

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO SENO POR MEIO DE MATERIAL DIDÁTICO CONCRETO MANIPULÁVEL: UMA PROPOSTA PARA O PROEJA

**IGOR RODRIGUES BATISTA
JOSILIANE SANTOS DO ROSÁRIO
RODRIGO GARNIER TOMÁS DE OLIVEIRA**

IGOR RODRIGUES BATISTA
JOSILIANE SANTOS DO ROSÁRIO
RODRIGO GARNIER TOMÁS DE OLIVEIRA

**CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO SENO POR MEIO
DE MATERIAL DIDÁTICO CONCRETO MANIPULÁVEL:
UMA PROPOSTA PARA O PROEJA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos
Centro, como requisito parcial para conclusão do
Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof.^a. Me. Carla Antunes Fontes
Coorientador: Prof. Me. Leandro Sopeletto
Carreiro

Campos dos Goytacazes – RJ

2021

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

B696c Batista, Igor Rodrigues
Construção do Gráfico da Função Seno por meio de material didático
concreto manipulável: uma proposta para o PROEJA / Igor Rodrigues
Batista, Josiliane Santos do Rosário, Rodrigo Garnier Tomás de Oliveira
- 2021.
148 f.: il. color.

Orientadora: Carla Antunes Fontes
Coorientador: Leandro Sopeletto Carreiro

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro,
Curso de Licenciatura em Matemática, Campos dos Goytacazes, RJ, 2021.
Referências: f. 82 a 91.

1. EJA. 2. PROEJA. 3. Função Seno. 4. Eletrotécnica. I. Rosário,
Josiliane Santos do. II. Oliveira, Rodrigo Garnier Tomás de . III. Fontes,
Carla Antunes, orient. IV. Título. IV. Carreiro, Leandro Sopeletto, coorient.
V. Título.

IGOR RODRIGUES BATISTA
JOSILIANE SANTOS DO ROSÁRIO
RODRIGO GARNIER TOMÁS DE OLIVEIRA

**CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO SENO POR MEIO DE
MATERIAL DIDÁTICO CONCRETO MANIPULÁVEL: UMA
PROPOSTA PARA O PROEJA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 07 de maio de 2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof.(a) Carla Antunes Fontes – Orientadora
Mestre em Matemática Aplicada – UFRJ – RJ
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro

Prof. Leandro Sopeletto Carreiro – Coorientador
Mestre em Matemática (PROFMAT) – UENF – RJ
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro

Prof. Tiago Destéffani Admiral
Doutor em Ciências Naturais – UENF – RJ
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro

Prof.(a) Samara Moço Azevedo
Mestre em Cognição e Linguagem – UENF – RJ
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer e dedicar esta monografia às seguintes pessoas:

Primeiramente a Deus, pelas graças alcançadas em nossas vidas, por nos conduzir e nos proteger em todos os momentos, principalmente neste período de consternação devido à pandemia que tanto assola o mundo.

As nossas famílias, que nos apoiaram de todas as formas possíveis para que conseguíssemos realizar este trabalho, sendo o apoio moral e psicológico fundamentais para manutenção da nossa integridade mental.

Aos nossos amigos, principalmente aos que a Instituição nos apresentou, os quais também serviram de apoio constante nesses vários momentos de incertezas, nos inspirando e acalmado, sempre com palavras de sabedoria e de grande apelo. São amigos que sem sombras de dúvidas queremos que permaneçam caminhando ao nosso lado. A felicidade só é real quando é compartilhada.

Aos nossos orientadores, pela disponibilidade e paciência para nos guiar nesse processo de construção deste trabalho, em que todas as críticas construtivas possibilitaram o nosso crescimento e amadurecimento. Demonstrando os grandes educadores e seres humanos que são.

Aos professores entrevistados, que disponibilizaram um tempo de suas vidas para nos atender, tendo papel de relevância nas avaliações das apostilas destinadas aos mestres e aos educandos.

A todos os funcionários do Instituto Federal Fluminense Campus Campos Centro, por proporcionarem um ambiente acolhedor, propício ao bom desempenho de nossa vida acadêmica e ao desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso. Vale ressaltar o comprometimento e a dedicação de todos que compõem o curso de Licenciatura em Matemática.

Por fim, gostaríamos de deixar nosso profundo agradecimento a todos que contribuíram direta ou indiretamente neste trabalho de monografia.

“Não basta saber ler que Eva viu a uva. É preciso compreender qual a posição que Eva ocupa no seu contexto social, quem trabalha para produzir a uva e quem lucra com esse trabalho”.

Paulo Freire

RESUMO

Segundo pesquisas realizadas sobre EJA ou PROEJA, seu público é formado exclusivamente por estudantes que por algum motivo tiveram seu processo de ensino regular interrompido. Constata-se ainda sua dificuldade quanto à aprendizagem de Matemática, destacando em especial o conteúdo de Funções Trigonômicas. Trabalhos acadêmicos salientam que esta dificuldade pode influenciar na aprendizagem de conceitos das disciplinas da área técnica, na qual está incluído o estudo de ondas, por exemplo no ramo da Engenharia e da Física. Sendo uma pesquisa de caráter qualitativo, pensou-se em elaborar um material didático complementar para estudantes do 2.º ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na modalidade da Educação de Jovens e Adultos de uma instituição federal de ensino, no qual o conteúdo de Funções Trigonômicas, especificamente Função Seno, é aplicado na disciplina de Eletrotécnica. Dessa forma, a partir das afirmações de pesquisadores, que discursam sobre a relação entre as dificuldades dos estudantes na aprendizagem de Matemática e os aspectos pedagógicos, influência nos métodos de ensino, e também as motivações pessoais, elaborou-se uma proposta didática para professores de Matemática e da disciplina de Eletrotécnica que atuam em turmas na modalidade de Educação de Jovens e Adultos, visando uma aula colaborativa entre eles. Assim, a pesquisa adotou a seguinte ênfase: elaboração de uma sequência didática abordando o conteúdo de Função Seno e temas adjacentes, utilizando como recursos a História da Matemática, em especial a História da Trigonometria, e o Material Didático Concreto Manipulável desenvolvido. Este trabalho é fundamentado em documentos oficiais e pesquisas que apresentam historicamente a Educação de Jovens e Adultos, no levantamento bibliográfico realizado para o aprofundamento dos conteúdos abordados e no uso de Material Didático Concreto Manipulável. Para a verificação da relevância do material, foi utilizado como instrumento de coleta de dados um questionário elaborado e aplicado a docentes que lecionam ou já lecionaram as disciplinas de Matemática ou da área técnica na modalidade PROEJA. A partir da análise das observações feitas sobre o material, foi possível concluir que a proposta pode contribuir para o ensino dos Cursos Técnicos em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na modalidade PROEJA.

Palavras-chave: EJA. PROEJA. Função Seno. Eletrotécnica.

ABSTRACT

According to research carried out on EJA or PROEJA, its audience is made up exclusively of students who for some reason had their regular teaching process interrupted. It is also noted their difficulty in learning Mathematics, highlighting in particular the content of Trigonometric Functions. Academic works point out that this difficulty can influence the learning of concepts in the disciplines of the technical area, which includes the study of waves, for example, in the fields of Engineering and Physics. Being a qualitative research, it was thought of preparing a complementary teaching material for students in the 2nd grade of the Technical Course in Electrotechnics Integrated with High School in the modality of Youth and Adult Education at a federal educational institution, in which the content of Trigonometric Functions, specifically Sine Function, is applied in the Electrotechnics discipline. Thus, based on the statements of researchers, who discourse on the relationship between students' difficulties in learning Mathematics and pedagogical aspects, influence on teaching methods, and also personal motivations, a didactic proposal for teachers of Mathematics and the Electrotechnics discipline that work in groups in the Youth and Adult Education modality, aiming at a collaborative class between them. Thus, the research adopted the following emphasis: elaboration of a didactic sequence addressing the content of the Sine Function and adjacent themes, using as resources the History of Mathematics, in particular the History of Trigonometry, and the Didactic Concrete Handleable Material developed. This work is based on official documents and researches that historically present the Education of Youth and Adults, in the bibliographical survey carried out for the deepening of the covered contents and in the use of Handleable Concrete Didactic Material. To verify the relevance of the material, a questionnaire designed and applied to teachers who teach or have already taught Mathematics or technical areas in the PROEJA modality was used as a data collection instrument. From the analysis of the observations made about the material, it was possible to conclude that the proposal can contribute to the teaching of Technical Courses in Electrotechnics Integrated to High School in the PROEJA modality.

Keywords: EJA. PROEJA. Sine function. Electrotechnical.

:

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Osciloscópio	23
Figura 2 – Classificação e tratamento dos Registros de Representação Semiótica por Duval.	25
Figura 3 – Material do professor e do aluno.....	34
Figura 4 – Circunferência Trigonométrica e a circunferência com retas perpendiculares	35
Figura 5 – Material sendo manipulado pelos alunos	38
Figura 6 – Questão 2.....	39
Figura 7 – Geoplano Circular Dinâmico (GCD)	41
Figura 8 – Esquema da prancha trigonométrica	49
Figura 9 – Prancha trigonométrica confeccionada por alunos	50
Figura 10 – Material Dourado	53
Figura 11 – Atividade 1, opções a e b na versão do Mestre	63
Figura 12 – Atividade 1, opções c e d na versão do Mestre	64
Figura 13 – Atividade 2	65
Figura 14 – Atividade 3	65
Figura 15 – Atividade 4	66
Figura 16 – Material Didático Concreto Manipulável.....	66
Figura 17 – MDCM em manipulação.....	67
Figura 18 – Esboço completo do gráfico da Função Seno	67
Figura 19 – Atividade 5	68
Figura 20 – Atividade 6 na versão do Mestre.....	68
Figura 21 – Atividade 7 na versão do Mestre.....	69
Figura 22 – Atividade 8 na versão do Mestre.....	69
Figura 23 - Parte 1.1 do questionário de professores	70
Figura 24 – Parte 2.1 do questionário de professores.....	71
Figura 25 – Exemplo dado pelo participante LA	74
Figura 26 – Orientação introdutória da apostila (1°. Versão do professor).....	74
Figura 27 – Orientação introdutória da apostila (Versão final).....	75
Figura 28 – Sugestão do professor LA no item 8	76
Figura 29 – Comentário do participante J sobre o Osciloscópio.....	77
Figura 30 – Comentário sobre Osciloscópio (professor C)	77
Figura 31 – Relevância do material na perspectiva do participante T.....	78
Figura 32 – Resposta do item 2.4, utilização do material.....	78
Figura 33 – Sugestão do professor no item 2.3	79

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REVISÃO DA LITERATURA	18
2.1	UM LEVANTAMENTO HISTÓRICO DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL	18
2.1.1	Programa Nacional de Integração da Educação Profissional à Educação Básica, na Educação de Jovens e Adultos	20
2.2	REGISTRO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS APLICADO AO ENSINO DE TRIGONOMETRIA	23
2.3	MATERIAL DIDÁTICO CONCRETO MANIPULÁVEL.....	26
2.4	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA NO ENSINO	28
2.5	LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO	30
2.5.1	Banco de Teses e Dissertações da Capes	30
2.5.1.1	<i>Materiais manipuláveis: a matemática ao alcance das mãos.....</i>	<i>31</i>
2.5.1.2	<i>Circunferência Trigonométrica Manipulável</i>	<i>34</i>
2.5.1.3	<i>A Circunferência Trigonométrica Numa Abordagem Concreta.....</i>	<i>37</i>
2.5.1.4	<i>O Geoplano circular dinâmico e as tábuas de cordas de Ptolomeu e Copérnico como alternativa no ensino aprendizagem de conceitos trigonométricos.....</i>	<i>40</i>
2.5.1.5	<i>Matemática experimental: uso da tábua trigonométrica.....</i>	<i>43</i>
2.5.1.6	<i>Uma proposta de matemática aplicada para o curso técnico em eletrotécnica integrado ao ensino médio</i>	<i>45</i>
2.5.1.7	<i>Proposta de atividades para o ensino de trigonometria.....</i>	<i>48</i>
2.5.2	Google Acadêmico	51
2.5.2.1	<i>Matemática na EJA: usando material manipulativo como facilitador na discussão de conceitos aditivos</i>	<i>52</i>
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	54
3.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	54
3.2	INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	56
3.2.1	O questionário como instrumento de coleta de dados principal.....	58
3.3	DETALHAMENTO DE ALGUMAS ETAPAS.....	59
3.3.1	Realização da entrevista com o coordenador do PROEJA em uma instituição federal de ensino.....	59

3.3.2	Realização de entrevistas com um professor de Matemática que leciona em uma turma do PROEJA de uma instituição federal de ensino	61
3.3.3	Elaboração da proposta didática.....	62
3.3.4	Elaboração do questionário para docentes avaliadores	70
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	73
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	80
	REFERÊNCIAS	82
	APÊNDICE A – APOSTILA DO ALUNO 1ª VERSÃO.....	92
	APÊNCICE B – APOSTILA DO MESTRE 1ª VERSÃO.....	103
	APÊNCICE C – APOSTILA DO ALUNO VERSÃO FINAL	117
	APÊNCICE D – APOSTILA DO MESTRE VERSÃO FINAL	129
	APÊNCICE E – QUESTIONÁRIO	143

1 INTRODUÇÃO

A educação de jovens e adultos, em seu processo de instauração no Brasil, foi marcada por movimentos descontínuos (LEMOS, 2010). Ela só foi reconhecida pelo Estado como modalidade de ensino a partir da Constituição de 1988, que garantia uma “[...] educação básica obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos de idade, assegurada inclusive sua oferta gratuita para todos os que a ela não tiveram acesso na idade própria”. (BRASIL, 1988, s.p.).

Outra publicação oficial visando estabelecer o público da EJA foi a Lei Nº 9.394 de 1996 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) cujo objetivo era sistematizar a modalidade, ficando destinada a pessoas que não tiveram acesso ou não deram continuidade aos estudos na idade regular (BRASIL, 1996, p. 19).

No entanto, ao realizarmos um levantamento histórico do processo de implantação da EJA no Brasil, nos deparamos com alguns aspectos que influenciaram na escolha deste público para o trabalho. Como os movimentos contra o analfabetismo no Brasil ou programas e encontros em prol dessa modalidade, em que a atenção do governo estava voltada apenas para as questões políticas e econômicas (HADDAD; DI PIERRO, 2000). Lemos (2010, p. 22) corrobora afirmando que “[...] naquele momento, não era o direito à educação que estava sendo considerado [...]”.

A motivação para esta pesquisa surgiu a partir do conhecimento de algumas características deste público, oriundas das experiências vivenciadas por dois dos autores em monitorias da disciplina de Matemática no curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio, na modalidade PROEJA. Por meio desta experiência, foi possível verificar, assim como afirma Sousa (2014), que a EJA é formada por pessoas que foram excluídas por conta de características atípicas. Esses sujeitos, em geral, são caracterizados por questões trabalhistas, econômicas, sociais e culturais desfavorecidas (MOURA, 2006).

Aliado a estas observações, um outro fator que motivou a escolha por este público foi o fato de alguns familiares dos autores desta pesquisa terem interrompidos o processo de escolarização regular, concluindo a Educação Básica por meio da EJA.

Um estudo realizado pelo Instituto de Ensino e Pesquisa em parceria com a Fundação Roberto Marinho apresentou que o país perdeu 214 bilhões de reais com a evasão escolar na Educação Básica no ano de 2020. A pesquisa revelou algumas situações que podem acarretar esse abandono por parte dos alunos como gravidez na adolescência, falta de tempo livre, renda familiar, entre outros. (PORTAL G1, 2020).

Sousa (2014) destaca que os estudantes matriculados na EJA chegam à escola com baixa autoestima, consequência da desigualdade social, desinteressados, com dificuldades em disciplinas escolares ou do acesso à escolarização em geral. Estes aspectos podem levar a um baixo desempenho cognitivo no que se refere à aprendizagem (SCOZ, 1994 apud SANTOS, 2017).

Nesse sentido, Scoz (1994 apud SANTOS, 2017) salienta que:

[...] os problemas de aprendizagem não são restringíveis nem a causas físicas ou psicológicas, nem a análises das conjunturas sociais. É preciso compreendê-los a partir de [...] fatores orgânicos, cognitivos, afetivos, sociais e pedagógicos, percebidos dentro das articulações sociais. Tanto quanto a análise, as ações sobre os problemas de aprendizagem devem inserir-se num movimento mais amplo de luta pela transformação da sociedade. (SCOZ, 1994, apud SANTOS, 2017, p. 18).

De acordo com o Parecer CNE/CEB nº 11/2000, a EJA precisa ser repensada em relação ao seu modelo curricular e pedagógico para que as necessidades de aprendizagem desses jovens e adultos sejam satisfeitas (BRASIL, 2000). Por isso, é necessário levar em consideração as questões sociais e culturais das pessoas para as quais a EJA é ofertada. Segundo Fonseca (2005, apud ANDRADE, 2010), as especificidades curriculares da EJA não têm sido consideradas.

Diante disso, outro fator motivador para a elaboração deste trabalho foi a inquietação no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem dos alunos da EJA. Para isso, foi projetada inicialmente a elaboração de uma sequência didática visando a aplicação em uma turma desta modalidade de ensino, buscando atender uma necessidade deste público.

A Matemática tem sido uma das responsáveis pelo fracasso escolar dos alunos na EJA, considerando que professores e estudantes consideram a disciplina de difícil compreensão (BRASIL, 2002). Dessa forma, é necessário repensar o ensino, atualmente apresentado de maneira tradicional, na qual os alunos veem a disciplina de maneira mecanizada (MELO; EZEQUIEL, 2018).

Melo, Ezequiel (2018) e Fonseca (2005 apud ANDRADE, 2010) ressaltam que a Matemática é comum aos estudantes da EJA no que se refere ao seu cotidiano, porém não é relacionada aos conteúdos da disciplina aprendidos na escola. É necessário priorizar as situações de sua rotina, buscando sempre uma relação entre conceitos estudados em sala e experiências vividas no dia a dia destes alunos.

