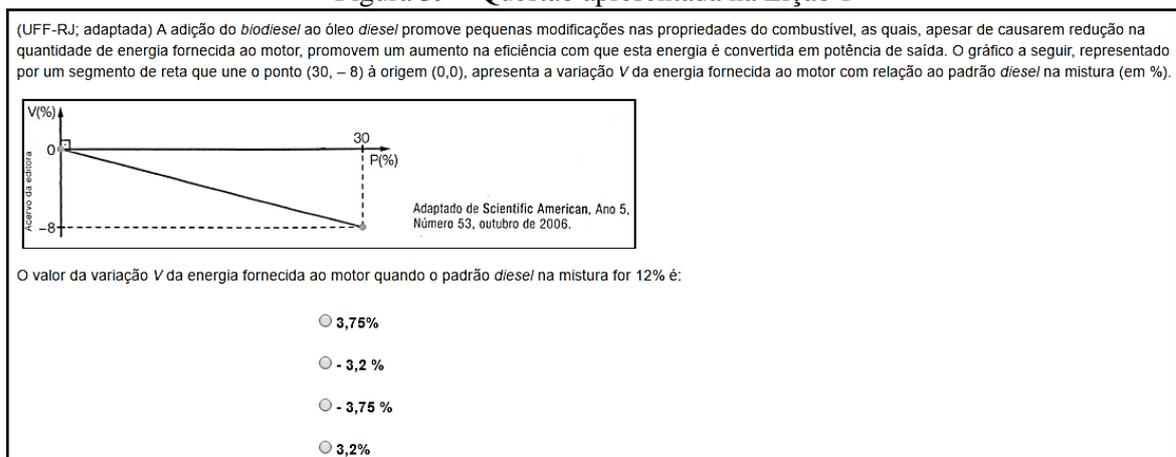
### 2.3.2.2 Elaboração dos quizzes

Foram criados cinco *quizzes* com o objetivo de proporcionar um *feedback* para os participantes, ou seja, permitir que estes pudessem verificar, por eles mesmos, os conhecimentos (re)construídos em cada tópico.

Segundo Silva e Spanhol (2014), é fundamental ter atividades que levem o estudante a refletir sobre o conteúdo estudado, estabelecendo a participação ativa do mesmo em seu próprio processo de ensino-aprendizagem.

No ambiente Moodle, os *quizzes* foram chamados Lição 1, Lição 2, ..., Lição 5 e apresentam, respectivamente, questões de múltipla escolha correspondentes aos temas abordados em cada tópico (Figura 39). São apresentadas cinco questões nas Lições 1 e 2, quatro nas Lições 3 e 4, e três na Lição 5.

Figura 39 – Questão apresentada na Lição 1



Fonte: Elaboração própria.

Quando uma alternativa incorreta é selecionada, o sistema apresenta uma informação para auxiliar na compreensão do motivo do erro (Figura 40) e, para continuar a lição, é preciso refazer a questão. Na nova tentativa, o sistema troca a ordem das alternativas para evitar a escolha das opções ao acaso. Ao acertar, o sistema apresenta uma mensagem de motivação (Figura 41) e é possível prosseguir para próxima questão.

Figura 40 – Mensagem de erro da questão 1 da Lição 2.

(E.E. Mauá-SP; adaptada.) Ao longo de uma pista de corrida de automóveis existem cinco postos de observação onde são registrados os instantes em que por eles passam um carro em treinamento. A distância entre dois postos consecutivos é de 500 m. Durante um treino registraram-se os tempos indicados na tabela seguinte:

Posto	1	2	3	4	5
Instante da passagem (s)	0	24,2	50,7	71,9	116,1

Sobre essa situação, podemos afirmar que:

A sua resposta :

modela uma função afim cuja lei é  $y = 26,5x - 28,8$ .

Alternativa incorreta.



Testando os demais pontos, é possível observar que não pertencem à lei apresentada.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 41 – Questão correta apresentada na Lição 5

(Fatec - adaptada) Na figura a seguir tem-se o gráfico da função  $f$ , onde  $f(x)$  representa o preço pago em reais por  $x$  cópias de um mesmo original, na Copiadora Reprodux.

De acordo com o gráfico, é verdade que o preço pago nessa Copiadora por

A sua resposta :  
193 cópias de um mesmo original é R\$9,65.  
alternativa correta.

Parabéns!!!

Fonte: Elaboração própria.

Após as etapas descritas na seção 2.3, todos os materiais referentes ao curso foram inseridos no Moodle. Tais materiais foram submetidos a um teste exploratório e os dados são analisados no Capítulo 3.

### 3 RELATO DE EXPERIÊNCIA

Inicialmente, neste capítulo, relata-se o teste exploratório dos materiais utilizados no desenvolvimento do curso, apontando as correções promovidas a partir de sugestões dos licenciandos. São analisados, também, os resultados obtidos por meio dos questionários e testes aplicados aos participantes do curso, bem como a participação *on-line* dos mesmos.

#### 3.1 Teste Exploratório

O teste exploratório consistiu na análise dos seguintes itens: i) apostilas elaboradas; ii) estrutura do curso; iii) materiais complementares; iv) *quizzes*, e v) pós teste. O pré-teste não se encontra entre tais itens por conter questões idênticas às das apostilas elaboradas, o que tornaria sua avaliação repetitiva.

Todos os itens citados foram analisados por um grupo de cinco licenciandos em Matemática do IFFluminense *campus* Campos Centro, matriculados na disciplina Monografia I, durante seis encontros (Quadro 5). Para a análise dos dados obtidos, os licenciandos foram nomeados L1, L2, ..., L5.

Quadro 5 – Testes exploratórios

Data do encontro	Duração	Atividades promovidas	Licenciandos presentes
08/07/2015	3h	Aplicação de Q1, análise da Apostila I e aplicação de Q2-I	Todos
09/07/2015	2h	Análise da Apostila II e aplicação de Q2-II	Todos
10/07/2015	4h	Análise das Apostilas III e IV e aplicação de Q2-III e Q2-IV	Todos
19/08/2015	3h	Análise da Apostila V e aplicação de Q2-V e Q3	L1, L2, L3 e L4
28/09/2015	4h	Análise da estrutura do curso, dos materiais complementares e das Lições ( <i>quizzes</i> )	Todos
29/09/2015	2h	Análise do pós-teste	Todos

Fonte: Elaboração própria.

Vale ressaltar que o intervalo de tempo entre o terceiro encontro (10/07/2015) e o quarto (19/08/2015) foi decorrente da necessidade de finalização da Apostila V.

No primeiro encontro, realizado dia 08/07/2015, foi aplicado o questionário Q1, que possibilitou traçar um breve perfil dos licenciandos participantes e observar alguns fatores relevantes para a pesquisa.

Os dados de Q1 apontaram que a média das idades dos participantes era, aproximadamente, 24 anos e três licenciandos eram do sexo feminino. Quanto à participação em algum curso a distância, três licenciandos (L1, L4 e L5) já tinham tido essa experiência. L1 e L5 classificaram a mesma como boa e L4 como ruim. Justificando a sua resposta, L4 afirmou que “Era ruim, pois o curso se baseava apenas em leitura e resolução das avaliações, não havendo interatividade por parte do aluno”. Em seu comentário, L1, embora tenha considerado a experiência boa, também mencionou que os cursos dos quais participou eram gratuitos e os responsáveis não se preocupavam muito com a interatividade e a organização. Observa-se, assim, que a interatividade é um fator importante em EaD, como defendido por Guedes (2011).

Em relação à experiência de utilização do Moodle, somente L5 afirmou que nunca tinha usado essa plataforma. O licenciando L3 classificou a experiência como ótima, L2 e L1 classificaram como boa e L4 considerou regular. Comentando sua resposta, L4 registrou: “Na minha experiência, fui orientado pelos ministrantes do curso que usaram essa plataforma, sendo assim, foi fácil usar a plataforma, mas ainda não a usei sozinho”. Pode-se notar que o posicionamento de L4 não foi baseado na dificuldade de utilização do Moodle, mas na sua experiência superficial com a plataforma.

Ainda em Q1, pediu-se que os licenciandos classificassem, segundo uma escala de 1 a 5, na qual 5 era a avaliação mais alta, a relevância do uso de TD no processo de ensino e aprendizagem. L4 e L5 marcaram a opção 4 e os demais a 5, o que indica que os mesmos consideram o uso dessas tecnologias relevantes para a educação.

Também no primeiro encontro, bem como no segundo, terceiro e quarto encontros, foram avaliadas as apostilas elaboradas. Estas já se encontravam no ambiente Moodle, buscando que o contato dos licenciandos com as mesmas fosse o mais próximo possível do que os participantes do curso teriam.

Nos encontros, os licenciandos liam e resolviam todos os exemplos e exercícios das apostilas, a fim de detectar possíveis erros, considerando a perspectiva do aluno. Enquanto analisavam, os licenciandos faziam anotações sobre os problemas identificados. Ao final de cada análise, os questionários Q2(Q2- I, Q2-II, ..., Q2-V) eram aplicados, de acordo com a apostila avaliada.

Nos questionários Q2 foram apresentadas afirmativas relativas a diversos aspectos das apostilas elaboradas, diante das quais cada licenciando deveria assinalar a coluna que considerasse mais adequada. A escala das opções variava de 1 a 5, sendo 5 a nota máxima. Caso a opção 1, 2 ou 3 fosse marcada, era solicitada uma justificativa para essa decisão.

A tabela 1 mostra as afirmativas e a avaliação para cada apostila, sendo **n°** o número de licenciandos associado a cada **nota** atribuída. Por exemplo, em relação à afirmativa 2, um participante atribuiu nota 4 e os outros quatro atribuíram nota 5 para a apostila IV. Cabe ressaltar que em relação à apostila V, somente quatro licenciandos (L1, L2, L3 e L4) participaram do teste exploratório.

Tabela 1 – Dados de Q2

Opções	Apostila I		Apostila II		Apostila III		Apostila IV		Apostila V	
	nota	n°	nota	n°	nota	n°	nota	n°	nota	n°
1. O título está adequado.	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4
2. Apresenta o conteúdo corretamente.	5	5	5	5	5	5	4 5	1 4	5	4
3. A apostila apresenta o conteúdo de forma clara.	5	5	5	5	4 5	1 4	3 4 5	1 1 3	5	4
4. A linguagem utilizada é adequada a alunos do Ensino Superior.	4 5	1 4	4 5	1 4	4 5	1 4	4 5	1 4	4 5	1 3
5. A organização dos conteúdos é relevante para a aprendizagem do conteúdo.	4 5	1 4	4 5	1 4	4 5	2 3	4 5	1 4	5	4
6. O <i>layout</i> da apostila (estrutura, imagens, cores, fontes, etc.) elaborada é visualmente agradável e motivador.	4 5	2 3	4 5	1 4	4 5	1 4	4 5	2 3	4 5	1 3
7. A simulação de diálogos com o aluno, por meio de <i>emojicons</i> , contribui para o entendimento dos tópicos abordados.	4 5	1 4	5	5	3 4 5	1 1 3	2 5	1 4	4 5	1 3
8. Os exemplos e exercícios resolvidos apresentam, adequadamente, as estratégias de raciocínio matemático necessários para o entendimento da resolução.	4 5	3 2	4 5	1 4	4 5	1 4	3 5	1 4	5	4
9. A apostila favorece a autonomia do aluno, facilitando a aprendizagem do tema na modalidade a distância.	4 5	2 3	4 5	2 3	4 5	2 3	4 5	2 3	4 5	2 2
10. Os exercícios englobam todos os conteúdos apresentados na apostila.	4 5	1 4	5	5	5	5	4 5	1 4	5	4
11. O nível dos exercícios está adequado a alunos ingressantes no Ensino Superior.	4 5	1 4	4 5	1 4	4 5	2 3	4 5	2 3	5	4

Fonte: Elaboração própria.

Observando a tabela 1, nota-se que, de modo geral, as apostilas foram bem avaliadas pelos licenciandos, que elogiaram o material elaborado. Em relação aos títulos escolhidos, todas as apostilas foram muito bem avaliadas. Segundo Silva e Spanhol (2014), os títulos devem dispor de informações mínimas que permitam a visão geral do conteúdo.

Pode-se perceber que as Apostilas I, II e V receberam boas avaliações em todos os quesitos, recebendo notas 4 ou 5 em todas as afirmativas (Tabela 1). Para essas apostilas, só foram sugeridas alterações referentes a erros ortográficos e de digitação, que foram devidamente corrigidos.

A Apostila III, no que se refere à sétima afirmativa, foi avaliada com nota 3 por L2, que justificou da seguinte forma: “Poderia ter mais *emoticons* como nas apostilas anteriores para chamar atenção dos pontos importantes”. Mediante tal avaliação, foram acrescentadas outras simulações de diálogos nesta apostila. As demais afirmações relacionadas à Apostila III foram bem avaliadas obtendo notas 4 ou 5.

A Apostila IV foi a que mais sofreu alterações a partir das avaliações feitas por L5, que atribuiu nota 3 à terceira afirmação, mencionando que alguns tópicos foram explicados de forma muito breve, com poucos exemplos e rápidas conclusões. Além disso, esse licenciando atribuiu nota 2, em relação à sétima afirmação, mencionando que os *emoticons* não foram muito claros e que poderiam informar melhor, como os das demais apostilas. L5 também atribuiu nota 3 à oitava afirmação, mencionando que poderia ter mais exemplos e exercícios resolvidos. As sugestões foram analisadas e a apostila foi reorganizada buscando atendê-las.

No encontro do dia 19/08/2015, além da avaliação da Apostila V e da aplicação do questionário Q2-V, foi aplicado o questionário Q3. Para a aplicação de tal questionário, a pesquisadora solicitou que os licenciandos percorressem as apostilas anteriormente avaliadas de forma a recordar os conteúdos apresentados e verificar as alterações feitas.

Tendo em vista analisar, de maneira global, o material elaborado, Q3 apresentava afirmativas relacionadas à: i) quantidade de tópicos abordados nas apostilas; ii) proposta de divisão em cinco apostilas; iii) ordem de apresentação dos conteúdos; iv) organização de cada apostila; v) coesão entre as apostilas, e vi) inclusão adequada de questões contextualizadas. Todas as afirmações receberam nota 4 ou 5, sinalizando que os licenciandos avaliaram positivamente o material, como um todo.

No encontro do dia 28/09/2015, os licenciandos analisaram a estrutura do curso, os materiais complementares e as lições (*quizzes*). Também foi avaliada a coerência dos materiais complementares e das lições em relação às apostilas elaboradas.

Já no encontro do dia 29/09/2015, os licenciandos analisaram o pós-teste. De maneira geral, nas avaliações promovidas, não foram sugeridas alterações em relação ao conteúdo, apenas correções ortográficas.

Os materiais e a estruturação do curso receberam boa avaliação pelos licenciandos e os pontos destacados como problemáticos, nas apostilas, foram muito importantes para a melhoria do material.

### **3.2. Desenvolvimento do Curso e Discussão dos Dados**

Nesta seção, descrevem-se as ações relacionadas à fase de experimentação da pesquisa, bem como promove-se a análise dos dados obtidos. O curso foi promovido a distância, com encontros presenciais para apresentação de sua proposta, aplicação do pré, do pós-teste e dos questionários, assim como para esclarecimento de dúvidas, quando solicitado.

O primeiro encontro com o público-alvo ocorreu no dia 10/08/2015, com 15 presentes. Neste, foram apresentadas a proposta do curso e as orientações referentes ao mesmo. Por sugestão dos participantes, criou-se um grupo no aplicativo WhatsApp<sup>9</sup> para facilitar a comunicação.

Ainda antes do início do curso, ocorreu o segundo encontro presencial, no dia 19/08/2015, com duração de 3 horas. Este foi destinado à aplicação de Q4 e do pré-teste, estando presentes nove participantes.

O terceiro encontro, destinado à aplicação do pós-teste e de Q5, ocorreu em 26/02/16, após o término do curso, e contou com a presença dos mesmos nove participantes.

Os nove participantes foram nomeados A, B, C,..., I, na presente pesquisa. Essa nomenclatura foi utilizada na análise dos dados de todos os instrumentos de coleta, de tal forma que o participante A, por exemplo, é sempre o mesmo, em todas as situações.

