

## LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

# **ESTUDO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS NO ENSINO FUNDAMENTAL COM O AUXÍLIO DE *TABLETS***

CAMILA LINHARES RIBEIRO BARBOSA

CAMILA LINHARES RIBEIRO BARBOSA

**ESTUDO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS NO  
ENSINO FUNDAMENTAL COM O AUXÍLIO DE *TABLETS***

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Dr.<sup>a</sup> Gilmara Teixeira Barcelos

Coorientadora: Dr.<sup>a</sup> Silvia Cristina Freitas Batista

## **Biblioteca Anton Dakitsch**

### **CIP - Catalogação na Publicação**

B238e      Barbosa, Camila Linhares Ribeiro  
Estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas no Ensino Fundamental com o auxílio de tablets / Camila Linhares Ribeiro Barbosa - 2017.  
145 f.: il. color.

Orientadora: Gilmara Teixeira Barcelos  
Coorientadora: Silvia Cristina Freitas Batista

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Curso de Licenciatura em Matemática, Campos dos Goytacazes, RJ, 2017.  
Referências: f. 83 a 86.

1. Equação do 1º grau com duas incógnitas. 2. Registros de Representação Semiótica. 3. Tablets. 4. Aplicativo Desmos. I. Barcelos, Gilmara Teixeira, orient. II. Batista, Silvia Cristina Freitas, coorient. III. Título.

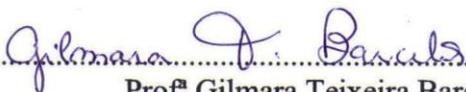
CAMILA LINHARES RIBEIRO BARBOSA

ESTUDO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS NO  
ENSINO FUNDAMENTAL COM O AUXÍLIO DE *TABLETS*

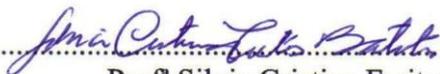
Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 18 de abril de 2017.

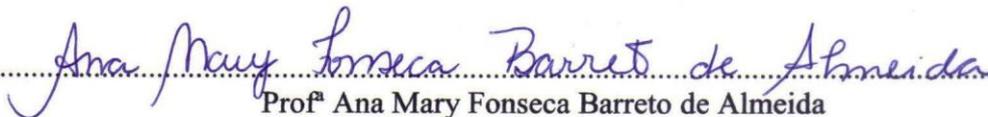
Banca avaliadora:



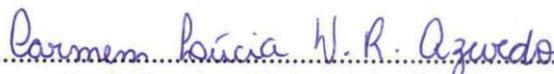
Profª Gilmara Teixeira Barcelos (orientadora)  
Doutora em Informática na Educação/UFRGS  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro



Profª Silvia Cristina Freitas Batista (coorientadora)  
Doutora em Informática na Educação/UFRGS  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro



Profª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida  
Mestre em Matemática/UENF  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro



Profª Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo  
Mestre em Economia Empresarial/UCAM  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro

## AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida concedido e todas as bênçãos recebidas.

Aos meus pais, Hilda Márcia e Renato, pelo amor, carinho, paciência e apoio. Minhas grandes referências para toda a vida.

Às minhas orientadoras, Gilmara e Silvia Cristina, por gentilmente compartilharem o tempo, conhecimento e experiência comigo nessa pesquisa. Muito obrigada, foi uma honra tê-las como orientadoras.

Às professoras Marcia Valéria, Ana Mary e Juliana pela atenção e importantes contribuições neste trabalho.

Aos familiares, Rosa, Hortência, Roberta, Paulo, Cristal Marie, Pérola e Thedy, pelo amor, carinho e momentos felizes.

Ao meu avô Francisco (*in memorian*) e ao grande amigo José (*in memorian*), pelo amor e carinho, estejam em paz.

À banca examinadora, pela atenção e disponibilidade dadas à minha pesquisa.

Aos colegas de curso e de trabalho do IFFluminense.

À amiga de longa data Suzane, pelo apoio e compreensão durante o trabalho.

Ao IFFluminense, por ter proporcionado um ensino de qualidade e pelas oportunidades concedidas para o enriquecimento dos meus conhecimentos.

Enfim, a todos que, de alguma maneira, estiveram me auxiliando e apoiando na realização desse estudo.

Muito obrigada.

*Não devemos ter medo da bondade e ternura.*

*Papa Francisco*

## RESUMO

Na Matemática, além da linguagem natural, utilizam-se representações de registros diversos, tais como o algébrico e o geométrico. A conversão entre as representações de registros é sempre necessária, mas, em geral, não é um processo simples para os alunos, acarretando várias dificuldades. As tecnologias digitais têm potencial para contribuir para essa conversão, à medida que favorecem visualizações e estabelecimento de conjecturas. Entretanto, isso requer atividades claras, organizadas com essa finalidade, levando em consideração o público-alvo a que se destina. Nessa perspectiva, elaborou-se uma sequência didática para o estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas, destinada a alunos do Ensino Fundamental, utilizando o aplicativo *Desmos*, em *tablet*. A investigação fundamentou-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica segundo a qual a conversão de representação de registro é responsável por intensificar a atividade cognitiva do sujeito e proporcionar melhor compreensão de temas matemáticos. O *Desmos* é um aplicativo gratuito que permite traçar gráficos e visualizar tanto representações geométricas quanto algébricas. Visa-se investigar a importância da mudança de representações de registros para o estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas, com auxílio do aplicativo *Desmos*, em *tablet*, associado a atividades investigativas. Optou-se por uma abordagem qualitativa, por meio de estudo de caso. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram questionários, entrevista, observação e respostas das atividades da sequência didática. A realização da experimentação ocorreu entre setembro e novembro de 2016 com alunos do 8º ano da Educação de Jovens e Adultos (EJA) em um Instituto Federal de Educação. A análise dos dados, a partir do aporte teórico, sinalizou que o uso do aplicativo *Desmos* associado às atividades investigativas proporcionou economia de tempo para as conversões de registros algébricos e gráficos, além de permitir melhor compreensão do conteúdo abordado, por meio da exploração visual da equação do 1º grau com duas incógnitas.

**Palavras-chave:** Equação do 1º grau com duas incógnitas. Registros de Representação Semiótica. *Tablets*. Aplicativo *Desmos*.

## ABSTRACT

In Mathematics, besides natural language, representations of diverse registers are used, such as the algebraic and the geometric. Conversion among record representations is always necessary, but, in general, it is not a simple process for students, entailing several difficulties. Digital technologies have the potential to contribute to this conversion as they favor visualization and conjecture. However, this requires clear activities, organized for this purpose, taking into account the target audience for which it is intended. In this perspective, a didactic sequence was elaborated for the study of equations of the first degree with two unknowns, destined to students of Elementary School, using the application Desmos, in tablet. The investigation was based on the Theory of Records of Semiotic Representation according to which the registration representation conversion is responsible for intensifying the cognitive activity of the subject and providing a better understanding of mathematical subjects. Desmos is a free application that allows you to draw graphs and visualize both geometric and algebraic representations. It is intended to investigate the importance of the change of record representations for the study of first degree equations with two unknowns, with the help of the Desmos application, in tablet, associated to investigative activities. We chose a qualitative approach, through a case study. The instruments of data collection used were questionnaires, interview, observation and responses of the activities of the didactic sequence. Experimentation took place from September to November 2016 with eighth grade students in Juvenile and Adult Education at a Federal Education Institute. Data analysis, based on the theoretical contribution, showed that the use of the Desmos application associated with the investigative activities provided time savings for the conversions of algebraic and graphical registers, besides allowing a better understanding of the content, through the visual exploration of the Equation of the first degree with two unknowns.

**Keywords:** First-degree equation with two unknowns. Registers of Semiotic Representation. Tablets. Application Desmos.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Conversão e coordenação de representações de um objeto entre registros .....	22
Figura 2 – Modelo de representação centrado sobre a função de objetivação .....	23
Figura 3 – Tela do <i>Desmos</i> exibida por um <i>tablet</i> .....	32
Figura 4 – Inclusão de ponto no eixo <i>y</i> .....	38
Figura 5 – Licencianda respondendo à atividade da segunda parte da sequência didática .....	39
Figura 6 – Questão 1 da Atividade de Sondagem .....	45
Figura 7 – Respostas da questão 1 .....	46
Figura 8 – Questão 2 da Atividade de Sondagem .....	46
Figura 9 – Respostas da questão 2 .....	47
Figura 10 – Questão 3 da Atividade de Sondagem .....	47
Figura 11 – Respostas da questão 3 .....	48
Figura 12 – Questão 4 da Atividade de Sondagem .....	48
Figura 13 – Respostas da questão 4 .....	49
Figura 14 – Questão 5 da Atividade de Sondagem .....	49
Figura 15 – Resposta da questão 5 .....	49
Figura 16 – Questão 6 da Atividade de Sondagem .....	50
Figura 17 – Resposta da questão 6 .....	50
Figura 18 – Questão 7 da Atividade de Sondagem .....	51
Figura 19 – Respostas da questão 7 .....	51
Figura 20 – Questão 8 da Atividade de Sondagem .....	52
Figura 21 – Resposta da questão 8 .....	52
Figura 22 – Alunas da EJA durante as atividades de reconhecimento do <i>Desmos</i> .....	54
Figura 23 – Questão 8 das atividades de reconhecimento dos recursos do aplicativo <i>Desmos</i> .....	55
Figura 24 – Questão 9 das atividades de reconhecimento dos recursos do aplicativo <i>Desmos</i> .....	55
Figura 25 – Questão 1 das Atividades Investigativas .....	56
Figura 26 – Respostas da questão 1 .....	56
Figura 27 – Questão 2 das Atividades Investigativas .....	57
Figura 28 – Respostas da questão 2 .....	57
Figura 29 – Questão 4 das Atividades Investigativas .....	58
Figura 30 – Respostas da questão 4 .....	58
Figura 31 – Questão 5 das Atividades Investigativas .....	59
Figura 32 – Respostas da questão 5 .....	59
Figura 33 – Questão 10 das Atividades Investigativas .....	60
Figura 34 – Respostas da questão 10 .....	61
Figura 35 – Questão 11 das Atividades Investigativas .....	62
Figura 36 – Respostas da questão 11 .....	62
Figura 37 – Questão 12 das Atividades Investigativas .....	62
Figura 38 – Resposta da questão 12 .....	63
Figura 39 – Questão 13 das Atividades Investigativas .....	63
Figura 40 – Respostas da primeira parte da questão 13 .....	64

Figura 41 – Respostas da segunda parte da questão 13.....	64
Figura 42 – Questão 14 das Atividades Investigativas .....	64
Figura 43 – Resposta incorreta da aluna A3 .....	65
Figura 44 – Questão 15 das Atividades Investigativas .....	65
Figura 45 – Questão 16 das Atividades Investigativas .....	66
Figura 46– Respostas da questão 16 .....	66
Figura 47 – Estrutura das conversões de linguagens utilizada na sequência didática.....	68
Figura 48 – Questão 1 da Atividade de Verificação .....	71
Figura 49 – Respostas da questão 1 .....	72
Figura 50 – Questão 2 da Atividade de Verificação .....	73
Figura 51 – Respostas da questão 2 .....	74
Figura 52 – Questão 3 da Atividade de Verificação .....	75
Figura 53 – Respostas da questão 3 .....	76
Figura 54 – Questão 4 da Atividade de Verificação .....	77
Figura 55 – Respostas da questão 4 .....	78
Figura 56 – Questão 5 da Atividade de Verificação .....	79
Figura 57 – Respostas da questão 5 .....	79

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Tipos e funções de representação .....	22
Quadro 2 – Sequência Didática .....	34
Quadro 3 – Resumo das etapas da pesquisa .....	36
Quadro 4 – Desempenho das alunas na Atividade de Sondagem .....	53
Quadro 5 – Desempenho das alunas nas questões sobre equação do 1º grau com duas incógnitas.....	67
Quadro 6 – Registros de partida e chegada de conversões contempladas na seleção de questões exemplificadas .....	69
Quadro 7 – Desempenho das alunas nas atividades de conversões .....	70
Quadro 8 – Desempenho das alunas na Atividade de Verificação .....	80

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Avaliação do aplicativo <i>Desmos</i> .....	41
Tabela 2 – Avaliação da sequência didática.....	42
Tabela 3 – Avaliação das conversões de representações na sequência didática .....	43
Tabela 4 – Avaliação do aplicativo <i>Desmos</i> .....	80
Tabela 5 – Avaliação da sequência didática.....	81

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**CES** – Centro de Ensino Supletivo.

**EJA** – Educação de Jovens e Adultos.

**LDB** – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

**LEAMAT** – Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática.

**LIFE** – Laboratório Interdisciplinar de Formação de Educadores.

**Mobral** – Movimento Brasileiro de Alfabetização.

**NACES** – Núcleos Avançados dos Centros de Estudos Supletivos.

**ONU** – Organização das Nações Unidas.

**PCN** – Parâmetros Curriculares Nacionais.

**PNLD** – Programa Nacional do Livro Didático.

**SEEDUC** – Secretaria de Estado de Educação.

**TD** – Tecnologias Digitais.

**TRRS** – Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

**UNESCO** – Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura.

**2D** – Duas Dimensões.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
<b>1 APORTE TEÓRICO.....</b>	<b>21</b>
<b>1.1 Teoria dos Registros de Representação Semiótica .....</b>	<b>21</b>
<b>1.2 Uso Pedagógico de <i>Tablet</i>.....</b>	<b>24</b>
<b>1.3 Equação do 1º Grau com Duas Incógnitas .....</b>	<b>26</b>
<b>1.4 Educação de Jovens e Adultos.....</b>	<b>29</b>
<b>2. ASPECTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>31</b>
<b>3 RELATO DA EXPERIÊNCIA .....</b>	<b>37</b>
<b>3.1 Teste exploratório.....</b>	<b>37</b>
3.1.1 Primeiro encontro .....	37
3.1.2 Segundo encontro .....	39
<b>3.2 Experimentação com alunas da EJA .....</b>	<b>44</b>
3.2.1 Relato e análise das ações do primeiro encontro .....	45
3.2.2 Relato e análises das ações do segundo encontro .....	54
3.2.3 Relato e análises das ações do terceiro encontro .....	60
3.2.4 Relato e análises das ações do quarto encontro .....	71
3.2.5 Relato e análises das ações do quinto encontro .....	76
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>82</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>84</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>88</b>
<b>APÊNDICE A – Livros Pesquisados.....</b>	<b>89</b>
<b>APÊNDICE B – Entrevista com a professora da turma EJA .....</b>	<b>91</b>
<b>APÊNDICE C – Questionário Inicial – 1 .....</b>	<b>93</b>
<b>APÊNDICE D – Questionário Final – 1 .....</b>	<b>96</b>
<b>APÊNDICE E – Questionário Inicial – 2 .....</b>	<b>100</b>
<b>APÊNDICE F – Questionário Final – 2 .....</b>	<b>103</b>
<b>APÊNDICE G – Atividade de Sondagem – 1 .....</b>	<b>106</b>

<b>APÊNDICE H – Atividade de Sondagem – 2 .....</b>	<b>110</b>
<b>APÊNDICE I – Atividades Investigativas – 1 .....</b>	<b>114</b>
<b>APÊNDICE J – Atividades Investigativas – 2 .....</b>	<b>127</b>
<b>APÊNDICE K – Atividades de Verificação – 1 .....</b>	<b>139</b>
<b>APÊNDICE L – Atividades de Verificação – 2 .....</b>	<b>143</b>

## INTRODUÇÃO

A aprendizagem de Matemática ocorre quando há atividades cognitivas fundamentais como a conceitualização, o raciocínio e a resolução de problemas, que requerem a utilização de sistemas de representação, além da linguagem natural ou das imagens (DUVAL, 2009). Sistemas variados para escrita de números, notações simbólicas, escrita algébrica e lógica permitem acesso aos objetos matemáticos (DUVAL, 2009).

O processo de aprendizagem se desenvolve por meio de registros matemáticos e seus tratamentos e conversões. Segundo Duval (2009) a aprendizagem é construída no momento em que o aprendiz é capaz de transitar entre representações de registros de partida e de chegada. Porém, a mudança de representação de registro não é um processo espontâneo do estudante. As dificuldades se acentuam quando os registros não são congruentes, ou seja, não têm correspondência semântica de um para um (DUVAL, 2009). A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) descreve o processo cognitivo da aprendizagem em Matemática em fases de transição entre as representações em linguagem natural<sup>1</sup>, sistema de escrita, figuras geométricas e gráficos cartesianos em que a aprendizagem ocorre por meio de transformação em processo de tratamento e/ou conversão (DUVAL, 2009).

Nesse contexto, considera-se que as tecnologias digitais (TD) podem contribuir para o tratamento e conversão de representação de registros, uma vez que possibilitam visualizações, simulações, levantamento de hipóteses, entre outras ações (AZEREDO; SILVA; BATISTA, 2012). Corroborando com essa visão, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) destacam que as tecnologias são agentes transformadores da sociedade e influenciam na forma como as pessoas se comunicam. Deste modo, a escola pode incluir na atividade educacional elementos tecnológicos que estão presentes no cotidiano das pessoas. Em relação à aprendizagem matemática, o uso da tecnologia pode trazer contribuições, à medida que:

[...] relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente; evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas; possibilita o desenvolvimento, nos

---

<sup>1</sup> Linguagem natural também pode ser denominada linguagem materna.

alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem; permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo (BRASIL, 1998, p. 43-44).

Dentre as TD, destacam-se neste trabalho os dispositivos móveis. De acordo com Batista (2011), a habilidade que os jovens têm para lidar com as tecnologias móveis, a popularização dessas e o desenvolvimento de aplicativos<sup>2</sup> são fatores que podem contribuir para introdução destes recursos nas práticas pedagógicas. Segundo esta autora, os dispositivos móveis apresentam vantagens como interatividade, mobilidade, alcance de maior número de pessoas, prática de trabalho em equipes e aprendizagens em contextos reais. Estes dispositivos também apresentam desvantagens, como o tamanho de tela e de teclas e adaptação de aplicações desenvolvidas para *Web*, entre outras (BATISTA, 2011). A autora ainda assinala outras vantagens do uso de dispositivos móveis para a aprendizagem matemática, como:

i) visualização e investigação dinâmica de fatos matemáticos, em qualquer tempo e lugar; ii) formas diferentes de abordagem de conceitos (por exemplo, por meio de vídeos, trabalhando abordagens visuais); iii) autonomia no estudo de temas matemáticos e aprendizagem em situações reais (BATISTA, 2011, p. 21).

Tendo por foco a aprendizagem matemática, diversos recursos pedagógicos para dispositivos móveis estão sendo desenvolvidos (BATISTA; BEHAR; PASSERINO, 2010). O uso de aplicativos em dispositivos móveis pode ser considerado um bom recurso pedagógico, pois pode ser utilizado “[...] em escolas que tenham dificuldades relacionadas a laboratórios de informática ou para alunos que não possuam computadores em casa [...]” (BATISTA, 2011, p. 19).

Dentre os dispositivos móveis, destacam-se, nesta pesquisa, os *tablets*. De acordo com Barcelos e Batista (2013), os *tablets* estão se tornando cada vez mais populares e conhecer as possibilidades pedagógicas desses equipamentos é essencial para a formação de professores. Segundo Amaral (2013), existem boas opções de aplicativos para *tablets*, com excelente qualidade, que são multiplataformas e gratuitos.

Em relação ao estudo de equação do 1º grau, é importante mencionar que esse abrange a representação algébrica nos anos iniciais do Ensino Fundamental, enquanto a representação geométrica é apresentada nos anos finais. No Currículo Mínimo (RIO DE

---

<sup>2</sup> Esclarece-se que, ao longo deste texto, o termo aplicativo será sempre utilizado como equivalente a *software* para dispositivos móveis.

JANEIRO, 2013), documento elaborado para organizar os conteúdos a serem abordados na Educação Básica no Estado do Rio de Janeiro, o conteúdo equação do 1º grau com duas incógnitas é sugerido para o 8º ano do Ensino Fundamental, no segundo bimestre. Entende-se que este fato pode contribuir para a dificuldade dos alunos em relacionar ambas as representações (SILVA, 2014).

Nessa perspectiva, foi feita uma pesquisa nos dez livros didáticos<sup>3</sup> do 8º ano que compõem o Guia de Livros Didáticos do Programa Nacional do Livro Didático 2014<sup>4</sup> (PNLD) de Matemática do Ensino Fundamental dos anos finais (BRASIL, 2014), com a intenção de verificar a ênfase dada ao tipo de abordagem utilizada para o estudo do conteúdo equação do 1º grau com duas incógnitas (APÊNDICE A). Após a análise, foi verificado que três destes não faziam qualquer menção à representação de registro gráfico. Sete apresentavam a representação algébrica e geométrica do referido tema. Embora esse resultado supere 50% dos livros analisados, considera-se que ainda não é o ideal. Além disso, é importante refletir sobre o fato de que a presença, nos livros didáticos, da relação entre as representações algébrica e geométrica, não garante sua abordagem efetiva nas aulas de Matemática.

Neste contexto, entre as diversas dificuldades apresentadas pelos alunos no processo de ensino e aprendizagem, Pimentel (2010) destaca a dificuldade na generalização de operações representadas por números e letras, o que pode ocorrer no estudo de equação do 1º grau. Além disso, o referido autor destaca o importante papel da aprendizagem desse tema no desenvolvimento do raciocínio algébrico.

O estudo de temas matemáticos, à luz da TRRS, com o auxílio de TD, tem sido o foco de trabalhos acadêmicos (SILVA, 2014; ALMEIDA, 2015).

Tais trabalhos são apresentados no capítulo 1, na seção 1.3, e, de modo geral, apontam contribuições do uso de tais tecnologias no processo de ensino e aprendizagem do tema, levando em consideração as conversões de registros.

A partir das considerações apresentadas, estabeleceu-se a questão de pesquisa: a transformação entre representações semióticas pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de equações do 1º grau com duas incógnitas, com auxílio do aplicativo *Desmos* e de atividades investigativas?

---

<sup>3</sup> As datas de edição dos livros pesquisados variam de 2009 a 2013.

<sup>4</sup> O Guia contém uma descrição resumida de cada livro visando auxiliar o professor na escolha do livro que seja adequado ao trabalho realizado com os alunos na escola.

Para responder à questão, definiu-se o seguinte objetivo geral: investigar a importância da mudança de representações semióticas para o estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas, com o auxílio do aplicativo *Desmos*, em *tablet*, associado a atividades investigativas.

Tendo em vista este propósito, alguns objetivos específicos foram delineados:

- ✓ Promover estudos e pesquisas sobre o uso de dispositivos móveis na aprendizagem matemática e sobre a importância das representações semióticas;
- ✓ Relacionar a representação algébrica, geométrica e a linguagem natural no estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas, por meio de uma sequência didática destinada ao Ensino Fundamental;
- ✓ Contribuir para a melhoria da aprendizagem de equação do 1º grau com duas incógnitas;
- ✓ Analisar os resultados obtidos no estudo de caso promovido com alunos do Ensino Fundamental, sob a ótica da TRRS.

Para tanto, optou-se por uma pesquisa qualitativa, quanto à abordagem, por meio de estudo de caso com alunos do Ensino Fundamental. Esclarece-se que, inicialmente, o estudo de caso seria promovido com uma turma de Ensino Fundamental Regular, porém dificuldades relacionadas à disponibilidade de horário e ao número de alunos das turmas levaram à opção por uma turma do 8º ano<sup>5</sup> do Ensino Fundamental da modalidade de Educação de Jovens e Adultos 6 (EJA) que possuía apenas sete alunos e, no momento da pesquisa, estava estudando equação do 1º grau, requisito para a sequência didática elaborada. O número de *tablets* institucionais disponíveis não permitia o uso individual em turmas com muitos alunos. Como a opção pela turma da EJA só ocorreu ao final da pesquisa, a sequência didática que havia sido elaborada, contendo atividades investigativas a serem desenvolvidas com o uso do *Desmos*, foi revisada para atender melhor o novo público-alvo. Esclarece-se que uma sequência didática é “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18).

Ressalta-se que essa revisão acarretou apenas em redução do número de atividades<sup>7</sup>.

<sup>5</sup> Essa é a nomenclatura adotada no Instituto Federal de Educação em que foi realizada a pesquisa.

<sup>6</sup> “Educação de Jovens e Adultos destina-se àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria” (BRASIL, 1996, p. 16).

<sup>7</sup> Detalhes são apresentados no capítulo 3.

Antecedendo a experimentação da sequência didática com os alunos da EJA, essa foi testada com licenciandos em Matemática (teste exploratório), com o objetivo de identificar aspectos a serem melhorados.

Este trabalho encontra-se estruturado em três capítulos, além desta introdução e das considerações finais.

No capítulo 1, é apresentado o aporte teórico que embasou o trabalho promovido. São três seções que descrevem: i) aspectos da TRRS; ii) uso pedagógico de *tablets* – caracterização do uso pedagógico desses dispositivos e descrição de trabalhos relacionados que os utilizaram, associados a atividades sobre equação do 1º grau com duas incógnitas; iii) Equação do 1º grau com duas incógnitas – caracterização do conteúdo, análise da abordagem dada ao tema em livros didáticos, descrição de trabalhos relacionados e principais dificuldades de aprendizagem do conteúdo; iv) EJA – caracterização da modalidade de ensino e breve histórico sobre a implementação da educação para adultos no Brasil.

No capítulo 2, são descritos os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa e também são caracterizados os aplicativos utilizados. Para isso, são descritas as sete etapas da pesquisa: i) revisão bibliográfica; ii) elaboração da sequência didática; iii) elaboração de questionários; iv) realização de um teste exploratório para análise da sequência didática; v) análise dos dados levantados no teste exploratório; vi) realização de um estudo de caso com alunos da EJA (experimentação da sequência didática); vii) análise dos dados levantados no estudo de caso.

No capítulo 3, na primeira seção, descrevem-se e analisam-se os resultados do teste exploratório da sequência didática realizado com licenciandos. Na segunda, relata-se o processo de experimentação da sequência didática, realizado com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental EJA e, para tanto, são analisadas resoluções de atividades, respostas do questionário, e as respostas da entrevista realizada com a professora da turma.

Finalizando, destaca-se a importância da pesquisa realizada e apresenta-se uma breve retrospectiva dessa, focalizando os principais resultados. Além disso, relatam-se as contribuições e as dificuldades encontradas e apontam-se algumas formas de continuidade do estudo promovido.

## 1 APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, é apresentado o aporte teórico que fundamentou a elaboração deste trabalho monográfico.

### 1.1 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

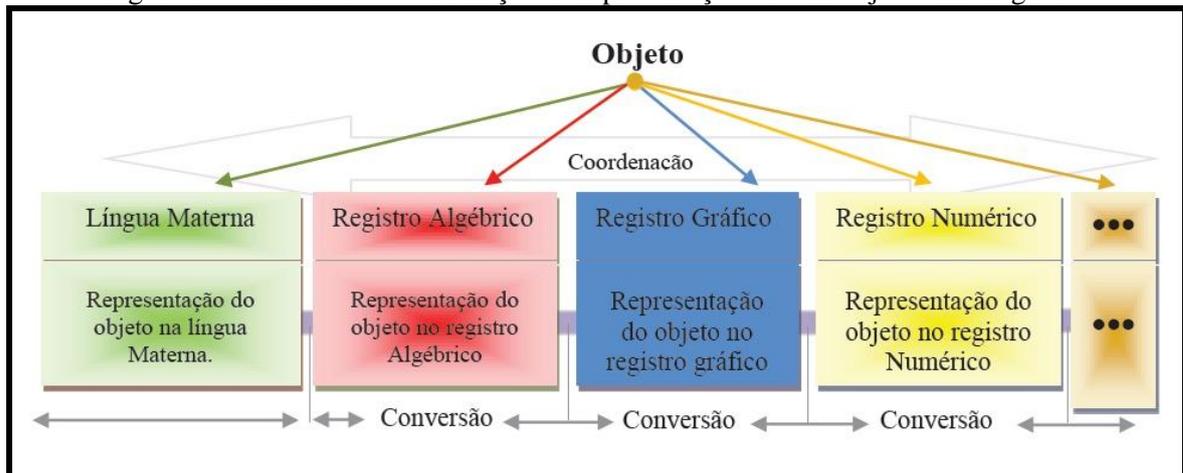
A TRRS foi desenvolvida por Raymond Duval. O objetivo dessa teoria é contribuir para a compreensão do saber matemático, por meio de representações de registros semióticos (DUVAL, 2003).

A conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e a compreensão de textos estão presentes na aprendizagem matemática e devido a seu caráter abstrato faz-se necessário o uso de representação de registro (DUVAL, 2009).

A palavra semiótica deriva do radical grego *semeion*, que significa signo. Semiótica é a ciência dos signos (SANTAELLA, 2012). Pierce (2008) afirma que signo representa algo chamado de objeto, por exemplo, a palavra “estrela” é um signo, e pode representar um corpo celeste, uma pessoa conhecida ou mesmo sorte, dependendo do contexto.

Segundo Henriques e Almouloud (2016), o objeto inicialmente é pensado pelo indivíduo e apenas ele tem acesso ao objeto pensado. Para tornar este objeto acessível aos demais é preciso externá-lo por meio de representação de um registro. Deste modo, o registro é um sistema estático composto por signos, enquanto a representação desses registros é dinâmica, uma vez que pode sofrer transformações, como tratamento ou conversão, detalhados adiante. A figura 1 ilustra este processo e destaca os diferentes registros matemáticos.

Figura 1 – Conversão e coordenação de representações de um objeto entre registros



Fonte: Henriques e Almouloud (2016, p. 468).

A figura 1 apresenta os principais registros presentes na Matemática. As representações de registros semióticos são as frases em linguagem natural, as equações, os algoritmos e os gráficos (DUVAL, 2011), e podem ser convertidas de um sistema de representação para outro. Em Matemática, as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade (DUVAL, 2009). A passagem de um sistema de representação a outro ou a mobilização simultânea de vários sistemas de representação no decorrer de um mesmo percurso não tem nada de espontâneo para a maior parte dos alunos (DUVAL, 2009). A TRRS considera a representação tanto consciente quanto não consciente. A primeira internamente perfaz a objetivação do pensamento e externamente expressa o objeto mentalizado por meio de representação dos registros semióticos (Quadro 1). Enquanto a segunda se manifesta apenas ao internalizar os registros (DUVAL, 2009).

Quadro 1 – Tipos e funções de representação

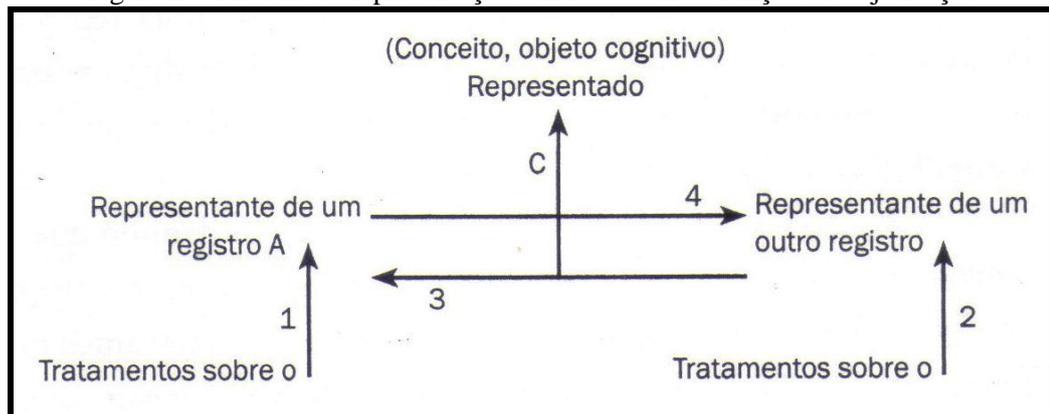
	<b>Interna</b>	<b>Externa</b>
Consciente	Mental Função de objetivação	Semiótica Função de objetivação Função de expressão Função de tratamento intencional
Não consciente	Computacional Função de tratamento automático ou quase instantâneo	

Fonte: Duval (2009, p. 43) - adaptado.

