INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fluminense *campus* Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

BRASIL
GOVERNO FEDERAL

INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE

Monografia

MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE: UMA PROPOSTA DE INTEGRAÇÃO POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÃO LINEAR E PROPORCIONALIDADE

JONAS MIRANDA VILAMAR DE SOUSA

Campos dos Goytacazes – RJ

2018

JONAS MIRANDA VILAMAR DE SOUSA

MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE: UMA PROPOSTA DE INTEGRAÇÃO POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÃO LINEAR E PROPORCIONALIDADE

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Msc. Dayse Maria Alves de Andrade Ribeiro

Campos dos Goytacazes – RJ

2018

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

S725m

Sousa, Jonas Miranda Vilamar de
Matemática e Meio Ambiente: Uma Proposta de Integração Por Meio da Modelagem Matemática no Ensino de Função Linear e Proporcionalidade / Jonas Miranda Vilamar de Sousa - 2018.
103 f.: il. color.

Orientadora: Dayse Maria Alves de Andrade Ribeiro

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Curso de Licenciatura em Matemática, Campos dos Goytacazes, RJ, 2018.
Referências: f. 84 a 87.

1. Função Linear . 2. Modelagem Matemática. 3. Meio Ambiente. I. Ribeiro, Dayse Maria Alves de Andrade, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da Biblioteca Anton Dakitsch do IFF com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

JONAS MIRANDA VILAMAR DE SOUSA

MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE: UMA PROPOSTA DE INTEGRAÇÃO POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÃO LINEAR E PROPORCIONALIDADE

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 08 de junho de 2018.

Banca avaliadora:

Dayse M A A Ribeiro
....
Profª Dayse Maria Alves de Andrade Ribeiro (orientadora)
Mestre em Matemática/UENF
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Guarus

Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida
....
Profª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida
Mestre em Matemática/UENF
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro

Christiane Menezes Rodrigues
....
Profª Christiane Menezes Rodrigues
Mestre em Políticas Sociais/UENF
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida e pela oportunidade de descobrir o real sentido dela, que consiste em fazer suas próprias escolhas por meio do livre-arbítrio.

A minha família por todo apoio e incentivo durante a minha caminhada e pelo empenho dedicado em minha formação.

A minha orientadora, professora Dayse Maria Alves de Andrade Ribeiro por toda dedicação, apoio e paciência em todos os momentos difíceis que passamos desde o início até a finalização deste trabalho. Agradeço por não desistir e por me incentivar a não desistir dessa caminhada, etapa importante para minha formação.

A professora Márcia Cristina Rangel Rolim por ter acreditado em meu potencial quando ainda era um aluno em dependência em Matemática. Este momento foi muito importante para que eu definisse qual profissão queria exercer ao longo da vida. Agradeço por toda paciência e dedicação.

De modo geral, aos meus professores de Matemática do Ensino Médio: André Soares Velasco, Dayse Maria Alves de Andrade Ribeiro, Márcia Cristina Rangel Rolim e Rita de Cássia Souza Paz, pelo grande exemplo de profissionais e seres humanos incríveis, que a todo momento estiveram dispostos em contribuir positivamente em minha formação no Ensino Médio, bem como os demais professores que tive neste nível de ensino.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Guarus pelo apoio na realização deste trabalho e à direção de ensino deste *campus*.

Aos meus amigos, pelo apoio, incentivo e compreensão, nos momentos em que precisei estar ausente para que a realização deste trabalho pudesse ser concretizada.

Agradeço a todos os meus alunos da monitoria do *Campus* Guarus, por todo incentivo que vocês me proporcionam a cada dia, em especial a turma do 2º ano Meio Ambiente B (ano letivo 2018).

Aos professores do núcleo pedagógico do IFFluminense *Campus* Campos Centro.

RESUMO

Por meio de experiências vividas pelo autor desta pesquisa no âmbito do estágio curricular do curso de Licenciatura em Matemática, foi possível identificar, informalmente, que alguns alunos do primeiro ano do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente do IFFluminense *Campus* Campos Guarus não conseguiam estabelecer uma relação entre a Matemática e conhecimentos da dimensão profissional deste curso. Este trabalho apresenta-se como uma proposta para essa integração. O objetivo desta pesquisa é investigar como o uso da Modelagem Matemática pode contribuir para o desempenho dos alunos do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente no estudo de Função Linear e Proporcionalidade Direta. Esta pesquisa é de caráter qualitativo, desenvolvida por meio da intervenção pedagógica. Os dados analisados foram obtidos por meio de dois questionários aplicados por meio eletrônico e as atividades desenvolvidas com os alunos. Ao final da pesquisa foi possível identificar que a Modelagem Matemática contribuiu positivamente para o estudo de Função Linear e Proporcionalidade Direta. Os alunos se sentiram motivados e interessados pelas atividades propostas, já que a integração entre os conhecimentos da dimensão profissional de Meio Ambiente e a Matemática favoreceu para que os alunos atribuíssem significado ao estudo da disciplina de Matemática. Por esse aspecto é possível identificar que ocorreu uma efetiva integração entre essas áreas do conhecimento humano.
Palavras chave: Função Linear, Modelagem Matemática, Meio Ambiente.

ABSTRACT

Through the experiences of the author of this research within the curricular stage of the Mathematics Degree course, it was possible to identify, informally, that some students of the first year of the Middle Level Technical Course Integrated in the Environment of the Campus Campos Guarus IFFluminense didn’t establish a relationship between mathematics and the knowledge of the professional dimension of the course. This work presents a proposal of integration between the specific knowledge of this course and Mathematics. The objective of this research is to investigate how the use of Mathematical Modeling can contribute to the performance of the students of Middle Level Technical Course Integrated in the Environment in the study of Linear Function and Direct Proportionality. This research is of qualitative character, developed through the pedagogical intervention. The data analyzed were obtained through two electronic questionnaires and the activities developed with the students. At the end of the research it was possible to identify that the Mathematical Modeling contributed positively to the study of Linear Function and Direct Proportionality. The students felt motivated and interested in the proposed activities, since the integration between the knowledge of the professional dimension of Environment and Mathematics favored the students to assign meaning to the study of Mathematics. From this aspect it is possible to identify that there has been an effective integration between these areas of human knowledge.

Keywords: Linear Function, Mathematical Modeling, Environment

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Segundo o Decreto Federal Nº 5.154, de 23 de julho de 2004, a articulação entre a educação profissional técnica de nível médio e o Ensino Médio deve acontecer de forma: integrada, oferecida somente a quem já tenha concluído o ensino fundamental, sendo o curso planejado para conduzir o aluno à habilitação profissional técnica de nível médio, na mesma instituição de ensino, contando com matrícula única para cada aluno; nas modalidades concomitante ou subsequente (BRASIL, 2004).

Segundo Ciavatta (2005):

> [...] o que se quer com a concepção de educação integrada é que a educação geral se torne parte inseparável da educação profissional em todos os campos onde se dá a preparação para o trabalho: seja nos processos produtivos, seja nos processos educativos como a formação inicial, como o ensino técnico, tecnológico ou superior. (CIAVATTA, 2005, p.02).

Para Regattieri e Castro (2010), a educação profissional deve ao mesmo tempo ser específica e estar articulada com a Educação Básica, ou seja, o Ensino Técnico deve estar articulado com o Ensino Médio.

O currículo dos cursos técnicos integrados deve relacionar características de instituições que oferecem somente o Ensino Médio com os aspectos da Educação Profissional (SANTOS, 2012). Segundo este autor, essa medida é importante pois, evita a formação de cursos concomitantes camuflados de cursos integrados.

Santos (2012) afirma que o ensino em um curso integrado deve acontecer de forma instigante propiciando aos alunos um ambiente de busca no qual os mesmos possam desenvolver seu espírito investigativo. Além disso, o autor destaca que esse ambiente precisa ser dinâmico e inerente às atribuições que se deseja formar (SANTOS, 2012).

Em particular, sobre a Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) destacam que todas as áreas requerem alguma competência matemática, ressaltando a importância de se estabelecer uma relação entre esta disciplina e os outros componentes curriculares (BRASIL, 2002).

Por meio de experiências vividas pelo autor desta pesquisa no âmbito do estágio curricular do curso de Licenciatura em Matemática, foi possível identificar, informalmente, que alguns alunos do primeiro ano do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente do IFFluminense *Campus* Campos Guarus (nomenclatura de acordo com o decreto nº 5.154/2004) não conseguiam estabelecer uma relação entre a Matemática e os conhecimentos da dimensão profissional do curso.

Assim, entende-se que é importante a realização de atividades nas quais se integre a Matemática a conhecimentos da dimensão profissional dos cursos técnicos, contribuindo para um ensino integrado, conforme sugerido pelos documentos orientadores citados.

Dentre as metodologias de ensino existentes para a integração da Matemática, destaca-se a Modelagem. Segundo Barbosa (2001a, p.6), a "Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade".

Assim, a proposta deste trabalho é integrar a Matemática a conhecimentos da dimensão profissional do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente por meio de atividades de Modelagem Matemática que explorem os conteúdos de Função Linear e Proporcionalidade.

Esse conteúdo foi escolhido devido à importância deste nas mais variadas situações do cotidiano, como citam os PCN:

> O fato de que muitas situações da vida cotidiana funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real (BRASIL, 1998, p.65).

Ainda segundo os PCN (BRASIL, 1998), o aluno deve ser incentivado, por meio de situações-problema de Matemática e de outras áreas, a buscar uma solução, ajustando seus conhecimentos de funções para construir um modelo para interpretação e investigação. Além disso, o ensino de Matemática deve garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas (BRASIL, 1998).

Assim, foi elaborada a seguinte questão desta pesquisa: Como o uso da Modelagem Matemática pode contribuir para o desempenho dos alunos do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente no estudo de Função Linear e

Proporcionalidade?

Para responder a esta questão foi traçado o seguinte objetivo geral: Investigar como o uso da Modelagem Matemática pode contribuir para o desempenho dos alunos do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente no estudo de Função Linear e Proporcionalidade Direta.

Para atingir o objetivo geral, alguns objetivos específicos foram delineados:

i) desenvolver estudos teóricos a respeito da Modelagem Matemática e da metodologia de pesquisa de intervenção pedagógica, a fim de elaborar uma sequência didática;

ii) investigar, por meio de um questionário, a percepção de alunos de Meio Ambiente sobre a integração da Matemática com os conhecimentos da dimensão profissional do curso;

iii) proporcionar situações nas quais o aluno vivencie a integração entre a Matemática e os conhecimentos da dimensão profissional de Meio Ambiente.

Esse trabalho encontra-se estruturado em três capítulos, além da introdução e considerações finais: Referencial Teórico; Procedimentos Metodológicos; Análise dos dados dos questionários, Relato e Análise da Experimentação.

No primeiro capítulo encontram-se os itens: Modelagem Matemática; Função Linear e Proporcionalidade Direta; Estudos Correlatos. No primeiro item apresenta-se um breve histórico da Modelagem Matemática, as diferentes concepções desta metodologia de ensino e ainda, a Modelagem Matemática e a Educação Matemática Crítica. No segundo, apresenta-se a definição de Função Linear e Proporcionalidade Direta. O terceiro item apresenta os trabalhos relacionados a esta pesquisa que foram escolhidos de acordo com a similaridade do tema e/ou metodologia utilizada.

No segundo capítulo, são descritos os procedimentos metodológicos, tais como: instrumentos de coleta de dados e a metodologia de pesquisa.

No terceiro capítulo, é apresentado o Relato de Experiência, composto pelo teste exploratório e pela experimentação na turma regular. São apresentados, ainda, os dados obtidos na aplicação dos questionários final e inicial.

Nas considerações finais, constam reflexões referentes à pesquisa desenvolvida, retoma-se a questão norteadora da pesquisa e apresentam-se sugestões para futuros trabalhos.

Nesta introdução, foi feita uma breve apresentação dos temas abordados neste trabalho, como por exemplo: integração da Matemática com as disciplinas específicas dos cursos técnicos segundo os PCN, visão dos alunos e do autor deste trabalho sobre o Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente do IFFluminense *Campus* Campos Guarus, Modelagem Matemática como metodologia de ensino, Função Linear, Proporcionalidade e caracterização do trabalho.

1. REFERENCIAL TEÓRICO

1.1 Modelagem Matemática

Neste item, será apresentado um breve histórico do surgimento da Modelagem Matemática, além das diferentes concepções desta metodologia de ensino, bem como a concepção adotada neste trabalho.

1.1.1 Histórico da Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é praticada desde a pré-história pela humanidade, quando o homem, buscando compreender o meio em que vivia, valia-se de sua racionalidade para interpretar fenômenos da natureza (BURAK,1992). Ao observar tais fenômenos, refletir sobre eles e levantar questionamentos, o ser humano começou assim, a desenvolver sua ciência (BURAK, 1992).

O homem observou que esses fenômenos poderiam ser descritos por meio de fórmulas, já que seguiam princípios constantes (BRUCKI, 2011). Apesar de já ser utilizada desde o surgimento da humanidade como ferramenta para compreender e analisar fenômenos naturais, a Modelagem Matemática estruturou-se como uma metodologia apenas no século XX (BRUCKI, 2011).

Segundo Brucki (2011), para descrever como se desenvolveu a Modelagem Matemática é preciso, basicamente, verificar o desenvolvimento da Matemática ao longo da história humana, pois o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos tem relação direta com a necessidade da humanidade em evoluir tecnologicamente.

O termo Modelagem Matemática encontra-se já no início do século XX, como um processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema de alguma área do conhecimento (BIEMBENGUT, 2009).

No cenário internacional, o debate sobre Modelagem e suas aplicações na Educação Matemática ocorre na década de 1960 com um movimento denominado “utilitarista”, definido como aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade. Este movimento contribuiu para a formação de grupos de pesquisadores sobre o tema (BIEMBENGUT, 2009).

Este e outros movimentos educacionais a favor do uso da Modelagem Matemática na educação influenciaram seu desenvolvimento no Brasil, que ocorreu com a colaboração dos professores representantes brasileiros na comunidade internacional de Educação Matemática (BIEMBENGUT, 2009).

A Modelagem Matemática no ensino teve sua consolidação no Brasil por meio de: Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D' Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi, considerados fundamentais na expansão do uso da Modelagem (ROZAL, 2007). Além deles, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani também desenvolveram pesquisas sobre a Modelagem no final dos anos 1970 e início de 1980 (BRUCKI, 2011).

Em 1960, Ubiratan D'Ambrósio tomou conhecimento de um movimento que vinha ocorrendo nos Estados Unidos em relação ao ensino e aprendizagem em Matemática. Entre 1970 e 1980, ele foi o representante brasileiro na comunidade internacional de Educação Matemática. Em 1972, ingressou na Universidade de Campinas (Unicamp), onde coordenou projetos e promoveu cursos que contribuíram para a formação de grupos em Matemática Aplicada, Biomatemática e em Modelagem (ROZAL, 2007).

Aristides Camargo Barreto conheceu a Modelagem Matemática a partir de 1960 quando cursou engenharia, porém já a utilizava para modelar suas músicas. A partir de 1970, na PUC-Rio de Janeiro, começou a utilizar a Modelagem como estratégia de ensino em suas aulas nas disciplinas de Cálculo Diferencial, Fundamentos de Matemática e Prática de Ensino, nos cursos de graduação (ROZAL, 2007).

Aristides realizou em 1976 sua primeira experiência pedagógica envolvendo Modelagem, da qual participaram 215 alunos dos cursos de engenharia. Essa experiência o levou a acreditar que a Modelagem no processo de ensino poderia tornar os alunos mais motivados e interessados, descartando a tão recorrente pergunta dos alunos: “Para que serve isto?” (ROZAL, 2007).

O professor Rodney Carlos Bassanezi tornou-se o principal disseminador da Modelagem Matemática, adotando-a em sua prática pedagógica em diversos cursos de graduação, pós-graduação e em cursos de formação continuada (ROZAL, 2007).

Segundo Burak (2005), os trabalhos com a Modelagem Matemática para os níveis de ensino fundamental e médio iniciaram-se no ano de 1985, na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP - Campus de Rio Claro, SP.

Atualmente diversos outros autores desenvolvem pesquisas utilizando a Modelagem Matemática, tais como: Abegg (2014), Brucki (2011), Santos e Bisognin (2004), dentre outros.

1.1.2 Diferentes concepções de Modelagem

Existem diversas concepções de Modelagem Matemática encontradas na literatura. Este item apresenta diferentes concepções segundo a perspectiva de quatro autores: Rodney Carlos Bassanezi, Dionísio Burak, Maria Salett Biembengut e Jonei Cerqueira Barbosa.

Para Bassanezi:

> Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A Modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2002, p. 24).

Segundo este autor, a Modelagem Matemática de uma situação ou problema real deve seguir as seguintes etapas: experimentação, abstração, resolução, validação e modificação.

A etapa de experimentação tem por objetivo a obtenção de dados da situação problema que ajudam na compreensão do mesmo, assim como na modificação do modelo e decisão de sua validade. Configura-se como uma atividade essencialmente laboratorial (BASSANEZI, 2002).

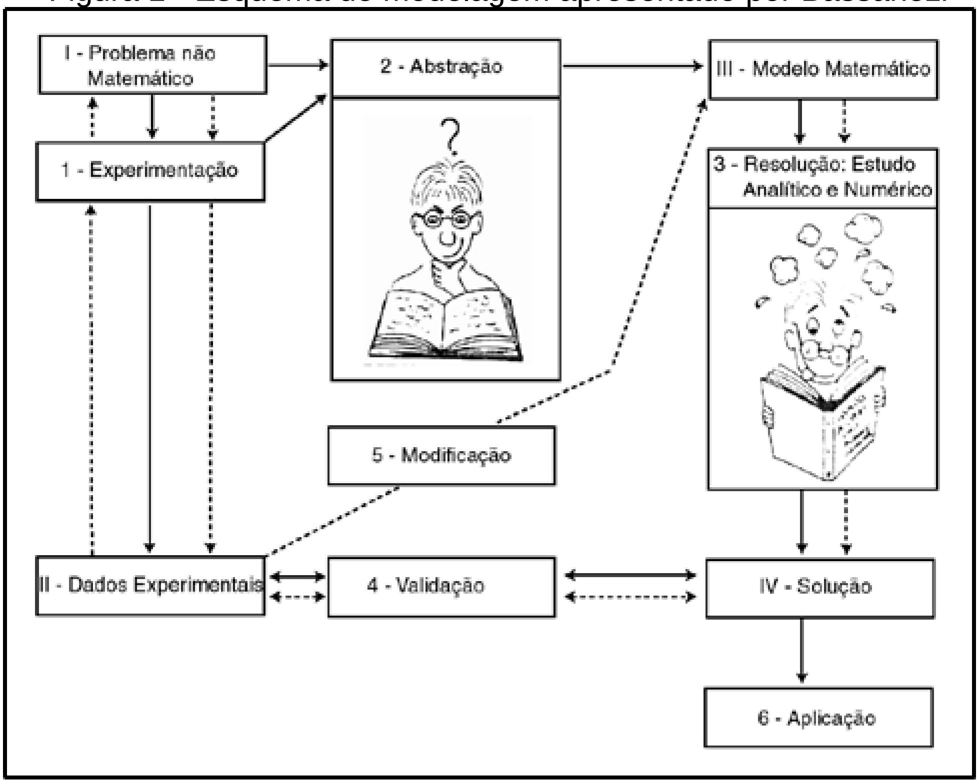
A etapa de abstração é o procedimento que conduz a formulação dos Modelos Matemáticos. Ela divide-se em: (i) seleção de variáveis; (ii) problematização ou formulação dos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando; (iii) formulação de hipóteses e (iv) simplificação (BASSANEZI, 2002).

Em sequência, na etapa de resolução, obtêm-se o modelo matemático, quando se traduz a linguagem natural das hipóteses para uma linguagem matemática coerente e a resolução da situação problema (BASSANEZI, 2002).

A validação é a etapa em que são interpretados os dados obtidos e testados os modelos formulados juntamente com as hipóteses que lhe foram atribuídas. A rejeição ou aceitação do(s) modelo(s) é consequência de alguns fatores ligados ao problema original. Caso não haja a validação, deve-se recorrer a etapa de modificação que consiste em reformulação e aprimoramento do modelo, reiniciando a etapa de validação (BASSANEZI, 2002).

A Figura 1 a seguir representa o esquema de como ocorre a Modelagem Matemática e suas fases de acordo com Bassanezi (2002, p. 27). O autor destaca que as setas contínuas indicam uma primeira aproximação das conjecturas realizadas para resolução da situação proposta enquanto que as setas pontilhadas, a busca de um modelo matemático que melhor descreva e/ou represente a situação proposta, tornando o processo dinâmico.

Figura 1 - Esquema de modelagem apresentado por Bassanezi



Fonte: Bassanezi (2002, p. 27)

De acordo com Burak (1992, p. 62), a Modelagem Matemática constitui-se:

> [...] em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões.

Burak (2004) complementa, afirmando que o objetivo da Modelagem

Matemática é relacionar os conhecimentos do cotidiano do aluno com os conhecimentos matemáticos aprendidos na escola, por meio de um tema de seu interesse. Para o autor, não deve haver uma sequência de conteúdos a ser seguida rigorosamente, uma vez que a situação-problema analisada é o que determina qual conteúdo será estudado (BURAK, 2004).

Segundo este autor, visto que a Modelagem é uma alternativa metodológica para o ensino de Matemática, inicialmente, o trabalho com esta metodologia deve originar-se do princípio do interesse do grupo ou dos grupos de alunos (BURAK, 2004).

Nesta concepção de Modelagem, o tema é escolhido pelos alunos e o conteúdo matemático a ser desenvolvido surge de questionamentos levantados por eles em decorrência da pesquisa de campo, que se concebe na segunda etapa que é a pesquisa exploratória (BURAK, 2004).

Burak (2004) sugere cinco etapas para o desenvolvimento de uma atividade envolvendo Modelagem Matemática: (i) escolha do tema; (ii) pesquisa exploratória; (iii) levantamento dos problemas; (iv) resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; (v) análise crítica das soluções.

Na primeira etapa, os alunos escolhem temas que fazem parte de sua realidade. Estes, geralmente, podem estar associados a brincadeiras, esportes, atividades comerciais, industriais e econômicas, dentre outros temas de interesse dos grupos ou do grupo (BURAK, 2004).

A pesquisa exploratória é a etapa de coleta de dados considerados relevantes para o tema pesquisado. Configura-se como uma etapa importante para o desenvolvimento de competências essenciais para a formação de uma postura investigativa e crítica dos alunos, possibilitando-lhes adquirir um olhar mais criterioso e voltado para a análise das diferentes dimensões que constituem a realidade estudada (BURAK, 2004).

De posse dos dados coletados, inicia-se a terceira etapa em que os alunos elaboram e levantam as questões, a partir do(s) tema(s) selecionado(s). O(s) problema(s) levantado(s) determinará(ão) o(s) conteúdo(s) a ser(em) trabalhado(s) (BURAK, 2004).

A quarta etapa refere-se à resolução dos problemas formulados. Neste momento é que os conteúdos matemáticos adquirem importância e significado. Complementa ainda o autor: “É, também, o momento em que se pode oportunizar a construção dos modelos matemáticos que, embora simples, se transformam em oportunidades ricas e importantes para a formação do pensar matemático” (BURAK, 2004, p. 6).

A análise crítica das soluções configura-se como a quinta etapa. A atividade de validação dos modelos propostos é o momento em que os alunos, por meio do pensamento crítico e da argumentação lógica, discutem a coerência da solução do(s) problema(s) com as situações da realidade estudada (BURAK, 2004).

Esta forma de desenvolver a Modelagem Matemática redefine o papel do professor, que passa a se constituir como mediador do conhecimento produzido pelos alunos e o conhecimento matemático elaborado (BURAK, 2004).

Para Biembengut e Hein (2000, p.12), a Modelagem Matemática é:

> [...] o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa ótica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

No entendimento desses autores, a Matemática e a realidade são conjuntos disjuntos e a Modelagem Matemática é a ferramenta que os faz interagir. Biembengut e Hein (2000) descrevem três etapas para que essa interação ocorra: (i) Interação, (ii) Matematização e (iii) Modelo Matemático:

Na etapa de interação, os alunos realizam o levantamento de dados e questões sobre o tema escolhido. Segundo os autores, é ideal que o professor estimule os alunos a apresentar o maior número de sugestões possíveis e, ainda, orientá-los a apresentar abordagens diferenciadas para o problema (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Na etapa de Matematização é que se traduz o problema para a linguagem matemática, pois é nesse momento que o aluno identifica os conteúdos matemáticos como ferramenta para se determinar um modelo que conduza a resolução. Pode ser necessário que conteúdos matemáticos sejam retomados ou apresentados aos alunos (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

A terceira etapa, constitui-se na interpretação e avaliação do modelo, quanto a sua importância e validade para a resolução do problema. Se o modelo corresponder à solução do problema, ele é validado. Caso não seja adequado à resolução, os alunos devem retornar a etapa anterior para a reformulação do modelo (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Na perspectiva de Barbosa (2001a, p. 6), a Modelagem é "[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade."

A ideia de ambiente de aprendizagem defendida pelo autor é uma noção apresentada por Skovsmose (2000), referindo-se às condições sob as quais os alunos são incentivados a desenvolver determinadas atividades.

O ambiente de aprendizagem organizado pelo professor é posto, na concepção de Barbosa, como um "convite" aos alunos, mas não é garantido que eles se envolvam nas atividades propostas. Esse envolvimento surge do interesse deles pelo ambiente de aprendizagem. Este "convite" faz referência à indagação e à investigação (BARBOSA, 2001a).

Segundo o referido autor, a Modelagem constitui-se dos seguintes processos: (i) indagação; (ii) investigação ou formulação do problema e (iii) resolução.

A indagação é um processo que transpõe todos os outros, uma vez que a todo instante os alunos suscitam questionamentos para responder ao problema. A investigação é o caminho pelo qual percorre a indagação e é nesta etapa que os alunos devem buscar, organizar, selecionar, manipular e refletir sobre as informações coletadas (BARBOSA, 2001b).

O processo de investigação confronta os procedimentos diretos e padronizados porque os alunos não seguem procedimentos fixados previamente, valorizando as estratégias informais. Isso requer dos alunos dedicação e esforço intelectual (BARBOSA, 2001b).

A resolução é o momento em que o aluno, por meio das etapas anteriores, soluciona o problema proposto, utilizando um modelo matemático ou não (BARBOSA, 2001b).

O ambiente de aprendizagem em Modelagem Matemática, na compreensão de Barbosa (2001b), refere-se a situações que sejam efetivamente oriundas de outras áreas do conhecimento ou do dia a dia. É preferível não serem apenas de origem matemática ou construídas na semirrealidade, pois, as situações a serem indagadas e/ou investigadas pelos alunos não são formuladas apenas com a finalidade de ensinar Matemática. Os atributos que qualificam a situação e seus dados não foram criados, mas fazem parte das circunstâncias que a sustentam. Este autor ressalta que as situações de semirrealidade não impossibilitam as investigações por parte dos alunos.