A análise dos dados de Q4 permitiu traçar um breve perfil dos participantes. No momento da pesquisa, apenas dois participantes trabalhavam (A e B). Todos eram do sexo feminino e a média de idade era 21 anos. A maioria tinha se formado no Ensino Médio a menos de três anos e todos tiveram contato com o tema Função Afim em algum momento, como mostra a tabela 2. Quanto à qualidade do sinal de internet residencial, a maior parte considerou como bom. A participante H, que considerou péssimo, não possui acesso à internet em sua residência (Tabela 2).

---

<sup>9</sup>Aplicativo que permite trocar mensagens instantâneas pelo celular.

Tabela 2 – Dados de Q1

Ano de conclusão do ensino Médio	2014-2013	5
	2010-2012	3
	2006	1
Contato com o conteúdo de Função Afim	Apenas no Ensino Médio	3
	No Ensino Fundamental e Superior	1
	No Ensino Médio e Superior	1
	Não recorda	4
Qualidade do sinal de internet residencial	Ótimo	1
	Bom	6
	Regular	1
	Ruim	-
	Péssimo	1

Fonte: Elaboração própria.

A maioria das participantes, ainda segundo Q4, já havia participado de cursos a distância, com exceção de B, D e I. Das seis participantes com experiência em curso a distância, duas (C e G) classificaram sua experiência como boa, duas (A e E) como regular, F classificou como ruim e H como péssima. Algumas das justificativas são mostradas, a seguir, na figura 42.

Figura 42 – Resposta das participantes ao item 8.1 de Q4

<p>8. 1. Caso tenha respondido positivamente à questão 8, você classificaria a sua experiência como: ( ) ótima (✓) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima</p> <p>8.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida: <b>Participante C</b></p> <p><i>É mais prática, porém é mais difícil para tirar dúvidas e separar o tempo para estudar.</i></p>
<p>8. 1. Caso tenha respondido positivamente à questão 8, você classificaria a sua experiência como: ( ) ótima ( ) boa ( ) regular (X) ruim ( ) péssima</p> <p>8.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida: <b>Participante F</b></p> <p><i>Eu considero ruim, pois é de minha preferência ter aulas presenciais assim ao meu aprendizado é melhor.</i></p>
<p>8. 1. Caso tenha respondido positivamente à questão 8, você classificaria a sua experiência como: ( ) ótima (X) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima</p> <p>8.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida: <b>Participante G</b></p> <p><i>Foi uma experiência válida de aprendizagem, pois serve muito para relembrar o conteúdo que foi visto muito como ativar.</i></p>
<p>8. 1. Caso tenha respondido positivamente à questão 8, você classificaria a sua experiência como: ( ) ótima ( ) boa ( ) regular ( ) ruim (X) péssima</p> <p>8.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida: <b>Participante H</b></p> <p><i>Porque não tenho acesso a internet na minha residência.</i></p>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Observa-se que a participante C (Figura 42), mesmo considerando sua experiência como boa e destacando a praticidade do curso do qual participou, ressalta pontos negativos relatando sua dificuldade em tirar dúvidas e separar tempo para estudar.

A justificativa apresentada pela participante E (Figura 42), que considera sua experiência com curso a distância regular, é semelhante à apresentada por F (Figura 42), que classificou como ruim. Já A, que também classificou como regular, mencionou, assim como C, sua dificuldade em determinar tempo para estudar.

Segundo Capeletti (2014), um dos fatores necessários para o sucesso do aluno na modalidade EaD é a organização de seu tempo para estudar. O autor ressalta, ainda, que essa modalidade requer autonomia, autodisciplina e autodidatismo. Tais características não são estimuladas, em geral, no ensino presencial, contribuindo para que os alunos não se sintam à vontade em relação a EaD.

Na figura 42, o motivo apresentado pela participante H para classificar sua experiência como péssima não foi decorrente de dificuldades relacionadas ao curso em si, e sim à falta de acesso à internet.

Questionados sobre já terem utilizado a plataforma Moodle, todas as participantes responderam afirmativamente. Ao classificarem a experiência de uso desse ambiente, uma participante (G) considerou boa, seis (A, B, C, D, E e F) regular, e as outras duas (H e I) ruim. Algumas das justificativas são mostradas na figura 43.

Figura 43 – Respostas das participantes A, F, G e I ao item 9.1 do Q4

<p>9. 1. Caso tenha respondido positivamente à questão 9, você classificaria a sua experiência de uso dessa plataforma como: ( ) ótima ( ) boa (X) regular ( ) ruim ( ) péssima</p> <p>9.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida: <b>Participante A</b></p> <p><i>Não tive nenhum problema com o moodle, além de ter sido de fácil acesso.</i></p>
<p>9. Já utilizou a plataforma Moodle? (X) sim ( ) não</p> <p>9. 1. Caso tenha respondido positivamente à questão 9, você classificaria a sua experiência de uso dessa plataforma como: ( ) ótima ( ) boa (X) regular ( ) ruim ( ) péssima</p> <p>9.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida: <b>Participante F</b></p> <p><i>Devido a dificuldade de mexer na plataforma.</i></p>
<p>9. 1. Caso tenha respondido positivamente à questão 9, você classificaria a sua experiência de uso dessa plataforma como: ( ) ótima (X) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima</p> <p>9.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida: <b>Participante G</b></p> <p><i>A plataforma foi possível tirar dúvidas e conversar com outros colegas no curso durante a duração de minha opinião é que a plataforma funcionou de maneira adequada.</i></p> <p>9. Já utilizou a plataforma Moodle? (X) sim ( ) não</p>
<p>9. 1. Caso tenha respondido positivamente à questão 9, você classificaria a sua experiência de uso dessa plataforma como: ( ) ótima ( ) boa ( ) regular (X) ruim ( ) péssima</p> <p>9.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida: <b>Participante I</b></p> <p><i>As mensagens sobre minhas dúvidas, não era respondida.</i></p>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nota-se, por meio das justificativas apresentadas, que a participante G (Figura 43) teve boa interação com o ambiente, classificando sua experiência como boa. Apesar da participante A considerar sua experiência como regular, sua justificativa aponta uma boa interação com o ambiente, assim como G.

As participantes C, D e E, que classificaram como regular, apresentaram justificativas semelhantes a F (Figura 43). Já B, que também considerou sua experiência como regular, não apresentou justificativa para tal escolha.

As justificativas apresentadas por H e I, que classificaram como ruim, não estão relacionadas a problemas na utilização do Moodle, mas sim à ausência de resposta imediata por parte dos tutores do curso do qual I participou (Figura 43) e à falta de acesso à internet de

H. Como defendido por Hack (2010), a comunicação dialógica é a tônica das boas propostas em EaD.

Os dados sinalizaram que as participantes possuíam características favoráveis à proposta do curso. O início do curso ocorreu em 22/12/15 e seu término em 19/02/16. A seguir, são analisados os resultados obtidos nessa etapa da pesquisa.

### 3.2.1 Análise dos acessos ao curso

Nesta seção, promove-se a análise: i) dos acessos das participantes aos materiais disponíveis no Moodle; ii) das dúvidas postadas nos fóruns de dúvidas ou no grupo no WhatsApp, e iii) da finalização das lições propostas em cada tópico.

Os registros contabilizados em todas as tabelas desta seção referem-se ao número de acessos de cada participante e não ao tempo que se dispôs a estudar os tópicos. Nas tabelas, a marcação ( - ) representa que não houve acesso da participante ao item mencionado. A tabela 3 apresenta os acessos aos materiais presentes no Tópico 1 do curso.

Tabela 3 – Acesso das participantes aos materiais – Tópico 1

Participantes	Apostila I	V1.1	V 1.2	V 1.3	V 1.4
A	3	-	-	-	-
B	1	1	-	1	1
C	2	1	1	2	1
D	3	3	3	2	4
E	2	1	1	1	1
F	6	1	1	4	3
G	1	-	-	-	-
H	4	2	2	2	2
I	3	1	1	-	1

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Todos os materiais desse tópico foram bem acessados, embora as participantes A e G não tenham consultado nenhum dos materiais complementares. Não houve postagens de dúvidas neste tópico no Moodle e nem no grupo do WhatsApp.

Em relação às lições, ressalta-se que o Moodle registra o acesso das participantes a cada troca de questão ou a cada nova tentativa de resolvê-la. Assim, uma mesma lição pode ser contabilizada várias vezes, de acordo com o número de repetições necessárias para a escolha da alternativa correta. Não é possível garantir qual questão foi repetida, uma vez que

não há esse tipo de registro. Em todas as lições, cada questão pode possuir quatro ou cinco alternativas.

A Lição 1, proposta no Tópico 1, é composta por cinco questões, sendo assim, para solucioná-la seriam necessários, no mínimo, cinco acessos, supondo que a alternativa correta fosse sempre escolhida na primeira tentativa. A tabela 4 mostra o número de acessos das participantes à Lição 1.

Tabela 4 – Número de acesso das participantes à Lição 1

Participantes	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Número de acessos	12	9	3	6	13	10	13	16	12

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Observa-se, na tabela 4, que todas as participantes acessaram a Lição 1, no entanto, a participante C não a finalizou. Considera-se que B, D e F tiveram bom desempenho nessa lição, pois suas médias de acessos por questão foram inferiores a dois. Nota-se, no entanto, que, para a maior parte das participantes, tal média foi maior que dois, sendo a de H maior que três. Assim como nessa análise, nas demais lições considerou-se bom desempenho quando as médias de acesso por questão foram menores que dois.

Ressalta-se que, de acordo com registros do Moodle, as participantes A e F só acessaram os materiais do curso após iniciarem as lições propostas. Todas as demais acessaram algum material antes do início das lições.

A tabela 5 mostra os dados referentes ao acesso aos materiais presentes no Tópico 2.

Tabela 5 – Acesso das participantes aos materiais – Tópico 2

Participantes	Apostila II	V 2.1	V 2.2	V 2.3	A 2.1	A 2.2
A	-	-	-	-	-	-
B	-	1	1	-	1	1
C	1	-	-	-	-	-
D	7	2	2	1	1	2
E	2	1	1	1	1	1
F	3	-	-	-	-	-
G	2	-	-	-	-	-
H	2	2	1	1	1	1
I	5	1	-	-	-	-

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Mais de 50% das participantes acessou algum dos materiais complementares presente neste tópico. As participantes A e B não acessaram a Apostila II. Não houve postagens de dúvidas referentes a este tópico no Moodle e nem no grupo do WhatsApp.

Na tabela 6, mostra-se o número de acessos das participantes à Lição 2.

Tabela 6 – Número de acesso das participantes à Lição 2

Participantes	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Número de acessos	11	12	-	6	15	13	17	10	15

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A Lição 2 é composta de cinco questões. Pela tabela 6, nota-se que as participantes D e H apresentaram bom desempenho. A média de acessos por questão, para as demais participantes, foi maior que dois. Observa-se que C não acessou essa lição e destaca-se que nem as demais.

Na tabela 7, apresenta-se a quantidade de acessos aos materiais presentes no Tópico 3.

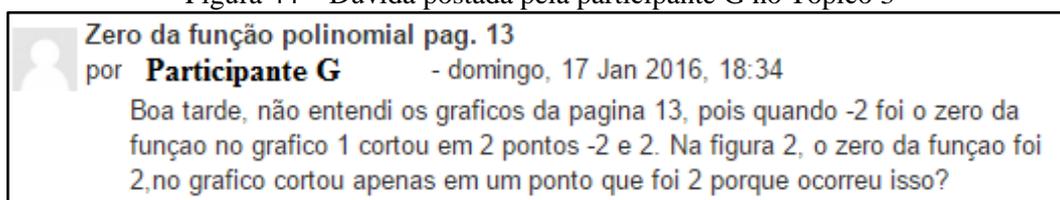
Tabela 7 – Acesso das participantes aos materiais – Tópico 3

Participantes	Apostila III	V3.1	A 3.1	Site
A	-	-	-	-
B	1	1	1	1
C	-	-	-	-
D	4	2	1	1
E	1	1	1	1
F	1	-	-	-
G	3	-	-	-
H	3	1	2	2
I	1	-	-	-

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As participantes B, D, E e H acessaram todos os materiais disponíveis no Tópico 3, já F, G e I apenas a Apostila III e A e C não acessaram nenhum material. Houve apenas uma postagem de dúvida, realizada no Fórum de dúvida deste tópico, pela participante G (Figura 44).

Figura 44 – Dúvida postada pela participante G no Tópico 3



Fonte: Elaboração própria.

Como a pesquisadora não conseguiu compreender completamente a dúvida da participante G, julgou mais adequado marcar um encontro presencial, em um horário disponível para ambas. A referida dúvida, segundo a participante, foi esclarecida.

Os dados da tabela 8 apresentam o número de acessos das participantes para finalização das quatro questões da Lição 3.

Tabela 8 – Número de acesso das participantes à Lição 3

Participantes	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Número de acessos	10	5	-	10	11	14	8	7	12

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Apresentaram bom desempenho nessa lição as participantes B, G e H. Para as demais, a média de acessos por questão foi maior que dois.

A tabela 9 apresenta a quantidade de acessos aos materiais do Tópico 4.

Tabela 9 – Acesso das participantes aos materiais – Tópico 4

Participantes	Apostila IV	A 4.1
A	-	-
B	1	1
C	-	-
D	1	-
E	1	1
F	1	-
G	1	-
H	2	1
I	1	-

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As participantes A e C não acessaram nenhum material presente no Tópico 4. Apenas B, E e H acessaram ao material complementar disponível. A maior parte das participantes teve apenas um acesso à apostila referente a esse tópico.

Na tabela 10, é apresentado o número de acessos das participantes para finalização das quatro questões da Lição 4.

Tabela 10 – Número de acesso das participantes à Lição 4

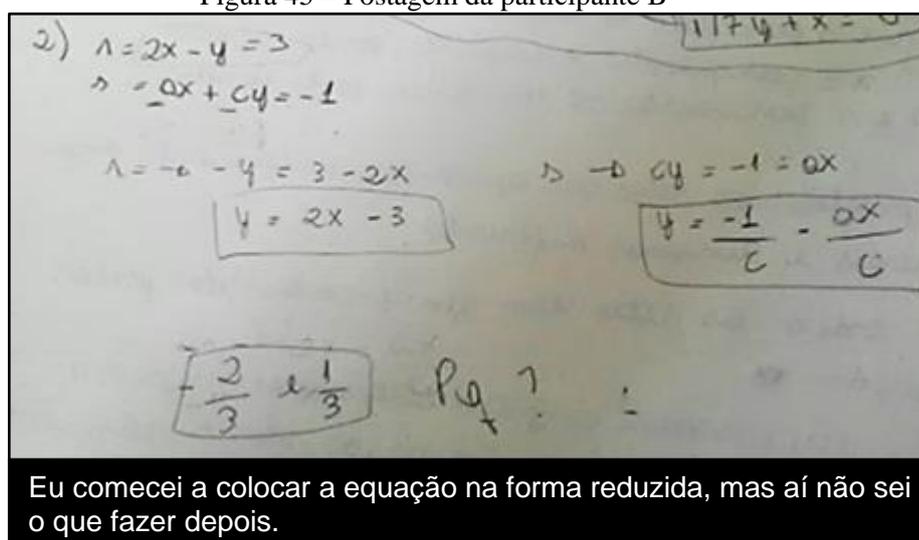
Participantes	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Número de acessos	12	12	-	6	8	14	13	14	14

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Observando a tabela 10, nota-se que apenas as participantes D e E apresentaram bom desempenho. Antes de iniciar a Lição 4, todas as participantes acessaram materiais disponíveis no Tópico 4, com exceção de H, que, assim como A e F, o fez somente após o início da lição, segundo registros do Moodle.

A participante B postou uma dúvida (Figura 45) referente à Questão 2 da Lição 4 (Figura 46) no grupo do WhatsApp.

Figura 45 – Postagem da participante B



Fonte: Elaboração própria.

Figura 46 – Questão 2 da Lição 4

As retas  $r: 2x - y = 3$  e  $s: ax + cy = -1$  são coincidentes, logo o valor de  $a$  e  $c$  são respectivamente:

- 2/3 e 1/3

2 e - 1

2/3 e 1/3

-1/3 e - 2/3

- 2/3 e - 1/3

Fonte: Elaboração própria.