As transformações de representações semióticas, segundo a perspectiva de aprendizagem, são o tratamento e a conversão. O tratamento é efetuado para fins de justificação e mobiliza somente um registro de representação, por exemplo, a resolução de uma equação. A conversão é um procedimento aplicado à mudança de um registro para outro, conservadas suas referências, por exemplo, a passagem da escrita algébrica para sua representação gráfica (DUVAL, 2003).

A figura 2 esquematiza o modelo de representação centrado sobre a função de objetivação. As setas 1 e 2 correspondem às transformações internas a um registro, tratamento, e as flechas 3 e 4 se referem às transformações externas, as conversões. A flecha “C” corresponde à compreensão integrativa de uma representação que é a coordenação de dois registros (DUVAL, 2009).

Figura 2 – Modelo de representação centrado sobre a função de objetivação



Fonte: Duval (2009, p. 89).

O tratamento matemático somente pode ser realizado mediante um sistema semiótico de representação, e não por representações mentais (DUVAL, 2009).

O uso tendencioso de um determinado registro contribui para que o aluno não identifique o mesmo objeto matemático em duas representações distintas e a dificuldade em discernir o objeto de seu representante contribui para a falha de compreensão matemática (DUVAL, 2003).

“A coordenação entre representações ressaltando sistemas semióticos diferentes não tem nada de espontâneo” (DUVAL, 2009, p.19). Este propósito é favorecido por um trabalho pedagógico específico sobre a variedade de sistemas de representação, sobre a exploração de seu potencial e sobre a análise de correspondências semânticas (DUVAL, 2009).

Segundo Duval (2009), a conversão de representações pode apresentar dificuldades para sua realização. O autor esclarece os níveis de dificuldade ao analisar a conversão de registro algébrico para linguagem natural das respectivas expressões:  $y > x$ ,  $x > 0$  e  $xy > 0$ . No primeiro caso temos, “o conjunto dos pontos cuja ordenada é superior à abscissa” (DUVAL, 2009, p. 64). Observa-se que há correspondência termo a termo entre os signos que compõe a expressão em ambas as representações, e, além disso, a conversão inversa reencontra o registro inicial. No segundo, “o conjunto dos pontos que têm uma abscissa positiva...” (DUVAL, 2009, p. 65), neste caso não há um termo específico que signifique “positivo”, sendo necessário recorrer a uma associação de signos para tanto. No último, apresenta a conversão: “o conjunto dos pontos que têm abscissa e ordenada de mesmo sinal” (DUVAL, 2009, p. 65), neste caso já não há mais correspondência termo a termo. Sendo assim, temos conversão congruente somente no primeiro caso, e nos seguintes caracteriza-se como não congruência, respectivamente, em nível crescente.

Do ponto de vista cognitivo, a conversão articula atividades mentais específicas para cada um dos registros utilizados (DUVAL, 2003). As vantagens da variedade de registros se apresentam quanto à economia de tratamento e a complementaridade de registros (DUVAL; MORETTI, 2012).

Como mencionado na introdução, o uso de TD, *tablets*, em particular, pode contribuir para o tratamento e conversão de representação de registros. Nesse sentido, na seção seguinte, discute-se o uso pedagógico desses dispositivos.

## 1.2 Uso Pedagógico de *Tablet*

Funcionalidades como o acesso à internet, reprodução de áudio e vídeo, transferência de arquivos por *Bluetooth* ou conexão USB, além de sensor de inclinação, câmera fotográfica, microfone e GPS, são encontradas na maioria dos *tablets* (AMARAL, 2013).

O uso educacional de *tablet* pode permitir pesquisas e estudos em locais diversos e contribuir para a aprendizagem em Matemática, por meio de descobertas, com o uso de aplicativos matemáticos (BARCELOS; BATISTA, 2013).

A diversidade de aplicativos existentes requer seleção e análise por parte do professor, em relação aos objetivos pedagógicos pretendidos com seu uso. Há boas opções de

aplicativos relacionados à Matemática, multiplataformas e gratuitos (AMARAL, 2013). A disponibilidade de aplicativos gratuitos, direcionados a temas matemáticos, pode contribuir para a aprendizagem matemática, auxiliando o desenvolvimento do raciocínio lógico e senso crítico (BATISTA, 2011).

Os *tablets* têm se popularizado no âmbito educacional e representam um recurso tecnológico com potencialidade para integrar a educação ao contexto atual dos alunos (BARCELOS; BATISTA, 2013). Mas, vale ressaltar que a utilização desses recursos exige do professor uma postura dinâmica e investigativa e, atividades que permitam o estudo do conteúdo de forma diferenciada (BARCELOS; BATISTA, 2013).

Nessa perspectiva, é importante que estudos relacionados à introdução desse dispositivo na educação sejam promovidos e analisados. A seguir, são destacados três trabalhos relacionados.

A pesquisa de Moreira, Barcelos e Batista (2013), apresentada no artigo intitulado "*Geometria dinâmica em tablets: estudo de caso com o aplicativo GeoGebra*", teve por objetivo captar a visão de licenciandos em Matemática sobre o uso pedagógico deste aplicativo para *tablets Android*, em comparação com a versão para computador. Para tanto, elaborou-se uma sequência didática na qual os alunos teriam duas experiências com o uso de tecnologia no estudo de Geometria Plana: uma ao usar o *software* GeoGebra no computador e outra com o aplicativo GeoGebra em *tablets*. Esta foi experimentada por alunos do 1.º período de Licenciatura em Matemática de um instituto federal de Campos dos Goytacazes, matriculados na disciplina "Educação Matemática e Tecnologias". A análise dos dados sinalizou que o uso do aplicativo facilitou a realização das questões pelos alunos, e ainda permitiu uma experiência diferenciada devido ao uso de dispositivo móvel, o que motivou os alunos.

O estudo de caso de Silva e Barbosa (2014), apresentado na monografia intitulada "*Interpretação geométrica de sistemas lineares com auxílio de aplicativos em tablets*", teve por objetivo investigar a percepção dos alunos do Ensino Médio, quanto à contribuição de uma sequência didática para interpretação geométrica de sistemas lineares, na qual se utilizam aplicativos gráficos em *tablets*. Para tal, foi elaborada uma sequência didática sobre sistemas lineares cujas atividades estavam associadas ao uso dos aplicativos *xGraphing Free* e *TriPlot* e *3D Graphing Free*. A sequência foi experimentada por alunos do Ensino Médio de um instituto federal do município de Campos dos Goytacazes. Inicialmente, foi discutido com a turma o significado gráfico de cada equação de um sistema linear com duas equações e duas incógnitas. E, em seguida, foram apresentados os recursos do aplicativo que seriam utilizados

nas atividades seguintes. Essas continham sistemas lineares do tipo  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$  a serem resolvidos com uso de aplicativos para facilitar a representação gráfica. A análise dos dados coletados indicou que esta proposta didática motivou os alunos na participação das atividades, proporcionou ótima visualização e manipulação dos gráficos, o que facilitou o estudo do tema abordado.

Almeida (2015), em sua dissertação de mestrado intitulada "*Registros de representações semióticas no estudo de polinômios usando aplicativos em tablets*", teve por objetivo analisar se a conversão entre o registro gráfico e o registro algébrico, e vice-versa, influencia no processo de ensino e aprendizagem de polinômios. Para isso, elaborou-se uma sequência didática sobre polinômios na qual foi realizado estudo do comportamento gráfico por meio de atividades e uso do aplicativo *xGraphing*. As questões abordavam o estudo do comportamento gráfico de polinômios de grau par e ímpar e reconhecimentos de comportamento de polinômios de raízes complexas não reais. Esta sequência foi experimentada por alunos do Ensino Médio de uma escola pública de Campos dos Goytacazes. A análise de dados sinalizou que o uso de um plotador gráfico de fácil manuseio contribuiu para a compreensão do comportamento gráfico das funções polinomiais e acelerou os tratamentos das representações gráficas e manipulação dos polinômios. Além disso, a autora destacou o uso dos *tablets* ser de melhor gerenciamento durante a pesquisa comparado a um computador.

As pesquisas descritas têm em comum a análise da contribuição no processo de ensino e aprendizagem que o uso dos *tablets* associado a atividades didáticas pode promover em sala de aula. Cada trabalho defende que o uso pedagógico de *tablets* pode auxiliar o aluno a compreender melhor o conteúdo estudado, tornando a aula mais interessante e significativa.

### **1.3 Equação do 1º Grau com Duas Incógnitas**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática para o Ensino Fundamental (1998) sugerem que o ensino de Álgebra seja investigativo, de modo que o aluno possa desenvolver sua capacidade de abstração e generalização e encontre na Álgebra um instrumento para resolver problemas (BRASIL, 1998).

Assim, no trabalho com a Álgebra é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. Para apoiar a compreensão desses conceitos pode-se lançar mão da construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador (BRASIL, 1998, p.84).

Sobre equações, os PCN (BRASIL, 1998) sinalizam a importância da identificação de padrões e incógnitas no estudo de equações. O conteúdo de equação é muito importante para a aprendizagem em Matemática, pois introduz o conceito de atribuição de letras para representar números (BRASIL, 1998). Equação é uma sentença matemática aberta expressa por igualdade entre duas expressões. As letras são denominadas incógnitas, pois representam valores desconhecidos, diferentemente de variável, que representa um conjunto de valores e pertence às relações do tipo função (SANTOS; MORELATTI, 2016). Neste trabalho, aborda-se equação do 1º grau com duas incógnitas, que é toda equação que pode ser escrita na forma  $ax+by=c$ , com  $a \neq 0$  e  $b \neq 0$ , na qual  $x$  e  $y$  são as incógnitas (DANTE, 2012; SOUZA; PATARO, 2013; LEONARDO, 2010).

Nessa perspectiva, foi feita uma pesquisa em dez livros didáticos do 8º ano que compõem o Guia de Livros Didáticos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de Matemática do Ensino Fundamental dos anos finais (BRASIL, 2014) de 2014, com a finalidade de analisar a ênfase dada as representações de registros para o estudo do conteúdo equação do 1º grau com duas incógnitas. A análise sinalizou que 30% dos livros omitiam o conteúdo de equação do 1º grau com duas incógnitas e a representação gráfica dessas equações. Nestes casos, apresentavam equação do 1º grau com uma incógnita, e em seguida, passavam para sistemas de equação do 1º grau com duas incógnitas. Observou-se que a ênfase era na representação algébrica. Esclarece-se que apesar deste resultado refletir menos da metade dos títulos analisados é importante um planejamento pedagógico do professor que contemple tanto as representações de registro gráfico quanto algébrico. Segundo Duval (2009), os livros de Matemática na França destacam as diferentes representações de registro com a intenção de os conhecimentos adquiridos sejam mais bem aproveitados.

A aprendizagem da Álgebra não deve ser pautada na repetição de exercícios, e sim ser introduzida pela sintaxe semântica da linguagem algébrica (BRASIL, 1998). A ausência da referida abordagem traz como consequência alunos que apresentam dificuldades em lidar com letras inseridas em expressões matemáticas (BRASIL, 1998). Segundo Antoniassi (2013), os principais obstáculos enfrentados pelos alunos, apontados em sua pesquisa, foram

dificuldades na identificação de aspectos essenciais de um problema e sua expressão em termos matemáticos e na identificação do significado de uma operação matemática.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), a representação gráfica tem grande importância para o desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos bem como para apresentar a variedade de relações possíveis entre duas variáveis. Para facilitar este processo, os PCN (BRASIL, 1998) indicam o uso de tecnologia.

Existem alguns *softwares* interessantes que podem ser integrados às atividades algébricas, como os que utilizam planilhas e gráficos. Hoje em dia, com o uso cada vez mais comum das planilhas eletrônicas que calculam automaticamente a partir de fórmulas, a necessidade de escrever algebricamente uma seqüência de cálculos é maior que tempos atrás (BRASIL, 1998, p. 119).

O estudo de equação do 1º grau com duas incógnitas com auxílio de TD tem sido pesquisado por diversos autores. A seguir, relatam-se, brevemente, dois trabalhos que abordam equação do 1º grau com duas incógnitas com o uso de tecnologia.

A pesquisa de Silva (2014), apresentada na dissertação intitulada "*Registros de representações semióticas no estudo de sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis usando o software GeoGebra*", teve por objetivo contribuir para compreensão de que uma equação linear de duas variáveis pode ser representada graficamente, por meio de diagramas ou tabelas, por uma expressão matemática ou ainda pela linguagem natural. Para tanto, foi elaborada uma seqüência didática sobre o tema sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas cujo estudo foi auxiliado pelo uso do *software* GeoGebra no processo de representação gráfica. A seqüência didática foi experimentada por alunos do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada de Florianópolis, SC. A análise dos dados sinalizou que o uso do GeoGebra auxiliou na rapidez de conversões de representações de registros e na melhor visualização e compreensão do conteúdo. O autor considerou importante abordar os conteúdos matemáticos nas mais diversas linguagens.

A pesquisa de Sonemann e Varriale (2015), apresentada na monografia intitulada "*Solução gráfica de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas utilizando software GeoGebra ou aplicativo para celular Mathlab Calculator*", teve por objetivo analisar os resultados de uma seqüência didática elaborada para alunos da EJA sobre o tema "Equação do 1º grau com duas incógnitas". Para tal, elaborou-se uma seqüência didática sobre sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas com atividades associadas ao uso do *software* GeoGebra e o aplicativo *Mathlab Calculator*. Esta seqüência foi experimentada com alunos da EJA de uma turma equivalente ao 8º e 9º anos do Ensino Fundamental de uma escola

pública de Viamão, RS. A análise dos dados indicou que o uso do *software* e do aplicativo tornou o processo de ensino e aprendizagem mais dinâmico e de melhor compreensão para os alunos.

As duas pesquisas descritas têm em comum a investigação em como um plotador gráfico pode contribuir para a visualização gráfica do conteúdo de equação do 1º grau com duas incógnitas, além da segunda apresentar o mesmo público-alvo deste estudo. Nesta pesquisa, optou-se pelo estudo auxiliado pelo aplicativo *Desmos*.

#### **1.4 Educação de Jovens e Adultos**

A oferta de ensino primário gratuito estendido aos adultos foi instituída no artigo 150 da Constituição de 1934 (BRASIL, 1934). Porém, este direito foi destituído na nova Constituição de 1937, após um golpe de Estado que originou o Estado Novo (BRASIL, 1937).

Na redemocratização do país com o fim do governo de Getúlio Vargas, a educação de adultos tornou a ser incentivada, em 1946, quando foi decretada a Lei Orgânica do Ensino Primário que previa o ensino Supletivo (BRASIL, 1946; STEPHANOU; BASTOS, 2005). Em 1958, o II Congresso Nacional de Educação de Adultos no Rio de Janeiro discutiu a formulação de um modelo pedagógico que atendesse melhor às necessidades da educação de adultos (STEPHANOU; BASTOS, 2005). Entre os anos 50 e 60, diversos movimentos sociais de alfabetização popular ganharam visibilidade e buscaram valorizar a importância da cultura popular e da educação como uma forma de transformação popular (STEPHANOU; BASTOS, 2005).

As conquistas da EJA sofreram um retrocesso com o Golpe Militar de 1964, quando os programas foram extintos e seus participantes perseguidos (STEPHANOU; BASTOS, 2005). Neste período, a educação para adultos tinha um forte controle sobre as pessoas. Foi criado, então, o Movimento Brasileiro de Alfabetização (Mobral) por meio da Lei nº 5.379/1967, cujo objetivo era ofertar gratuitamente, a alfabetização funcional de Adolescentes e Adultos (BRASIL, 1967). Durante este período político, a educação de adultos se restringiu, em muitos casos, ao exercício de desenhar o nome (STEPHANOU; BASTOS, 2005). Após 18 anos, o Mobral foi extinto, com o início da Nova República, e substituído pela Fundação Educar, que integrou o Ministério da Educação e fiscalizava os recursos financeiros destinados aos programas de alfabetização (STEPHANOU; BASTOS, 2005).

A educação de adultos foi novamente assegurada pela Constituição de 1988 (BRASIL, 1988) e reforçada na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996 (BRASIL, 1996). Estes documentos compuseram o embasamento das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos em 2000 (BRASIL, 1996). Neste contexto, em 2003 foi criado o Programa Brasil Alfabetizado (PBA), que previu a erradicação do analfabetismo em quatro anos, porém o programa sofreu uma reformulação em 2004 que extinguiu esta meta (STEPHANOU; BASTOS, 2005).

Desde 2011, no Rio de Janeiro, a EJA é atendida pelas secretarias estaduais de educação. Segundo o Censo Escolar de 2016 realizado pela Secretaria de Estado de Educação (SEEDUC), a EJA recebeu 78.093 matrículas de alunos para cursos equivalentes aos anos do Ensino Fundamental e Ensino Médio, no Rio de Janeiro (RIO DE JANEIRO, 2017). Strelhow (2010) ressalta que as políticas públicas para a EJA foram implementadas em virtude de pressão nacional de movimentos populares e internacionais por parte da Organização das Nações Unidas (ONU) e da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), em busca de uma educação básica voltada para adultos que os proporcione autonomia na sociedade.

Tendo discutido os principais aspectos relacionados ao presente trabalho, apresentam-se no próximo capítulo os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa promovida.

## 2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Antecedendo à descrição dos caminhos metodológicos percorridos para o levantamento, análise e interpretação dos dados desta pesquisa, evidencia-se novamente, o objetivo geral, a saber: investigar a importância da mudança de representações de registros para o estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas, com auxílio do aplicativo *Desmos*, em *tablet*, associado a atividades investigativas.

Optou-se por uma abordagem, qualitativa, por meio de estudo de caso. Segundo Moreira e Caleffe (2008), a pesquisa qualitativa explora as características dos indivíduos e cenários que não podem ser facilmente descritos numericamente. No estudo de caso, segundo Yin (2001, p. 19), “[...] se colocam questões do tipo ‘como’ e ‘por que’, quando o pesquisador tem pouco controle sobre os eventos e quando o foco se encontra em fenômenos contemporâneos inseridos em algum contexto da vida real”.

O estudo de caso foi promovido em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental da modalidade EJA em uma instituição federal de ensino de Campos dos Goytacazes. Para isso, foram organizados cinco encontros, com duas aulas cada um, os quais foram, predominantemente, promovidos em horário regular da aula de Matemática.

Para a coleta de dados, foram utilizados os seguintes instrumentos: questionários, respostas das atividades, observação e entrevista com a professora da turma. Tais instrumentos são caracterizados ao longo deste capítulo.

Nesta pesquisa, inicialmente seria usado o GeoGebra<sup>8</sup> (em *tablets*), que chegou a ser estudado. Porém, em 22 de dezembro de 2014, foi lançado o *Desmos*<sup>9</sup> para *Android* (Figura 3). A análise desta versão permitiu identificar que a utilização deste era mais simples do que a do GeoGebra, para alunos do Ensino Fundamental.

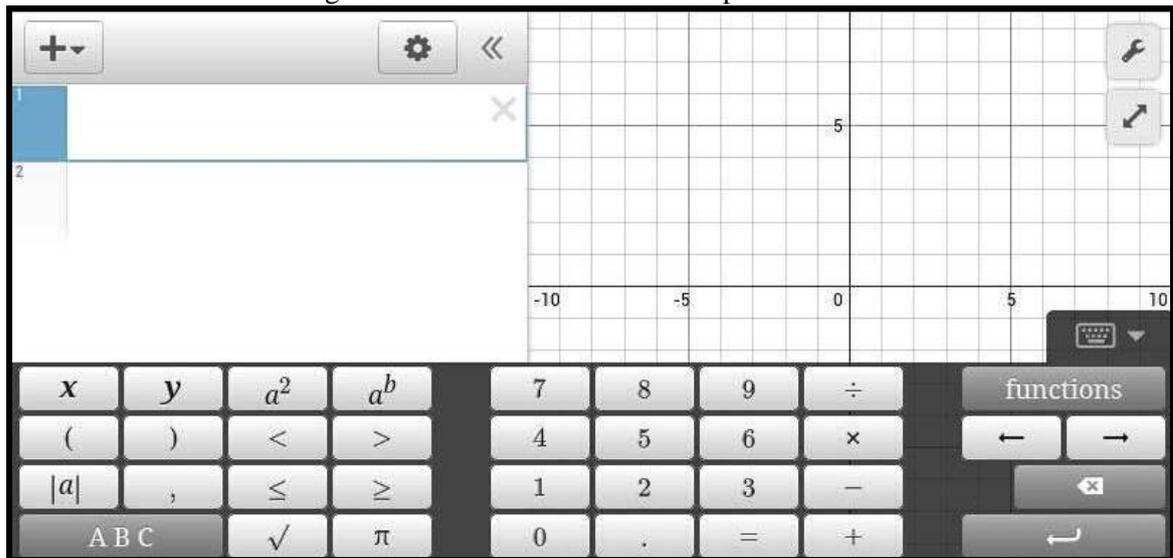
A versão utilizada do *Desmos* foi a 1.1, que requer *Android* 4.1 ou superior. O aplicativo é gratuito e constrói gráfico a partir de equações. Não há limite para o número de gráficos num mesmo plano. Estes são gerados em duas dimensões (2D) e podem ser salvos no *tablet* após ser criada uma conta no aplicativo. Sua equação pode ser digitada na forma explícita ou implícita. Segundo Amaral (2013, p.39),

<sup>8</sup> *Software* Dinâmico de Matemática, livre e disponível em: <https://www.geogebra.org/download>.

<sup>9</sup> Calculadora gráfica com algumas funcionalidades semelhantes ao GeoGebra.

A interface gráfica do programa tem duas áreas principais: (1) um campo de comandos à esquerda da tela onde o usuário pode definir expressões e inserir tabelas e comentários na forma de texto e (2) a janela de visualização à direita onde pontos, gráficos, curvas e regiões do plano são exibidos. As formas de interação do usuário na janela de visualização consistem em ampliar/ reduzir e transladar a área visível e deslizar um ponto sobre as curvas cartesianas desenhadas (momento em que o *software* exibe as coordenadas do ponto) (AMARAL, 2013, p.39).

Figura 3 – Tela do *Desmos* exibida por um *tablet*



Fonte: Elaboração própria.

Os *tablets* utilizados na pesquisa foram adquiridos com verba do LIFE (Laboratório Interdisciplinar de Formação de Educadores). O modelo é um Samsung *Galaxy Note* 2014, com sistema operacional *Android*, versão 4.4.2 e tela de 10.1 polegadas. Os equipamentos são utilizados em ações com licenciandos, tendo em vista o levantamento de potencialidades e dificuldades de uso pedagógico.

A pesquisa foi dividida em oito etapas: i) revisão bibliográfica sobre aspectos relacionados à equação do 1º grau com duas incógnitas, TRRS e uso pedagógico de *tablets* e EJA; ii) elaboração de entrevista<sup>10</sup> (APÊNDICE B) a ser realizada com a professora titular da turma na qual foi aplicada a sequência didática; iii) elaboração da sequência didática; iv) elaboração do Questionário Inicial-1 (APÊNDICE C) e do Questionário Final-1 (APÊNDICE D); v) realização de um teste exploratório para análise da sequência didática; vi) análise dos dados levantados no teste exploratório; vii) realização de um estudo de caso com alunos do 8º

<sup>10</sup> Entrevista realizada em 2016 com a professora da turma do 8º ano da EJA.

ano do Ensino Fundamental da modalidade EJA (experimentação da sequência didática); viii) análise dos dados levantados no estudo de caso.

O texto resultante da primeira etapa é apresentado no capítulo 1. Na etapa seguinte, foi preparada uma entrevista semiestruturada. A entrevista semiestruturada está focalizada em um objetivo sobre o qual confeccionamos um roteiro com perguntas principais, complementadas por outras questões inerentes às circunstâncias momentâneas à entrevista (MANZINI, 1991, p. 154).

A entrevista contém sete perguntas com o intuito de captar características do desempenho dos alunos, na percepção da professora da turma em que foi realizado o estudo de caso.

Posteriormente, foi elaborada a sequência didática (Quadro 2).

Quadro 2 – Sequência Didática

<b>Objetivo</b>
Propor atividades que possibilitem a transformação de representações semióticas no estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas, com o auxílio do aplicativo <i>Desmos</i> em <i>tablets Android</i> .
<b>Conteúdo</b>
Equações do 1º grau com duas incógnitas.
<b>Tempo</b>
Seis aulas.
<b>Material</b>
<i>Tablets</i> , aplicativo <i>Desmos</i> , quadro de sala de aula, apostila de atividades.
<b>Desenvolvimento</b>
<p><b>1ª parte:</b> Composta por um questionário inicial e por uma atividade de sondagem que têm por objetivo, respectivamente, captar dados relacionados ao uso pedagógico de tecnologias digitais por parte dos alunos e diagnosticar o nível de conhecimento destes sobre requisitos necessários ao estudo equações do 1º grau com duas incógnitas. A Atividade de Sondagem é composta de oito questões, que solicitam, respectivamente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>i) a identificação, dentre seis alternativas, das opções que apresentam equações do 1º grau com uma incógnita;</li> <li>ii) o valor, dentre quatro opções, que é solução de uma dada equação do 1º grau com uma incógnita;</li> <li>iii) a determinação do conjunto solução das equações apresentadas, considerando o conjunto universo definido em cada item;</li> <li>iv) a representação algébrica (na forma de equação) de duas situações apresentadas em linguagem natural;</li> <li>v) a representação em linguagem natural da equação do 1º grau com uma incógnita, dada em linguagem algébrica;</li> <li>vi) a resolução algébrica de um problema apresentado em linguagem natural;</li> <li>vii) a marcação, em um plano cartesiano dado, de pontos apresentados;</li> <li>viii) a identificação das coordenadas cartesianas de pontos marcados em um plano cartesiano dado.</li> </ul> <p><b>2ª parte:</b> Denominada Atividades Investigativas – questões, divididas em dois blocos, a serem resolvidas com o uso do aplicativo <i>Desmos</i>. O primeiro bloco é composto por um roteiro com 12 questões para que o aluno faça um reconhecimento dos recursos do aplicativo. O segundo contém 17 questões sobre equação do 1º grau com duas incógnitas, tendo em vista contribuir para a transformação representação de registros semióticos (linguagens natural, algébrica e geométrica) das equações.</p> <p><b>3ª parte:</b> A última parte nomeada Atividade de Verificação, é composta por cinco questões oriundas de exames federais, estaduais e questões contextualizadas. Tem por objetivo utilizar tratamento e conversão de representações de registros em situações problema e averiguar se essas transformações contribuíram para o estudo do tema.</p>
<b>Avaliação</b>
Análise das respostas das atividades propostas e da participação dos alunos.

Fonte: Elaboração própria.

Dando continuidade à pesquisa, na quarta etapa foram elaborados dois questionários, um denominado “Questionário Inicial-1” e outro “Questionário Final-1”. O Questionário Inicial-1 faz parte da sequência didática e tem como objetivo coletar dados relativos ao perfil

do público-alvo, ao acesso a *tablets* e *smartphones* e ao uso pedagógico desses recursos. O Questionário Final-1 foi elaborado para o teste exploratório<sup>11</sup>. O objetivo foi captar a percepção dos licenciandos quanto ao uso do aplicativo associado às atividades propostas na sequência didática, sendo constituído de 13 perguntas, dentre as quais, três abertas. O Questionário Inicial-1 não apresentou alterações e foi utilizado para a experimentação nomeado por Questionário Inicial-2 (APÊNDICE E). O Questionário Final-2 (APÊNDICE F) foi elaborado especificamente para a experimentação.

Nos questionários e nas atividades propostas na sequência didática, cada participante recebeu uma identificação codificada com o objetivo de proteger a identidade dos licenciandos e facilitar a análise das respostas coletadas em dias distintos.

Na etapa seguinte, a quinta, foi realizado o teste exploratório da sequência didática, o qual teve como público sete licenciandos do 6º período de um curso de Licenciatura em Matemática de um instituto federal. O objetivo foi promover uma avaliação da sequência didática quanto à clareza e à adequação ao público-alvo. A carga horária foi de oito horas, dividida em dois encontros de quatro horas. Foram convidados os oito alunos matriculados no 6º período do referido curso que estavam cursando o componente curricular “Contexto da Aula: Organização e Gestão de Aprendizagem em Matemática”. Desses, sete aceitaram o convite e participaram de todos os encontros. Optou-se por este público, pois a TRRS havia sido estudada no componente curricular mencionado, o que poderia contribuir para uma melhor análise da sequência didática.

Na sexta etapa, foram analisados os dados do teste exploratório. Essa análise, incluindo as alterações realizadas na sequência didática, é apresentada, detalhadamente, no capítulo 3.

Na sétima etapa, realizou-se a experimentação da sequência didática (estudo de caso) com três alunas do 8º ano da EJA, com duração de dez aulas. Nessa, utilizou-se a sequência didática com os ajustes decorrentes do teste exploratório.

A opção por essa turma se deu por reunir as condições ideais para a experimentação da sequência didática: disponibilidade de horário e poucos alunos matriculados. Em uma turma numerosa, a qualidade do trabalho ficaria comprometida, pois a quantidade de *tablets* institucionais não seria suficiente para o uso individual.

---

<sup>11</sup> Este é detalhado nos próximos parágrafos.

A última etapa, foi a análise dos dados levantados na experimentação. Por meio de observação, foram anotados os comentários e questionamentos dos alunos, bem como as participações espontâneas consideradas importantes para o alcance do objetivo desta pesquisa. As alunas foram identificadas por um código composto por uma letra e um número, visando proteger a identidade delas e facilitar a análise das respostas coletadas em dias distintos. O quadro 3 apresenta, resumidamente, as etapas da pesquisa descritas neste capítulo.

Quadro 3 – Resumo das etapas da pesquisa

ETAPAS	RESUMO
Revisão bibliográfica.	Foram realizadas pesquisas sobre TRRS, uso pedagógico de <i>tablets</i> , equação do 1º grau com duas incógnitas e EJA.
Elaboração da sequência didática.	Estudo do aplicativo <i>Desmos</i> e preparação das estratégias e dos materiais que compõem a sequência.
Elaboração de questionários.	Foram criados dois questionários para o teste exploratório (“Questionário Inicial-1” e “Questionário Final-1”) e modificados para a experimentação (“Questionário Inicial-2” e “Questionário Final-2”).
Realização de um teste exploratório.	O teste foi realizado em dois encontros com duração de quatro horas cada.
Análise dos dados levantados no teste exploratório.	A partir dos comentários dos participantes sobre a Atividade de Sondagem, as Atividades Investigativas foram realizadas alterações na sequência didática.
Elaboração e realização da entrevista com a professora da turma.	Coleta e análise dos dados da entrevista.
Experimentação da sequência didática com alunas do 8º ano do Ensino Fundamental EJA (estudo de caso).	O estudo foi realizado em um total de nove horas/aula.
Análise dos dados levantados no estudo de caso.	Análise dos dados coletados, sob a perspectiva do aporte teórico.