Para Barbosa (2001b), a ênfase da Modelagem Matemática não está apenas na problematização, ou seja, quando se parte de um tema geral escolhido por alunos e professores, mas na investigação e inquirição que possa ser comportada no currículo escolar. Na perspectiva desse autor, o mais importante no processo de Modelagem não é a formulação do modelo em si, mas o processo de indagação e investigação, que pode ou não conduzir a um modelo propriamente dito.

Costa (2010) ressalta a importância da investigação no processo de ensino e aprendizagem, destacando seu papel incentivador ao despertar no aluno o interesse em estudar os conteúdos ensinados, para que assim ele possa construir seu conhecimento.

Posto o que é ambiente de aprendizagem para Barbosa (2001b), ele identifica três níveis diferentes de possibilidades de aplicação da Modelagem, aos quais denomina simplesmente por “casos”: Caso 1 – o professor propõe um problema já estruturado e com as informações necessárias para que os alunos elaborem a resolução; Caso 2 – o problema apresentado pelo professor é de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta de informações para resolvê-lo sob a orientação do professor; Caso 3 – os alunos formulam o problema, coletam informações e elaboram a solução do problema a partir de temas não-matemáticos.

No caso 1, apesar de o professor simplificar, formular e apresentar o problema, com as informações necessárias à sua resolução, não descarta a indagação por parte dos alunos no processo. O problema proposto é uma indagação motivadora de outras. Nesse caso não se faz necessário a coleta de dados fora da sala de aula, a investigação ocorre na própria situação proposta (BARBOSA, 2001b).

No caso 2, cabe aos alunos a coleta das informações (qualitativas e quantitativas) necessárias à resolução. Os dados são obtidos fora da sala de aula, os alunos simplificam informações e resolvem o problema proposto (BARBOSA, 2001b).

No caso 3, também cabe aos alunos a coleta das informações, além da formulação do problema, seguida de sua simplificação e resolução. Os dados são obtidos fora da sala de aula (BARBOSA, 2001b).

É importante ressaltar que em todos os casos, o papel do professor é o de coparticipante do processo de investigação e direcionador de todo o processo da Modelagem, intervindo na condução das atividades sempre que necessário.

Em alguns dos processos, a presença do professor na organização das atividades pode ser maior ou menor dependendo do caso a ser escolhido. Do caso 1 para o 3, a responsabilidade do professor na condução das atividades passa a ser mais compartilhada com os alunos (BARBOSA, 2001b).

A figura (Figura 2) a seguir simplifica o esquema de modelagem proposto por Barbosa (2001b) de acordo com as tarefas exercidas pelos alunos e o professor em cada caso:

Figura 2 - Esquema de tarefas do aluno e do professor

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001b, p. 40)

Para a escolha do caso a ser utilizado, Barbosa (2001b) alerta que o professor deve levar em consideração: os objetivos que se quer alcançar; avaliação da motivação e o grau de interesse dos alunos; a análise do seu saber e do saber dos alunos; o tempo disponível para realização do trabalho, conhecer os limites da escola onde será desenvolvido o trabalho; e a disponibilidade e apoio da escola.

Barbosa (2001b) defende a importância da integração da Modelagem Matemática com o currículo escolar. Para que ocorra uma integração efetiva, Barbosa (2001b) destaca que o currículo precisa ter uma visão de ensino compatível com a Modelagem, caso contrário pode ocorrer uma dissonância entre as atividades de Modelagem e as demais do currículo. Essa dissonância por sua vez, não estimula os alunos a questionar e a investigar (BARBOSA, 2001b).

Barbosa (2001b) apoiado em Bassanezi (1994) e Blum & Niss (1991), cita seis argumentos que apresentam consequências do uso da Modelagem no currículo:

> (1) o argumento formativo: desenvolve habilidades gerais de exploração, criatividade e resolução de problemas;

> (2) o argumento da competência crítica: habilita os alunos a reconhecer, compreender, analisar e avaliar exemplos de usos da matemática na sociedade;
>
> (3) o argumento da utilidade: prepara os alunos para utilizar a matemática em diferentes áreas;
>
> (4) o argumento intrínseco: permite aos alunos perceber uma das facetas da matemática;
>
> (5) o argumento da aprendizagem: promove motivação e relevância para o envolvimento e aprendizagem dos alunos nas tarefas escolares de matemática;
>
> (6) o argumento da alternativa epistemológica: desenvolve a percepção do caráter cultural da matemática. (BARBOSA, 2001b, p. 37)

De acordo com as concepções apresentadas, é possível observar que não há uma única definição para a Modelagem Matemática. Os processos ou etapas que a integram também variam na concepção de cada autor.

É importante salientar que em todas essas concepções a Modelagem Matemática configura-se como um processo de indagação, investigação e tradução de problemas do cotidiano para a linguagem matemática.

Para Bassanezi (2002), Biembengut e Hein (2000), a Modelagem é um processo que visa a obtenção de um modelo. Enquanto que para Barbosa (2001b) a Modelagem Matemática não necessariamente conduz a um modelo, visto que o mais importante no processo é a indagação e a investigação.

Biembengut e Hein (2000) entendem a Matemática e a realidade como coisas distintas, sendo a Modelagem a ferramenta que promove a interação entre elas. Em contrapartida, Barbosa (2001b) compreende a Modelagem como ambiente de investigação de outras áreas da realidade tendo como ferramenta a Matemática. Esse autor utiliza a expressão “outras áreas da realidade” justificando que a Matemática também é real como qualquer outro domínio da realidade (BARBOSA, 2001).

Visto que este trabalho se apresenta como uma proposta de integração entre a Matemática e os conhecimentos da dimensão profissional do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente, a Concepção de Modelagem que vai ao encontro dos objetivos delineados é a de Barbosa (2001b), uma vez que este autor defende o uso da Modelagem integrada ao currículo escolar.

A escolha do primeiro caso também está em consonância como os objetivos deste trabalho, pois para integrar a Matemática aos conhecimentos de Meio Ambiente, foi preciso escolher previamente o tema para os alunos. Além disso, os demais casos poderiam demandar maior tempo de aplicação desta pesquisa, o que seria inviável, uma vez que tal pesquisa não é desenvolvida pelo professor regular da turma. Foram considerados os aspectos e critérios citados por Barbosa (2001b), para a escolha do caso a ser utilizado.

1.1.3 Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica

Segundo os documentos orientadores, em particular os PCN, no que diz respeito à Matemática, os alunos devem ser capazes de questionar a realidade por meio da capacidade de análise crítica, do raciocínio lógico, dentre outras habilidades (BRASIL, 1997). Entretanto, no ensino de Matemática, ainda predominam aulas expositivas com preleção do professor apresentando explicações teóricas e formais, seguidas de listas de exercícios propostos em que se julga que, ao praticar as resoluções, o aluno compreenderá o conteúdo (BENNEMANN; ALLEVATO, 2012).

Schröetter (2015) complementa:

> Muitos docentes ainda optam pelo modelo tradicional de ensino, no qual o professor é o detentor do conhecimento e o aluno limita-se a somente ouvi-lo, deixando de lado a capacidade de análise crítica de determinada situação, ou ainda, a forma como o conteúdo é abordado pelo professor se distancia da realidade do aluno (SCHRÖETTER, 2015, p. 16).

Bennemann e Allevato (2012) relatam que segundo Skovsmose (2007), estima-se que desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio, os alunos são expostos a dez mil exercícios majoritariamente baseados em comandos. Esses autores ressaltam que, historicamente, a Educação Matemática já treinava e continua treinando os alunos a resolver esses exercícios modelos. Isso ocorre graças à crença de que quanto maior o número de modelos de exercícios que o aluno dominar, maiores serão as suas chances de alcançar êxito em avaliações e concursos (BENNEMANN; ALLEVATO, 2012).

Exercícios estruturados, sob a forma de comandos, apresentando respostas únicas e imutáveis, são descontextualizados de questões de responsabilidade social, contribuindo, portanto, para a consolidação da Ideologia da Certeza (BENNEMANN; ALLEVATO, 2012).

Barbosa (2001b) analisa segundo Borba e Skovsmose (1997) a definição de Ideologia da Certeza: “O poder da Matemática, traduzido nos modelos matemáticos, assenta-se num certo “con-senso” social acerca de sua legitimidade, veracidade e confiabilidade” (BARBOSA, 2001b, p. 18). Esse autor ressalta ainda que: “Proposições sustentadas matematicamente possuem status de argumento final e verdadeiro” (BARBOSA, 2001b, p. 19), ou seja, a ideologia da certeza impede que o aluno questione modelos matemáticos que impactam diretamente no modo de vida da sociedade na qual ele está inserido, pois a Matemática adquire caráter inquestionável.

As respostas únicas e exatas, recorrentes nas aulas de Matemática, transcendem a sala de aula e passam a agir nas crenças sociais (BENNEMANN; ALLEVATO, 2012).

Assim os alunos mantêm a crença de que a Matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo sendo preciso compreender como e porque funciona. Acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios (D’AMBRÓSIO, B.S., 1989).

Dessa forma, supervalorizando o poder da Matemática formal, o aluno perde a autoconfiança e sua capacidade de relacionar a Matemática a uma situação vivenciada em seu dia a dia (D’AMBRÓSIO, B.S., 1989).

Barbosa (2001b), apoiado em Skovsmose (1994) afirma que o papel da Matemática na sociedade é amplamente reconhecido em consequência de suas aplicações, geralmente expressas por modelos matemáticos.

Bennemann e Allevato (2012, p. 110) exemplificam alguns desses modelos:

> Os modelos que definem os cálculos do Imposto de Renda (IR), do tempo de contribuição para aposentadoria, dos planos de seguro e tantos outros. Enfim, estamos sujeitos a uma série de decisões onde a Matemática é utilizada para formatar a conduta social.

Bennemann e Allevato (2012) explicam que devido ao fato de estarmos acostumados a acreditar que os resultados da Matemática Aplicada são únicos, assim como aqueles cálculos que repetimos inúmeras vezes na escola, por falta de conhecimento ou ingenuidade, não questionamos os procedimentos adotados na obtenção desses modelos matemáticos. Acrescentam, ainda, que talvez não possuímos os meios necessários para analisar tais modelos.

Segundo Bennemann e Allevato (2012), quanto mais tecnológica for uma sociedade, mais forte será a relação entre a Matemática e o poder na tomada de decisões.

A Ideologia da Certeza é capaz de restringir os espaços de participação social, uma vez que posiciona os argumentos matemáticos em patamar elevado, devido ao grau de confiabilidade da Matemática. O problema não é a Matemática, mas sim o acesso limitado aos processos de geração e uso desses argumentos, assim como a exclusão de crítica a eles (BARBOSA, 2001b).

Barbosa (2001b) entende que dessa forma a Matemática pode ser usada para "encolher" as possibilidades de participação das pessoas na tomada de decisões, dificultando a intervenção nas esferas da vida prática. Contudo, ele identifica que a Matemática pode contribuir para a radicalização da democracia. Para que isto ocorra, é preciso enfatizar a necessidade de vencer os obstáculos que impedem o exercício da democracia, tornando ampla a participação das pessoas na condução da sociedade (BARBOSA, 2001b).

Para Barbosa (2001b, p. 20):

> A capacidade de compreender e criticar os argumentos matemáticos postos nos debates locais ou gerais potencializa a intervenção das pessoas nas tomadas de decisões coletivas. Apesar de não determinar diretamente a capacidade de intervenção política na sociedade, a formação matemática pode potencializá-la, pois, à medida que estimula a intervenção social dos sujeitos, a educação matemática pode contribuir com a contraposição aos mecanismos sociais de cunho autoritário.

A corrente Sócio - Crítica, assim identificada por Barbosa (2001b), apresenta-se como uma das formas de abordagem da Modelagem Matemática, em que as atividades buscam abranger o conhecimento matemático, o conhecimento reflexivo e o de Modelagem. São atividades que se configuram como uma forma de indagar e questionar situações sociais, tendo por instrumento a Matemática evidenciando seu caráter social e cultural.

A Modelagem Matemática tem papel fundamental para desmistificar a ideia de que a Matemática não tem nenhuma relação com o cotidiano, uma vez que por meio dela o aluno se torna mais consciente da utilidade da Matemática no dia a dia (D'AMBRÓSIO, B.S., 1989).

Silva (2009) destaca que a interdisciplinaridade é um aspecto que falta no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e que trabalha a interação de diversas áreas do conhecimento. Dessa forma, a interdisciplinaridade pode ter grande valia para que o aluno possa aprender os conteúdos de forma mais clara, uma vez que essa interação facilita o entendimento da Matemática e das demais disciplinas envolvidas no processo (SILVA, 2009).

A interdisciplinaridade torna a Matemática mais dinâmica e com mais aplicabilidade de modo que o aprendizado matemático seja mais real e prático, porque passa a ter um significado maior. Ao desenvolver uma visão mais abrangente dos conteúdos ministrados, o professor proporciona uma visão mais prática e realista daquilo que está ensinando (SILVA, 2009).

Ao trabalhar de forma interdisciplinar, o professor torna o aprendizado mais prazeroso ao aluno, além de atribuir finalidade a este aprendizado. A relação entre diversos conteúdos tem o potencial de melhorar o desenvolvimento das outras matérias envolvidas no processo, pois com a integração da Matemática com as demais disciplinas estas também podem ganhar avanços (SILVA, 2009).

Carmo (2014) destaca que a Modelagem Matemática: motiva alunos e até mesmo o próprio professor; facilita o processo de aprendizagem de modo que o conteúdo matemático passa a ter significado, deixando de ser abstrato, passando a ser concreto e o ensino adquire caráter multidisciplinar. Os alunos desenvolvem o raciocínio lógico e dedutivo em geral, tornam-se críticos e adquirem a capacidade de enxergar a matemática no cotidiano (CARMO, 2014).

A Modelagem Matemática não tem como único objetivo ensinar Matemática, mas oferecer subsídios para que os alunos atuem e compreendam a sociedade e, ao mesmo tempo, desenvolvam habilidades matemáticas.

A criação ou modificação de modelos matemáticos feitos por profissionais especializados buscam compreender, descrever e solucionar os problemas apresentados em sociedade. A Modelagem também permite ao aluno a possibilidade de argumentar, interpretar, refletir e questionar tais modelos num sentido amplo (CARMO, 2014).

Assim, dentro de uma perspectiva de Educação Matemática crítica e sócio-crítica, conforme defendida por Barbosa (2001b), com este trabalho, desenvolvendo a Modelagem Matemática integrada a temas ambientais, espera-se contribuir para formação de cidadãos criativos, críticos e reflexivos. Pessoas que sejam capazes de avaliar como a degradação do Meio Ambiente pode impactar diretamente na qualidade de vida da sociedade, além de adquirir hábitos e atitudes positivas em relação a preservação ambiental.

1.2 Função Linear e Proporcionalidade Direta

O conceito de proporcionalidade é o mais difundido no mundo e o seu uso data de milênios (LIMA, et al, 2006). Tal conceito está presente em diversas situações do cotidiano e o raciocínio proporcional é muito útil na interpretação de fenômenos da realidade, conforme destacam os PCN (BRASIL, 1998).

Para Paula (2009, p. 5), proporcionalidade:

> [...] não é apenas um conteúdo matemático, mas sim um “formador” de estruturas cognitivas para a compreensão de outros importantes conceitos matemáticos tanto nas questões numéricas, como naquelas envolvendo medidas e geometria [...]

Abegg (2014) identifica que o conceito de proporcionalidade vem sendo desenvolvido em praticamente todos os anos do Ensino Fundamental, principalmente nos anos finais, e explorado em outros conteúdos matemáticos.

De acordo com a matriz curricular de cada escola, a partir do 7º ou 8º ano, os alunos são apresentados à mecanização do procedimento de proporcionalidade por meio da regra de três. Muitos destes alunos utilizam esse algoritmo e acabam deixando de lado o raciocínio proporcional (ABEGG, 2014).

Abegg (2014) ressalta que o raciocínio proporcional desperta no aluno a capacidade de compreender um problema de natureza proporcional e ainda o entendimento da natureza multiplicativa das relações proporcionais. Assim, ele se torna hábil na resolução de problemas cotidianos sem fazer uso de representações tabulares, algébricas ou gráficas.

Lima (2006, p. 93) define grandezas proporcionais por meio do texto: Aritmética Progressiva, de 1883 do autor Antônio Trajano:

> Diz-se que duas grandezas são proporcionais quando elas se correspondem de tal modo que, multiplicando-se uma quantidade de uma delas por um número, a quantidade correspondente da outra fica multiplicada ou dividida pelo mesmo número. No primeiro caso, a proporcionalidade se chama direta e, no segundo, inversa; as grandezas se dizem diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. (TRAJANO, 1883)

Sendo assim, Substituindo-se as grandezas de Trajano por suas medidas, sendo estas números reais, Lima et al (2006) traduzem essa definição da seguinte forma: “Uma proporcionalidade é uma função f: IR→IR tal que, para quaisquer números reais c, x tem-se f(cx) = c.f(x) (proporcionalidade direta)” (LIMA, et al., 2006, p.93). Essa equação corresponde à lei de definição de uma Função Linear.

O ensino de Função Linear ocorre, geralmente, no primeiro ano do Ensino Médio, dentro do conteúdo de Função Afim, conforme identificado por Abegg (2014). A Função Linear é classificada como um caso particular da Função Afim, sendo o modelo matemático que descreve os problemas que envolvem proporcionalidade (LIMA et al, 2006).

Lima et al (2006) definem a Função Linear, por meio da proporcionalidade, da seguinte forma:

> [...] se f(cx) = c.f(x) para todo c e para todo x então, escrevendo a = f(1), tem-se f(c) = f(c.1) = c.f(1) = ca, ou seja, f(c) = ac para todo c∈ IR . Numa notação mais adequada, temos f(x) = ax para todo x∈IR, logo f é uma função linear (LIMA, et al., 2006, p.93).

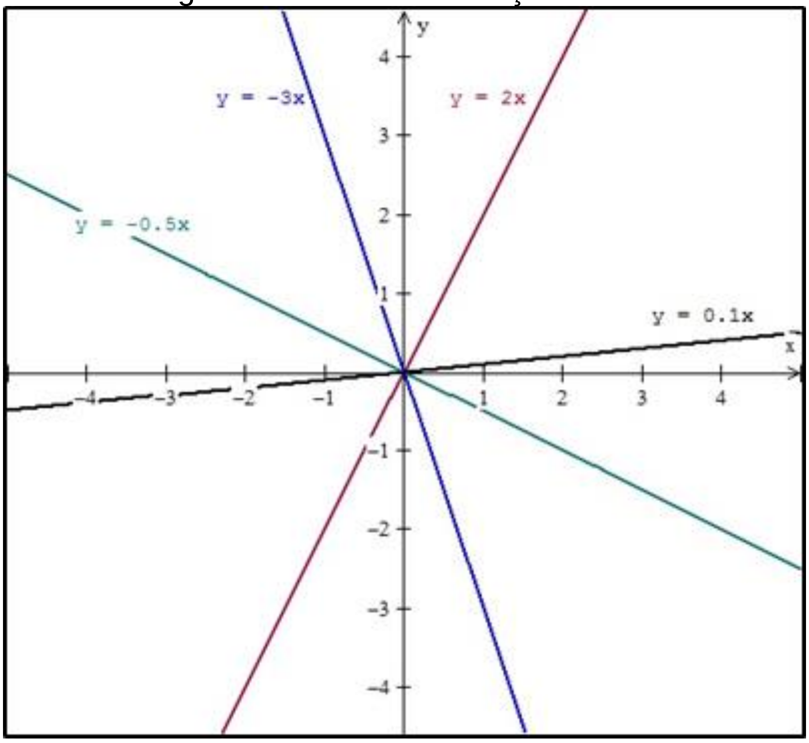
Em síntese, pode-se dizer que a grandeza ***y*** é diretamente proporcional à grandeza ***x***, existindo um número ***a*** (chamado de constante de proporcionalidade) de modo que $\frac{y}{x} = a$ ou ***y = ax*** para todo valor de ***x*** real.

Lima et. al (2006) ressaltam que em algumas situações a proporcionalidade precisa ser aplicada a grandezas cujas medidas são expressas apenas por números positivos. Então, tem-se uma função f: $IR_+ \to IR_+$ definida por f(x)= ax, crescente, ou seja, com a > 0.

A representação gráfica da Função Linear é sempre uma reta que intersecta a origem do plano cartesiano. Para a Função Linear f(x) = ***ax***, de Domínio e Imagem reais, se o coeficiente ***a*** for positivo a reta é crescente e se o coeficiente ***a*** for negativo, a função é decrescente. A Figura 3 apresenta exemplos de gráficos de

Função Linear crescentes e decrescentes. Exemplos de funções lineares crescentes: (i) $y = 2x$; (ii) $y = 0{,}1x$, e exemplos de funções lineares decrescentes: (i) $y = -3x$; (ii) $y = -0{,}5x$.

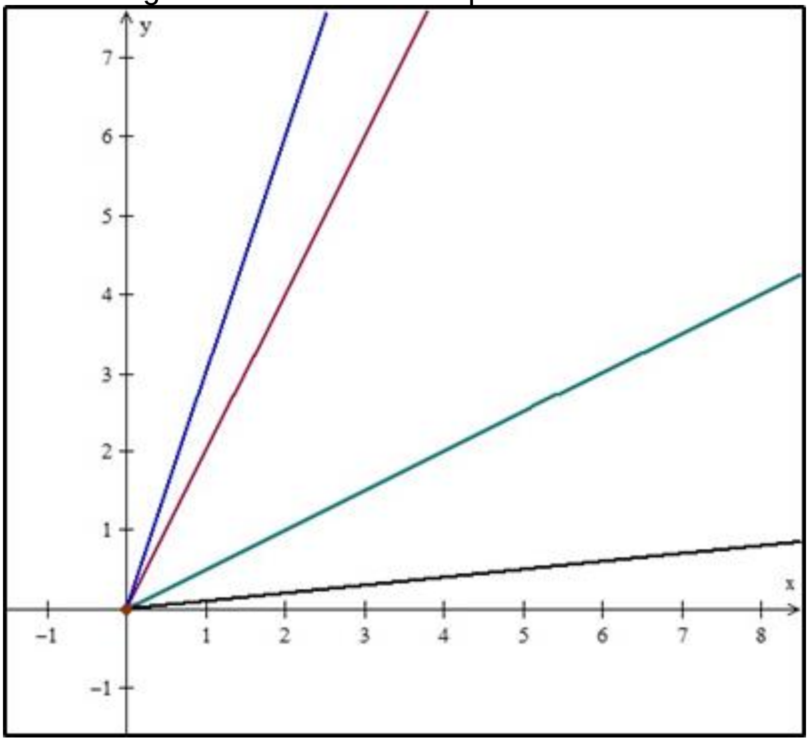
Figura 3 - Gráfico de Função Linear



Fonte: Elaboração própria por meio do *software* Winplot

Os gráficos de Função Linear relacionados aos problemas de proporcionalidade direta são retas crescentes, pois a constante de proporcionalidade é positiva. Em grande parte dos problemas, as grandezas em questão só admitem valores reais positivos, logo, a representação gráfica se restringe a semirretas partindo da origem do sistema cartesiano e contidas no primeiro quadrante, confirmando a restrição do conjunto domínio e do conjunto imagem para números reais não negativos. A Figura 4, apresenta gráficos relativos a relação de Proporcionalidade Direta.

Figura 4 - Gráfico de Proporcionalidade Direta



Fonte: Elaboração própria por meio do *software* Winplot

Durante a aplicação destas atividades, foram exploradas questões que envolvem situações do cotidiano, possibilitando ao aluno a investigação de regularidades por meio de gráficos e quadros, objetivando a construção do conceito de Função Linear por meio da Proporcionalidade Direta.

1.3 Estudos Correlatos

Nesta seção são apresentados quatro trabalhos relacionados, que foram escolhidos de acordo com a similaridade do tema, conteúdo e/ou com a metodologia proposta.

Há vários autores que relatam o ensino de Funções por meio da Modelagem Matemática (GROENWALD, FILIPPSEN, 2003; SANTOS, BISOGNIN, 2004; BRUCKI, 2011; ABEGG, 2014).

1.3.1 Função Linear por meio da Modelagem Matemática: Um relato de caso nas séries finais do Ensino Fundamental

A dissertação de Mestrado de Darlan Rodrigo Abegg (2014) teve por objetivo apresentar uma proposta para o ensino de Função Linear para as séries finais do Ensino Fundamental, por meio da Modelagem Matemática a fim de tornar a aprendizagem deste conteúdo mais efetiva e satisfatória para os alunos.

A atividade proposta consistiu em estudar a variação da altura do nível da água em um recipiente de vidro. O desenvolvimento desta atividade constituiu em três encontros, com duração de três horas cada um. Foram convidados todos os alunos das duas turmas de 8º ano da escola onde ocorreu a aplicação, porém, formou-se apenas um grupo de 12 alunos, que sempre obtiveram êxito em todos os anos de escolaridade, até então. A atividade foi realizada em duplas e ocorreu no laboratório de Ciências, uma vez que os alunos necessitavam de materiais como proveta para coletar o líquido e despejá-lo em outro recipiente para efetuar as análises.

O autor percebeu que o desempenho dos alunos foi satisfatório e que a Modelagem Matemática proporcionou uma maneira lúdica e atrativa de aprender, contribuindo para a contextualização da Matemática e atribuindo sentido para o aluno no estudo de Função Linear. Além disso, os alunos puderam desenvolver outras habilidades como: efetuar medições, registrar dados e apresentar suas descobertas e conclusões obtidas na atividade.

A similaridade da pesquisa de Abegg (2014) com este trabalho encontra-se no uso da Modelagem Matemática como metodologia no ensino de Função Linear e Proporcionalidade. As diferenças estão no público alvo, que nesta pesquisa será estudantes do Ensino Médio e na concepção de Modelagem. Abegg (2014) utilizou as concepções de Bassanezi (2002), enquanto nesta pesquisa, será utilizada a concepção de Barbosa (2001b).

1.3.2 O uso de Modelagem no ensino de Função Exponencial

Cristina Maria Brucki (2011), em seu trabalho de Mestrado, teve por objetivo analisar os principais efeitos da Modelagem Matemática, segundo a concepção de Barbosa (2001b), no processo de ensino e aprendizagem de Função Exponencial. A autora trabalhou esse conteúdo relacionando-o ao termo geral de uma Progressão Geométrica.

Sua pesquisa foi de caráter qualitativo e os dados foram coletados por meio da observação participante e da análise das respostas das atividades resolvidas. O público-alvo da pesquisa de Brucki (2011) foi constituído por alunos do primeiro ano do Ensino Médio da Escola Estadual Joaquim Moreira Bernardes em São Bernardo do Campo-SP. A atividade foi desenvolvida com os próprios alunos da pesquisadora e com o auxílio de outra professora de Matemática. A participação dos alunos se deu de forma voluntária, totalizando 14 participantes que desenvolveram as atividades em duplas, em um período de duas aulas, totalizando 100 minutos.