Em relação à aprendizagem de Matemática, Silveira (2007) e Oliveira (2006) afirmam que os estudantes apresentam dificuldades em construções gráficas, destacando as Funções Trigonométricas.

Os estudos de funções, em especial de Funções Trigonométricas, desempenham um papel importante na Educação Básica, porém a falta de compreensão por parte dos estudantes neste estudo pode se tornar desafiadora (DEMIR; HECK, 2013 apud FEIJÓ, 2018). Para Sierpínska (1992, apud FEIJÓ, 2018), as dificuldades se apresentam na realização de conexões entre as diferentes representações de função, fórmulas, interpretação de gráficos e no que tange à transposição do ciclo trigonométrico para a reta real.

Para Feijó (2018), o estudo de Trigonometria continua sendo importante nos dias atuais, pois pode ser vinculado às necessidades dos estudantes. Além disso, o conteúdo é um dos tópicos de Matemática que relaciona o raciocínio algébrico, geométrico e gráfico (WEBER, 2005 apud FEIJÓ, 2018, tradução do autor). A Trigonometria Esférica, por exemplo, pode ser associada aos estudos de Astronomia e a Trigonometria Plana como ferramenta na medição de distâncias. Feijó (2018) afirma ainda que as Funções Trigonométricas podem ser relacionadas a situações do cotidiano, como no estudo de ondas, no ramo da Engenharia e da Física.

A partir disso, este trabalho foi estruturado tendo como enfoque principal os Cursos Técnicos em Eletrotécnica integrados ao Ensino Médio na modalidade PROEJA. Por se tratar de um curso técnico, numa perspectiva de integração, que tem como objetivo preparar o estudante para o trabalho (BRASIL, 1996), esta modalidade foi acrescida de um programa que visa a formação humana de maneira integral. Em 2006 foi desenvolvido o Programa Nacional de Integração da Educação Profissional à Educação Básica, na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (PROEJA), com o objetivo de atender os jovens e adultos que ficaram de fora do processo Educacional Regular (BRASIL, 2006).

Neste viés, optamos pelo conteúdo de Funções Trigonométricas, por ser um dos temas apresentados na disciplina técnica e na disciplina propedêutica dos Cursos Técnicos em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio. Geralmente, na disciplina técnica, este conteúdo é visto nos assuntos relacionados a correntes e circuitos elétricos. De acordo com Belarmino (2015), os estudantes do Ensino Médio possuem dificuldades em Matemática, o que pode influenciar sua aprendizagem em assuntos do nível técnico.

Com a intenção de que os alunos participem da construção dos conceitos, optamos por utilizar Material Didático Concreto Manipulável (MDCM), pois esse material possibilita uma “percepção visual e tátil” (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 3). Assim, entendemos que a Matemática pode ser melhor compreendida a partir de manipulações e visualização de materiais que envolvam “medições, contagens, levantamento e comparação de dados [...]” (FIORENTINI, 1995, p.11).

É importante ressaltar aqui alguns processos e percalços para que esta pesquisa pudesse

ser continuada e defendida. Antes de se nomear por trabalho de conclusão de curso, ela é iniciada como projeto, no qual se desenvolvem os principais pontos que deseja-se alcançar, considerando portanto, questão de pesquisa, objetivo geral, objetivos específicos e aportes teóricos. O projeto desta pesquisa foi formulado e aprovado nos últimos meses de 2019, precisamente no período letivo de 2019.2.

No início de 2020, ainda em 2019.2, foram feitas a correção e revisão do projeto para assim ser dado prosseguimento à pesquisa. O objetivo era que pudesse ser construída e aplicada como planejado, dando ênfase ao ensino e aprendizagem. O ano letivo de 2020.1 iniciaria em março de 2020, entretanto nesse mês desencadeou-se a pandemia do COVID-19, o novo Corona vírus, fazendo o mundo se adaptar à nova realidade. Este cenário afetou todas as Instituições de Ensino.

No caso dos Institutos Federais, optou-se por refrear o retorno às atividades presenciais na busca de um momento mais oportuno, sem exclusão de estudantes que teriam eventuais impossibilidades de participar de um ensino remoto. Porém, esta opção foi descartada à medida que o tempo passava e a pandemia só se agravava. Dessa forma, as atividades retornaram remotamente, com os Institutos auxiliando aqueles alunos que não teriam condições de acompanhar as aulas remotas.

Por conta disto, as atividades presenciais inerentes a esta pesquisa também foram refreadas, e, por isso, foi preciso adaptar as etapas elencadas no projeto inicial. Mesmo com as alterações, pretendíamos manter os materiais que seriam desenvolvidos, porém, por conta da pandemia, a aplicação deveria ocorrer remotamente. Com base nas pesquisas realizadas, visto que os estudantes da EJA são desconsiderados no que diz respeito aos movimentos educacionais e por questões sociais e econômicas, optamos pela não aplicação deste material para estudantes como fonte de coleta de dados e possíveis resultados.

Para tal tomada de decisão, foram coletadas informações de um professor de Matemática da EJA de um Instituto Federal no início das aulas remotas, sendo que a turma que lecionara em 2019.2 seria a turma alvo desta pesquisa. O professor relatou que poucas matrículas foram realizadas pelos estudantes, por conta da dificuldade em acesso à internet. Além disso, os que se matricularam não apresentavam participação ativa nas aulas. Ele ainda destacou que era difícil considerar e avaliar o desenvolvimento dos estudantes quanto às notas obtidas em atividades avaliativas. Tudo isso comprometeria a confiabilidade dos dados coletados.

Segundo o Fórum de Educação de Jovens e Adultos de Santa Catarina, todos foram pegos de surpresa. Professores, gestores e estudantes precisaram buscar alternativas tecnológicas para garantir uma educação para este público da EJA

[...] que experimenta o trabalho mais precarizado, o trabalho informal, o desemprego, o subemprego, a exploração da terceirização. São justamente as pessoas que têm que sair do isolamento para ganhar a vida fora do lar em situações de exposição ao vírus que, quando retornam para suas casas, têm as atribuições familiares, os afazeres domésticos, a responsabilidade de cuidar de si, cuidando de outros, como os filhos, os pais e avós. É para essas pessoas, que tem sido oferecida a atividade remota como alternativa do gozo do direito à Educação e, é nesse contexto que também se multiplicam desigualdades sociais. (SANCEVERINO *et al.*, 2020, p. 2).

Um dos entraves é o acesso a recursos tecnológicos, por parte dos alunos da EJA, em que se revela a magnitude da desigualdade existente. Ausência de equipamentos necessários, instabilidade no sinal de internet em suas localidades ou pacotes de dados em celular insuficientes são algumas das situações que esses estudantes vivenciam (SANCEVERINO *et al.*, 2020). Sanceverino *et al.* (2020) afirmam que estes fatos revelam que os estudantes da EJA não conseguem estudar sozinhos, portanto, precisam da presença do professor para mediações específicas.

A partir da análise dos obstáculos e considerando em especial dois pontos mencionados: a ênfase feita por Scoz (1994, apud Santos, 2017), no que se refere à dificuldade de aprendizagem dos estudantes num aspecto pedagógico e o Parecer CNE/CEB nº- 11/2000, que sugere um novo modelo curricular pedagógico que favoreça as especificidades da EJA, optamos por manter o material elaborado, seguindo a arquitetura do projeto, porém tratar com maior ênfase o ensino. Assim, ofereceremos o material como proposta didática para professores de Matemática que já atuaram ou atuam no PROEJA ou que lecionam na área Técnica Industrial, para que emitam um parecer. Esse será nosso instrumento de coleta de dados.

Depois de todo este percurso, (re)formulou-se a questão de pesquisa, que segue: na visão de professores das disciplinas de Matemática e de Eletrotécnica do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na modalidade PROEJA, uma proposta didática para o ensino do gráfico da função seno que envolva História da Trigonometria e uso de material didático concreto manipulável pode contribuir para a aprendizagem significativa?

Para responder à questão de pesquisa, traçou-se o seguinte objetivo geral: Elaborar uma proposta didática para o ensino do gráfico da função seno que envolva História da Trigonometria e uso de material didático concreto manipulável, a ser utilizada nas disciplinas de Matemática e Eletrotécnica do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na modalidade PROEJA.

Para atingir este objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Familiarizar-se com problemáticas específicas de EJA e PROEJA, a partir de estudos aprofundados;

- Identificar as possíveis contribuições do uso de MDCM no ensino de Trigonometria;
- Aprofundar os estudos sobre História da Trigonometria, com destaque para a origem do conceito de seno, surgimento da circunferência trigonométrica, criação do radiano e da função seno;
- Promover a integração entre as disciplinas de Eletrotécnica e Matemática, no que diz respeito ao estudo de Trigonometria;

Este trabalho possui em sua estrutura três capítulos, intitulados Revisão da Literatura, Procedimentos Metodológicos, Resultados e Discussões, além das Considerações Finais.

No capítulo da Revisão de Literatura será abordada a trajetória histórica da EJA e do PROEJA no Brasil, o embasamento acerca dos Registros de Representações Semióticas e do uso de Material Didático Concreto Manipulável, bem como o levantamento bibliográfico dos trabalhos relacionados a esta monografia.

O capítulo de Procedimentos Metodológicos abordará a metodologia de pesquisa, público alvo, instrumentos de coleta de dados, etapas da pesquisa e descrição das etapas da elaboração da proposta didática.

O capítulo Resultados e Discussões apresentará o detalhamento do processo de avaliação por parte dos professores em relação à proposta didática.

Em Considerações Finais, serão apresentadas reflexões pertinentes e considerações dos autores da pesquisa em relação aos resultados obtidos ao longo do trabalho monográfico.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste momento, será apresentado o aporte teórico que embasou esta pesquisa, sendo dividido em quatro partes. Na primeira parte detalha-se o contexto histórico da Educação de Jovens e Adultos. Na segunda, é examinada a teoria dos Registros de Representação Semiótica, alinhada à Trigonometria. A terceira é um estudo sistemático do Material Didático Concreto Manipulável como proposta de recurso para a sala de aula. Por último, apresenta-se o levantamento bibliográfico de trabalhos acadêmicos que possuam interseção com este.

2.1 UM LEVANTAMENTO HISTÓRICO DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL

Analisando um recorte histórico da educação formal de Jovens e Adultos, desde a chegada dos portugueses, a relação educacional deste público sofreu constantes mudanças. Dessa forma, é necessário tratar historicamente dessa modalidade no Brasil, destacando as Políticas Públicas e os movimentos desde a sua implantação.

A educação da época sofreu uma grande influência com a chegada dos portugueses ao Brasil colônia. Junto deles estavam também os jesuítas que implementaram um sistema educacional, inicialmente voltados para os nativos e, posteriormente, para os escravos negros (HADDAD; PIERRO, 2000). De acordo com Haddad e Pierro (2000), este sistema possuía um viés evangelizador, de ensinamentos comportamentais e ofícios necessários para aquele momento. Em 1759, os jesuítas foram expulsos do Brasil pelo Marquês de Pombal, um diplomata da época, que defendia a miscigenação dos índios e sua liberdade, o que era contrário à ideia deles. Esta expulsão acarretou uma desorganização no sistema educacional neste período (CALEGARI, 2014).

Com este acontecimento, somente no Brasil Império é que apareceram informações sobre a educação dos adultos. No ano de 1824 é assegurado na Constituição Brasileira “[...] a instrução primária gratuita [...]” (BRASIL, 2016, s.p.). Porém, era notório que pouco se fez pela educação, pois esta publicação se tornou apenas um ato de legalidade.

Já na Constituição de 1891 definiu-se que o ensino básico seria de responsabilidade das Províncias e Municípios, que por sinal sofriam com uma “[...] fragilidade financeira [...] e interesses das oligarquias regionais que as controlavam politicamente.” (HADDAD; PIERRO, 2000, p.109). A União ficou responsável pelo nível secundário e superior, e ainda, garantir a exclusão dos adultos analfabetos de participar com o voto (HADDAD; PIERRO, 2000). Os

autores destacam ainda, que não foi dada a devida atenção às camadas marginalizadas da população.

Nos anos 30, com o avanço da produção industrial e o crescimento populacional de classes populares, percebeu-se a necessidade da implementação de uma educação gratuita, obrigatória e de caráter elementar como ferramenta de inserção, visando a democratização e equalização social (ANDREOTTI, 2006).

A Constituição de 1934 propôs um Plano Nacional de Educação com responsabilidade do governo federal delimitando claramente as competências da União, dos estados e dos municípios (HADDAD; PIERRO, 2000). Entretanto, Haddad e Pierro (2000) afirmam que somente em 1940 a EJA se estabelece como uma questão a ser resolvida politicamente, sendo reconhecida e incluída em Políticas Públicas.

Neste contexto de democratização que o país vivia a partir dos anos 40 e com base na Lei nº 4.024 de 1961 que estabeleciam as Diretrizes e Bases da Educação Nacional, numa perspectiva da EJA, é formalizado que “Aos maiores de dezesseis anos será permitida a obtenção de certificados de conclusão do curso ginásial, mediante a prestação de exames de madureza ... VETADO ... após estudos realizados sem observância de regime escolar”. (BRASIL, 1961, s.p). Assim, o governo visava acabar com o analfabetismo (BRAGA, 2014).

De acordo com Haddad e Pierro (2000, p. 113), “O golpe militar de 1964 produziu uma ruptura política em função da qual os movimentos de educação e cultura populares foram reprimidos [...]”, e dessa forma, a solução dada pelo governo foi a implementação do MOBREAL, Movimento Brasileiro de Alfabetização, em 1967. Braga (2014) afirma que esse movimento não era de caráter pedagógico, expondo conteúdos descontextualizados evitando qualquer tipo de debate em relação à realidade política e social, e visava os marginalizados do sistema escolar, em outras palavras, os alunos que tiveram algum insucesso no ensino regular. O programa chegou ao fim em 1985, juntamente com o governo militar, sendo muito criticado por seus interesses e indicadores de resultados (BRAGA, 2014).

Em 1971, pela Lei nº. 5.692 que estabelece as Diretrizes e Base da Educação Nacional, foi implementado o Ensino Supletivo como subsistema integrado, com objetivos e diretrizes diferentes de projetos anteriores, em “[...] que seus fundamentos e características são mais bem desenvolvidos e explicitados [...]” (HADDAD; PIERRO, 2000, p. 116).

A proposta era tratar o atraso escolar e requalificar os jovens e adultos, formando mão de obra útil para o desenvolvimento nacional por meio de um novo modelo de escola. (HADDAD; DI PIERRO, 2000). Mas, “o ensino supletivo, na gestão de reformas autoritárias [...] fez com que se instaure-se na EJA índices elevados de evasão [...]” (ALMEIDA; CORSO,

2015, p. 1291).

Em 1988 o Estado reconhece como modalidade de ensino a Educação de Jovens e adultos, sendo promulgado na Constituição de 1988 a garantia de uma educação básica e obrigatória à todos os que não tiveram acesso na idade própria (BRASIL, 1988).

2.1.1 Programa Nacional de Integração da Educação Profissional à Educação Básica, na Educação de Jovens e Adultos

Considerando os processos e movimentos educacionais que contemplaram a EJA, constatou-se que a inclusão profissional do público pertencente às classes populares não era priorizada (POUBEL; PINHO; CARMO, 2017). No ano de 2005, ocorre a expansão da EJA por meio do Decreto nº. 5.478/2005. Dentre as implantações, destacam-se:

Brasil Alfabetizado, Saberes da Terra, **Proeja**, Escola de Fábrica, Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos, ENCEJA, Consórcio Social da Juventude, Juventude Cidadã, Plano Nacional de Qualificação, Agente Jovem, Soldado Cidadão, Programa Nacional de Educação na Reforma Agrária, PRONERA, PROEP (Ministério da Educação e Ministério do Trabalho), Plano Nacional de Qualificação, PNQ (MTE), Projeto de Profissionalização dos Trabalhadores da área de Enfermagem - PROF AE (Ministério da Saúde), Programa de Assistência e Cooperação das Forças Armadas à Sociedade Civil/Soldado Cidadão (Ministério da Defesa). (ALMEIDA; CORSO, 2015, p. 1293, grifo nosso).

Os programas adotados são classificados em 3 grupos. O primeiro é o Plano Nacional de Qualificação. O segundo constitui-se de vários programas: Programa Nacional de Educação na Reforma Agrária (PRONERA); Programa de Expansão da Educação Profissional (PROEP); Programa Nacional de Inclusão de Jovens: Educação, Qualificação e Ação Comunitária (PROJOVEM) e o Programa Nacional de Integração da Educação Profissional à Educação Básica, na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (PROEJA). Já o terceiro abarca o Plano Nacional de Estímulo ao Primeiro Emprego – PNPE (ALMEIDA; CORSO, 2015, p. 1293).

De acordo com Almeida e Corso (2015), o PROEJA propõe a integração da educação profissional à educação básica na modalidade EJA. Objetivando a obrigatoriedade da oferta desta modalidade na Rede Federal de Ensino, o governo solicitou que os setores adaptassem suas instalações físicas e o corpo docente, abrindo o convite aos “[...] Centros Federais de Educação Tecnológica, as Escolas Técnicas Federais, as Escolas Agrotécnicas Federais, as Escolas Técnicas Vinculadas às Universidades Federais e o Colégio Pedro II, sem prejuízo de outras instituições que venham a ser criadas.” (BRASIL, 2006, p. 2).

Com a obrigação da Rede Federal de Ensino de ofertar vagas para o PROEJA, as instituições federais se manifestaram justificando-se pela pouca experiência na oferta desta modalidade (POUBEL; PINHO; CARMO, 2017). Até o ano de 2005, apenas os “[...] Centros Federais de Educação Tecnológica (CEFETs) de Pelotas, Santa Catarina, Espírito Santo, Campos dos Goytacazes e Roraima ofereciam cursos de EJA e mesmo assim restritos a Educação Básica e não integrados à Educação Profissional.” (POUBEL; PINHO; CARMO, 2017, p. 135).