Fonte: Elaboração própria.

### 3 RELATO DA EXPERIÊNCIA

Nesse capítulo, descrevem-se e analisam-se o teste exploratório e a experimentação da sequência didática. O teste exploratório foi realizado com licenciandos em Matemática que cursavam a disciplina Contexto da Aula: Organização e Gestão de Aprendizagem em Matemática. O mesmo foi realizado em uma instituição federal de ensino.

#### 3.1 Teste exploratório

O teste exploratório ocorreu nos dias 19 e 26 de abril de 2016, por meio de um minicurso. Esse teste consistiu na análise dos seguintes itens: i) Atividade de Sondagem; ii) Atividades Investigativas; e, iii) Atividade de Verificação. Foram observadas as ações e os comentários dos sete participantes presentes aos dois encontros.

##### 3.1.1 Primeiro encontro

No primeiro encontro, inicialmente, os participantes responderam ao Questionário Inicial-1. Visando proteger a identidade dos licenciandos e facilitar a análise das respostas coletadas em dias distintos, cada um recebeu a seguinte identificação L1, L2, L3, L4, L5, L6 e L7. Por meio das respostas, diagnosticou-se que quatro eram do sexo feminino e três do masculino. As idades variavam entre 20 e 36 anos.

Seis licenciandos possuíam *smartphone* e somente um possuía *tablet*, todos os dispositivos com sistema *Android*. Quando questionados sobre já terem utilizado *smartphones* e *tablets* para fins pedagógicos, cinco licenciandos responderam afirmativamente. Destes, dois mencionaram somente o *smartphone* e outros dois, somente *tablet*, e um usou ambos. Em cada caso, pelo menos uma finalidade pedagógica foi mencionada, dentre as quais se destacaram realizar trabalho solicitado por professor e apoiar a resolução de exercícios ou atividades. Estes dados sinalizam que o uso de dispositivos móveis em termos educacionais

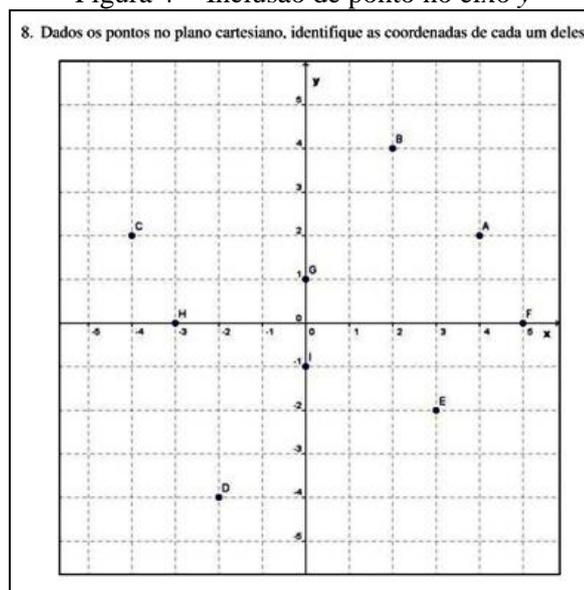
era comum entre os licenciandos, fato que poderia contribuir para o alcance do objetivo do teste.

A maioria dos participantes vivenciou experiências positivas no Ensino Superior com a utilização de dispositivos móveis antes do minicurso. Todos utilizaram tais dispositivos na disciplina “Educação Matemática e Tecnologias”, seis em “Fundamentos de Matemática III” e cinco em “Cálculo Diferencial e Integral IV”.

Em relação aos aplicativos usados, todos os participantes utilizaram o *Calculus Tools*, *Triplot Free* e *xGraphing*, seis usaram o *Círculo Unitário* e cinco utilizaram o *GeoGebra*<sup>12</sup>. De maneira geral, os licenciandos não manifestaram dúvidas ao responder o questionário nem sugeriram modificações.

Após terem respondido o Questionário Inicial-1, os participantes resolveram os exercícios da Atividade de Sondagem-1 (APÊNDICE G), que compõe a primeira parte do desenvolvimento da sequência didática. Duas sugestões foram feitas a esta atividade: uma geral, que foi definir e/ou explicar o que é “linguagem natural”, antes da realização das atividades. A outra, do licenciando (L7), foi que a questão oito deveria conter um ponto sobre a parte negativa do eixo  $y$  do plano dado. As recomendações foram acatadas com a inclusão de um ponto na parte negativa do eixo  $y$  (Figura 4) e a explicação de linguagem natural de forma oral e a nova versão da atividade foi denominada Atividade de Sondagem-2 (APÊNDICE H).

Figura 4 – Inclusão de ponto no eixo  $y$

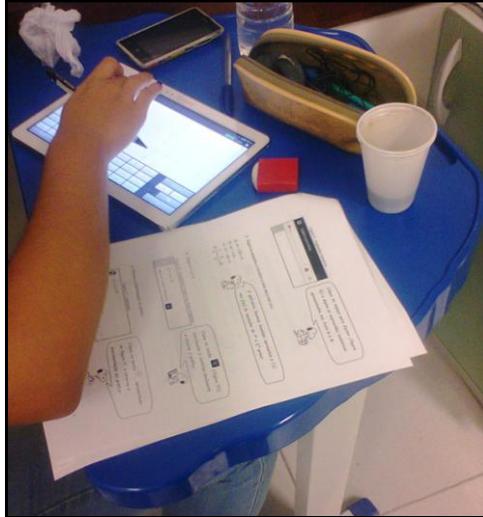


Fonte: Elaboração própria.

<sup>12</sup> Na referida licenciatura, a matrícula é por disciplina e, além disso, vários são os minicursos oferecidos na forma de extensão, o que justifica quantidade distintas.

Dando continuidade ao primeiro encontro, foram distribuídos os *tablets* e entregues as Atividades Investigativas-1 (APÊNDICE I), que compõem a segunda parte do desenvolvimento da sequência didática e é composta por atividades de reconhecimento dos recursos do aplicativo utilizado e atividades sobre equação do 1º grau com duas incógnitas (Figura 5).

Figura 5 – Licencianda respondendo à atividade da segunda parte da sequência didática



Fonte: Elaboração própria.

Os participantes utilizaram o aplicativo *Desmos* com facilidade. As respostas das atividades foram analisadas durante o encontro e salvas na galeria de imagens do *tablet*. Ao final do primeiro encontro, a pesquisadora identificou e verificou as imagens em cada *tablet* e salvou em seu *e-mail*, para que estas fossem arquivadas e, posteriormente, analisadas.

### 3.1.2 Segundo encontro

O segundo encontro foi realizado no dia 26 de abril de 2016, com duração de quatro horas. Estavam presentes sete participantes, os mesmos que haviam participado das atividades do primeiro encontro.

Neste, inicialmente, foi retomada uma atividade da segunda parte do desenvolvimento da sequência didática que não havia sido completamente comentada. Nessas atividades foram sugeridas algumas modificações.

Foi modificado o item “c” da questão 2 que era “Atribua três valores, não inteiros e distintos, ao comprimento C do retângulo e determine a largura L considerando **a área dada em cada um dos três itens.**” para “Atribua três valores, não inteiros e distintos, ao comprimento C do retângulo e determine a largura L considerando a área **de 50 cm<sup>2</sup>**”. Tal modificação foi necessária para tornar mais claro o enunciado.

O item “c” da questão 3 também foi alterado. Inicialmente era "Atribua **dois** valores, não inteiros e distintos, aos preços de cada tipo de aplicativo, considerando que Bernardo pagou R\$ 45,00 pela compra." Porém, este item solicitava três valores distintos para cada tipo de aplicativo. Portanto, alterou-se, "Atribua **três** valores, não inteiros e distintos, aos preços de cada tipo de aplicativo considerando que Bernardo pagou R\$ 45,00 pela compra."

Foi modificado o item “a” da questão 9 de “Digite a equação criada no *Desmos* e apresente quatro soluções da equação, observando o gráfico.” para “Apresente quatro soluções da equação, observando o gráfico”. A retificação teve em vista acatar uma sugestão de uma licencianda para evitar redundância. Também foi alterado o item “c” da questão 9 de “Apresente graficamente **todas** as soluções da equação criada.” para “Apresente graficamente **as soluções** da equação criada”. Esta modificação adequou o enunciado à definição de representação de reta.

Foi retificado o item a da questão 10 de “Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas de modo que os pontos assinalados sejam soluções da mesma.” para “Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas de modo que os pontos **não** assinalados sejam soluções da mesma”. Tal alteração corrigiu um erro de digitação.

Alterou-se também o item “a” da questão 16 de “Escreva os pares ordenados que satisfaçam a situação descrita.” para “Represente no plano cartesiano, o que foi descrito em linguagem natural no enunciado”. Tal modificação contemplou a conversão de representação da linguagem natural para linguagem gráfica. Acatou-se a sugestão dos licenciandos que identificaram que esta conversão não havia sido contemplada.

Foi alterada a questão 17 de “Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas para cada par ordenado abaixo (**o ponto** será uma das soluções da equação apresentada).” para “Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas para cada par ordenado abaixo (**o par ordenado** será uma das soluções da equação apresentada)”. A modificação foi promovida tendo em vista manter a coerência da escrita do enunciado, evitando misturar representações algébricas e geométricas.

Ainda na questão 17, item “a” foi alterado de “Apresente graficamente cada equação registrada” para “Represente, no mesmo plano cartesiano, cada equação registrada”, com o objetivo de reunir no mesmo plano as representações gráficas das equações solicitadas.

Após as alterações realizadas nas Atividades Investigativas-1, a nova versão foi denominada Atividades Investigativas-2 (APÊNDICE J).

Em seguida, foi proposta a atividade da terceira parte da sequência (APÊNDICE K) denominada Atividades de Verificação-1. Os licenciandos verificaram a necessidade de uma correção de digitação nesta atividade. Sendo assim, a nova versão foi denominada Atividade de Verificação-2 (APÊNDICE L). Os participantes não apresentaram dificuldade para as conversões de registros. O objetivo das atividades foi alcançado por todos os participantes.

Após a realização da Atividade de Verificação os licenciandos responderam ao Questionário Final-1, pelo qual avaliaram o aplicativo, quanto à visualização, manuseio e utilização. As atividades também foram avaliadas por meio das perguntas do questionário.

Em cada afirmativa apresentada em uma tabela, os participantes deveriam atribuir uma nota cuja variação ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 a nota máxima. A tabela 1 apresenta o número de licenciandos em cada opção

Tabela 1 – Avaliação do aplicativo *Desmos*

Afirmativa avaliada	Opção				
	1	2	3	4	5
A visualização dos gráficos foi satisfatória.				1	6
Utilizar o aplicativo <i>Desmos</i> foi fácil.				1	6
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização das atividades propostas.				1	6

Fonte: Elaboração própria.

Os dados da tabela 1 mostram que o aplicativo recebeu, de maneira geral, avaliações bem positivas. Destacam-se, a seguir, os registros de três licenciandos numa questão que solicitava comentários sobre o aplicativo *Desmos*:

*O aplicativo é bastante simples de usar e ajudou bastante nas atividades.* (L2)

*Ótima visualização e intuitivo.*(L4)

*Excelente aplicativo simples de usar embora não tenha visto muitas ferramentas, parece ser muito útil para o ensino.* (L5)

Os comentários ratificam a visão de Batista (2011), que afirma que a habilidade dos jovens para lidar com tecnologias e o desenvolvimento de aplicativos específicos são fatores que podem contribuir para introdução destes recursos nas práticas pedagógicas, como mencionado na Introdução.

Os licenciandos avaliaram também a sequência didática quanto ao tempo destinado para a realização das atividades, a atuação da pesquisadora, a importância das atividades sobre equações de 1º grau para o estudo do tema, a clareza dos enunciados e a adequação das atividades ao público-alvo final (Tabela 2).

Tabela 2 – Avaliação da sequência didática

Afirmativa avaliada	Opção				
	1	2	3	4	5
O tempo destinado para a realização das atividades foi adequado.			1	3	1
A atuação da professora pesquisadora, como mediadora durante a realização das atividades foi importante.				4	2
As atividades sobre equações de 1º grau com duas incógnitas são interessantes para o estudo do tema.			1	2	4
Os enunciados das atividades propostas estão claros.		1	1	4	1
As atividades estão apropriadas ao público a que se destinam (Alunos do 8º ano do Ensino Fundamental).			1	3	3

Fonte: Elaboração própria.

Analisando a referida tabela, diagnosticou-se, de maneira geral, que os licenciandos avaliaram positivamente a sequência didática quanto ao tempo destinado, à atuação da pesquisadora e à importância das questões para o estudo do tema e à adequação destas para o público alvo. Quanto à clareza dos enunciados destacam-se as alterações com o objetivo de adequá-los para a experimentação.

Quando questionados sobre a sequência didática e o uso de *tablets* como recursos pedagógicos, todos os participantes avaliaram positivamente. Dentre os comentários feitos, destaca-se o da licencianda L4:

*É um instrumento de fácil mobilidade além de permitir que o aluno movimente facilitando assim a visualização. (L4)*

Os licenciandos também avaliaram a sequência didática analisando a importância das conversões de representação semióticas para as atividades desenvolvidas (Tabela 3).

Tabela 3 – Avaliação das conversões de representações na sequência didática

Afirmativa avaliada	Opção				
	1	2	3	4	5
7.1- As atividades propostas para o estudo de equação de 1º grau de duas incógnitas contemplam, adequadamente, a conversão entre os <b>registros</b> :					
<b>Gráfico e algébrico</b>				1	6
<b>Gráfico e linguagem natural</b>			2	3	2
<b>Algébrico e gráfico</b>				1	6
<b>Algébrico e linguagem natural</b>			1	4	2
<b>Linguagem natural e gráfico</b>			2	3	2
<b>Linguagem natural e algébrico</b>				3	4
7.2- A forma como a mudança entre os três tipos de registros foi proposta na sequência contribui para o entendimento de que uma mesma equação de 1º grau com duas incógnitas pode ser representada de diferentes maneiras.				2	5
7.3- É importante trabalhar mudanças de registros desde o Ensino Fundamental.					7

Fonte: Elaboração própria.

Analisando a tabela 3, foi possível observar que, na visão dos licenciandos, as conversões de representação foram contempladas, além de contribuírem para a compreensão do tema. Os licenciandos também consideraram importante que mudanças de registros sejam abordadas desde o Ensino Fundamental. Dentre os comentários registrados pelos licenciandos destaca-se um:

*A conversão de gráfico para algébrico e algébrico para linguagem natural, e vice-versa, é algo importante, porém vemos ocorrer com mais frequência. A conversão da linguagem gráfica para a linguagem natural, e vice-versa já não é tão comum. Acredito que os alunos terão muita dificuldade nessa parte, mas é importante trabalhar com essas conversões. (L5)*

Embora ajustes tenham sido promovidos, de maneira geral, a sequência didática foi bem avaliada, sinalizando que esta estava adequada aos seus objetivos.

O teste exploratório indicou a importância do uso individual dos *tablets* o que permitiu aos participantes explorarem melhor o aplicativo e as conversões de representação de registros. Embora os licenciandos não conhecessem o aplicativo que foi usado, *Desmos*, não apresentaram dificuldades, provavelmente, devido a experiências anteriores ao teste exploratório com uso pedagógico de *tablets*. Ainda sinalizou que a sequência didática deveria ser experimentada numa turma com muita disponibilidade de horários, visto que a carga horária do teste foi alta – e seria ainda maior, para experimentação.

### 3.2 Experimentação com alunas da EJA

Antecedendo a experimentação foi feita uma entrevista com a professora da turma com o objetivo de conhecer melhor o perfil da turma. Por meio desta entrevista, foi possível conhecer melhor aspectos importantes sobre o estudo de caso desenvolvido. A professora estava atuando há um ano na turma e relatou que o material mais utilizado em suas aulas eram apostilas e quadro. Em relação ao tema da sequência didática e suas representações de registro, a professora informou que as alunas iniciaram na turma com o conteúdo atrasado e que, em razão disso, o conteúdo de equações do 1º grau com uma incógnita havia sido o último conteúdo ministrado antes da experimentação. Sendo assim, não houve a oportunidade de utilizar a representação gráfica nas aulas.

A experimentação da sequência didática com alunas da EJA (estudo de caso) ocorreu nos dias 30 de setembro, 07, 14 e 19 de outubro e 18 de novembro de 2016, nos horários da aula de Matemática da turma, exceto o encontro do dia 19 de outubro que foi em horário vago, totalizando nove horas/aula, equivalente às 7h 30min. Esses encontros foram realizados na sala de aula da turma considerada.

O principal objetivo da experimentação foi investigar a importância da mudança de registros para o estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas, com auxílio do aplicativo *Desmos*, em *tablet*, associado a atividades investigativas. Os dados foram coletados por meio dos instrumentos de coleta citados no capítulo 2.

No diário da professora da turma constavam sete alunos, entretanto apenas três alunas compareceram a todos os encontros. No primeiro, segundo, terceiro, quarto e quinto encontros estavam presentes 3, 4, 3, 5 e 3 alunas, respectivamente. Sendo assim, os dados analisados nesta seção são referentes a essas três alunas, visto que a sequência didática é composta por três partes interligadas.

Na análise promovida, são destacados os elementos presentes na estrutura apresentada na figura 1, “Modelo de representação centrado sobre a função de objetivação”, no qual o registro inicial é modificado por meio de tratamento, levando em consideração o conceito e a representação interna que o sujeito detém do objeto representado e assim, chega-se ao registro final modificado (DUVAL, 2009). Segundo a TRRS, a compreensão matemática está fortemente relacionada ao fato de dispor de pelo menos dois registros de representação diferentes, pois somente desse modo a representação do conteúdo não será confundida com a de seus objetos (DUVAL, 2003).

### 3.2.1 Relato e análise das ações do primeiro encontro

Inicialmente, as alunas responderam ao Questionário Inicial-2 e receberam a seguinte identificação (A1, A2, A3, A4 e A5). Esclarece-se que as cinco alunas presentes no primeiro encontro responderam ao Questionário Inicial e a Atividade de Sondagem, mas apenas três alunas (A2, A3 e A5) foram consideradas na análise de dados do estudo de caso, pois compareceram a todos os encontros.

Por meio dos dados do Questionário Inicial, foi possível formar um perfil dos sujeitos da pesquisa. As idades das três alunas eram 41, 56 e 69 anos, respectivamente A2, A3 e A5. Duas alunas possuíam *smartphone* (A2 e A3), ambos com sistema operacional Android e versão igual ou superior a 4.1. Nenhuma das três possuía *tablets*. Ao serem questionadas quanto ao uso de *smartphones* pedagogicamente, todas mencionaram já ter utilizado para esse fim e destacaram o uso para realizar pesquisas. Quanto ao uso pedagógico de *tablets*, duas já haviam utilizado pedagogicamente (A3 e A5). A primeira (A3) usou com a finalidade de realizar pesquisas enquanto A5 para estudar para prova. Estes dados sinalizam que as alunas já lidavam com dispositivos móveis fato que contribuiria para experimentação da sequência didática.

Quanto à disciplina Matemática, as alunas manifestaram interesse pelas aulas e destacaram a interatividade com a professora da turma como diferencial.

Após terem respondido o Questionário Inicial-2, as alunas resolveram a Atividade de Sondagem-2.

A primeira questão (Figura 6) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de identificar equações do 1º grau com uma incógnita. Embora as alunas já estivessem estudado equação do 1º grau com uma incógnita, não assinalaram corretamente, o que implicou a revisão deste tema antes da experimentação da sequência didática (Figura 7).

Figura 6 – Questão 1 da Atividade de Sondagem

1. Assinale os itens que apresentam equações do 1º grau com uma incógnita (respostas múltiplas).

a)  $3 + 5 = 8$   
 b)  $x + 1 = 4$   
 c)  $x - y = 1$   
 d)  $2x - x = 2$   
 e)  $x^2 - 2x - 1 = 0$   
 f)  $\sqrt{x} + 2 = 6$



Você pode marcar mais de uma resposta.

Fonte: [Public Domain Vectors.org](http://Public Domain Vectors.org).

Fonte: Elaboração própria.

Figura 7 – Respostas da questão 1

a) $3 + 5 = 8$ b) $x + 1 = 4$ c) $x - y = 1$ d) $2x - x = 2$ e) $x^2 - 2x - 1 = 0$ f) $\sqrt{x} + 2 = 6$	a) $3 + 5 = 8$ b) $x + 1 = 4$ c) $x - y = 1$ d) $2x - x = 2$ e) $x^2 - 2x - 1 = 0$ f) $\sqrt{x} + 2 = 6$	a) $3 + 5 = 8$ b) $x + 1 = 4$ c) $x - y = 1$ d) $2x - x = 2$ e) $x^2 - 2x - 1 = 0$ f) $\sqrt{x} + 2 = 6$
---	---	---

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Foi possível observar que as alunas apresentaram dificuldade em identificar as equações do 1º grau e utilizaram mais tempo que o estipulado para resolução desta questão. Segundo Duval (2003), as atividades de identificação são importantes do ponto de vista cognitivo e didático, uma vez que a capacidade de compreensão matemática que aluno pode alcançar e a iniciativa investigativa no estudo depende da rapidez para identificar objetos e representações. Entretanto, esta turma apresenta um ritmo de aprendizagem particularmente mais lento comparado ao Ensino Fundamental Regular. Tal informação foi confirmada na entrevista realizada com a professora da turma. Ao perceber as dificuldades, logo no início da resolução das atividades de sondagem, optou-se por usá-las para estudo dos conteúdos, visto que estes seriam importantes para as atividades investigativas. Assim, à medida que as dúvidas surgiam eram sanadas.

A questão 2 (Figura 8) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de resolver uma equação do 1º grau com uma incógnita. A análise das respostas (Figura 9) indicou que duas alunas apresentaram dificuldade para resolver a equação. Duval (2003) afirma que dificuldades apontadas em registros de tratamento não são consideradas sérios obstáculos de aprendizagem.

Figura 8 – Questão 2 da Atividade de Sondagem

2. Assinale o valor de $x$ que é solução da equação $x + 7 = 20$ .	
<input type="radio"/> 13	<input type="radio"/> 27
<input type="radio"/> -27	<input type="radio"/> -13

Fonte: Elaboração própria.

Figura 9 – Respostas da questão 2

<input checked="" type="radio"/> 13 <input type="radio"/> -27	<input type="radio"/> 27 <input type="radio"/> -13	A2
<input type="radio"/> 13 <input type="radio"/> -27	<input type="radio"/> 27 <input checked="" type="radio"/> -13	A3
<input type="radio"/> 13 <input type="radio"/> -27	<input type="radio"/> 27 <input checked="" type="radio"/> -13	A5

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A terceira questão (Figura 10) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de identificar solução das equações dadas conforme o conjunto universo determinado em cada caso. É importante ressaltar que as alunas haviam apresentado dificuldade para resolver a equação, logo apresentaram dificuldade nesta questão em relação aos conjuntos universos dados (Figura 11). Sendo assim, a pesquisadora interveio, revisando Conjuntos Numéricos. Quanto aos sistemas semióticos, Duval (2003) destaca que a capacidade mental para representar depende do quanto se conhece deles.

Figura 10 – Questão 3 da Atividade de Sondagem

3. Considerando o conjunto universo, determine o conjunto solução das equações.	
a) $U = \mathbb{N}$	$x + 2 = 0$
_____	
b) $U = \mathbb{Z}$	$x + 2 = 0$
_____	
c) $U = \mathbb{Q}$	$x + 2 = 0$
_____	
d) $U = \mathbb{R}$	$x + 2 = 0$
_____	

Fonte: Elaboração própria.

Figura 11 – Respostas da questão 3

<p>a) <math>U = \mathbb{N}</math>                      <math>x + 2 = 0</math>                      <b>A2</b></p> <p>_____ <math>x = -2</math>                      <math>S = \emptyset</math></p> <p>b) <math>U = \mathbb{Z}</math>                      <math>x + 2 = 0</math></p> <p>_____ <math>x = -2</math>                      <math>S = \{-2\}</math></p> <p>c) <math>U = \mathbb{Q}</math>                      <math>x + 2 = 0</math></p> <p>_____ <math>x = -2</math>                      <math>S = \{-2\}</math></p> <p>d) <math>U = \mathbb{R}</math>                      <math>x + 2 = 0</math></p> <p>_____ <math>x = -2</math>                      <math>S = \{-2\}</math></p>	<p>a) <math>U = \mathbb{N}</math>                      <math>x + 2 = 0</math>                      <b>A3</b></p> <p>_____ <math>x = -2</math></p> <p>b) <math>U = \mathbb{Z}</math>                      <math>x + 2 = 0</math></p> <p>_____ <math>\in</math></p> <p>c) <math>U = \mathbb{Q}</math>                      <math>x + 2 = 0</math></p> <p>_____ <math>\notin</math></p> <p>d) <math>U = \mathbb{R}</math>                      <math>x + 2 = 0</math></p> <p>_____ <math>\in</math></p>
<p style="text-align: right;"><b>A5</b></p> <p>a) <math>U = \mathbb{N}</math>                      <math>x + 2 = 0</math></p> <p>_____ <math>\in</math>                      <math>x = -2</math>                      <math>S = \{-2\}</math></p> <p>b) <math>U = \mathbb{Z}</math>                      <math>x + 2 = 0</math></p> <p>_____ <math>x = -2</math>                      <math>S = \{-2\}</math></p> <p>c) <math>U = \mathbb{Q}</math>                      <math>x + 2 = 0</math></p> <p>_____ <math>\notin</math>                      <math>x = -2</math>                      <math>S = \{-2\}</math></p> <p>d) <math>U = \mathbb{R}</math>                      <math>x + 2 = 0</math></p> <p>_____ <math>\in</math>                      <math>x = -2</math>                      <math>S = \{-2\}</math></p>	

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 4 (Figura 12) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de converter uma representação em registro de linguagem natural em uma equação 1º grau com uma incógnita. Nesta questão, a aluna A3 apresentou dificuldade para representar registros algébricos (Figura 13). Duval (2003) define como condição para analisar registros de conversão apresentar um objeto em seu registro de saída e de chegada de modo a explorar as variações de congruência e não congruência. Neste caso, foi a mensagem constante no balão que cumpriu esta função. Entretanto, mesmo assim, a aluna A3 apresentou dificuldade no registro matemático formal.

Figura 12 – Questão 4 da Atividade de Sondagem

4. Represente, por meio de equações do 1º grau, as situações apresentadas abaixo.

a) Um quarto da idade de Esther é 10.

\_\_\_\_\_

b) O triplo da idade de Maurício é 18.

\_\_\_\_\_

*Substitua o valor que você não conhece por uma letra.*



Fonte: Elaboração própria.

Figura 13 – Respostas da questão 4

<p>a) Um quarto da idade de Esther é 10. <span style="float: right;">A2</span></p> $\frac{x}{4} = 10$ <p>b) O triplo da idade de Maurício é 18.</p> $x - 3 = 18$	<p>a) Um quarto da idade de Esther é 10. <span style="float: right;">A3</span></p> $\frac{1}{4}x = 10 \Rightarrow x = 40$ <p>b) O triplo da idade de Maurício é 18.</p> $3x = 18 : 3x = x = 6$	<p>a) Um quarto da idade de Esther é 10. <span style="float: right;">A5</span></p> $\frac{1}{4}x = 10 \Rightarrow x = 40$ <p>b) O triplo da idade de Maurício é 18.</p> $3x = 18 \Rightarrow x = 6$
--	--	---

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A quinta questão (Figura 14) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de realizar o inverso da questão anterior: converter uma representação de registro algébrico em linguagem natural. Durante a realização desta questão, a pesquisadora afirmou que a expressão era uma equação do 1º grau com uma incógnita, e solicitou que as alunas escrevessem, em texto, conforme a compreendessem. É importante ressaltar que neste momento ainda não havia sido definido o termo linguagem natural, propositalmente visando captar a interpretação das alunas. A explicação estava planejada para ser feita durante as atividades investigativas. Esta questão somente obteve uma resposta (Figura 15) e indicou dificuldade nesta conversão. Segundo Duval (2009), quanto maior o grau de não congruência, maior a chance do surgimento de dificuldades enfrentadas pelos alunos, pois as correspondências de significado termo a termo se tornam menores.

Figura 14 – Questão 5 da Atividade de Sondagem

5. Escreva em linguagem natural uma situação que represente a seguinte equação:  
 $5x + 6 = 14$ .

---

Fonte: Elaboração própria.

Figura 15 – Resposta da questão 5

A5

5. Escreva em linguagem natural uma situação que represente a seguinte equação:  
 $5x + 6 = 14$ .

*quinta + 6 = 14*

---

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 6 (Figura 16) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de realizar uma conversão de representação de registros de linguagem natural para algébrica e aplicar o devido tratamento para a resolução. A única resposta obtida (Figura 17) sinalizou que as alunas apresentaram dificuldade para representar algebricamente o enunciado. Duval

(2003) afirma que a coordenação de representação de registros matemáticos distintos não é espontânea, mas é importante considerá-la no processo de compreensão dos sistemas semióticos.

Figura 16 – Questão 6 da Atividade de Sondagem

6. Dois amigos tomaram um lanche numa pizzeria. Um deles comeu quatro pedaços de pizza e dois sucos e gastou R\$ 25,00 reais. O outro comeu apenas um pedaço de pizza e gastou R\$ 4,50. Quanto custou o suco?

Fonte: Elaboração própria.