A atividade desenvolvida por Brucki (2011) consistiu na apresentação de um problema com dois textos sobre radioatividade e o conceito de meia-vida. O problema apresentado pela autora, continha todas as informações necessárias à sua resolução, o que caracterizava o primeiro caso de Modelagem apontado por Barbosa (2001b).

Ao final das atividades, a autora concluiu que o uso da Modelagem Matemática aumentou o interesse dos alunos pelo conteúdo. Segundo Brucki (2011), esse interesse permitiu que um percentual significativo dos alunos estabelecesse uma relação entre a Função Exponencial e a Progressão Geométrica.

De modo geral, segundo Brucki (2011), uma das vantagens do uso da Modelagem Matemática é contribuir para o interesse pelo conhecimento matemático e fazer com que o aluno veja sentido naquilo que ele estuda, aprendendo com entusiasmo e perseverança.

Uma desvantagem apontada pela autora diz respeito à impossibilidade da utilização da Modelagem Matemática em todos os conteúdos do currículo. Brucki (2011) destacou que ao se trabalhar com essa metodologia, é possível que não se possa desenvolver todos os conteúdos previstos no currículo no tempo disponível. No entanto, a autora considera que as vantagens do uso da Modelagem superam as dificuldades relacionadas ao currículo.

O projeto aqui apresentado se assemelha ao trabalho de Brucki (2011) em relação à concepção de Modelagem Matemática adotada. Assim, como o trabalho da autora, as atividades que serão desenvolvidas neste projeto terão características do primeiro caso da aplicação de Modelagem, identificado por Barbosa (2001b).

Os trabalhos se diferem em relação ao conteúdo. Brucki (2011) trabalhou com o tema Função Exponencial relacionado à Progressão Geométrica e este trabalho abordará o tema Função Linear e Proporcionalidade Direta.

1.3.3 Modelagem Matemática por meio do tema poluição do ar, do solo e das águas

Lozicler Maria Moro dos Santos e Vanilde Bisognin (2004) investigaram a possibilidade de os alunos compreenderem conceitos de Funções e Estatística a partir do tema poluição do ar, do solo e das águas por meio da Modelagem Matemática. Assim, as autoras realizaram um estudo com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Santa Maria, no Rio Grande do Sul.

A metodologia de pesquisa utilizada no trabalho de Santos e Bisognin (2004) foi pesquisa-ação por meio de uma abordagem qualitativa. A metodologia de ensino adotada foi a Modelagem Matemática, segundo a concepção de Burak (2004).

Durante as atividades desenvolvidas pelas autoras, houve a apresentação de textos que tratavam de impactos ambientais. A partir da leitura dos textos e dos questionamentos feitos pelos alunos, surgiram as situações-problema, de acordo com o processo de Modelagem descrito por Burak (2004).

As autoras perceberam que os alunos demonstraram maior motivação pela Matemática, além de um melhor desempenho na referida disciplina. Em relação ao tema proposto, os alunos puderam discutir os textos trabalhados, em profundidade. Conscientizaram-se da importância da preservação do Meio Ambiente, por meio da análise das consequências da poluição ambiental.

As similaridades da pesquisa de Santos e Bisognin (2004) com este trabalho se encontram na metodologia de ensino utilizada, sendo ela, a Modelagem Matemática. No entanto, conforme já mencionado, a concepção adotada no trabalho das autoras é de Burak (2004) e neste, a de Barbosa (2001b). As concepções se diferem, principalmente, pelo fato de que a escolha do conteúdo para Burak (2004) é determinada por meio da análise de situações-problema, enquanto que para Barbosa (2001b), o professor já pode apresentar o problema a ser resolvido referente a um conteúdo pré-estabelecido.

A utilização dos temas ambientais nas atividades desenvolvidas por Santos e Bisognin (2004) teve por objetivo o uso de temas transversais. Segundo os PCN

(BRASIL,1998), os temas transversais possibilitam o desenvolvimento da capacidade dos alunos de se posicionarem diante de questões sociais, por meio da inserção desses temas nas disciplinas presentes no currículo da Educação Básica. Já a utilização de temas ambientais, no projeto aqui apresentado, terá por objetivo a integração da Matemática com conhecimentos da dimensão profissional do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente.

1.3.4 Educação Matemática e Educação Ambiental: educando para o desenvolvimento sustentável

No trabalho de Cláudia Lisete Oliveira Groenwald e Rosane Maria Jardim Filippsen (2003) foi investigado como trabalhar o tema Educação Ambiental na disciplina de Matemática. As autoras tiveram por objetivo aprofundar os conteúdos de Matemática, propondo uma Educação Matemática formadora de hábitos e atitudes, voltada para a preservação do Meio Ambiente.

O trabalho foi desenvolvido em forma de projeto, por meio de aulas extraclasse com alunos de oito turmas de primeiro ano do Ensino Médio dos cursos de Eletrônica e Química da escola Fundação Liberato Salzano Vieira da Cunha. Além das pesquisadoras, participaram do projeto mais três professoras de Matemática da escola que colaboraram na aplicação das atividades.

O tema trabalhado por Groenwald e Filippsen (2003) foi o de Funções Reais. A apresentação dos conteúdos foi desenvolvida por meio de atividades práticas e contextualizadas na realidade escolar, envolvendo questões ambientais. Foi um trabalho qualitativo, cuja metodologia de ensino foi a Modelagem Matemática.

Foram coletados depoimentos dos alunos e dos professores envolvidos. Os alunos relataram que o estudo da Matemática relacionado aos temas ambientais foi muito produtivo. As autoras destacaram que o trabalho possibilitou aos alunos uma conscientização sobre os problemas ambientais que o planeta vem enfrentando.

Groenwald e Filippsen (2003) também relataram que os professores participantes perceberam a importância de apresentar conteúdos matemáticos voltados para a realidade dos alunos, enfatizando questões sociais, ambientais, econômicas e políticas, a fim de formar um cidadão consciente de seu papel na sociedade.

As autoras também destacaram que é importante e necessário substituir as práticas pedagógicas que apresentam o saber pronto por práticas que possibilitem ao educando a construção de conceitos, motivando os alunos e os estimulando a aprender.

Este projeto se assemelha com o trabalho de Groenwald e Filippsen (2003) uma vez que relaciona a Matemática e Meio Ambiente por meio da Modelagem Matemática. No entanto, enquanto o projeto aqui descrito utilizará temas ambientais para integrar a Matemática aos conhecimentos da dimensão profissional de um curso técnico, o trabalho das autoras teve por objetivo desenvolver a transversalidade.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

2.1 Caracterização da pesquisa

Esta pesquisa é de caráter qualitativo e a metodologia de pesquisa é a Intervenção Pedagógica. O público-alvo será composto por alunos do primeiro ano do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente do IFFluminense *Campus* Campos Guarus na cidade de Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro. Como já mencionado anteriormente, a metodologia de ensino utilizada será a Modelagem Matemática na perspectiva de Barbosa (2001b).

As pesquisas ditas qualitativas são aquelas que não se preocupam com a representatividade numérica, mas sim em aprofundar a compreensão de um grupo social e/ou organização. Elas preocupam-se com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na explicação e compreensão da dinâmica das relações sociais (GERHARDT; SILVEIRA, 2009).

Minayo (2001, p.22) corrobora afirmando que:

> A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Os pesquisadores que utilizam os métodos qualitativos buscam explicar o porquê das coisas, expressando o que convém ser feito, porém, sem quantificar os valores e as trocas simbólicas, nem se submetendo à prova de fatos, uma vez que os dados analisados são não-métricos. Na pesquisa qualitativa, o pesquisador é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas (GERHARDT; SILVEIRA, 2009).

Segundo Gerhardt e Silveira (2009), as características da pesquisa qualitativa são: objetivação do fenômeno; hierarquização das ações de descrever, compreender, explicar, precisão das relações entre o global e o local em determinado fenômeno; observância das diferenças entre o mundo social e o mundo natural; respeito ao caráter interativo entre os objetivos buscados pelos investigadores, suas orientações teóricas e seus dados empíricos; busca de resultados os mais fidedignos possíveis; oposição ao pressuposto que defende um modelo único de pesquisa para todas as ciências. Neste trabalho também serão utilizados dados quantitativos com o objetivo de enriquecer a pesquisa.

A metodologia de pesquisa utilizada, a intervenção pedagógica, consiste em investigações planejadas e implementadas de interferências classificadas como mudanças e inovações. Tem por objetivo produzir melhorias e avanços no processo de aprendizagem dos sujeitos que dela participam (DAMIANI, 2012).

Essa metodologia é, geralmente, utilizada por professores e pesquisadores em suas práticas pedagógicas (DAMIANI, 2012). Segundo Damiani (2012), o planejamento e a implementação ocorrem baseados em determinado referencial teórico. A autora ainda destaca que para ocorrer produção de conhecimento, é necessário efetuar avaliações rigorosas e sistemáticas das interferências (DAMIANI, 2012).

Logo, esta pesquisa utilizará a intervenção pedagógica como metodologia de pesquisa e a metodologia de ensino será a Modelagem Matemática.

A concepção de Modelagem Matemática que será adotada nesta pesquisa está de acordo com o que propõe Barbosa (2001b). Assim, para promover um aprendizado integrado entre conhecimentos da dimensão profissional de Meio Ambiente e Matemática, será apresentada uma situação-problema que contenha as informações necessárias para que os alunos desenvolvam o processo de resolução sob orientação do pesquisador.

Os instrumentos de coleta de dados serão as respostas das atividades dos alunos e dois questionários.

É importante ter conhecimento do que se trata e qual é o objetivo de um questionário. Para Marconi e Lakatos (2003, p. 201): “Questionário é um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador.”

Gil (2008) define questionário como uma técnica de investigação constituída por um conjunto de questões com o objetivo de: “obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado e etc” (GIL, 2008, p. 121), das pessoas as quais foram submetidas a essas questões.

Com relação a estrutura de um questionário, Gil (2008) identifica que existem três tipos de questões: abertas, fechadas e dependentes. Alguns questionários podem também apresentar questões semiabertas.

As questões abertas são aquelas em que o respondente oferece suas próprias respostas (GIL, 2008). Segundo Gil (2008), este tipo de questão proporciona ampla liberdade de resposta, porém, nem sempre as respostas oferecidas são relevantes aos objetivos do pesquisador. Questões abertas podem dificultar o processo de tabulação.

Em questões fechadas, o respondente escolhe uma alternativa dentre as que são apresentadas em uma lista. Gil (2008) destaca que esses tipos de questões são mais utilizados porque podem ser processadas mais facilmente, além de propiciar respostas mais uniformes. Há, porém, o risco de não incluírem todas as alternativas relevantes (GIL, 2008).

As questões dependentes são aquelas cuja resposta está condicionada a outra anteriormente respondida. São perguntas que só fazem sentido para alguns respondentes (GIL, 2008).

Há também questões consideradas semiabertas, pois são a combinação de questões abertas e fechadas. São utilizadas quando se quer extrair informações além da resposta fechada. Geralmente quando se quer obter um comentário ou a justificativa de determinada resposta.

O primeiro questionário desta pesquisa terá por objetivo verificar a percepção dos alunos sobre a integração da Matemática com conhecimentos da dimensão profissional do curso. Este questionário será destinado aos alunos que concluíram o primeiro ano do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente do Instituto Federal Fluminense *Campus* Campos Guarus, no ano letivo de 2016. O segundo será destinado aos alunos que participarão da experimentação da atividade desenvolvida (alunos cursando a 1ª série, no ano letivo de 2017). Este terá por objetivo identificar como o uso da Modelagem Matemática contribui para a melhoria do desempenho em Matemática.

Para a realização do trabalho serão cumpridas as seguintes etapas: (i) elaboração e aplicação de um questionário para investigar a percepção de alunos de Meio Ambiente sobre a integração da Matemática com conhecimentos da dimensão profissional do curso; (ii) elaboração de uma sequência didática, utilizando Modelagem Matemática, integrando os conceitos de Função Linear e

Proporcionalidade a conhecimentos da dimensão profissional do Curso Técnico em Meio Ambiente; (iii) aplicação de um teste exploratório cujo público-alvo será constituído por professores de Matemática, professores da área de Meio Ambiente e alunos; (iv) análise dos resultados do teste exploratório; (v) experimentação da sequência didática; (vi) análise dos resultados diagnosticados na experimentação; (vii) elaboração e aplicação de um questionário para investigar a percepção dos alunos sobre o estudo de Função Linear e Proporcionalidade utilizando Modelagem Matemática.

2.2 Descrição da sequência didática

A respeito de uma Sequência Didática, Zabala (1998) descreve como: "[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos" (ZABALA, 1998, p. 18).

Esta é a descrição da sequência didática que foi adotada depois da realização do teste exploratório. A sequência é constituída de três atividades que têm por objetivo proporcionar situações nas quais o aluno vivencie a integração entre a Matemática e os conhecimentos da dimensão profissional de Meio Ambiente, de acordo com a metodologia de ensino Modelagem Matemática.

Dentro da situação de aprendizagem identificada, como caso 1, por Barbosa (2001b), o tema escolhido para promover a integração entre a Matemática e o Meio Ambiente foi Educação Ambiental.

Foram elaboradas três atividades (Apêndice A), que abordam a problemática do descarte inadequado do óleo de cozinha, apresentando os principais impactos negativos causados e formas de destinação ecologicamente corretas para este resíduo. Todas as atividades apresentam textos que foram extraídos de sites com conteúdo jornalístico.

A primeira atividade apresenta um texto que alerta para os impactos ambientais causados pelo descarte incorreto do óleo de cozinha, apontando esses impactos e suas consequências para o Meio Ambiente. Ao final, o texto aponta possíveis formas de destinação ecologicamente corretas. Esta atividade é composta por sete questões.

A primeira questão fornece um quadro para que os alunos o completem de acordo com as informações coletadas no texto. Por meio dele, os alunos devem observar regularidades e verificar a relação de dependência entre as grandezas. As observações feitas por eles, servirão para responder às questões dois e três.

A segunda questão solicita aos alunos responderem quais são as grandezas envolvidas na questão um.

A terceira questão só será respondida pelo aluno que identificar alguma regularidade na primeira questão. É composta pelos itens **a** e **b**. Seu objetivo é fazer com que o aluno consiga identificar a relação de dependência entre as grandezas e classificar as variáveis em independente e dependente. Também é esperado que possam determinar que as grandezas são diretamente proporcionais. O item **b** tem por objetivo conduzir o aluno à construção de um modelo que melhor caracterize a situação proposta, representando a relação por meio de uma expressão algébrica no formato da Função Linear. Este item pode favorecer ao aluno para responder às questões quatro e cinco.

O objetivo da questão quatro é calcular uma imagem relacionada a determinado elemento do conjunto domínio da função identificada em questão anterior.

A quinta questão envolve cálculo de elemento do conjunto domínio, sendo citada uma imagem correspondente.

As questões seis e sete têm por objetivo desenvolver os conhecimentos de Meio Ambiente.

A segunda atividade apresenta um texto que traz uma proposta de destinação ecologicamente correta para o óleo usado: a produção de sabão ecológico. O texto traz também os benefícios gerados para a sociedade por meio da produção de sabão. Esta atividade é composta por quatro questões.

O objetivo da primeira questão é desenvolver os conhecimentos da dimensão profissional de Meio Ambiente.

A segunda questão apresenta um gráfico com informações para que os alunos as coletem e preencham o quadro logo abaixo dele. O objetivo desta questão é proporcionar um ambiente de investigação e exploração de regularidades. Dessa forma o aluno poderá construir o conceito de Função Linear por meio da proporcionalidade direta, observando a relação entre as grandezas envolvidas, identificando e classificando as variáveis como dependentes e independentes. Todas essas informações são necessárias para responder a terceira questão.

Na questão três, os alunos farão observações referentes aos valores do quadro. Espera-se que eles identifiquem a razão de proporcionalidade e que o lucro é a grandeza que depende da quantidade de pacotes vendidos.

A quarta questão tem por objetivo identificar a relação de proporcionalidade existente, identificando a constante de proporcionalidade e conduzir os alunos à construção de um modelo matemático, que seja capaz de expressar a situação proposta.

A atividade três apresenta um texto que retoma a produção de sabão ecológico. Traz uma das inúmeras receitas utilizadas para fabricá-lo, tendo por matéria prima, o óleo de cozinha usado. A atividade é composta por cinco questões.

A primeira questão tem por objetivo identificar qual é a variável dependente a qual é a independente, de modo que o aluno consiga estabelecer uma relação entre elas.

O objetivo da segunda questão é identificar e interpretar os conjuntos Domínio e Imagem de uma Função Linear por meio da proporcionalidade.

Na questão três, os alunos deverão calcular as informações pedidas e utilizá-las para construir o gráfico da questão quatro.

Na questão quatro, aborda-se a representação gráfica da Função Linear que define variação da quantidade ***y*** de água em função da quantidade ***x*** de óleo usado na produção do sabão ecológico.

A questão cinco tem por objetivo sistematizar os conceitos explorados, associando com as atividades realizadas para que o aluno possa formalizar o conceito de Função Linear por meio da proporcionalidade, identificando os conjuntos Domínio, Imagem e o formato de seu gráfico.

3. ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS, RELATO E ANÁLISE DA EXPERIMENTAÇÃO

3.1 Análise do questionário inicial

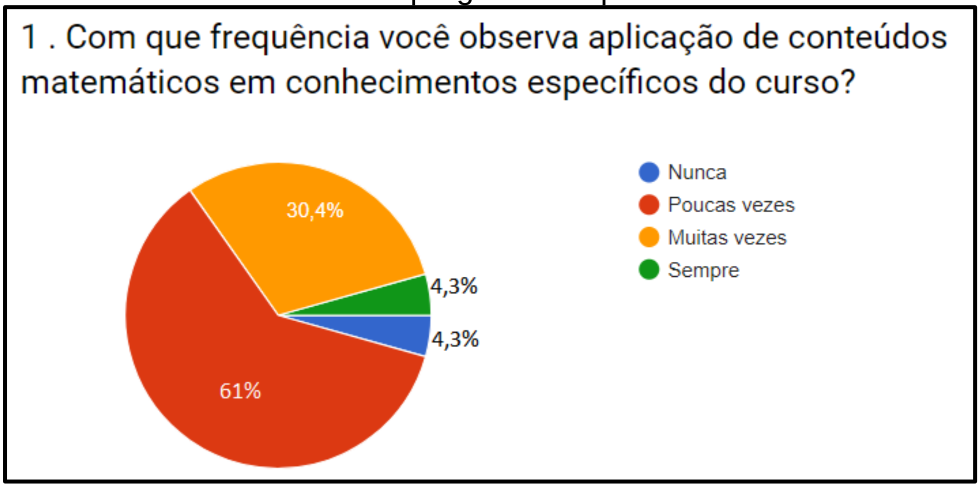
O questionário foi aplicado com o objetivo de investigar a percepção dos alunos sobre a integração da Matemática com os conhecimentos da dimensão profissional do curso. Este questionário destinou-se aos alunos que concluíram o primeiro ano do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente do Instituto Federal Fluminense *Campus* Campos Guarus, no ano letivo de 2016. Foi aplicado para 35 alunos, por meio eletrônico, dos quais apenas 23 responderam.

O questionário é composto de cinco questões, sendo as quatro primeiras fechadas e a última semiaberta: (I) Com que frequência você observa aplicação de conteúdos matemáticos em conhecimentos específicos do curso?; (II) Enumere em uma escala de 0 a 5, a relevância da Matemática nas seguintes disciplinas específicas, considerando 0 irrelevante e 5 muito relevante; (III) Classifique o grau de importância da Matemática para o estudo das disciplinas específicas do curso Técnico em Meio Ambiente; (IV) Classifique sua habilidade no estudo de Matemática; (V) Qual o grau da sua preferência pela Matemática? Comente.

Entende-se que essa configuração foi a mais adequada aos objetivos do questionário, uma vez que as informações podem ser facilmente processadas, propiciando uniformidade nas respostas, a fim de identificar a percepção desses alunos. Houve a necessidade de se obter informações mais específicas na última questão, para tal foi adotada uma questão semiaberta.

O Gráfico 1 a seguir apresenta a primeira questão, que aborda a frequência com que os alunos conseguem observar a aplicação da Matemática com os conhecimentos da dimensão profissional do curso.

Gráfico 1 - Primeira pergunta do questionário inicial



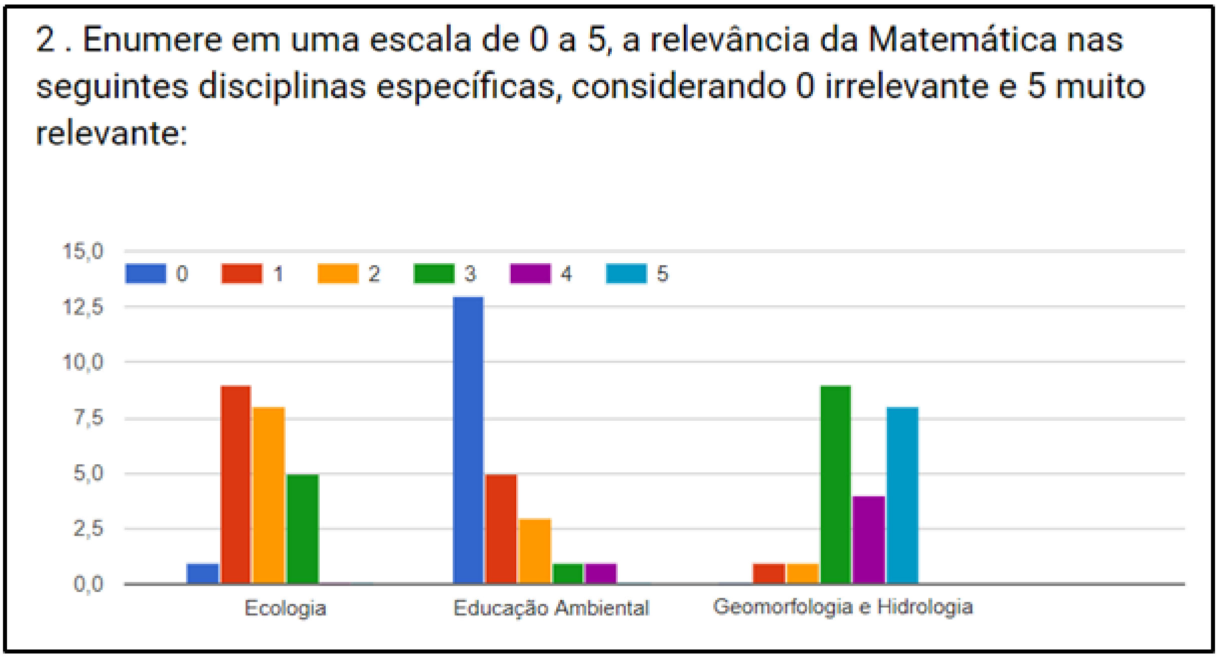
Fonte: Laboratório de pesquisa

É notável que grande parte dos alunos identifica que poucas são as situações onde se vivencia a aplicação da Matemática aos conhecimentos de Meio Ambiente (14 alunos). Aproximadamente um terço dos alunos identificou muitas situações onde foi possível observar a integração (7 alunos).

Grande parte dos alunos identifica que são poucas as situações onde se vivencia a integração da Matemática e os conhecimentos de Meio Ambiente. É possível que tanto os alunos que relataram haver muitas situações desta integração quanto os alunos que declararam haver poucas situações, estejam se referindo a alguma(s) disciplina(s) em particular. Essas respostas talvez estejam diretamente associadas ao que se buscou investigar na questão seguinte do questionário: o grau de relevância da Matemática em cada disciplina específica do curso.

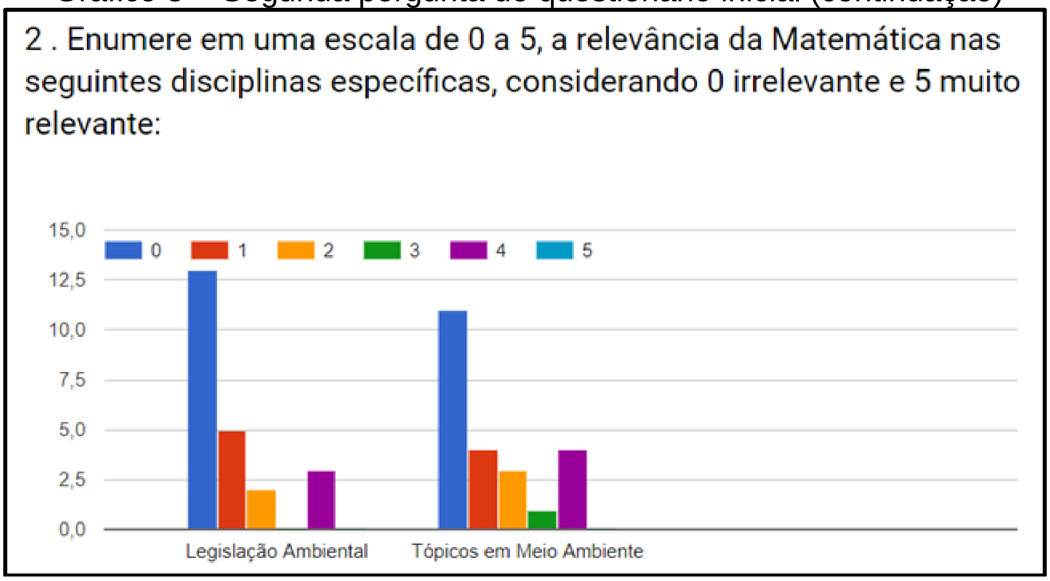
O Gráfico 2 e o Gráfico 3 a seguir, apresentam a segunda questão, abordando o grau de relevância da Matemática nos componentes curriculares do Curso Técnico Integrado em Meio Ambiente, da matriz curricular (vigente) do primeiro ano: Ecologia, Educação Ambiental, Geomorfologia e Hidrologia, Legislação Ambiental e Tópicos Especiais em Meio Ambiente.

Gráfico 2 - Segunda pergunta do questionário inicial



Fonte: Laboratório de pesquisa

Gráfico 3 - Segunda pergunta do questionário inicial (continuação)



Fonte: Laboratório de pesquisa

Observa-se que 13 alunos identificam a Matemática como irrelevante nos componentes curriculares de Educação Ambiental e Legislação Ambiental, 11 alunos a consideram irrelevante em Tópicos Especiais em Meio Ambiente. Isso se contesta com o grau de relevância identificado na disciplina de Geomorfologia e Hidrologia, aproximadamente 50% dos sujeitos da pesquisa (12 alunos).