De acordo com Poubel, Pinho e Carmo (2017), a partir de oficinas de aperfeiçoamento aos gestores das instituições, proporcionando análises do programa e discussões pedagógicas, ficou autorizada a implementação do PROEJA nas instituições da Rede Pública Estadual, Municipal e as instituições ligadas ao “Sistema S”. Assim, instituiu-se pelo Decreto Nº. 5.840 de 13 de julho de 2006, em âmbito federal, o Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos, mantendo-se a mesma sigla e ideias, e objetivando novas áreas de atuação (POUBEL; PINHO; CARMO, 2017).

Desse modo, como base de ação, a Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica acrescentou a “formação inicial e continuada de trabalhadores; e educação profissional técnica de nível médio”, possibilitando um diálogo com o currículo da Educação Profissional e buscando elevar a qualidade da escolaridade dos trabalhadores (BRASIL, 2006, p. 1).

Alinhado à questões regionais e sociais, o Decreto ainda define que a implementação do PROEJA deveria, preferencialmente, estar ajustada de forma que contribuísse para um desenvolvimento socioeconômico e cultural (POUBEL; PINHO; CARMO, 2017). Para tanto, “[...] o Governo Federal lançou em 2007 um documento instituído - Documento Base -, que deveria servir como instrumento norteador para a construção do projeto político-pedagógico dos cursos PROEJA.” (POUBEL; PINHO; CARMO, 2017, p. 136). Assegura-se então, como princípios norteadores:

compromisso com a inclusão e a permanência dos jovens e adultos nas redes públicas de educação; inserção orgânica da modalidade EJA integrada à educação profissional nos sistemas educacionais públicos; ampliação do direito à educação básica, pela universalização do ensino médio; trabalho como princípio educativo; a pesquisa como fundamento da formação e condições geracionais, de gênero, de relações étnico-raciais como fundantes da formação humana e dos modos como se produzem as identidades sociais. (POUBEL; PINHO; CARMO, 2017, p. 137).

Outra implementação feita beneficiando esta modalidade foi referente a formação dos professores e gestores, visando proporcionar condições necessárias para as atividades (POUBEL; PINHO; CARMO, 2017). Assim, com base nos documentos apresentados, destaca-se que em todos os momentos, o objetivo da EJA é a “[...] formação integral que possibilite ao aluno a compreensão da realidade social, política, econômica, cultural e do mundo do trabalho, distanciando-se, por vezes, de uma formação voltada apenas pra atender as necessidades do mercado.” (POUBEL; PINHO; CARMO, 2017, p. 137).

Diante dos apontamentos históricos acerca da estruturação desta modalidade no Brasil e os documentos que a caracterizam, foi possível averiguar que a EJA nos dias atuais é realizada “em cursos noturnos, em horários ociosos de escolas públicas de Ensino Fundamental ou em escolas privadas com estrutura insuficiente para garantir qualidade educacional”. (MOURA *et al.*, 2006, p. 44).

Além disto, Silva (2014, p. 8) destaca que existe uma máxima preconceituosa de uma possível incapacidade dos jovens e adultos acerca de uma formação em áreas que exigem saberes matemáticos mais complexos como “[...] Elétrica, Eletrônica, Mecatrônica, Enfermagem, dentre outras.”. O autor segue afirmando que esse argumento é equivocado e é usado como justificativa para oferta de cursos mais fáceis para esses estudantes por não terem base matemática adequada.

Por isso, Ciavatta (2012, apud POUBEL; PINHO; CARMO, 2017, p. 138) aponta que se deve repensar as estratégias e Políticas Públicas para a EJA, pois ressalta que historicamente sua implantação promoveu “[...] uma série de políticas assistencialistas, de conciliação entre a estabilidade econômica, a ganância de lucros para o capital e a conformação dos pobres às migalhas do paternalismo e do clientelismo governamentais.”.

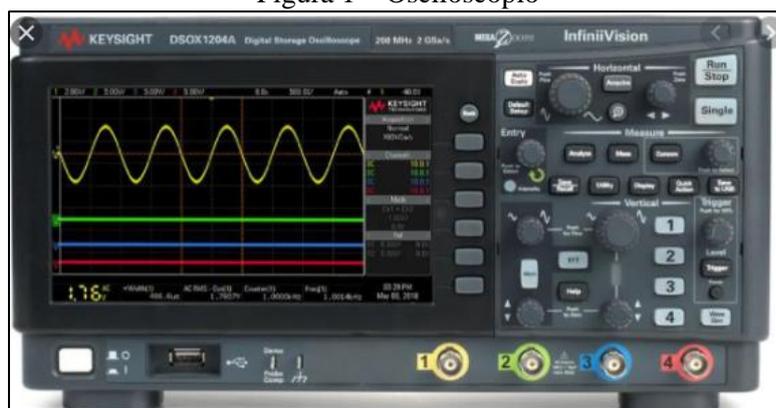
Paralelo a isso, Moura *et al.* (2006) sugere que haja harmonização dos conteúdos apresentados ao público da EJA. Faria (2013) afirma que é necessário observar se os objetivos da EJA estão somente pautados na crescente procura e oferta de vagas ou pela criação e adequação de espaços e situações que possibilitem o sucesso escolar dos alunos nesta modalidade de ensino.

2.2 REGISTRO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS APLICADO AO ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Esta proposta didática tem como público-alvo alunos do primeiro ano do Ensino Médio Integrado na modalidade PROEJA de um curso Técnico em Eletrotécnica de uma Instituição Federal de Ensino de Campos dos Goytacazes-RJ. Concordando com a ideia de Moura *et al.* (2006), foi elaborada na perspectiva de integração dos conteúdos e da possibilidade de articular o ensino de Matemática nas disciplinas técnica e propedêutica. Pensou-se no estudo de Trigonometria, especificamente o estudo de Funções Trigonométricas, com destaque para a Função Seno, por suas aplicações na disciplina de Eletrotécnica.

De acordo com o Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos de uma instituição federal, aprovado em 2018, o conteúdo de Funções Trigonométricas é visto na disciplina de Matemática e também como aplicação na área técnica, nos assuntos relacionados à eletricidade. Um exemplo é o estudo de correntes elétricas e circuitos elétricos. Nas áreas técnicas, um dos aparelhos utilizados para medir a dependência temporal de tensões (DDP) e correntes de circuitos elétricos é o osciloscópio (Figura 1). Uma de suas funções é exibir o gráfico em tempo real de sinais elétricos, que geralmente aparecem no formato de ondas senoidais (matematicamente conhecidas por senoides).

Figura 1 – Osciloscópio



Fonte: encurtador.com.br/fguvL

Para Regattieri e Castro (2010 apud SIQUEIRA; TEIXEIRA; FERNANDES, 2017, p. 13) “[...] o ensino da Matemática no curso técnico deve ocorrer de maneira que haja inter-relação de conhecimentos [...]”. Os PCN por sua vez apontam a importância do estudo de Trigonometria, notadamente das Funções Trigonométricas e seus gráficos, destacando sua

aplicabilidade e afirmando que:

[...] o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a **fenômenos periódicos**. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a **Física** pode ser uma grande oportunidade [...]. (BRASIL, 2000, p. 44, grifo nosso).

É importante destacar que o ensino de função deve ser conduzido com especial atenção, pois os estudantes têm encontrado dificuldades no que se refere às “[...] múltiplas relações; grande quantidade de conceitos (variável, taxa de variação, vértice, domínio, conjunto imagem, periodicidade, dentre outros); diferentes visões de função exigidas em distintos momentos de estudo; variável, um conceito dinâmico, ser explorado em ambiente estático.” (FERREIRA, 1998 apud COSTA; NETO; SÁ, 2004, p. 2).

O professor precisa buscar outras possibilidades para uma melhor abordagem do conteúdo, ainda que isto seja desafiador. Para tanto, deve-se “[...] fornecer ferramentas para a compreensão de fenômenos que apresentam padrões periódicos e se espera que o aluno desenvolva neste nível, a capacidade de resolver problemas a eles associados.” (LINS, 2016, p. 7).

A Matemática é uma ciência muito interessante pois geralmente é possível chegar a um mesmo resultado por vários caminhos, “[...] exibir propriedades diferentes do mesmo objeto, mas mantendo a mesma referência.”, entre outros (DUVAL, 1988a, apud FLORES, 2008, p. 17). Ainda que boa parte dos problemas apresentados possam ser resolvidos algebricamente, Duval (2003 apud DALVI, 2016, p. 6) entende que “[...] os domínios ou as fases da pesquisa, em uma resolução de problemas pode aparecer explicitamente privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro ao outro.”.

Agranionih (2008, p. 29) defende uma abordagem cognitiva que analise as condições e problemas de aprendizagem em Matemática, contemplando conceitos e suas complexibilidades epistemológicas, “[...] aspectos que considera característicos da originalidade e da especificidade do funcionamento do pensamento matemático.”. A autora ainda aponta que os objetos de estudo devem ser pautados em suas representações semióticas para a construção do conhecimento.

A partir desta concepção, entende-se que o objetivo de transitar entre diversos registros de representação é possibilitar que propriedades possam ser analisadas, por meio de relações e articulações entre os registros de um determinado objeto, de forma concomitante, como afirma Agranionih (2008):

A compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas e implica a capacidade de mudar de registros de representação, uma vez que a passagem de um registro ao outro não somente muda o modo de tratamento, mas permite explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. (AGRANIONIH, 2008, p. 30).

A ilustração a seguir apresenta resumidamente a ideia de Duval (2010, apud MUNIZ, 2011, p. 31) quanto aos registros de representação e seu tratamento.

Figura 2 – Classificação e tratamento dos Registros de Representação Semiótica por Duval

	Representação Discursiva	Representação Não Discursiva
Registros Multifuncionais Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Formas de raciocinar: <ul style="list-style-type: none"> ■ argumentação a partir de observações, de crenças...; ■ dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> ■ apreensão operatória e não somente perceptiva; ■ construção com instrumentos.
Registros Monofuncionais Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas <ul style="list-style-type: none"> ■ numéricas (binária, decimal, fracionária ...); ■ algébricas; ■ simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos <ul style="list-style-type: none"> ■ mudanças de sistemas de coordenadas; ■ interpolação, extrapolação.

Fonte: Muniz (2011)

Visto que a Trigonometria é um dos diversos conteúdos matemáticos que pode ser expressado por diferentes representações, incluiremos como sugestão de Registros Monofuncionais: tabular, gráfico, algébrico e também o ciclo trigonométrico. Ainda se destaca como Registro Multifuncional a língua natural.

Tratando dessas diferentes representações, Pagliarini (2016) sugere e defende que:

[...] as representações semióticas diferentes, convertendo representações algébricas em representações geométricas e vice-versa, tem-se um ganho cognitivo significativo. Essas conversões feitas com o objeto manipulável podem permitir sair de um campo abstrato da trigonometria para se chegar em um campo geométrico visível e compreensível. (PAGLIARINI, 2016, p. 36, grifo nosso).

2.3 MATERIAL DIDÁTICO CONCRETO MANIPULÁVEL

Em vista da aversão dos estudantes à Matemática, propõe-se a busca de ferramentas facilitadoras na abordagem dos conteúdos. Segundo Silva e Martinez (2017), esta aversão pode ser gerada pelas frustrações e dificuldades encontradas na disciplina, agravando-se muitas vezes pela deficiência trazida dos anos iniciais do ensino em relação à compreensão conceitual dos assuntos. Concordando com isto, Mendes e Souza (2020), baseados em Silva (2016), defendem o uso de materiais concretos como recursos que auxiliam os estudantes na visualização e construção de significados.

Segundo Rodrigues e Gazire (2012), os materiais manipuláveis podem tornar as aulas de Matemática mais compreensíveis, aproximando a teoria e a prática. Ainda destacam que o professor tem um papel muito importante, pois estes quesitos estão ligados ao sucesso ou fracasso escolar do estudante.

Diane disso, Jung, Fossatti e Sudbrack (2017), baseados em Zabala (1998), afirmam que a permanência dos estudantes está relacionada com a formação do docente, pois suas práticas pedagógicas influenciam na relação com eles. Os autores ainda mencionam: “[...] acreditamos que a formação continuada docente pode ser uma estratégia eficaz no combate à evasão.” (JUNG; FOSSATTI; SUDBRACK, 2017, p. 66).

Quanto à EJA e a formação de professores, Soares (2008), fundamentado em Di Pierro (2005), menciona que não existe uma preparação efetiva e específica. Ainda diz que este fato se aplica diretamente ao histórico da EJA no Brasil, uma vez que foi “[...] fortemente marcada pela concepção de que a educação voltada para aqueles que não se escolarizaram na idade regular é supletiva e, como tal, deve ser rápida e, em muitos casos, aligeirada.” (SOARES, 2008, p. 97).

Outro ponto a ser ressaltado é a necessidade de considerar as especificidades da EJA, mencionadas anteriormente neste trabalho, tais como: questões sociais, econômicas e dificuldades na aprendizagem. Assim, Roldi e Amado (2018), fundamentados em Nobre e Schimidt (2012), ressaltam que devem ser aplicadas metodologias diferentes e condizentes com estas diferenças, pois podem tornar as aulas mais atrativas.

Santos (2010) também concorda e menciona:

é importante repensar as nossas ações pedagógicas, discutir coletivamente outras práticas possíveis e produzir conhecimento em conjunto. Para isso, é de fundamental acuidade conhecer quem é o aluno real que está na escola e suas expectativas quando resolvem retornar aos bancos escolares. (SANTOS, 2010, p. 85).

Em uma pesquisa de Carvalho e Santos (2014, p. 7) realizada com alguns professores que atuam na EJA em relação às dificuldades dos professores e estudantes, foram destacadas: a precária estrutura da escola e ainda “[...] a falta de materiais didáticos direcionados para este público de alunos.”.

Tratando-se do ensino de Matemática, Oliveira, Menezes e Canavarro (2012, p. 558) ressaltam que um dos objetivos do professor de Matemática é “[...] proporcionar aos alunos boas representações dos conceitos que se propõe ensinar, ou seja, é importante que os conceitos que por natureza são abstratos possam ser “tornados presentes” aos alunos.”.

No processo de aprendizagem é necessário que os estudantes aprendam os conceitos de modo mais significativo, assumindo o papel de agentes ativos da aula. Fiorentini e Miorim (2010, p. 5) exemplificam que “[...] o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade.”. Eles ainda destacam que a construção e manipulação de um material possibilita ao estudante compreender a Matemática de forma mais efetiva.

De acordo com a análise realizada por Ribeiro (2011), nos estudos de Bruner (1960, 1986) pôde-se evidenciar três estágios de desenvolvimento cognitivo que acontecem enquanto o sujeito manipula objetos: enactive ou ativo, icônico e simbólico. No estágio enactive, o mundo é representado pelo sujeito a partir de sua experiência em manipular e tocar. No icônico, o sujeito já é capaz de representar mentalmente os objetos, ou seja, a representação visual é melhor desenvolvida. Já no simbólico, a linguagem é utilizada para representar e organizar a realidade, sendo possível levantar hipóteses e fazer deduções.

O uso de objetos para promoção da aprendizagem foi uma concepção que surgiu a partir do Movimento Escola Nova, o qual defendia que o estudante aprende fazendo (GAZIRE; RODRIGUES, 2012). Porém, “[...] muitos professores tiveram uma compreensão restrita desse processo, ao entenderem que a simples manipulação empírica destes objetos levaria à aprendizagem de conceitos.” (GAZIRE; RODRIGUES, 2012, p. 188). Este fato induziu uma postura tradicional às escolas, ao afirmarem que “[...] o uso de materiais ou objetos era considerado pura perda de tempo, uma atividade que perturbava o silêncio ou a disciplina da classe.” (FIORENTINI; MIORIN, 1990, p. 2).

Para esta pesquisa, utilizaremos o conceito de Lorenzato (2006), citado por Gazire e Rodrigues (2012), no que se refere ao uso de objetos e materiais em sala de aula. O autor define Material Didático como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem” (LORENZATO, 2006 apud GAZIRE; RODRIGUES, 2012, p. 190). Dessa forma, giz, quadro, caneta, calculadora e tudo o que for utilizado no processo de ensino e aprendizagem é Material

Didático. Com essa variedade de materiais, o autor enfatiza o Material Didático Concreto, destacando duas interpretações básicas: “uma delas refere-se ao palpável, manipulável e a outra, mais ampla, inclui também imagens gráficas” (LORENZATO, 2006 apud GAZIRE; RODRIGUES, 2012, p. 190). Será usado nesta pesquisa o MDCM, Material Didático Concreto Manipulável.

Baseados em Lorenzato (2006), Gazire e Rodrigues (2012) destacam que o MDCM desempenha várias funções, tais como: apresentar um assunto aos estudantes; motivar; auxiliar na memorização dos resultados e facilitar a redescoberta. Ainda salientam que estes materiais se apresentam essenciais na construção e ampliação dos conceitos matemáticos, possibilitando “[...] o envolvimento ativo do aluno que vai progredindo do concreto para o abstrato” (SERRAZINA, 1990 apud GAZIRE; RODRIGUES, 2012, p. 191).

Vale ressaltar que muitos professores lançam mão do MDCM nos anos iniciais de escolaridade. Todavia, nos anos finais, este recurso é bem menos utilizado (VIEIRA, 2010). Para Vieira (2010, p. 40), quando um aluno “[...] se depara com uma situação desconhecida, o uso de um material que possa ilustrar o que está sendo discutido pode ser indispensável[...]”. A autora ainda afirma que os alunos que apresentam dificuldades para abstrair “[...] necessitam de recursos que possibilitem uma visualização do que está sendo estudado para que possa ocorrer a compreensão.”.