Figura 17 – Resposta da questão 6

$$4,50 \cdot 4 = 18,00$$

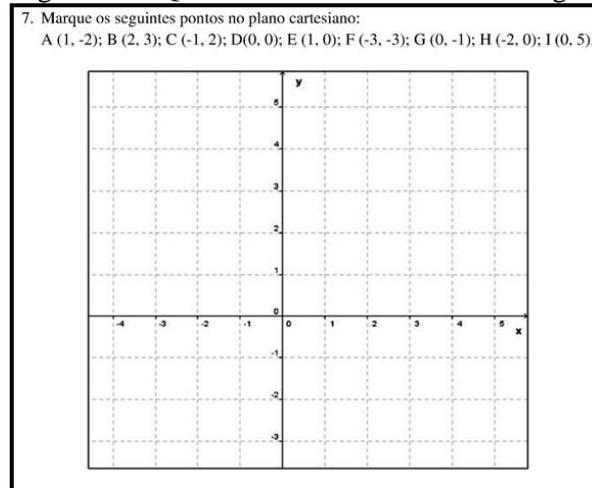
$$25,00 - 18,00 = 7,00$$

$$\frac{7,00}{2} = 3,50$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

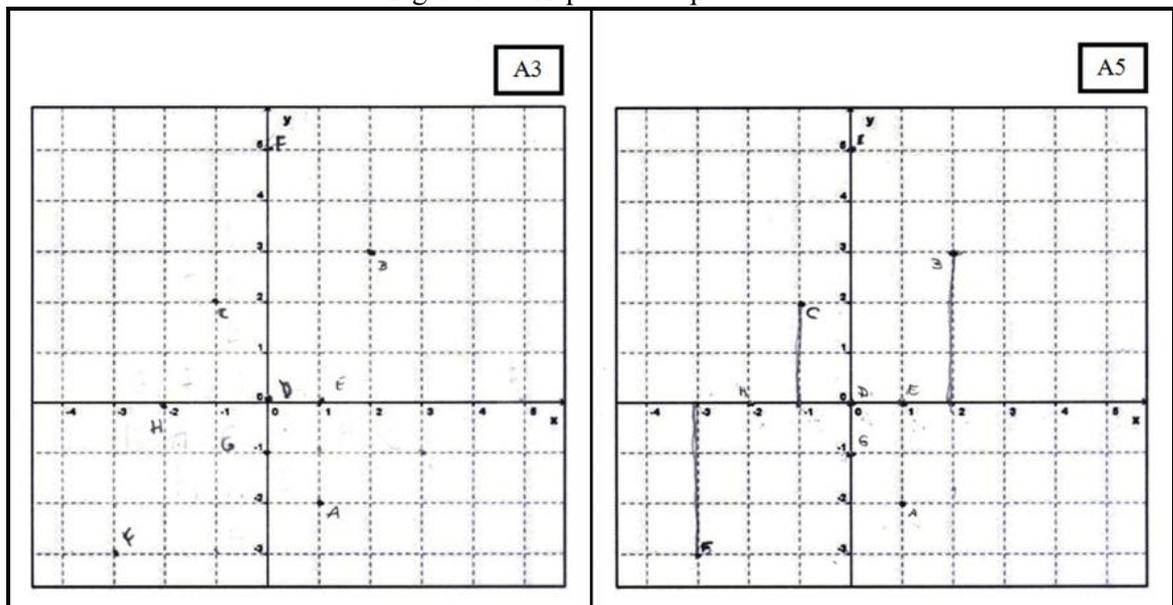
A sétima questão (Figura 18) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de representar pontos dados no plano cartesiano. Durante a resolução, as alunas manifestaram que não haviam estudado sobre plano cartesiano, apenas a marcação de pontos na reta real devido ao fato de até a data do início desta pesquisa, terem estudado apenas equação do 1º grau com uma incógnita. A pesquisadora então explicou o que é plano cartesiano e como é feita a marcação de pontos. A partir das informações, A3 e A5 conseguiram resolver a questão com êxito (Figura 19).

Figura 18 – Questão 7 da Atividade de Sondagem



Fonte: Elaboração própria.

Figura 19 – Respostas da questão 7

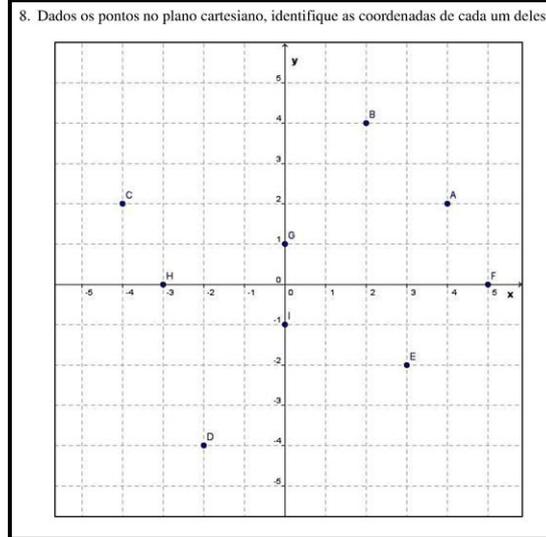


Fonte: Protocolo de pesquisa.

A última questão (Figura 20) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de realizar o inverso da questão anterior: registrar os pares ordenados representados como pontos no plano dado. A análise das respostas (Figura 21) sinalizou que as alunas ainda não haviam dominado completamente como marcar pontos no plano cartesiano, ademais este tema havia sido apresentado no mesmo encontro.

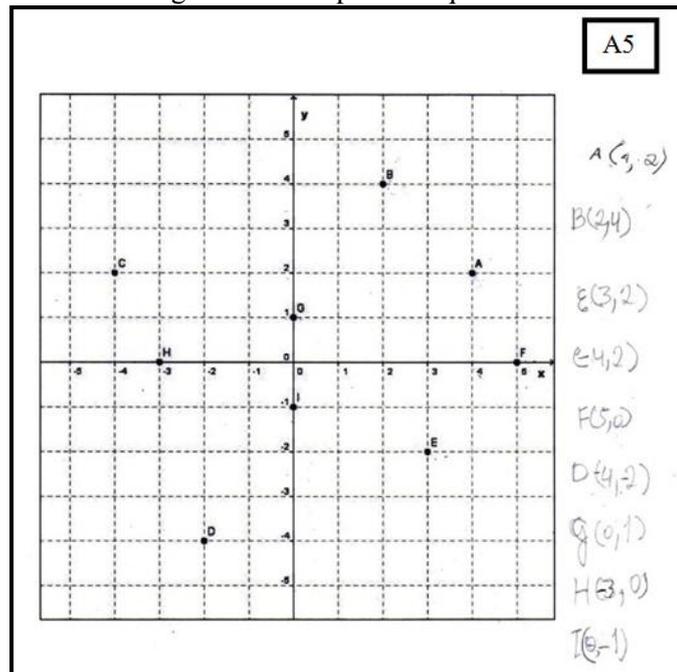
A pesquisadora sanou as principais dúvidas surgidas, embora esta não fosse a intenção do teste de sondagem.

Figura 20 – Questão 8 da Atividade de Sondagem



Fonte: Elaboração própria.

Figura 21 – Resposta da questão 8



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O quadro 4 apresenta, de forma resumida, os dados sobre o desempenho das alunas na Atividade de Sondagem. Criaram-se as categorias apresentadas nas colunas como forma de detalhar o ocorrido e facilitar a análise.

Quadro 4 – Desempenho das alunas na Atividade de Sondagem

Itens Questões	Correta	Correta com registro inadequado	Registro inadequado e incompleto	Incompleta	Incorreta	Em branco
1				A2	A3, A5	
2	A2				A3, A5	
3	a	A2, A5			A3	
	b	A2, A5	A3			
	c				A2, A3, A5	
	d	A2	A3		A5	
4	a	A2, A5		A3		
	b	A2, A3, A5				
5			A5			A2, A3
6		A3				A2, A5
7	A3, A5					A2
8				A5		A2, A3

Fonte: Elaboração própria.

As respostas da Atividade de Sondagem contribuíram muito para identificar o nível de conhecimento das alunas em relação ao conteúdo equação do 1º grau com uma incógnita. Após serem feitas as análises, foi constatado que as alunas tinham condições de resolverem as Atividades Investigativas, porém tinham dificuldades com registro matemático formal, o que demandaria mais tempo na resolução das atividades. Sendo assim, a quantidade de atividades precisaria ser revista para ser adequada ao tempo disponibilizado pela professora. Como duas alunas trabalhavam o dia todo e a que não trabalhava fora de casa morava longe da instituição não era possível realizar muitos encontros fora do horário normal das aulas.

Então, a sequência didática foi adaptada para a turma após a resolução das Atividades de Sondagem. Para tanto, foram selecionadas algumas questões com o objetivo de se adequar ao contexto da EJA.

Sendo assim, a fim de otimizar o tempo disponível, as questões 4, 5, 6, 7, 10, 11 e 12 das atividades de reconhecimento dos recursos do aplicativo *Desmos*, ou seja, da primeira parte das Atividades Investigativas não foram selecionadas. Na segunda parte, optou-se por, não solicitar a resolução das questões 3, 6, 7, 8, 9 e 17, também devido à questão de tempo.

### 3.2.2 Relato e análises das ações do segundo encontro

O segundo encontro foi realizado no dia 07 de outubro de 2016. Este foi iniciado com uma discussão sobre a Atividade de Sondagem, como forma de resgatar alguns conteúdos importantes para as atividades que seriam realizadas neste encontro. A seguir, os *tablets* foram distribuídos e foram dadas orientações gerais sobre as Atividades Investigativas, primeiramente sobre as questões de reconhecimento dos recursos do aplicativo *Desmos*, e dos *tablets* (Figura 22).

Figura 22 – Alunas da EJA durante as atividades de reconhecimento do *Desmos*



Fonte: Elaboração própria.

As alunas realizaram as atividades 1, 2 e 3, de reconhecimento do *Desmos*, sem dificuldade. Conseguiram marcar pontos no plano cartesiano do aplicativo, configurar cor e estilo do ponto, digitar expressões numéricas e plotar gráficos. A aluna (A5)<sup>13</sup>, apesar de não possuir um dispositivo com o sistema *Android*, não apresentou dificuldade, fato que merece destaque por não ser algo comum. Segundo Raymundo (2013), idosos apresentam receio ao utilizar tecnologias e as características dos aparelhos eletrônicos tais como idioma da interface e as diversas funções são fatores que influenciam na aceitação de aparelhos tecnológicos.

Neste encontro, as alunas também resolveram as questões 8 e 9, selecionadas na revisão do material após a análise da Atividade de Sondagem.

A questão 8 (Figura 23) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de resolver expressões numéricas sem utilizar o aplicativo *Desmos*, e no item 8.1 deveriam verificar suas respostas com o uso do aplicativo ao utilizar a ferramenta calculadora. Assim,

<sup>13</sup> A5 estava com 69 anos de idade quando a pesquisa foi realizada.

além de reconhecer as funcionalidades do aplicativo, seria possível verificar se as alunas sabiam resolver expressões numéricas.

A análise das respostas sinalizou que as alunas apresentaram dificuldade quanto à ordem de operações matemáticas e em escrever equações equivalentes. Ainda nesta questão no item 8.1, as alunas verificaram suas respostas com o uso do aplicativo sem dificuldade. Os erros apresentados pelas alunas foram discutidos e, em seguida, foi feito o fechamento da questão.

Figura 23 – Questão 8 das atividades de reconhecimento dos recursos do aplicativo *Desmos*

8. Resolva as seguintes expressões numéricas sem usar o Desmos .

a)  $5 + 8 \times 9$

b)  $\frac{2}{5} - 3 \times \frac{1}{2} + 5$

8.1. Verifique as respostas encontradas nos itens **a** e **b**, utilizando os recursos do aplicativo.

Fonte: Elaboração própria.

A questão 9 (Figura 24) teve por objetivo explorar a ferramenta calculadora e plotador de gráficos do *Desmos*. Nesta questão, surgiu dúvida sobre raiz da equação. Portanto, a pesquisadora explicou o conceito e relacionou com o estudo de equação do 1º grau com uma incógnita, feito pela professora da turma, de modo a facilitar a compreensão das alunas. A análise da observação das resoluções da questão 9 e das anotações feitas pela pesquisadora indicaram que esta alternativa trouxe bons resultados e as alunas conseguiram identificar as raízes corretamente.

Figura 24 – Questão 9 das atividades de reconhecimento dos recursos do aplicativo *Desmos*

9. Digite as equações e visualize o valor da(s) raiz (es):

a)  $4x - 120 = 4$

b)  $4x^2 = 16$

c)  $7x^2 - 28 = 0$

d)  $\frac{1}{2}x + \frac{4}{3} = 49$



*O aplicativo Desmos também apresenta a (s) raiz (es) de equações de 1.º e 2.º graus.*

Fonte: Elaboração própria.

Dando andamento à experimentação da sequência didática, a pesquisadora recordou o conceito de equação do 1º grau com uma incógnita e apresentou a definição de equação do 1º grau com duas incógnitas. Além disso, explicou os termos linguagem algébrica, gráfica e natural. Após a explanação, foram retomadas as Atividades Investigativas a partir do segundo

bloco de questões sobre equação do 1º grau com duas incógnitas. A pesquisadora leu com as alunas as orientações para as próximas atividades.

A primeira questão da segunda parte (Figura 25) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de converter uma equação do 1º grau com duas incógnitas expressa em linguagem natural para a algébrica. A análise das respostas (Figura 26) indicou que as alunas compreenderam o conceito de linguagem natural e todas responderam corretamente. Segundo Duval (2009), registros congruentes favorecem a apresentar sucessos escolares, pois sua correspondência semântica termo a termo se mantém clara.

Figura 25 – Questão 1 das Atividades Investigativas

<p>1. Escreva a equação (linguagem algébrica) que represente a seguinte afirmação: a soma de dois números é dez.</p> <p>_____</p>
---

Fonte: Elaboração própria.

Figura 26 – Respostas da questão 1

$x + y = 10$	A2
$y + x = 10$	A3
$y + x = 10$	A5

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A segunda questão (Figura 27) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de converter a representação dada e aplicar os tratamentos adequados para a resolução. Conseguiram realizar a conversão de registros representados em linguagem natural para a algébrica, sem dificuldade (Figura 28). Destaca-se que apenas a A3 respondeu ao item C e, no item a, A5 utilizou  $x$  e  $y$  quando o enunciado solicitou o uso L e C, o que pode ser corroborado por Tinoco (2008), pois afirma que, quase sempre nos livros e nas aulas, são representados pelas letras  $x$  e  $y$ . Entretanto, o raciocínio está correto quanto à estrutura da equação. Segundo Duval (2003), um acerto ou erro elementar isolado não tem valor cognitivo.

Figura 27 – Questão 2 das Atividades Investigativas

2. Um retângulo de largura  $L$  e comprimento  $C$  tem  $50 \text{ cm}^2$  de área.

a) Escreva uma equação que represente essa informação.

\_\_\_\_\_

b) Considerando que a largura do retângulo seja igual a 4 cm, calcule a medida do seu comprimento.

\_\_\_\_\_

c) Atribua três valores, **não inteiros e distintos**, ao comprimento  $C$  do retângulo e determine a largura  $L$  considerando a área de  $50 \text{ cm}^2$ .

I.  $C = \underline{\hspace{2cm}}$   $L = \underline{\hspace{2cm}}$

II.  $C = \underline{\hspace{2cm}}$   $L = \underline{\hspace{2cm}}$

III.  $C = \underline{\hspace{2cm}}$   $L = \underline{\hspace{2cm}}$

Fonte: Elaboração própria.

Figura 28 – Respostas da questão 2

a) Escreva uma equação que represente essa informação. A2

$L \cdot C = 50$

b) Considerando que a largura do retângulo seja igual a 4 cm, calcule a medida do seu comprimento.

$4x = 50$

---

a) Escreva uma equação que represente essa informação. A3

$L \cdot C = 50 \text{ cm}^2$

b) Considerando que a largura do retângulo seja igual a 4 cm, calcule a medida do seu comprimento.

$4C = 50$

c) Atribua três valores, **não inteiros e distintos**, ao comprimento  $C$  do retângulo e determine a largura  $L$  considerando a área de  $50 \text{ cm}^2$ .

I.  $C = 50 \text{ cm}^2$   $L = 50 \text{ cm}^2$

II.  $C = 200 \text{ cm}^2$   $L = 50 \text{ cm}^2$

III.  $C = 250 \text{ cm}^2$   $L = 100 \text{ cm}^2$

---

a) Escreva uma equação que represente essa informação. A5

$x \cdot 4 = 50$

b) Considerando que a largura do retângulo seja igual a 4 cm, calcule a medida do seu comprimento.

$x = 12,5$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 4 (Figura 29) visou avaliar se as alunas seriam capazes de identificar as soluções, listadas no enunciado, de uma equação do 1º grau com duas incógnitas. As alunas conseguiram associar, corretamente, as incógnitas aos pares ordenados, resultado muito

positivo diante das respostas da análoga no teste de sondagem (Figura 30). Entretanto, não conseguiram expressar por escrito seu pensamento, apenas oralmente. Uma aluna relatou, durante sua resolução, as associações da equação dada com os pares ordenados, de modo a verificar aqueles que satisfizeram a igualdade. Duval (2009) afirma que as dificuldades relacionadas à conversão de registros estão relacionadas ao desconhecimento da representação final. Neste caso, as alunas não têm o hábito de descrever seu raciocínio. Este fato pode ter contribuído para a ausência da descrição.

Figura 29 – Questão 4 das Atividades Investigativas

4. Assinale os pares ordenados que são soluções da equação  $x + y = 7$ .

(7, 1)                       (6, 2)  
 (2, 5)                       (3, 4)

a) Descreva seu raciocínio para resolver a questão.

---



---

Fonte: Elaboração própria.

Figura 30 – Respostas da questão 4

<input type="radio"/> (7, 1) <input checked="" type="radio"/> (2, 5)	<input type="radio"/> (6, 2) <input checked="" type="radio"/> (3, 4)	A2
<input type="radio"/> (7, 1) <input checked="" type="radio"/> (2, 5)	<input type="radio"/> (6, 2) <input checked="" type="radio"/> (3, 4)	A3
<input type="radio"/> (7, 1) <input checked="" type="radio"/> (2, 5) $5+2=7$	<input type="radio"/> (6, 2) <input checked="" type="radio"/> (3, 4) $3+4=7$	A5

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 5 (Figura 31) objetivou avaliar se as alunas seriam capazes de identificar as soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas. Ao substituir as incógnitas por números, elas tiveram dificuldade com a multiplicação de números negativos. No item seguinte percebeu-se que todas conseguiram compreender a obtenção de soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas a partir do registro de representação algébrica (Figura 32). Este resultado é corroborado por Duval (2003), em relação aos erros elementares

decorrentes de dificuldades no tratamento de registros, os quais não devem ser observados isoladamente.

Figura 31 – Questão 5 das Atividades Investigativas

5. Assinale os pares ordenados que são soluções da equação  $3x - 2y = 24$ .

(8, 0)
  (2, -9)

(0, -22)
   $\left(7, -\frac{1}{5}\right)$

a) Apresente outros dois pares ordenados que sejam soluções de  $3x - 2y = 24$ .

I. (\_\_\_\_, \_\_\_\_)

II. (\_\_\_\_, \_\_\_\_)

Fonte: Elaboração própria.

Figura 32 – Respostas da questão 5

**A2**

5. Assinale os pares ordenados que são soluções da equação  $3x - 2y = 24$ .

(8, 0)
  (2, -9)

(0, -22)
   $\left(7, -\frac{1}{5}\right)$

a) Apresente outros dois pares ordenados que sejam soluções de  $3x - 2y = 24$ .

I. (12, 6)

II. (4, -6)

---

**A3**

5. Assinale os pares ordenados que são soluções da equação  $3x - 2y = 24$ .

(8, 0)
  (2, -9)

(0, -22)
   $\left(7, -\frac{1}{5}\right)$

a) Apresente outros dois pares ordenados que sejam soluções de  $3x - 2y = 24$ .

I. (12, 6)

II. (4, -6)

---

**A5**

5. Assinale os pares ordenados que são soluções da equação  $3x - 2y = 24$ .

(8, 0)  $3 \cdot 8 - 2 \cdot 0 = 24$ 
 (2, -9)

(0, -22)
   $\left(7, -\frac{1}{5}\right)$

a) Apresente outros dois pares ordenados que sejam soluções de  $3x - 2y = 24$ .

I. (12, 6)

II. (4, -6)

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao final da aula, foi feito o fechamento da questão e o encontro seguinte foi combinado com as alunas.

### 3.2.3 Relato e análises das ações do terceiro encontro

O terceiro encontro foi realizado no dia 14 de outubro de 2016. Este foi iniciado com uma discussão sobre as questões do segundo bloco e, em seguida, as Atividades Investigativas e os *tablets* foram distribuídos para as alunas.

Em seguida, foi realizada a décima questão (Figura 33). O objetivo da mesma foi que as alunas resolvessem-na de modo intuitivo com o auxílio do aplicativo *Desmos*, visto que já conheciam a representação algébrica e geométrica de equação do 1º grau com duas incógnitas. Durante a resolução, as alunas não apresentaram dificuldade na identificação do ponto não colinear. No item seguinte, discutiram como determinar a equação correspondente aos pontos colineares. As alunas realizaram a resolução da questão em grupo e optaram por solucioná-la por tentativas, de modo que obtivessem uma equação que correspondesse à reta solicitada. Esta estratégia obteve resultados positivos: duas alunas conseguiram obter a resposta correta de modo intuitivo e investigativo (Figura 34).

Figura 33 – Questão 10 das Atividades Investigativas

10. \*Marque os pontos abaixo no plano cartesiano. Os pares ordenados, com exceção de um deles, representam soluções de uma mesma equação do 1º grau com duas incógnitas. Assinale o par que não representa uma solução dessa equação.

$\left(0, \frac{3}{2}\right)$      $(-1, 2)$      $(7, -2)$      $(4, 3)$      $(1, 1)$      $(3, 0)$

a) Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas de modo que os pontos não assinalados sejam soluções da mesma.

\_\_\_\_\_

Fonte: Elaboração própria.

Figura 34 – Respostas da questão 10

A2	<p>10. *Marque os pontos abaixo no plano cartesiano. Os pares ordenados, com exceção de um deles, representam soluções de uma mesma equação do 1º grau com duas incógnitas. Assinale o par que não representa uma solução dessa equação.</p> <p style="text-align: center;"> <math>\left(0, \frac{3}{2}\right)</math>   <math>(-1, 2)</math>   <math>(7, -2)</math>   <del><math>(4, 3)</math></del>   <math>(1, 1)</math>   <math>(3, 0)</math> </p>
A3	<p>10. *Marque os pontos abaixo no plano cartesiano. Os pares ordenados, com exceção de um deles, representam soluções de uma mesma equação do 1º grau com duas incógnitas. Assinale o par que não representa uma solução dessa equação.</p> <p style="text-align: center;"> <math>\left(0, \frac{3}{2}\right)</math>   <math>(-1, 2)</math>   <math>(7, -2)</math>   <del><math>(4, 3)</math></del>   <math>(1, 1)</math>   <math>(3, 0)</math> </p> <p>a) Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas de modo que os pontos não assinalados sejam soluções da mesma.</p> <p style="text-align: center;"><u><math>\frac{1}{2}x + y = 1,5</math></u></p>
A5	<p>10. *Marque os pontos abaixo no plano cartesiano. Os pares ordenados, com exceção de um deles, representam soluções de uma mesma equação do 1º grau com duas incógnitas. Assinale o par que não representa uma solução dessa equação.</p> <p style="text-align: center;"> <math>\left(0, \frac{3}{2}\right)</math>   <math>(-1, 2)</math>   <math>(7, -2)</math>   <del><math>(4, 3)</math></del>   <math>(1, 1)</math>   <math>(3, 0)</math> </p> <p>a) Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas de modo que os pontos não assinalados sejam soluções da mesma.</p> <p style="text-align: center;"><u><math>\frac{1}{2}x + y = 1,5</math></u></p>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A análise das respostas sinalizou que é possível um aluno conseguir resolver uma questão de modo intuitivo, a partir dos conhecimentos que já tenha adquirido. Duval (2003) afirma que a diversificação de registros de representação e a presença da conversão em atividades didáticas contribuem no desenvolvimento tanto da comunicação quanto do pensamento na aprendizagem em Matemática, pois mobiliza as variáveis específicas de cada registro.

A questão 11 (Figura 35) visou avaliar se as alunas seriam capazes de relacionar o par ordenado à equação dada. Poderiam utilizar o aplicativo *Desmos* para verificar a resposta.

Diagnosticou-se uma melhoria no registro formal e no processo de tratamento da equação (Figura 36). Duval (2009) afirma que o processo de tratamento, ao expandir detalhadamente as informações, resulta na representação do registro inicial e tem importância para o desenvolvimento da escrita Matemática.

Figura 35 – Questão 11 das Atividades Investigativas

11. \*Determine o valor de  $a$  sabendo que  $(-6, a)$  é solução da equação  $5y - \frac{x}{2} = 8$ .

---

Fonte: Elaboração própria.

Figura 36 – Respostas da questão 11

$5y + 3 = 8 \quad 5y = 5y = 1$	A2
$5y + 3 = 8 \quad 5y = 8 - 3 = 5 \quad y = 1$	A3
$5y + 3 = 8 \quad 5y = 8 - 3 \quad 5y = 5 - y = 1$	A5

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 12 (Figura 37) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de resolver a equação dada utilizando o valor da ordenada do enunciado. As alunas apresentaram dificuldade na compreensão do enunciado. A pesquisadora leu o enunciado e explicou a solicitação da questão, porém o único registro obtido nas respostas foi da aluna A3 (Figura 38), as outras duas alunas não resolveram (Quadro 5).

Figura 37 – Questão 12 das Atividades Investigativas

12. \*Qual o valor da abscissa do par ordenado de ordenada  $-\frac{1}{3}$  que satisfaz a equação  $-4x - 9y = 11$ ?

---

Fonte: Elaboração própria.

Figura 38 – Resposta da questão 12

A3

12. \*Qual o valor da abscissa do par ordenado de ordenada  $-\frac{1}{3}$  que satisfaz a equação  $-4x - 9y = 11$ ?

$-\frac{1}{3} - 4x + 9y =$

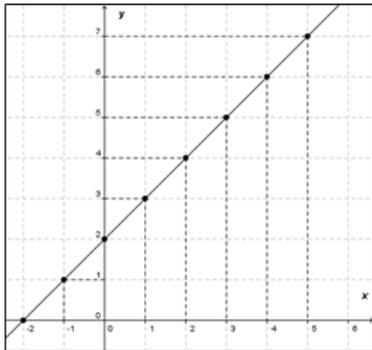
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a resolução da questão 12, observou-se que as alunas manifestavam os primeiros sinais de perda da concentração na resolução das atividades, verbalizaram que estavam cansadas.

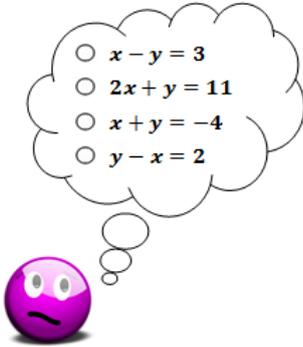
A questão 13 (Figura 39) visou avaliar se as alunas seriam capazes de identificar qual a equação do 1º grau com duas incógnitas está representada no gráfico dado e se são capazes de converter a representação do registro algébrico para linguagem natural. Todas as alunas conseguiram responder corretamente a primeira solicitação da questão (Figura 40), entretanto no item a duas alunas responderam incorretamente e uma aluna deixou em branco. Segundo Duval (2003), a conversão entre gráfico e equação é um processo de decodificação no qual aspectos próprios de cada representação são articulados simultaneamente pela atividade mental. As respostas das alunas A3 e A5 ilustram um caso de conversão não congruente (Figura 41). Segundo Duval (2003), conversões envolvendo representação em linguagem natural são casos mais complexos, pois se trata de um registro que permite diversas funções e torna-se uma tarefa mais difícil. A questão foi discutida com as alunas, entretanto, estas se confundiram no enunciado. Ao invés de converterem o registro, substituíram as coordenadas cartesianas na equação assinalada.

Figura 39 – Questão 13 das Atividades Investigativas

13. Assinale a equação cujas soluções estejam representadas na reta a seguir.



- $x - y = 3$
- $2x + y = 11$
- $x + y = -4$
- $y - x = 2$



a) Escreva, em linguagem natural, a equação assinalada nesta atividade.

---

Fonte: Elaboração própria.

Figura 40 – Respostas da primeira parte da questão 13

A2	A3	A5
<input type="radio"/> $x - y = 3$ <input type="radio"/> $2x + y = 11$ <input type="radio"/> $x + y = -4$ <input checked="" type="radio"/> $y - x = 2$	<input type="radio"/> $x - y = 3$ <input type="radio"/> $2x + y = 11$ <input type="radio"/> $x + y = -4$ <input checked="" type="radio"/> $y - x = 2$	<input type="radio"/> $x - y = 3$ <input type="radio"/> $2x + y = 11$ <input type="radio"/> $x + y = -4$ <input checked="" type="radio"/> $y - x = 2$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 41 – Respostas da segunda parte da questão 13

A3
a) Escreva, em linguagem natural, a equação assinalada nesta atividade. $4 - 2 = 2$ ou $y - 2 = 2$
A5
a) Escreva, em linguagem natural, a equação assinalada nesta atividade. $4 - 2 = 2$ e $5 - 3 = 2$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 14 (Figura 42) teve por objetivo avaliar se as alunas seriam capazes de converter a representação de registro gráfico para o algébrico, e em seguida, do algébrico para linguagem natural. As alunas tiveram dificuldade em converter as representações propostas e o rendimento das mesmas havia caído, de modo que apenas a aluna A3 respondeu ao item “a”, ainda assim de modo inadequado (Figura 43).

Figura 42 – Questão 14 das Atividades Investigativas

14. Observe gráfico abaixo e faça como se pede:

a) Escreva uma equação que represente os pontos da reta.

\_\_\_\_\_

b) Escreva, em linguagem natural, a equação escrita no item a.

\_\_\_\_\_

Fonte: Elaboração própria.

Figura 43 – Resposta incorreta da aluna A3

a) Escreva uma equação que represente os pontos da reta.

2y + x = 5

b) Escreva, em linguagem natural, a equação escrita no item a.

\_\_\_\_\_

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 15 (Figura 44) visou avaliar se as alunas seriam capazes de converter a representação de registro gráfico para linguagem natural e, em seguida, converter para o algébrico. Esta questão não obteve respostas, provavelmente, em decorrência do cansaço das alunas.

Figura 44 – Questão 15 das Atividades Investigativas

15. Observe gráfico abaixo e:

a) Escreva, em linguagem natural, um texto que represente os pontos da reta acima.

\_\_\_\_\_

b) Represente algebricamente a situação descrita acima.

\_\_\_\_\_

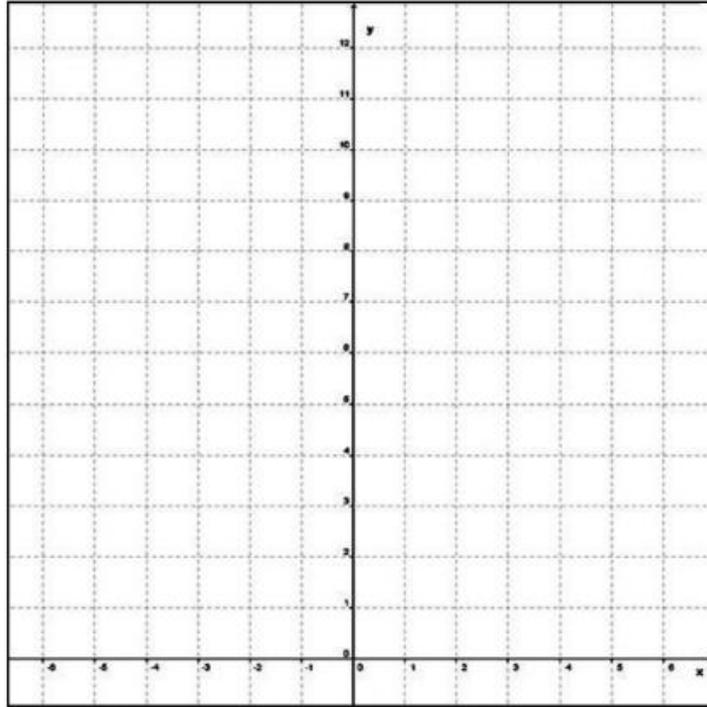
Fonte: Elaboração própria.

A questão 16 (figura 45) objetivou avaliar se as alunas seriam capazes de representar graficamente um registro expresso em linguagem natural. A análise das respostas sinalizou que as alunas conseguiram converter a representação do registro de linguagem natural em gráfico (Figura 46).