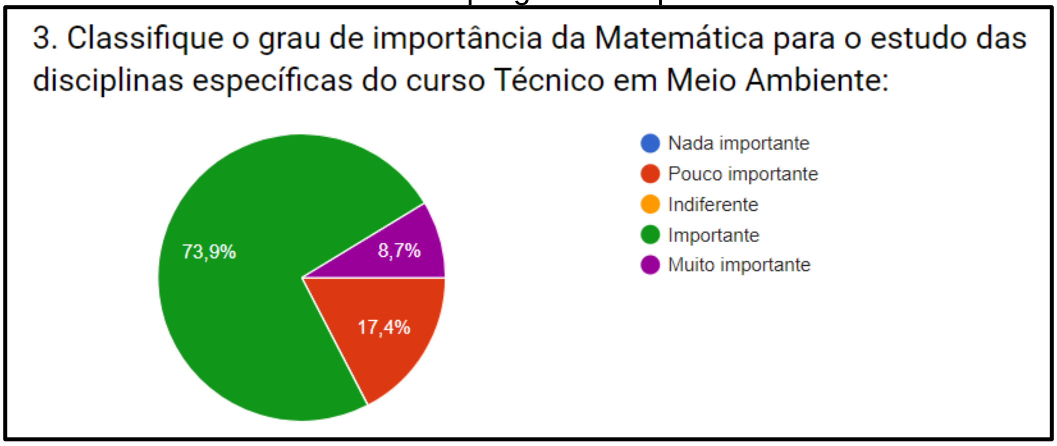
A disciplina de Ecologia possui grau de relevância variando de 1 a 3 de acordo com as respostas de vinte e dois alunos. É possível que identifiquem essa relevância da importância da Matemática para efetuar a avaliação de gráficos e no estudo do crescimento exponencial de populações.

No componente curricular de Geomorfologia e Hidrologia, a Matemática possui maior relevância, tendo grau variando de 3 a 5. Também foi classificada como muito relevante por oito alunos. É possível que identifiquem essa relevância da importância da Matemática no estudo de bacias hidrográficas, ao efetuar cálculos para se determinar a vazão em rios e seus afluentes.

Como dito anteriormente, é possível que ao responder a primeira questão, os alunos que identificam muitas ou poucas situações de integração, tenham considerado alguma(s) disciplina(s) em particular.

O Gráfico 4 a seguir apresenta a terceira questão, abordando o grau de importância da Matemática nas disciplinas específicas de modo geral.

Gráfico 4 - Terceira pergunta do questionário inicial



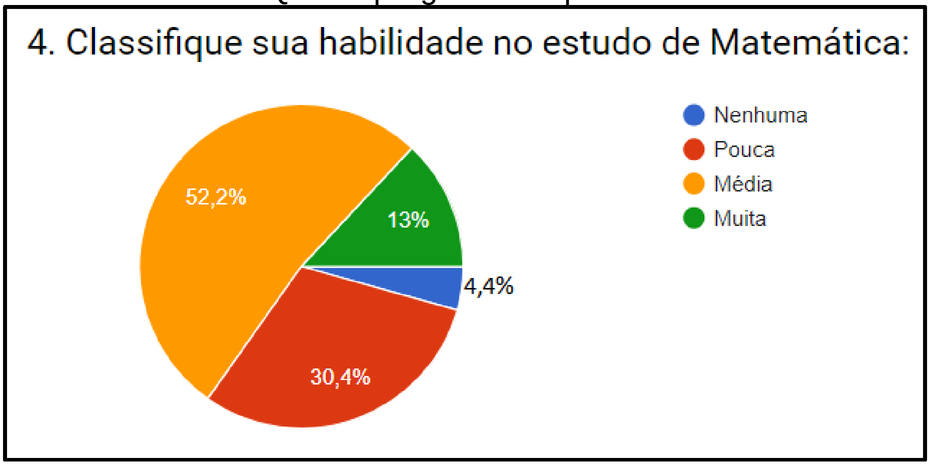
Fonte: Laboratório de pesquisa

Sobre o grau de importância, dezessete alunos consideram a Matemática importante, dois alunos como sendo muito importante, enquanto que apenas quatro identificam como pouco importante para o estudo das disciplinas do curso. Observa - se que todos os alunos atribuíram algum grau de importância.

É possível que esses alunos tenham considerado disciplinas específicas para responder tal questão, talvez naquela onde identificam maior grau de relevância.

O gráfico Gráfico 5 a seguir apresenta a quarta questão, abordando a autoavaliação dos alunos em relação a sua habilidade em Matemática.

Gráfico 5 - Quarta pergunta do questionário inicial

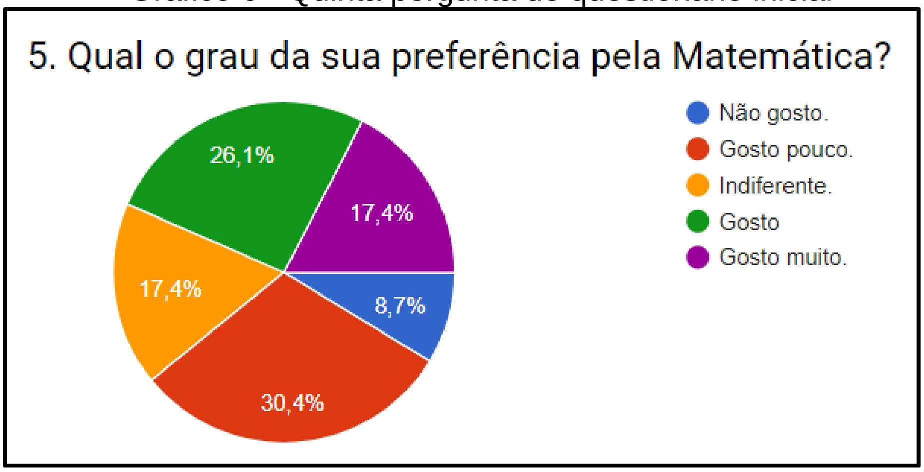


Fonte: Laboratório de pesquisa

Em relação à habilidade no estudo de Matemática, doze alunos indicaram que possuem habilidade média. Apenas três indicaram muita habilidade, sete alunos indicaram pouca e somente um, nenhuma habilidade no estudo de Matemática.

O Gráfico 6 a seguir apresenta a quinta questão, abordando a autoavaliação dos alunos em relação ao grau de preferência pela Matemática. Esta questão apresenta ainda um espaço destinado para que os alunos comentem a resposta apresentada nela.

Gráfico 6 - Quinta pergunta do questionário inicial



Fonte: Laboratório de pesquisa

Quando perguntados sobre o grau de preferência pela Matemática, as respostas foram bem diversificadas entre as opções: (i) não gosto; (ii) gosto pouco; (iii) indiferente; (iv) gosto e (v) gosto muito.

As opções (ii) gosto pouco e (i) não gosto concentram, juntas, nove respostas sendo respectivamente assinaladas por sete e dois alunos.

As opções (iv) gosto e (v) gosto muito concentram, juntas, dez respostas sendo respectivamente assinaladas por seis e quatro alunos. Quatro alunos declaram ser indiferentes à Matemática.

No intuito de investigar as possíveis relações entre as respostas das questões, os questionários também foram analisados individualmente e alguns dados serão apresentados a seguir. Para preservar as identidades dos alunos, eles serão identificados de acordo com a ordem em que responderam o questionário. Nem todas as respostas foram relevantes para serem citadas nesta análise. As respostas que serão citadas são referentes à questão semiaberta do questionário.

A aluna 3 identificou que são poucas as situações onde se aplica Matemática aos conhecimentos da dimensão profissional do curso. Ela atribuiu grau zero de relevância da Matemática para os componentes curriculares de Educação Ambiental, Tópicos Especiais em Meio Ambiente e Legislação Ambiental, tendo apresentado grau de relevância 3 para a disciplina de Geomorfologia e Hidrologia. Considera a Matemática importante para o estudo das disciplinas técnicas e declarou possuir habilidade média e gostar da disciplina de Matemática. Ela apresentou o seguinte comentário: “Creio que a matemática se faz necessária, pois está em praticamente tudo que vemos. É muito interessante aprender aplicando nas coisas do dia a dia.”

Em relação ao comentário da aluna 3, Soares (2003, p. 5) afirma: “É indiscutível que, para a maioria das pessoas, a Matemática é uma disciplina de grande importância. Um número considerável de pessoas acredita que a disciplina é útil no cotidiano.”

O aluno 6 identificou que são muitas as situações onde se aplica a Matemática aos conhecimentos da dimensão profissional do curso. Ele atribuiu grau zero de relevância para as disciplinas de Educação Ambiental, Tópicos Especiais em Meio Ambiente e Legislação Ambiental, tendo apresentado grau 5 para a disciplina de Geomorfologia e Hidrologia. Considera importante a Matemática para o estudo das disciplinas técnicas. Declarou ter muita habilidade em Matemática e, como consequência, gosta muito desta disciplina.

O aluno 8 identificou que são poucas as situações onde se aplica Matemática aos conhecimentos da dimensão profissional do curso. Ele atribuiu grau zero de relevância para os componentes de Educação Ambiental, Tópicos Especiais em Meio Ambiente e Legislação Ambiental, tendo apresentado grau de relevância 3 para a disciplina de Geomorfologia e Hidrologia. Segundo ele, a Matemática é importante para o estudo das disciplinas técnicas. Declarou ter pouca habilidade em Matemática e, como consequência, gosta pouco dessa disciplina. Esse aluno apresentou o seguinte comentário: “A matemática tem uma grande importância em todas as disciplinas embora cause certas dificuldades em determinados alunos e para isso é necessário uma didática do professor.”

Em relação a Modelagem como uma estratégia (didática) para superar tais dificuldades apresentadas pelo aluno 8:

> A criação de Modelos Matemáticos vêm ao encontro da necessidade de que se desenvolva uma técnica de acesso ao conhecimento e, tal conhecimento, acumulado e depositado, deverá ser acessível a vários níveis de necessidade. E que haja uma forma de ensino mais dinâmica, mais realista e menos formal, mesmo no ensino tradicional, permitindo atingir objetivos mais adequados a nossa realidade. (D`AMBRÓSIO U., 1986, p. 25).

Zanella (2003), identifica que todos os indivíduos são, de alguma forma, motivados, e cabe ao educador descobrir como chegar a cada aluno. O incentivo (didática sugerida pelo aluno 8) recebido em sala de aula precisa ser forte e eficaz, para que o aprendiz se sinta envolvido na situação de aprendizagem.

A aluna 10 identificou que são poucas as situações em que se aplica Matemática aos conhecimentos da dimensão profissional do curso. Ela atribuiu grau zero de relevância para os componentes de Educação Ambiental, Tópicos Especiais em Meio Ambiente e Legislação Ambiental, tendo apresentado grau de relevância 4 para a disciplina de Geomorfologia e Hidrologia. Ela reconhece que a Matemática é importante para o estudo das disciplinas técnicas. Apesar de ter habilidade média em Matemática, declarou gostar dessa disciplina.

A aluna 11 também identificou que são poucas as situações em que se aplica Matemática aos conhecimentos da dimensão profissional do curso. Ela atribuiu grau zero de relevância para as disciplinas de Educação Ambiental e Legislação Ambiental, tendo apresentado grau de relevância 5 para a disciplina de Geomorfologia e Hidrologia. Segundo ela, a Matemática é importante para o estudo das disciplinas do curso técnico. Se auto avaliou como muito habilidosa em Matemática e, como consequência, declarou gostar muito dessa disciplina. Ela apresentou o seguinte comentário: “Em vários momentos durante o primeiro ano foram mostradas fórmulas e conceitos matemáticos, apesar de não terem sido muito utilizados (com exceção de hidrologia).” A aluna reconhece que a disciplina de Geomorfologia e Hidrologia é a que apresenta maior grau de relevância e aplicação da Matemática às disciplinas técnicas.

A aluna 13 identificou que são poucas as situações em que se aplica Matemática aos conhecimentos da dimensão profissional do curso. Ela apresentou grau de relevância 4 para a disciplina de Geomorfologia e Hidrologia. Segundo essa aluna, a Matemática é pouco importante para o estudo das disciplinas do curso técnico. Em relação a habilidade com a Matemática, declarou-se pouco habilidosa e indiferente ao grau de preferência por essa disciplina, apresentando o seguinte comentário: “Não gosto e nem desgosto, é apenas algo que vou precisar saber para o vestibular e nada a mais.”

Sobre este comentário da aluna 13, com base na Modelagem Matemática podemos acrescentar:

> Assim, Modelagem Matemática colocada em termos de um ambiente de ensino e de aprendizagem, onde o professor através do desenvolvimento e acompanhamento de atividades de ensino, oportuniza ao aluno a construção de conhecimento matemático, nos sugere o estabelecimento de uma prática, no mínimo diferenciada da que comumente vem sendo praticada, pois, acreditamos que, ao fornecer ao aluno o conhecimento matemático, pronto e acabado, através de conceitos e regras que devem ser memorizadas, reproduzidas e aplicadas quando necessário, estamos dando pouca ou nenhuma oportunidade para que os alunos construam qualquer significado ou sentido mais útil ao conhecimento matemático escolar do que o simplesmente ser aprovado na escola. (CHAVES, 2005, p. 44).

A aluna 16 identificou que são poucas as situações em que se aplica Matemática aos conhecimentos da dimensão profissional do curso técnico de Meio Ambiente. Ela atribuiu grau zero de relevância para as disciplinas de Educação Ambiental, Tópicos em Meio Ambiente e Legislação Ambiental, tendo apresentado grau de relevância 2 para a disciplina de Geomorfologia e Hidrologia e para Ecologia. Considera a Matemática como importante para o estudo das disciplinas específicas. Considera-se pouco habilidosa em Matemática, porém gosta muito de estudar essa disciplina. Seu comentário ratifica: “Eu gosto muito de matemática, só que não tenho muita habilidade.”

A aluna 17 identificou em muitas situações a aplicação da Matemática aos conhecimentos da dimensão profissional do curso. Ela atribuiu grau de relevância 5 para a disciplina de Geomorfologia e Hidrologia, considerando muito importante a Matemática para o estudo das disciplinas técnicas. Declarou possuir habilidade média e gostar da referida disciplina. Ela apresentou o seguinte comentário:

"A matemática, assim como todas as disciplinas propedêuticas e não propedêuticas, é de extrema relevância para o progresso técnico-científico humano, e isto é algo claro. É uma lástima a maioria dos alunos do Ensino Médio colherem os frutos negativos de uma base ruim do Ensino Fundamental em tal área, destacando a ausência de estímulos à lógica até mesmo na esfera privada de aprendizado, o que muitas vezes propicia bloqueios. O curso Técnico em Meio Ambiente Integrado é, de fato, visivelmente integrado ao Ensino Médio partindo do princípio da interdisciplinaridade, porém isto não é o que acontece na maioria dos outros cursos que a Instituição oferece. Há uma importância imensurável nesse aspecto para promover uma visão mais clara e ampla das problemáticas da atualidade e haver a possibilidade da aplicação do conhecimento no mundo real. Foi um prazer responder o questionário!" (ALUNA 17)

O comentário da aluna 17 está de acordo com o que orientam os PCN, no que diz respeito ao desenvolvimento de atividades que estimulem o raciocínio lógico. Além disso, ela ressalta a importância da interdisciplinaridade, em um curso integrado, para que se possa aplicar os conhecimentos adquiridos em outras áreas da realidade. Ressalta – se a maturidade na escrita da aluna ao analisar a educação e sua formação acadêmica e, ainda, sua disponibilidade em contribuir para esta pesquisa, citando que a instituição já vem acertando com o PPC (Projeto Pedagógico do Curso) do Curso de Meio Ambiente.

A aluna 18 identificou que são poucas as situações de integração dos conhecimentos da dimensão profissional de Meio Ambiente com a Matemática. Para ela, o grau de relevância desta, foi maior na disciplina de Geomorfologia e Hidrologia, tendo atribuído grau 4. Nas demais disciplinas atribuiu grau de 1 a 2. Considera a Matemática como pouco importante para o estudo das disciplinas específicas. Entende-se por muito habilidosa em Matemática, porém declarou ser indiferente quanto a preferência no estudo desta disciplina.

A aluna 20 identifica como pouco frequentes as situações em que a Matemática está aplicada aos conhecimentos da dimensão profissional de Meio

Ambiente. Atribuiu grau de relevância zero às disciplinas de Educação Ambiental, Tópicos Especiais em Meio Ambiente e Legislação Ambiental, tendo atribuído grau 3 a Geomorfologia e Hidrologia. Considera a Matemática como muito importante para as disciplinas do Curso e classificou como pouca sua habilidade em Matemática. Em relação ao grau de sua preferência por esta disciplina é gosto pouco.

A aluna 23 identifica que são poucas as situações em que se pode vivenciar a integração da Matemática com os conhecimentos da dimensão profissional de Meio Ambiente. Ela atribuiu grau de relevância zero para as disciplinas de Educação Ambiental, Tópicos Especiais em Meio Ambiente e Legislação Ambiental e grau 3 para a disciplina de Geomorfologia e Hidrologia. Em relação a sua habilidade no estudo de Matemática, considera que tem habilidade média e gosta desta disciplina.

Por meio da análise individual dos questionários, foi possível identificar que tanto os alunos que relataram haver muitas situações de integração quanto os alunos que declararam haver poucas situações, de fato estavam se referindo a alguma disciplina em particular. As respostas das questões 2 e 3 reforçam essa ideia. A disciplina mais comentada pelos alunos, identificada nesta análise, foi a de Geomorfologia e Hidrologia, seguida pela de Ecologia. Analisando tais comentários, são estas as disciplinas que estão mais integradas a conceitos matemáticos.

3.2 Relato do teste exploratório

O teste exploratório ocorreu no dia trinta de agosto de dois mil e dezessete, no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Guarus (IFF *Campus* Campos Guarus), com duração de três horas. Neste momento, a sequência didática foi previamente apresentada a duas professoras pertencentes ao corpo docente do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente do IFF *Campus* Campos Guarus, uma professora aposentada de Matemática deste Campus, a orientadora deste trabalho, dois alunos da 2ª série do Ensino Médio do Curso de Eletrônica também deste Campus e a uma professora da Licenciatura em Matemática do IFF Campus Campos Centro.

Este momento foi de extrema importância, uma vez que as professoras de Matemática, as professoras de Meio Ambiente e os alunos puderam contribuir para o aprimoramento deste trabalho.

Inicialmente, foi feita uma breve apresentação sobre o trabalho para os participantes, destacando os objetivos, o público-alvo e, de forma sucinta, a metodologia de ensino utilizada, a Modelagem Matemática. As atividades foram aplicadas aos participantes dentro da proposta desta metodologia, segundo a definição de Barbosa (2001b). Após a realização de cada questão, foi feita a correção e as professoras participantes fizeram, oralmente, algumas sugestões, além de registrá-las na apostila.

É importante ressaltar que a sequência didática aplicada neste teste é diferente da sequência descrita nos procedimentos metodológicos. A que se encontra no capítulo três é a versão final, adotada posteriormente às sugestões consideradas.

A sequência aplicada no teste exploratório possuía mais duas atividades com os temas: área verde por número de habitantes de uma cidade e área necessária para uma população de micos. Essas atividades foram elaboradas como atividades complementares (Apêndice D), para o caso de haver tempo de desenvolvê-las em sala com os alunos. O objetivo dessas duas atividades era reforçar todo o processo de modelagem: desde a observação de regularidades, do processo de investigação, até a formulação de um modelo matemático que melhor descrevesse a situação proposta.

Em relação a análise da atividade um, as professoras de Meio Ambiente, fizeram observações sobre a qualidade do texto, que apresentava linguagem pouco científica em relação aos termos específicos da área de Meio Ambiente. Suas sugestões foram adaptações na estrutura do texto. Alguns enunciados desta atividade também precisaram se adequar às adaptações feitas, uma vez que todas as sugestões foram consideradas. As professoras de Matemática sugeriram inserir a questão dois nesta atividade: “2) Quais grandezas estão envolvidas no exercício 1?” e reorganizar a questão três que passou a ter os itens **a** e **b**. Estas sugestões foram consideradas.

A atividade dois também precisou de adaptações em seu texto, para se adequar a linguagem científica em relação aos termos específicos de Meio Ambiente mencionados. As professoras de Matemática sugeriram inserir uma coluna no quadro da questão dois para que os alunos efetuassem a razão entre o lucro e a quantidade de pacotes de sabão vendidos, ao invés de fazer isso em uma questão a parte, como foi pensado inicialmente. O objetivo foi fazer com que o aluno pudesse identificar melhor a constante de proporcionalidade. Esta sugestão também foi considerada.

Na atividade três, as professoras de Matemática sugeriram colocar a quantidade de água e de óleo da receita na mesma unidade de medida. No caso, em litros, pois a de água estava em mililitros. Elas ressaltaram que o foco da questão não seria trabalhar conversão de unidades e que isso demandaria mais tempo para a realização da atividade. Além disso, poderia ser mais uma variável de análise desnecessária à pesquisa. Estas sugestões foram consideradas.

A observação de todas as professoras em relação às atividades complementares, foi a de não haver tempo possível para desenvolvê-las em sala de aula. Além disso, essas atividades exigiam do aluno a habilidade de efetuar conversão de unidades, o que mais uma vez foi ressaltado que não seria o foco das atividades. Essas atividades não serão utilizadas na experimentação com a turma regular.

Em relação a análise dos alunos participantes, eles sugeriram desenvolver a aula com menos quantidade de textos, pois além de demandar mais tempo para a resolução, poderia tornar a atividade menos interessante.

De modo geral, alunos e professores participantes classificaram as atividades como muito interessantes, ressaltando a importância de se desenvolver atividades matemáticas que levem o aluno a escrever, interpretar e desenvolver a interdisciplinaridade, pois dessa forma o ensino de Matemática se torna mais interessante para os alunos.

Ao final deste teste, os participantes registraram suas observações nas apostilas, que foram recolhidas para análise e aprimoramento da sequência didática.

3.3 Relato da experimentação na turma regular

A aplicação da sequência didática na turma regular ocorreu no dia seis de novembro de dois mil e dezessete, no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos Guarus com tempo de duração de cem minutos, iniciando-se às 8h e 40 min e com término às 10h e 20 min.

A sequência didática abordando Função Linear e Proporcionalidade foi aplicada na turma de primeira série do curso de Meio Ambiente, por meio de material impresso.

É importante ressaltar que os alunos já haviam estudado a Função Afim na disciplina de Matemática. Devido a diferença nos calendários acadêmicos do Instituto Federal Fluminense, a sequência didática foi desenvolvida em uma turma que já havia estudado o conteúdo.

A aplicação das atividades ocorreu durante o horário da disciplina de Ecologia, que foi cedido pela professora. Participaram da experimentação trinta alunos. Eles foram orientados a se dividir em duplas que foram determinadas por eles mesmos. Não houve intervenção na formação das duplas pois entendeu-se que os alunos poderiam desenvolver melhor as atividades com os colegas que possuíssem maior afinidade. Isso foi importante no levantamento das discussões sobre as atividades durante o processo de investigação.

Inicialmente o estudo foi realizado com havia quinze duplas e, ao longo das atividades um aluno desistiu de realizá-las e o outro membro da dupla integrou-se à outra dupla, porém seguiu registrando as resoluções em sua apostila. É importante ressaltar que as atividades foram propostas aos alunos em termos de “convite”, conforme defendido por Barbosa (2001b) e não aplicadas em caráter obrigatório. Apesar de desenvolver as atividades em duplas, eles puderam discutir sobre as atividades com outras duplas. Para preservar a identidade dos alunos, durante o relato, eles serão identificados por nomes fictícios.

Esses nomes fictícios foram escolhidos dentre nomes de professores e ex-professores do IFFluminense *Campus* Campos Guarus, como uma forma de homenageá-los. Já que o autor desta pesquisa tem formação técnica em Meio Ambiente e acompanhou, como discente, etapas significativas da construção deste *Campus*.

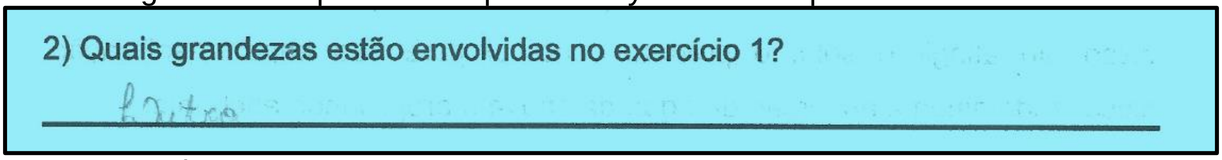
A aplicação foi iniciada pelo autor desta pesquisa, que propôs a leitura do texto da atividade um. Uma aluna fez a leitura para os colegas e, em seguida os alunos iniciaram as resoluções das questões desta atividade.

Os alunos foram auxiliados pelo pesquisador na resolução das questões. Este percorreu a sala de aula, indo às carteiras das duplas para sanar dúvidas e realizar observações acerca do desenvolvimento dos alunos.

Na questão um, grande parte dos alunos conseguiu completar o quadro com a informação coletada no texto: “Com três litros de óleo descartados incorretamente você está contaminando sessenta mil litros de água [...]”. Cinco duplas, inicialmente, não conseguiram perceber que para encontrar a quantidade de litros de água que são contaminados por um litro de óleo, era preciso efetuar a razão entre sessenta mil litros de água e três litros de óleo. Em seguida, eles deveriam encontrar a quantidade de água contaminada para dois, três, quatro e sessenta litros de óleo descartados incorretamente para completar o quadro. Todos os alunos que estavam envolvidos nas atividades conseguiram facilmente completar, pois identificaram que bastava multiplicar a quantidade de vinte mil litros de água pela quantidade de óleo.

Na questão dois, na qual se perguntou das grandezas envolvidas no exercício anterior, mais da metade das duplas questionou acerca do conceito de grandezas. O autor desta pesquisa, explicou-lhes, em poucas palavras, que grandeza é tudo aquilo que pode ser medido. Duas duplas confundiram grandezas com a unidade de medida e responderam que as grandezas são litros. As Figuras 5 e 6 a seguir, apresentam tais respostas.

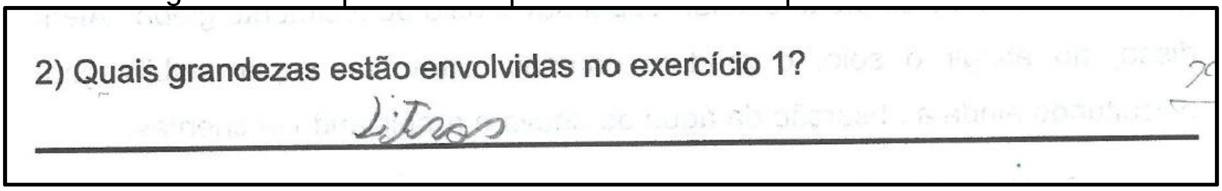
Figura 5 - Resposta da dupla Michely e Susan - questão 2 atividade 1


2) Quais grandezas estão envolvidas no exercício 1?