Para Azevedo (1979, apud FIORENTINI; MIORIM, 1990), é necessário apresentar recursos pedagógicos de maneira que representem situações concretas, principalmente no ensino de Matemática, proporcionando ações, pensamentos, experimentações, descobertas, e a partir daí apresentar as situações abstratas.

No estudo da Trigonometria, os assuntos abordados são bem abstratos em sua maioria. Por conta disso, Ribeiro (2011, p. 27) evidencia que a “[...] riqueza visual e manipulativa destes materiais ajudam os alunos a relacionar as várias informações tratadas na trigonometria. Eles auxiliam também na generalização de relações a partir de situações particularidades.”.

2.4 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA NO ENSINO

É importante que o professor de Matemática tenha conhecimento da sua disciplina, porém o processo de ensino do saber pode depender muito da compreensão de como se originaram os conceitos e as motivações para o seu desenvolvimento (D’AMBROSIO, 2012).

Ao conhecer historicamente a criação e desenvolvimento de teorias e práticas matemáticas, o educador passa a ter uma visão mais ampla e contextualizada daquilo que

pretende construir com os alunos acerca do conhecimento e possíveis modernizações de determinado assunto. Como afirma D'Ambrosio (1996)

Uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. Ter uma idéia, embora imprecisa e incompleta, sobre por que e quando se resolveu levar o ensino da matemática à importância que tem hoje são elementos fundamentais para se fazer qualquer proposta de inovação em educação matemática e educação geral. (D'AMBROSIO, 1996, p. 29).

De acordo com o PCN-Matemática (1998, p. 43), a abordagem histórica pode ser uma ferramenta auxiliar muito útil aos professores quando recebem indagações sobre a necessidade do estudo de determinados conteúdos, pois pode “[...] esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno [...]” e “[...] contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento.”.

Para D'Ambrosio (1996), a História da Matemática no ensino deve ser vista como fator motivador para Matemática, promovendo no aluno a curiosidade, o interesse na pesquisa e investigação. A História da Matemática é um elemento importantíssimo para “[...] perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época.” (D'AMBROSIO, 1996, p. 29).

Mendes (2001 apud Paiva, 2018) afirma que o conhecimento provém de diferentes grupos socioculturais que se organizaram e se desenvolveram intelectualmente de acordo com suas necessidades, interesses e condições de sobrevivência, levados pela mobilidade característica da sociedade humana, e que a informação histórica pode contribuir para a disseminação desse conhecimento. Assim, a autora entende que ensinar Matemática recorrendo a sua história é tratá-la como uma manifestação cultural.

Segundo Souza (2009), conhecer o processo histórico da Matemática contribui muito para tornar o ensino mais atraente, desvendando o fundo humano por trás de sua aparência fria. O autor também entende que a contextualização da Matemática possibilita que o estudante deixe de ocupar a posição de espectador passivo em sala, criando relações entre o objeto estudado e o seu cotidiano. Souza (2009) ainda afirma que

[...] um dos argumentos de utilizar a História no Ensino de Matemática, trata-se do poder motivador da história que promove o despertar do interesse do aluno e pode ser uma fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino aprendizagem da Matemática Escolar na atualidade. (SOUZA, 2009, p.9).

De acordo com Bianchi (2006), baseada em Fasanelli (2000), os educadores podem proporcionar um raciocínio matemático e o desenvolvimento individual utilizando recursos

históricos, motivando-os e também favorecendo-os na resolução de desafios.

2.5 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

Conforme mencionado na introdução, esta pesquisa tem por finalidade produzir um material como proposta para professores. Dessa forma, foi feito um levantamento de trabalhos acadêmicos que traçaram caminhos bem semelhantes ao nosso, buscando um aprofundamento nos temas abordados neste trabalho e as experiências geradas a partir do uso do MDCM, tendo como objetivo apresentar resultados que esperamos para o material desenvolvido, se um dia for aplicado por algum professor. Estes trabalhos foram selecionados a partir de pontos em comum com esta pesquisa, mediante alguns parâmetros que serão descritos mais adiante.

O levantamento foi feito em dois bancos de dados: O banco de teses e dissertações da Capes e o Google Acadêmico.

2.5.1 Banco de Teses e Dissertações da Capes

O primeiro levantamento foi realizado no dia 31 de outubro de 2020. No campo de busca foram inseridas as seguintes palavras chaves: “materiais manipuláveis PROEJA”, tendo um retorno 87292 trabalhos. Considerando a enorme quantidade de trabalhos e muitos deles serem de outras áreas de conhecimento, foi inserido então o filtro “Matemática”, como área de conhecimento. Então, retornaram 290 trabalhos dos quais buscamos selecionar os que tivessem interseção com esta pesquisa. Nesse passo foram descartados trabalhos que:

- Não tem como foco o Ensino de Trigonometria;
- tem como Público alvo: Ensino Superior;
- Não utilizam de Material Didático Concreto Manipulável;
- Utilizam somente jogos e/ou tecnologias;
- São artigos e publicações em periódicos e revistas.

Ao término desse processo, foram selecionados 7 trabalhos.

2.5.1.1 *Materiais manipuláveis: a matemática ao alcance das mãos*

O trabalho é uma dissertação desenvolvida pelo PROFMAT, com apoio da CAPES, na Universidade Estadual de Santa Cruz, no Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, em Ilhéus, no ano de 2013. A autora deste trabalho é Cíntia Karla Alves Souza, sob orientação do Prof. Dr. Sérgio Mota Alves.

A motivação para o trabalho veio a partir das experiências da autora como estudante da educação básica e como professora, no qual procurava entender o motivo dos estudantes possuírem tanta dificuldade em Matemática. Tendo como foco promover a utilização de Materiais Didáticos Manipuláveis nas aulas da disciplina, a proposta do trabalho é que estes materiais sejam utilizados pelos professores objetivando um conteúdo tátil.

A autora faz uma colocação e valorização da História da Matemática como recurso nas aulas, algo que também está presente em nossa pesquisa. Ela defende um resgate a História da Matemática, por ser possível apresentar os processos pelos quais os matemáticos da antiguidade resolviam e demonstravam. Ela acredita que fazendo o uso deste recurso possibilita ao estudante se certificar que o saber ao qual temos, atualmente, passou por vários processos, estudos, experimentos e foi cercado de erros e acertos.

Ela ainda faz um destaque acerca da unificação da Geometria com a Álgebra, ou seja, relações algébricas que resultam de manipulações geométricas, a fim de resgatar a maneira como os matemáticos da época já enxergavam a Geometria como grande aliada da Álgebra e Aritmética.

Os assuntos sugeridos e destacados pela autora foram: Frações; Área de figuras planas; Relações Métricas no Triângulo Retângulo; Teorema de Pitágoras; Produtos Notáveis e Equação do 2º. grau.

A dissertação foi dividida por capítulos. O primeiro capítulo apresenta um breve relato da experiência da autora. No segundo, é apresentado um apanhado histórico da disciplina no Brasil, para entender as causas do fracasso no ensino e aprendizagem de Matemática. Já no terceiro, é apresentado o produto final da pesquisa. E por fim, no último capítulo são abordados alguns pontos, dos quais a autora acredita ter relação com a má formação dos professores.

No desenvolvimento inicial do trabalho, ela relata que pensou em alguns materiais para serem produzidos, mas não queria que estes fossem descartados assim que encerrasse uma aula. A ideia é incentivar que o material seja objeto das aulas de Matemática, e não somente uma proposta de aula “diferente”.

Para isso, desenvolveu um quadro fixo magnético para que o professor pudesse

manipular e que promovesse interação entre os estudantes. Ela afirma que “o aluno assimila o conteúdo através da construção e não apenas pelas regras e fórmulas prontas.”.

O quadro foi construído medindo 100cm x 80cm. Para a abordagem dos temas foram desenvolvidas peças em acrílico, com imã no verso, para que fosse possível a movimentação no quadro. Foram confeccionados seis kits de peças em acrílico, que por sugestão da autora também podem ser em E.V.A., para abordar cada tema. Também é mencionado que o professor pode construir outros kits, para trabalhar outros temas.

Quanto à produção dos materiais, a autora buscou ter um olhar inclusivo e prioritário para que fosse acessível, tanto para professores como estudantes. Logo, priorizou o baixo custo na produção, boa durabilidade e viabilidade, e ainda a produção em larga escala.

No último capítulo são apontados alguns questionamentos no que se refere a formação de professores, visto que, a partir de pesquisas realizadas pela autora, os cursos de licenciatura precisam implantar uma nova grade curricular que vise a prática docente. Para isso, ela faz uma chamada para os municípios e estados, propondo que sejam implementados cursos de formação continuada para docentes da rede pública de ensino, que utilizem destes materiais propostos na pesquisa. Visto isso, destaca que seja feito o fortalecimento dos conteúdos, a apresentação de possíveis técnicas de demonstrações, a inclusão da contextualização e a inserção da história da Matemática e novas metodologias.

Na conclusão do trabalho, a autora registra que durante o mestrado percebeu que os professores não possuem base teórica necessária, tanto no domínio do conteúdo quanto na própria metodologia.

Como mencionado anteriormente, foi feito um levantamento histórico da Matemática no Brasil. Entre estas pesquisas, a autora evidenciou que a grande dificuldade dos estudantes é resultante de ensino expositivo e de um comportamento passivo por parte dos alunos, concluindo que isso causou uma tremenda aversão à Matemática.

Ainda que o trabalho dela não tenha todos os pontos em comum com o nosso, destacamos algumas temáticas importantes e válidas que se encaminham para o mesmo objetivo.

Embora o nosso trabalho seja desenvolvido para uma eventual aplicação em turmas do PROEJA, o público alvo do nosso trabalho são professores de Matemática que lecionam no PROEJA ou pelo menos na Educação Básica. O que também é o objetivo da autora, no qual o material desenvolvido é destinado ao docente.

Mesmo que os temas sugeridos não sejam abordados em nosso trabalho, o fato da proposta ser da construção de um material manipulável que visa facilitar o ensino de

Matemática e ainda promover uma alternativa para os professores, garantindo a visualização, construção e contextualização, é de grande valor.

Em uma de suas colocações conclusivas, a autora destaca que é “inegável a contribuição dos materiais manipuláveis [...], a falha está na forma como eles são utilizados. A aplicação ocorre, geralmente, de forma solta, sem a contextualização e as ligações necessárias entre prática e teoria.”.

Ainda que com assuntos diferentes, outro ponto comum e que foi mencionado anteriormente é a abordagem da História da Matemática. No qual a autora defende ser “muito importante para o desenvolvimento cognitivo, uma vez que especialistas apontam uma grande semelhança entre o processo histórico e a construção de novos conhecimentos pelos indivíduos.”.

No decorrer da dissertação, a autora menciona e defende que a Geometria se associe em abordagens algébricas e aritméticas, pois acredita que assim o estudante perceba as relações e tenha fundamentos para utilizar determinadas fórmulas. Este fato e a ideia do uso do material produzido pela autora sintetiza a Teoria de Raymond Duval, o Registro de Representação Semiótica, que será um dos pontos defendidos em nossa pesquisa também.

A teoria na visão do autor permite a diversificação nas representações de um mesmo conteúdo, em que cada representação aborde um conceito, propriedade e desenvolvimento diferente. É importante ressaltar que em nenhum momento a autora menciona a teoria de Raymond Duval, mas é perceptível que seus argumentos personificam a ideia da teoria.

Ela destaca que para este trabalho realizou algumas pesquisas sobre a dificuldade dos estudantes na disciplina de Matemática. Baseada em registros históricos do Ensino de Matemática no Brasil, o ensino tradicional é a maior causa de dificuldade na aprendizagem. Assim, enfatiza que é necessário reformular o currículo dos cursos de Licenciatura em Matemática e sugere formação continuada para professores que lecionam.

Apona ainda ser imprescindível o uso de Material Didático Concreto Manipulável junto à abordagem histórica, visando o desenvolvimento cognitivo. O que muitos especialistas destacam ser a chave neste processo, a união dos pontos históricos e a construção de novos conhecimentos.

2.5.1.2 *Circunferência Trigonométrica Manipulável*

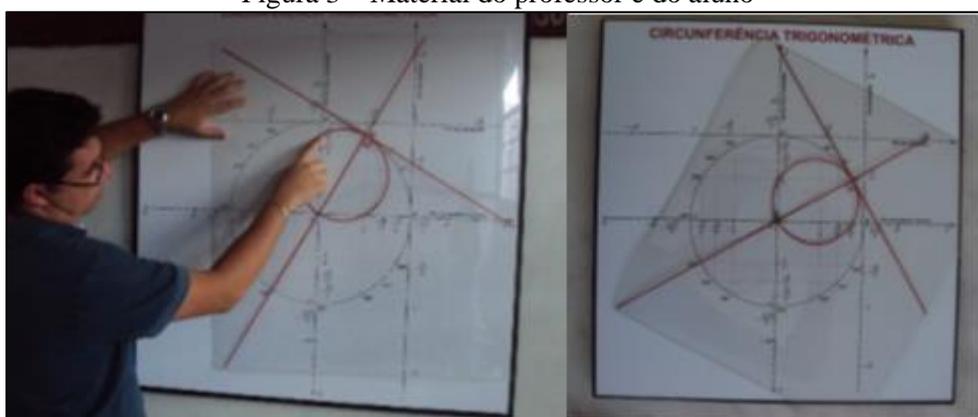
O trabalho é uma dissertação de mestrado desenvolvida na Universidade Estadual de Santa Cruz, pelo programa PROFMAT, no ano de 2014. O autor deste trabalho é Danilo Porto Rusciolelli e tem como orientadora a Prof.(a) Dr.(a) Mariana Pinheiro Gomes da Silva.

Como consequência das inquietações do autor em relação a formação de professores, a sobrecarga do trabalho e a falta de incentivo aos professores e estudantes, ele defende a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática o uso de Materiais Manipuláveis. Para isso, a proposta do trabalho foi apresentar um material chamado de Circunferência Trigonométrica Manipulável para ser utilizado nas aulas de Trigonometria para uma turma do 2º ano do Ensino Médio.

A proposta se deu a partir de uma tentativa de utilização do software Geogebra durante uma aula de Trigonometria. Entretanto, o autor relata que foram muitos problemas enfrentados: “a quantidade de computadores em condições de uso não era suficiente na escola; alguns computadores apresentaram problemas durante as aulas, [...] alguns alunos não conseguiram operar as máquinas, sendo mais um empecilho na aprendizagem”.

Dessa forma, ele idealizou um material manipulável que tivesse traços do o software utilizado em sua experiência inicial. Foram confeccionados dois materiais: um para o professor e outro para o aluno.

Figura 3 – Material do professor e do aluno



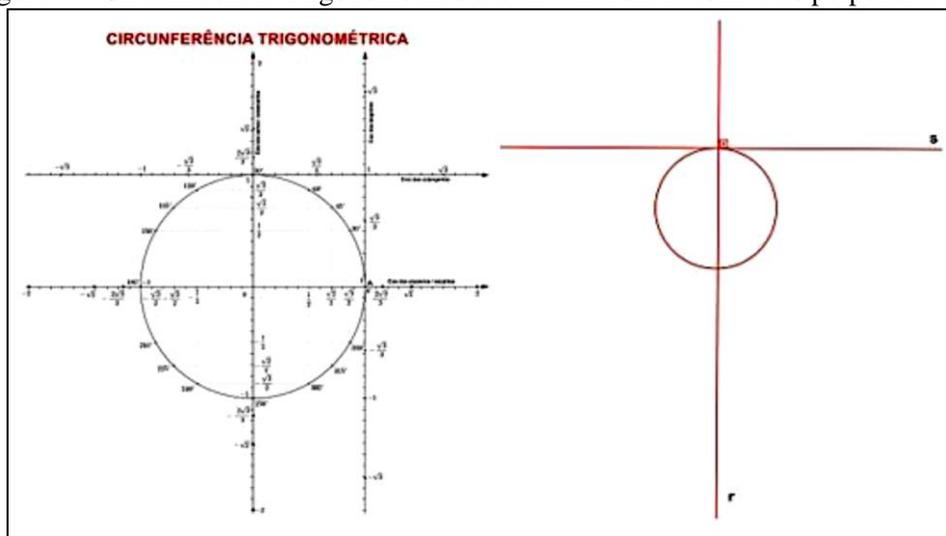
Fonte: Rusciolelli (2014).

A partir disso, foi elaborada uma Circunferência Trigonométrica Manipulável. O objetivo é que o estudante a utilize para verificar os valores de seno, cosseno, tangente, secante, cossecante, cotangente, suas propriedades e relações. Para isso, foi impressa uma figura da Circunferência Trigonométrica com diâmetro medindo 16cm, com os eixos de cada Identidade

Trigonométrica colada sobre uma chapa de aço e plastificada com adesivo transparente.

Numa folha transparente foi impressa uma Circunferência com diâmetro de mesma medida do raio da Circunferência Trigonométrica, composta por duas retas perpendiculares. Uma que passa pelo centro, denominada por “r”, e outra tangenciando a circunferência, denominada por “s”, como ilustra a figura a baixo.

Figura 4 – Circunferência Trigonométrica e a circunferência com retas perpendiculares



Fonte: Rusciolelli (2014).

As folhas impressas e os adesivos foram parafusados na chapa de aço para que ao manipular não se desprendessem. Neste material também foram utilizados triângulos em material imantado para serem usados na chapa de aço.

É importante ressaltar que o material do professor foi construído com medidas maiores que o dos alunos, possibilitando o manuseio na frente da turma com facilidade.

O autor optou pela utilização dos arcos da circunferência em graus, por ser mais usual e entendendo que facilitaria a compreensão dos estudantes. Contudo, destaca que no momento da aula é válido que os professores abordem oralmente as medidas dos arcos em radianos.