A pesquisadora orientou a participante, por meio de mensagens no WhatsApp, recomendando que estudasse a Apostila IV, páginas 6 e 7. Após a leitura e mais um exemplo dado pela pesquisadora, a participante chegou à conclusão esperada, finalizando corretamente a questão (Figura 47).

Figura 47 – Conversa com a participante B

Acho que entendi. No caso se eu igualar o coeficiente linear das duas eu vou achar a constante? 14:37

Quando eu igualei eu achei  $c = 1/3$  que é parte da resposta 14:38

Ok o valor de  $c$  é esse sim 14:40

Mas o q ocorre só pra fixar a idéia 14:40

Se eu multiplicar algum item da equação 14:41

Ou dividir por algum número 14:41

Todos os outros componentes tbm devem ser 14:41

De uma equação pra outra no caso 14:41

Rápidinho vou terminar aqui 14:44

A sim... Então eu multiplicar o coeficiente angular da primeira por 1/3 e achei 2/3. E colocando esse valor na reta reduzida da segunda eu achei - 2/3. Então  $a = - 2/3$ . É isso? 14:49

O valor de  $a$  é esse s 14:50

Mas tem um modo mais simples de pensar 14:50

$$\begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ ax + cy = -1 \\ \hline x - \frac{y}{2} = \frac{3}{2} \end{array}$$

Vc pode usar essa ideia pra todas retas coincidentes 14:53

Então quando tiver uma questão tipo essa é as retas forem coincidentes é só achar o valor que multiplicando ou dividindo dê exatamente a mesma equação. 14:54

Muito mais simples. 14:54

Sim, espero ter ajudado 14:54

Entendi! Muito obrigada pela ajuda!

Fonte: Elaboração própria.

A tabela 11 apresenta a quantidade de acessos aos materiais do Tópico 5 do curso.

Tabela 11 – Acesso das participantes aos materiais – Tópico 5

Participantes	Apostila V	V5.1	V 5.2	V 5.3
A	-	-	-	-
B	2	1	1	1
C	-	-	-	-
D	1	-	-	-
E	1	1	1	1
F	1	-	-	-
G	-	-	-	-
H	2	2	1	1
I	1	-	-	-

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No Tópico 5, como mostra a tabela 11, mais de 50% das participantes acessaram a Apostila V. Somente B, E e H acessaram os materiais complementares desse tópico.

A tabela 12 apresenta o número de acessos das participantes para finalização das três questões da Lição 5.

Tabela 12 – Número de acesso das participantes à Lição 5

Participantes	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Número de acessos	10	4	-	6	6	12	7	5	16

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O desempenho das participantes B, D, E e H, de acordo com a tabela 12, foi considerado bom. Não houve postagens de dúvidas nesse tópico no Moodle e nem no grupo do WhatsApp.

De modo geral, os materiais propostos no curso foram bem acessados pelas participantes. Nota-se, no entanto, que os itens obrigatórios foram os mais acessados. Como mencionado por Uller (2012), muitas vezes, em EaD, os estudantes encaram as atividades propostas apenas como uma tarefa a ser cumprida.

Em relação às lições, entende-se que, em geral, houve dificuldade na realização das mesmas, uma vez que a média de acessos por questão foi maior do que dois para a maioria das lições.

### 3.2.2 Análise dos testes

A seguir, os erros cometidos no pré e no pós-teste são descritos, classificados e analisados segundo a metodologia de Análise de Erros. A tabela 13 mostra um panorama do desempenho das participantes, apresentando o número de respostas completamente corretas em ambos os testes.

Tabela 13 – Número de respostas completamente corretas no pré e no pós-teste

Questão	Pré-teste	Pós-teste
1.a	9	9
1.b	2	1
2	1	-
3	2	4
4	-	-
5.a	-	-
5.b	2	4
5.c	1	1
5.d	1	-
6	3	7
7	anulada	anulada
8.a	4	6
8.b	4	4
8.c	-	2

Fonte: Elaboração própria.

Na tabela 13, é possível notar melhora em termos de acerto, quando comparadas ao pré-teste, nas questões 3, 5.b, 6 e 8.a e 8.c.

Houve redução no número de acertos nas questões 1.b, 2 e 5.d. Enquanto nas questões 1.a, 4, 5.a, 5.c e 8.b, não ocorreu diferença em relação ao quantitativo de acertos quando comparados os dois testes.

Durante a análise dos dados, optou-se por anular a questão 7 do pré e do pós-teste. Tal decisão foi decorrente da identificação de uma inconsistência com a Física. Durante os testes exploratórios, tal inconsistência não foi observada.

Após a análise das respostas das participantes, os problemas identificados foram organizados, de acordo com a metodologia Análise de Erros, nas seguintes categorias: i) *Sem resolução* – qualquer questão ou item sem desenvolvimento; ii) *Resolução incompleta* – resolução de apenas uma parte da questão ou item, sendo esta correta; iii) *Erro de conceito* – questão ou item que apresenta erro devido ao não entendimento do(s) conceito(s)

necessário(s); iv) *Erro algébrico* - questão ou item que apresenta erro devido a cálculos algébricos incorretos.

Vale lembrar que ambos os testes são compostos por questões discursivas que requerem a mesma linha de raciocínio. Assim, a primeira questão do pré-teste possui mesmo objetivo da primeira questão do pós-teste, seguindo tal padrão em todas as questões, como relatado no Capítulo 2.

A primeira questão trata do conceito de função constante. O quadro 6 apresenta os resultados identificados nas respostas das participantes, por categoria, para essa questão. Neste quadro, para possibilitar uma melhor análise, criou-se a categoria *Resolução Correta*, que foi incluída na coluna das categorias elaboradas segundo a metodologia Análise de Erros. O mesmo procedimento foi adotado para os demais quadros dessa seção.

Quadro 6 – Respostas por categoria na questão 1

Questão	Categorias	Pré-teste	Pós-teste
		Quantidade / Participante	Quantidade / Participante
1.a	<i>Resolução Correta</i>	9 / A, B, C, D, E, F, G, H, I	9 / A, B, C, D, E, F, G, H, I
	<i>Sem Resolução</i>	-	-
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	-	-
	<i>Erro Algébrico</i>	-	-
1.b	<i>Resolução Correta</i>	2 / A, B	1 / B
	<i>Sem Resolução</i>	5 / C, D, F, G, H	4 / A, C, F, G
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	2 / E, I	4 / D, E, H, I
	<i>Erro Algébrico</i>	-	-

Fonte: Elaboração própria.

Nota-se que, tanto no pré como no pós-teste, todas as participantes resolveram corretamente o item *a*. Quanto ao item *b*, é possível observar a ocorrência de erros e de itens sem resolução, tanto no pré como no pós-teste. Considera-se que não houve melhoras na compreensão do conteúdo desse item.

A participante A, que respondeu corretamente no pré-teste, não apresentou resolução no pós. Tal participante, ao final do teste, informou estar passando por problemas pessoais que comprometeram o seu desempenho, por isso respondeu apenas a duas questões do teste.

Os erros encontrados nesta questão foram: i) descrever a função como um modelo de Função Linear, o que ocorreu tanto no pré como no pós-teste com as participantes E e I, como exemplificado na figura 48; ii) atribuir, indevidamente, valores dados aos coeficientes *a* e *b*, como mostra a resolução da participante D (Figura 49), e iii) registrar, equivocadamente,  $f(x) = f(y)$ , como visto na resolução de H (Figura 49).

Figura 48 – Resolução da participante I para a questão 1

pré-teste	pós-teste
a) Fernando pagou R\$ 29,90 b) $y = 29,90x$	a) R\$ 49,00 mais b) $x = 45y$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 49 – Resolução das participantes D e H para o item 1.b – pós-teste

$T(x) = x + 45$	<b>Participante D</b>
$f(y) = f(x)$	<b>Participante H</b>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Entende-se que, apesar das participantes D, E, H e I terem acessado a Apostila I e o vídeo V 1.4, em que se encontra o conteúdo Função Constante, as mesmas não compreenderam o modelo dessa função. Observa-se, no entanto, que elas não apresentaram dúvidas quanto ao assunto nos fóruns ou no grupo do WhatsApp.

A segunda questão dos testes requeria a leitura de gráficos e a utilização das características de uma Função Afim. O quadro 7 apresenta os resultados identificados.

Quadro 7 – Respostas por categoria para a questão 2

Questão	Categorias	Pré-teste	Pós-teste
		Quantidade / Participante	Quantidade / Participante
2	<i>Resolução Correta</i>	1 / A	-
	<i>Sem Resolução</i>	5 / B, E, F, H, I	4 / A, C, E, G
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	1 / F
	<i>Erro de Conceito</i>	3 / C, D, G	3 / B, H, I
	<i>Erro Algébrico</i>	-	1 / D

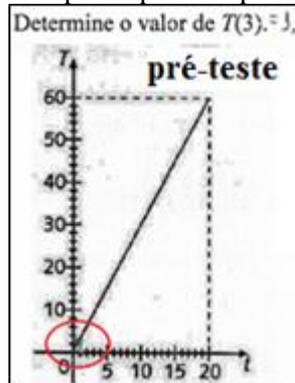
Fonte: Elaboração própria.

Analisando o quadro 7, é possível considerar uma ligeira melhora no resultado desta questão no pós-teste, em relação ao pré. A participante F, que estava na categoria *Sem Resolução*, passou para a de *Resolução Incompleta*. Já a participante D saiu da categoria *Erro de Conceito* para a de *Erro Algébrico*.

Os erros de conceito identificados nesta questão foram: i) considerar pontos inexistentes no gráfico – erro apresentado por C, D e G no pré-teste, exemplificado pela resolução de D na figura 50, e por H e I no pós-teste; ii) considerar o gráfico como uma representação de uma Função Linear – erro da participante B no pós-teste (Figura 51 –

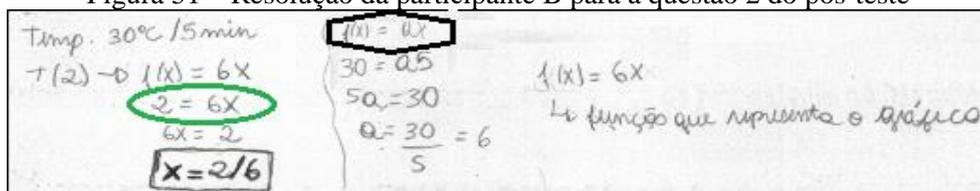
destaque hexagonal); iii) substituir o valor referente a  $x$  no lugar de  $f(x)$  – segundo erro encontrado na resolução da participante B (Figura 51 – destaque elíptico).

Figura 50 – Resolução da participante D para a questão 2 – pré-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

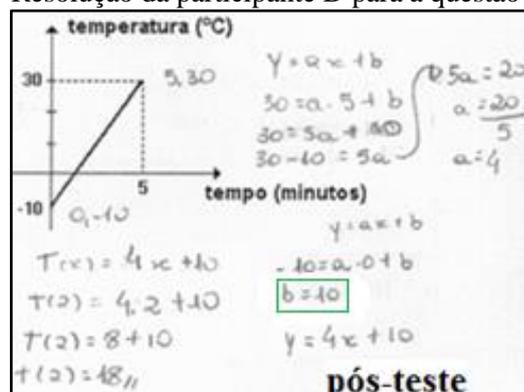
Figura 51 – Resolução da participante B para a questão 2 do pós-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em relação à participante D, nota-se que, após o curso, houve melhora em seu desempenho em relação ao desenvolvimento da lei de uma função a partir da leitura do seu gráfico. Na figura 52, é possível ver que a mesma desenvolveu corretamente a questão 2 do pós-teste, não apresentando nenhum erro de conceito. No entanto, sua resposta não está correta por erro de sinal, como mostra o destaque retangular.

Figura 52 – Resolução da participante D para a questão 2 – pós-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A participante F saiu da categoria *Sem Resolução* para *Resolução Incompleta* no pós-teste. A mesma mostrou saber que a lei se tratava de uma Função Afim e compreender a notação  $T(2)$ , substituindo corretamente o 2 na função, no entanto, não desenvolveu qualquer outro cálculo (Figura 53).

Figura 53 – Resolução da participante F para a questão 2 – pós-teste

$$f(x) = ax + b$$

$$f(2) = a.(2) + b$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os materiais disponíveis no Moodle que poderiam auxiliar nesta questão são: Apostila I, Apostila II e *applet* 2.1. Associam-se os erros de conceito apresentados pela participante B, no pós-teste, ao fato da mesma ter acessado apenas a Apostila I, que contém dois exemplos com o modelo da questão, ao final da apostila. Quanto ao acesso das participantes H e I, que também cometeram erros de conceito no pós-teste, nota-se que H consultou todos os materiais citados e I apenas não acessou o *applet*. Diante desses fatos, pressupõe-se que as participantes H e I não compreenderam o conteúdo requisitado. É importante ressaltar que nenhuma das participantes que apresentou erro de conceito, nesta questão do pós-teste, mostrou dúvidas quanto ao assunto no fórum ou no grupo do WhatsApp.

A terceira questão requeria identificar se uma dada função, representada por meio de uma tabela, era ou não uma Função Afim. Solicitava-se, também, a justificativa da resposta dada. O quadro 8 apresenta os resultados identificados nas respostas dessa questão.

Quadro 8 – Respostas por categoria para a questão 3

Questão	Categorias	Pré-teste Quantidade / Participante	Pós-teste Quantidade / Participante
3	<i>Resolução Correta</i>	2 / A, B	4 / B, C, D, E
	<i>Sem Resolução</i>	3 / D, G, H	1 / G
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	4 / C, E, F, I	4 / A, F, H, I
	<i>Erro Algébrico</i>	-	-

Fonte: Elaboração própria.

Como é possível visualizar no quadro 8, as participantes C, D e E apresentaram melhora em seu desempenho no pós-teste em relação ao pré, pois responderam corretamente a

questão. A participante A, como mencionado anteriormente, informou estar passando por problemas pessoais que comprometeram o seu desempenho.

O primeiro erro identificado, tanto no pré como no pós-teste, foi tratar o conceito de Função Afim como equivalente ao conceito de Função, sem considerar suas particularidades, como exemplificado na resolução da participante I (Figura 54). Tal erro apenas não foi cometido por C. No pré-teste, esta participante apresentou o segundo erro identificado, que consiste em justificar a resposta encontrando uma lei não correspondente à função apresentada. Na figura 54, é possível observar que C entendeu que havia uma variação de 20 unidades no custo, porém não soube que a mesma se tratava da taxa de variação e não do valor inicial da função.

Figura 54 – Resolução das participantes C e I para a questão 3 do pré-teste

<p><b>Participante C</b></p> $f(c) = c + 20,00$
<p><b>Participante I</b></p> <p>sim, porque a letra (c) representa o valor a ser pago em função da quantidade de roupas a ser compradas representadas por (N).</p>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Além de ser discutido nas Apostilas I e II, o assunto requerido nesta questão é tema do vídeo V 2.1. Das quatro participantes que apresentaram erro de conceito no pós-teste, duas (H e I) assistiram ao vídeo. Quanto às apostilas, apenas A não acessou a Apostila II. Nenhuma das participantes demonstrou dúvidas quanto ao assunto no fórum ou no grupo do WhatsApp. Pelos resultados, no entanto, conclui-se que, mesmo acessando algum dos materiais, estas não alcançaram o objetivo proposto pela questão.

O objetivo da quarta questão era determinar o ponto de interseção de um gráfico com o eixo das abscissas e envolvia conhecimento referente à taxa média de variação. O quadro 9 apresenta os resultados dos problemas identificados nas respostas das participantes para esta questão.