Litros

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 6 - Resposta da dupla Vitor e Anete - questão 2 atividade 1

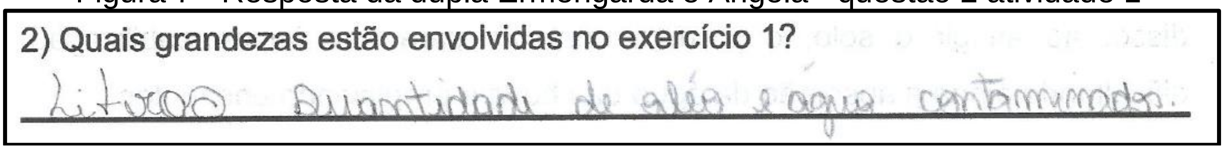

2) Quais grandezas estão envolvidas no exercício 1?

Litros

Fonte: Laboratório de pesquisa

Foi necessário intervir explicando-lhes que grandeza é tudo aquilo que pode ser medido, enquanto que “litros” é a unidade com a qual se mediu a quantidade de água e de óleo, que são as grandezas do problema. Após esse momento alguns alunos responderam que a quantidade de água e a quantidade de óleo seriam as grandezas e indicaram suas unidades de medida (litros). As Figuras 7 e 8 comprovam esse comentário. Nesse aspecto, a Modelagem Matemática contribuiu para que os alunos pudessem diferenciar grandezas de suas unidades de medida.

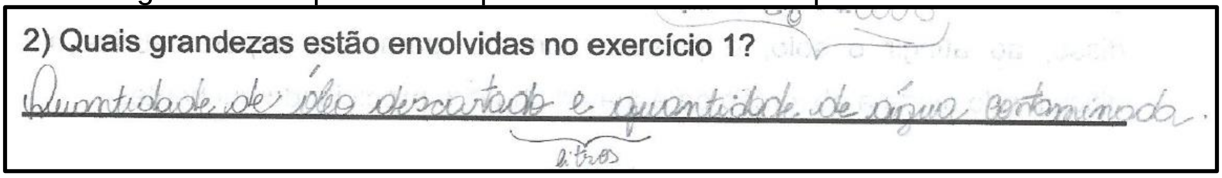
Figura 7 - Resposta da dupla Ermengarda e Ângela - questão 2 atividade 1


2) Quais grandezas estão envolvidas no exercício 1?

Litros Quantidade de oléo e agua contaminada.

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 8 - Resposta da dupla Betina e Fabrício - questão 2 atividade 1


2) Quais grandezas estão envolvidas no exercício 1?

Quantidade de óleo descartado e quantidade de água contaminada.

litros

Fonte: Laboratório de pesquisa

Para um melhor entendimento dos conceitos de grandeza e variáveis, Pinto (2011) apresenta a seguinte definição para função: “Uma função é uma relação de dependência entre duas grandezas de tal forma que, para cada valor x de uma, está associado um único valor y da outra.” Então, considerando uma função como a relação entre duas grandezas, tem-se:

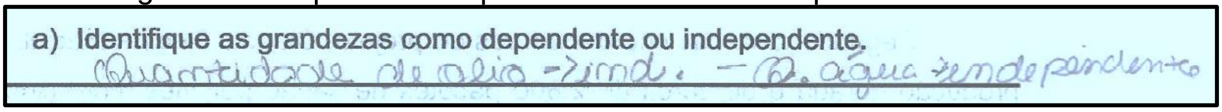
> a) O conjunto de valores que a primeira grandeza pode assumir é denominado domínio da função.
>
> b) O conjunto dos valores assumidos pela segunda grandeza é denominado imagem da função.
>
> c) Um elemento genérico do domínio é denominado variável independente, enquanto um elemento genérico da imagem é denominado variável dependente (PINTO, 2011, p. 17).

Entende-se então que, uma relação entre duas grandezas, onde cada valor x da primeira está associado a um único valor y da segunda é uma função e os valores que cada uma das grandezas envolvidas nessa relação pode assumir são chamados variáveis. O conjunto de valores da variável independente é denominado domínio da função e o conjunto de valores da variável dependente, imagem.

Na questão três, após o preenchimento do quadro, todos os alunos responderam ter observado regularidades nos dados encontrados. No item **a** dessa questão, doze duplas identificaram, corretamente, que a quantidade de água contaminada é a variável dependente e a quantidade de óleo descartado é a independente. Quatro duplas pediram ajuda, e foram auxiliadas a fim de identificar qual era a variável dependente e qual era a variável independente. Foi explicado para elas que só seria possível identificar a quantidade de água contaminada, uma vez que se soubesse quantos litros de óleo foram descartados incorretamente. Essa quantidade de água poderia ser maior ou menor, dependendo justamente da quantidade de óleo descartado.

Duas duplas não conseguiram identificar as variáveis corretamente e uma não conseguiu responder ao item. Uma respondeu que as duas grandezas são independentes (Figura 9).

Figura 9 - Resposta da dupla Betina e Fabrício - questão 3 atividade 1

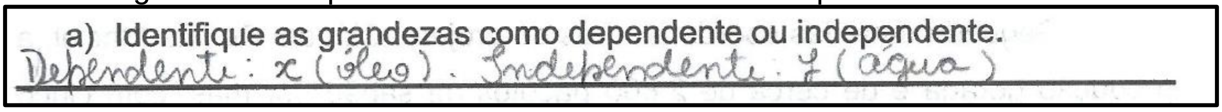

a) Identifique as grandezas como dependente ou independente.

Quantidade de oleo → ind. – Q. água → independente

Fonte: Laboratório de pesquisa

A aluna que ficou sem dupla respondeu que a quantidade de óleo descartado é a variável dependente e a quantidade de água contaminada é a variável independente. Tal resposta consta na seguinte figura (Figura 10).

Figura 10 - Resposta da aluna Maria de Fátima - questão 3 atividade 1


a) Identifique as grandezas como dependente ou independente.

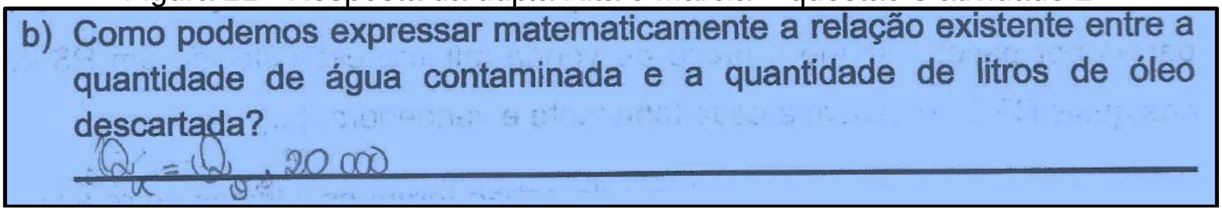
Dependente: x (óleo). Independente: y (água)

Fonte: Laboratório de pesquisa

No item **b** da terceira questão, todas as duplas conseguiram chegar em uma expressão matemática, ou seja, em um modelo que pudesse representar a relação entre a quantidade descartada de óleo e a quantidade de água contaminada.

Várias duplas solicitaram ajuda para responder este item. Foi possível identificar que sete delas conseguiram chegar ao modelo utilizando letras diferentes de ***x*** e ***y*** para representar as variáveis. As Figuras 11 e 12 a seguir apresentam duas dessas respostas.

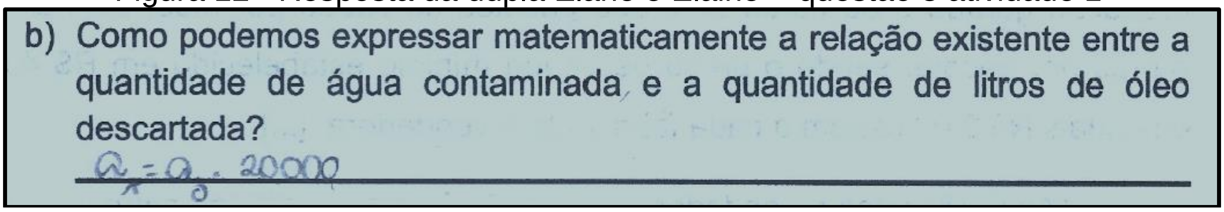
Figura 11 - Resposta da dupla Rita e Márcia - questão 3 atividade 1


b) Como podemos expressar matematicamente a relação existente entre a quantidade de água contaminada e a quantidade de litros de óleo descartada?

$Q_x = Q_y \cdot 20\,000$

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 12 - Resposta da dupla Elane e Elaine - questão 3 atividade 1


b) Como podemos expressar matematicamente a relação existente entre a quantidade de água contaminada e a quantidade de litros de óleo descartada?

$Q_x = Q_o \cdot 20000$

Fonte: Laboratório de pesquisa

As questões quatro e cinco foram facilmente respondidas, uma vez que os alunos já estavam de posse do modelo encontrado. Na atividade um, todas as questões relacionadas aos temas ambientais foram resolvidas sem que as duplas tivessem dúvidas.

Os alunos conseguiram identificar que os impactos negativos são: as enchentes, contribuição para o aquecimento global, prejuízo para a vida marinha, efeito estufa, dentre outros descritos no texto. Foi possível perceber durante a realização das questões relacionadas ao Meio Ambiente, que os alunos não conheciam grande parte dos impactos causados e as possíveis formas de destinação corretas. Nesse aspecto, a Modelagem Matemática contribuiu para que os alunos pudessem despertar a consciência para os impactos que o descarte inadequado do óleo de cozinha pode causar ao Meio Ambiente. Além disso, puderam conhecer diversas formas de destinação ecologicamente corretas. Ao final desta atividade, todas as questões foram corrigidas com os alunos para formalizar o processo de ensino e aprendizagem.

A atividade dois iniciou-se com a leitura do texto por uma outra aluna. Em seguida, novamente, as duplas iniciaram o processo de resolução das questões, explorando as informações presentes no texto.

Na questão um, relacionada ao Meio Ambiente, os alunos conseguiram responder por meio das informações coletadas no texto. Identificaram os benefícios sociais que as mulheres participantes do Projeto Sabão Ecológico das comunidades adquirem com a reciclagem do óleo, tais como: adquirir consciência ambiental e autonomia financeira; melhoria da autoestima; poder contribuir com as despesas da casa e complementar a renda. Durante a realização desta questão, as duplas discutiram sobre os benefícios sociais, destacando que tanto as mulheres quanto o Meio Ambiente se beneficiam com a produção do sabão. Segundo os alunos: “todos saem ganhando”.

Na questão dois, alguns alunos tiveram dificuldade em completar o quadro com as informações presentes no gráfico. Foi preciso auxiliá-los a identificar regularidades no gráfico.

No quadro, eles teriam que responder qual o lucro em reais para o caso em que fossem vendidos zero pacotes de sabão, ou seja, nenhum fosse vendido. Com essas informações, na terceira coluna, eles precisavam efetuar a razão entre o lucro e a quantidade de pacotes de sabão vendidos. Como a razão seria zero dividido por zero, eles foram orientados a não completar este item. Foi explicado para eles que zero dividido por zero trata-se de uma indeterminação, pois qualquer número real seria uma possível resposta, inclusive a constante de proporcionalidade deste problema.

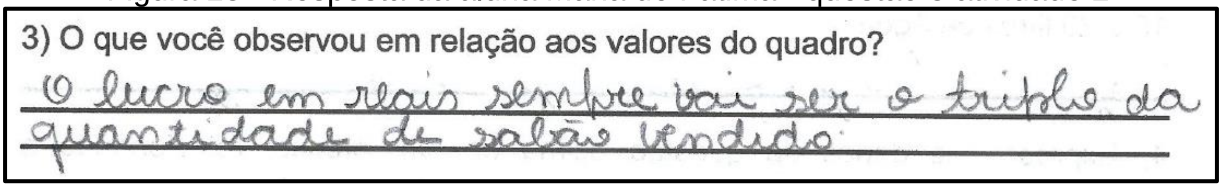
Um dos objetivos desta questão era que o aluno pudesse, por meio da razão, identificar a constante de proporcionalidade e, ainda, que o ponto (0,0) também faz parte do gráfico que representa o lucro em função da quantidade de pacotes de sabão vendidos. Por isso, decidiu-se manter o ponto (0,0), mesmo que houvesse a indeterminação na hora de efetuar a razão.

Em geral, os alunos conseguiram preencher o quadro sem problemas ou muitas dificuldades. Na questão três, eles precisavam relatar o que observaram em relação aos valores do quadro. Houve respostas variadas, mas que estavam de acordo com o que se considerou como resposta esperada.

Esperou-se que os alunos identificassem que: (i) a razão é sempre a mesma e igual a três; (ii) o lucro é uma grandeza que varia dependendo da quantidade de pacotes de sabão, ou seja, dos valores independentes; (iii) há proporcionalidade entre os valores e três é a constante de proporcionalidade; (iv) a cada pacote de sabão vendido o lucro aumenta sempre em um mesmo valor, no caso três reais.

Algumas duplas responderam que o lucro sempre será o triplo da quantidade de pacotes de sabão vendidos. Conforme pode ser verificado pela resposta da Figura 13.

Figura 13 - Resposta da aluna Maria de Fátima - questão 3 atividade 2

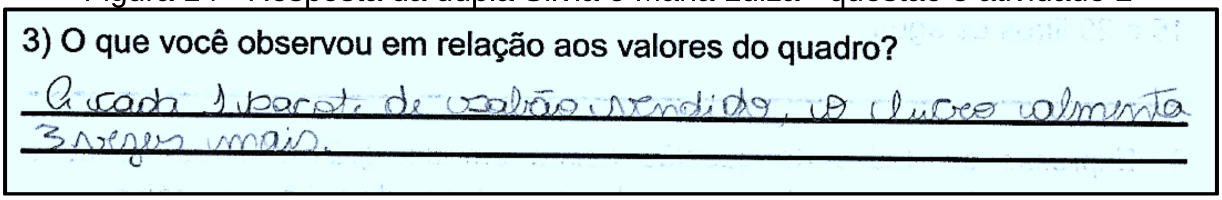

3) O que você observou em relação aos valores do quadro?

O lucro em reais sempre vai ser o triplo da quantidade de sabão vendido

Fonte: Laboratório de pesquisa

A dupla Silvia e Maria Luiza precisou de ajuda para identificar as informações que seriam preenchidas no quadro. Depois deste momento, conseguiram facilmente responder esta questão: “A cada um pacote de sabão vendido, o lucro aumenta 3 vezes mais.” (Figura 14).

Figura 14 - Resposta da dupla Silvia e Maria Luiza - questão 3 atividade 2


3) O que você observou em relação aos valores do quadro?

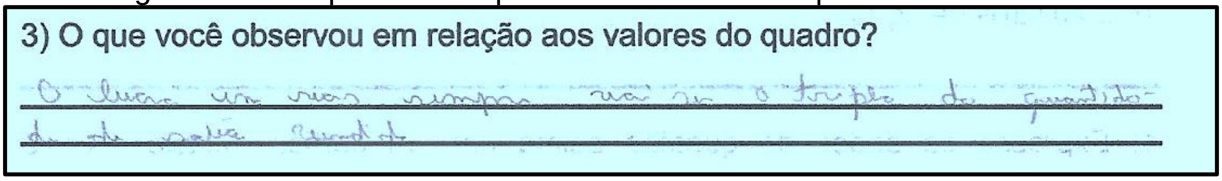
A cada 1 pacote de sabão vendido, o lucro almenta 3 vezes mais.

Fonte: Laboratório de pesquisa

A dupla Flávia e Alessandra respondeu: “Quando a quantidade de sabão aumenta de 1 em 1 o lucro triplica.”

A dupla Renata e Gisele respondeu (Figura 15): “O lucro em reais sempre vai ser o triplo da quantidade de sabão vendido.”

Figura 15 - Resposta da dupla Renata e Gisele - questão 3 atividade 2

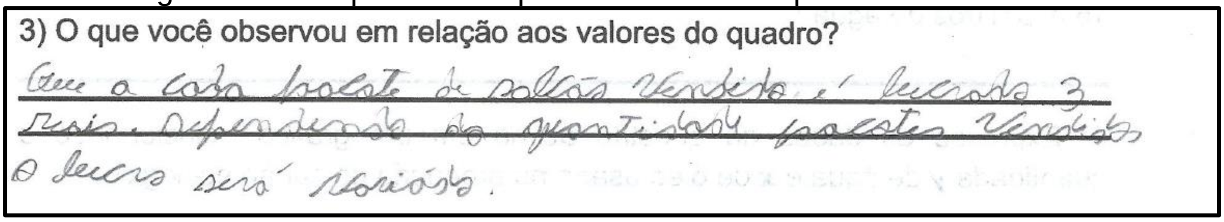

3) O que você observou em relação aos valores do quadro?

O lucro em reais sempre vai ser o triplo da quantidade de sabão vendido

Fonte: Laboratório de pesquisa

A dupla Vitor e Anete identificou em sua resposta que o lucro é sempre de três reais por pacote e depende da quantidade de pacotes de sabão vendidos: “Que a cada pacote de sabão vendido é lucrado três reais. Dependendo da quantidade de pacotes vendidos o lucro será variado.” Durante a realização desta questão eles tiveram um pouco de dificuldade de expressar por escrito essa resposta, mas o que foi possível perceber é que a dupla identificou que o lucro depende da quantidade de pacotes de sabão vendidos, ou seja, a cada pacote de sabão vendido, em relação ao primeiro, o lucro aumenta sempre em três reais (Figura 16).

Figura 16 - Resposta da dupla Vitor e Anete - questão 3 atividade 2

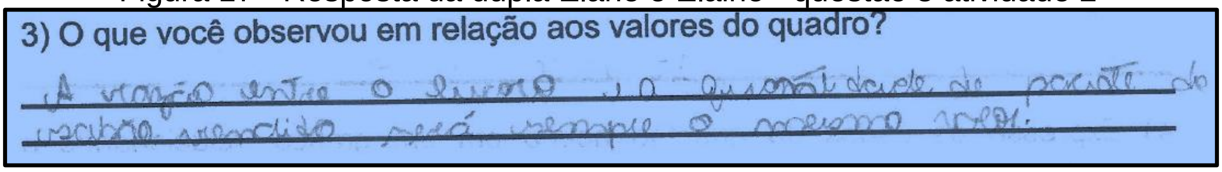

3) O que você observou em relação aos valores do quadro?

Que a cada pacote de sabão vendido é lucrado 3 reais. Dependendo da quantidade pacotes vendidos o lucro será variado.

Fonte: Laboratório de pesquisa

A dupla Elane e Elaine identificou que ao efetuar a razão entre o lucro e a quantidade de pacotes de sabão o valor será sempre o mesmo: “A razão entre o lucro e a quantidade de pacote de sabão vendido será sempre o mesmo valor.” (Figura 17).

Figura 17 - Resposta da dupla Elane e Elaine - questão 3 atividade 2

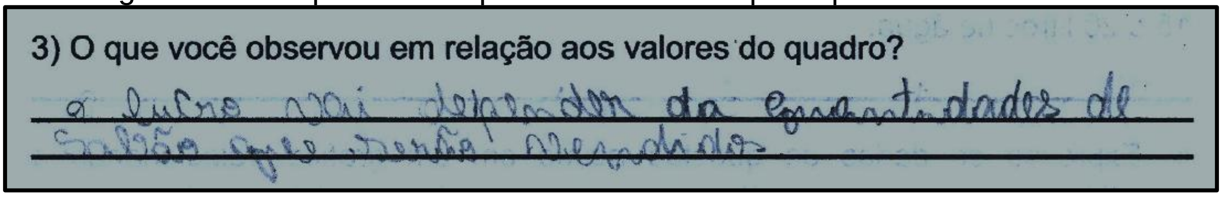

3) O que você observou em relação aos valores do quadro?

A razão entre o lucro e a quantidade de pacote de sabão vendido será sempre o mesmo valor.

Fonte: Laboratório de pesquisa

A dupla Munich e Monique conseguiu identificar que o lucro depende da quantidade de pacotes de sabão vendidos, ou seja, é a variável dependente: “O lucro vai depender da quantidade de sabão que serão vendidos.” (Figura 18).

Figura 18 - Resposta da dupla Munich e Monique - questão 3 atividade 2



3) O que você observou em relação aos valores do quadro?

o lucro vai depender da quantidades de sabão que serão vendidos

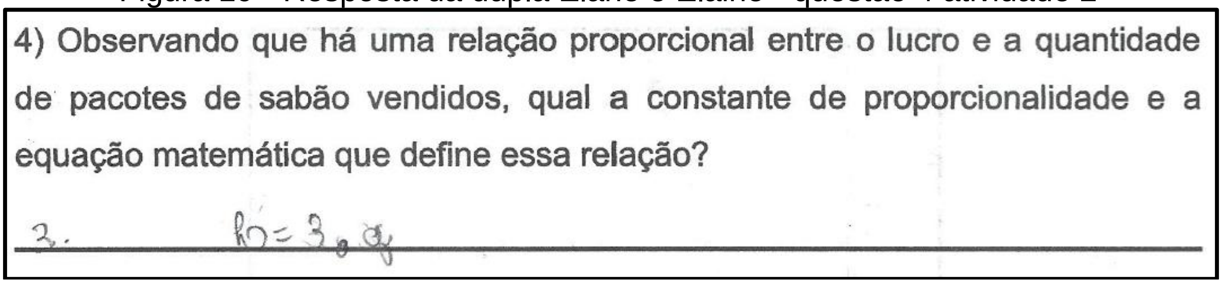
Fonte: Laboratório de pesquisa

Nesta questão identificou-se que todos os alunos apresentaram respostas corretas, dentro do que se esperava que eles pudessem responder.

Na questão quatro, os alunos conseguiram desenvolver um modelo que pudesse representar o problema, por meio da questão anterior, analisando os dados do quadro. Nesta questão, foi pedido ainda que identificassem a constante de proporcionalidade.

Dentre as respostas, onze duplas desenvolveram o modelo: $l = 3x$, duas duplas desenvolveram $f(x) = 3x$, uma dupla modelou $y = 3x$ e uma dupla, $L = 3q$. Esta última associou à variável lucro a letra ***L*** e a letra ***q*** à quantidade de pacotes de sabão vendidos. Pinto (2011) corrobora tal associação explicando que em muitos casos, atribui-se letras às variáveis que fazem lembrar as grandezas as quais elas representam. As Figuras 19, 20, 21 e 22, apresentam essas respostas. É válido destacar que qualquer letra pode ser utilizada para representar as variáveis, pois o mais importante é que os alunos conheçam o significado delas (variável dependente e independente).

Figura 19 - Resposta da dupla Elane e Elaine - questão 4 atividade 2

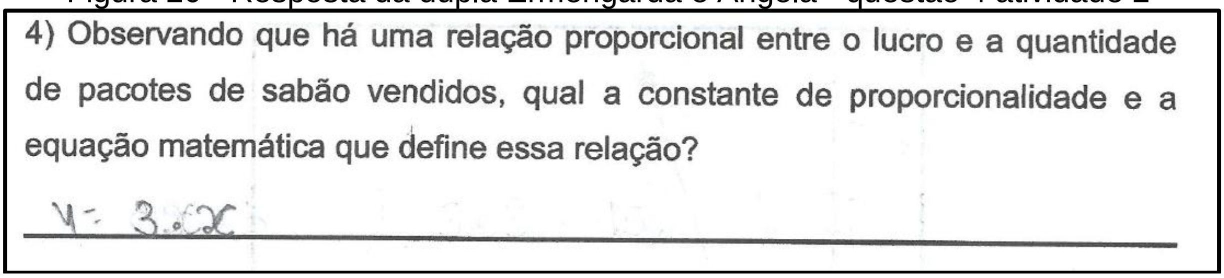


4) Observando que há uma relação proporcional entre o lucro e a quantidade de pacotes de sabão vendidos, qual a constante de proporcionalidade e a equação matemática que define essa relação?

3.   L= 3.q

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 20 - Resposta da dupla Ermengarda e Ângela - questão 4 atividade 2



4) Observando que há uma relação proporcional entre o lucro e a quantidade de pacotes de sabão vendidos, qual a constante de proporcionalidade e a equação matemática que define essa relação?

y= 3.x

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 21 - Resposta da dupla Betina e Fabrício - questão 4 atividade 2

4) Observando que há uma relação proporcional entre o lucro e a quantidade de pacotes de sabão vendidos, qual a constante de proporcionalidade e a equação matemática que define essa relação? constante = 3

$f(x) = 3x$

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 22 - Resposta da dupla Aída e Sarita - questão 4 atividade 2

4) Observando que há uma relação proporcional entre o lucro e a quantidade de pacotes de sabão vendidos, qual a constante de proporcionalidade e a equação matemática que define essa relação?

Constante = 3 $L = 3.x$

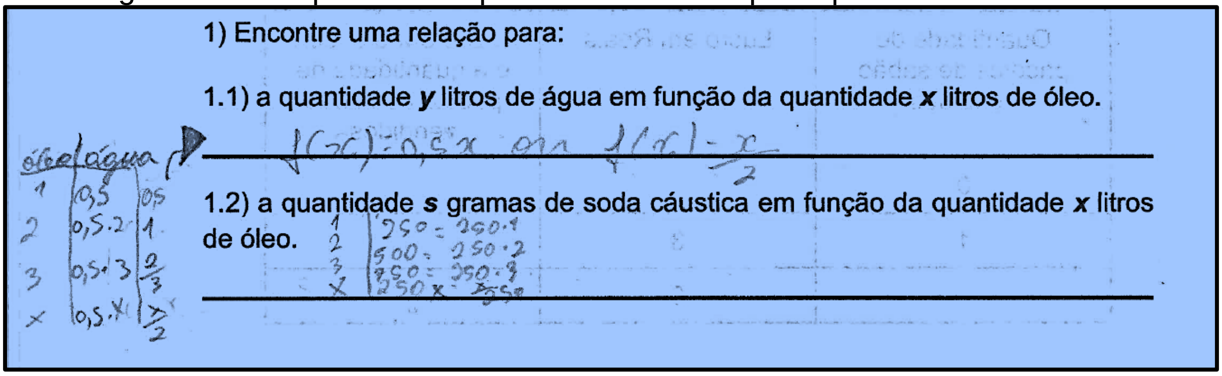
Fonte: Laboratório de pesquisa

Ao término das questões, as respostas foram comentadas e corrigidas pelo professor em formação.

A atividade três teve início com a leitura do texto feita pelo autor desta pesquisa e, em seguida os alunos iniciaram a resolução das questões. Durante a realização da primeira, seis duplas apresentaram dificuldades em encontrar a relação existente entre as grandezas no item 1.1: “a quantidade ***y*** litros de água em função da quantidade ***x*** litros de óleo”, bem como no 1.2: “a quantidade ***s*** gramas de soda cáustica em função da quantidade ***x*** litros de óleo”. Foi necessário auxiliá-las nesse momento.

Por sugestão do professor em formação, três duplas representaram os dados em uma tabela, a fim de organizar as informações e modelar o problema proposto, encontrando a relação ou lei de formação da Função Linear. Dessa forma as duplas conseguiram responder aos itens. As Figuras 23, 24 e 25 seguintes apresentam as respostas das duplas.