A aplicação do material foi numa turma de 2º ano do Ensino Médio, formada por 16 estudantes com idades entre quatorze e dezesseis anos. Este material foi idealizado como um projeto, sendo realizado entre os meses de agosto e setembro com encontros de três aulas por semana.

Em relação a aplicação, inicialmente foi revisto os conceitos de Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo, apresentação dos arcos na circunferência, conversão das medidas de grau para radiano e as características da Circunferência Trigonométricas. Posteriormente, definiu-se as Razões Trigonométricas na Circunferência.

Ao final deste primeiro momento, percebeu-se que parte dos estudantes estavam desestimulados. A carência no domínio de conhecimentos que são pré-requisitos, como não reconhecer as características de uma circunferência, a diferença de retas verticais para retas horizontais e a distribuição dos números na reta real foram situações que surgiram dificultando um pouco a aplicação. Os estudantes receberam uma figura com a Circunferência Trigonométrica impressa para realizar seis atividades.

Na aula seguinte, a turma foi apresentada ao material confeccionado. O professor deu início a explicação de como encontrar, a partir da manipulação do material, os valores das Razões Trigonométricas.

Ao longo do experimento é possível concluir alguns fatos e propriedades trigonométricas como as relações entre Seno e Cosseno e as igualdades equiparando os pontos de intersecção da circunferência com os eixos. Também é possível definir nesta etapa, a não definição do valor da tangente e da secante para os arcos iguais a 90° , 270° e os seus arcos côngruos. Também é possível estudar os intervalos de crescimento e decrescimento, os valores máximos e mínimos, os zeros, domínio, imagem, período, paridade e sinais das Funções Trigonométricas quanto aos quadrantes.

Posteriormente, o professor solicitou que os estudantes realizassem novamente as seis atividades, porém utilizando a Circunferência Manipulável. O autor descreve que foi notória a mudança na postura dos estudantes pois estavam conseguindo entender o funcionamento do material e como era válido seu uso para percepção do que se tinha anteriormente apenas algebricamente. Também relata que os estudantes passaram a ver lógica, pois foram associando com a etapa teórica.

O autor aponta melhora no quantitativo de acertos das atividades. Na atividade 1 teve um alcance máximo de 67% de aproveitamento em uma atividade na turma. No segundo momento, na mesma questão, 86% dos estudantes acertaram. Na atividade 2, antes do material apresentado, 44% dos alunos acertaram uma questão. Após a apresentação do material, na mesma questão, 90% dos alunos acertaram. Analisando os resultados de todas as atividades antes e depois da manipulação do material, percebeu-se um avanço significativo nas atividades realizadas com o material manipulável.

Ao final do trabalho, o autor faz alguns relatos em relação aos resultados da aplicação e sua visão geral. Ele deixa claro que encontrou problemas como os pré-requisitos dos estudantes para abordagem deste tema, por comumente ser um tema que gera medo e temor, acarretando a baixa autoestima e pouca evolução na aprendizagem. Justamente por estes motivos, viu-se que a Circunferência Trigonométrica pode proporcionar ao professor mais uma opção para

superar essas dificuldades. Destaca que as aulas se tornaram dinâmicas, prazerosas e ainda facilitando o entendimento por parte dos estudantes, excluindo qualquer brecha para decorar.

Ele conclui dizendo que existe uma resistência ao uso dos materiais manipuláveis por parte dos professores, mas deve-se pensar que este material é uma ferramenta pedagógica muito rica, com vantagem no custo e transporte, favorecendo a cooperação da turma e interatividade entre estudantes e professor.

2.5.1.3 A Circunferência Trigonométrica Numa Abordagem Concreta

Este trabalho é uma Dissertação escrita por Marconi Silveira Camera, apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática. Sendo defendido na Universidade Federal da Bahia – UFBA, sob a orientação do Prof. Dr. José Nelson Bastos em Salvador no ano de 2015.

O autor destaca que o ensino da matemática envolve muitas questões problemáticas, sendo a principal delas a didática de sala de aula. Segundo ele, os docentes não se preocupam em modificar sua metodologia, buscar o aperfeiçoamento profissional e assim melhorar sua prática.

Argumentando a necessidade de tornar o ensino de matemática mais dinâmico, contextualizado e interdisciplinar através de educadores criativos, com capacidade de analisar várias formas de abordar os diferentes conteúdos, possibilitando aos seus alunos um ensino interessante de matemática, o autor defende o uso de materiais didáticos na prática pedagógica.

Visto que o uso propicia a participação do aluno em atividades manipulativas e visuais que podem servir de suporte para sua cognição, com grande importância no processo de ensino e aprendizagem, promovendo a compreensão de conceitos e propriedades matemáticas. Ressaltando que é necessário avaliar o conteúdo a ser estudado, os objetivos a serem atingidos, o tipo de aprendizagem que se espera alcançar, a filosofia e política escolar.

A partir disso, foram construídos nove materiais didáticos, um para o professor e oito para serem trabalhados pelos alunos em grupos, com objetivo de possibilitar condições para uma aprendizagem com a participação ativa dos alunos na construção de ideias sobre o conteúdo da Trigonometria, mais especificamente o Ciclo Trigonométrico.

No desenvolvimento das atividades o professor assume a função de mediador instigando os alunos a pensarem, estabelecendo relações entre as ações desenvolvidas e as soluções encontradas para os desafios obtidos nas atividades ou os desenvolvidos propostos.

Para a construção do material foi utilizado uma placa em madeira de 45cm x 45cm; pregos nº 1; borrachas elásticas e plástico adesivo.

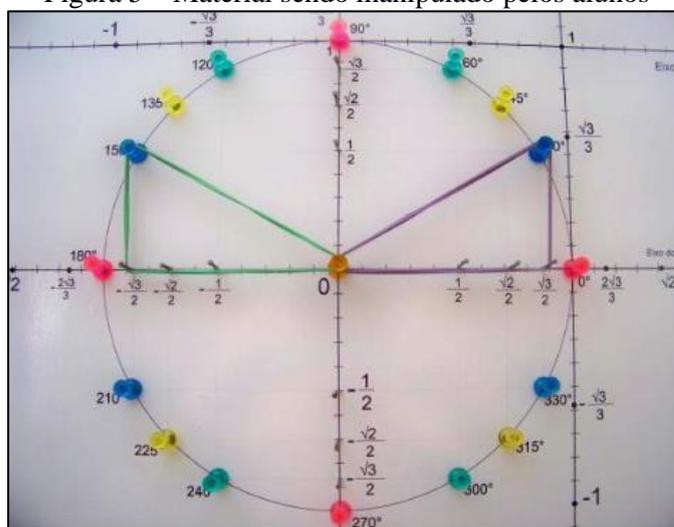
Seguindo os seguintes passos:

- Elaborou-se uma circunferência trigonométrica utilizando o programa Core-Draw;
- Imprimiu-se nove folhas adesivas com a referida imagem citada no item anterior;
- Em uma marcenaria foram produzidas seis placas de madeira medindo 45cm por 45cm;
- Anexou-se a folha adesiva nas placas de madeira;
- Com o uso de um martelo prenderam os pregos nos pontos da circunferência.

A Circunferência Trigonométrica Concreta foi aplicada pela professora Carolina Silva Bitencout para turma do 2º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Duque de Caxias, localizada no bairro da Liberdade em Salvador no período matutino. A aplicação desta atividade teve duração de 5 aulas de 50 minutos.

Primeiramente os alunos manipularam o material didático fazendo a marcação do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis e seus correspondentes nos demais quadrantes do Ciclo Trigonométrico, além de definir o valor desses ângulos. Como podemos observar na figura a seguir.

Figura 5 – Material sendo manipulado pelos alunos



Fonte: Camera (2015)

Posteriormente as atividades propostas e desenvolvidas em sala pelos alunos sob a orientação da professora foram divididas em seis partes.

Na primeira etapa, chamada de atividade 1, era fornecida uma tabela com dezessete ângulos em radiano para que o aluno completasse essa tabela colocando o valor em graus e o seno destes ângulos.

Figura 6 – Questão 2

α (em radianos)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
α (em graus)									
$\text{sen}(\alpha)$									

Fonte: Camera (2015)

Depois disso os alunos responderam algumas perguntas relacionadas a tabela, como o valor máximo e mínimo do seno e a variação observada em cada quadrante.

Nas etapas (atividades) 2, 3 e 4 os processos eram semelhantes ao da atividade 1, fazendo referência ao cosseno, tangente e cotangente respectivamente. E as etapas 5 e 6 traziam perguntas relacionadas a secante e cossecante de alguns ângulos.

Ao final de cada atividade a professora avaliou o desenvolvimento, as dificuldades encontradas e se os objetivos foram alcançados. Segundo ela, os alunos ficaram curiosos, contribuíram com o grupo, interagiram, questionaram, o que ela considerou um fator bastante positivo. Com a realização da atividade e a discussão acerca da mesma, os alunos tiveram uma maior facilidade em responder os exercícios tendo por consequência um melhor desempenho nas avaliações (teste e prova).

O autor observou que a Circunferência Trigonométrica Concreta, enquanto recurso mediador no processo de ensino e aprendizagem, mostrou-se fundamental para conquistar o interesse dos alunos. As aulas se tornaram mais envolventes, dinâmicas, mais significativas e prazerosas, facilitando a visualização das propriedades referentes as razões trigonométricas e as demonstrações das relações trigonométricas.

Concluindo que o uso de materiais didáticos manipuláveis proporciona vantagens no desenvolvimento cognitivo dos alunos, assim como no campo afetivo e psicomotor. Ele acredita que os materiais didáticos manipuláveis ao serem usados desde as séries iniciais levam o aluno a desenvolver o senso crítico, o que propicia análises, investigações, resolução de problemas mais complexos, argumentações e compreensão da realidade.

Fazendo o comparativo entre o trabalho de Camera com o nosso, destacamos primeiramente a escolha do conteúdo a ser trabalhado, no caso a Trigonometria. A ideia se assemelha também em relação a revisão de noções prévias necessárias para o desenvolvimento do trabalho.

Seguindo a análise dos trabalhos, outro ponto de semelhança é a proposta do uso do MDCM como ferramenta auxiliar no processo de Ensino. O professor é um mediador permitindo que a manipulação desse material por parte dos alunos assumam papel de destaque,

no intuito de facilitar a compreensão do conteúdo que está sendo estudado. Vale ressaltar e destacar que em ambos os trabalhos optou-se por dividir as tarefas em grupos, possibilitando a troca de experiência entre os alunos.

A escolha do público alvo é uma distinção a se enfatizar. Enquanto o trabalho de Camera visou o Ensino Médio do Ensino Regular, nós temos por público o PROEJA.

2.5.1.4 O Geoplano circular dinâmico e as tábuas de cordas de Ptolomeu e Copérnico como alternativa no ensino aprendizagem de conceitos trigonométricos

O trabalho é uma dissertação escrita por Leonardo Martins do Nascimento e apresentada ao Mestrado Profissional em Matemático pelo programa do PROFMAT. Sendo defendido na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), sob a orientação da Prof^a. Dr^a. Maria Deusa Ferreira da Silva, na cidade de Vitória da Conquista – BA.

A pesquisa tem como proposta desenvolver um conjunto de atividades voltadas para estudantes do Ensino Médio. Traçando o caminho histórico da evolução do conhecimento matemático, em especial a Trigonometria, por meio de atividades investigativas refazendo a construção das tábuas de cordas de Ptolomeu e Copérnico.

Tendo como questionamento investigar de que forma o uso da História da Matemática e de aulas investigativas por meio de reconstrução de tabelas trigonométricas pode propiciar uma aprendizagem significativa de conceitos da Trigonometria. O objetivo é despertar o interesse para o uso da História da Matemática em aulas investigativas como um recurso didático para a aprendizagem de conceitos da Trigonometria.

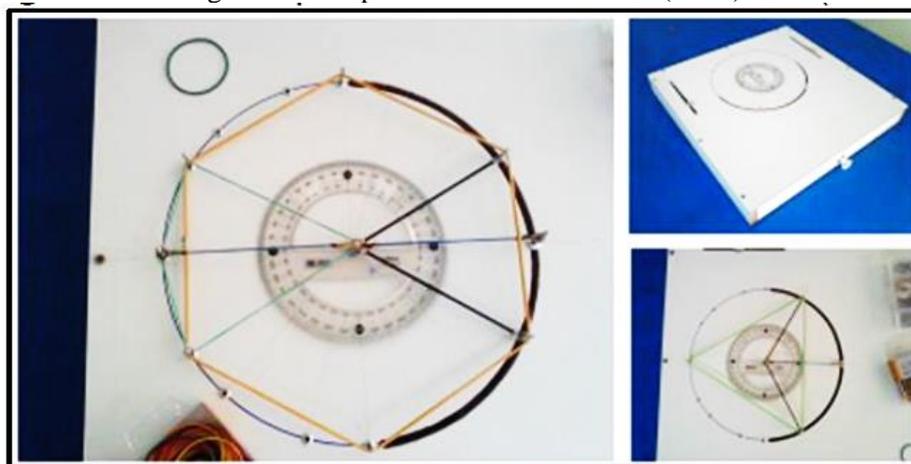
Para isso, foi elaborado uma sequência metodológica dividida em três momentos que permitiram por meio de questionários/bloco de atividades, coleta de dados e anotações uma análise qualitativa.

No primeiro momento o autor apresenta um rápido resumo acerca da evolução histórica da Trigonometria. Comentando sobre alguns personagens principais e suas contribuições para construção de tal campo da Matemática, destacando a contribuição de Ptolomeu e Copérnico que de modo semelhante construíram suas tábuas de cordas. Posteriormente, fez atividades que levaram a reconstrução das tábuas de cordas e assim buscou uma relação com a tabela do Seno. E por fim, promoveu uma discussão sobre o uso de material manipulável no ensino da Matemática, como uma alternativa didática e a respeito de se trabalhar uma atividade envolvendo trigonometria em sala de aula, a partir de um processo de investigação e recriação da História da Matemática.

Já sobre o material manipulável, ressaltou algumas ideias de autores que não defendem o uso de material concreto por entenderem que com o avanço dos recursos computacionais a utilização desse material ficou obsoleta. Também destacou os que defendem o uso por entenderem que entre as diversas ideias, esse material vai além de qualquer tendência didático-pedagógica. Diante das argumentações apresentadas, decidi incluir o material manipulável como um recurso didático nas atividades de investigação histórica.

No que se refere ao material manipulável em si, o pesquisador relatou a dificuldade em encontrar um material pronto que atendessem as condições do trabalho. Dessa forma, decidiu criar o Geoplano Circular Dinâmico (GCD), que permite variar principalmente o tamanho da corda de um arco de circunferência como ilustra a imagem abaixo.

Figura 7 – Geoplano Circular Dinâmico (GCD)



Fonte: Nascimento (2014)

O trabalho tem como público alvo 30 alunos do 3º ano do Ensino Médio, turma A-2014, da Escola Estadual Deputado Esteves Rodrigues, localizada no município de Montes Claros/MG. A escolha se deu por conta do pesquisador ser professor dessa turma na disciplina de Matemática e também pelo fato do conteúdo de Trigonometria ser trabalhado nessa etapa do ensino.

É possível destacar pontos semelhantes e distintos entre o trabalho de Nascimento e o nosso. Destacamos como pontos semelhantes: o material manipulável utilizado, que é uma criação/adaptação de baixo custo, podendo ser reproduzido por qualquer pessoa, o objeto de estudo é um tópico da Trigonometria e ambos os trabalhos utilizam da História da Matemática como uma ferramenta auxiliar no processo de ensino do conceito estudado.

Entretanto, também ressaltamos os pontos em que divergem. Um deles é o público alvo. Enquanto o público do trabalho de Nascimento são alunos do 3º ano do Ensino Médio, o nosso

tem por foco professores que lecionam nas turmas do PROEJA. Outro ponto a se destacar é que esse trabalho é uma sequência didática que foi aplicada, enquanto o nosso é uma proposta didática.

O autor conclui que em meio aos diversos desafios que envolvem a carreira docente, melhorar a prática em sala de aula visando à qualidade no ensino e a alcançar um nível maior de satisfação dos alunos em aprender conceitos, deve sempre ser um norte para nossas ações.

O professor de Matemática que quer propiciar uma aprendizagem mais significativa por meio de atividades que despertem o interesse dos estudantes, tem na História da Matemática um ótimo campo de atuação. Com a realização da pesquisa, no entendimento do autor, as questões iniciais foram respondidas, uma vez que constatou que a História da Matemática deve ser utilizada como forma de dar significado à aprendizagem dos alunos. Buscando atividades que os permitam confrontar a maneira como o conhecimento foi construído, e como é apresentado atualmente.

Também constatou que a utilização dos materiais manipuláveis como recurso didático, quando feito de forma coerente adequada às atividades e com fins bem definidos, torna-se um grande aliado do professor no desenvolvimento de conteúdos em sala de aula. Esses materiais possuem um papel motivador e integrador, sendo capaz de despertar o interesse dos alunos pelo tema abordado. Segundo ele, por meio de observações e relatos, os alunos confirmaram que a utilização do material manipulável Geoplano Circular Dinâmico – GCD facilitou a compreensão de vários conceitos. Além de permitir a construção de formas geométricas para auxiliá-los na resolução das atividades.

E percebeu que a utilização do GCD durante as atividades otimizou o tempo para ministração dos conteúdos. Simplificando diversos procedimentos que utilizariam as técnicas de desenho geométrico, com régua e compasso.

Assim, o autor acredita que o trabalho colabora para que professores reflitam acerca do uso da História em suas aulas, por meio de atividades investigativas sobre a evolução histórica do conhecimento a ser estudado. Bem como a importância da construção de materiais manipuláveis para dar significado aos conteúdos matemáticos, a exemplo da Trigonometria.

2.5.1.5 *Matemática experimental: uso da tábua trigonométrica*

O trabalho é uma dissertação de mestrado desenvolvido na Universidade Estadual de Santa Cruz, pelo programa PROFMAT, no ano de 2013. O autor deste trabalho é Clayton Barros Souza sob orientação do Prof. Dr. Ricardo M. Bentín.