Figura 45 – Questão 16 das Atividades Investigativas

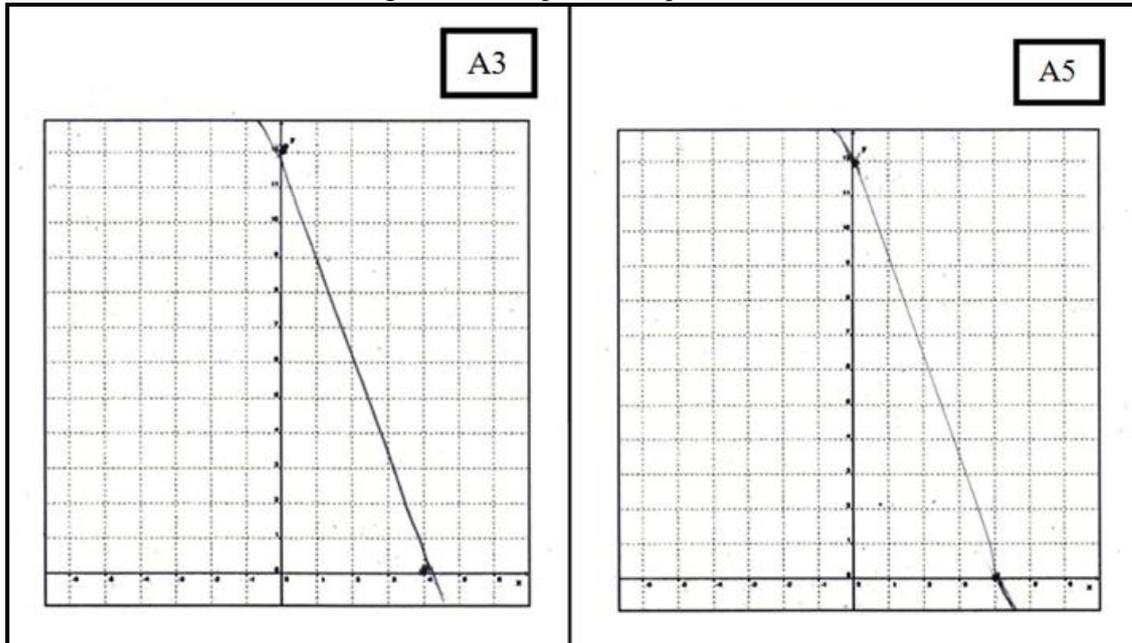
16. O triplo de um número natural mais outro número natural é igual a 12.

- a) Represente no plano cartesiano, o que foi descrito em linguagem natural no enunciado.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 46– Respostas da questão 16



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O quadro 5 apresenta, de forma resumida, os dados sobre o desempenho das alunas nas questões sobre equação do 1º grau com duas incógnitas (2º Bloco das Atividades Investigativas).

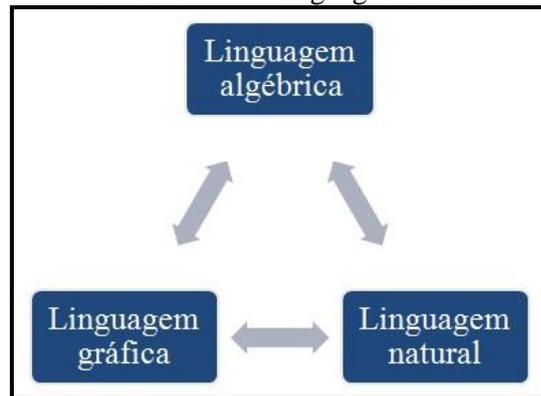
Quadro 5 – Desempenho das alunas nas questões sobre equação do 1º grau com duas incógnitas

Respostas Questões	Correta	Correta com registro inadequado	Registro inadequado e incompleto	Incompleta	Incorreta	Em branco
1	A2, A3, A5					
2	a	A2, A3	A5			
	b		A5	A2	A3	
	c				A3	A2, A5
4	a	A2, A3, A5				
5				A2, A3, A5		
	a	A2, A3, A5				
10		A2, A3, A5				
	a	A3, A5				A2
11		A2, A3, A5				
12				A3		A2, A5
13		A2, A3, A5				
	a		A3, A5			A2
14	a				A3	A2, A5
	b					A2, A3, A5
15	a					A2, A3, A5
	b					A2, A3, A5
16		A3, A5				A2

Fonte: Elaboração própria.

Ao analisar as informações do quadro 5, observou-se que as alunas participaram ativamente das atividades. Os casos de questões que ficaram em branco ocorreram no final do terceiro encontro. Alunos que trabalham durante o dia todo chegam à aula cansados e sofrem um desgaste físico e mental (SILVA; ARRUDA, 2012). Destaca-se que a dificuldade em realizar registro formal da escrita Matemática era comum a todas as alunas, entretanto, as atividades associadas ao uso do *tablet* despertaram o interesse pelo modo de representar registros. As questões selecionadas contemplaram todas as possíveis conversões entre as linguagens algébrica, gráfica e natural (Figura 47).

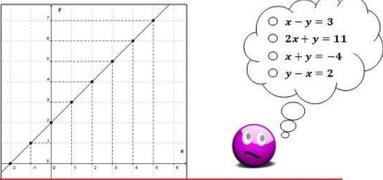
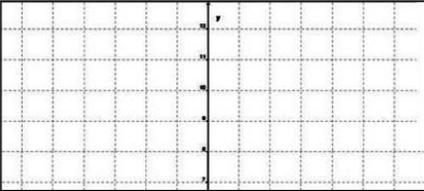
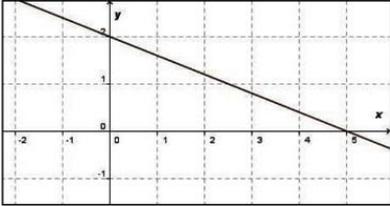
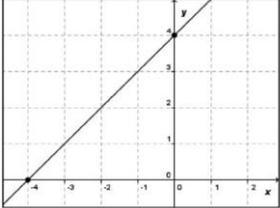
Figura 47 – Estrutura das conversões de linguagens utilizada na sequência didática



Fonte: Elaboração própria.

Os registros de representação são apresentados nas questões tanto como registro de partida (registro inicial), quanto registro de chegada (registro final), de cada conversão. Duval (2003) afirma que é essencial a presença de pelo menos dois registros. No quadro 6, apresentam-se as possíveis conversões exemplificadas pelas questões resolvidas pelas alunas. Nas questões selecionadas e resolvidas, todas as conversões foram contempladas. Dentre estas há questões contendo conversões congruentes e não congruentes. Segundo Duval (2003), o uso da conversão como um instrumento de análise de aprendizagem pode explorar variações de congruência entre dois registros.

Quadro 6 – Registros de partida e chegada de conversões contempladas na seleção de questões exemplificadas

Registro de partida	Registro de chegada	Enunciados
Linguagem algébrica	Linguagem gráfica	<p>9. Digite as equações e visualize o valor da(s) raiz (es):</p> <p>a) <math>4x - 120 = 4</math>            b) <math>4x^2 = 16</math>            c) <math>7x^2 - 28 = 0</math>            d) <math>\frac{1}{2}x + \frac{4}{3} = 49</math></p>
Linguagem algébrica	Linguagem natural	<p>13. Assinale a equação cujas soluções estejam representadas na reta a seguir.</p>  <p>a) Escreva, em linguagem natural, a equação assinalada nesta atividade.</p>
Linguagem natural	Linguagem algébrica	<p>2. Um retângulo de largura <math>L</math> e comprimento <math>C</math> tem <math>50 \text{ cm}^2</math> de área.</p> <p>a) Escreva uma equação que represente essa informação.</p>
Linguagem natural	Linguagem gráfica	<p>16. O triplo de um número natural mais outro número natural é igual a 12.</p> <p>a) Represente no plano cartesiano, o que foi descrito em linguagem natural no enunciado.</p> 
Linguagem gráfica	Linguagem algébrica	<p>14. Observe gráfico abaixo e faça como se pede:</p>  <p>a) Escreva uma equação que represente os pontos da reta.</p>
Linguagem gráfica	Linguagem natural	<p>15. Observe gráfico abaixo e:</p>  <p>a) Escreva, em linguagem natural, um texto que represente os pontos da reta acima.</p>

Fonte: Elaboração própria.

O quadro 7 apresenta o desempenho das alunas considerando as questões de conversão resolvidas por cada aluna. As respostas em branco não foram incluídas nesta análise.

Quadro 7 – Desempenho das alunas nas atividades de conversões

Registro de Representação		Registro de partida	Registro de chegada	Avaliação
Análise de casos				
A2	Acerto	Linguagem natural	Linguagem algébrica	Questões 1 e 2. Conversão congruente. A aluna respondeu corretamente, porém apresentou insegurança.
A3	Acerto	Linguagem natural	Linguagem algébrica	Questões 1 e 2. Conversão congruente. A aluna respondeu corretamente sem dificuldade.
		Linguagem natural	Linguagem gráfica	Questão 16. Conversão não congruente. Traçado do gráfico com imperfeições aceitáveis.
		Linguagem gráfica	Linguagem algébrica	Questão 10. Conversão não congruente. A aluna utilizou o aplicativo para investigar a solução da questão.
	Erro	Linguagem algébrica	Linguagem natural	Questão 13. Conversão não congruente. A aluna não compreendeu o enunciado e registrou um tratamento.
A5	Acerto	Linguagem natural	Linguagem algébrica	Questão 1 e 2. Conversão congruente. Na segunda questão a aluna utilizou incógnitas distintas das solicitadas, entretanto seu raciocínio estava correto.
		Linguagem natural	Linguagem gráfica	Questão 16. Conversão não congruente. O traçado do gráfico apresentou imperfeições aceitáveis.
		Linguagem gráfica	Linguagem algébrica	Questão 10. Conversão não congruente. A aluna utilizou o aplicativo para verificar a solução da questão.
	Erro	Linguagem algébrica	Linguagem natural	Questão 16. Conversão não congruente. A aluna não conseguiu compreender o enunciado e registrou um tratamento.

Fonte: Elaboração própria.

A análise dos dados do quadro 7 indica que o melhor desempenho das alunas se apresentou na conversão de registro da linguagem natural para a algébrica, seguido das conversões da linguagem natural para a gráfica e da linguagem gráfica para a algébrica. Entretanto, o pior desempenho foi apresentado para a conversão da linguagem algébrica para a natural. Segundo Duval (2009), as conversões no ensino de Matemática são utilizadas com a finalidade de simplificação e economia de tratamento, em que o registro final passa a ser adotado em atividades de tratamento. Ainda afirma que a conversão é a atividade mais difícil para a maioria dos alunos, pois a compreensão de enunciado, conceitos, tratamentos surgem como obstáculos para a aprendizagem do aluno levando ao fracasso cognitivo (DUVAL, 2009).

### 3.2.4 Relato e análises das ações do quarto encontro

O quarto encontro foi realizado no dia 19 de outubro de 2016, às 19h, no Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) do IFFluminense *campus* Campos Centro, local no qual a pesquisadora atua como bolsista. O encontro foi iniciado com uma revisão das questões anteriores e, em seguida, foi distribuída às alunas as Atividades de Verificação. Esta atividade não utilizou o aplicativo *Desmos*.

A questão 1 (Figura 48) teve por objetivo verificar se as alunas seriam capazes de converter a situação problema apresentada em linguagem natural em uma representação algébrica, além de aplicar tratamento em sua resolução. As alunas utilizaram o conceito de equação do 1º grau com duas incógnitas como ferramenta para converter uma situação problema em uma equação e foram capazes de realizar os tratamentos de modo correto (Figura 49). A compreensão de enunciados e o domínio de formas distintas de raciocínio estão relacionados à articulação de diversos registros de representação semiótica, este é um requisito para a atividade de conversão (DUVAL, 2009).

Figura 48 – Questão 1 da Atividade de Verificação

<p>1. (SAERJINHO – 2013- adaptada) Uma grande loja de departamentos lançou a seguinte promoção: a cada R\$ 20,00 em compras, o cliente ganha um cupom para concorrer a sorteios de prêmios. Joana foi a essa loja e comprou uma cama que custou <math>x</math> e dois jogos de cama no valor <math>y</math> cada. O total dessa compra foi de R\$ 1440,00.</p> <p>a) Escreva a equação que representa a situação descrita.</p> <hr/> <p>b) Considerando que a cama custou R\$1280,00, determine o valor de cada jogo de cama.</p> <p>c) Determine a quantidade de cupons que Joana ganhou com a compra realizada.</p> <hr/>
---

Fonte: Elaboração própria.

Figura 49 – Respostas da questão 1

A2

a) Escreva a equação que representa a situação descrita.

$x + 2y = 1440$

b) Considerando que a cama custou R\$1280,00, determine o valor de cada jogo de cama.

$1280 + 2y = 1440$        $\frac{1440}{-1280}$        $\frac{160}{2}$        $\frac{160}{2}$

$2y = 160$        $y = 80$

c) Determine a quantidade de cupons que Joana ganhou com a compra realizada.

72 cupons

---

A3

a) Escreva a equação que representa a situação descrita.

$20 = x + 2y = 1440$

b) Considerando que a cama custou R\$1280,00, determine o valor de cada jogo de cama.

$1280 + 2y = 1440$

$2y = 160$

$y = 80$

$\frac{1440}{1280}$        $\frac{160}{2}$

c) Determine a quantidade de cupons que Joana ganhou com a compra realizada.

72 cupons

---

A5

a) Escreva a equação que representa a situação descrita.

$x + 2y = 1440$

b) Considerando que a cama custou R\$1280,00, determine o valor de cada jogo de cama.

$1280,00 + 2y = 1440,00$

$2y = 160$        $y = 80$

$\frac{1440}{1280}$        $\frac{160}{2}$

c) Determine a quantidade de cupons que Joana ganhou com a compra realizada.

72

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 2 (Figura 50) visou analisar se as alunas seriam capazes de representar algebricamente a planificação apresentada no enunciado e determinar a dimensão da embalagem. As alunas A3 e A5 tiveram dificuldade na interpretação da imagem e uma das medidas de 24 cm foi desconsiderada, este erro acarretou um tratamento inadequado (Figura 51). Segundo Duval (2009), as dificuldades decorrentes da não congruência de registros podem ser causadas pelo desconhecimento de alguma das representações, seja no registro de

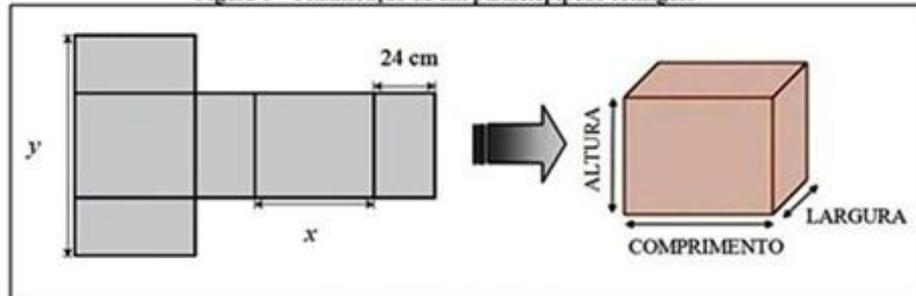
partida ou de chegada, este fato é mais comum em figuras geométricas. Nesta questão, havia um elemento novo para as alunas, a planificação.

Figura 50 – Questão 2 da Atividade de Verificação

2. (ENEM – 2014- adaptada) Conforme regulamento da Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), o passageiro que embarcar em voo doméstico poderá transportar bagagem de mão, contudo a soma das dimensões da bagagem (altura + comprimento + largura) não poderá ser superior a 115 cm.

A figura mostra a planificação de uma caixa que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de  $x$  altura e 24 cm de largura.

Figura 1 – Planificação de um paralelepípedo retângulo



Fonte: Elaboração própria.

- a) Considerando que a soma das dimensões da bagagem, apresentada na figura 1, é igual a 115, escreva a equação correspondente.
- b) Supondo que a medida de  $x$  seja 45 cm, calcule o valor de  $y$ . Registre seus cálculos.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 51 – Respostas da questão 2

A2	<p>a) Considerando que a soma das dimensões da bagagem, apresentada na figura 1, é igual a 115, escreva a equação correspondente.</p> $y + x + 24 = 115$ $y + x = 91$	$\begin{array}{r} 115 \\ - 24 \\ \hline 91 \end{array}$
	<p>b) Supondo que a medida de x seja 45 cm, calcule o valor de y. Registre seus cálculos.</p> $y + 45 = 91$ $y = 46$	$\begin{array}{r} 91 \\ - 45 \\ \hline 46 \end{array}$
A3	<p>a) Considerando que a soma das dimensões da bagagem, apresentada na figura 1, é igual a 115, escreva a equação correspondente.</p> $x + y = 115$	
	<p>b) Supondo que a medida de x seja 45 cm, calcule o valor de y. Registre seus cálculos.</p> $45 + y = 115$ $y = 115 - 45$ $y = 70$	
A5	<p>a) Considerando que a soma das dimensões da bagagem, apresentada na figura 1, é igual a 115, escreva a equação correspondente.</p> $y + x = 115$	
	<p>b) Supondo que a medida de x seja 45 cm, calcule o valor de y. Registre seus cálculos.</p> $y + 45 = 115$ $y = 70$	

Fonte: Protocolo de pesquisa.

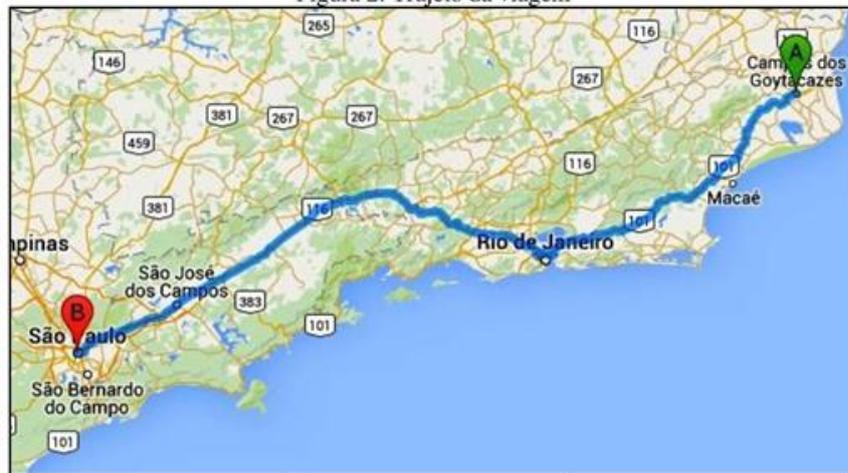
A questão 3 (Figura 52) visou avaliar se as alunas seriam capazes de representar algebricamente uma situação problema envolvendo a arrecadação de duas empresas de transporte e o uso de tratamento na determinação do preço das passagens. As alunas conseguiram utilizar o conteúdo de equação do 1º grau com duas incógnitas para sistematizar as informações, além de apresentarem uma melhora nos registros de representação e o tratamento correto (Figura 53). Duval (2003), afirma que o ganho cognitivo da conversão se deve aos registros de partida que promove uma mudança simultânea no registro de chegada e assim resulta num novo objeto representado.

Após essa resolução, foi feita a correção da questão finalizando assim o quarto encontro. Foi combinado com as alunas um próximo encontro para o dia 18 de novembro de 2016.

Figura 52 – Questão 3 da Atividade de Verificação

3. A empresa de ônibus J faz viagens percorrendo o trajeto Campos dos Goytacazes à São Paulo e no dia 29 de setembro transportou 15 passageiros. A empresa H, concorrente de J, faz o mesmo trajeto e nesta mesma data transportou 40 passageiros. A soma de arrecadação de passagens dessas duas viagens foi de R\$ 9000,00.

Figura 2: Trajeto da viagem



Fonte: www.rotamapas.com.br

- a) Escreva a equação que represente o total da arrecadação.

- b) Suponha que o preço da passagem da empresa J tenha sido R\$ 200,00. Calcule o valor da passagem da empresa H, considerando que juntas as empresas arrecadaram R\$ 9000,00.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 53 – Respostas da questão 3

<p>a) Escreva a equação que represente o total da arrecadação.</p> $15J + 40H = 9000,00$ <p>b) Suponha que o preço da passagem da empresa J tenha sido R\$ 200,00. Calcule o valor da passagem da empresa H, considerando que juntas as empresas arrecadaram R\$ 9000,00.</p> $15 \times 200 + 40H = 9000,00$ $3000 + 40H = 9000,00$ $40H = 6000,00$ <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\begin{array}{r} 9000 \\ - 3000 \\ \hline 6000 \end{array}</math> </div> <div style="margin-left: 20px;"> <math>H = 150</math> </div> </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">A2</div>
<p>a) Escreva a equação que represente o total da arrecadação.</p> $40l + 15x = 9000,00$ <p>b) Suponha que o preço da passagem da empresa J tenha sido R\$ 200,00. Calcule o valor da passagem da empresa H, considerando que juntas as empresas arrecadaram R\$ 9000,00.</p> $15 \cdot 200 + 40l = 9000,00$ $3000,00 + 40l = 9000,00$ $40l = 6000,00 \quad l = 150$	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">A3</div>
<p>a) Escreva a equação que represente o total da arrecadação.</p> $40l + 15x = 9000,00$ <p>b) Suponha que o preço da passagem da empresa J tenha sido R\$ 200,00. Calcule o valor da passagem da empresa H, considerando que juntas as empresas arrecadaram R\$ 9000,00.</p> $15 \cdot 200 + 40l = 9000,00$ $3000 + 40l = 9000,00$ $40l = 6000,00 \quad l = 150$	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">A5</div>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

### 3.2.5 Relato e análises das ações do quinto encontro

O quinto encontro foi realizado no dia 18 de novembro de 2016 no horário e sala regular da turma. Foi feita uma revisão das questões resolvidas no encontro anterior e, em seguida, as questões finais das Atividades de Verificação foram distribuídas.

A questão 4 (Figura 54) objetivou avaliar se as alunas seriam capazes de aplicar o conceito de equação do 1º grau com duas incógnitas no contexto de cálculo de consumo de luz. As alunas compreenderam o contexto e conseguiram representá-lo algebricamente (Figura 55). Duval (2003) afirma que a passagem de um registro a outro implica ser capaz de

descrever as diferentes representações de um mesmo objeto. Destaca-se a importância do contexto da questão para as alunas, cujo importante tema é algo comum em suas rotinas no gerenciamento do orçamento doméstico.

Figura 54 – Questão 4 da Atividade de Verificação

4. O mês de setembro teve um aumento de R\$ 0,045 para cada *quilowatt-hora* (kWh) consumido devido a bandeira vermelha, condições mais custosas de geração de energia elétrica. Visando evitar o desperdício, Fernando utiliza ao máximo a luz natural e a temperatura ambiente para trabalhar em seu escritório de contador na sala de casa. Para tanto ele está utilizando um *notebook* e uma impressora ligados simultaneamente, resultando num consumo de 6,75 kWh. Pergunta-se:

- a) Escreva a equação que represente o consumo dos aparelhos citados em uma hora de trabalho.
- 
- b) Considerando que o consumo da impressora seja de 2,25 kWh, calcule quanto é o consumo do notebook.
- c) Segundo a concessionária de energia elétrica atuante na cidade de Campos dos Goytacazes, o kWh custa R\$ 0,50. Calcule qual será o custo da energia do *notebook* e da impressora ligados por 5 horas por dia durante 30 dias.

Dica: Para calcular o consumo mensal de energia:

Custo de cada kWh x quantidade de horas que o aparelho é usado por dia x quantidade de dias do mês que o aparelho é usado x consumo em kWh

= Total a pagar pela energia elétrica (em reais)



Fonte<sup>1</sup>: *Public Domain Vectors.org*.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 55 – Respostas da questão 4

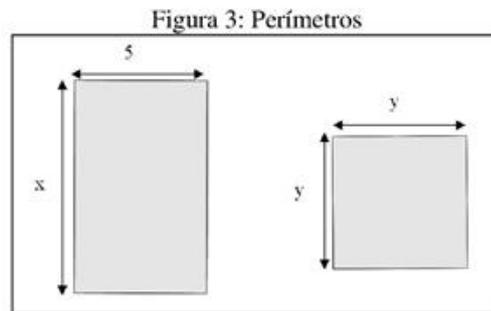
A2	<p>a) Escreva a equação que represente o consumo dos aparelhos citados em uma hora de trabalho.</p> $x + y = 6,75$ <hr/> <p>b) Considerando que o consumo da impressora seja de 2,25 kWh, calcule quanto é o consumo do notebook.</p> $x + 2,25 = 6,75$ $x = 4,50$ <p>c) <math>0,50 \times 5 \times 30 \times 6,75 = 506,25</math></p>
A3	<p>a) Escreva a equação que represente o consumo dos aparelhos citados em uma hora de trabalho.</p> $m + I = 6,75$ <hr/> <p>b) Considerando que o consumo da impressora seja de 2,25 kWh, calcule quanto é o consumo do notebook.</p> $2,25 + N = 6,75$ $N = 6,75 - 2,25 \quad N = 4,50$ <p>c) <math>7,50 \cdot 6,75 = 506,250</math></p>
A5	<p>a) Escreva a equação que represente o consumo dos aparelhos citados em uma hora de trabalho.</p> $y + x = 6,75$ <hr/> <p>b) Considerando que o consumo da impressora seja de 2,25 kWh, calcule quanto é o consumo do notebook.</p> $x + 2,25 = 6,75$ $x = 4,50$ <p>c) <math>0,50 \times 5 \times 30 \times 6,75 = 506,250</math></p>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A quinta e última questão da Atividade de Verificação (Figura 56), visou avaliar se as alunas seriam capazes de representar algebricamente o perímetro de dois polígonos a partir de sua representação gráfica informando suas medidas. As alunas compreenderam a relação entre os polígonos e o tema abordado. Todas as alunas acertaram (Figura 57). A presença de figura geométrica desta vez não acarretou dificuldades para as alunas, nestes casos Duval (2003) atribui ao fato do conhecimento prévio da referida representação.

Figura 56 – Questão 5 da Atividade de Verificação

5. (GIOVANNI – 2002 – adaptada) O retângulo e o quadrado a seguir têm o mesmo perímetro. Escreva uma equação do 1º grau que representa essa afirmação.



Fonte: Giovanni (2002, p. 153, adaptada)

Fonte: Giovanni, 2002, p. 153 – adaptada.

Figura 57 – Respostas da questão 5

<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">A2</div> $2x + 10$ $4y$ $2x + 10 = 4y$	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">A3</div> $y + y + y + y = 4y$ $x + x = 2x$ $2x + 10 = 4y$	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">A5</div> $2x + 10 = 4y$
--	---	---

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O quadro 8 apresenta, de forma resumida, os dados sobre o desempenho das alunas na Atividade de Verificação. A análise dos dados indicou que as alunas obtiveram um desempenho muito bom na Atividade de Verificação.

Quadro 8 – Desempenho das alunas na Atividade de Verificação

Respostas		Correta	Correta com registro inadequado	Registro inadequado e incompleto	Incompleta	Incorreta	Em branco
Questões							
1	a	A2, A3, A5					
	b	A2, A3, A5					
	c	A2, A3, A5					
2	a	A2				A3, A5	
	b	A2				A3, A5	
3	a	A2, A3, A5					
	b	A2, A3, A5					
4	a	A2, A3, A5					
	b	A2, A3, A5					
	c	A2, A3, A5					
5		A2, A3, A5					

Fonte: Elaboração própria.

No último encontro, após a realização da Atividade de Verificação, as alunas responderam ao Questionário Final-1. Por meio deste avaliaram o aplicativo, as atividades e as conversões de linguagens natural, algébrica e geométrica, além da satisfação na visualização dos gráficos, na facilidade do uso do aplicativo e na contribuição da utilização do aplicativo para a realização das atividades (Tabela 4).

Em cada afirmativa apresentada na referida tabela, os participantes deveriam atribuir uma nota cuja variação ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 a máxima a se atribuir.

Tabela 4 – Avaliação do aplicativo *Desmos*

Afirmativa avaliada	Opção				
	1	2	3	4	5
A visualização dos gráficos foi satisfatória.					3
Utilizar o aplicativo <i>Desmos</i> foi fácil.					3
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização das atividades propostas.					3

Fonte: Elaboração própria.

Os dados da tabela 4 indicam que o aplicativo recebeu avaliações positivas. Destacam-se, a seguir, os registros de duas alunas numa questão que solicitava comentários sobre o aplicativo *Desmos*:

*Gostei muito, se na hora da prova fosse assim seria melhor ainda, principalmente as equações. (A3)*

*Gostei, foi bom. Espero que você também tenha gostado. (A5)*

Os comentários ratificam a visão de Raymundo (2013) que afirma que os idosos reconhecem a importância e utilidade do uso de aparelhos tecnológicos e se sentem motivados a aprender a utilizá-los.

As alunas avaliaram, também, a sequência didática quanto ao tempo destinado para a realização das atividades, a atuação da pesquisadora, a importância das atividades sobre equações de 1º grau para o estudo do tema, a clareza dos enunciados e a adequação das atividades ao público alvo final (Tabela 5). Essas consideraram a sequência didática importante para o estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas. Quando questionadas sobre a sequência didática e o uso de *tablets* como recursos pedagógicos, todas as participantes avaliaram positivamente.

Tabela 5 – Avaliação da sequência didática

Afirmativa avaliada	Opção				
	1	2	3	4	5
O tempo destinado para a realização das atividades foi adequado.			2		1
A atuação da professora pesquisadora, como mediadora durante a realização das atividades foi importante.					3
As atividades sobre equações de 1º grau com duas incógnitas são interessantes para o estudo do tema.					3
Os enunciados das atividades propostas estão claros.					3
As atividades estão apropriadas ao público a que se destinam (Alunos do 8º ano do Ensino Fundamental).	1				2

Fonte: Elaboração própria.

A análise do estudo de caso e das respostas do Questionário Final – 2 indicaram que a sequência didática proporcionou às alunas da EJA o estudo de equação do 1º grau com duas incógnitas de forma adequada e positiva. Esclarece-se que a atribuição da nota 2 refletiu a sensação que as alunas tiveram quanto a diversidade de questões em relação ao tempo destinado, assim como a nota 1. Entretanto, observou-se que as alunas tiveram um bom desempenho nas atividades. Optou-se por valorizar as conversões de registro de representação seguindo os preceitos dos PCN e a TRRS que preconizam uma aprendizagem investigativa, preceitos norteadores do presente trabalho. Observou-se que o uso do aplicativo *Desmos* foi significativo para acelerar as conversões de registros de representação algébrica e gráfica, sendo bem aceito pelas alunas da EJA. Por fim, destaca-se a importância de se transitar entre diferentes registros (linguagem natural, algébrica e geométrica) e verificar se contribuíram para a compreensão do tema estudado. Todas as respostas foram positivas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa foi iniciada com a análise de dez livros didáticos que compunham o PNLD de 2014. Buscou-se investigar qual a ênfase dada a representações semióticas para o conteúdo de equação do 1º grau com duas incógnitas. Os dados levantados sinalizaram que 30% dos títulos não mencionavam a representação gráfica e omitiam o conteúdo equação do 1º grau com duas incógnitas passando ao tema sistema equação do 1º grau com duas incógnitas cuja predominância eram das representações algébricas. Diante destes resultados, foram pesquisados materiais didáticos para a elaboração das atividades, dentre estes o aplicativo *Desmos* para *tablets*. Este aplicativo possibilita a mudança entre a representação algébrica e gráfica de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Os instrumentos de coleta de dados elaborados, questionários e atividades, foram submetidos a teste exploratório. Este foi promovido com um grupo de sete licenciandos em Matemática que já haviam estudado a TRRS numa disciplina do curso. O teste foi importante, uma vez que apontou que pequenas alterações deveriam ser realizadas no material desenvolvido.