Figura 23 - Resposta da dupla Munich e Monique - questão 1 atividade 3



1) Encontre uma relação para:

1.1) a quantidade ***y*** litros de água em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

$f(x) = 0{,}5x$ ou $f(x) = \frac{x}{2}$

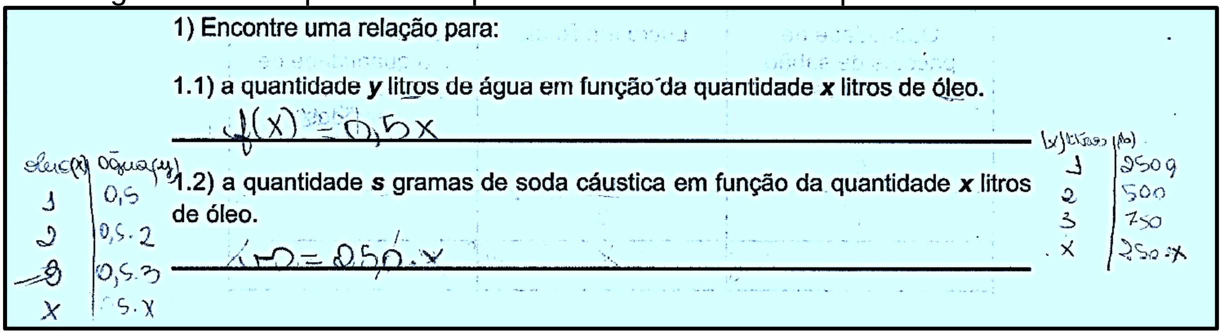
óleo	água	
1	0,5	0,5
2	0,5.2	1
3	0,5.3	$\frac{3}{2}$
x	0,5.x	$\frac{x}{2}$

1.2) a quantidade ***s*** gramas de soda cáustica em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

1	250 = 250.1
2	500 = 250.2
3	750 = 250.3
x	250x = 250

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 24 - Resposta da dupla Silvia e Maria Luiza - questão 1 atividade 3



1) Encontre uma relação para:

1.1) a quantidade ***y*** litros de água em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

$f(x) = 0{,}5x$

óleo(x)	água(y)
1	0,5
2	0,5.2
3	0,5.3
x	0,5.x

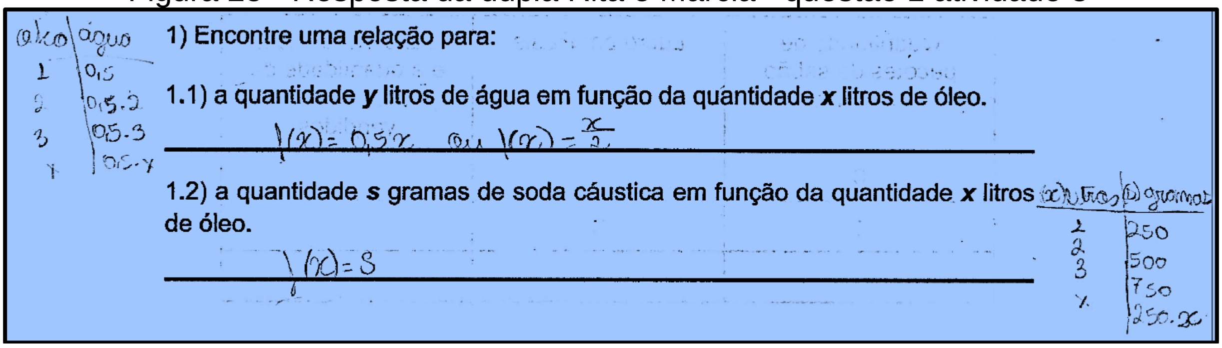
1.2) a quantidade ***s*** gramas de soda cáustica em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

$f(x) = 250.x$

(x) litros	(s)
1	250 g
2	500
3	750
x	250.x

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 25 - Resposta da dupla Rita e Márcia - questão 1 atividade 3



óleo	água
1	0,5
2	0,5.2
3	0,5.3
x	0,5.x

1) Encontre uma relação para:

1.1) a quantidade ***y*** litros de água em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

$f(x) = 0{,}5x$ ou $f(x) = \frac{x}{2}$

1.2) a quantidade ***s*** gramas de soda cáustica em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

$f(x) = S$

(x) litros	(s) gramas
1	250
2	500
3	750
x	250.x

Fonte: Laboratório de pesquisa

A aluna Maria de Fátima não conseguiu desenvolver os modelos matemáticos esperados, porém a relação citada por ela (Figura 26) era válida de acordo com o texto: “½ litro de água para 1 l de óleo” e “250 g de soda cáustica para 1 l de óleo”.

Figura 26 - Resposta da aluna Maria de Fátima - questão 1 atividade 3

1) Encontre uma relação para:

1.1) a quantidade ***y*** litros de água em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

½ l de água para 1 l de óleo

1.2) a quantidade ***s*** gramas de soda cáustica em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

250g de soda cáustica para 1 l de óleo

Fonte: Laboratório de pesquisa

Algumas duplas não conseguiram modelar com as letras que foram indicadas nos itens 1.1 e 1.2, mas conseguiram encontrar relações válidas que pudessem representar a situação proposta (Figura 27, Figura 28 e Figura 29).

Figura 27 - Resposta da dupla Michely e Susan - questão 1 atividade 3

1.2) a quantidade ***s*** gramas de soda cáustica em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

$F(x) = 250 \cdot x$

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 28 - Resposta da dupla Vanda e Vera - questão 1 atividade 3

1.2) a quantidade ***s*** gramas de soda cáustica em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

$f(x) = 250x$

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 29 - Resposta da dupla Aída e Sarita - questão 1 atividade 3

1.2) a quantidade ***s*** gramas de soda cáustica em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

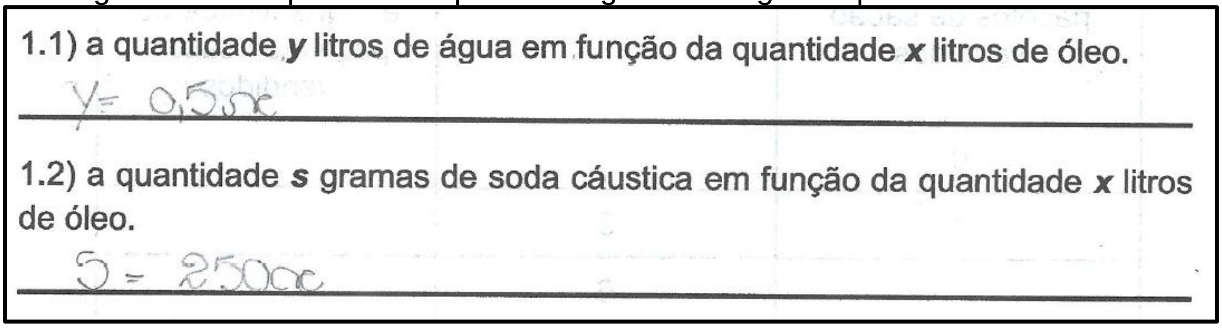
$f(x) = 250 . x$

Fonte: Laboratório de pesquisa

Como já citado anteriormente, as variáveis podem ser representadas por qualquer letra, porém no enunciado da atividade já eram recomendadas letras para cada grandeza (ver página 63).

As duplas Ermengarda e Ângela, Elane e Elaine conseguiram encontrar as relações com as variáveis propostas, conforme respostas representadas nas Figuras 30 e 31, respectivamente.

Figura 30 - Resposta da dupla Ermengarda e Ângela - questão 1 atividade 3



1.1) a quantidade ***y*** litros de água em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

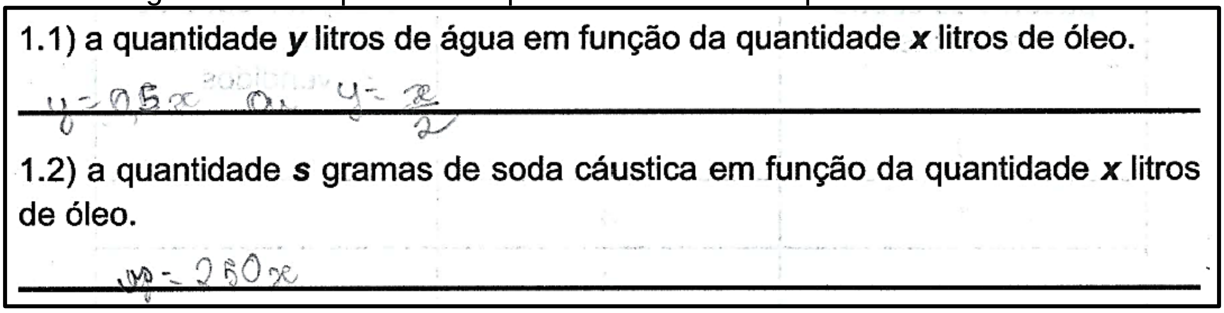
y= 0,5x

1.2) a quantidade ***s*** gramas de soda cáustica em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

S = 250x

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 31 - Resposta da dupla Elane e Elaine - questão 1 atividade 3



1.1) a quantidade *y* litros de água em função da quantidade *x* litros de óleo.

y = 0,5x ou y = x/2

1.2) a quantidade *s* gramas de soda cáustica em função da quantidade *x* litros de óleo.

y = 250x

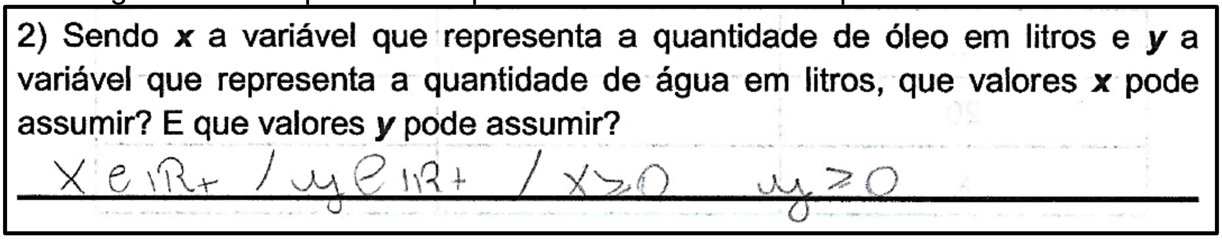
Fonte: Laboratório de pesquisa

Na questão dois, algumas duplas apresentaram dúvidas sobre a forma de resolução da questão, foi preciso auxiliá-las nesta etapa. Uma delas, identificou que para responder à questão era preciso determinar os conjuntos Domínio e Imagem. A dupla apresentou oralmente o seguinte raciocínio: “Bom, se nós estamos estudando função, então os valores de x são os valores do domínio e os valores de y são as imagens.”

As duplas em geral não estavam conseguindo descrever os conjuntos Domínio e Imagem. Foi preciso intervir, efetuando a atividades com os alunos.

Explicou-se para eles que a quantidade de litros de óleo será sempre positiva, pois não existe “quantidade negativa” de óleo a ser utilizada na receita. Foi ainda explicado que, a quantidade de óleo não precisa ser inteira, sendo utilizada uma quantidade fracionada de litros, como por exemplo: dois litros e meio, meio litro, três litros e duzentos mililitros. Dessa forma, eles perceberam que a quantidade de água também é positiva e pode ser escrita em litros ou seus submúltiplos. Identificou-se também que, se não houver óleo para a receita (zero litros), a quantidade de água necessária será de zero litros. Esta última observação foi de extrema importância para que os alunos percebessem que o ponto (0,0) faz parte da representação gráfica da função. A segunda etapa da explicação consistiu em identificar que essas quantidades fracionárias são números reais positivos. Os alunos então responderam à questão. As Figuras 32 e 33 ilustram algumas das respostas.

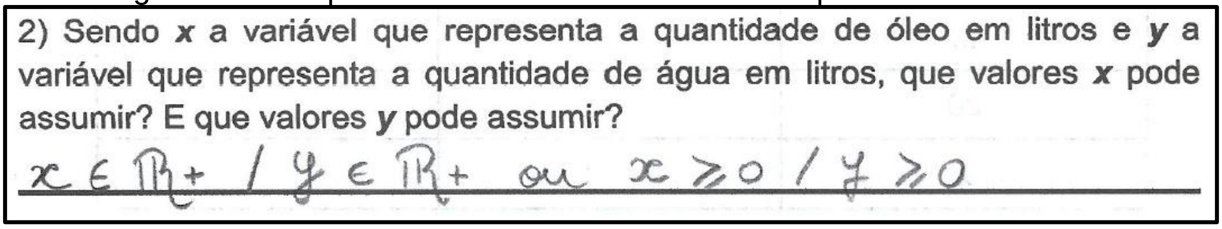
Figura 32 - Resposta da dupla Silvia e Maria Luiza - questão 2 atividade 3


2) Sendo ***x*** a variável que representa a quantidade de óleo em litros e ***y*** a variável que representa a quantidade de água em litros, que valores ***x*** pode assumir? E que valores ***y*** pode assumir?

$x \in \mathbb{R}_+$ / $y \in \mathbb{R}_+$ / $x \geq 0$ $y \geq 0$

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 33 - Resposta da aluna Maria de Fátima - questão 2 atividade 3


2) Sendo ***x*** a variável que representa a quantidade de óleo em litros e ***y*** a variável que representa a quantidade de água em litros, que valores ***x*** pode assumir? E que valores ***y*** pode assumir?

$x \in \mathbb{R}_+$ / $y \in \mathbb{R}_+$ ou $x \geq 0$ / $y \geq 0$

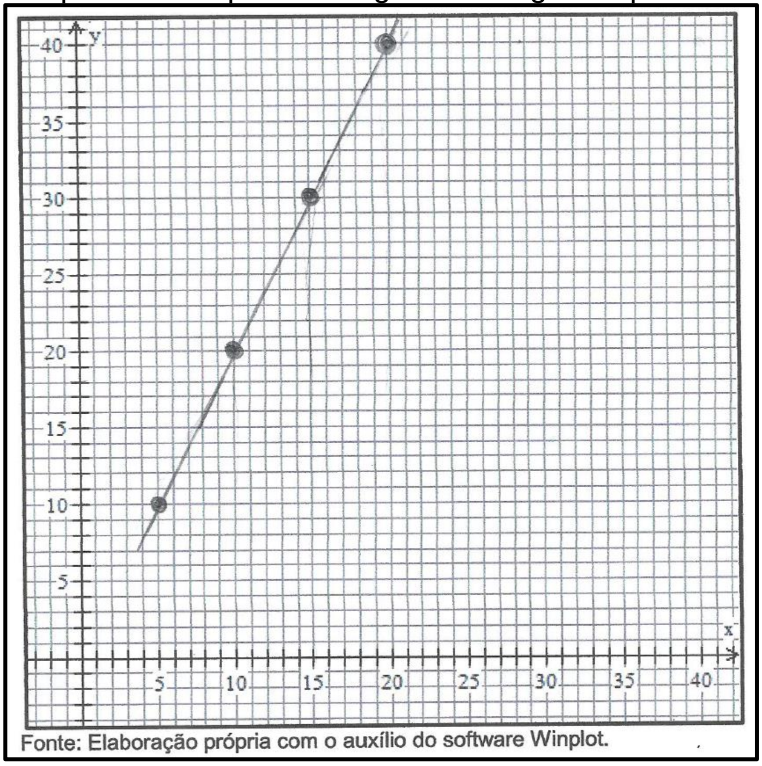
Fonte: Laboratório de pesquisa

Para responder à questão três, as duplas determinaram a quantidade de óleo necessária para se utilizar cinco, dez, quinze e vinte litros de água.

Na quarta questão, as duplas coletaram os dados da questão anterior para construir um gráfico que relacionasse a quantidade ***y*** de água e ***x*** de óleo usado na produção do sabão ecológico. Com o objetivo de auxiliar os alunos na construção do gráfico, a questão proposta apresentou malha quadriculada e os eixos x e y construídos.

Catorze duplas conseguiram construir o gráfico corretamente. As alunas Ermengarda e Ângela confundiram os eixos e representaram a quantidade de óleo no eixo ***y*** e a quantidade de água no eixo ***x***, além disso, não incluíram o ponto (0,0) no gráfico (Figura 34). Abegg (2014) identificou situação semelhante em sua pesquisa e da mesma forma que este autor, foi necessário intervir e explicar a dupla que a variável ***x*** (independente) é representada no eixo horizontal e a variável **y** (dependente), no eixo vertical.

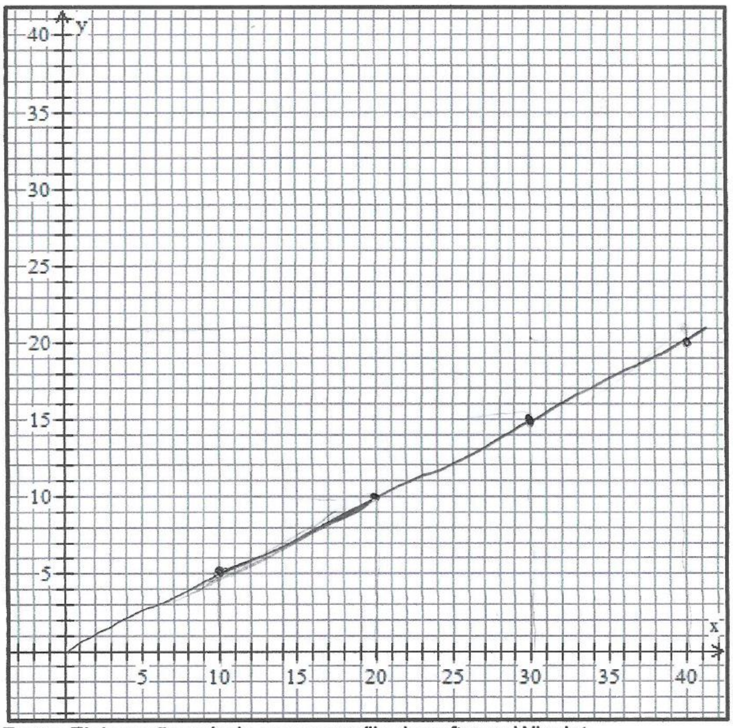
Figura 34 - Resposta da dupla Ermengarda e Ângela - questão 4 atividade 3



Fonte: Laboratório de pesquisa

Trezes duplas não conseguiram traçar com precisão a semirreta que representa a situação proposta, já que não possuíam material de desenho adequado (régua) para efetuar o traçado do gráfico. As Figuras 35 e 36) a seguir representam alguns dos gráficos construídos pelas duplas.

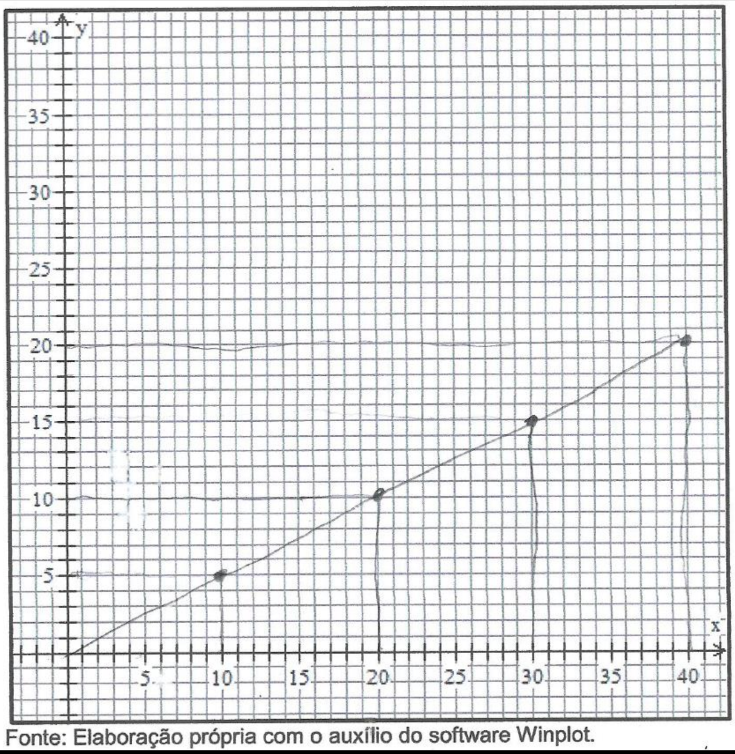
Figura 35 - Resposta da dupla Aída e Sarita - questão 4 atividade 3



Fonte: Elaboração própria com o auxílio do software Winplot.

Fonte: Laboratório de pesquisa

Figura 36 - Resposta da dupla Vitor e Anete - questão 4 atividade 3



Fonte: Elaboração própria com o auxílio do software Winplot.

Fonte: Laboratório de pesquisa

Na questão cinco, as duplas precisavam explicar com suas próprias palavras o que seria uma Função Linear, apresentando suas principais características. Houve respostas variadas, mas que estavam de acordo com o que se considerou como resposta esperada.

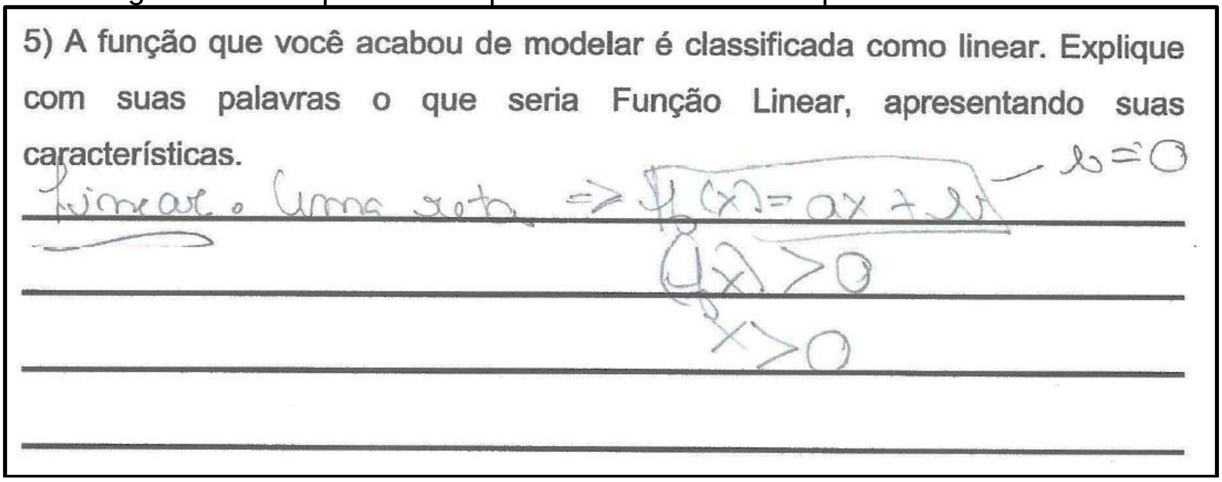
Esperou-se que eles identificassem que a Função Linear, por meio da proporcionalidade direta, pode ser definida pela equação $y = kx$ ou $y = ax$, onde ***k*** ou ***a*** representam a constante de proporcionalidade que assume um valor positivo e diferente de zero, de acordo com Lima et al (2006). A variação do modelo $f(x) = ax + b$, para ***b*** igual a zero ou $f(x) = ax + 0$ também é possível resposta. Pelo fato de já terem estudado Função Linear, é possível que também identifiquem que a ela é um caso específico da Função Afim. Em relação ao gráfico dessa função, cabe ressaltar que é representada por meio de uma reta que intersecta a origem do sistema de eixos cartesianos.

No exercício proposto, o gráfico será uma semirreta crescente, no primeiro quadrante do plano cartesiano, partindo da origem do sistema de eixos coordenados, pois as grandezas envolvidas somente poderão assumir valores maiores do que ou iguais a zero.

Em relação aos conjuntos Domínio e Imagem, esperou-se que as duplas identificassem que na Função Linear o Domínio é o conjunto dos números reais, assim como o conjunto Imagem. Nas situações propostas, as grandezas assumem como domínio o conjunto dos números reais não negativos, assim também como o conjunto imagem.

A dupla Fabrício e Betina respondeu em relação ao gráfico da questão anterior e indicou que o gráfico é uma reta, de equação $f(x) = ax + b$, em que o coeficiente ***b*** é igual a zero. Apresentou o conjunto Imagem como f(x) > 0 e o Domínio, x > 0 (Figura 37). A dupla se equivocou em relação aos conjuntos Domínio e Imagem, pois não incluiu o zero em ambos os conjuntos e citou a representação gráfica do problema como uma reta quando na verdade é uma semirreta.

Figura 37 - Resposta da dupla Betina e Fabrício - questão 5 atividade 3


5) A função que você acabou de modelar é classificada como linear. Explique com suas palavras o que seria Função Linear, apresentando suas características.

Linear. Uma reta => f(x) = ax + b — b = 0

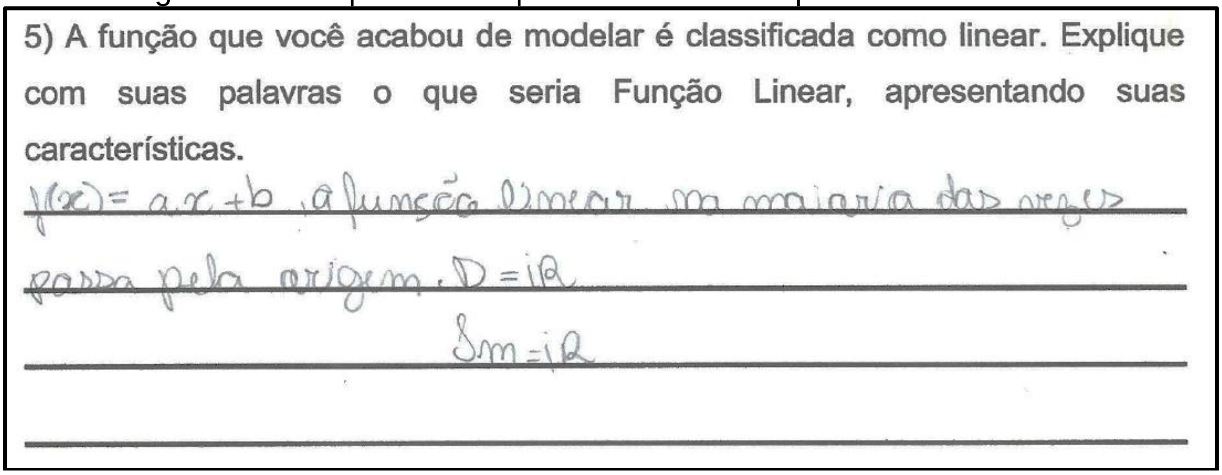
f(x) > 0

x > 0

Fonte: Laboratório de pesquisa

A dupla Rita e Márcia citou a equação f(x) = ax +b e respondeu que a Função Linear na maioria das vezes passa pela origem e que os conjuntos Domínio e Imagem são formados pelos números reais (Figura 38). Foi explicado a dupla que a Função Linear é definida pela equação f(x) = ax + b, com b = 0 e é sempre representada graficamente por uma reta que intersecta a origem do plano cartesiano.

Figura 38 - Resposta da dupla Rita e Márcia - questão 5 atividade 3


5) A função que você acabou de modelar é classificada como linear. Explique com suas palavras o que seria Função Linear, apresentando suas características.