O autor apresenta alguns pontos importantes que se relacionam com suas experiências enquanto professor. Durante o ensino de Trigonometria em suas aulas, observou que os estudantes sempre apresentam incertezas quanto às Razões Trigonométricas, pois não sabem qual usar para resolver uma questão. Também reiterou que o que pode gerar estas dificuldades são as repetições de questões realizadas mecanicamente, voltadas para os estudantes “aprenderem” a chegar à resposta somente.

Para ele, um dos fatores que dificultam o processo de aprendizagem são os livros didáticos que não apresentam os conceitos de maneira clara, nos quais as Relações Trigonométricas são apresentadas sem construção gradual ou demonstrações, sem um significado. Desta forma, o objetivo do trabalho é apresentar e propor estratégias para o ensino de Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo.

A ideia é que numa aula de Matemática os estudantes utilizem as explicações do professor e consigam descrever os processos que obtiveram resultados. E após esse momento, possam utilizar a Tábua Trigonométrica, material manipulável proposto, para realização das atividades, visando uma melhor compreensão destes conceitos de Trigonometria.

Ele acredita que este processo de dominar o tema é lento, porém, deve-se propor uma elaboração de conjecturas, estimulando generalizações e verificações de padrões. Ainda destaca que o trabalho tem como base a forma como os estudantes chegarão aos resultados, de maneira construtiva, a partir do uso do material manipulável. Essa manipulação permitirá a visualização de várias situações, sem que haja apenas o desencadeamento de relações.

O autor ressalta a importância das Razões Trigonométricas em fatos do cotidiano, evidenciando os processos históricos da Trigonometria e definições básicas. Embora estes temas não sejam o foco do nosso trabalho estão entre os pré-requisitos.

Na aplicação, os fatos do cotidiano foram propostos como situações problemas com o objetivo de os estudantes descreverem de maneira natural cada ilustração e representar em linguagem matemática. Desta forma, alcançando de maneira não mecanizada, o uso dos teoremas nas situações que foram apresentadas.

O autor enfatiza que não somente deve-se saber sobre as Razões Trigonométricas, mas saber usá-las corretamente, a partir de observação e percepção geométrica e algébrica. Ainda

destaca que nesse momento foi possível alcançar o desenvolvimento de um pensamento mais significativo. Relata que, as atividades propostas para este primeiro momento permitiram aos estudantes refletirem o significado de cada passo para se resolver o problema.

Após algumas observações, o autor percebeu uma necessidade de os estudantes manipularem algum material concreto de apoio didático. O objetivo foi construir um material que pudesse ser utilizado em sala de aula para o manuseio dos estudantes, buscando possibilitar a observação de padrões e regularidade na manipulação.

Para isso, foi elaborado um material chamado de Tábua Trigonométrica. Neste material era possível analisar as variações quanto aos lados e ângulos de um triângulo retângulo. Assim, podendo movimentar as réguas de apoio, construindo vários formatos de triângulos, todos semelhantes entre si.

O autor defende o uso deste material pois o mesmo permite que os estudantes tenham dinâmica de grupo, a possibilidade de criar imagens mentais que contribuam nos conceitos abstratos e um grande estímulo no processo de aprendizagem. Sendo ainda um material viável e possível, pois possui baixo custo e facilidade na confecção.

A partir das observações apresentadas pelo autor e a elaboração deste material concreto, ele insere um segundo momento para esta aplicação: utilizar o material concreto para realização das questões que foram resolvidas anteriormente. Os problemas foram resolvidos apenas com o material, no qual os estudantes iriam identificar as posições angulares corretas de cada triângulo, manipular e registrar no material. Posteriormente, registrar em linguagem matemática a partir da interpretação do registro concreto.

O autor na explanação dos resultados da aplicação entende que a Tábua possibilitou não somente a passagem de um registro para o outro, mas também um tratamento singular podendo analisar situações diferentes, proporcionado por cada registro.

Ele enfatiza que existe nexos entre as representações feitas e que foram essenciais para que os estudantes alcançassem, a partir da manipulação do material, relações estabelecidas desenvolvidas a partir da análise teórica e o valor da experimentação obtido na medição do material desenvolvido para este fim.

Este fato se aplica a definição de Registro de Representação Semiótica. O autor não menciona esta teoria, mas a ideia de passagem de registros, sendo ilustrações geométricas e algébricas é aplicada na teoria, o que também é abordado em nossa pesquisa.

Por fim, o autor conclui que a partir desta experimentação foi possível identificar carência de conceitos básicos nos estudantes como cálculos de medição, aplicação de regras e fórmulas que já eram conhecidas pelos estudantes. Ele explica que a intenção do material era

justamente quebrar bloqueios quanto a grande abstração desse tema, defendendo a não memorização e repetições de fórmulas. Deixou também uma sugestão: aplicar este tema, juntamente com materiais concretos, no mundo das Ciências, sendo Química, Física e Engenharias.

2.5.1.6 Uma proposta de matemática aplicada para o curso técnico em eletrotécnica integrado ao ensino médio

Este trabalho é uma Dissertação escrita por Rondinelli Oliveira Pinto, apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Sendo defendido na Universidade Federal do Pará (UFPA), sob a orientação do Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes em Belém (PA) no ano de 2017.

Esse estudo teve por objetivo propor uma intervenção curricular por meio da análise do Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará – Campus Tucuruí, e de pesquisas adjacentes, mais especificamente referentes às disciplinas da área técnica que se relacionam interdisciplinarmente com a Matemática.

Para isso o autor analisou a ementa do curso, além de fazer uma pesquisa documental e outra bibliográfica, na intenção de identificar pontos a serem discutidos e alterados na composição de uma melhor formação profissional desses alunos.

A partir destas análises, a pesquisa direcionou-se para a proposição de uma alteração curricular com a inserção de uma disciplina denominada Matemática Aplicada à Eletrotécnica, acompanhado do Plano de Disciplina. Apreciando uma sequência de conceitos matemáticos cujos conhecimentos são indispensáveis às disciplinas técnicas, com a finalidade de facilitar o ensino e aprendizagem das mesmas.

Segundo o autor, apesar da exigência legal atual de que novas características sejam seguidas em Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio, é bem comum encontrarmos instituições que ainda trabalham o modelo dualista antigo numa forma implícita, que separa por totalidade as disciplinas trabalhadas sem a almejada interdisciplinaridade.

Sobre a educação profissional ele afirma que “a concepção de Educação Profissional e Tecnológica orienta os processos de formação com base nas premissas da integração e da articulação entre ciência, tecnologia, cultura e conhecimentos específicos e do desenvolvimento da capacidade de investigação científica, como dimensões essenciais à manutenção da autonomia e dos saberes necessários ao permanente exercício da laboralidade, que é a

disposição para o trabalho, que se traduzem nas ações de ensino, pesquisa e extensão. Por outro lado, é essencial a compreensão de que a educação profissional e tecnológica deve também contribuir para o progresso socioeconômico.”.

Ainda segundo ele, o desenvolvimento da Educação Profissional no Brasil está relacionado a busca da qualidade de mão-de-obra para o avanço econômico, incentivado pelo capitalismo neoliberal e pela necessidade do trabalhador de ter sua qualificação.

A Escola Técnica Federal do Pará - ETFPA, hoje Instituto de Educação Ciência e Tecnologia do Pará – IFPA, através da Portaria nº 1.769 de 21 de dezembro de 1994, criou a antiga Unidade de Ensino Descentralizada de Tucuruí–UnED. Primeiramente essa unidade implantou os cursos de Eletrotécnica e Saneamento, contando com o ingresso de 120 alunos, divididos em três turmas de 40 alunos, sendo uma de Saneamento no período matutino e duas turmas de Eletrotécnica, uma matutina e outra noturna.

Este curso forma profissionais para atuarem na instalação, operação e manutenção de elementos de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica.

Em busca do embasamento necessário para a defesa de sua proposta de intervenção curricular, o autor analisou componentes que dão formato ao Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio do IFPA - Campus Tucuruí.

Primeiro ponto analisado foi o PPC do curso, e o que se encontrava em vigor na data da publicação deste trabalho era o de 2011. Trazendo consigo, a organização do curso numa base de conhecimentos científico-tecnológico humanístico e estruturado em oito semestre, totalizando 4 anos, perfazendo um total de 3.904 horas. Sendo 1.358 horas para as disciplinas técnicas e complementares que são semestrais e 2.546 horas para as disciplinas do Ensino Médio que são anuais. A forma de acesso acontece mediante processo seletivo onde são ofertadas 35 vagas anualmente, levando em consideração as ações afirmativas que contemplem estratégias políticas de correção de desigualdades sociais e formas de efetivação de direitos.

Sobre o currículo foi avaliado o currículo integrado, a interdisciplinaridade e a contextualização do ensino da matemática. Para o autor “o currículo integrado para ser efetivado precisa ser compreendido como uma necessidade política, social e pedagógica. As mudanças de concepções e atitudes do corpo técnico e dos professores, não devem se dar somente em razão da obediência às leis, mas principalmente pelas possibilidades reais de que o caminho pedagógico feito há anos atrás, não responde mais à dinâmica contextual e global atuais onde o estudante está imerso.”.

Já sobre a interdisciplinaridade e a contextualização do ensino da matemática é observado que trabalhar de forma interdisciplinar possibilita a amplitude do conhecimento dos

conteúdos estudados. E que a contextualização busca dar sentido à aprendizagem, promovendo a construção das relações existentes entre a sala de aula e o mundo externo.

Para elaborar a proposta, o autor dividiu sequencialmente a sua pesquisa da seguinte forma:

1º Pesquisa de campo no IFPA – Campus Tucuruí, envolvendo os docentes das disciplinas técnicas do curso e os discentes das quatro turmas que o curso possui;

2º Pesquisa documental envolvendo o PPC do Curso onde foram verificadas as disciplinas técnicas que o compõe, bem como suas ementas, disposição da disciplina de matemática, carga horária e o currículo atual de matemática do curso;

3º Pesquisa bibliográfica em que nos detivemos em materiais didáticos usados pelos professores (livros, apostilas e artigos), no que diz respeito aos conteúdos das ementas das disciplinas técnicas mencionadas na pesquisa de campo pelos docentes e discentes entrevistados.

Estruturando-a em três partes:

A primeira refere-se à visão dos docentes e discentes do curso;

A segunda refere-se à pesquisa documental no PPC do curso, da ementa das disciplinas técnicas mencionadas pelos docentes e discentes e outras não mencionadas, e a pesquisa bibliográfica nos materiais didáticos utilizados pelos professores e disponíveis na biblioteca do Campus;

E a terceira é a síntese dos resultados das pesquisas documental, bibliográfica e de campo.

Por conseguinte, após toda a análise feita, algumas observações foram definidas como importantes para a validação da proposta, onde podemos citar o recurso didático; a metodologia; o conteúdo pragmático; a avaliação; entre outras indicações feitas neste trabalho.

No geral o autor considerou que os objetivos foram alcançados e que o estudo possibilitou a compreensão do processo histórico da Educação Profissional no Brasil, dando a devida importância aos componentes curriculares do processo de ensino e aprendizagem.

Ao compararmos o trabalho do autor com o nosso, percebemos que há semelhança em ser uma proposta para o curso Técnico em Eletrotécnica de um Instituto Federal, diferenciando apenas que a nossa é uma proposta pedagógica e a do autor uma proposta curricular.

O público alvo como citado anteriormente também traz semelhanças e diferenças. São alunos de um mesmo curso técnico, mas as concomitâncias são distintas, aqui são alunos do ensino médio regular e o nosso são alunos do PROEJA.

Outro ponto de equivalência é o fato de ambos os trabalhos fazerem análise do PPC e

da matriz curricular do curso, além de colher informações e opiniões de alguns docentes.

2.5.1.7 Proposta de atividades para o ensino de trigonometria

O trabalho é uma dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará. Sendo defendido por Francisco Delmar Pinheiro de Sousa sob a orientação do Prof. Ms. Paulo César Cavalcante de Oliveira, na cidade de Juazeiro do Norte (CE) no ano de 2014.

De acordo com o autor, as dificuldades encontradas no ensino da Matemática têm raízes históricas provenientes de um modelo tradicional, dando ênfase, quase que exclusivamente à aplicação de fórmulas e a demonstrações puramente teóricas e distante da realidade.

Com relação ao ensino da Trigonometria, essas dificuldades são ainda maiores devido à origem geométrica, pois a Geometria ainda é um assunto pouco explorado no Ensino Fundamental.

Motivado pela necessidade de se estruturar aulas mais dinâmicas, além das expositivas, que foi elaborada a proposta de atividades para o ensino de Trigonometria priorizando como metodologia: O trabalho em grupo; a confecção de material concreto que sirva de suporte pedagógico e a abordagem de “pré-requisitos”, principalmente tópicos de Geometria Plana que servem de base para a Trigonometria.

Então, buscando uma metodologia de ensino que melhorasse o desempenho de uma turma com os menores índices de aprendizagem em Matemática da escola, o projeto foi elaborado visando trabalhar com a turma de forma diferenciada, reforçando os conteúdos básicos necessários ao desenvolvimento do tema a ser estudado.

Assim, o trabalho relata a experiência da aplicação em sala de aula destacando a construção, estudo e utilização de um Ciclo Trigonométrico ou Prancha Trigonométrica numa turma de Curso Técnico (Nível Médio).

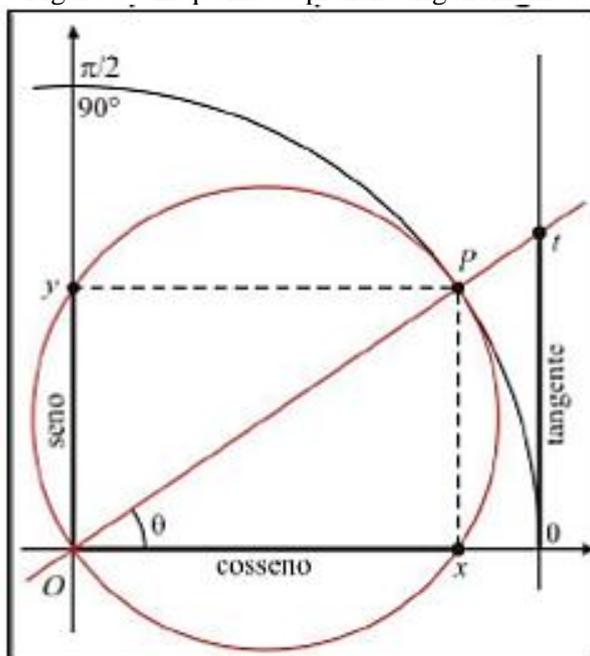
O pesquisador reforça uma ideia que acreditamos ser importantíssima, por meio de uma reflexão da teoria do construtivismo de Piaget e Moreira (2000). Ele acredita que o professor precisa criar situações compatíveis com o nível de desenvolvimento das pessoas, dos alunos. Provocar o desequilíbrio no organismo (mente) para que o indivíduo buscando o reequilíbrio, tendo a oportunidade de agir e interagir (trabalhos práticos), se reestruture e aprenda. Estando atento que, para um ensino eficiente, a argumentação do professor deve se relacionar com os esquemas de assimilação do aluno.

O projeto se dividiu em cinco grupos de atividades. Os dois primeiros destinados ao

estudo de Semelhança de Triângulos e das Relações Trigonômétricas no Triângulo Retângulo. Estes que são conteúdos de anos anteriores sendo pré-requisitos para os dois próximos assuntos. Nos dois grupos seguintes foram abordados a Trigonometria na Circunferência e as Funções Trigonômétricas: Seno, Cosseno e Tangente. Por fim, foi construído um “modelo de teodolito” que junto com o Ciclo Trigonométrico e a teoria estudada nas etapas anteriores, tornou possível se determinar a medida aproximada de alturas inacessíveis em uma aula de campo.

O estudo da Trigonometria na Circunferência foi desenvolvido usando como suporte pedagógico a Prancha Trigonométrica. A construção e estudo deste foi o grande diferencial nesta experiência didática quando comparado aos resultados obtidos desta turma com outras onde não se utilizou tal ferramenta.

Figura 8 – Esquema da prancha trigonométrica

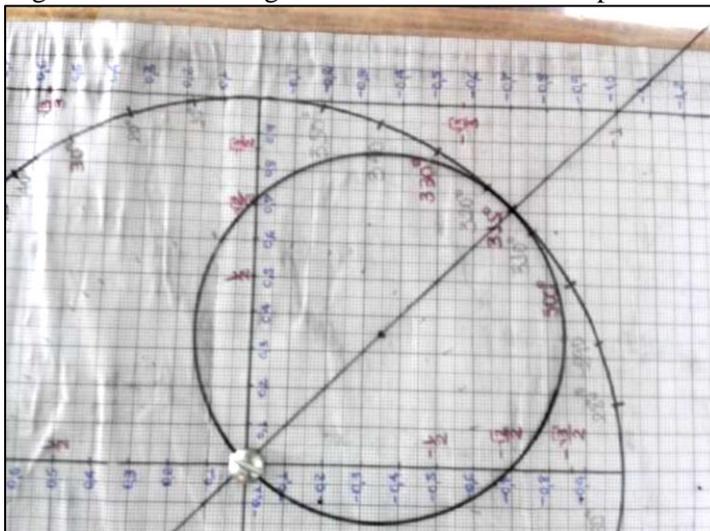


Fonte: Sousa (2014)

A Prancha Trigonométrica é um aparato pedagógico que possibilita, tanto o professor quanto o aluno, desenvolver atividades no estudo do Ciclo Trigonométrico. Ela possibilita observar os valores do seno, cosseno e tangente de um ângulo simultaneamente.