A sequência didática foi experimentada por uma turma do Ensino Fundamental do 8º ano da EJA. Participaram de todos os encontros da experimentação três alunas do total de sete matriculadas. Inicialmente, responderam a um questionário inicial para o levantamento do perfil da turma e uma atividade de sondagem para verificar se as alunas tinham os requisitos para as atividades investigativas. Nesta etapa da sequência didática a pesquisadora auxiliou as alunas no que se fez necessário. A seguir, resolveram a atividade de verificação com a finalidade de averiguar a compreensão do conteúdo segundo uma abordagem baseada na conversão de registros de representação. Finalizando, responderam a um questionário final com o intuito de captar a percepção das participantes quanto à proposta apresentada.

A análise das respostas da atividade de sondagem sinalizou que as alunas tinham dificuldade com os registros algébricos e gráficos. No entanto, o resultado da atividade de verificação apontou aumento no número de acertos das questões e melhora na representação dos registros algébricos e gráficos. Observou-se ainda que as alunas utilizaram o aplicativo *Desmos*, com facilidade.

Os dados obtidos permitiram identificar que o uso do aplicativo *Desmos* no *tablet* auxiliou as conversões de representação algébrica e gráfica durante a resolução das atividades contribuindo, assim, para o estudo de equação do 1º grau com duas incógnitas. De modo geral, considera-se que a sequência didática foi adequada para o estudo do tema e público considerado nas análises de dados, visto que abordou o conteúdo levando em consideração a importância da diversidade de representação de registro para a atividade cognitiva do aluno e, por sua vez, para a melhoria da compreensão do tema em estudo.

Durante a realização da pesquisa, surgiram dificuldades relacionadas à disponibilidade de turma para a experimentação da sequência desenvolvida, visto que eram necessários cinco encontros de duas aulas cada.

A sequência didática apresentada constitui-se em uma sugestão para auxiliar outros alunos no estudo de equação, de modo que a compreensão do conteúdo seja favorecida pelas conversões de registro de representação.

Em particular, a pesquisa contribuiu para a formação acadêmica da pesquisadora, permitindo que esta: i) aprofundasse seus estudos sobre a importância da mudança de registros de representação no estudo de equação do 1º grau com duas incógnitas e sobre a TRRS; ii) compreendesse o processo de elaboração de sequência didática, questionários e entrevista iii) adquirisse experiência docente com alunos da EJA, e iv) aprimorasse as habilidades de pesquisa, leitura e escrita.

No desenvolvimento de trabalhos semelhantes, sugere-se utilizar a sequência didática elaborada em turmas do Ensino Fundamental regular com o apoio do professor da turma. Ainda sugere-se o uso do aplicativo *Desmos*, em *smartphone*, visto que o aplicativo pode ser instalado em dispositivos *Android*, o que permitiria uma turma com mais alunos utilizar o aplicativo individualmente. Além disso, propõe-se a promoção de pesquisas, semelhantes à descrita, que focalizem outros conteúdos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

- ANTONIASSI, Kleber Rodrigo. *O ensino de sistemas de equação do primeiro grau com duas incógnitas no oitavo ano do Ensino Fundamental através de situações-problema*. 2013. 66f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Carlos-SP, 2013.
- ALMEIDA, Ana Mary Barreto de. *Registros de representações semióticas no estudo de polinômios usando aplicativos em tablets*. 2015. 213f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), Campos dos Goytacazes-RJ, 2015.
- AMARAL, Priscilla Guez Rabelo. *Softwares matemáticos e estatísticos para tablets: uma primeira análise*. 2013. 61f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Fluminense (UFF), Niterói-RJ, 2013.
- AZEREDO, Claudia Márcia R. de; SILVA, Luiz Gustavo S.; BATISTA, Silvia Cristina F. Uso pedagógico de tecnologias digitais em Matemática: breve análise de pesquisas. In: CONGRESSO INTEGRADO DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO, 7., 2012, Campos dos Goytacazes. *Anais...* Campos dos Goytacazes: IFFLUMINENSE, 2012, p. 1-14.
- BARCELOS, Gilmara Teixeira; BATISTA, Silvia Cristina Freitas. Uso de Aplicativos em Tablets no Estudo de Sistemas Lineares: percepção de licenciandos em Matemática. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL SOBRE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 18., 2013, Porto Alegre. *Anais...* Porto Alegre: PUC-RS, 2013. p. 168-175.
- BATISTA, Silvia Cristina Freitas. *M-LearnMat: Modelo Pedagógico para Atividades de M-learning em Matemática*. 2011. 225f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação (CINTED), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre-RS, 2011.
- BATISTA, Silvia Cristina Freitas; BEHAR, Patricia Alejandra; PASSERINO, Liliana Maria. Recursos pedagógicos para dispositivos móveis: uma análise com foco na matemática. *Revista Renote Novas Tecnologias na Educação*, Rio Grande do Sul: Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação (CINTED-UFRGS), v. 8, n. 3, s.p., dez. 2010.
- BIGODE, Antonio José Lopes. *Projeto Velear: Matemática*. v. 3 São Paulo: Scipione, 2012.
- BRASIL. Constituição da República dos Estados Unidos do Brasil de 1934. *Diário Oficial do Congresso Nacional*, Brasília – DF, 16 jul. 1934. Seção 3, título 5, capítulo 2, artigo 150.
- BRASIL. Constituição da República dos Estados Unidos do Brasil de 1937. *Diário Oficial do Congresso Nacional*, Brasília – DF, 10 nov. 1937. Artigo 129.
- BRASIL. Lei nº 5.379 de 1967. Brasília – DF, 15 dez. 1967.

- BRASIL. Constituição da República dos Estados Unidos do Brasil de 1988. *Diário Oficial do Congresso Nacional*, Brasília – DF, 05 out. 1988. Artigo 60, inciso décimo segundo, parágrafo quarto.
- BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) nº 9394 de 1996. *Senado Federal – Secretaria Especial de Editoração e Publicações Subsecretaria de Edições Técnicas*, Brasília – DF, 2005. Título 5, capítulo 2, seção 5, artigo 37 e 38, p. 19.
- BRASIL. Lei Orgânica do Ensino Primário nº 8529 de 1946. *Câmara do Deputados Federais*, Brasília – DF, 02 jan. 1946. Título 1, capítulo 3, artigo 2, alínea b.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. *Guia de livros didáticos: Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2014, Matemática, Ensino Fundamental, anos finais*. Brasília-DF, 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino de quinta a oitava séries*. Brasília-DF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Articulação com os Sistemas de Ensino. *Plano Nacional de Educação*. Brasília – DF, 2015.
- DANTE, Luiz Roberto. *Projeto Teláris: Matemática*. v. 2. São Paulo: Ática, 2012.
- DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-33.
- DUVAL, Raymond. *Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
- DUVAL, Raymond. *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar – os registros de representação semiótica*. São Paulo: PROEM, 2011.
- DUVAL, Raymond; MORETTI, Mércles Thadeu. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revemat (Revista Eletrônica de Educação Matemática)*, Florianópolis, v. 07, n. 02, p. 266-297, 2012.
- GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. *A conquista da Matemática: A + nova*. São Paulo: FTD, 2002.
- HENRIQUES, A.; ALMOULOUD, S. A. *Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple*. Ciências & Educação, Bauru, v. 22, n. 2, p. 465- 487, 2016.
- LEONARDO, Fabio Martins de. *Projeto Araribá: Matemática*. v. 3. 3.ed. São Paulo: Moderna, 2010.
- MANZINI, Eduardo José. *A entrevista na pesquisa social*. v. 26/27. São Paulo: Didática, 1991. p. 154.

MOREIRA, Herivelton.; CALEFFE, Luiz Gonzaga. *Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador*. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MOREIRA, Larissa de Sousa; BARCELOS, Gilmara Teixeira; BATISTA, Silvia Cristina Freitas. Geometria dinâmica em tablets: Estudo de caso com o aplicativo GeoGebra. *Revista Novas Tecnologias na Educação (Renote)*, Rio Grande do Sul: Centro interdisciplinar de novas tecnologias na educação, v. 11, nº 03, p. 01-10, dez. 2013. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/44715/28449>>. Acesso em: 21 mar. 2017, 17h 59min.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: ideias e desafios*, 8º ano. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

PEIRCE, Charles Sanders. *Semiótica/ Charles Sanders Pierce*. 4. ed. São Paulo: Perspectiva, 2008.

PIMENTEL, Danilo Eudes. *Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da aritmética para a álgebra*. 2010. 133f. Dissertação (Mestrado) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Carlos-SP, 2010.

RAYMUNDO, Taiuani Marquine. *Aceitação de tecnologias por idosos*. 2013. 89f. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade de São Paulo, 2013.

RIO DE JANEIRO. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Estado de Educação. *Currículo Mínimo 2012 Matemática*. Rio de Janeiro-RJ, 2013.

SANTAELLA, Lúcia. *O que é semiótica*. São Paulo: Brasiliense, 2012.

SANTOS, Daniela Miranda Fernandes; MORELATTI, Maria Raquel Miotto. *Ensino de equação do 1º grau: concepções de professores de matemática*. Curitiba: Appris, 2016.

SILVA, Greice Palhão; ARRUDA, Roberto Alves. Evasão escolar de alunos na educação de jovens e adultos – EJA. *REP'S (Revista Eventos Pedagógicos)*, Mato Grosso, v. 03, n. 03, p. 113-120, dez. 2012.

SILVA, Michelsch João da. *Registro de representações semióticas no estudos de sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis usando o software GeoGebra*. 2014. 169f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Rio Grande do Sul - RS, 2014.

SILVA, Aline Rodrigues da; BARBOSA, Mayara Carlos. *Interpretação geométrica de sistemas lineares com auxílio de aplicativos em tablets*. 2014. 112f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campos dos Goytacazes-RJ, 2014.

SONEMANN, Bianca Gomes; VARRIALE, Maria Cristina. *Solução gráfica de sistemas de equação do 1º grau com duas incógnitas utilizando software GeoGebra ou aplicativo para celular Matlab Calculator*. 2015. 18f. Especialização (Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul - RS, 2015.

SOUZA, Joami; PATARO, Patrícia Moreno. *Vontade de Saber 8º ano*. São Paulo: FTD, 2013.

STEPHANOU, Maria; BASTOS, Maria Helena (Org.). *Histórias e Memórias da Educação no Brasil*. v. 03. Petrópolis-RJ: Vozes, 2005.

STRELHOW, Thyeles Borcarte. Breve história sobre a educação de jovens e adultos no Brasil. *Revista HISTEDBR On-line*, Campinas, n. 38, p. 49-59, jun. 2010.

TINOCO, Lucia Arruda Albuquerque. *Álgebra: pensar, calcular, comunicar*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ/IM), 2008.

ZABALA, Antoni. *A prática educativa: como ensinar*. Tradução Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed 1998.

YIN, Robert K. *Estudo de caso: planejamento e métodos*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

## APÊNDICES

## **APÊNDICE A – Livros Pesquisados**

- ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. *Praticando Matemática*. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.
- BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática: Bianchini*. v. 3. 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011.
- BIGODE, Antonio José Lopes. *Projeto Velear: Matemática*. v. 3 São Paulo: Scipione, 2012.
- CENTURIÓN, Marília. *Matemática: teoria e contexto*, 8º. São Paulo: Saraiva, 2012.
- DANTE, Luiz Roberto. *Projeto Teláris: Matemática*. v. 2. São Paulo: Ática, 2012.
- IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Matemática: Imenes & Lellis*. v. 2. São Paulo: Moderna, 2009.
- LEONARDO, Fabio Martins de. *Projeto Araribá: Matemática*. v. 3. 3.ed. São Paulo: Moderna, 2010.
- MAZZIEIRO, Alceu dos Santos; MACHADO, Paulo Antônio Fonseca. *Descobrimo e aplicando Matemática 9º ano*. Belo Horizonte: Dimensão, 2012.
- MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: ideias e desafios*, 8º ano. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2012.
- SOUZA, Joami; PATARO, Patrícia Moreno. *Vontade de Saber 8º ano*. São Paulo: FTD, 2013.

**APÊNDICE B – Entrevista com a professora da turma EJA**



Os dados coletados por meio desta entrevista são para fins de pesquisa educacional promovida por Camila Linhares Ribeiro Barbosa, aluna do curso Licenciatura em Matemática do IF Fluminense *campus* Campos Centro, sob orientação das professoras Gilmara Teixeira Barcelos e Silvia Cristina Freitas Batista. As informações fornecidas serão tratadas somente para essa finalidade e sua identidade será mantida em sigilo.

*As informações pessoais que você fornecer serão tratadas somente para fins de pesquisa e seu nome será mantido em sigilo.*

### **Entrevista com professora titular da turma do 8º ano da EJA**

1. Há quanto tempo leciona na escola? E no 8º ano?
2. Qual é o livro didático adotado na escola para o 8º ano?
3. No seu planejamento é contemplado o estudo de equação do 1º grau com duas incógnitas? E a representação gráfica desse tema?
4. O livro didático adotado contém este assunto?
5. Como você aborda este tema?
6. É contemplada a resolução de problemas neste estudo?
7. Os alunos apresentam dificuldades?

## **APÊNDICE C – Questionário Inicial – 1**



Ministério da  
Educação



Os dados coletados por meio deste questionário são para fins de pesquisa educacional promovida por Camila Linhares Ribeiro Barbosa, aluna do curso Licenciatura em Matemática do IF Fluminense *campus* Campos Centro, sob orientação das professoras Gilmara Teixeira Barcelos e Sílvia Cristina Freitas Batista. As informações fornecidas serão tratadas somente para essa finalidade e sua identidade será mantida em sigilo.

### Questionário Inicial 1 (teste exploratório licenciandos)

1- Identificação: \_\_\_\_\_.

2- Sexo:

- Feminino  
 Masculino

3- Qual sua idade? \_\_\_\_\_.

4- Você possui *smartphone* com sistema *Android*?

- Sim  
 Não

4.1- Em caso afirmativo, qual é a versão do *Android*?

- Inferior a 4.1  
 Igual ou superior a 4.1

5- Você possui *tablet* com sistema *Android*?

- Sim  
 Não

5.1- Em caso afirmativo, qual é a versão do *Android*?

- Inferior a 4.1  
 Igual ou superior a 4.1

6- Você já utilizou um *smartphone* para fins educacionais?

- Sim  
 Não

6.1- Em caso afirmativo, com qual finalidade? (É possível marcar mais de uma alternativa).

- Estudar para uma prova  
 Realizar pesquisa

- Realizar trabalho solicitado por um professor
- Apoiar a resolução de exercícios/atividades
- Outro: \_\_\_\_\_.

7- Você já utilizou *tablet* para fins educacionais?

- Sim
- Não

7.1- Em caso afirmativo, com qual finalidade? (É possível marcar mais de uma alternativa).

- Estudar para uma prova
- Realizar pesquisa
- Realizar trabalho solicitado por um professor
- Apoiar a resolução de exercícios/atividades
- Outro: \_\_\_\_\_.

8- Algum professor já utilizou aplicativo em dispositivos móveis para abordar um conteúdo da disciplina lecionada?

- Sim
- Não

8.1- Em caso afirmativo, você considerou a experiência positiva?

- Sim
- Não

Comente:

---



---



---

8.2- Em qual (ais) disciplina(s) foi utilizado?

---

8.3- Qual (is) o aplicativo(s) foi (foram) utilizado(s)?

---

**APÊNDICE D – Questionário Final – 1**

Os dados coletados por meio deste questionário são para fins de pesquisa educacional promovida por Camila Linhares Ribeiro Barbosa, aluna do curso Licenciatura em Matemática do IF Fluminense *campus* Campos Centro, sob orientação das professoras Gilmara Teixeira Barcelos e Silvia Cristina Freitas Batista. As informações fornecidas serão tratadas somente para essa finalidade e sua identidade será mantida em sigilo.

### Questionário Final 1 (teste exploratório licenciandos)

1- Identificação: \_\_\_\_\_

2- Em relação à utilização do aplicativo Desmos, na resolução das atividades propostas, por favor, assinale para cada afirmação, a coluna que considera mais adequada sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

Afirmativa avaliada	Opção	1	2	3	4	5
A visualização dos gráficos foi satisfatória.						
Utilizar o aplicativo Desmos foi fácil.						
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização das atividades propostas.						

3- O espaço a seguir é destinado a comentários que você queira fazer sobre o aplicativo Desmos.

---



---

4- Com relação à experimentação, assinale para cada afirmação, a coluna que considera mais adequada sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

Afirmativa avaliada	Opção	1	2	3	4	5
O tempo destinado para a realização das atividades foi adequado.						
A atuação da professora pesquisadora, como mediadora durante a realização das atividades foi importante.						
As atividades sobre equações de 1.º grau com duas incógnitas são interessantes para o estudo do tema.						
Os enunciados das atividades propostas estão claros.						
As atividades estão apropriadas ao público a que se destinam (Alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental).						

- 5- Um conjunto de atividades organizado para um determinado fim educacional como o que foi realizado nesse estudo, é denominado sequência didática. Considerando, de forma global, as atividades promovidas, o encadeamento e as finalidades das mesmas, o tempo destinado às ações, aos recursos utilizados e à metodologia adotada, que nota você atribuiria a sequência didática proposta.

1	2	3	4	5

5.1- Comentários:

---



---

- 6- O uso de dispositivos móveis para fins educativos tem sido bastante pesquisado. Na atividade promovida, foram utilizados *tablets*. De maneira geral, você considera que esses dispositivos foram bons recursos pedagógicos?

- Sim  
 Não

6.1- Comentários:

---



---

- 7- Com relação à conversão de registro, assinale para cada afirmação, a coluna que considera mais adequada sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

Afirmativa avaliada	Opção				
	1	2	3	4	5
7.1- As atividades propostas para o estudo de equação de 1.º grau de duas incógnitas contemplam, adequadamente, a conversão entre os <b>registros</b> :					
<b>Gráfico e algébrico</b>					
<b>Gráfico e linguagem natural</b>					
<b>Algébrico e gráfico</b>					
<b>Algébrico e linguagem natural</b>					
<b>Linguagem natural e gráfico</b>					
<b>Linguagem natural e algébrico</b>					

7.2- A forma como a mudança entre os três tipos de registros foi proposta na sequência contribui para o entendimento de que uma mesma equação de 1.º grau com duas incógnitas pode ser representada de diferentes maneiras.					
7.3- É importante trabalhar mudanças de registros desde o Ensino Fundamental.					

O espaço a seguir é para comentários relacionados a qualquer afirmativa apresentada na quadro acima. Caso tenha assinalado a opção 1, 2 ou 3, para algumas(s) afirmativa(s), por favor, mencione o(s) motivo(s) que levaram a essa decisão.

---



---



---



---



---



---



---



---

**APÊNDICE E – Questionário Inicial – 2**



MINISTÉRIO DA  
EDUCAÇÃO



Os dados coletados por meio deste questionário são para fins de pesquisa educacional promovida por Camila Linhares Ribeiro Barbosa, aluna do curso Licenciatura em Matemática do IF Fluminense *campus* Campos Centro, sob orientação das professoras Gilmara Teixeira Barcelos e Silvia Cristina Freitas Batista. As informações fornecidas serão tratadas somente para essa finalidade e sua identidade será mantida em sigilo.

## Questionário Inicial 2 (Alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental)

1- Identificação:

\_\_\_\_\_.

2- Sexo:

- Feminino  
 Masculino

3- Qual sua idade? \_\_\_\_\_.

4- Você se interessa pelas aulas de matemática?

- Sim  
 Não

4.1- Em caso afirmativo, o que contribui para o seu interesse? É possível marcar mais de uma alternativa.

- O gosto pela disciplina  
 A linguagem do material didático utilizado (livro adotado/apostila)  
 A interatividade da professora com a turma  
 As metodologias utilizadas pela professora  
 Outros: \_\_\_\_\_.

4.2- Em caso negativo, o que contribui para sua falta de interesse?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

5- Você possui *smartphone* com sistema *Android*?

- Sim  
 Não

5.1-Em caso afirmativo, qual é a versão do *Android*?

- Inferior a 4.1  
 Igual ou superior a 4.1

6- Você possui *tablet* com sistema *Android*?

- Sim  
 Não

6.1- Em caso afirmativo, qual é a versão do *Android*?

- Inferior a 4.1

Igual ou superior a 4.1

7- Você já utilizou um *smartphone* para fins educacionais?

Sim

Não

7.1- Em caso afirmativo, com qual finalidade? É possível marcar mais de uma alternativa.

Estudar para uma prova

Realizar pesquisa

Realizar trabalho solicitado por um professor

Apoiar a resolução de exercícios/ atividades

Outro: \_\_\_\_\_.

8- Você já utilizou *tablet* para fins educacionais?

Sim

Não

8.1- Em caso afirmativo, com qual finalidade? É possível marcar mais de uma alternativa.

Estudar para uma prova

Realizar pesquisa

Realizar trabalho solicitado por um professor

Apoiar a resolução de exercícios/atividades

Outro: \_\_\_\_\_.

9- Algum professor já utilizou aplicativo em dispositivos móveis para abordar um conteúdo da disciplina lecionada?

Sim

Não

9.1- Em caso afirmativo, você considerou a experiência positiva?

Sim

Não

9.3- Em qual(ais) disciplina(s) foi utilizado?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

9.4 - Qual(is) aplicativo(s) foi (foram) utilizado(s)?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**APÊNDICE F – Questionário Final – 2**



Os dados coletados por meio deste questionário são para fins de pesquisa educacional promovida por Camila Linhares Ribeiro Barbosa, aluna do curso Licenciatura em Matemática do IF Fluminense *campus* Campos Centro, sob orientação das professoras Gilmara Teixeira Barcelos e Silvia Cristina Freitas Batista. As informações fornecidas serão tratadas somente para essa finalidade e sua identidade será mantida em sigilo.

## Questionário Final 2 (Alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental)

1- Identificação: \_\_\_\_\_

2- Em relação à utilização do aplicativo Desmos, na resolução das atividades propostas, por favor, assinale para cada afirmação, a coluna que considera mais adequada sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

Afirmativa avaliada	Opção	1	2	3	4	5
A visualização dos gráficos foi satisfatória.						
Utilizar o aplicativo Desmos foi fácil.						
A utilização do aplicativo contribuiu para a realização das atividades propostas.						

3- O espaço a seguir é destinado a comentários que você queira fazer sobre o aplicativo Desmos.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4- Com relação à experimentação, assinale para cada afirmação, a coluna que considera mais adequada sabendo que a variação de notas ocorre de 1 a 5, em que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

Afirmativa avaliada	Opção	1	2	3	4	5
O tempo destinado para a realização das atividades foi adequado.						
A atuação da professora pesquisadora, como mediadora durante a realização das atividades foi importante.						
As atividades sobre equações de 1.º grau com duas incógnitas são interessantes para o estudo do tema.						
Os enunciados das atividades propostas estão claros.						
As atividades estão apropriadas ao público a que se destinam (Alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental).						

5- Um conjunto de atividades organizado para um determinado fim educacional como o que foi realizado nesse estudo, é denominado sequência didática. Considerando, de forma global, as atividades promovidas, o encadeamento e as finalidades das mesmas, o tempo destinado às ações, aos recursos utilizados e à metodologia adotada, que nota você atribuiria a sequência didática proposta.

1	2	3	4	5

5.1- Comentários:

---



---

6- O uso de dispositivos móveis para fins educativos tem sido bastante pesquisado. Na atividade promovida, foram utilizados *tablets*. De maneira geral, você considera que esses dispositivos foram bons recursos pedagógicos?

- Sim  
 Não

6.1- Comentários:

---



---

7- As atividades propostas possibilitaram a percepção da importância de se transitar entre diferentes registros (linguagem natural, algébrico e geométrico)?

- Sim  
 Não

7.1- Em caso afirmativo, as conversões contribuíram para a compreensão do tema de estudo?

Registro	Exemplo	Sim	Não
Linguagem Natural	A subtração de dois números é igual a dois.		
Algébrico	$y - x = 2$		
Geométrico			

7.2- Comentários:

---



---

**APÊNDICE G – Atividade de Sondagem – 1**

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NOME: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

## EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

### ATIVIDADE DE SONDAGEM

1. Assinale os itens que apresentam equações do 1º grau com uma incógnita (respostas múltiplas).

a)  $3 + 5 = 8$

b)  $x + 1 = 4$

c)  $x - y = 1$

d)  $2x - x = 2$

e)  $x^2 - 2x - 1 = 0$

f)  $\sqrt{x} + 2 = 6$



*Você pode marcar mais de uma resposta.*

Fonte<sup>1</sup>: *Public Domain Vectors.org*.

2. Assinale o valor de x que é solução da equação  $x + 7 = 20$ .

13

27

-27

-13

3. Considerando o conjunto universo, determine o conjunto solução das equações.

a)  $U = \mathbb{N}$

$x + 2 = 0$

\_\_\_\_\_

b)  $U = \mathbb{Z}$

$x + 2 = 0$

\_\_\_\_\_

c)  $U = \mathbb{Q}$

$x + 2 = 0$

\_\_\_\_\_

d)  $U = \mathbb{R}$

$x + 2 = 0$

\_\_\_\_\_

<sup>1</sup> *Publicdomainvectors.org*, oferece imagens livres de direitos autorais. É possível editar, distribuir e usar as imagens sem pedir permissão.

4. Represente, por meio de equações do 1º grau, as situações apresentadas abaixo.

a) Um quarto da idade de Esther é 10.

\_\_\_\_\_

*Substitua o valor que você  
não conhece por uma letra.*



b) O triplo da idade de Maurício é 18.

\_\_\_\_\_

5. Escreva em linguagem natural uma situação que represente a seguinte equação:  
 $5x + 6 = 14$ .

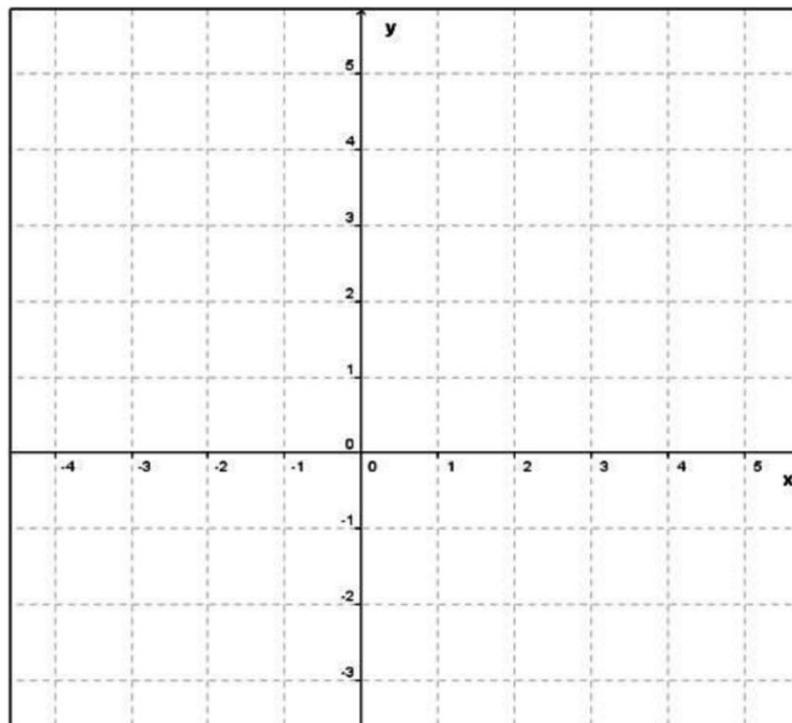
\_\_\_\_\_

6. Dois amigos tomaram um lanche numa pizzaria. Um deles comeu quatro pedaços de pizza e dois sucos e gastou R\$ 25,00 reais. O outro comeu apenas um pedaço de pizza e gastou R\$ 4,50. Quanto custou o suco?

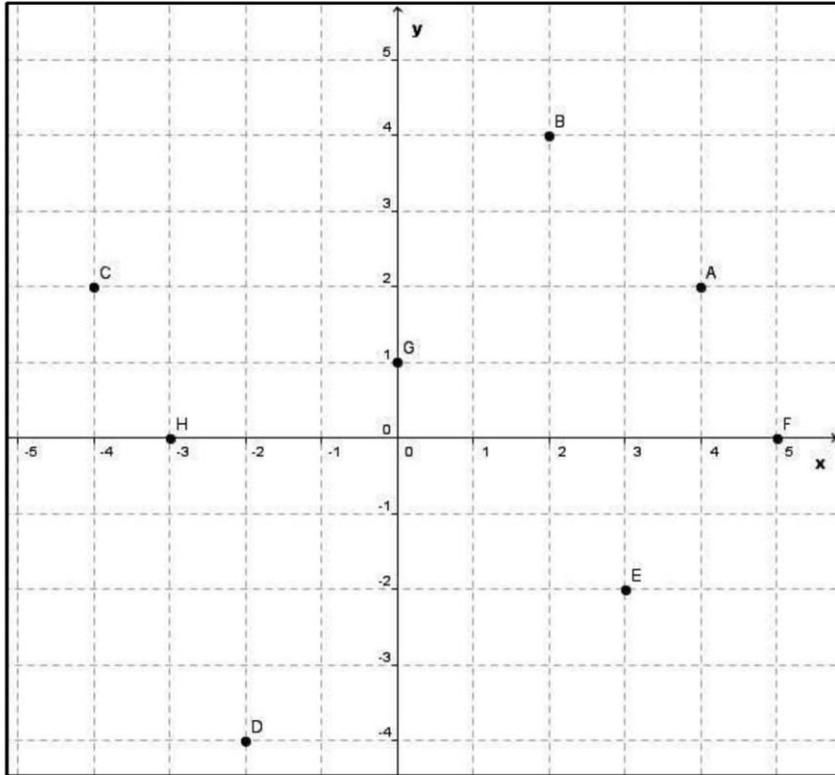
\_\_\_\_\_

7. Marque os seguintes pontos no plano cartesiano:

A (1, -2); B (2, 3); C (-1, 2); D(0, 0); E (1, 0); F (-3, -3); G (0, -1); H (-2, 0); I (0, 5).



8. Dados os pontos no plano cartesiano, identifique as coordenadas de cada um deles.



**APÊNDICE H – Atividade de Sondagem – 2**

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NOME: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

## EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

## ATIVIDADE DE SONDAGEM

1. Assinale os itens que apresentam equações do 1º grau com uma incógnita (respostas múltiplas).

a)  $3 + 5 = 8$

b)  $x + 1 = 4$

c)  $x - y = 1$

d)  $2x - x = 2$

e)  $x^2 - 2x - 1 = 0$

f)  $\sqrt{x} + 2 = 6$



*Você pode marcar mais de uma resposta.*

Fonte<sup>1</sup>: *Public Domain Vectors.org*.