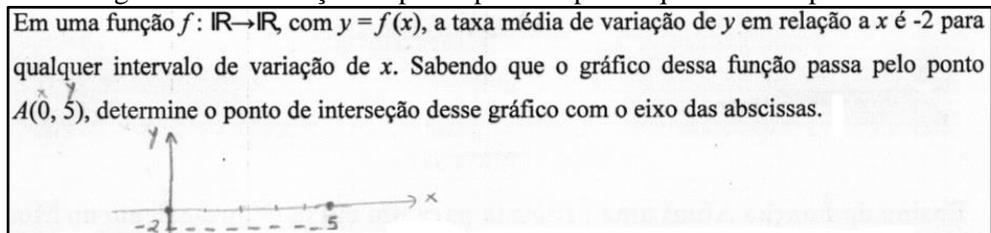
Quadro 9 – Respostas por categoria para a questão 4

Questão	Categorias	Pré-teste Quantidade / Participante	Pós-teste Quantidade / Participante
4	<i>Resolução Correta</i>	-	-
	<i>Sem Resolução</i>	6 / A, B, D, E, F, I	5 / A, C, E, F, H
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	3 / C, G, H	4 / B, D, G, I
	<i>Erro Algébrico</i>	-	-

Fonte: Elaboração própria.

Os dados do quadro 9 mostram que o desempenho das participantes não foi bom nem no pré nem no pós-teste. Dos erros de conceito ocorridos no pré-teste, C e G apresentaram como respostas os próprios valores dados na questão. Ainda no pré-teste, H marcou, no plano cartesiano, o ponto  $(0, -2)$ , provavelmente devido ao valor da taxa de variação que era  $-2$ , e o ponto  $(5, 0)$ , possivelmente considerando o ponto  $(0, 5)$  apresentado na questão, como se observa na figura 55. As respostas dessas participantes indicam que as mesmas não tinham conhecimento sobre a resolução da questão.

Figura 55 – Resolução da participante H para a questão 4 do pré-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

No pós-teste, notou-se que o erro de B referia-se a não compreensão da expressão “ponto de interseção com o eixo das abscissas” (Figura 56). A mesma formulou corretamente a lei da função, no entanto, apresentou como ponto de interseção o valor inicial da função. É possível que a participante tenha confundido o eixo das abscissas com o das ordenadas.

Figura 56 – Resolução da participante B para a questão 4 do pós-teste

Em uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , com  $y = g(x)$ , a taxa média de variação de  $y$  em relação a  $x$  é  $-8$  para qualquer intervalo de variação de  $x$ . Sabendo que o gráfico dessa função passa pelo ponto  $D(0, -1)$ , determine o ponto de interseção desse gráfico com o eixo das abscissas.

$$g(x) = -8x + b \quad \left\{ \begin{array}{l} g(x) = -8x + b \\ -1 = -8 \cdot 0 + b \\ -1 = 0 + b \\ b = -1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} f(x) = -8x + 1 \\ \text{O ponto de interseção é } -1 \end{array} \right.$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os outros erros encontrados no pós-teste, exemplificados na figura 57, foram: igualar a taxa de variação à imagem da ordenada de um ponto dado (participantes D e G); e apresentar um ponto inexistente criado com valores dados na questão, como feito pela participante I.

Figura 57 – Resolução das participantes G e I para a questão 4 do pós-teste

$y = g(x)$ $-8 = g(-1)$ $g = -9$	<p>Taxa média da variação de <math>y</math> a <math>x = -8</math></p> <p><math>b = (0, -1)</math>. O ponto é <math>(-8, -1)</math></p>
<b>Participante G</b>	<b>Participante I</b>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Analisando o acesso às Apostilas I e II, nas quais se reúnem os conceitos necessários para a resolução desta questão, notou-se que a participante B não havia acessado a Apostila II. Sendo assim, entende-se que o erro de B pode estar associado a este fato, visto que se relaciona ao conteúdo abordado apenas em materiais do Tópico 2. Quanto às demais participantes, entende-se que as mesmas não alcançaram os conceitos abordados na Apostila II.

A quinta questão buscou verificar a compreensão dos conceitos de coeficiente angular e linear da reta e o cálculo de valores desconhecidos da função. Ressalta-se que nenhuma das participantes postaram dúvidas, tanto no Moodle quanto no grupo do WhatsApp, sobre os referidos assuntos. Os quadros 10, 11, 12 e 13 mostram, respectivamente, os resultados detectados nas respostas por categoria para os itens  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  desta questão.

Quadro 10 – Respostas por categoria para a questão 5.a

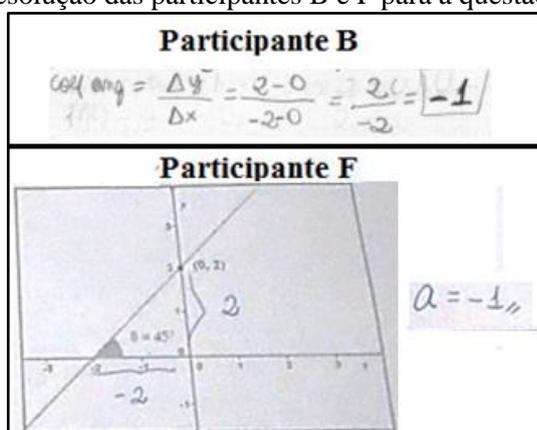
Questão	Categorias	Pré-teste Quantidade / Participante	Pós-teste Quantidade / Participante
5.a	<i>Resolução Correta</i>	-	-
	<i>Sem Resolução</i>	4 / A, D, E, H	1 / A
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	5 / B, C, F, G, I	6 / C, D, E, G, H, I
	<i>Erro Algébrico</i>	-	2 / B, F

Fonte: Elaboração própria.

No quadro 10, é possível perceber a diminuição, no pós-teste, do número de participantes na categoria *Sem Resolução*. Tais participantes (D, E e H) migraram para a categoria *Erro de Conceito* no pós-teste. B e F, no entanto, apresentaram progresso nesse item, já que as mesmas saíram da categoria *Erro de Conceito* para *Erro Algébrico*.

No item *a* da questão 5, foi solicitado a determinação do coeficiente angular da reta dada. O erro algébrico de B foi não manter a ordem adotada ao utilizar os pontos (0, 2) e (-2, 0) no cálculo da taxa de variação, o que ocasionou erro de sinal na resposta (Figura 58). Já a participante F utilizou um valor negativo para distância do ponto (0, 0) a (-2, 0), como indicado na figura 58.

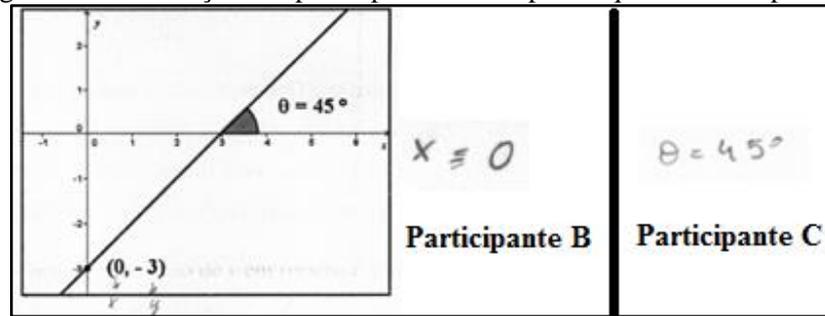
Figura 58 – Resolução das participantes B e F para a questão 5.a – pós-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A análise das repostas das participantes que cometeram erro de conceito neste item apontou que todas responderam utilizando dados apresentados (Figura 59). O dado usado por C, F, G e I no pré e C, D, H e I no pós-teste foi o ângulo de inclinação da reta (Figura 59 – resolução de C), já B (pré-teste) e G (pós-teste) utilizaram a abscissa do ponto de interseção com um dos eixos, como exemplificado na resolução de B (Figura 59).

Figura 59 – Resolução das participantes B e C para a questão 5.a – pós-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Quadro 11 – Respostas por categoria para a questão 5.b

Questão	Categorias	Pré-teste Quantidade / Participante	Pós-teste Quantidade / Participante
5.b	<i>Resolução Correta</i>	2 / B, F	4 / B, D, F, G
	<i>Sem Resolução</i>	6 / A, D, E, G, H, I	1 / A
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	1 / C	4 / C, E, H, I
	<i>Erro Algébrico</i>	-	-

Fonte: Elaboração própria.

Comparando os dados do pré e do pós-teste, nota-se que, no item *b* da quinta questão (Quadro 11) houve significativa redução do número de participantes que deixaram tal item sem resolução. Como resultado, houve aumento do número de participantes nas categorias *Resolução Correta* e *Erro de Conceito*.

Esse item requeria determinar o coeficiente linear da reta dada. As participantes cometeram erros de conceito (Figura 60) por compreender coeficiente linear como: i) o ponto de interseção da reta com o eixo *y* (C – pré; C e I – pós-teste); ii) ordenada do ponto de interseção da reta com o eixo *x* (E – pós-teste), e iii) ângulo de inclinação da reta (H – pós-teste).

Figura 60 – Resolução das participantes C, E, H e I para a questão 5.b

$(0, -3)$	<b>Participante C - pré-teste</b>
$(0, 2)$	<b>Participante C - pós-teste</b>
$-2$	<b>Participante E - pós-teste</b>
$45^\circ$	<b>Participante H - pós-teste</b>
$(-2, 2)$	<b>Participante I - pós-teste</b>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Quadro 12 – Respostas por categoria para a questão 5.c

Questão	Categorias	Pré-teste Quantidade / Participante	Pós-teste Quantidade / Participante
5.c	<i>Resolução Correta</i>	1 / F	1 / B
	<i>Sem Resolução</i>	6 / A, B, C, D, G, I	5 / A, C, F, G, H
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	2 / E, H	3 / D, E, I
	<i>Erro Algébrico</i>	-	-

Fonte: Elaboração própria.

Os dados do quadro 12 mostram que das três participantes (B, D e I), que no pré-teste estavam na categoria *Sem Resolução*, apenas B apresentou melhora neste item, no pós-teste. As participantes F e H saíram de suas categorias anteriores para a categoria *Sem Resolução* no pós-teste, já as demais participantes mantiveram suas categorias tanto no pré como no pós-teste.

Solicitava-se, neste item, o valor do domínio para uma dada imagem. Os erros de conceito encontrados foram: substituir em  $g(x) = -10$  as coordenadas do ponto destacado no enunciado (H – pré-teste), como mostra a figura 61; e apresentar como respostas os próprios valores dados no gráfico da questão, erro cometido por D e I, no pós-teste, e por E em ambos os testes.

Figura 61 – Resolução da participante H para a questão 5.c – pré-teste

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Quadro 13 – Respostas por categoria para a questão 5.d

Questão	Categorias	Pré-teste Quantidade / Participante	Pós-teste Quantidade / Participante
5.d	<i>Resolução Correta</i>	1 / F	-
	<i>Sem Resolução</i>	6 / A, B, C, D, H, I	5 / A, E, F, G, H
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	2 / E, G	3 / C, D, I
	<i>Erro Algébrico</i>	-	1 / B

Fonte: Elaboração própria.

Apenas a participante B apresentou melhora quanto à compreensão do conceito requerido neste item, saindo da categoria *Sem Resolução*, no pré-teste, para *Erro Algébrico* no pós (Quadro 13). Considera-se que as participantes E, F e G apresentaram menor confiança

em relação ao conteúdo abordado neste item, uma vez que saíram de suas categorias anteriores para a categoria *Sem Resolução* no pós-teste.

Requeria-se determinar, no item *d* da questão 5, a imagem de um dado valor do domínio. Os erros de conceito cometidos pelas participantes, tanto no pré como no pós-teste, podem ser caracterizados por apresentar como respostas os próprios valores dados na questão.

De maneira geral, na questão 5, as participantes categorizadas em *Erro de Conceito* acessaram materiais referentes aos conteúdos requeridos. No entanto, entende-se que as mesmas não compreenderam os conceitos adequadamente.

A sexta questão tratava-se de uma Função Definida por Partes com sentenças dadas por leis de Funções Afins, em que era solicitada a imagem de um dado valor da variável independente. No quadro 14 pode-se observar as respostas por categoria para a questão 6.

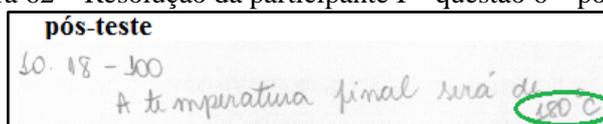
Quadro 14 – Respostas por categoria para a questão 6

Questão	Categorias	Pré-teste Quantidade / Participante	Pós-teste Quantidade / Participante
6	<i>Resolução Correta</i>	3 / B, E, G	7 / B, C, D, E, F, G, H
	<i>Sem Resolução</i>	1 / D	1 / A
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	5 / A, C, F, H, I	-
	<i>Erro Algébrico</i>	-	1 / I

Fonte: Elaboração própria.

Os dados do quadro 14 mostram aumento significativo no número de *Resoluções Corretas* no pós-teste, quando comparado ao pré. No pós-teste, apenas A não apresentou resolução e a participante I apresentou erro algébrico. Na figura 62, destaque elíptico, é possível notar que I descreveu corretamente o cálculo que deveria ser realizado, porém escreveu em sua resposta um valor incorreto.

Figura 62 – Resolução da participante I – questão 6 – pós-teste



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ainda no quadro 14, é possível notar que não houve *Erro de Conceito* no pós-teste. O erro detectado no pré-teste, nas resoluções de A, C, F e H, foi igualar a sentença, que correspondia ao tempo pedido, a zero, como exemplificado pela resolução da participante A

na figura 63. Já I apresentou 100 como resposta, indicando que esta pode ter escolhido a sentença em que se encontrava a Função Constante, que não correspondia ao tempo pedido.

Figura 63 – Resolução da participante A – questão 6 – pré-teste

$$\begin{aligned} 30x - 100 &= 0 \\ 10x &= 100 \\ x &= \frac{100}{10} = 10^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A oitava questão propõe verificar os seguintes conhecimentos sobre Função Afim: zero, classificação da função em crescente e decrescente e estudo de sinal. Os quadros 15, 16 e 17 mostram, respectivamente, os resultados obtidos a partir das respostas, organizados por categoria, para os itens *a*, *b* e *c* desta questão.

Quadro 15 – Respostas por categoria para a questão 8.a

Questão	Categorias	Pré-teste Quantidade / Participante	Pós-teste Quantidade / Participante
8.a	<i>Resolução Correta</i>	4 / A, B, G, I	6 / B, C, D, G, H, I
	<i>Sem Resolução</i>	5 / C, D, E, F, H	3 / A, E, F
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	-	-
	<i>Erro Algébrico</i>	-	-

Fonte: Elaboração própria.

No item *a* da questão 8 requeria-se o valor do zero da função. Analisando o quadro 15, conclui-se que houve melhora no desempenho das participantes, visto que C, D e H saíram da categoria *Sem Resolução* para *Resolução Correta*.

Quadro 16 – Respostas por categoria para a questão 8.b

Questão	Categorias	Pré-teste Quantidade / Participante	Pós-teste Quantidade / Participante
8.b	<i>Resolução Correta</i>	4 / A, B, G, I	4 / B, D, F, I
	<i>Sem Resolução</i>	3 / C, D, H	1 / A
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	2 / E, F	4 / C, E, G, H
	<i>Erro Algébrico</i>	-	-

Fonte: Elaboração própria.

O quadro 16 mostra melhora das participantes D e F, visto que D saiu da categoria *Sem Resolução* e F da categoria *Erro de Conceito* no pré-teste indo, ambas, para *Resolução Correta* no pós.

Neste item, era necessário classificar a função em crescente ou decrescente. As participantes que apresentaram erro de conceito, tanto no pré como no pós-teste, não identificaram a variação, em termos de crescimento e decrescimento, da Função Polinomial do 1º Grau.

Destaca-se que C, que apresentou erro de conceito no pós-teste, não acessou nenhum dos materiais do Tópico 3 do curso. Entende-se que seus erros podem estar relacionados a tal fato. Já as participantes E, G e H, que também apresentaram erro de conceito no pós-teste, acessaram materiais que as possibilitavam responder à questão. No entanto, conclui-se que as mesmas não compreenderam o conceito de crescimento e decrescimento da Função Polinomial do 1º Grau.

Quadro 17 – Respostas por categoria para a questão 8.c

Questão	Categorias	Pré-teste	Pós-teste
		Quantidade / Participante	Quantidade / Participante
8.c	<i>Resolução Correta</i>	-	2 / B, C
	<i>Sem Resolução</i>	5 / A, C, D, F, H	3 / A, D, F
	<i>Resolução Incompleta</i>	-	-
	<i>Erro de Conceito</i>	4 / B, E, G, I	4 / E, G, H, I
	<i>Erro Algébrico</i>	-	-

Fonte: Elaboração própria.