É composta por duas partes: uma base branca fixa e uma transparente giratória. Na base branca encontra-se o Ciclo Trigonométrico de raio 1, dividido em ângulos, numerado internamente em graus e externamente em radianos. Há também os eixos dos senos, cossenos e tangentes, divididos em décimos e também os valores irracionais de ângulos notáveis.

Figura 9 – Prancha trigonométrica confeccionada por alunos



Fonte: Sousa (2014)

O trabalho tem como público alvo alunos do 2º ano do curso Técnico em Comércio Integrados ao Ensino Médio. Segundo as matrizes curriculares da Secretaria de Educação do Estado do Ceará, essa é a série que se começa a explorar a Trigonometria na Circunferência.

A turma é composta por 32 alunos matriculados, sendo 20 residentes na zona urbana do município de Mombaça e 12 na zona rural, com faixa etária de 16 a 20 anos. A maioria são filhos de pais com baixo poder aquisitivo cujas funções variam entre agricultor; trabalhadores autônomos; vigilante; motorista; comerciário; comerciante entre outras.

Segundo o pesquisador, a aplicação do trabalho foi otimizada por ser uma escola de tempo integral, favorecendo a frequência dos alunos às aulas. Entretanto, cerca de 70% dos alunos apresentaram grande defasagem de aprendizagem, tendo dificuldades em conteúdos básicos de Ensino Fundamental. Alguns destes conteúdos são pré-requisitos para o estudo da Trigonometria. Esse fato foi constatado por meio da análise dos resultados obtidos nas avaliações internas e através da aplicação de testes e sondagem.

Analisando esse trabalho com o nosso encontramos pontos que se assemelham e que se divergem. Um ponto semelhante que ressaltamos refere-se ao fato de o assunto estudado ser um tópico da Trigonometria. A forma com que o trabalho é pensado, revisando conteúdos que são entendidos como pré-requisitos até chegar ao conteúdo proposto também acreditamos ser muito semelhante à nossa proposta. Outro ponto a ser destacado é a utilização do Material Manipulável, a Prancha Trigonométrica, como ferramenta auxiliar no processo de Ensino. Por último, acreditamos ser muito semelhante também o fato de a aplicação ser numa turma de Curso Técnico.

Embora tenhamos destacado o público alvo como um ponto de semelhança entre os

trabalhos, entendemos que podem ser considerados distintos também quando analisamos a modalidade de Ensino que estes públicos estão inseridos. Na pesquisa de Sousa, os alunos compõem uma turma na modalidade regular de ensino, enquanto em nosso trabalho não. Por fim, este trabalho é estruturado como uma sequência didática do tipo intervenção pedagógica.

Assim sendo, o autor concluiu que ao término do projeto verificou-se que as atividades propostas associadas ao método aplicado foram satisfatórias. Conseguindo um bom nível de participação da turma e uma melhora significativa na aprendizagem dos temas abordados.

Apesar do pouco tempo para trabalhar um assunto amplo que exige uma quantidade significativa de conhecimentos prévios, fato minimizado com algumas aulas extra, é possível destacar alguns pontos positivos com relação as atividades e a metodologia aplicada.

O primeiro deles foi que o reforço de temas básicos de Ensino Fundamental serviu de base para o desenvolvimento do projeto e para aquisição de novos conhecimentos, não só de Matemática, mas das Ciências como um todo.

Outro ponto foi a confecção da Prancha Trigonométrica onde se trabalhou noções de Geometria Plana, Números e Medidas, permitindo a visualização fácil de resultados importantes da Trigonometria no ciclo. E por último, o trabalho cooperativo entre os alunos dos grupos e também entre alunos de grupos distintos.

2.5.2 Google Acadêmico

O segundo levantamento foi realizado no dia 06 de novembro de 2020. No campo de busca foram inseridas as seguintes palavras: “materiais manipuláveis + EJA”, tendo como retorno 1340 trabalhos. Por conta da quantidade considerável, decidimos restringir a pesquisa para trabalhos a partir de 2019. Com esse filtro, retornaram 230 trabalhos, dos quais selecionamos 06, em primeira mão, sob os seguintes critérios:

- Mesmo público alvo, EJA ou PROEJA;
- Uso de material manipulável;
- Área do conhecimento: Matemática.

Entretanto, após uma análise mais minuciosa dos trabalhos selecionados, descartamos 05 trabalhos que analisavam o papel do docente em um aspecto psicológico, não apresentando possíveis resultados da utilização de materiais manipuláveis ou de um modelo de ensino. Assim, desse processo selecionamos o seguinte trabalho:

2.5.2.1 *Matemática na EJA: usando material manipulativo como facilitador na discussão de conceitos aditivos*

Trabalho de Conclusão apresentado ao Curso de Licenciatura em Pedagogia na Universidade Federal da Paraíba. Defendido por Edinaldo Vargas de Azevedo sob a orientação da Pro.^a Dr.^a Severina Andréa Dantas Farias, na cidade de João Pessoa (PB) em 2020.

O trabalho surgiu a partir de experiências vivenciadas durante a realização do estágio supervisionado e também alguns questionamentos que incomodavam o autor. “É realmente difícil ensinar adultos?” Pergunta esta que era lembrada a cada término do encontro no estágio. “E o que fazer? Como facilitar a compreensão e o entendimento de pessoas cansadas, com uma jornada de trabalho intensa, com poucos recursos e poucas alegrias, mas com muita experiência de vida? Como esse público lida com as operações básicas da Matemática?”.

Assim, surgiu a ideia de usar materiais que pudessem ajudar na compreensão conceitual para Educação de Jovens e Adultos - EJA sem infantilizá-los, respeitando suas condições e seus conhecimentos de mundo. Acredita-se que o processo de ensino requer recursos que promovam a facilitação da aprendizagem e a relação dos alunos com os saberes.

De modo geral, o objetivo da pesquisa é analisar o potencial do Material Manipulado na discussão conceitual da adição em uma turma da EJA de uma escola pública. Tendo como questão norteadora: como um material manipulativo pode ser usado como facilitador do conceito de adição no ambiente escolar?

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática ainda segue os padrões das tendências tradicionais. Transmissão de conhecimentos, professor – aluno, de modo formal, a conhecida educação bancária, porém essa visão vem sendo moldada a partir da implantação de metodologias lúdicas no intuito de facilitar a aprendizagem.

Segundo o autor, a inserção destes materiais provoca nos alunos a motivação e o interesse em aprender. Proporcionando um ambiente descontraído para a reflexão, trabalhando ao mesmo tempo com relações lógicas desenvolvidas pelos alunos. A utilização deles também possibilita que os estudantes aflorem o cognitivo.

Em relação ao material em si, foi utilizado o Material Dourado ou Material de Contas Douradas, como também é conhecido. Material de fácil acesso, que inclusive alguns livros didáticos trazem suas representações em problemas diversos, que pode ser utilizado na discussão conceitual da adição.

Figura 10 – Material Dourado



Fonte: Azevedo (2020)

É importante ressaltar que o autor entende material concreto como o objeto real que o aluno pega, toca, utilizando o sentido do tato. Já o material manipulativo abrange tanto o concreto quanto as suas representações que podem ser por meio virtual, como a representação de cubo em um ambiente de aprendizagem virtual.

O trabalho conta com 19 estudantes regularmente matriculados no Ciclo II do Ensino Fundamental de uma escola pública da periferia de João Pessoa (PB), na modalidade de Ensino EJA. Essa classe funciona no turno da noite e atende à comunidade campesina da região.

Como todos os trabalhos quando analisados dois a dois, podemos destacar pontos semelhantes e distintos. E não é diferente quando comparamos esse trabalho com o nosso.

Destacamos o uso de Material Manipulado como ferramenta auxiliar no processo de ensino/aprendizagem e o fato da turma ser da modalidade EJA, como pontos semelhantes.

Já em relação aos pontos distintos, destacamos dois também. O público alvo, que embora seja na modalidade de ensino EJA, o nosso visa professores que já tiveram ou estão tendo alguma experiência com este público. O assunto matemático também é um ponto que ressaltamos, pois, o trabalho de Azevedo aborda o estudo conceitual da adição enquanto a nossa pesquisa aborda um tópico da Trigonometria.

Assim sendo, Azevedo conclui apresentando algumas reflexões. O conceito de juntar da adição, por exemplo, foi assimilado com a ajuda do Material Dourado. Porém apresentou dificuldades nos registros escritos, tanto de adições sem reagrupamentos quanto com agrupamentos. Este fato indica a necessidade de uma maior atenção por parte da comunidade escolar, já que se trata da aquisição de um importante conceito que exige um grau de complexidade maior à medida que vão acrescentando as ordens nas parcelas.

A ausência do registro escrito também foi observada juntamente com o registro do

cálculo, da leitura e interpretação de problemas simples. Estas reflexões devem ser atentadas para o trabalho com a EJA, priorizando materiais e atividades que colaborem para o desenvolvimento conceitual de temáticas de matemática, tão necessárias para o dia a dia destes estudantes.

Por fim, a discussão dessa pesquisa foi gratificante e relevante para todos os envolvidos. O autor indica o uso de recursos didáticos nas aulas de Matemática como ferramentas facilitadora na compreensão de conceitos básicos. A manipulação de objetos concretos e/ou manipuláveis possibilitam uma construção prática, levando a transição do que foi manipulado com representações matemáticas.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo será apresentada a metodologia de pesquisa do trabalho e também a descrição de suas etapas. A pesquisa tem caráter qualitativo desenvolvida por meio do levantamento bibliográfico.

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Com a finalidade de alcançar o objetivo deste trabalho e obter a resposta da questão de pesquisa, buscou-se fundamentá-lo, sendo então qualitativo.

Quanto a tipificação da pesquisa, não encontramos alguma que fosse justamente a caracterização deste trabalho. Corroborando a isso, a pesquisadora Marli André (2013) descreve que não é a atribuição de um nome que determina o rigor metodológico da pesquisa. Segundo ela, isso é definido através da descrição clara de todo o percurso, no intuito de alcançar os objetivos, justificando cada opção feita. Essa preocupação com o rigor é observada na análise cautelosa na escolha dos sujeitos, na elaboração e validação dos instrumentos e no tratamento de dados.

Com isso, não iremos determinar o tipo de pesquisa, baseados nestas afirmações e por considerar que não é algo essencial, como André (2013, p.96) ressalta que “Desse modo, a definição do tipo de pesquisa torna-se um dos itens a ser mencionado na metodologia, se sua tipificação for evidente, mas não é algo imprescindível, principalmente se não se tem ainda uma designação apropriada para identificá-la.”.

Uma pesquisa do tipo qualitativa tem como objetivo responder os aspectos formadores do ser humano, suas relações e construções em grupo, sociedade ou pessoais (GATTI; ANDRÉ,

2010). As autoras afirmam que as pesquisas qualitativas vieram como uma proposta de ruptura, a fim de unir o pesquisador ao sujeito da investigação tornando a pesquisa menos rígida. Para elas, o pesquisador assumia a posição de cientista, e os pesquisados se tornavam dados, sejam por comportamento, suas respostas, falas, discursos e narrativas, sendo traduzidas em classificações rígidas ou números. Na nova perspectiva, a não neutralidade, a integração contextual e compreensão de significados nas dinâmicas históricas passam a assumir um papel mais destacado (GATTI; ANDRÉ, 2010). Como a pesquisa está sendo direcionada à professores, estes dados mencionados na nova perspectiva são os que se pretende alcançar e por isso justifica-se a escolha do tipo desta pesquisa.

Corroborando a isso, Chizzotti (2006 apud LOPES; BURGARDT, 2013) entende que o termo qualitativo busca partilhar sobre pessoas, fatos, locais nos quais podem-se extrair significados visíveis deste convívio e que devem ser analisados a partir de uma atenção sensível. Para Zanette (2017), um bom trabalho científico é o que utiliza a metodologia que faz o pesquisador colocar-se no lugar do outro, possibilitando que veja a realidade na perspectiva do pesquisado. Alinhado à educação, aponta que “[...] um melhor caminho é através da pesquisa qualitativa com metodologia que vise compreender a questão do humano através da dimensão educacional.” (ZANETTE, 2017, p. 153).

Em relação às vantagens da pesquisa qualitativa, Creswell (2010) aponta que o pesquisador tem a oportunidade de interagir com os participantes e observar o seu comportamento. Este tratamento em uma pesquisa não se preocupa com representatividade numérica e quantificação, mas o aprofundamento de um grupo (GERHARDT; SILVEIRA, 2009). Creswell (2010, p. 209) ressalta que “[...] é uma forma de investigação interpretativa em que os pesquisadores fazem uma interpretação do que enxergam, ouvem e entendem.”.

Anteriormente, a ênfase deste trabalho era para a intervenção pedagógica a fim de coletar dados voltados à aplicação do material. Pelos acontecimentos no ano de 2020, como relatado na Introdução, foi necessário adaptar.

Com a intenção de não descartar os prováveis resultados e experiências, se esta pesquisa fosse baseada na intervenção pedagógica, buscou-se fundamentá-la a partir de Levantamento Bibliográfico. Galvão (2010) afirma que este é utilizado para potencializar os conhecimentos acerca do tema, além de conhecer recursos utilizados, observar possíveis falhas, acertos e resultados.

O procedimento é analisar materiais já publicados, de forma que complemente a fundamentação teórica (FONTELLES *at el.*, 2009). Entendendo que nesta pesquisa o Levantamento Bibliográfico também é parte dos instrumentos de coleta de dados. Nesse

sentido, Feltrim (2007) menciona que é preciso proporcionar ao leitor um entendimento sobre o contexto da investigação, e que o Levantamento Bibliográfico funciona como fornecedor de dados e elementos necessários para se desenvolver as argumentações para a pesquisa.

Os levantamentos históricos e bibliográficos desenvolvidos nesta pesquisa traduzem, relatam fatos e depoimentos do cotidiano dos indivíduos, tanto estudantes quanto professores. Para tanto, ao utilizar métodos qualitativos, o desenvolvimento da pesquisa é demarcado com mais clareza, ficando mais viável ao que tange os indicativos reais por conta do grupo e contexto social (LOPES; BURGARDT, 2013).

3.2 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Nesta pesquisa foram utilizados como instrumento de coleta de dados entrevistas e questionário (registro de professores na avaliação do material elaborado).

Oliveira (2011) fundamentado em Cervo e Bervian (2002) afirma que a utilização de entrevistas como instrumento de coleta de dados é um método flexível, que pode garantir mais informações do que questionários, ressaltando que deve ser objetiva, sem perguntas e respostas longas. Ainda afirma que é uma das principais técnicas utilizadas na coleta de informações.

Baseado em Gil (1999), também destaca algumas vantagens acerca da utilização de entrevistas como “[...] maior abrangência, eficiência na obtenção dos dados, classificação e quantificação [...] maior número de respostas, oferece maior flexibilidade e possibilita que o entrevistador capte outros tipos de comunicação não verbal.” (OLIVEIRA, 2011, p. 35).

Quanto aos tipos de entrevista, Oliveira (2011) baseado em Laville e Dionne (1999) classifica-as em estruturadas, não estruturadas e semiestruturadas. Ele afirma fundamentado em Marconi e Lakatos (1996), que as entrevistas estruturadas apresentam as mesmas questões para os entrevistados e mesma ordem. Este tipo de entrevista costuma abranger números maiores de entrevistados, tendo os dados tabulados (OLIVEIRA, 2011).

Nas entrevistas semiestruturadas, ainda baseado em Laville e Dionne (1999), o autor afirma que são organizadas as informações que se deseja alcançar de cada entrevistado, orientado por um roteiro. Ele reitera que, as perguntas não possuem uma ordem e são realizadas de acordo com a característica de cada entrevistado, geralmente com perguntas abertas.

Quanto ao formato das entrevistas semiestruturadas, Oliveira (2011) enfatiza que pode ser pensada a partir de uma lista de informações que se deseja alcançar. Embasado em Triviños (1987), menciona que este tipo de entrevista parte de questionamentos básicos, já com aprofundamentos teóricos que são interessantes para tal pesquisa.

Já as entrevistas não estruturadas, o autor fundamentado em Gil (1999) afirma que são o oposto das entrevistas estruturadas, ou seja, o entrevistador não possui um conjunto de perguntas e nem a ordem delas. Oliveira (2011, p. 36) ainda menciona que a maior desvantagem dessas entrevistas é a sua “[...] incapacidade de permitir comparações diretas entre os entrevistados.”.

Embasados em Moreira e Caleffe (2008), Siqueira, Teixeira e Fernandes (2017) afirmam que as entrevistas não estruturadas possibilitam explorar assuntos que não foram considerados inicialmente e é tida como a mais complexa para análise, por não permitir uma padronização nas respostas.

Destacamos também outro tipo de entrevista: a informal. Segundo Gil (2008), este tipo de entrevista é a menos estruturada e só se diferencia de uma conversação por conta do objetivo de coletar dados. Reforça ainda que oferece uma visão mais próxima do que se pretende investigar, em que é possível abordar contextos e condições pouco conhecidos pelo pesquisador.

Portanto, para esta pesquisa foram adotados dois modelos de entrevistas: a semiestruturada e a informal. É importante ressaltar que não foram utilizados formatos físicos de roteiros, pois os modelos de entrevistas adotados, em geral são úteis para ambientação, conhecimentos de fatos e realidades desconhecidas pelos pesquisadores. Acontecendo como uma conversa normalmente.

O outro instrumento de coleta de dados utilizado nesta pesquisa foi o questionário. Entendendo que o questionário foi o principal instrumento de coleta de dados, detalharemos na sessão 3.2.1.

Visando alcançar o objetivo geral desta pesquisa, foram realizadas algumas etapas como:

- i) Preparação e realização das entrevistas;
- ii) Elaboração da proposta didática;
- iii) Elaboração do questionário para docentes avaliadores (DAs);
- iv) Encaminhamento do material e questionários aos DAs;
- v) Análise do questionário aplicado aos DAs;
- vi) Análise dos dados levantados com o questionário.