2. Assinale o valor de  $x$  que é solução da equação  $x + 7 = 20$ .

13

27

-27

-13

3. Considerando o conjunto universo, determine o conjunto solução das equações.

a)  $U = \mathbb{N}$

$x + 2 = 0$

\_\_\_\_\_

b)  $U = \mathbb{Z}$

$x + 2 = 0$

\_\_\_\_\_

c)  $U = \mathbb{Q}$

$x + 2 = 0$

\_\_\_\_\_

d)  $U = \mathbb{R}$

$x + 2 = 0$

\_\_\_\_\_

<sup>1</sup> *Publicdomainvectors.org*, oferece imagens livres de direitos autorais. É possível editar, distribuir e usar as imagens sem pedir permissão.

4. Represente, por meio de equações do 1º grau, as situações apresentadas abaixo.

a) Um quarto da idade de Esther é 10.

\_\_\_\_\_

*Substitua o valor que você não conhece por uma letra.*



b) O triplo da idade de Maurício é 18.

\_\_\_\_\_

5. Escreva em linguagem natural uma situação que represente a seguinte equação:

$$5x + 6 = 14.$$

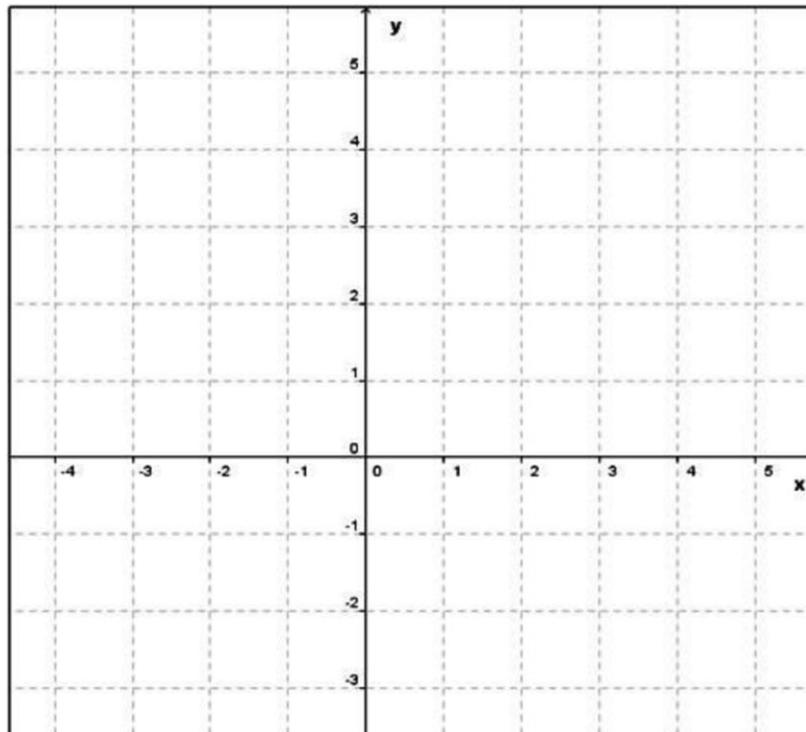
\_\_\_\_\_

6. Dois amigos tomaram um lanche numa pizzaria. Um deles comeu quatro pedaços de pizza e dois sucos e gastou R\$ 25,00 reais. O outro comeu apenas um pedaço de pizza e gastou R\$ 4,50. Quanto custou o suco?

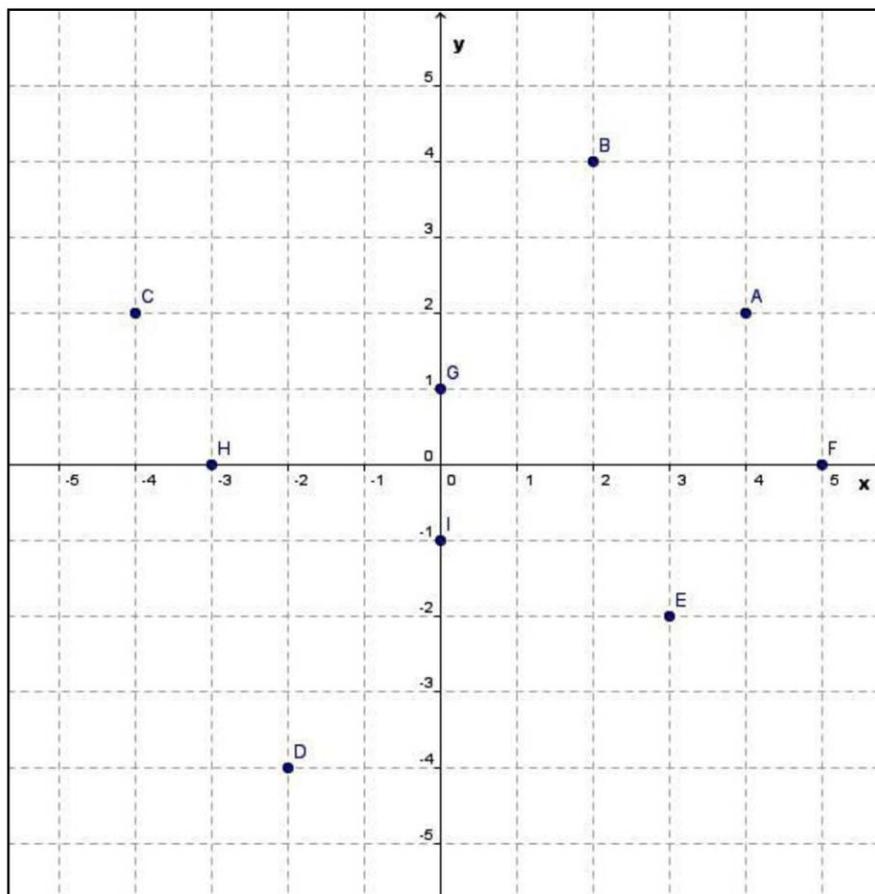
\_\_\_\_\_

7. Marque os seguintes pontos no plano cartesiano:

A (1, -2); B (2, 3); C (-1, 2); D(0, 0); E (1, 0); F (-3, -3); G (0, -1); H (-2, 0); I (0, 5).



8. Dados os pontos no plano cartesiano, identifique as coordenadas de cada um deles.



## **APÊNDICE I – Atividades Investigativas – 1**

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NOME: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

## EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

**1.ª Parte: Atividades de reconhecimento dos recursos do aplicativo Desmos<sup>1</sup>.**

Nesta parte da apostila, você realizará ações destinadas ao reconhecimento de diversos recursos do aplicativo. Alguns destes serão necessários para a resolução das atividades propostas na 2.ª parte da apostila.

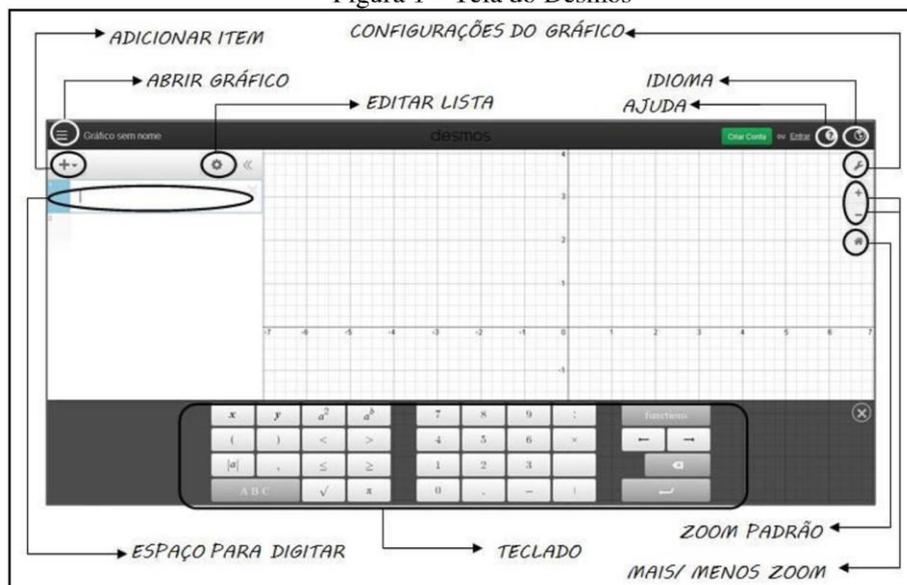
1. Abra o aplicativo Desmos.



Clique duas vezes sobre o ícone  para abrir o aplicativo. A figura 1 mostra a tela inicial do Desmos, na qual foram destacados os principais recursos.

Fonte<sup>2</sup>: Public Domain Vectors.org.

Figura 1 – Tela do Desmos

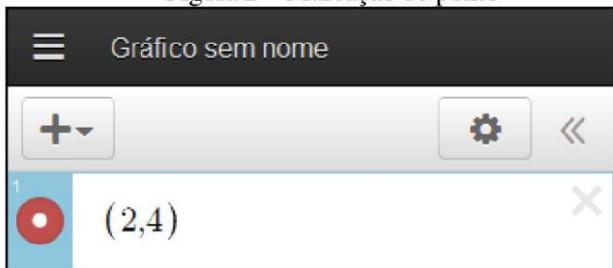


<sup>1</sup> Calculadora gráfica desenvolvida por Desmos Inc. Versão atualizada em 08/ 09/ 2015. Aplicativo gratuito, compatível com Sistemas Operacionais *Windows*, *IOS* e *Android*. Pode ser utilizado em *desktops*, *notebooks*, *tablets* e *smartphones*. Em dispositivos *Android* a instalação requer a versão 4.1 ou superior. Mais informações acesse: < <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.desmos.calculator>>.

<sup>2</sup> *Publicdomainvectors.org*, oferece imagens livres de direitos autorais. É possível editar, distribuir e usar as imagens sem pedir permissão.

2. Marque um ponto no plano cartesiano.

Figura 2 – Marcação de ponto



Clique em  no teclado e, em seguida, digite as coordenadas do ponto (2,4), como mostra a figura 2.



3. Escolha um novo estilo e cor para o ponto digitado.

Figura 3 – Edição de ponto



Clique e mantenha pressionado o botão  (Figura 3) para que assim você faça as alterações solicitadas.



4. Coloque as coordenadas do ponto em uma tabela.

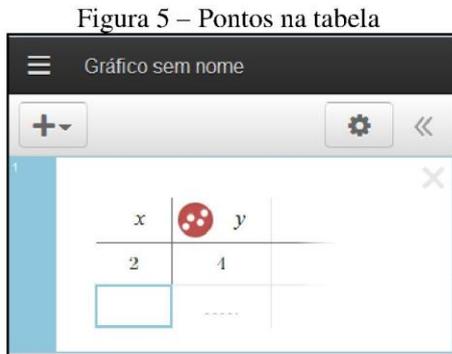
Figura 4 – Conversão em Tabela



Clique em  e, em seguida, clique em **Converter em Tabela**  (Figura 4).



a) Acrescente outros dois pontos na tabela.



Na tabela (Figura 5), digite as coordenadas de dois outros pontos quaisquer.



b) Una os pontos da tabela.



Clique e mantenha pressionado o botão  até surgirem as opções apresentadas na figura 6. Em seguida, em   , escolha uma opção para ligar os pontos da tabela, clicando no ícone  ou .



c) Modifique a posição dos pontos.

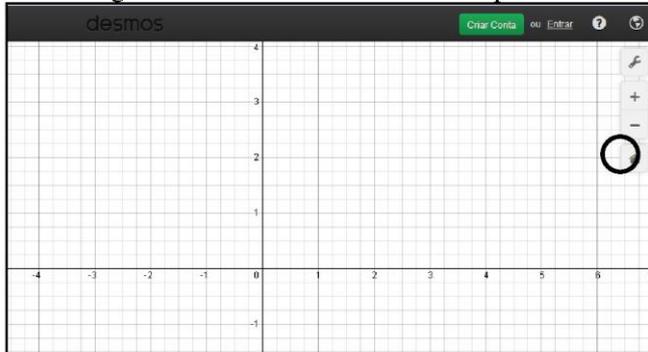
Clique e mantenha pressionado o ícone  e, a seguir, selecione uma das opções    para escolher uma direção para mover os pontos.



5. Aumente e diminua o zoom da malha quadriculada tocando e arrastando o dedo na tela do tablet.

6. Volte os eixos para a escala padrão.

Figura 7 – Retorno à escala de eixos padrão



Clique em , destacado na figura 7, para que os eixos voltem à escala padrão do aplicativo.



7. Oculte/ exiba os pontos da tabela e apague a tabela.

Figura 8 – Ocultar e exibir pontos

x	y
2	4
5	0
7	1

Clique sobre o botão . Dessa forma, os pontos serão ocultados, para exibi-los novamente clique no mesmo botão que estará com a seguinte forma . Para apagar a tabela, clique sobre o X destacado na figura 8.



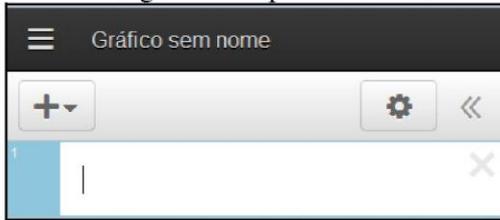
8. Resolva as seguintes expressões numéricas sem usar o Desmos e depois verifique as respostas utilizando os recursos do aplicativo.

a)  $5 + 8 \times 9$

b)  $\frac{2}{5} - 3 \times \frac{1}{2} + 5$

Após digitar uma fração, é preciso ter atenção, pois o cursor continua no denominador da fração. Assim, se não quisermos digitar mais nada no denominador, devemos colocar o cursor na frente da fração inteira.

Figura 9 – Expressão numérica



Clique no espaço para digitar (figura 9) e digite as expressões numéricas apresentadas nos itens a e b.



9. Digite as equações e visualize o valor da(s) raiz (es):

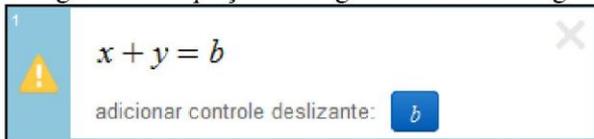
- a)  $4x - 120 = 4$
- b)  $4x^2 = 16$
- c)  $7x^2 - 28 = 0$
- d)  $\frac{1}{2}x + \frac{4}{3} = 49$



O aplicativo Desmos também apresenta a (s) raiz (es) de equações de 1.º e 2.º graus.

10. Digite  $x + y = b$

Figura 10 – Equação do 1º grau com duas incógnitas

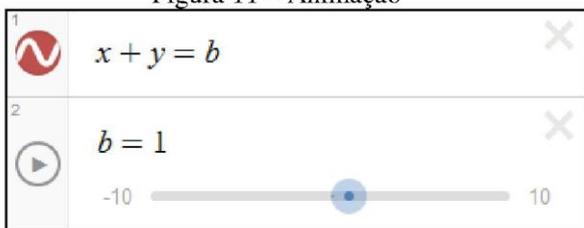


Clique no botão (Figura 10), movimente o controle deslizante e observe o gráfico.



a) Observe a transformação do gráfico.

Figura 11 – Animação



Clique no botão , apresentado na figura 11, e observe a movimentação do gráfico.



11. Abra um arquivo novo.



Clique em  e, em seguida, clique em Novo Gráfico em Branco.

12. Digite  $ax + hy = m$

Figura 12 – Equação do 1º grau com duas incógnitas: três controles deslizantes



Clique no botão  (Figura 12), a seguir movimente cada um dos controles deslizantes e observe o gráfico.



a) Observe as transformações do gráfico.

Figura 13 – Animações



Clique nos três botões  (Figura 13) para que os valores de  $a$ ,  $h$  e  $m$  variem.



**2ª Parte: Atividades sobre Equação do 1º grau com duas incógnitas**

**Observações:** Atividades com \* devem ser resolvidas com o auxílio do Desmos.

Após cada atividade em que o aplicativo for utilizado, abra um arquivo novo, seguindo as orientações da atividade 11 da 1ª parte.

Números decimais devem ser digitados utilizando o ponto e não vírgula.

1. Escreva a equação (linguagem algébrica) que represente a seguinte afirmação: a soma de dois números é dez.

---

2. Um retângulo de largura **L** e comprimento **C** tem  $50 \text{ cm}^2$  de área.

a) Escreva uma equação que represente essa informação.

---

- b) Considerando que a largura do retângulo seja igual a 4 cm, calcule a medida do seu comprimento.

---

- c) Atribua três valores, **não inteiros e distintos**, ao comprimento **C** do retângulo e determine a largura **L** considerando a área dada em cada um dos três itens.

I.  $C = \underline{\quad\quad}$   $L = \underline{\quad\quad}$

II.  $C = \underline{\quad\quad}$   $L = \underline{\quad\quad}$

III.  $C = \underline{\quad\quad}$   $L = \underline{\quad\quad}$

3. Bernardo pagou R\$ 45,00 por dois aplicativos de jogo de mesmo preço e um aplicativo de Matemática.

a) Represente essa informação por meio de uma equação.

---

- b) \* Considerando que Bernardo pagou R\$ 10,00 por cada jogo, calcule quanto ele pagou pelo aplicativo de Matemática.

---

- c) \*Atribua dois valores, **não inteiros e distintos**, aos preços de cada tipo de aplicativo considerando que Bernardo pagou R\$ 45,00 pela compra.

I.  $J = \underline{\quad\quad}$   $M = \underline{\quad\quad}$

II.  $J = \underline{\quad\quad}$   $M = \underline{\quad\quad}$

III.  $J = \underline{\quad\quad}$   $M = \underline{\quad\quad}$

4. Assinale os pares ordenados que são soluções da equação  $x + y = 7$ .

(7, 1)

(6, 2)

(2, 5)

(3, 4)

a) Descreva seu raciocínio para resolver a questão.

---



---

5. Assinale os pares ordenados que são soluções da equação  $3x - 2y = 24$ .

(8, 0)

(2, -9)

(0, -22)

$\left(7, -\frac{1}{5}\right)$

a) Apresente outros dois pares ordenados que sejam soluções de  $3x - 2y = 24$ .

I. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

II. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

6. Em uma partida de futebol, Pedro e Lucas foram os únicos que marcaram gols pelo time anfitrião. Sabendo que o jogo foi vencido por 4 x 0, expresse essa situação por meio de uma equação do 1º grau com duas incógnitas e identifique todas as possíveis soluções.

---



---

7. \*Digite a equação  $4x + 5y = 15$  no Desmos.

a) \*Observe a reta traçada.

b) \*Apresente quatro pares ordenados que sejam soluções da equação.

I. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

III. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

II. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

IV. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

c) \*Escreva quatro pares ordenados que não sejam soluções da equação.

I. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

III. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

II. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

IV. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

d) \*Capture a tela. Para tanto, no dispositivo *Samsung* clique e mantenha pressionados os botões liga/desliga e *home*.

8. \*Apresente quatro soluções para a equação  $\frac{1}{2}x - y = \frac{14}{3}$ .

I. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

III. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

II. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

IV. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

a) \*Capture a tela com a representação gráfica da atividade.

9. Crie uma equação do 1º grau com duas incógnitas.

---

a) \*Digite a equação criada no Desmos e apresente quatro soluções da equação, observando o gráfico.

I. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

III. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

II. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

IV. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

b) Escreva, em linguagem natural, a equação criada.

---

c) \*Apresente graficamente todas as soluções da equação criada.

d) \*Capture a tela com a representação gráfica da atividade.

10. \*Marque os pontos abaixo no plano cartesiano. Os pares ordenados, com exceção de um deles, representam soluções de uma mesma equação do 1º grau com duas incógnitas. Assinale o par que não representa uma solução dessa equação.

$\left(0, \frac{3}{2}\right)$      $(-1, 2)$      $(7, -2)$      $(4, 3)$      $(1, 1)$      $(3, 0)$

a) Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas de modo que os pontos assinalados sejam soluções da mesma.

---

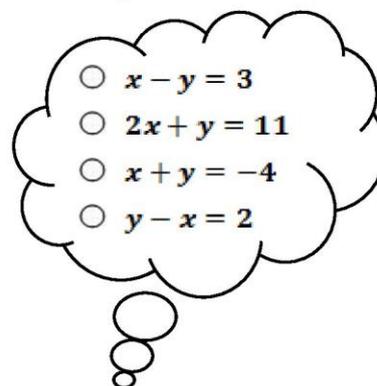
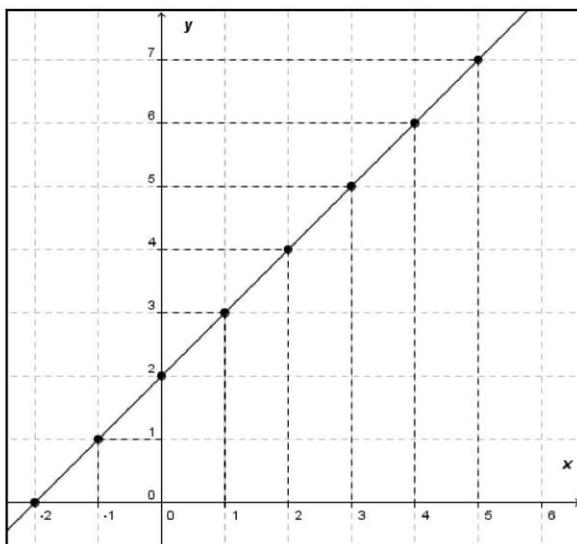
11. \*Determine o valor de **a** sabendo que  $(-6, a)$  é solução da equação  $5y - \frac{x}{2} = 8$ .

---

12. \*Qual o valor da abscissa do par ordenado de ordenada  $-\frac{1}{3}$  que satisfaz a equação  $-4x - 9y = 11$ ?

---

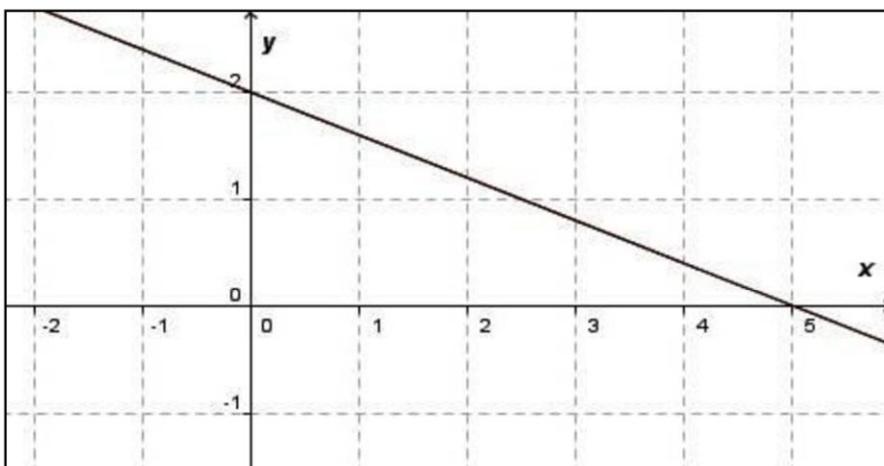
13. Assinale a equação cujas soluções estejam representadas na reta a seguir.



a) Escreva, em linguagem natural, a equação assinalada nesta atividade.

---

14. Observe o gráfico abaixo e faça como se pede:



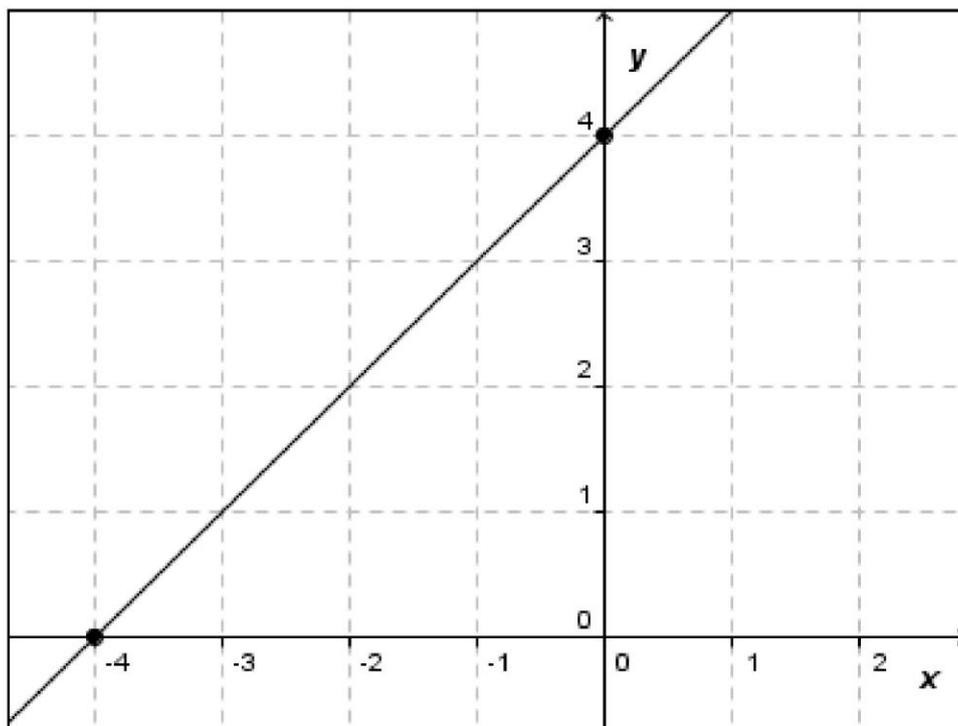
a) Escreva uma equação que represente os pontos da reta.

---

b) Escreva, em linguagem natural, a equação escrita no item a.

---

15. Observe gráfico abaixo e:



a) Escreva, em linguagem natural, um texto que represente todos os pontos da reta acima.

---

b) Represente algebricamente a situação descrita acima.

---

16. O triplo de um número natural mais outro número natural é igual a 12.

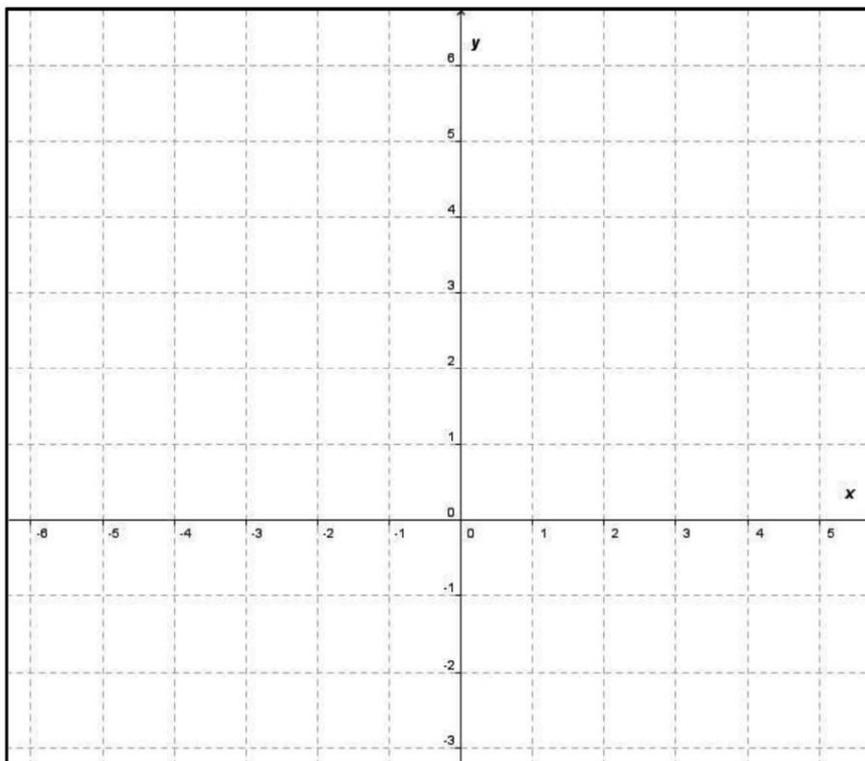
a) Escreva os pares ordenados que satisfaçam a situação descrita.

---



---

b) Represente no plano cartesiano o que foi descrito no enunciado, em linguagem natural.



17. Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas para cada par ordenado abaixo (o ponto será uma das soluções da equação apresentada).

a) (3, 1)

\_\_\_\_\_

b) (-2, 5)

\_\_\_\_\_

c) (6, -4)

\_\_\_\_\_

d) (0, 0)

\_\_\_\_\_

e) (-8, -3)

\_\_\_\_\_

f) (0, 7)

\_\_\_\_\_

a) \* Apresente graficamente cada equação registrada.

b) Para cada um desses pares ordenados é possível escrever mais de uma equação? Justifique.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**APÊNDICE J – Atividades Investigativas – 2**

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NOME: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

## EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

### 1ª Parte: Atividades de reconhecimento dos recursos do aplicativo Desmos<sup>1</sup>.

Nesta parte da apostila, você realizará ações destinadas ao reconhecimento de diversos recursos do aplicativo. Alguns destes serão necessários para a resolução das atividades propostas na 2ª parte da apostila.

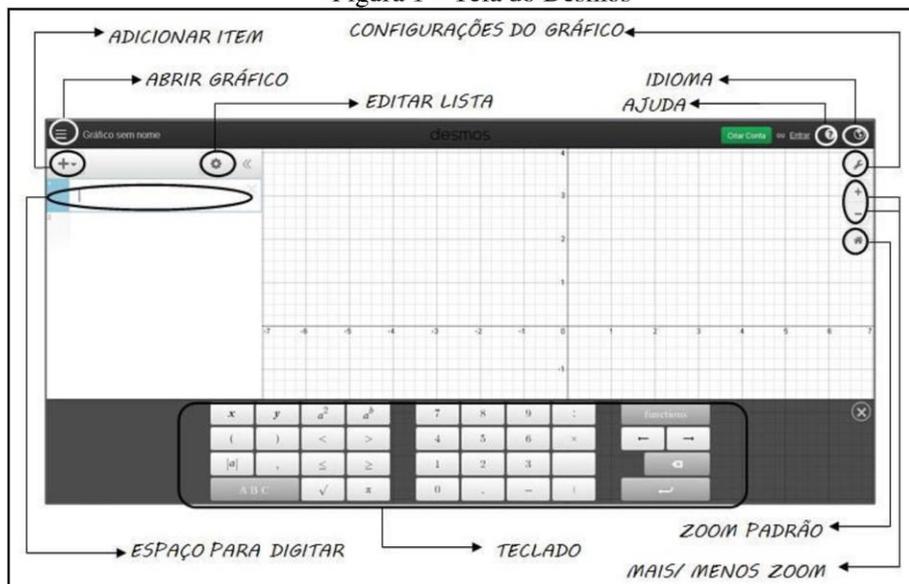
1. Abra o aplicativo Desmos.



Clique uma vez sobre o ícone  para abrir o aplicativo. A figura 1 mostra a tela inicial do Desmos, na qual foram destacados os principais recursos.

Fonte<sup>2</sup>: Public Domain Vectors.org.