As participantes B e C, segundo o quadro 17, apresentaram melhora neste item, uma vez que B saiu da categoria *Erro de Conceito* e C saiu de *Sem Resolução*, no pré-teste, para *Resolução Correta* no pós.

Requeria-se, no item c da questão 8, o sinal do produto das imagens de dois valores distintos do domínio. Dentre os erros de conceito apresentados, estão o de classificar como crescente (B – pós-teste), e determinar um dos sinais equivocadamente (E, G e I – pré-teste; E, G, H e I – pós-teste), como mostra a figura que apresenta a resolução de I).

Figura 64 – Resolução das participantes B e I – questão 8.c – pós-teste

<i>Crescente</i>	Participante B - pós-teste
$f(10) = (+)$	Participante I - pós-teste
$f(-5) = (-)$	

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As participantes E, G, H e I, que apresentaram erro de conceito no pós-teste, acessaram materiais do Tópico 3 que as possibilitavam responder ao item. No entanto, conclui-se que as mesmas não compreenderam o estudo de sinal de uma Função Afim.

Promovendo-se uma análise geral dos dois testes, observou-se que, após a realização do curso, algumas participantes apresentaram melhora no desempenho de certas questões. Notou-se, também, que a maioria se sentiu mais confiante em resolver as questões propostas.

Encerrando esta seção, destaca-se que analisar erros é um processo muito enriquecedor para um educador. Entende-se muito do processo de raciocínio dos envolvidos, o que pode levar ao planejamento de ações mais efetivas. Nesse campo, então, o erro é encarado como fonte de informação.

### 3.2.3 Análise dos OE

Nesta subseção, promove-se uma análise das respostas do pré e do pós-teste, inseridas na categoria *Erro de Conceito*, quanto aos OE apresentados pelas participantes. Tais erros foram apontados na subseção 3.2.2 e, neste momento, busca-se relacioná-los a possíveis OE.

Nos erros inseridos na categoria *Erro Algébrico* não foram identificados OE referentes à função, o que justifica a não existência de uma análise nesse sentido.

A análise tomou por base Sierpiska (1992) e foram identificados OE nas questões 1.b, 2, 3 e 6. Dos OE descritos na subseção 2.2.2 destacam-se os seis, listados abaixo (SIERPINSKA, 1992), que possuem relação com os resultados obtidos na análise dos erros das participantes:

- III. Foco em como as coisas mudam, ignorando o que muda;
- IV. Análise de funções e variáveis como se fossem equações e incógnitas;
- V. A ordem das variáveis é irrelevante;
- IX. Proporção é um tipo privilegiado de relação;
- XII. Definição é uma descrição de um objeto conhecido pelo sentido ou por *insight*;
- XV. O gráfico de uma função é um modelo geométrico que não precisa ser fiel.

O quadro 18 mostra a relação das participantes que apresentaram erro de conceito na questão 1.b do pré e do pós-teste.

Quadro 18 – Erros de conceito – Questão 1.b

Questão 1.b	Pré-teste	Pós-teste
Participantes	E, I	D, E, F

Fonte: Elaboração própria.

No pré-teste, E e I consideraram como modelo de Função Constante a equação  $y = ax$ . Já no pós-teste, observou-se que E, D e F cometeram o mesmo erro, no entanto, considerando a equação  $y = ax + b$ , como mostrado na resolução da participante D (Figura 65). O apego tão forte a uma determinada estrutura caracteriza o OE XII.

Figura 65 – Questão 1.b do pós-teste – participante D

A handwritten equation  $f(x) = x + 45$  is shown inside a rectangular box. The handwriting is in black ink on a white background.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na segunda questão, parte das participantes cometeu erro de conceito decorrente da dificuldade na leitura e interpretação gráfica (Quadro 19).

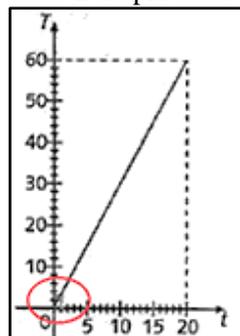
Quadro 19 – Erros de conceito – Questão 2

Questão 2	Pré-teste	Pós-teste
Participantes	C, D, G	B, H, I

Fonte: Elaboração própria.

No pré-teste, C, D e G tentaram deduzir, erradamente, pontos da função a partir da análise do gráfico, tais como (3, 1), para encontrar a solução. O destaque circular da figura 66 mostra o erro cometido por B. O fato de pensar no gráfico da função como um modelo que não precisa ser fiel à mesma caracteriza o OE XV.

Figura 66 – Questão 2 do pré-teste – participante B



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Já no pós-teste a participante B apresentou OE V, por trocar a ordem entre as incógnitas do problema, como observado no destaque elíptico na figura 67 e o OE IX por considerar a situação como uma proporção (Figura 67 – destaque hexagonal). Os erros das participantes H e I não foram considerados como decorrentes de OE.

Figura 67 – Questão 2 do pós-teste – participante B

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O quadro 20 mostra a relação das participantes que apresentaram erro de conceito na questão 3.

Quadro 20 – Erros de conceito – Questão 3

Questão 3	Pré-teste	Pós-teste
Participantes	C, E, F, I	A, H, I

Fonte: Elaboração própria.

No pré-teste, as participantes E, F e I trataram o conceito de Função Afim como equivalente ao conceito de função. Tal erro também foi cometido pelas participantes A, H e I no pós-teste, como exemplificado na figura 68. Em ambos os casos, os erros apresentados são relacionados ao OE XII.

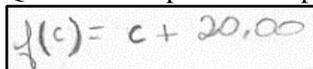
Figura 68 – Resolução da participante I – questão 3 do pós-teste

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ainda nesta questão, a participante C buscou, no pré-teste, justificar suas respostas encontrando a lei da função. A mesma identificou que havia uma variação de 20 unidades no

custo, porém não chegou à lei correta (Figura 69). Entende-se que essa participante apresentou o OE III, pois ao observar uma situação que compreendia mudança, não conseguiu identificar as relações entre os objetos que estavam envolvidos no processo.

Figura 69 – Questão 3 do pós-teste – participante C



$$f(c) = c + 20,00$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Não foram identificados OE nas questões 4 e 5. O quadro 21 apresenta a relação das participantes que apresentaram erro de conceito na questão 6.

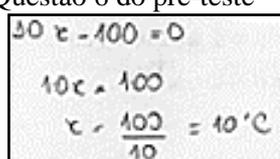
Quadro 21 – Erros de conceito – Questão 6

Questão 3	Pré-teste	Pós-teste
Participantes	A, C, F, I	-

Fonte: Elaboração própria.

Os erros apresentados por A, C e F, no pré-teste, podem ser relacionados ao OE IV, uma vez que as participantes consideraram a função como uma equação (Figura 70). O erro de I não foi considerado decorrente de OE.

Figura 70 – Questão 6 do pré-teste – participante A



$$30c - 100 = 0$$

$$10c = 100$$

$$c = \frac{100}{10} = 10'C$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As demais questões não serão discutidas nessa seção por seus erros não caracterizarem OE. Como mencionado na subseção 2.2.2, nem todo erro é causado por um OE, mas muitos estão relacionados a esses obstáculos.

A superação de um OE não é simples, uma vez que, segundo Teixeira (1997), um obstáculo desse tipo pode resistir mesmo diante de contradições que surgem. A importância do estudo promovido está na contribuição para um melhor entendimento das inúmeras dificuldades apresentadas por estudantes nos períodos iniciais do Ensino Superior de cursos relacionados à área de exatas.

### 3.2.4 Análise de Q5

O questionário Q5 foi proposto tendo em vista analisar a percepção das participantes sobre a contribuição do curso e era composto por cinco questões. Na primeira, foram apresentadas afirmativas relativas a diversos aspectos do curso em que os respondentes assinalavam opções que variavam de 1 a 5, em que 1 foi a nota mínima e 5 a nota máxima. Caso a nota fosse inferior a 4, solicitava-se a justificativa.

Com base nas respostas obtidas na questão 1 de Q5, foram feitas quatro avaliações, a saber: i) das apostilas elaboradas (Quadro 22); ii) dos materiais complementares (Quadro 23); iii) das lições (Quadro 24), e iv) do curso (Quadro 25). Ressalta-se que os dados da questão 2 foram analisados de forma conjunta com os da primeira.

Quadro 22 – Avaliação das apostilas elaboradas

Afirmativas	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Nota 4	Nota 5	NA
As apostilas elaboradas apresentam o conteúdo corretamente e de forma clara.	F	-	-	C, E, H, I	A, B, D, G	-
O <i>layout</i> das apostilas (estrutura, imagens, cores, fontes, etc.) elaboradas é visualmente agradável e auxiliou na compreensão dos tópicos abordados.	-	F	-	C, E, I	A, B, D, G, H	-

Fonte: Elaboração própria.

As apostilas elaboradas foram bem avaliadas pela maior parte das participantes, tanto quanto ao conteúdo como quanto ao *layout*. Apenas a participante F avaliou com nota baixa as apostilas. A figura 71 mostra a justificativa apresentada pela mesma.

Figura 71 – Justificativa da participante F – questão 2 de Q5

2. O espaço a seguir é para comentários relacionados a qualquer afirmativa acima. Caso tenha assinalado a coluna 1, 2 ou 3 para alguma das afirmativas, por favor, mencione os motivos que levaram a essa opção.

O conteúdo das apostilas estavam em defazados e com erros e assim dificultando o entendimento das lições.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Verificou-se, no entanto, por meio de registros no Moodle, que a participante F não estudava as apostilas antes de iniciar as lições propostas, como apontado no tópico 3.2.1 do

presente trabalho, mas as acessava apenas durante o desenvolvimento de cada lição, o que pode ter dificultado o desenvolvimento das mesmas e criado tal pensamento na participante.

Quadro 23 – Avaliação dos materiais complementares

Afirmativas	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Nota 4	Nota 5	NA
Os <i>applets</i> abordam o conteúdo de forma correta e clara.	F	-	-	A, C, E	D, G, H	B, I
Os <i>applets</i> contribuíram para sua compreensão sobre o conteúdo abordado.	-	-	F	A, C, E	D, G, H	B, I
Os vídeos abordam o conteúdo de forma correta e clara.	-	-	-	A, C, E, F, I	B, D, G	H
Os vídeos contribuíram para sua compreensão sobre o conteúdo abordado.	-	-	F	A, E	B, C, D, G	H, I
O <i>site</i> sobre Função Afim, cujo <i>link</i> foi disponibilizado no Tópico 3, aborda o conteúdo de forma correta e clara.	-	-	-	F, H, I	B, D, E, G	A, C
O <i>site</i> sobre Função Afim, cujo <i>link</i> foi disponibilizado no Tópico 3, contribuiu para sua compreensão sobre o conteúdo abordado.	-	-	F	H, I	B, D, E, G	A, C

Fonte: Elaboração própria.

Levando-se em conta os registros de acesso aos materiais no Moodle, discutidos na subseção 3.2.1, considera-se que as participantes A, C, F, G e I deveriam ter marcado a opção NA em todas as afirmativas relacionadas aos *applets* e ao *site*. Tais participantes não acessaram a nenhum desses materiais no curso, logo se julga que as mesmas não estariam aptas para avaliá-los. Assim, não será promovida a análise das respostas dessas participantes, em relação a esses materiais. O mesmo ocorre para as notas dadas por A e G em relação aos vídeos. Ressalta-se que as notas dadas por C e F nas afirmativas sobre vídeos só podem ser consideradas para o Tópico 1, já que acessaram apenas a vídeos deste tópico.

Sendo assim, os materiais complementares escolhidos foram, de modo geral, muito bem avaliados em relação ao conteúdo e a contribuição para a compreensão das participantes. Segundo Fleming (2004 apud POSSOLLI; CURY, 2009), o uso de diferentes tipos de materiais possibilita inúmeras formas de interagir com o conteúdo, o que auxilia na compreensão do mesmo.

Quadro 24 – Avaliação das Lições

Afirmativas	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Nota 4	Nota 5	NA
As lições, apresentadas ao final de cada tópico, abordam o conteúdo de forma correta e clara.	-	-	-	A, C	B, D, E, F, G, H, I	-
As lições, apresentadas ao final de cada tópico, contribuíram para sua compreensão sobre o conteúdo abordado.	-	F	-	C, E, H	A, B, D, G, I	-

Fonte: Elaboração própria.

A participante F atribuiu nota 2 à contribuição das lições para a compreensão do conteúdo, porém, a mesma não utilizou corretamente tal recurso, visto que, de acordo com registros do Moodle, não acessava as apostilas antes de iniciar as lições propostas, como dito anteriormente. A participante não apresentou justificativa para sua nota, o que impediu o entendimento de seus motivos. De maneira geral, considera-se que as lições foram bem avaliadas quanto ao conteúdo e à contribuição das mesmas para a compreensão das participantes.

Quadro 25 – Avaliação do curso

Afirmativas	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Nota 4	Nota 5	NA
A proposta metodológica adotada no curso foi adequada.	-	-	F	A, C, E	B, D, G, H, I	-
Os tópicos abordados são relevantes.	-	-	-	A, E	B, C, D, F, G, H, I	-
O curso apresentado foi importante para sua aprendizagem.	-	-	-	A, C, E, F, H	B, D, G, I	-
A proposta de cursos com essa finalidade é importante.	-	-	-	C, E, F	A, B, D, F, G, H, I	-
A (re)construção de conhecimentos matemáticos proposta no curso pode ser importante para estudos futuros.	-	-	-	B, C, E	A, D, F, G, H, I	-
Utilizar o ambiente Moodle foi fácil.	-	-	C	E	A, B, D, F, G, H, I	
As tutorias foram significativas para sua aprendizagem, retirando suas possíveis dúvidas.	-	-	A, C, F	E, I	D, G, H	B

Fonte: Elaboração própria.

As alternativas relacionadas ao curso foram, de modo geral, bem avaliadas. Receberam nota 3 as afirmativas sobre proposta metodológica (participante F) e sobre utilização do Moodle (participante C). Entende-se que a participante F ainda se referia as apostilas construídas, uma vez que sua justificativa (Figura 71) apresenta apenas insatisfação

quanto a estas. Já a participante C atribuiu sua nota à utilização do Moodle devido à problemas técnicos, como mostra a figura 72.

Figura 72 – Justificativa da participante C – questão 2 de Q5

2. O espaço a seguir é para comentários relacionados a qualquer afirmativa acima. Caso tenha assinalado a coluna 1, 2 ou 3 para alguma das afirmativas, por favor, mencione os motivos que levaram a essa opção.

*O ambiente do moodle não foi fácil pois várias vezes o site entrava em manutenção, eu caía e não apresentava erro no login.*

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No que se refere às tutorias, foram consideradas apenas as notas dadas pelas participantes B e G, uma vez que as demais participantes não utilizaram tal possibilidade. A participante B não quis atribuir nota a esta afirmativa. No entanto, em outro momento do questionário, B afirma que suas dúvidas foram sanadas pela pesquisadora (Figura 73); já a participante G atribuiu nota 5 a esta afirmativa. Diante dos fatos apresentados, considera-se que as tutorias cumpriram seu objetivo.

Figura 73 – Justificativa da participante B – questão 2 de Q5

*Em relação aos conteúdos eu não tive dúvidas (as apostilas foram muito bem explicadas), tive dificuldade em alguns exercícios, mas com a ajuda da professora do curso consegui tirar minhas dúvidas.*

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ressalta-se que, em muitos momentos, por meio do grupo do WhatsApp, a pesquisadora questionava as participantes quanto a existência de dúvidas, incentivando que as mesmas solicitassem tutorias. Ainda assim, a busca por essa possibilidade foi baixa. Considera-se, pelos dados obtidos no pré e no pós-teste, que seria necessária uma maior procura por tutorias para a retirada de dúvidas.

A terceira questão de Q5 solicitava o motivo que levou as participantes a acessar os materiais complementares (vídeos, *applets* e *sites*), caso tivesse ocorrido. As participantes A,

G e H não responderam a esta questão. A figura 74 mostra a resposta de B, que reflete uma perspectiva geral apresentada nas falas das participantes respondentes.