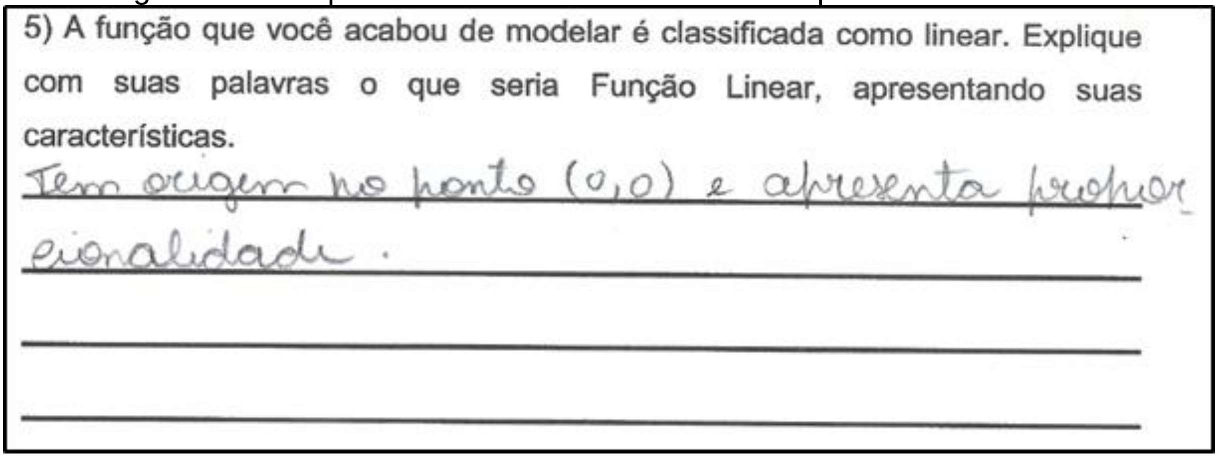
f(x) = ax + b, a função linear na maioria das vezes passa pela origem. D = IR

Im = IR

Fonte: Laboratório de pesquisa

A aluna Maria de Fátima respondeu em relação ao gráfico da questão anterior (questão quatro) que a Função Linear (por meio da proporcionalidade) tem origem no ponto (0,0) e apresenta proporcionalidade (Figura 39).

Figura 39 - Resposta da aluna Maria de Fátima - questão 5 atividade 3



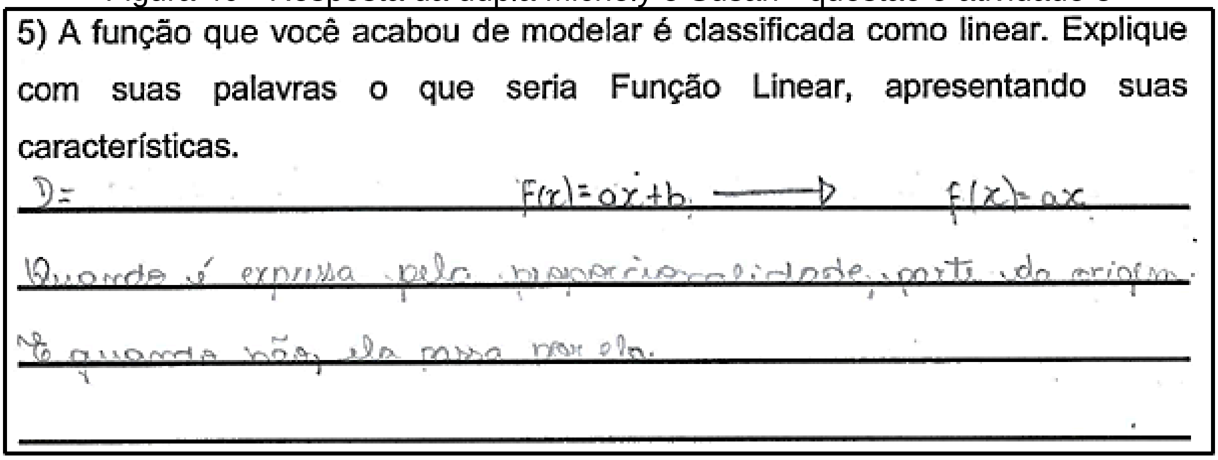
5) A função que você acabou de modelar é classificada como linear. Explique com suas palavras o que seria Função Linear, apresentando suas características.

Tem origem no ponto (0,0) e apresenta propor-
cionalidade.

Fonte: Laboratório de pesquisa

As alunas Michely e Susan responderam que o formato da Função Linear é $f(x) = ax$ e: “Quando é expressa pela proporcionalidade, parte da origem. E quando não, ela passa por ela”. A dupla se refere à semirreta que representa o gráfico da atividade 3, já que envolve variáveis não negativas (Figura 40).

Figura 40 - Resposta da dupla Michely e Susan - questão 5 atividade 3



5) A função que você acabou de modelar é classificada como linear. Explique com suas palavras o que seria Função Linear, apresentando suas características.

D= $F(x)=ax+b \longrightarrow f(x)=ax$

Quando é expressa pela proporcionalidade, parte da origem.

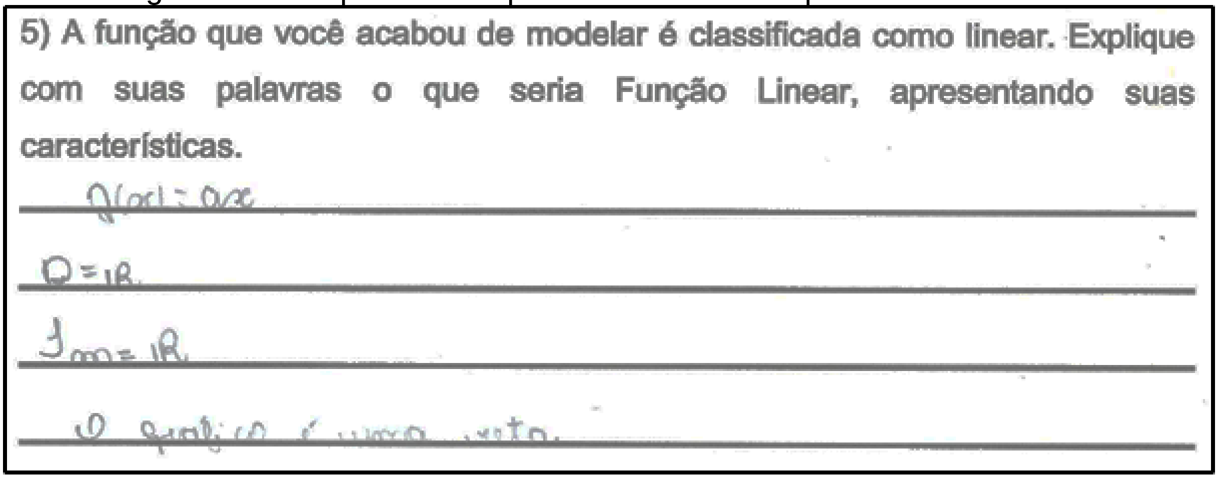
E quando não, ela passa por ela.

Fonte: Laboratório de pesquisa

A dupla Flávia e Alessandra respondeu em relação ao gráfico que elas construíram na questão anterior: “Ela é uma reta crescente com valores proporcionais onde x e y aumentam em intervalos iguais. Os valores de x estão aumentando em intervalos de 10 e os valores de y estão aumentando em intervalos de 5.”

A dupla Elane e Elaine respondeu que o gráfico da Função Linear é uma reta, indicou que os conjuntos Domínio e Imagem são iguais ao conjunto dos números reais e apresentou o formato: $f(x) = ax$ (Figura 41).

Figura 41 - Resposta da dupla Elane e Elaine - questão 5 atividade 3



5) A função que você acabou de modelar é classificada como linear. Explique com suas palavras o que seria Função Linear, apresentando suas características.

f(x) = ax

D = IR.

Im = IR.

O gráfico é uma reta.

Fonte: Laboratório de pesquisa

As demais duplas apresentaram respostas similares. Ao final da atividade três o autor desta pesquisa reforçou o conceito de Função Linear e Função Linear por meio da proporcionalidade, apresentando suas características. É importante ressaltar que os alunos conseguiram realizar as atividades de forma satisfatória.

3.4 Análise do questionário final

Ao final da aula foi solicitado que os alunos respondessem ao questionário final, aplicado de modo eletrônico, registrando suas observações relacionadas à aula, ao nível das atividades, desenvolvimento da sequência e abordagem do conteúdo proposto. As respostas foram registradas em duplas.

O questionário foi aplicado com o objetivo de captar as percepções dos alunos referentes à sequência didática desenvolvida com eles. As duplas responderam nove questões, sendo seis abertas, duas fechadas e uma semiaberta.

O questionário é composto pelas questões: (I) Como você avalia a qualidade dos textos trabalhados?; (II) Você observou integração entre a Matemática e o Meio Ambiente? Comente, por favor; (III) As atividades foram propostas de forma clara?; (IV) Você considera que esta sequência didática te ajudou a construir ou a revisar os conceitos matemáticos referentes à Função Linear?; (V) Caso tenha respondido "talvez" no item anterior, comente sua resposta por favor; (VI) Classifique o nível das atividades em: fácil, intermediário, difícil. Comente; (VII) Comente pontos positivos e negativos de cada atividade; (VIII) Você acredita que esta aula, integrando temas de Meio Ambiente e Matemática, motiva o estudo desta disciplina? Comente; (IX) Escreva comentários e sugestões para o aprimoramento deste trabalho.

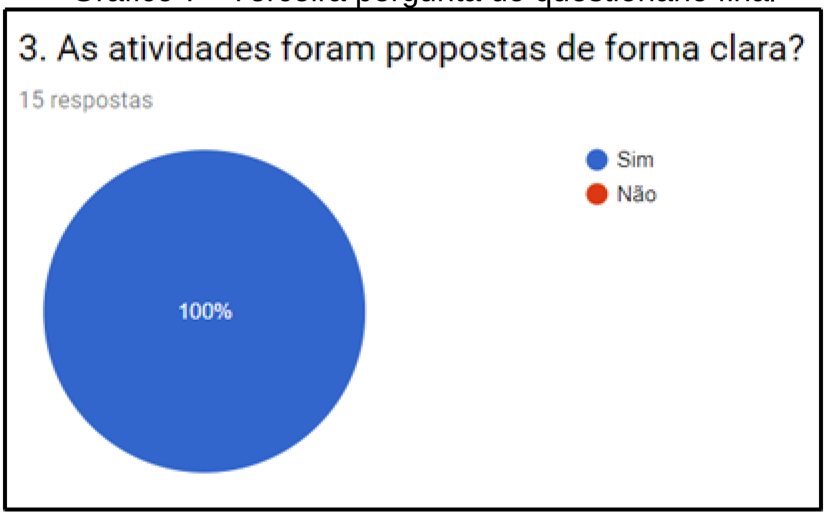
Para preservar as identidades dos alunos, eles serão identificados de acordo com os nomes já utilizados para as duplas no relato das observações referentes à sequência didática.

Em relação à primeira questão, grande parte dos alunos destacaram que os textos são interessantes, alguns ressaltaram que são bem informativos e envolvidos com a temática ambiental. Uma dupla respondeu que embora longos, os textos são importantes para o conteúdo estudado.

Sobre a integração da Matemática e o Meio Ambiente, todas as duplas afirmaram conseguir observar a integração, destacando que todos os textos envolviam a Matemática e o Meio Ambiente. A dupla Flávia e Alessandra respondeu: “Sim, observei. Os textos falaram sobre reciclagem do óleo.” A dupla Vitor e Anete destacou: “Sim, principalmente com relação às unidades de medidas que foram bem úteis.”

O Gráfico 7 a seguir apresenta a resposta das duplas sobre a clareza das atividades propostas.

Gráfico 7 - Terceira pergunta do questionário final

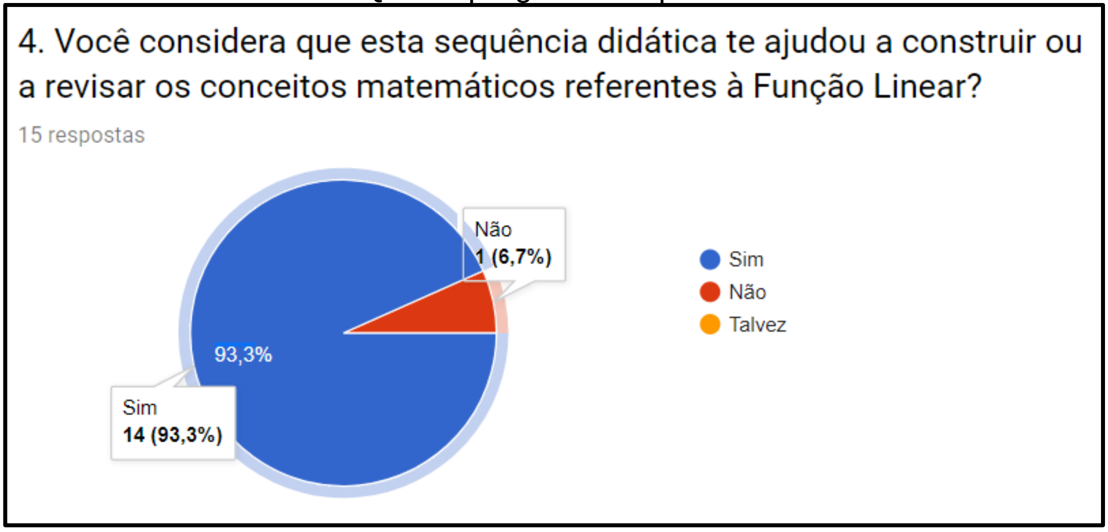


Fonte: Laboratório de pesquisa

Todas as duplas identificaram que as atividades foram propostas de forma clara.

O Gráfico 8 a seguir apresenta a quarta questão do questionário final: “Você considera que esta sequência didática te ajudou a construir ou a revisar os conceitos matemáticos referentes à Função Linear?”

Gráfico 8 - Quarta pergunta do questionário final



Fonte: Laboratório de pesquisa

Catorze duplas responderam que a sequência didática ajudou a revisar ou a construir os conceitos matemáticos referentes à Função Linear. Uma dupla respondeu negativamente.

A quinta questão só seria respondida pelas duplas que respondessem “talvez” na anterior: “Caso tenha respondido "talvez" no item anterior, comente sua resposta por favor”. Como todas as afirmações obtidas foram do tipo “sim” ou “não”, não houve respostas nesta questão.

A sexta questão: “Classifique o nível das atividades em: fácil, intermediário, difícil. Comente”, apesar de se ter solicitado aos alunos para comentar a resposta, esta foi respondida apenas com: “fácil” (quatro respostas) e “intermediário” (onze respostas).

A questão sete: “Comente pontos positivos e negativos de cada atividade” foi respondida por todas as duplas conforme apresentadas na figura a seguir (Figura 42):

Figura 42 - Respostas da sétima pergunta do questionário final

7. Comente pontos positivos e negativos de cada atividade.

15 respostas

relembrar matérias que já estudamos

positivo: tirou minhas duvidas, negativo: não tem

não sou muito bom em matemática

positivo: aprendi mais sobre a materia, negativo: não tem

positivo: facilita a materia, negativo: não tem

Resume bem e claramente o assunto de Função linear

Positivos: ajudou a relembrar a matéria. Negativo: Não há.

Positivos: Nos ajudou a relembrar a matéria e áreas relacionadas ao curso.

pontos positivos: interação com as matérias técnicas e clareza nas explicações.
pontos negativos: nenhum

gostei, pois a atividade integrou o nosso técnico e tivemos muita ajuda do professor

Positivos (as questões me ajudaram a relembrar de matérias anteriores)

explica bem

vc explica bem pakas

foram positivos

muito bem explicado

Fonte: Laboratório de pesquisa

Dentre as respostas apresentadas, quatro duplas relataram relembrar de matérias já estudadas, ou seja, o trabalho desenvolvido proporcionou a revisão de conteúdos estudados anteriormente. Uma dupla apontou ter aprendido mais sobre a matéria. Duas indicaram como pontos positivos a interação da Matemática com as disciplinas técnicas. Isso ressalta a importância da Modelagem em promover o aprendizado de Matemática por meio da integração com o cotidiano dos alunos, no caso, com as disciplinas técnicas. Uma dupla identificou como ponto positivo o fato do trabalho ter esclarecido suas dúvidas.

Uma das duplas ressaltou a integração da Matemática com a Área de Meio Ambiente e o auxílio oferecido pelo professor em formação. Isso reforça a importância do papel do professor na Modelagem Matemática, que atua como mediador do conhecimento. Os alunos não identificaram pontos negativos nas atividades. Eles elogiaram a forma como as atividades foram conduzidas por meio da explicação do professor em formação.

A Figura 43 a seguir apresenta as respostas da oitava questão: “Você acredita que esta aula, integrando temas de Meio Ambiente e Matemática, motiva o estudo desta disciplina? Comente”.

Figura 43 - Respostas da oitava pergunta do questionário final

8. Você acredita que esta aula, integrando temas de Meio Ambiente e Matemática, motiva o estudo desta disciplina? Comente.

15 respostas

Sim (2)

claro

claro, faz com que a matemática se torna um mito

sim. Pois aumenta o interesse nas materias

sim, pois aumenta o interesse

Sim. Podemos deste modo usar nosso conhecimento em outras áreas

Sim, pois nos incentiva a conhecer áeras do curso em outras matérias, principalmente matemática.

sim, e também pode ser muito bem utilizada para outros temas.

Motiva sim, pois é uma maneira de integrar o Meio Ambiente em outras atividades

Sim, pois junta a matemática com algo que a gente faz por querer, no caso, o curso de meio ambiente

sim, pois a matemática também fala sobre o meio ambiente

sim pq o meio ambiente é uma matéria que é mas legal que matemática ai não fica tão chato

sim

sim, pois monstra como funciona a matemática nesse curso.

Fonte: Laboratório de pesquisa

Todas as duplas apresentaram respostas positivas em relação a motivação para o estudo de Matemática por meio da integração desta disciplina aos temas e conhecimentos da dimensão profissional do Curso Técnico em Meio Ambiente. Nesse aspecto a Modelagem Matemática contribuiu para motivar e despertar o interesse dos alunos para o estudo da disciplina de Matemática, por meio dos Conteúdos de Meio Ambiente.

Brucki (2011), Abegg (2014), Santos e Bisognin (2004), também identificaram que a Modelagem Matemática despertou o interesse dos alunos para o estudo de Matemática. A resposta da dupla Michely e Susan ilustra essa situação: “Sim, pois junta a matemática com algo que a gente faz por querer, no caso, o curso de meio ambiente".

Os alunos identificaram, em suas respostas, que a integração entre Matemática e Meio Ambiente aumenta o interesse no estudo de Matemática.

É possível associar as respostas dos alunos aos seguintes argumentos citados por Barbosa (2001b), para se utilizar Modelagem no currículo escolar:

> (2) o argumento da competência crítica: habilita os alunos a reconhecer, compreender, analisar e avaliar exemplos de usos da matemática na sociedade;
>
> 3) o argumento da utilidade: prepara os alunos para utilizar a matemática em diferentes áreas;
>
> (5) o argumento da aprendizagem: promove motivação e relevância para o envolvimento e aprendizagem dos alunos nas tarefas escolares de matemática (Barbosa, 2001b, p.37).

Isso reforça a importância deste trabalho em promover a integração da Matemática com os conhecimentos do currículo dos alunos, no caso, do Curso Técnico em Meio Ambiente.

A Figura 44 a seguir apresenta as respostas da nona questão: "Escreva comentários e sugestões para o aprimoramento deste trabalho".

Figura 44 - Respostas da nona pergunta do questionário final

9. Escreva comentários e sugestões para o aprimoramento deste trabalho.

15 respostas

passando mais videos e interagindo

não tem

menos texto

não precisa melhorar, está facil de entender

não precisa aprimorar, a aula foi muito boa

Interação com multimidia

Não há o que melhorar, a aula foi muito interessante.

Não há o que melhorar.

sugestão: usar temas relacionados com a ecologia , como: crescimento exponencial de populações.

Para aprimoramento deste trabalho, a minha sugestão é continuar integrando o técnico com a matemática

Elaborar mais aulas didáticas assim como essa que ocorreu

não sou capaz de opinar

foi bem interessante a sua aula não precisa melhorar em nada

foram passados bem não ouve dificuldade

administrar melhor o tempo.

Fonte: Laboratório de pesquisa

Uma das respostas: "Para aprimoramento deste trabalho, a minha sugestão é continuar integrando o técnico com a matemática.", reforça o fato de que os alunos se sentem motivados em estudar a Matemática integrada com as disciplinas técnicas, que por sua vez envolvem o cotidiano acadêmico desses alunos.

Dentre as sugestões apresentadas pelos alunos, encontra-se a utilização de recursos tecnológicos: "interação com multimídia" e "passando mais vídeos e interagindo". É importante salientar que não foram apresentados vídeos durante a aula, o que essa dupla se refere, talvez, seja a utilização de vídeo em algum momento da aula.

Uma das duplas sugeriu: "administrar melhor o tempo." Essa sugestão se refere ao fato de que os últimos dez minutos da aula foram reservados para que os alunos respondessem ao questionário, porém este tempo não foi suficiente para que a maior parte das duplas pudesse responder, sendo preciso utilizar mais dez minutos pertencentes ao horário do intervalo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta deste trabalho foi proporcionar aos alunos situações nas quais pudessem vivenciar a integração entre a Matemática e os conhecimentos da dimensão profissional do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente.

A Modelagem Matemática foi escolhida como estratégia de ensino na promoção dessa integração, a partir do estudo de Função Linear por meio da Proporcionalidade Direta.

Por meio de um questionário inicial, aplicado aos alunos concluintes da primeira série do Ensino Médio, do ano letivo de 2016, foi possível identificar que mais de 60% dos alunos afirmou que são poucas as situações na qual vivenciam a integração.

Retoma – se a questão norteadora desta pesquisa: “Como o uso da Modelagem Matemática pode contribuir para o desempenho dos alunos do Curso Técnico de Nível Médio Integrado em Meio Ambiente no estudo de Função Linear e Proporcionalidade?” Na busca pela resposta à questão proposta, verificou – se que a Modelagem Matemática contribuiu para que os alunos pudessem: diferenciar as grandezas de suas unidades de medida; reforçar os conceitos de variáveis dependentes e independentes; desenvolver o raciocínio proporcional; identificar os conjuntos domínio imagem de uma função, além de contribuir para a integração entre a Matemática e os conhecimentos da dimensão profissional de Meio Ambiente. Essas foram as contribuições para o desempenho dos alunos. Além disso, eles puderam trabalhar com situações de outras áreas da realidade, envolvendo os conceitos de Função Afim, mais especificamente a Função Linear, adotada como caso particular da Função Afim segundo (LIMA, et al, 2006); perceber a presença da Matemática em outras áreas do conhecimento. As discussões levantadas pelas duplas, os questionamentos, o envolvimento dos alunos com as atividades durante o processo de investigação também ratifica tal fato.

Assim como identificado por Rozal (2007), quanto maior a afinidade dos alunos com o tema estudado, maior será o interesse e a motivação deles para desenvolver as atividades. A todo momento os alunos estavam motivados para desenvolver as atividades que foram propostas por meio da sequência didática.

Em relação a integração da Matemática com o Curso Técnico em Meio Ambiente, a Modelagem contribuiu para que a integração se efetivasse e assim, os alunos puderam perceber a importância da Matemática para o estudo das disciplinas técnicas.

Tendo por definição de Modelagem Matemática a concepção de Barbosa (2001a) em que a Modelagem é "[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade", entende-se que este convite foi bem aceito pelos alunos, uma vez que a todo tempo eles investigaram e indagaram acerca das atividades propostas. Apesar de alguns obstáculos encontrados durante o processo, o que é natural, observou – se que a Modelagem Matemática proporcionou aos alunos atividades prazerosas, motivadoras e que permitiram a eles atribuir significado para o aprendizado de Matemática.

Um fator complicador durante a realização das atividades foi a não utilização de régua para o traçado do gráfico. Como sugestões para trabalhos futuros, recomenda - se a disponibilidade de tal material para os alunos.

Na perspectiva crítica e reflexiva da Modelagem, ao abordar a temática do descarte inadequado do óleo de cozinha já utilizado e possíveis formas de destinação adequada, as atividades proporcionaram aos alunos a reflexão sobre os impactos ambientais negativos que o descarte inadequado traz ao Meio Ambiente e, consequentemente, à sociedade, contribuindo para a formação de atitudes positivas em relação à preservação ambiental.

É importante ressaltar que atividades envolvendo Modelagem Matemática, não são tão simples de se desenvolver em sala de aula, pois para ministrar determinado conteúdo será preciso dispor de um tempo maior para o desenvolvimento de tais atividades, pois estas envolvem interdisciplinaridade. Barbosa (2001b) defende a integração da Modelagem ao currículo escolar, porém ressalta que é preciso se ter um formato de currículo que possa comportar essa metodologia de ensino.

Esta pesquisa também proporcionou contribuições positivas para o autor da mesma, tais como: crescimento profissional por meio de experiências em relação a prática docente; conhecimentos adquiridos em relação a metodologia Modelagem Matemática e conhecimentos matemáticos ampliados.

Em relação a trabalhos futuros recomenda-se a utilização de tecnologias que possam auxiliar o aprendizado dos alunos; desenvolver o conteúdo de Função Linear e proporcionalidade Direta integrado a temas ambientais relacionados ao conceito de área verde e outros temas ligados a Educação Ambiental. Este trabalho também pode ser desenvolvido com alunos de outros cursos técnicos ou alunos do Ensino Médio regular não integrado, de forma transversal ao currículo.

REFERÊNCIAS

ABEGG, Darlan Rodrigo. **Função Linear por meio da Modelagem Matemática:** um relato de caso nas séries finais do Ensino Fundamental. 2014. 94f. Dissertação (Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2014.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001a, Caxambu. **Anais**... Rio Janeiro: ANPED, 2001a.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253f. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001b.

BASSANEZI, R. **Modelagem Matemática**. Dynamis, Blumenau, v. 2, n. 7, p. 55-83,

abril/jun. 1994.

BASSANEZI, Rodney. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. 389 p.

BENNEMANN, Marcio; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Educação Matemática Crítica. **Revista Produção Discente em Educação Matemática,** São Paulo, v. 1, n. 1, p.103-112, 2012. Disponível em: <https://goo.gl/c4mPcZ>. Acesso em: 26 jan. 2018.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino.** Blumenau: Ed. Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Blumenau, v. 2, n. 2, p.7-32, jul. 2009.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. Educational Studies in Mathematics, **Dordrecht**, v. 22, n. 1, p. 37-68, feb. 1991.