Figura 1 – Tela do Desmos

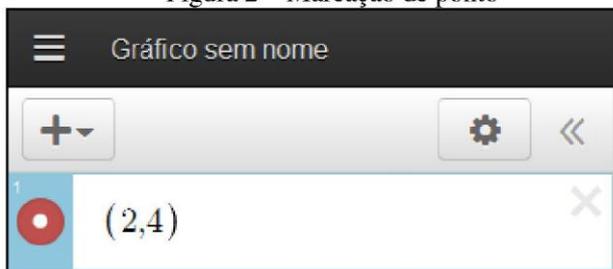


<sup>1</sup> Calculadora gráfica desenvolvida por Desmos Inc. Versão atualizada em 08/ 09/ 2015. Aplicativo gratuito, compatível com Sistemas Operacionais Windows, IOS e Android. Pode ser utilizado em desktops, notebooks, tablets e smartphones. Em dispositivos Android a instalação requer a versão 4.1 ou superior. Mais informações acesse: < <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.desmos.calculator>>.

<sup>2</sup> Publicdomainvectors.org, oferece imagens livres de direitos autorais. É possível editar, distribuir e usar as imagens sem pedir permissão.

2. Marque um ponto no plano cartesiano.

Figura 2 – Marcação de ponto



Clique em  no teclado e, em seguida, digite as coordenadas do ponto (2,4), como mostra a figura 2.



3. Escolha um novo estilo e cor para o ponto digitado.

Figura 3 – Edição de ponto



Clique e mantenha pressionado o botão  (Figura 3) para que assim você faça as alterações solicitadas.



4. Coloque as coordenadas do ponto em uma tabela.

Figura 4 – Conversão em Tabela



Clique em  e, em seguida, clique em **Converter em Tabela**  (Figura 4).



a) Acrescente outros dois pontos na tabela.

Figura 5 – Pontos na tabela



Na tabela (Figura 5), digite as coordenadas de dois outros pontos quaisquer.



b) Una os pontos da tabela.

Figura 6 – União dos pontos marcados



Clique e mantenha pressionado o botão  até surgirem as opções apresentadas na figura 6. Em seguida, em **estilo**, escolha uma opção para ligar os pontos da tabela, clicando no ícone  ou .



c) Modifique a posição dos pontos.

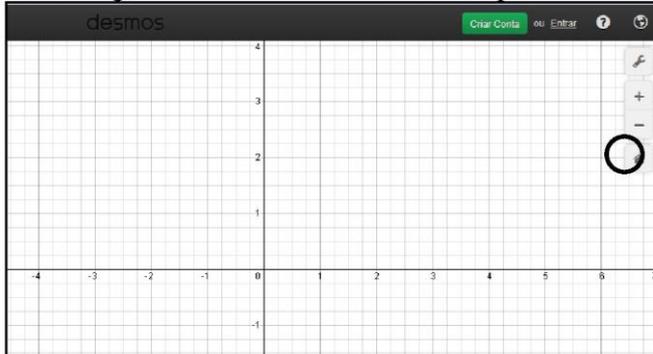
Clique e mantenha pressionado o ícone  ou  e, a seguir, selecione uma das opções ,  ou  para escolher uma direção para mover os pontos.



5. Aumente e diminua o zoom da malha quadriculada tocando e arrastando os dois dedos na tela do *tablet*.

6. Volte os eixos para a escala padrão.

Figura 7 – Retorno à escala de eixos padrão



Clique em , destacado na figura 7, para que os eixos voltem à escala padrão do aplicativo.



7. Oculte/ exiba os pontos da tabela e apague a tabela.

Figura 8 – Ocultar e exibir pontos

x	y
2	4
5	0
7	1

Clique sobre o botão  ou . Dessa forma, os pontos serão ocultados, para exibi-los novamente clique no mesmo botão que estará com a seguinte forma . Para apagar a tabela, clique sobre o **X** destacado na figura 8.

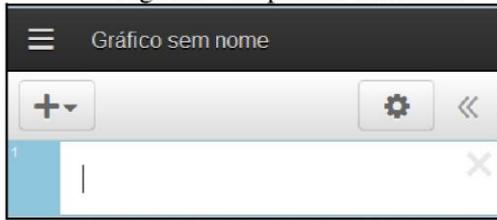


8. Resolva as seguintes expressões numéricas sem usar o Desmos.

- a)  $5 + 8 \times 9$   
 b)  $\frac{2}{5} - 3 \times \frac{1}{2} + 5$

8.1. Verifique as respostas encontradas nos itens **a** e **b**, utilizando os recursos do aplicativo.

Figura 9 – Expressão numérica



Clique no espaço para digitar (figura 9) e digite as expressões numéricas apresentadas nos itens a e b.

- Para digitar uma fração use  $\div$ .
- Após digitar uma fração, é preciso ter atenção, pois o cursor continua no denominador da fração. Assim, se não quisermos digitar mais nada no denominador, devemos colocar o cursor na frente da fração inteira.
- Observe, que não é necessário pressionar o sinal de igual para que o Desmos calcule o resultado.



9. Digite as equações e visualize o valor da(s) raiz (es):

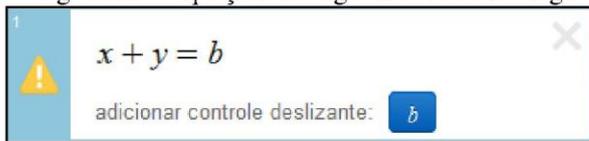
- $4x - 120 = 4$
- $4x^2 = 16$
- $7x^2 - 28 = 0$
- $\frac{1}{2}x + \frac{4}{3} = 49$



O aplicativo Desmos também apresenta a (s) raiz (es) de equações de 1.º e 2.º graus.

10. Digite  $x + y = b$

Figura 10 – Equação do 1º grau com duas incógnitas

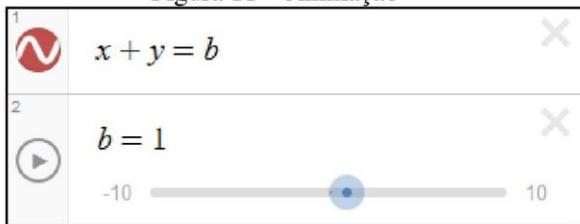


Clique no botão  (Figura 10), movimente o controle deslizante e observe o gráfico.



a) Observe a transformação do gráfico.

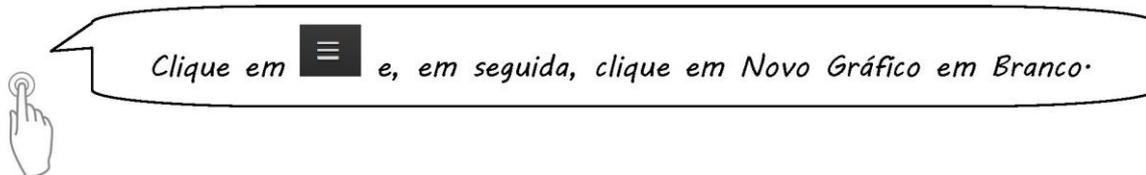
Figura 11 – Animação



Clique no botão , apresentado na figura 11, e observe a movimentação do gráfico.



11. Abra um arquivo novo.



12. Digite  $ax + hy = m$

Figura 12 – Equação do 1º grau com duas incógnitas: três controles deslizantes



Clique no botão  (Figura 12), a seguir movimente cada um dos controles deslizantes e observe o gráfico.



a) Observe as transformações do gráfico.

Figura 13 – Animações



Clique nos três botões  (Figura 13) para que os valores de  $a$ ,  $h$  e  $m$  variem.



**2ª Parte: Atividades sobre Equação do 1º grau com duas incógnitas**

**Observações:**

- Atividades com \* devem ser resolvidas com o auxílio do Desmos.
- Números decimais devem ser digitados utilizando o ponto e não vírgula.
- Após cada atividade em que o aplicativo for utilizado, abra um arquivo novo.

1. Escreva a equação (linguagem algébrica) que represente a seguinte afirmação: a soma de dois números é dez.
- 

2. Um retângulo de largura **L** e comprimento **C** tem  $50 \text{ cm}^2$  de área.

a) Escreva uma equação que represente essa informação.

---

- b) Considerando que a largura do retângulo seja igual a 4 cm, calcule a medida do seu comprimento.
- 

- c) Atribua três valores, **não inteiros e distintos**, ao comprimento **C** do retângulo e determine a largura **L** considerando a área de  $50 \text{ cm}^2$ .

I.  $C = \underline{\quad\quad}$   $L = \underline{\quad\quad}$

II.  $C = \underline{\quad\quad}$   $L = \underline{\quad\quad}$

III.  $C = \underline{\quad\quad}$   $L = \underline{\quad\quad}$

3. Bernardo pagou R\$ 45,00 por dois aplicativos de jogo de mesmo preço e um aplicativo de Matemática.

a) Represente essa informação por meio de uma equação.

---

- b) \* Considerando que Bernardo pagou R\$ 10,00 por cada jogo, calcule quanto ele pagou pelo aplicativo de Matemática.
- 

- c) \*Atribua três valores, **não inteiros e distintos**, aos preços de cada tipo de aplicativo considerando que Bernardo pagou R\$ 45,00 pela compra.

I.  $J = \underline{\quad\quad}$   $M = \underline{\quad\quad}$

II.  $J = \underline{\quad\quad}$   $M = \underline{\quad\quad}$

III.  $J = \underline{\quad\quad}$   $M = \underline{\quad\quad}$

4. Assinale os pares ordenados que são soluções da equação  $x + y = 7$ .

(7, 1)

(6, 2)

(2, 5)

(3, 4)



9. Crie uma equação do 1º grau com duas incógnitas.

---

a) \*Apresente quatro soluções da equação, observando o gráfico.

I. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_)      III. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_)  
 II. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_)      IV. ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_)

b) Escreva, em linguagem natural, a equação criada.

---

c) \*Apresente graficamente as soluções da equação criada.

d) \*Capture a tela com a representação gráfica da atividade.

10. \*Marque os pontos abaixo no plano cartesiano. Os pares ordenados, com exceção de um deles, representam soluções de uma mesma equação do 1º grau com duas incógnitas. Assinale o par que não representa uma solução dessa equação.

$\left(0, \frac{3}{2}\right)$      $(-1, 2)$      $(7, -2)$      $(4, 3)$      $(1, 1)$      $(3, 0)$

a) Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas de modo que os pontos não assinalados sejam soluções da mesma.

---

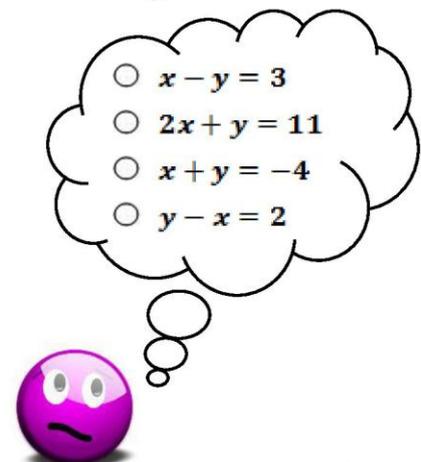
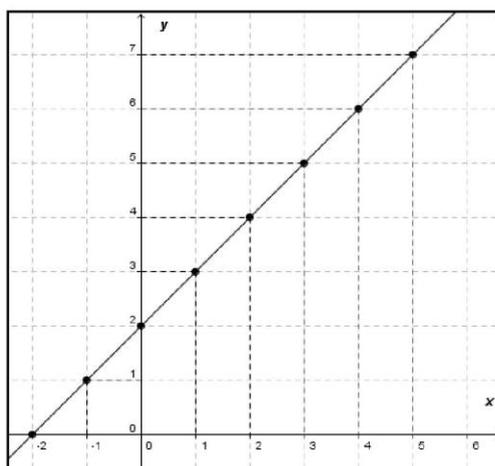
11. \*Determine o valor de **a** sabendo que  $(-6, a)$  é solução da equação  $5y - \frac{x}{2} = 8$ .

---

12. \*Qual o valor da abscissa do par ordenado de ordenada  $-\frac{1}{3}$  que satisfaz a equação  $-4x - 9y = 11$ ?

---

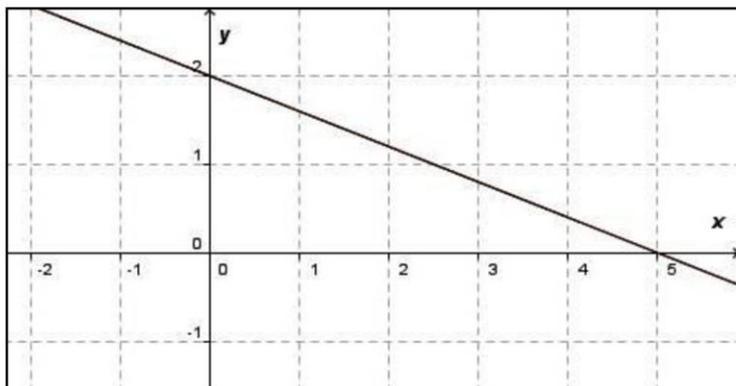
13. Assinale a equação cujas soluções estejam representadas na reta a seguir.



a) Escreva, em linguagem natural, a equação assinalada nesta atividade.

---

14. Observe gráfico abaixo e faça como se pede:



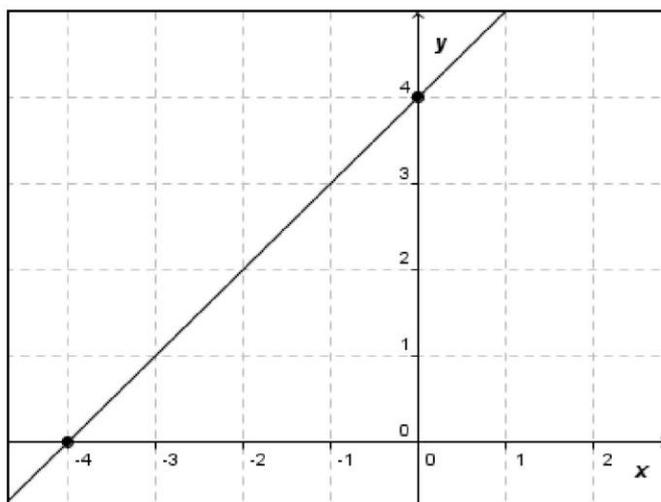
a) Escreva uma equação que represente os pontos da reta.

---

b) Escreva, em linguagem natural, a equação escrita no item a.

---

15. Observe gráfico abaixo e:



a) Escreva, em linguagem natural, um texto que represente os pontos da reta acima.

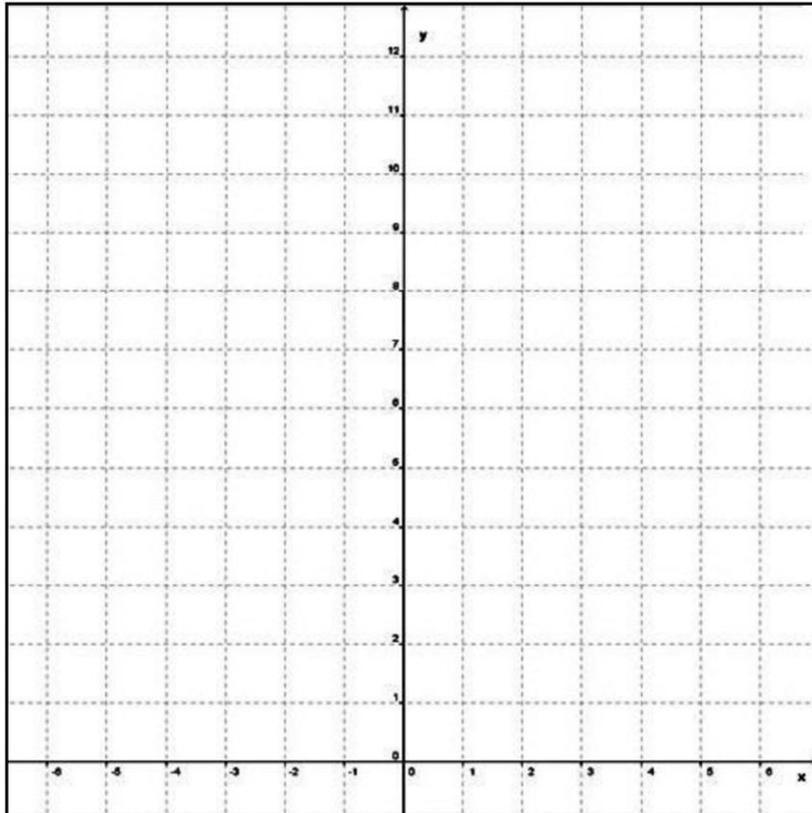
---

b) Represente algebricamente a situação descrita acima.

---

16. O triplo de um número natural mais outro número natural é igual a 12.

- a) Represente no plano cartesiano, o que foi descrito em linguagem natural no enunciado.



17. Escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas para cada par ordenado abaixo (o par ordenado será uma das soluções da equação apresentada).

a) (3, 1)

\_\_\_\_\_

b) (-2, 5)

\_\_\_\_\_

c) (6, -4)

\_\_\_\_\_

d) (0, 0)

\_\_\_\_\_

e) (-8, -3)

\_\_\_\_\_

f) (0, 7)

\_\_\_\_\_

- a) \* Represente, no mesmo plano cartesiano, cada equação registrada.  
 b) Para cada um desses pares ordenados é possível escrever mais de uma equação? Justifique.

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**APÊNDICE K – Atividades de Verificação – 1**

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NOME: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

## EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

## ATIVIDADE DE VERIFICAÇÃO

1. (SAERJINHO – 2013- adaptada) Uma grande loja de departamentos lançou a seguinte promoção: a cada R\$ 20,00 em compras, o cliente ganha um cupom para concorrer a sorteios de prêmios. Joana foi a essa loja e comprou uma cama que custou  $x$  e dois jogos de cama no valor  $y$  cada. O total dessa compra foi de R\$ 1440,00.

a) Escreva a equação que representa a situação descrita.

---

- b) Considerando que a cama custou R\$1280,00, determine o valor de cada jogo de cama.

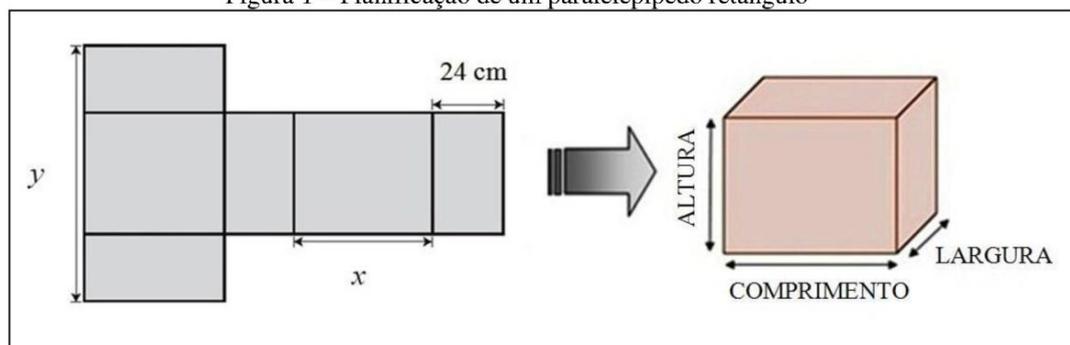
c) Determine a quantidade de cupons que Joana ganhou com a compra realizada.

---

2. (ENEM – 2014- adaptada) Conforme regulamento da Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), o passageiro que embarcar em voo doméstico poderá transportar bagagem de mão, contudo a soma das dimensões da bagagem (altura + comprimento + largura) não poderá ser superior a 115 cm.

A figura mostra a planificação de uma caixa que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de  $x$  altura e 24 cm de largura.

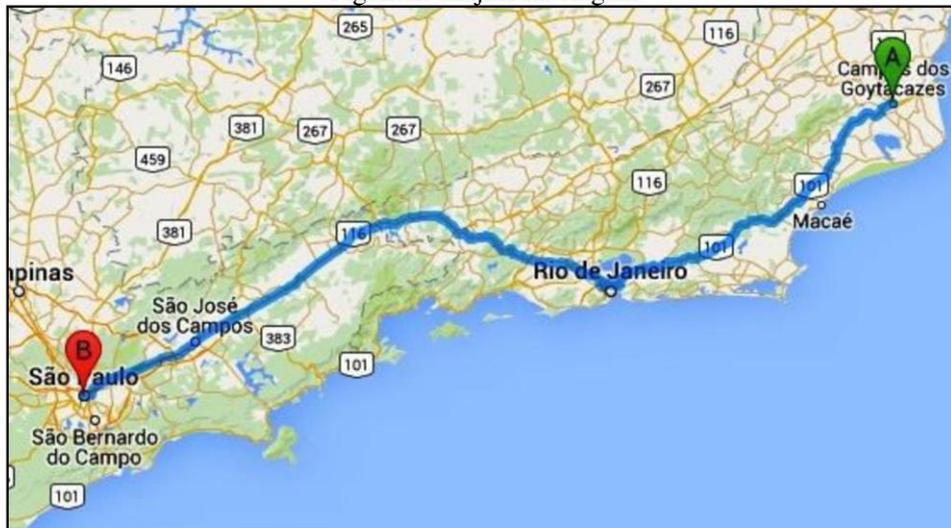
Figura 1 – Planificação de um paralelepípedo retângulo



Fonte: Elaboração própria.

- a) Considerando que a soma das dimensões da bagagem, apresentada na figura 1, é igual a 115, escreva a equação correspondente.
- b) Supondo que a medida de  $x$  seja 45 cm, calcule o valor de  $y$ . Registre seus cálculos.
3. A empresa de ônibus J faz viagens percorrendo o trajeto Campos dos Goytacazes à São Paulo e no dia 29 de setembro transportou 19 passageiros. A empresa H, concorrente de J, faz o mesmo trajeto e nesta mesma data transportou 23 passageiros. A soma de arrecadação de passagens dessas duas viagens foi de R\$ 5000,00.

Figura 2: Trajeto da viagem



Fonte: [www.rotamapas.com.br](http://www.rotamapas.com.br)

- a) Escreva a equação que represente o total da arrecadação.
- 
- b) Suponha que o preço da passagem da empresa J tenha sido R\$ 139,82. Calcule o valor da passagem da empresa H, considerando que juntas as empresas arrecadaram R\$ 5000,00.
4. O mês de setembro teve um aumento de R\$ 0,045 para cada *quilowatt-hora* (kWh) consumido devido a bandeira vermelha, condições mais custosas de geração de energia elétrica. Visando evitar o desperdício, Fernando utiliza ao máximo a luz natural e a temperatura ambiente para trabalhar em seu escritório de contador na sala de casa. Para

tanto ele está utilizando um *notebook* e uma impressora ligados simultaneamente, resultando num consumo de 6,75 kWh. Pergunta-se:

a) Escreva a equação que represente o consumo dos aparelhos citados em uma hora de trabalho.

b) Considerando que o consumo da impressora seja de 2,25 kWh, calcule quanto é o consumo do notebook.

c) Segundo a concessionária de energia elétrica atuante na cidade de Campos dos Goytacazes, o kWh custa R\$ 0,50. Calcule qual será o custo da energia do *notebook* e da impressora ligados por 5 horas por dia durante 30 dias.

Dica: Para calcular o consumo mensal de energia:

Custo de cada kWh x quantidade de horas que o aparelho é usado por dia x quantidade de dias do mês que o aparelho é usado x consumo em kWh

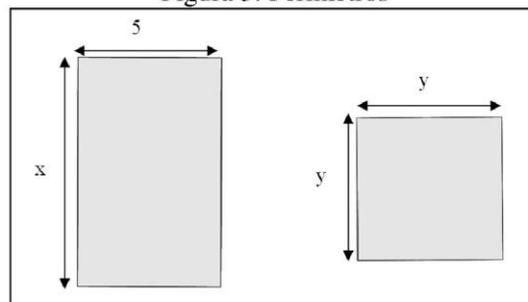


= Total a pagar pela energia elétrica (em reais)

Fonte<sup>1</sup>: *Public Domain Vectors.org*.

5. (GIOVANNI – 2002 – adaptada) O retângulo e o quadrado a seguir têm o mesmo perímetro. Escreva uma equação do 1º grau que representa essa afirmação.

Figura 3: Perímetros



Fonte: Giovanni (2002, p. 153, adaptada).

<sup>1</sup> *Publicdomainvectors.org*, oferece imagens livres de direitos autorais. É possível editar, distribuir e usar as imagens sem pedir permissão.

**APÊNDICE L – Atividades de Verificação – 2**

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NOME: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

## EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

### ATIVIDADE DE VERIFICAÇÃO

1. (SAERJINHO – 2013- adaptada) Uma grande loja de departamentos lançou a seguinte promoção: a cada R\$ 20,00 em compras, o cliente ganha um cupom para concorrer a sorteios de prêmios. Joana foi a essa loja e comprou uma cama que custou  $x$  e dois jogos de cama no valor  $y$  cada. O total dessa compra foi de R\$ 1440,00.

a) Escreva a equação que representa a situação descrita.

---

b) Considerando que a cama custou R\$1280,00, determine o valor de cada jogo de cama.

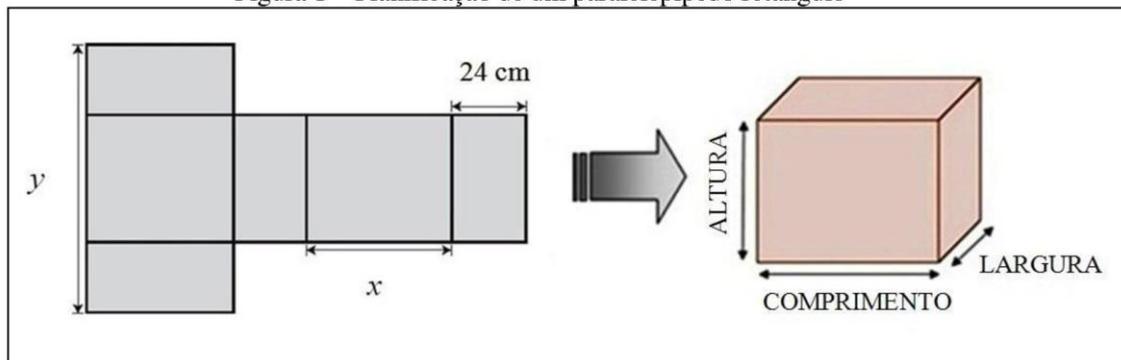
c) Determine a quantidade de cupons que Joana ganhou com a compra realizada.

---

2. (ENEM – 2014- adaptada) Conforme regulamento da Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), o passageiro que embarcar em voo doméstico poderá transportar bagagem de mão, contudo a soma das dimensões da bagagem (altura + comprimento + largura) não poderá ser superior a 115 cm.

A figura mostra a planificação de uma caixa que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de  $x$  altura e 24 cm de largura.

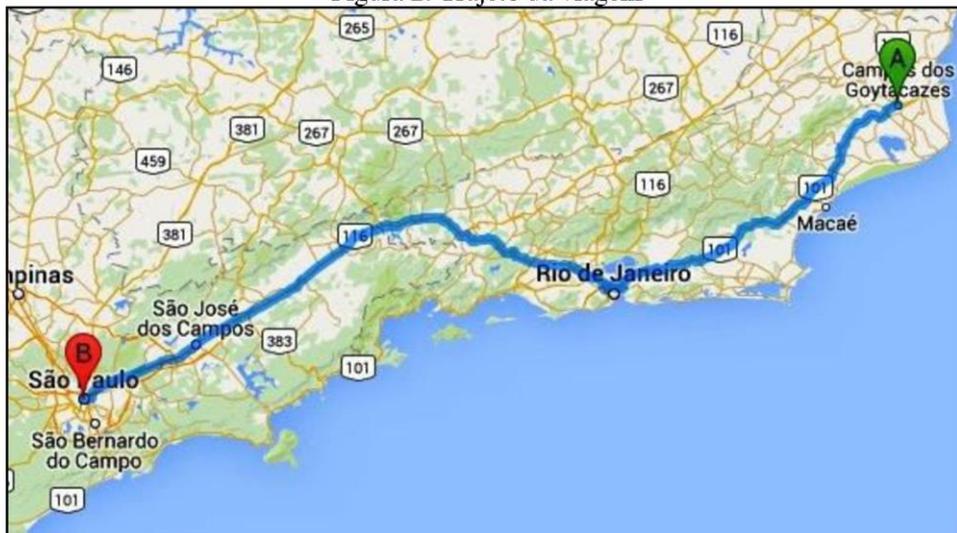
Figura 1 – Planificação de um paralelepípedo retângulo



Fonte: Elaboração própria.

- a) Considerando que a soma das dimensões da bagagem, apresentada na figura 1, é igual a 115, escreva a equação correspondente.
- b) Supondo que a medida de  $x$  seja 45 cm, calcule o valor de  $y$ . Registre seus cálculos.
3. A empresa de ônibus J faz viagens percorrendo o trajeto Campos dos Goytacazes à São Paulo e no dia 29 de setembro transportou 15 passageiros. A empresa H, concorrente de J, faz o mesmo trajeto e nesta mesma data transportou 40 passageiros. A soma de arrecadação de passagens dessas duas viagens foi de R\$ 9000,00.

Figura 2: Trajeto da viagem



Fonte: [www.rotamapas.com.br](http://www.rotamapas.com.br)

- a) Escreva a equação que represente o total da arrecadação.
- 
- b) Suponha que o preço da passagem da empresa J tenha sido R\$ 200,00. Calcule o valor da passagem da empresa H, considerando que juntas as empresas arrecadaram R\$ 9000,00.
4. O mês de setembro teve um aumento de R\$ 0,045 para cada *quilowatt-hora* (kWh) consumido devido a bandeira vermelha, condições mais custosas de geração de energia elétrica. Visando evitar o desperdício, Fernando utiliza ao máximo a luz natural e a temperatura ambiente para trabalhar em seu escritório de contador na sala de casa. Para

tanto ele está utilizando um *notebook* e uma impressora ligados simultaneamente, resultando num consumo de 6,75 kWh. Pergunta-se:

a) Escreva a equação que represente o consumo dos aparelhos citados em uma hora de trabalho.

b) Considerando que o consumo da impressora seja de 2,25 kWh, calcule quanto é o consumo do notebook.

c) Segundo a concessionária de energia elétrica atuante na cidade de Campos dos Goytacazes, o kWh custa R\$ 0,50. Calcule qual será o custo da energia do *notebook* e da impressora ligados por 5 horas por dia durante 30 dias.

Dica: Para calcular o consumo mensal de energia:

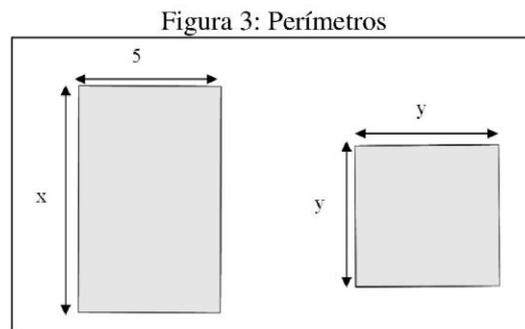
Custo de cada kWh x quantidade de horas que o aparelho é usado por dia x quantidade de dias do mês que o aparelho é usado x consumo em kWh

= Total a pagar pela energia elétrica (em reais)



Fonte<sup>1</sup>: *Public Domain Vectors.org*.

5. (GIOVANNI – 2002 – adaptada) O retângulo e o quadrado a seguir têm o mesmo perímetro. Escreva uma equação do 1º grau que representa essa afirmação.



Fonte: Giovanni (2002, p. 153, adaptada)

<sup>1</sup> *Publicdomainvectors.org*, oferece imagens livres de direitos autorais. É possível editar, distribuir e usar as imagens sem pedir permissão.