Figura 74 – Resposta da participante B – pergunta 3 de Q5

3. Caso você tenha acessado algum material complementar (vídeos, applets e sites), o fez para auxiliar na (re)construção do saber do conteúdo correspondente ou por algum outro motivo (por exemplo, curiosidade em relação ao material apresentado)? Comente sua resposta.

*Eu acessei os vídeos e sites com o objetivo de complementar o conteúdo das apostilas e fazer um maior proveito do curso.*

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na quarta questão de Q5 indagou-se se as participantes possuíam alguma dúvida em relação ao conteúdo abordado, antes da participação do curso. As participantes A, B e E responderam negativamente. Tal fato não condiz com os dados do pré-teste. Segundo Irias et al. (2011), os alunos, em geral, não têm ciência de suas reais dificuldades.

Os tópicos apresentados como dúvida pelos respondentes, ainda na quarta questão de Q5, foram a construção e análise de gráficos e a Função Afim. A figura 75 apresenta as respostas das participantes para esta pergunta.

Figura 75 – Respostas das participantes C e D – pergunta 4 de Q5

4. Você apresentava dúvidas em relação a algum(ns) conteúdos dos tópicos abordados no curso? (✓) sim ( ) não

Caso afirmativo, qual(is) era(m) esse(s) tópico(s)?

**Participante C**

*Construção e análise de gráficos.*

---

**Participante D**

*Eu nem sabia antes o que era a função afim.*

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na quinta e última questão, pediu-se que citassem pontos positivos e negativos relacionados ao curso e que deixassem sugestões para melhoria do mesmo. Entre os pontos positivos destacados pelas participantes, exemplificados pela fala de E e I (Figura 76), estão as seguintes características do curso: i) proporcionador de base matemática; ii) de fácil

entendimento; iii) prático; iv) linguagem clara, e v) possuir apostilas bem detalhadas com bastante exemplos e de fácil compreensão. O único ponto negativo ressaltado pelas participantes foi o fato do curso não ser presencial (Figura 76).

Figura 76 – Resposta da participante E e I – pergunta 5 de Q5

5. Aponte pontos positivos e negativos do curso ministrado e deixe suas sugestões para melhoria do mesmo.

**Participante E**

Positivo: Como já mencionado, o curso auxilia em algumas matérias, e nos faz lembrar conteúdos antigos.

Negativo: Para mim, o ponto negativo está relacionado com o fato de o curso ser a distância, pois é um conteúdo difícil e sendo a distância dificulta ainda mais.

Uma sugestão seria o curso presencial, ou um semi-presencial.

---

**Participante I**

O curso é de prático acesso, somos bem auxiliados em nossas dúvidas. Apostilas fáceis para a compreensão.

Um ponto negativo é que infelizmente não temos ninguém para explicar o conteúdo, apesar de sempre podermos tirar nossas dúvidas.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os pontos positivos ressaltados, segundo Behar (2009) e Silva e Spanhol (2014), são fundamentais para o sucesso da EaD e mostram que, na percepção das participantes, o curso foi bem elaborado. O desenvolvimento do mesmo requereu horas de estudo, de preparo e de ajustes, sempre tendo em vista o público-alvo e o fato de que o mesmo ocorreria a distância. Assim, os dados obtidos apontam que o esforço empreendido foi bem-sucedido.

A resistência a EaD, evidenciada pelas participantes, já era esperado. Muitos pesquisadores, como Uller (2012), Capeletti (2014) e Palaro e Lameza (2014), ressaltam que a educação presencial ainda é a maior tendência dos alunos uma vez que estes já estão acostumados a essa modalidade de ensino.

Ainda observando os dados levantados em Q5, foi possível responder à questão de pesquisa. Considera-se que, apesar da resistência em relação ao curso ser à distância, a percepção dos licenciandos sobre a proposta do curso foi positiva, sendo esta considerada importante por sua contribuição na recordação de conteúdos requisitados nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Deu-se início à pesquisa promovida com a leitura de textos sobre Função Afim, elaboração de materiais didáticos para EaD, metodologia Análise de Erros e Obstáculos Epistemológicos. Diante dos levantamentos realizados foram desenvolvidos e selecionados os materiais necessários à realização do curso proposto. Além disso, elaboraram-se os instrumentos de coleta de dados: questionários, pré e pós-teste.

Com exceção dos questionários e do pré-teste, os demais itens desenvolvidos e selecionados foram submetidos a teste exploratório. O referido teste foi promovido com um grupo de cinco licenciandos matriculados em Monografia I da Licenciatura em Matemática do IFFluminense *campus* Campos Centro. O mesmo foi de grande importância, uma vez que possibilitou reformulações e ajustes nas apostilas elaboradas. Em sequência, foram inseridos, na plataforma Moodle, todos os materiais que compunham o curso.

Participaram do curso nove licenciandas em Ciências de uma Instituição Federal de Educação, matriculadas em Cálculo I em regime de dependência. Estas responderam, inicialmente, a um questionário para levantamento de perfil e ao pré-teste, que buscou verificar os conhecimentos prévios sobre Função Afim. O objetivo geral da pesquisa foi analisar a percepção das participantes em relação à contribuição do curso promovido. Após o desenvolvimento do curso, aplicou-se o pós-teste com o intuito de verificar a compreensão dos tópicos abordados, e um questionário visando captar a percepção das participantes.

Durante a experimentação da presente pesquisa foi proporcionado às participantes, que já haviam feito outros cursos a distância, um novo contato com a EaD considerado positivo pelas mesmas, apesar de ainda ser forte a preferência pelo ensino presencial.

A análise do pré-teste apontou que as participantes possuíam inúmeras dificuldades relacionadas à Função Afim. Já o pós-teste mostrou melhora quanto ao número de acertos nas questões quando comparado ao pré-teste; no entanto, algumas dificuldades em relação ao tema ainda foram evidenciadas. Percebeu-se, também, que houve grande diminuição do número de questões sem resolução, o que indica que as participantes se sentiram confiantes para tentar solucionar as questões propostas após a participação no curso. Em ambos os testes, foi possível identificar Obstáculos Epistemológicos relacionados à Função Afim, a partir da análise de erros de conceito dos alunos.

Os dados obtidos permitiram identificar a percepção das licenciandas sobre as contribuições do curso promovido, o que responde à questão de pesquisa levantada. De modo

geral, considera-se que a percepção foi positiva visto que o curso foi considerado importante para a (re)construção de conceitos básicos, necessários a estudos futuros.

No decorrer da pesquisa, surgiram dificuldades relacionadas à: i) escolha de qual definição de Função Afim seria adotada, e ii) seleção de materiais que se adequassem às definições adotadas e às propostas do curso.

Entende-se que a presente pesquisa pode contribuir para a construção de uma nova visão dos professores em relação aos erros dos alunos. A proposta de curso apresentada torna-se uma sugestão para auxiliar os alunos na superação de dificuldades relacionadas à Função Afim. Além disso, as pesquisas realizadas e o relato de experiência contribuem para a criação de novas propostas de cursos em EaD.

Em particular, a pesquisa contribuiu de diversas formas para a formação da pesquisadora, permitindo que esta: i) aprofundasse seus conhecimentos sobre Função Afim, Análise de Erros e Obstáculos Epistemológicos; ii) compreendesse o processo de elaboração de apostilas para EaD, testes e questionários; iii) adquirisse experiência em estruturar e ministrar um curso a distância, e iv) aprimorasse as habilidades de pesquisa, leitura e escrita.

No desenvolvimento de trabalhos semelhantes, sugere-se começar o curso no início da disciplina de Cálculo I, com o apoio do professor da turma. De tal modo, os participantes poderão utilizar os conhecimentos adquiridos no curso de forma mais efetiva.

Para novos estudos, propõe-se a promoção de pesquisas, semelhantes à descrita, que focalizem outros tópicos matemáticos. Além disso, é possível aplicar o curso proposto neste trabalho a outros grupos de alunos, identificando novos resultados.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: UFPR, 2007.

ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. *Cálculo*. 10. ed. v. 1. Porto Alegre: Bookman, 2014.

AZAMBUJA, C. R. J.; SILVEIRA, F. A. R.; GONÇALVES, N. S. Tecnologias síncronas e assíncronas no ensino de cálculo diferencial e integral. In: CURY, H. N. (Org.). *Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores: reflexões, relatos, propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 225- 243.

BACHELARD, G. *A Formação do Espírito Científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. 5ª reimpressão. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

BASTOS, A. S. A. M. Resolução De Problemas: analisando os erros de matemática no contexto de física elétrica. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA (CIBEM), 7., 2013, Montevideo, *Anais...* Uruguai: CIBEM. Disponível em: <<http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/661.pdf>>. Acesso em: 20 ago. 2015

BEHAR, P. A. (Org.). *Modelos Pedagógicos em educação a distância*. Porto Alegre: Artmed, 2009.

BIANCHINI, B. L; PUGA, L. Z. Função: Diagnosticando registros de representação semiótica. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2004, São Paulo. *Anais...* São Paulo: FACULDADE DE EDUCAÇÃO – USP, 2004. Disponível em: <[http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais\\_VII\\_EPEM/co.html](http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/co.html)>. Acesso em: 21 jan. 2015.

BORTOLI, M. F. *Análise de erros em matemática: um estudo com alunos de ensino superior*. 2011. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2011. Disponível em: <<http://sites.unifra.br/Portals/13/Disserta%C3%A7%C3%B5es/2011/Marcelo%20de%20Freitas%20Bortoli.pdf>>. Acesso em: 21 jan. 2015.

BRASIL. Decreto n° 5.622, de 19 de dezembro de 2005. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/dec\\_5622.pdf](http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/dec_5622.pdf)>. Acesso em: 19 fev.2014.

CAPELETTI, A. M. Ensino a Distância – desafios encontrados por alunos do Ensino Superior. *Revista Eletrônica Saberes da Educação*. v.5, n.1. 2014. Disponível em: <<http://docplayer.com.br/2628767-Ensino-a-distancia-desafios-encontrados-por-alunos-do-ensino-superior.html>>. Acesso em: 29 out. 2015.

CASAGRANDE, S. M.; ZANETTE, E. N. A Monitoria Online na Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II no Curso de Engenharia de Produção da UNESC. *Revista Iniciação Científica*, v. 12, n. 1, 2014, Criciúma, Santa Catarina. Disponível em: <<http://periodicos.unesc.net/iniciacaoocientifica/article/view/1645>>. Acesso em: 20 jun. 2016.

CAVASOTTO, M. *Dificuldades na aprendizagem de Cálculo: o que os erros cometidos pelos alunos podem informar*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <[http://tede.pucrs.br/tde\\_busca/arquivo.php?codArquivo=3087](http://tede.pucrs.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=3087)>. Acesso em: 21 jan. 2015.

COSTA, M. A. F; COSTA, M. F. B. *Projeto de Pesquisa: entenda e faça*. 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

CURY, H. N. “Professora, eu só errei um sinal!”: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In: CURY, H. N. (Org.). *Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores: reflexões, relatos, propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p.111-138.

\_\_\_\_\_. *Análise de erros: o que aprendemos com as repostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

\_\_\_\_\_; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. A análise de erros como metodologia de investigação. In: ProfMat2009, 2009, Viana do Castelo. *Anais*. Lisboa: APM, 2009. p. 1-12. Disponível em: <[http://www.apm.pt/files/142359\\_CO\\_Cury\\_Bisognin\\_Bisognin\\_4a36c5d50a09a.pdf](http://www.apm.pt/files/142359_CO_Cury_Bisognin_Bisognin_4a36c5d50a09a.pdf)>. Acesso em: 21 jan. 2015.

\_\_\_\_\_; CASSOL, M. Análise de Erros em Cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. *Acta Scientiae*, Canoas: ULBRA, v.6, n. 1, 2004, p. 27-36, jan./jun. 2004. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/viewFile/128/116>>. Acesso em: 21 jan. 2015.

DANTE, L. R. *Matemática*. 2. ed. v.1. São Paulo: Ática, 2013.

D’AMORE, B. *Elementos de Didática Matemática*. 2.ed. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

DIAS, J. C. S. *O Uso de Tecnologias no Ensino da Função Afim*. 2015. 20f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática para a Educação Básica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/134100>>. Acesso em: 27 set. 2015.

FONSECA, V. G. *O Uso de Tecnologias no Ensino Médio: a integração de Mathlets no ensino da Função Afim*. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/36%20Vilmar%20Fonseca.pdf>>. Acesso em: 13 fev. 2016.

GUEDES, J. F. *Produção de Material Didático para EaD no Curso de Licenciatura em Matemática: o caso da UAB/IFCE*. Dissertação (Mestrado em Educação Brasileira) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/3098>>. Acesso em: 21 ago. 2015.

GOMES, K.; SILVA, L. R. C. *Ensino de Funções em Ambiente Virtual de Aprendizagem: Uma Proposta para um Curso de Pré-Cálculo*. 2014. 98f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro, Campos dos Goytacazes, 2014.

HACK, J. R. Linguagem virtual e audiovisual na EaD. In: TAFNER, E. P. et al., (Org.). *Produção de materiais autoinstrutivos para a Educação a Distância*, Indaial: Asselvi, v. 1, 2010. p. 59-87.

HALLET, D. H. et al., *Cálculo e aplicações*. São Paulo: Edgard Blücher, 1999.

HOFFMANN, L. D.; BRADLEY, G. L. *Cálculo: um curso moderno e suas aplicações*. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

IEZZI, G. et al. *Matemática: ciência e aplicações*. 7. ed. v.1. São Paulo: Saraiva, 2013.

IGLIORI, S. B. C. A Noção de “Obstáculo Epistemológico” e a Educação Matemática. In: MACHADO, S. de A. et al. *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999. p. 89-113.

IRIAS, D. F. et al. Cálculo Diferencial e Integral: analisando as dificuldades dos alunos de um curso de licenciatura em matemática. *Revista de Educação Matemática da UFOP*, v.1, 2011. Disponível em <<http://www.cead.ufop.br/jornal/index.php/redumat/article/view/343>>. Acesso em: 21 jan. 2015.

KESSLER, M.C. Produzindo material didático em multimídia para os estudantes de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 36., 2008, São Paulo. *Anais...* São Paulo – São Paulo: CONBENGE, 2008.

\_\_\_\_\_. Em busca de respostas para as repetências sucessivas no cálculo diferencial. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 39., 2011, Blumenau. *Anais...* Blumenau – Santa Catarina: CONBENGE, 2011.

\_\_\_\_\_. Em busca da diminuição dos índices de repetência no cálculo diferencial: a experiência da UNISINOS. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 41., 2013, Gramado. *Anais...* Gramado – Rio Grande do Sul: CONBENGE, 2013. Disponível em: <[http://www.fadep.br/engenharia-eletrica/congresso/pdf/117863\\_1.pdf](http://www.fadep.br/engenharia-eletrica/congresso/pdf/117863_1.pdf)>. Acesso em: 26 jan. 2015.

KONRATH, M. L. P.; TAROUCO, L. M. R.; BEHAR, P.A. Competências: desafios para alunos, tutores e professores da EAD. In: *Revista Novas Tecnologias na Educação (RENTE)*, v. 7, n. 1, p. 1-10, 2009.

LEANDRO, M. C. S. G. *Material Didático em Matemática para EaD: especificidades, limitações e necessidades*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2011.

LEITHOLD, L. *O Cálculo com Geometria Analítica*. 3. ed. v.1. São Paulo: Harbra Ltda, 1994.

LEONARDO, F. M. *Conexões com a Matemática*. 2. ed., v.1. São Paulo: Moderna, 2013.

LIMA, E. L. et al. *A Matemática do Ensino Médio*. 10. ed., v.1. Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática: Rio de Janeiro, 2012.

MOODLE. *Features*. 2014. Disponível em: <<https://docs.moodle.org/29/en/Features>>. Acesso em: 26 jan. 2015.