BORBA, M.; SKOVSMOSE, O. The ideology of certainty in mathematics education. For the learning for mathematics, **Kingston**, v. 17, n. 3, p. 17-23, nov. 1997.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992. 460 f. Dissertação (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1992.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2004, Londrina. **Anais**... Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática: Experiências Vividas. **Analecta**, Guarapuava, v. 6, n. 2, p.33-48, jul. 2005.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais -** Matemática – Brasília, 1997. p.6. Disponível em:<https://goo.gl/up2n3Q>. Acesso em: 26 jan. 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais -** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – Brasília, 1998. p.65. Disponível em:<http://migre.me/psrBS>. Acesso em: 10 dez. 2016.

BRASIL. **Ministério da Educação e Cultura:** PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: SEMTEC/MEC, 2002.

BRASIL. **Decreto n o. 5.154 de 23 de julho de 2004**. Regulamenta o § do art. 36 e os arts. 39 a 41 da Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e dá outras providências. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ ccivil_03/_ato2004-2006/2004/decreto/d5154.htm. Acesso em: 10 jun. 2018

BRUCKI, Cristina Maria. **O uso de modelagem no ensino de Função Exponencial**. 2011. 140f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

CARMO, Josemir do. **Modelagem como Alternativa Metodológica para o Ensino de Matemática.** 2014. 66 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática Profmat, Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2014.

CHAVES, Sílvia Nogueira. **A construção coletiva de uma prática de formação de professores de ciências**: tensões entre o pensar e o agir. (Tese de Doutorado) UNICAMP, Campinas 2005.

CIAVATTA, Maria. A formação integrada: a escola e o trabalho como lugares de memória e de identidade. In: RAMOS, Marise. (Org.); FRIGOTTO, Gaudêncio (Org.); CIAVATTA, Maria (Org.). Ensino Médio Integrado: Concepção e Contradições. São Paulo: Cortez, 2005.

COSTA, Bruno Feldman da. **A Importância do Saber Matemático na Vida das Pessoas**. Porto Alegre, 2010.

D’AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

D'AMBROSIO, Ubiratan. (1986). **Da realidade à Ação:** Reflexões sobre Educação e Matemática. Campinas. SP: Summus/UNICAMP.

DAMIANI, Magda Floriana. Sobre pesquisas do tipo Intervenção. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO,15., 2012, Campinas. **Anais**...

Campinas: ENDIPE, 2012.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Org.). **Métodos de Pesquisa.** Porto Alegre: Ufrgs, 2009. 120 p. (Educação a distância). Disponível em: <https://goo.gl/FC7Ypn>. Acesso em: 24 jan. 2018.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; FILIPPSEN, Rosane Maria Jardim. Educação Matemática e Educação Ambiental: Educando para o desenvolvimento sustentável. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 4., 2003, Bauru. **Anais**... Bauru: Hotel Obeid Plaza, 2003, p. 1-13.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto Cesar. **A Matemática do Ensino Médio**, vol.1, 9 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). **Pesquisa Social:** teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001. Disponível em: <goo.gl/jjDH5y>. Acesso em: 16 mar. 2018.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

PAULA, Mariucha Baptista de. **PROPORCIONALIDADE:** UMA ANÁLISE DO CADERNO DO PROFESSOR – 7º ANO (ANTIGA 6ª SÉRIE) - DA PROPOSTA IMPLEMENTADA PELA SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO NO ANO DE 2008. 2009. 123 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Puc/sp, São Paulo, 2009. Disponível em: <https://goo.gl/2mK9dt>. Acesso em: 25 jan. 2018.

PINTO, Márcia Maria Fusaro. **Fundamentos de Matemática.** Belo Horizonte: Ufmg, 2011. 142 p.

REGATTIERI, Marilza; CASTRO, Jane Margareth (Org.). **Ensino Médio e Educação Profissional:** desafios da integração. 2. ed. Brasília: UNESCO, 2010.

ROZAL, Edilene Farias. **Modelagem Matemática e os temas transversais na Educação de Jovens e Adultos**. 2007. 165f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

SANTOS, Fernanda Pereira. **Ensino Médio Integrado ao Técnico:** Uma análise da disciplina Matemática. 2012. 115f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012. Disponível em: <<http://migre.me/vKhf>>. Acesso em: 17 dez. 2016.

SANTOS, Lozicler Maria Moro dos; BISOGNIN, Vanilde. Modelagem Matemática por meio do tema: poluição do ar, do solo e das águas. **Vidya**, Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, v. 24, n. 42, p. 125-144, jul./dez. 2004. Disponível em: <http://migre.me/vKr2O>. Acesso em: 05 dez. 2016.

SCHRÖETTER, Sandra Maria. **Construção do conhecimento em Matemática via ambiente virtual por meio de Modelagem Matemática e trabalho colaborativo.** 2015. 147 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós - Graduação em Cognição e Linguagem, Centro de Ciências do Homem, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro- Uenf, Campos dos Goytacazes, 2015.

SILVA, Luiz Carlos Freitas e. **As Dificuldades em Aprender e Ensinar Matemática.** 2009. 40 f. Monografia (Especialização) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual de Goiás, Jussara, 2009.

SKOVSMOSE, O. *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, 1994. 246 p.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SOARES, Fernando Gabriel Eguía Pereira. **As atitudes de alunos do Ensino Básico em relação à Matemática e o papel do professor**. Campo Grande: UCDB,2003, p.202.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998

ZANELLA, Liliane. **Aprendizagem**: uma introdução. (Org.) LA ROSA, Jorge. Psicologia e Educação: O Significado do Aprender. Porto Alegre, 2003.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Sequência didática aplicada na turma regular

INSTITUTO FEDERAL Fluminense Campus Campos Guarus MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO BRASIL GOVERNO FEDERAL

Nome:____ Data:___/___/___.

Curso Técnico em Meio Ambiente Turma:_________.

Meio Ambiente e Função Linear

Estas atividades foram desenvolvidas por Jonas Miranda Vilamar de Sousa, aluno da Licenciatura em Matemática do IFFluminense *Campus* Campos Centro, sob a orientação da professora Dayse Maria Alves de Andrade Ribeiro.

ATIVIDADE 1

O óleo é uma substância que não se liga ou mistura com a água, ou seja, esse é um tipo de mistura heterogênea. Os óleos podem ser de origem animal ou vegetal. Os óleos vegetais podem ser obtidos pela extração de sementes e de plantas, tais como óleos de canola, girassol, milho, soja, mamona, buriti e outros. [...]

Quando usamos o óleo para frituras ele é aquecido e vai perdendo sua qualidade, dando início a sua degradação com contaminação por substâncias químicas que podem irritar o estômago, os olhos e até o sistema respiratório.

Jogar fora o óleo usado em frituras pode causar muitos problemas. Se você o joga na pia ou no ralo, você está causando danos irremediáveis ao meio ambiente, pois ele fica acumulado nos canos e retém os resíduos. Isso entope a rede de esgoto e o fluxo de água, transformando o local propício para atrair ratos, baratas, insetos, e criando transtornos, como a falta de higiene, o mau cheiro e outros.

Saiba que se você descarta as sobras de óleo em qualquer lugar indevidamente, você está praticando um crime ambiental. A deterioração do óleo de cozinha usado emite na atmosfera gás metano, um dos principais gases causadores do efeito estufa, responsável pelo aquecimento global. Além disso, ao atingir o solo, o produto contribui para sua impermeabilização, dificultando ainda a absorção da água da chuva e propiciando enchentes.

O óleo prejudica a passagem de luz na água, o crescimento do fitoplâncton se torna vagaroso, lento, além de impossibilitar a transmissão do oxigênio para a água, prejudicando a vida no meio ambiente. Com três litros de óleo descartados incorretamente você está contaminando 60 mil litros de água, o que equivale ao consumo de uma pessoa em um período de nove meses.

Assim sendo, não jogue o resto do óleo diretamente nos ralos, no ambiente ou no solo. Se sobrou óleo depois das frituras, você pode guardar para ser reciclado. Existem várias utilidades para o óleo usado, tais como: manufaturado de resina para tinta; produção de sabão, detergente, ração para animal e de biodiesel. [...]

Você pode guardar as sobras de óleo, basta guardar numa garrafa pet e depois entregar em algum posto de coleta para ser reciclado, procure o local mais próximo de sua residência que receba este material. [...]

Fonte: O que Fazer com o óleo de cozinha usado? Cultura Mix. Dicas. 2013. (Adaptado)

1) Complete o quadro a seguir com a quantidade de água contaminada referente a quantidade de óleo descartada inadequadamente, de acordo com o texto:

Quantidade de óleo descartado (litros)	Quantidade de água contaminada (litros)
1	
2	
3	
4	
...	...
60	

2) Quais grandezas estão envolvidas no exercício 1?

---

3) Você observou alguma regularidade nos dados do quadro?

( ) Sim ( ) Não

Responda os itens a seguir caso a resposta tenha sido positiva:

a) Identifique as grandezas como dependente ou independente.

___

b) Como podemos expressar matematicamente a relação existente entre a quantidade de água contaminada e a quantidade de litros de óleo descartada?

___

4) Ao serem coletados 700 litros de óleo, quantos litros de água deixaram de ser contaminados?

___

5) Se deixaram de ser contaminados 2960000 litros de água, quantos litros de óleo foram coletados?

___

6) Cite no mínimo três impactos ambientais negativos causados pelo descarte inadequado do óleo de cozinha usado.

___

7) Segundo o texto, quais são as alternativas ecologicamente corretas para a destinação do óleo de cozinha usado? Você já conhecia alguma delas? Quais?

___

ATIVIDADE 2

A reciclagem do óleo de cozinha e sua transformação em sabão ecológico está gerando emprego e renda para 90 mulheres de seis comunidades carentes de Natal, no Rio Grande do Norte, graças ao projeto Sabão Ecológico das Comunidades, apoiado pela Petrobras desde 2013. [...]

O projeto Sabão Ecológico das Comunidades, implementado pela organização não governamental Centro de Promoção à Assistência Social (Cepas), inclui a coleta do óleo em restaurantes, lanchonetes e bufês parceiros. [...]

A iniciativa também inclui a fabricação das barras de sabão; o corte; a embalagem e a distribuição do produto. Seis municípios são beneficiados pelo projeto: Curtume, Alto da Torre, Garis, Jardim Progresso, Pajuçara e Nordeste. [...]

Segundo uma das coordenadoras do projeto, Cláudia Regina Maciel, a produção gerada é de cerca de 2.800 pacotes de sabão por mês, com cinco barras por pacote, sendo o preço de venda mínimo estabelecido em R$ 4,00 dos quais R$ 3,00 cabem a cada fabricante e vendedora. [...]

"As fabricantes e vendedoras de sabão foram escolhidas entre as mais carentes indicadas pelos líderes de cada uma das seis comunidades. Em geral, são faxineiras, catadoras de material reciclável ou mulheres que apenas viviam com recursos do Bolsa Família e têm empregabilidade muito baixa devido à pouca escolaridade e ao fato de morarem em comunidades onde a pobreza é extrema.

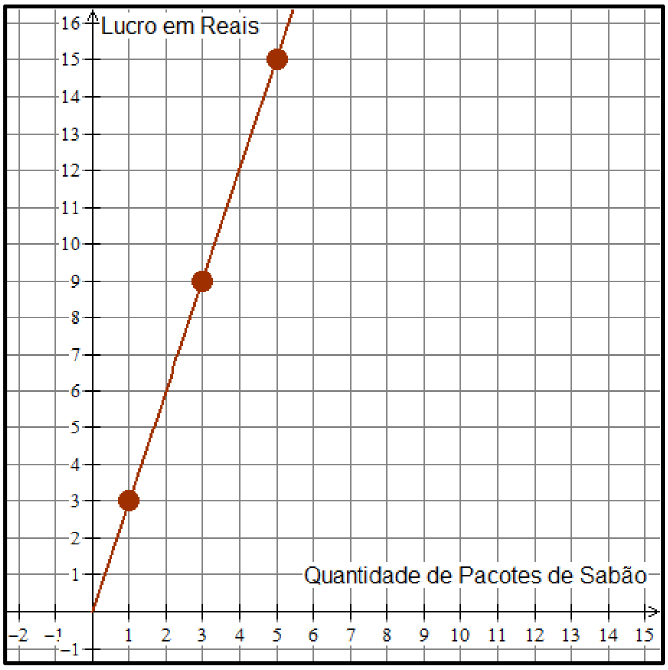
O projeto mudou a vida delas. Hoje, essas mulheres têm renda que pode chegar a cerca de R$ 3.500,00; dependendo das vendas, ajudam em casa com a compra de mantimentos no dia a dia, sentem-se muito mais produtivas e inseridas na sociedade e têm maior autonomia e autoestima", conclui a coordenadora do projeto. [...]

O dinheiro obtido complementa a renda mensal das fabricantes e vendedoras de sabão, havendo um controle sobre a produção e a venda de cada uma, para que a divisão dos recursos obtidos seja justa. O produto tem sido bem aceito no mercado.

Fonte: Agência Petrobras. Fabricação de sabão com óleo de cozinha gera emprego e renda no RN. Portal Brasil. 27/03/2015. (Adaptado)

1) Quais os benefícios sociais, que as mulheres participantes do Projeto adquirem com a reciclagem do óleo?

2) Observe o gráfico que representa o lucro em reais de cada fabricante em função da quantidade de pacotes de sabão.



Fonte: Elaboração própria com o auxílio do *software* Winplot.

Complete o quadro a seguir:

Quantidade de pacotes de sabão vendidos	Lucro em Reais	Razão entre o lucro e a quantidade de pacote de sabão vendidos
0		
1	3	
	6	
...	...	
20		
X		

3) O que você observou em relação aos valores do quadro?

4) Observando que há uma relação proporcional entre o lucro e a quantidade de pacotes de sabão vendidos, qual a constante de proporcionalidade e a equação matemática que define essa relação?

ATIVIDADE 3

Uma das alternativas ecologicamente corretas para a destinação do óleo de cozinha usado é a produção de sabão ecológico. Veja a seguir uma das inúmeras receitas de como preparar sabão com óleo usado:

- 0,5 L de água
- 1 L de óleo de cozinha (coado).
- 250 g de soda cáustica
- Detergente e sabão em pó (a critério)

Fonte: SAMPAIO, Alanna. Veja passo-a-passo como fazer sabão com óleo de cozinha usado. Portal G1 BA. 14/06/2013. (Adaptado)

1) Encontre uma relação para:

1.1) a quantidade ***y*** litros de água em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

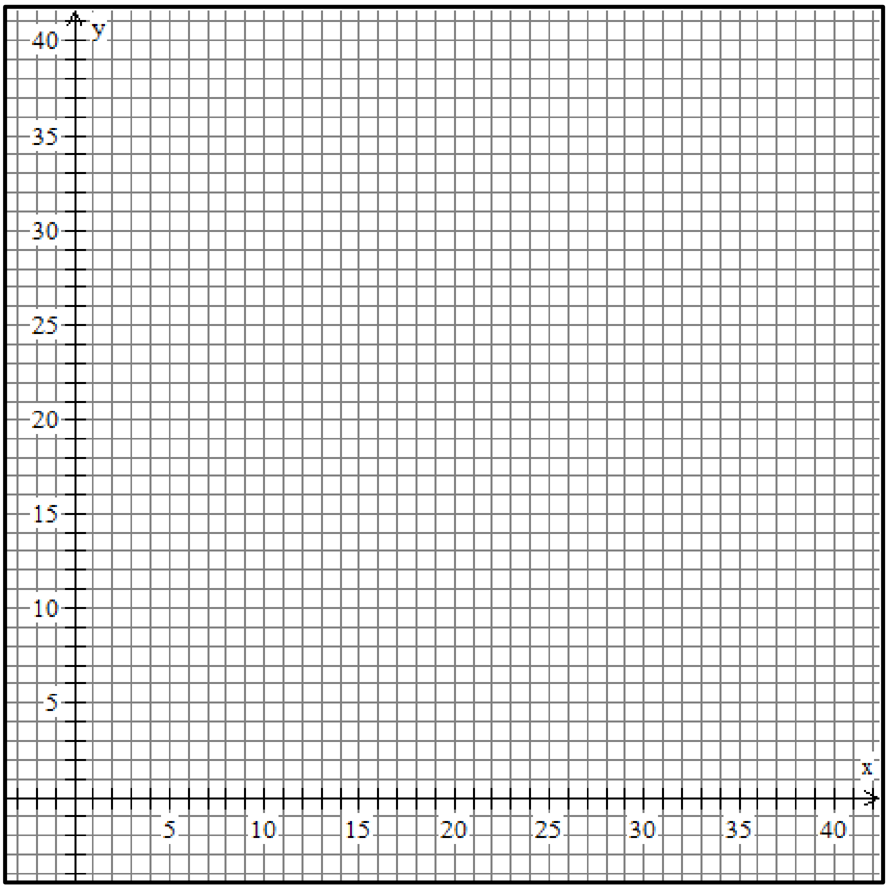
1.2) a quantidade ***s*** gramas de soda cáustica em função da quantidade ***x*** litros de óleo.

2) Sendo ***x*** a variável que representa a quantidade de óleo em litros e ***y*** a variável que representa a quantidade de água em litros, que valores ***x*** pode assumir? E que valores ***y*** pode assumir?

3) Determine a quantidade de óleo necessária para que sejam utilizados: 5; 10; 15 e 20 litros de água.

4) Expresse os dados da questão acima em um gráfico, relacionando a quantidade ***y***

de água e ***x*** de óleo usado na produção do sabão ecológico.



Fonte: Elaboração própria com o auxílio do *software* Winplot.

5) A função que você acabou de modelar é classificada como linear. Explique com suas palavras o que seria Função Linear, apresentando suas características.

APÊNDICE B – Questionário Inicial

Questionário Meio Ambiente

Prezado(a) aluno(a), este questionário é parte integrante de um Trabalho de Conclusão de Curso promovido por Jonas Miranda Vilamar de Sousa, aluno da Licenciatura em Matemática do IFFLuminense Campus Centro, sob orientação da professora Dayse Maria Alves de Andrade Ribeiro. Os resultados obtidos serão utilizados apenas para fins acadêmicos, sendo preservada a sua identidade. Todas as informações aqui prestadas são muito importantes para nossa pesquisa. Desde já agradecemos a sua participação.

*Obrigatório

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

1 . Com que frequência você observa aplicação de conteúdos matemáticos em conhecimentos específicos do curso? *

- Nunca
- Poucas vezes
- Muitas vezes
- Sempre

2 . Enumere em uma escala de 0 a 5, a relevância da Matemática nas seguintes disciplinas específicas, considerando 0 irrelevante e 5 muito relevante: *

	0	1	2	3	4	5
Ecologia	○	○	○	○	○	○
Educação Ambiental	○	○	○	○	○	○
Geomorfologia e Hidrologia	○	○	○	○	○	○
Tópicos em Meio Ambiente	○	○	○	○	○	○
Legislação Ambiental	○	○	○	○	○	○

3. Classifique o grau de importância da Matemática para o estudo das disciplinas específicas do curso Técnico em Meio Ambiente: *

○ Nada importante

○ Pouco importante

○ Indiferente

○ Importante

○ Muito importante

4. Classifique sua habilidade no estudo de Matemática:

○ Nenhuma

○ Pouca

○ Média

○ Muita

5. Qual o grau da sua preferência pela Matemática?

- Não gosto.
- Gosto pouco.
- Indiferente.
- Gosto
- Gosto muito.

Comente. *

Sua resposta

Envie-me uma cópia das minhas respostas.

ENVIAR

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

APÊNDICE C – Questionário Final

Questionário Teste Exploratório

Prezado(a) aluno(a), este questionário é parte integrante de um Trabalho de Conclusão de Curso promovido por Jonas Miranda Vilamar de Sousa, aluno da Licenciatura em Matemática do IFFLuminense Campus Centro, sob orientação da professora Dayse Maria Alves de Andrade Ribeiro. Os resultados obtidos serão utilizados apenas para fins acadêmicos, sendo preservada a sua identidade. Todas as informações aqui prestadas são muito importantes para nossa pesquisa. Desde já agradecemos a sua participação.

*Obrigatório

Nome (opcional)

Sua resposta

1. Como Você avalia a qualidade dos textos trabalhados? *

Sua resposta

2. Você observou integração entre a Matemática e o Meio Ambiente? Comente, por favor. *

Sua resposta

3. As atividades foram propostas de forma clara? *

- Sim
- Não

4. Você considera que esta sequência didática te ajudou a construir ou a revisar os conceitos matemáticos referentes à Função Linear? *

- Sim
- Não
- Talvez

5. Caso tenha respondido "talvez" no item anterior, comente sua resposta por favor.

Sua resposta

6. Classifique o nível das atividades em: fácil, intermediário, difícil. Comente. *

Sua resposta

7. Comente pontos positivos e negativos de cada atividade. *

Sua resposta

8. Você acredita que esta aula, integrando temas de Meio Ambiente e Matemática, motiva o estudo desta disciplina? Comente. *

Sua resposta

9. Escreva comentários e sugestões para o aprimoramento deste trabalho. *

Sua resposta

ENVIAR

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

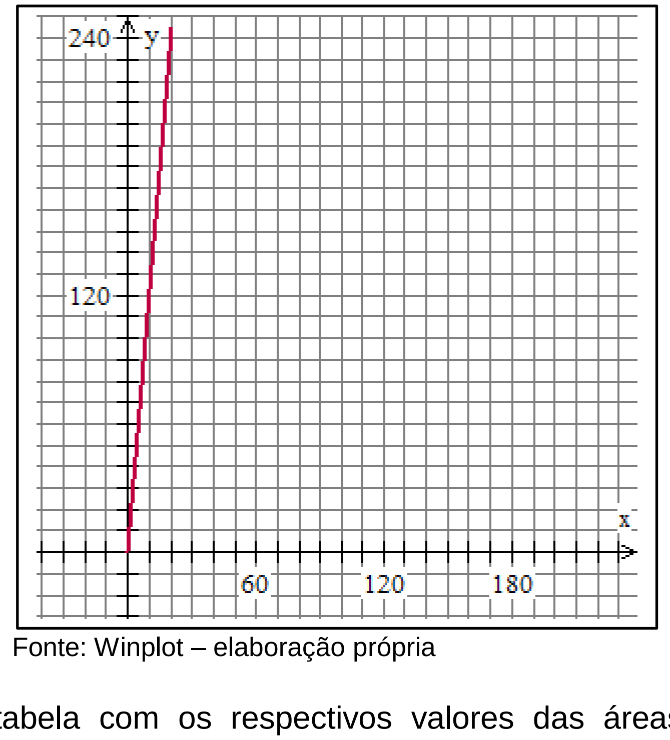
APÊNDICE D – Atividades Complementares

ATIVIDADE COMPLEMENTAR 1

Já reparou quantas árvores há na sua rua ou bairro? Esse fator é importante para a qualidade de vida nos centros urbanos. A quantidade mínima preconizada pela Organização Mundial da Saúde (OMS) é de 12 m² de área verde por habitante, e a ideal é de 36 m², cerca de três árvores, por morador. No mundo, a referência é Estocolmo: são 86 metros quadrados de área verde por habitante. Em teoria, quanto mais verde a cidade, melhor a qualidade do ar que se respira e mais agradáveis são a paisagem e o clima – as sombras criadas pelas copas, a umidade gerada pela vegetação em geral e a quantidade maior de área permeável são características que ajudam nesses aspectos. [...]

Fonte: MENEZES, Fabiane Ziolla. Uma árvore por habitante, a recomendação mínima da OMS para as cidades. Gazeta do povo. 23/03/2016.

Observe o gráfico que contém pontos correspondentes a área verde mínima por habitantes.



Fonte: Winplot – elaboração própria

1.1) Complete a tabela com os respectivos valores das áreas verdes mínimas necessárias por habitante, de acordo com o texto e visualização do gráfico:

Número de habitantes (mil)	Área verde mínima (mil m²)

15	
30	
45	
60	

1.2) Você observou alguma regularidade nos dados da tabela? Explique.

1.3) Há alguma relação de dependência entre esses dados?

1.4) Como podemos expressar matematicamente essa relação?

1.5) Quais são os benefícios das áreas verdes urbanas?

1.6) Segundo dados do IBGE de 2016, a população de Campos dos Goytacazes é de 487186 habitantes. Qual é a área verde mínima necessária para atender a recomendação da OMS?

1.7) Área do município de Campos é 4026696km². Para atender a recomendação da OMS, qual é o percentual territorial necessário do município de Campos com área verde?

1.8) Seria viável a área verde ideal recomendada para o município de Campos dos Goytacazes?

ATIVIDADE DE COMPLEMENTAR 2

O mico-leão-dourado (*Leontopithecus rosalia*) chama a atenção pela cor vibrante de seus pelos, que varia de dourado a vermelho-dourado. Assim como outros micos e saguis da família Callitrichidae, seu pequeno porte, sua longa cauda e sua agilidade fazem do mico-leão-dourado um dos mais simpáticos animais da nossa fauna.

Fonte: WWF Brasil

Ele vive cerca de oito anos, tem hábitos diurnos e, à noite, dorme em ocos de árvores ou emaranhados de cipós e bromélias. Se alimenta de frutos, animais invertebrados e pequenos vertebrados. Alguns estudos mostram que o mico-leão-dourado come mais de 60 espécies de plantas e, depois de digeri-las, ajuda a dispersar suas sementes pelo ambiente. [...]

A imagem do pequeno primata de cerca de 60 centímetros de altura já correu o mundo e, desde os anos 70, é uma das espécies bandeira da luta pela conservação da diversidade biológica. Isso porque o mico-leão-dourado está há muito tempo ameaçado de extinção.

A devastação da Mata Atlântica quase exterminou toda a população de micos-leões-dourados. Originalmente, a espécie era encontrada em todo o litoral fluminense, chegando até o Espírito Santo. Com a intensa ocupação da zona costeira no estado, acompanhada de extração de madeira e atividades agropecuárias, e a consequente destruição da mata, os micos estão agora confinados a cerca de 20 fragmentos florestais. [...]

As unidades de conservação, mais conhecidas pela sigla UCs, desempenham um papel fundamental para que os micos-leões-dourados deixem de correr risco de extinção. Para se ter uma ideia, as maiores populações da espécie encontram-se em UCs. As duas maiores estão na Reserva Biológica Poço das Antas e na Reserva Biológica União, ambas no Rio de Janeiro. [...]

Apesar de pequenos, eles precisam de bastante espaço para se reproduzir e viver. Os micos-leões-dourados vivem em grupos de aproximadamente oito indivíduos necessitando de uma área aproximada de 110 hectares. Segundo pesquisadores, para sair da lista de animais ameaçados, o mico-leão-dourado necessita atingir, até 2025, a marca de 2000 indivíduos, sendo que atualmente não chegam a 1000. [...]

Fonte: Mico-leão-dourado: o mascote da conservação da biodiversidade. WWF Brasil. Acesso em: 22/05/2017.

1. Construa uma tabela com a área necessária aproximada para 1500, 2000 e 3750 micos-leões-dourados.

2. Em cada linha da tabela, calcule a razão entre a área em hectare e o número de micos. O que você conclui?

3. Observando que há uma relação proporcional entre a área e a população de micos, qual a constante de proporcionalidade e a equação matemática que define essa relação?

4. Segundo o texto, qual o principal fator associado à redução da população de micos?