MOREIRA, H; CALEFFE, L. G. *Metodologia da Pesquisa para o Professor Pesquisador*. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MÜLLER, T. J. *Objetos de Aprendizagem Multimodais e Ensino de Cálculo: uma proposta baseada em análise de erros*. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015

NASCIMENTO, A. F.M.; LASSANCE, R. Avaliação de projetos e atividades universitárias: referenciando a prática. *Revista Brasileira Extensão Universitária*, v. 2, n. 2, p. 63-120, 2004.

NARDIN, A.C. de; FRUET, F. S. O.; BASTOS, F. P. de. Potencialidades tecnológicas e educacionais em ambiente virtual de ensino-aprendizagem livre. *Revista Novas Tecnologias na Educação (RENOTE)*, v.7, n.3, dez. 2009. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/13582/8847>>. Acesso em: 26 jan. 2015.

NOGUEIRA, M. L. *Reflexões sobre Elaboração de Material Didático para Educação a Distância: uma experiência CEAD-UNIRIO*. Dissertação (Mestrado em Design) – PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <[http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/20978/20978\\_1.PDF](http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/20978/20978_1.PDF)>. Acesso em: 21 ago. 2015.

NYKAMP, D. Q. *The linear function*, s.d. Disponível em: <[http://mathinsight.org/linear\\_function\\_one\\_variable](http://mathinsight.org/linear_function_one_variable)>. Acesso em: 13 ago. 2016.

OLIVEIRA, E. G. *Educação a Distância na Transição Paradigmática*. 3. ed. São Paulo: Papyrus, 2003.

PAIVA, M. *Matemática 1*. 2. ed. v.1. São Paulo: Moderna, 2013.

PALARO, C. P. S.; LAMEZA, J. O. *Alteridade e Autoria no Cenário da EaD: a construção do discurso do professor conteudista na produção de material didático*. In: CONGRESSO INTERNACIONAL ABED DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA (CIAED), 20., 2014. *Anais...* Curitiba, 2014. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/hotsite/20-ciaed/pt/anais/pdf/331.pdf>>. Acesso em: 24 ago. 2015.

PEREIRA, J. C. *(Re)Construção de Saberes Matemáticos: Uma Proposta de Curso de Pré-Cálculo no Moodle*. 2014. 88f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro, Campos dos Goytacazes, 2014.

PEREIRA, R. S. G.; DAMIN, W.; SILVA, A. P. A Aprendizagem do Conceito de Função Afim com o Auxílio Software Geogebra. *Revista Dynamis*, FURB, Blumenau, v. 20, n. 2, p. 57–73, 2014.

PEREIRA FILHO, A. D. *Análise de Erros Produzidos por Estudantes de um Curso de Engenharia Civil na Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I*. 2012. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2012. Disponível em: <<http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/162>>. Acesso em: 22 jan. 2015.

PIRES, R. F.; SILVA, B. A. Concepções de Função de Estudantes do Ensino Médio e Superior. IN: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIAEM), 15., 2015. *Anais...* México, 2015. Disponível em: < [http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv\\_ciaem/xiv\\_ciaem/paper/viewFile/124/92](http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/124/92)>. Acesso em: 23 ago. 2015.

PONTE, J. P. Estudos de Caso em Educação Matemática. *Bolema*, n.25, p.105-132, 2006. Disponível em: <[http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3007/1/06-Ponte\(BOLEMA-Estudo%20de%20caso\).pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3007/1/06-Ponte(BOLEMA-Estudo%20de%20caso).pdf)>. Acesso em: 18 jun. 2015.

POSSOLLI, G. E.; CURY, P. Q. Reflexões sobre a elaboração de materiais didáticos para educação a distância no Brasil, In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (EDUCERE), 9.; Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia, 3., 2009, Paraná. *Anais...* Paraná: PUCPR, 2009, p. 3447-3462.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico*. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

ROGAWSKI, J. *Cálculo*. 1. ed. v.1. Porto Alegre: Bookman, 2009.

RUMMEL, J. F., *Introdução aos procedimentos de pesquisa em educação*. 4. ed. Porto Alegre: Globo, 1981.

SILVA, A. R. L.; SPANHOL, F. J. Diretrizes para Elaboração de Material Didático na Educação a Distância, In: CONGRESSO INTERNACIONAL ABED DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA (CIAED), 20., 2014. *Anais...* Curitiba, 2014. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/hotsite/20-ciaed/pt/anais/pdf/168.pdf>>. Acesso em: 22 ago. 2015.

SIMMONS, G. F. *Cálculo com Geometria Analítica*. v.1. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

SIERPINSKA, A. On understand the notion of function. In: *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*. HAREL, G.; DUBINSKY, E. (Orgs.). Washington: Mathematical Association of America, 1992. p. 25-58,

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. S. V. *Matemática: Ensino Médio*. 8. ed. v. 1. São Paulo: Saraiva, 2013.

SOUSA, G. A. et al. A Transição do Ensino Médio para o Superior: Dificuldades em Problemas de Taxas Relacionadas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. *Anais...* Curitiba – Paraná: *Sociedade Brasileira de Matemática*, 2013, p. 1-16. Disponível em: <[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1421\\_814\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1421_814_ID.pdf)>. Acesso em: 26 jan. 2015.

SOUZA, J. *Novo olhar: Matemática*. 2. ed. v.1. São Paulo: FTD, 2013.

STEWART, J. *Cálculo*. 7. ed. v. 1. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

SWOKOWSKI, E. W. *Cálculo com Geometria Analítica*. 2. ed. v.1. São Paulo: Makron Books, 1994.

TEIXEIRA, L. R. M. A Análise de Erros: uma perspectiva cognitiva para compreender o processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos. *Nuances*, v. 3, setembro, 1997. Disponível em: <<http://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/56/56>>. Acesso em: 05 ago. 2015.

TORRACA, M.; ALVES, G.; DIAS, P.; NASSER, L. Preparando para a aprendizagem de cálculo: funções e geometria no ensino médio. In: COMITÉ LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA A. C., 26., 2013, México. *Acta...* México, 2013, p. 1741-1749. Disponível em: <<http://funes.uniandes.edu.co/4481/>>. Acesso em: 14 dez. 2014.

ULLER, L. A. S. Educação no Ciberespaço: EaD – possibilidades e contradições. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL DE ESTUDOS LINGUÍSTICOS E LITERÁRIOS, 2.; Colóquio de Estudos Linguísticos e Literários, 5., 2012, Maringá. *Anais...* Paraná: Universidade Federal de Maringá, 2012. p.2867-2877.

WIER, M. D.; HASS, F.R.G. *Cálculo George B. Thomas Jr.* v.1. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

WISSMANN, L. D. M.; MARKS, S. R. *Produção de Materiais Didáticos para EaD*. Rio Grande do Sul: Unijuí, 2008. Disponível em: <<http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/250/Produ%C3%A7%C3%A3o%20de%20materiais%20did%C3%A1ticos%20para%20EaD.pdf?sequence=1>> Acesso em: 20 ago. 2015.

## **APÊNDICES**

**APÊNDICE A: Q1**  
**TERMO DE CONSENTIMENTO**

Prezado(a) aluno(a) da Licenciatura em Matemática:

Sou licencianda em Matemática, do IFFluminense *campus* Campos Centro, e estou realizando uma pesquisa sob orientação das professoras Silvia Cristina Freitas Batista e Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo, cujo objetivo é analisar a percepção de alunos do curso de Licenciatura em Ciências sobre a contribuição de um curso, estruturado no Moodle, destinado ao estudo de Função Afim, necessário para as disciplinas de Cálculo.

Para a referida pesquisa, solicito a sua participação. Esta envolverá responder questionários e avaliar os materiais do curso “Ensino de Função Afim: uma proposta para um curso de pré-cálculo no Moodle”.

Esclareço que sua participação nesse estudo é voluntária e se decidir não participar ou desistir em algum momento durante a realização das ações, terá absoluta liberdade de fazê-lo. Na publicação dos resultados desta pesquisa, sua identidade será mantida no mais rigoroso sigilo. Serão omitidas todas as informações que permitam identificá-lo(a). Você não terá nenhum gasto nem ganho financeiro por participar da pesquisa. Com sua participação, você estará contribuindo para a compreensão do fenômeno estudado e para a produção de conhecimento científico.

Quaisquer dúvidas relativas à pesquisa poderão ser esclarecidas por mim, pessoalmente ou por meio do e-mail vanderlane.monografia@gmail.com, ou pelas minhas orientadoras, por meio dos e-mails silviac@iff.edu.br, clvra@iff.edu.br ou pessoalmente, no IFFluminense campus Campos Centro.

Atenciosamente,

\_\_\_\_\_  
Vanderlane Andrade Florindo

Eu, \_\_\_\_\_,  
**consinto em participar da pesquisa acima descrita, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido. Declaro ter recebido uma cópia deste termo de consentimento.**  
Assinatura: \_\_\_\_\_  
Campos dos Goytacazes, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2015.



TECNOLOGIA  
COMUNICAÇÃO  
EDUCAÇÃO  
IFF - Campus Campos Centro



## PERFIL DOS PARTICIPANTES – TESTE EXPLORATÓRIO

Os dados coletados por meio deste questionário são para fins de uma pesquisa educacional promovida por Vanderlane Andrade Florindo, aluna da licenciatura em Matemática do IF Fluminense *campus* Campos Centro, sob orientação das professoras Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo e Silvia Cristina Freitas Batista. As informações fornecidas serão tratadas somente para essa finalidade e sua identidade será mantida em sigilo.

1. Idade: \_\_\_\_\_
2. Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino
3. Na escala abaixo, na qual 5 é a avaliação mais alta, assinale a opção que caracteriza a sua visão sobre a relevância do uso de tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem.

( ) 0 ( ) 1 ( ) 2 ( ) 3 ( ) 4 ( ) 5

4. Já participou de algum curso a distância? ( ) sim ( ) não

4.1 Caso tenha respondido positivamente à questão 4, você classificaria a sua experiência como: ( ) ótima ( ) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima

4.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida:

---



---



---

5. Já utilizou a plataforma Moodle? ( ) sim ( ) não

5.1 Caso tenha respondido positivamente à questão 5, você classificaria a sua experiência de uso dessa plataforma como:

( ) ótima ( ) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima

5.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida:

---



---



---

## APÊNDICE B: Q2 Q2-I



### Teste exploratório da apostila “**Função Afim: definição e representação gráfica**”

Sobre a apostila “**Função Afim: definição e representação gráfica**”, assinale, para cada afirmativa, a coluna que considerar mais adequada, sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

Afirmativas sobre a apostila	Opções				
	1	2	3	4	5
1. O título está adequado.					
2. Apresenta o conteúdo corretamente.					
3. A apostila apresenta o conteúdo de forma clara.					
4. A linguagem utilizada é adequada a alunos do Ensino Superior.					
5. A organização dos conteúdos é relevante para a aprendizagem do conteúdo.					
6. O <i>layout</i> da apostila (estrutura, imagens, cores, fontes, etc.) elaborada é visualmente agradável e motivador.					
7. A simulação de diálogos com o aluno, por meio de <i>emoticons</i> , contribui para o entendimento dos tópicos abordados.					
8. Os exemplos e exercícios resolvidos apresentam, adequadamente, as estratégias de raciocínio matemático necessários para o entendimento da resolução.					
9. A apostila favorece a autonomia do aluno, facilitando a aprendizagem do tema na modalidade a distância.					
10. Os exercícios englobam todos os conteúdos apresentados na apostila.					
11. O nível dos exercícios está adequado a alunos ingressantes no Ensino Superior.					



## Q2-II



Teste exploratório da apostila

**“Estudo dos Parâmetros da Função Afim e dos Coeficientes da Reta”**

Sobre a apostila **“Estudo dos Parâmetros da Função Afim e dos Coeficientes da Reta”**, assinale, para cada afirmativa, a coluna que considerar mais adequada, sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

Afirmativas sobre a apostila	Opções				
	1	2	3	4	5
1. O título está adequado.					
2. Apresenta o conteúdo corretamente.					
3. A apostila apresenta o conteúdo de forma clara.					
4. A linguagem utilizada é adequada a alunos do Ensino Superior.					
5. A organização dos conteúdos é relevante para a aprendizagem do conteúdo.					
6. O <i>layout</i> da apostila (estrutura, imagens, cores, fontes, etc.) elaborada é visualmente agradável e motivador.					
7. A simulação de diálogos com o aluno, por meio de <i>emoticons</i> , contribui para o entendimento dos tópicos abordados.					
8. Os exemplos e exercícios resolvidos apresentam, adequadamente, as estratégias de raciocínio matemático necessários para o entendimento da resolução.					
9. A apostila favorece a autonomia do aluno, facilitando a aprendizagem do tema na modalidade a distância.					
10. Os exercícios englobam todos os conteúdos apresentados na apostila.					
11. O nível dos exercícios está adequado a alunos ingressantes no Ensino Superior.					



## Q2-III



Teste exploratório da apostila

**“Análise Gráfica da Função Polinomial do 1º. Grau”**

Sobre a apostila **“Análise Gráfica da Função Polinomial do 1º. Grau”**, assinale, para cada afirmativa, a coluna que considerar mais adequada, sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

Afirmativas sobre a apostila	Opções				
	1	2	3	4	5
1. O título está adequado.					
2. Apresenta o conteúdo corretamente.					
3. A apostila apresenta o conteúdo de forma clara.					
4. A linguagem utilizada é adequada a alunos do Ensino Superior.					
5. A organização dos conteúdos é relevante para a aprendizagem do conteúdo.					
6. O <i>layout</i> da apostila (estrutura, imagens, cores, fontes, etc.) elaborada é visualmente agradável e motivador.					
7. A simulação de diálogos com o aluno, por meio de <i>emoticons</i> , contribui para o entendimento dos tópicos abordados.					
8. Os exemplos e exercícios resolvidos apresentam, adequadamente, as estratégias de raciocínio matemático necessários para o entendimento da resolução.					
9. A apostila favorece a autonomia do aluno, facilitando a aprendizagem do tema na modalidade a distância.					
10. Os exercícios englobam todos os conteúdos apresentados na apostila.					
11. O nível dos exercícios está adequado a alunos ingressantes no Ensino Superior.					



## Q2-IV



Teste exploratório da apostila

**“Estudo de Retas: posição relativa entre duas retas no plano”**

Sobre a apostila **“Estudo de Retas: posição relativa entre duas retas no plano”**, assinale, para cada afirmativa, a coluna que considerar mais adequada, sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

<b>Opções</b>	1	2	3	4	5
<b>Afirmativas sobre a apostila</b>					
1. O título está adequado.					
2. Apresenta o conteúdo corretamente.					
3. A apostila apresenta o conteúdo de forma clara.					
4. A linguagem utilizada é adequada a alunos do Ensino Superior.					
5. A organização dos conteúdos é relevante para a aprendizagem do conteúdo.					
6. O <i>layout</i> da apostila (estrutura, imagens, cores, fontes, etc.) elaborada é visualmente agradável e motivador.					
7. A simulação de diálogos com o aluno, por meio de <i>emoticons</i> , contribui para o entendimento dos tópicos abordados.					
8. Os exemplos e exercícios resolvidos apresentam, adequadamente, as estratégias de raciocínio matemático necessários para o entendimento da resolução.					
9. A apostila favorece a autonomia do aluno, facilitando a aprendizagem do tema na modalidade a distância.					
10. Os exercícios englobam todos os conteúdos apresentados na apostila.					
11. O nível dos exercícios está adequado a alunos ingressantes no Ensino Superior.					



## Q2-V



Teste exploratório da apostila

**“Função Definida por Partes: sentenças dadas por leis de Funções Afins”**

Sobre a apostila **“Função Definida por Partes: sentenças dadas por leis de Funções Afins”**, assinale, para cada afirmativa, a coluna que considerar mais adequada, sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

Afirmativas sobre a apostila	Opções				
	1	2	3	4	5
1. O título está adequado.					
2. Apresenta o conteúdo corretamente.					
3. A apostila apresenta o conteúdo de forma clara.					
4. A linguagem utilizada é adequada a alunos do Ensino Superior.					
5. A organização dos conteúdos é relevante para a aprendizagem do conteúdo.					
6. O <i>layout</i> da apostila (estrutura, imagens, cores, fontes, etc.) elaborada é visualmente agradável e motivador.					
7. A simulação de diálogos com o aluno, por meio de <i>emoticons</i> , contribui para o entendimento dos tópicos abordados.					
8. Os exemplos e exercícios resolvidos apresentam, adequadamente, as estratégias de raciocínio matemático necessários para o entendimento da resolução.					
9. A apostila favorece a autonomia do aluno, facilitando a aprendizagem do tema na modalidade a distância.					
10. Os exercícios englobam todos os conteúdos apresentados na apostila.					
11. O nível dos exercícios está adequado a alunos ingressantes no Ensino Superior.					



## APÊNDICE C: Q3



### TESTE EXPLORATÓRIO DAS APOSTILAS

Tendo uma visão geral das apostilas, assinale, para cada afirmação, a coluna que considera mais adequada sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir e que NA significa não se aplica, devendo ser assinalado quando não se sentir capaz de avaliar a afirmativa apresentada.

Afirmativa	Opção					
	1	2	3	4	5	NA
1. Os tópicos abordados nas apostilas são suficientes para apresentar o conteúdo proposto em cada uma delas.						
2. A divisão dos conteúdos em cinco apostilas contribui para não tornar o estudo cansativo.						
3. A ordem da apresentação dos conteúdos, em cada apostila, facilita o estudo.						
4. A organização dos conteúdos, em cada apostila, facilita a navegação por entre os tópicos.						
5. Há coesão entre todos os materiais apresentados.						
6. Os conteúdos abordados nas apostilas incluíram, adequadamente, questões contextualizadas.						



## APÊNDICE D: Q4

### TERMO DE CONSENTIMENTO

Prezado(a) aluno(a) da Licenciatura em Ciências:

Sou licencianda em Matemática, do IFFluminense *campus* Campos Centro, e estou realizando uma pesquisa sob orientação das professoras Silvia Cristina Freitas Batista e Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo, cujo objetivo é analisar a percepção de alunos do curso de Licenciatura em Ciências sobre a contribuição de um curso, estruturado no Moodle, destinado ao estudo de Função Afim, necessário para as disciplinas de Cálculo.

Para a referida pesquisa, solicito a sua participação. Esta envolverá responder questionários, pré-teste, pós-teste e participar do curso “Ensino de Função Afim: uma proposta para um curso de pré-cálculo no Moodle”.

Esclareço que sua participação nesse estudo é voluntária e se decidir não participar ou desistir em algum momento durante a realização das ações, terá absoluta liberdade de fazê-lo. Na publicação dos resultados desta pesquisa, sua identidade será mantida no mais rigoroso sigilo. Serão omitidas todas as informações que permitam identificá-lo(a). Você não terá nenhum gasto nem ganho financeiro por participar da pesquisa. Com sua participação, você estará contribuindo para a compreensão do fenômeno estudado e para a produção de conhecimento científico.

Quaisquer dúvidas relativas à pesquisa poderão ser esclarecidas por mim, pessoalmente ou por meio do e-mail vanderlane.monografia@gmail.com, ou pelas minhas orientadoras, por meio dos e-mails silviac@iff.edu.br, clvra@iff.edu.br ou pessoalmente, no IFFluminense campus Campos Centro.

Atenciosamente,

---

Vanderlane Andrade Florindo

Eu, \_\_\_\_\_,

**consinto em participar da pesquisa acima descrita, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido. Declaro ter recebido uma cópia deste termo de consentimento.**

Assinatura: \_\_\_\_\_

Campos dos Goytacazes, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2015.



Perfil dos participantes do curso “Ensino de Função Afim: uma proposta para um curso de pré-cálculo no Moodle”

Nome: \_\_\_\_\_

6. Idade: \_\_\_\_\_

7. Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino

8. Ano de conclusão do Ensino Médio: \_\_\_\_\_

9. Seu contato com o conteúdo de Função afim se deu:

( ) somente no Ensino Fundamental

( ) somente no Ensino Médio

( ) no Ensino Fundamental e no Ensino Médio

( ) tive contato mas não recordo em que níveis de ensino

( ) não tive contato com este conteúdo

10. Trabalha? ( ) sim ( ) não

11. Possui acesso à Internet em sua residência? ( ) sim ( ) não

12. Caso tenha respondido afirmativamente à pergunta 6, como considera a qualidade do sinal de Internet? ( ) ótimo ( ) bom ( ) regular ( ) ruim ( ) péssimo

13. Já participou de algum curso a distância? ( ) sim ( ) não

8.1. Caso tenha respondido positivamente à questão 8, você classificaria a sua experiência como: ( ) ótima ( ) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima

8.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida:

---



---

9. Já utilizou a plataforma Moodle? ( ) sim ( ) não

9.1. Caso tenha respondido positivamente à questão 9, você classificaria a sua experiência de uso dessa plataforma como:

( ) ótima ( ) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima

9.1.1 Por favor, justifique a opção escolhida:

---



---

## APÊNDICE E: Q5

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

1. Assinale, para cada afirmação, a coluna que considera mais adequada sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir e que NA significa não se aplica, devendo ser assinalado quando não se sentir capaz de avaliar a afirmativa apresentada.

<b>Opção</b>	1	2	3	4	5	NA
<b>Afirmativa</b>						
A proposta metodológica adotada no curso foi adequada.						
Os tópicos abordados são relevantes						
As apostilas elaboradas apresentam o conteúdo corretamente e de forma clara.						
O <i>layout</i> das apostilas (estrutura, imagens, cores, fontes, etc.) elaboradas é visualmente agradável e auxiliou na compreensão dos tópicos abordados.						
Os <i>applets</i> abordam o conteúdo de forma correta e clara.						
Os <i>applets</i> contribuíram para sua compreensão sobre o conteúdo abordado.						
Os vídeos abordam o conteúdo de forma correta e clara.						
Os vídeos contribuíram para sua compreensão sobre o conteúdo abordado.						
O <i>site</i> sobre função afim, cujo link foi disponibilizado no tópico 14, aborda o conteúdo de forma correta e clara.						
O <i>site</i> sobre função afim, cujo link foi disponibilizado no tópico 14, contribuiu para sua compreensão sobre o conteúdo abordado.						
As lições, apresentadas ao final de cada tópico, abordam o conteúdo de forma correta e clara.						
As lições, apresentadas ao final de cada tópico, contribuíram para sua compreensão sobre o conteúdo abordado.						
As tutorias foram significativas para sua aprendizagem, retirando suas possíveis dúvidas.						
Utilizar o ambiente Moodle foi fácil.						
O curso apresentado foi importante para sua aprendizagem.						
A proposta de cursos com essa finalidade é importante.						
A (re)construção de conhecimentos matemáticos proposta no curso pode ser importante para estudos futuros.						

2. O espaço a seguir é para comentários relacionados a qualquer afirmativa acima. Caso tenha assinalado a coluna 1, 2 ou 3 para alguma das afirmativas, por favor, mencione os motivos que levaram a essa opção.

---

---

---

---

---

---

---

---

3. Caso você tenha acessado algum material complementar (vídeos, applets e sites), o fez para auxiliar na (re)construção do saber do conteúdo correspondente ou por algum outro motivo (por exemplo, curiosidade em relação ao material apresentado)? Comente sua resposta.

---

---

---

4. Você apresentava dúvidas em relação a algum(ns) conteúdos dos tópicos abordados no curso?

( ) sim ( ) não

Caso afirmativo, qual(is) era(m) esse(s) tópico(s)?

---

---

---

5. Aponte pontos positivos e negativos do curso ministrado e deixe suas sugestões para melhoria do mesmo.

---

---

---

---

---

---

---

## APÊNDICE F: PRÉ-TESTE



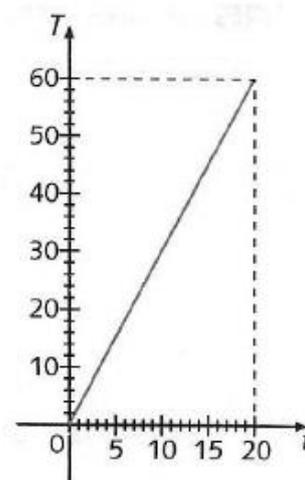
### Ensino de Função Afim: uma proposta para um curso de pré-cálculo no Moodle

Nome: \_\_\_\_\_ Data: 10/07/2015

1. Na pizzaria Qpizza, o rodízio custa R\$ 29,90 por pessoa, não importando se ela consome 1 fatia, 3 fatias, 9 fatias... Fernando foi a essa pizzaria.
  - a) Determine quanto Fernando pagou se consumiu 13 fatias de pizza.
  - b) Determine a lei que representa o valor a pagar ( $y$ ) em função do número de fatias de pizza ( $x$ ).

2. (PUC – RS. Adaptada.) Um determinado tipo de óleo foi aquecido a partir de  $0^\circ\text{C}$  até atingir  $60^\circ\text{C}$  e obteve-se o gráfico ao lado, da temperatura  $T$  em função do tempo  $t$ .

Determine o valor de  $T(3)$ .



3. (Unifor – CE. Adaptada.) O proprietário de uma loja distribuiu a tabela a seguir entre seus vendedores, para que eles pudessem, rapidamente, calcular o custo de peças iguais de roupa.

Número de peças ( $n$ )	Custo ( $C$ )
1	R\$ 30,00
2	R\$ 50,00
3	R\$ 70,00
4	R\$ 90,00

A função  $C$ , que relaciona o custo, em reais, com o número  $n$  de peças é representada por uma função afim? Justifique sua resposta.

4. Em uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , com  $y = f(x)$ , a taxa média de variação de  $y$  em relação a  $x$  é  $-2$  para qualquer intervalo de variação de  $x$ . Sabendo que o gráfico dessa função passa pelo ponto  $A(0, 5)$ , determine o ponto de intersecção desse gráfico com o eixo das abscissas.

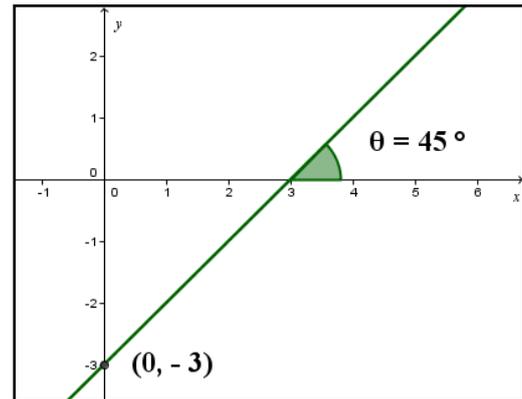
5. A partir da observação do gráfico da função  $g$ , representado na figura ao lado, determine:

a) o coeficiente angular da reta;

b) o coeficiente linear da reta;

c) o valor de  $x$ , tal que  $g(x) = -10$ ;

d)  $g(6)$ .



6. (UERJ – 2002 – modificada) Uma panela, contendo um bloco de gelo a  $-40^\circ\text{C}$ , é colocada sobre a chama de um fogão. A evolução da temperatura  $T$ , em grau Celsius, ao longo do tempo  $x$ , em minuto, é descrita pela seguinte função real:

$$T(x) = \begin{cases} 20x - 40, & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ 0, & \text{se } 2 \leq x \leq 10 \\ 10x - 100, & \text{se } 10 < x \leq 20 \\ 100, & \text{se } 20 < x \leq 40 \end{cases}$$

Qual a temperatura atingida em 15 minutos?

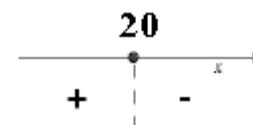
7. Dois barcos navegam durante um nevoeiro seguindo como orientação as retas  $r: 2x + 3y - 5 = 0$  e  $s: 6y - 9x - 2 = 0$ , num sistema de coordenadas cartesianas. Se ambos mantiverem suas trajetórias, pode-se afirmar que haverá colisão? Justifique sua resposta.

8. O quadro ao lado se refere ao estudo de sinais de uma função  $g$  polinomial do  $1^\circ$  grau:

a) Qual o zero de  $g$ ?

b)  $g$  é crescente ou decrescente?

c) Dê o sinal de  $g(10) \times g(-500)$ .



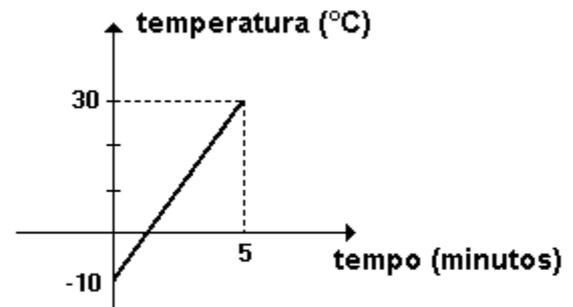
## APÊNDICE G: PÓS-TESTE



### Ensino de Função Afim: uma proposta para um curso de pré-cálculo no Moodle

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

- O restaurante do Seu Jaime trabalha com o sistema de *self-service* sem balança. Nesse sistema o valor cobrado, por pessoa, é independente do seu consumo. Sabendo que o preço pago por pessoa é de R\$ 45,00, determine:
  - quanto Jussara pagará se almoçar nesse restaurante;
  - a lei que representa o valor a pagar ( $y$ ) em função da quantidade de alimento consumida ( $x$ ).
- (Cesgranrio. Adaptada) Uma barra de ferro com temperatura inicial de  $-10^{\circ}\text{C}$  foi aquecida até  $30^{\circ}\text{C}$ . O gráfico ao lado representa a variação da temperatura da barra ( $T$ ) em função do tempo ( $t$ ) gasto nessa experiência. Calcule  $T(2)$ .



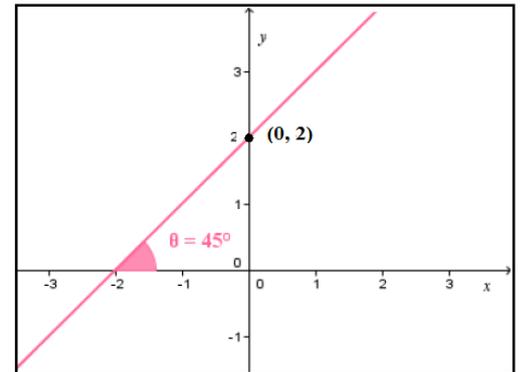
- Uma formiga se move sobre uma régua, em linha reta, na direção crescente dos centímetros. A tabela abaixo mostra a posição (em centímetros) da formiga, de acordo com o tempo (em segundos).

Tempo (s)	Posição (cm)
0	2
2	3
4	4
6	5

A função  $M$ , que relaciona a posição ( $p$ ) da formiga, em centímetros, com o tempo ( $t$ ), em segundos, é representada por uma função afim? Justifique sua resposta.

4. Em uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , com  $y = g(x)$ , a taxa média de variação de  $y$  em relação a  $x$  é  $-8$  para qualquer intervalo de variação de  $x$ . Sabendo que o gráfico dessa função passa pelo ponto  $D(0, -1)$ , determine o ponto de intersecção desse gráfico com o eixo das abscissas.

5. A partir da observação do gráfico da função  $j$ , representado na figura ao lado, determine:



- o coeficiente angular da reta;
- o coeficiente linear da reta;
- o valor de  $x$ , tal que  $j(x) = 10$ ;
- $j(-5)$ .

6. (UERJ. Modificada) Uma panela, contendo um bloco de gelo a  $-40^\circ\text{C}$ , é colocada sobre a chama de um fogão. A evolução da temperatura  $T$ , em grau Celsius, ao longo do tempo  $x$ , em minuto, é descrita pela seguinte função real:

$$T(x) = \begin{cases} 20x - 40, & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ 0, & \text{se } 2 \leq x \leq 10 \\ 10x - 100, & \text{se } 10 < x \leq 20 \\ 100, & \text{se } 20 < x \leq 40 \end{cases}$$

Qual a temperatura atingida em 18 minutos?

7. Dois barcos navegam durante um nevoeiro seguindo como orientação as retas  $r: x - 3y + 1 = 0$  e  $s: 3x - 2y - 4 = 0$ , num sistema de coordenadas cartesianas. Se ambos mantiverem suas trajetórias, pode-se afirmar que haverá colisão? Justifique sua resposta.

8. O quadro ao lado se refere ao estudo de sinais da função  $h$  polinomial do  $1^\circ$  grau:

- Qual o zero de  $h$ ?
- $h$  é crescente ou decrescente?
- Dê o sinal de  $h(10) \times h(-5)$ .