3.2.1 O questionário como instrumento de coleta de dados principal

Em relação ao uso do questionário como instrumento de coleta de dados em pesquisas científicas, existem várias definições e objetivos destacados por diversos autores.

O questionário é um instrumento de investigação, composto por um conjunto de questões, sendo um dos meios de obter informações sobre “[...] conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc.” (GIL, 2008, p. 121). O autor ainda destaca que por meio do questionário pode-se investigar as características dos entrevistados e ainda “[...] experimentar as conjecturas que foram desenvolvidas durante o planejamento da pesquisa por meio das respostas das questões [...]” (SIQUEIRA; TEIXEIRA; FERNANDES, 2017, p. 39).

Segundo Nascimento e Lassance (2004), por meio do questionário é possível obter o registro dos dados, nos quais são o alvo da pesquisa. Sendo assim, viabiliza o diagnóstico de situações, necessidades e avaliação da eficiência de uma atividade.

Este é um dos métodos mais utilizados para coletar informações, garantindo o anonimato e a fidelidade de quem responde (BARBOSA, 2008). Ele afirma que as perguntas podem ser fechadas, abertas, de múltipla escolha, de respostas numéricas, ou ainda de sim ou não. O questionário é do tipo aberto quando inclui perguntas para respostas livres, fechado quando há apenas alternativas em que se deve escolher uma e o tipo misto, ou semiaberto, onde há perguntas abertas e fechadas. (NASCIMENTO; LASSANCE, 2004).

Em relação a isso, foi elaborado um questionário do tipo misto. O uso deste tipo é o mais viável para recolher opiniões pessoais e aprofundamento qualitativo (NASCIMENTO; LASSANCE, 2004).

Diante disso, Gil (2008) ressalta algumas vantagens como a possibilidade de aplicação a um grande número de pessoas, ter um gasto menor, ser respondido em qualquer horário e ainda não expor os pesquisadores. Não menos importante, ele também destaca algumas limitações como o impedimento de auxílio ao participante e de entendimento das circunstâncias em que foi respondido, o não oferecimento da garantia que a maioria das pessoas devolvam preenchido, além do número relativamente pequeno de perguntas para que se evite que algumas retornem sem respostas.

O objetivo da elaboração do questionário (APÊNDICE E) foi buscar informações acerca do perfil dos professores avaliadores e o posicionamento deles quanto a apreciação da proposta didática. O questionário e a proposta didática foram encaminhados aos professores por meio de correio eletrônico.

3.3 DETALHAMENTO DE ALGUMAS ETAPAS

As entrevistas foram realizadas no formato semiestruturada e informal, de maneira livre, como uma conversa e buscando informações sobre as questões organizacionais do PROEJA nesta instituição de ensino. Tendo por objetivo compreender o contexto deste público por meio das observações do coordenador, docente e a realidade dos professores da disciplina de Matemática no PROEJA. Também foi possível o acesso ao quadro de professores dessa modalidade e os incentivos da própria instituição para este público.

É válido ressaltar que a partir das observações feitas, foi possível relacionar a realidade apresentada pelos servidores com os textos apresentados anteriormente neste trabalho.

3.3.1 Realização da entrevista com o coordenador do PROEJA em uma instituição federal de ensino

A entrevista realizada com o coordenador de um Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na modalidade da Educação de Jovens e Adultos de uma instituição federal ocorreu no ano de 2019, presencialmente pois ainda não estávamos atravessando a pandemia do Covid-19. Ele apresentou alguns fatos organizacionais do curso e em uma de suas afirmações, destacou que o processo seletivo para os estudantes é realizado por meio de sorteio e análise de documentação socioprofissional. Esse processo é online, gratuito e os documentos comprobatórios solicitados no edital devem ser encaminhados em envelope lacrado para a instituição.

O edital disponibilizado em 2019 para o início do ano letivo de 2020, ressaltou as seguintes condições que seriam analisadas:

- i) A forma como concluiu o Ensino Fundamental;
- ii) Egressos dos cursos de Qualificação Básica Profissional, com carga horária mínima de 160h (comprovado);
- iii) Renda familiar;
- iv) Situação em relação ao trabalho.

Corroborando a isto, como já mencionado na Introdução, este público se destaca pelas questões trabalhistas, econômicas, sociais e culturais desfavorecidas. O que foi possível perceber em relação ao mecanismo de seleção desta instituição.

Durante a entrevista, o coordenador relatou ainda que se tem uma grande procura pelo curso oferecido: Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na Modalidade da

Educação de Jovens e Adultos. Ressaltou que já tem muito tempo que o quantitativo de vagas não é reajustado, o que deveria ser levado em consideração quando analisado o aumento no número de inscrições a cada edital que é aberto.

Ao compararmos esse relato com a afirmação de Poubel, Pinho e Carmo (2017, p. 137) ao destacarem os princípios norteadores do PROEJA como o “[...] compromisso com a inclusão e a permanência dos jovens e adultos [...]; inserção orgânica da modalidade EJA integrada à educação profissional [...]; ampliação do direito à educação básica, pela universalização do ensino médio [...]”, nos parece haver uma contradição no que diz respeito as orientações e práticas.

Ainda assim, o coordenador destacou que a instituição colabora positivamente incentivando os estudantes com uma ajuda financeira. Cada um recebia uma bolsa auxílio no valor de 100 reais e em 2019, essa quantia foi reajustada passando a ser 200 reais. Essa bolsa é regulamentada pelo MEC, e tem a intenção de proporcionar uma ajuda financeira sob o modelo de complementação das despesas de transporte e alimentação, objetivando “[...] contribuir para a **permanência do aluno** nos cursos do PROEJA.” (MOREIRA, 2012, p. 84, grifo do autor).

O coordenador fez algumas ponderações em relação ao perfil dos estudantes do PROEJA nesta instituição, como:

- i) Cansaço que muitos desses alunos apresentam durante as aulas;
- ii) Aceitação da família, quando esse aluno opta por reorganizar seu horário de trabalho ou simplesmente voltar a estudar;
- iii) Dificuldade com assiduidade e pontualidade;
- iv) Falta de tempo livre para se dedicar aos estudos, fazendo com que esses alunos estudem somente na instituição e acabem utilizando horários de disciplinas para estudar para outras.

Essas ponderações acabam de alguma forma interferindo no processo de ensino e aprendizagem desses estudantes, que vem a confirmar o que alguns autores já apresentados neste trabalho afirmam. Autores como Sousa (2014), Moura *et al.* (2006) e Santos (2017).

3.3.2 Realização de entrevistas com um professor de Matemática que leciona em uma turma do PROEJA de uma instituição federal de ensino

Em 2019, durante a elaboração do projeto desta pesquisa, buscamos não somente nos aprofundarmos por meio de autores que falavam sobre o ensino e aprendizagem dos estudantes do PROEJA, mas também colhermos informações diretamente de um professor que lecionava a disciplina de Matemática para este público.

Para isso, foram realizadas algumas entrevistas com este professor. Elas aconteceram de maneira informal e presencial, ressaltando que ainda não estávamos na pandemia do covid-19, buscando conhecer de modo geral as questões deste público quanto a aprendizagem, dificuldades, a familiaridade com a Matemática, abordagens e métodos utilizados por este professor e problemáticas que vão além da sala de aula. Gil (2008) afirma que este tipo de entrevista oferece uma visão ampla sobre o assunto que se pretende investigar.

Por meio destas entrevistas, foi possível emparelhar alguns pontos que também foram destacados na entrevista com o coordenador.

Em relação ao perfil dos estudantes, ambos ressaltaram as questões de trabalho. O professor relatou que os estudantes não são assíduos e/ou pontuais, principalmente quando se trata dos primeiros horários. Corroborando com isto, Costa, Sobrinho e Dias (2007) afirmam que muitos alunos faltam aulas ou abandonam o curso por conta da rotina de trabalho.

Outro ponto importante refere-se à capacidade de relacionar o conteúdo visto de forma teórica e prática. O professor comentou que os estudantes possuem dificuldades em alguns conteúdos matemáticos quando abordados em sala, mas utilizam esses conceitos com maior facilidade quando abordados em situações do cotidiano. O que é confirmado por Andrade (2010), afirmando que os estudantes aprendem o conteúdo em sala, mas não conseguem vinculá-lo a sua rotina.

Em uma das últimas entrevistas, o professor comentou sobre a dificuldade dos estudantes em relação a Matemática. Ressaltou que essas dificuldades podem ser devido ao longo tempo longe da escola ou ainda por questões cognitivas. Reforçou que muitas vezes é trabalhado o conteúdo em um dia e quando perguntado, num dia posterior, o aluno pode encontrar muita dificuldade ou nem lembrar.

Quando perguntado sobre as dificuldades com o conteúdo de Trigonometria, o professor afirmou que os estudantes encontram muita dificuldade neste conteúdo e em relação a abordagem deste tema, ele utiliza recursos digitais como *applets* e *software* buscando facilitar o entendimento do assunto.

É válido ressaltar, que este professor possui uma vasta experiência com a EJA. Ele reconhece as dificuldades deste público e enfatiza a necessidade de abordagens diferenciadas, que busquem solucionar as dificuldades encontradas nas salas de aula.

Ao término das entrevistas, foi possível perceber que este público lida com muitos obstáculos além da sala de aula, por exemplo, a dificuldade em relacionar as rotinas de trabalho e estudo impactando na conciliação dos horários da instituição e vida pessoal, aceitação da família, questões socioeconômicas e ainda dificuldades de aprendizagem provenientes de vários fatores.

3.3.3 Elaboração da proposta didática

Inicialmente, a sequência didática foi pensada para aplicação numa turma do 2º ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na Modalidade da Educação de Jovens e Adultos em uma instituição federal de ensino, sendo uma pesquisa do tipo intervenção pedagógica.

Como já explicado, com a necessidade do isolamento social ocasionado pela Pandemia do COVID-19, foi necessário abrir mão dos encontros presenciais planejados. Por isso, a pesquisa foi adaptada de maneira que a sequência didática, a temática e a ênfase dada ao PROEJA não se perdesse.

Assim, a sequência didática passou a ser uma proposta pedagógica para professores de Matemática, buscando contribuir para o ensino da disciplina. Considerando também o fato das aplicabilidades deste conteúdo em disciplinas técnicas, buscamos promover a integração da disciplina de Matemática e a disciplina técnica. O material foi elaborado pensando em uma aula que tenha os dois professores, o professor de Matemática e o professor da disciplina técnica, ao mesmo tempo no mesmo ambiente.

Foi desenvolvida uma apostila em duas versões para essa proposta. Uma versão destinada ao professor (APÊNDICE B) com algumas observações, orientações, respostas esperadas, sugestões e um breve *script* ao mestre de como foi pensada cada etapa. A outra versão é destinada aos estudantes (APÊNDICE A) com o intuito de terem o registro do desenvolvimento das questões, momentos de experimentações e desenvolvimento histórico. Basicamente, são duas apostilas com a mesma estrutura, diferenciando-se apenas pelas orientações gerais ao professor.

Inicialmente, foi desenvolvida como parte de uma sequência didática que envolvia uma prática de laboratório com a utilização do osciloscópio, tendo a presença dos professores de

Matemática e da área técnica, com a manipulação do MDCM. Desta forma, ficou como sugestão ao professor, iniciar a aula em um laboratório quando for oportuno. Assim, a atividade 1 no tópico Matemática na prática é direcionada a esse momento.

Após a observação do gráfico que é plotado no visor do osciloscópio, espera-se que o estudante faça o esboço do gráfico visualizado, de maneira livre no primeiro item da atividade 1. É importante ressaltar que em nenhum momento foi escrito “curva” nas questões iniciais, exatamente por também ser uma resposta aguardada.

O objetivo do item b, é que o estudante mencione algumas recordações em relação ao conteúdo ou termos conhecidos. Foi destacado as possíveis respostas e ainda o que o professor deve fazer, caso haja dificuldade por parte dos alunos.

Figura 11 – Atividade 1, opções a e b na versão do Mestre

Atividade 1: A partir das manipulações e observações no osciloscópio, faça o que se pede em cada item.

a) Esboce o gráfico que apareceu no visor do equipamento.

Ao Mestre, com carinho!
Espera-se como resposta: Esboço do gráfico visto no osciloscópio.
Mestre: Não é necessário, aqui, priorizar um esboço fiel da curva. O importante é que os estudantes consigam relacioná-la a algo que já estudaram, conforme o item (b), a seguir.

b) Considerando o item anterior, o gráfico que você esboçou se assemelha a algo que você conhece? Caso afirmativo, a quê?

Ao Mestre, com carinho!
Espera-se como resposta: onda, curva, seno, trigonometria.
Mestre: Se necessário, questione os estudantes e leve-os a comparar a curva com algo que já conhecem.

Fonte: Elaboração própria

O item c tem por objetivo, verificar se o estudante percebeu características conhecidas e/ou se relaciona a algo do seu cotidiano. Ao mestre é sugerido que fique atento a resposta, pois o estudante pode remeter-se a situações vistas nas disciplinas técnicas.

Já no item d, o objetivo é saber se o estudante conhece ao menos o nome da curva. Independente da resposta o professor seguirá com a aplicação, pois neste momento dará início aos conhecimentos introdutórios e históricos sobre a Trigonometria.

Figura 12 – Atividade 1, opções c e d na versão do Mestre

c) A curva desenhada no item (a) possui características conhecidas por você? Caso possua, cite algumas.

Ao Mestre, com carinho!
 Espera-se como resposta: Trigonometria, função, gráfico de uma função, possui eixos, repetição das ondas (periodicidade, cíclica), altura da onda “de cima” e a “de baixo” iguais (amplitude), distância entre as repetições é a mesma (comprimento de onda).
 Mestre: Deve-se observar neste momento quais foram as respostas dos estudantes. Isto mostrará quais são suas lembranças sobre esse conteúdo. Dependendo das respostas, oralmente indague-os se estudaram ou não algum assunto destes em disciplinas anteriores do curso técnico.

d) Você já ouviu falar em curva senoidal ou simplesmente seno?

Ao Mestre, com carinho!
 Este é o momento ideal para apresentar o conteúdo a ser estudado: a função seno e sua representação gráfica.

Fonte: Elaboração própria

O tópico seguinte, um pouco de História, se refere ao desenvolvimento histórico da Trigonometria, passando por acontecimentos iniciais até a história do Seno e Cosseno. Esta abordagem tem por objetivo apresentar os processos em que cada um foi descoberto, desenvolvido e algumas aplicações da época.

No tópico Seno, sugerimos que seja realizada uma revisão da definição e classificação de ângulos, definição de triângulo, sua classificação em relação aos lados e também em relação aos ângulos. Essa revisão pode ser feita oralmente, fomentando a discussão e debate sobre os assuntos. Se após esta revisão, o professor perceber que a turma não domina estes temas, sugerimos que seja realizada uma revisão aprofundada dos assuntos.

Esta sugestão baseia-se na conclusão que Feijó (2018) traz em sua pesquisa, afirmando que os professores precisam estar atentos aos temas em Trigonometria, pois os estudantes apresentam dificuldades em assuntos iniciais.

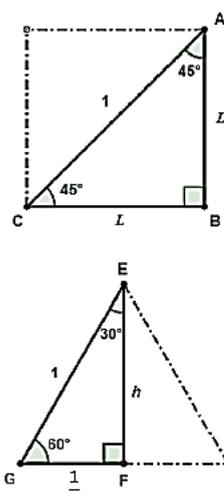
Seguindo, o objetivo deste tópico é apresentar aos estudantes a definição de triângulo retângulo, enunciado do teorema de Pitágoras, definição de seno de um ângulo em um triângulo retângulo e a demonstração geométrica dos valores dos senos dos ângulos de 30° , 45° e 60° . Ressaltamos também, que a intenção é que o aluno não ache que o valor do seno de um ângulo no triângulo retângulo é diferente do valor desse mesmo ângulo no Ciclo Trigonométrico.

Dessa forma, na atividade 2 foi desenvolvido a demonstração dos valores do seno dos ângulos de 30° , 45° e 60° . O objetivo é que os alunos consigam utilizar as relações aprendidas

no triângulo retângulo para chegarem as conclusões finais.

Figura 13 – Atividade 2

Atividade 2: Vamos determinar o seno de alguns ângulos 'interessantes' usando (I) e (II).



Ângulo	Valor do Seno
30°	
45°	
60°	

Fonte: Elaboração própria

No tópico seguinte, mais um pouco de história, destaca-se a História do Ciclo Trigonométrico. Neste momento, o objetivo é apresentar a definição do Ciclo Trigonométrico ou Circunferência Trigonométrica nos dias atuais e abordar o seu desenvolvimento histórico. Ainda neste tópico, comentar acerca do raio da Circunferência e a transição das razões Trigonométricas para as Funções Trigonométricas. Para isso, foi elaborada a atividade 3.

Figura 14 – Atividade 3

Atividade 3: Quais unidades de medida para ângulo você estudou e qual relação pode ser determinada entre essas medidas?

Fonte: Elaboração própria

O tratamento das unidades de medida se deu por conta da dificuldade destes estudantes. Embora realizem as conversões de grau para radiano, têm dificuldades em manipular os ângulos quando representados como um número real (FEIJÓ, 2018).

Em seguida é feito um breve apanhado histórico e conceitual sobre Radiano, com o

objetivo de esclarecer as relações entre as unidades de medidas para ângulo.

Buscando registrar a curva da Função Seno em diferentes momentos da aula, nesta seção da apostila, o professor deve iniciar uma abordagem mais formal em relação a Função. Antes de propriamente iniciar o tratamento dela, sugere-se que aborde de maneira livre o Ciclo Trigonométrico, promovendo discussões. Neste momento, o estudante precisa estar familiarizado com o Ciclo para que não seja um obstáculo na próxima etapa.

Para a atividade 4, foi elaborado o MDCM como ferramenta auxiliar no tratamento da curva. Assim, reunindo as informações da atividade 1, as definições, comparações e medidas da atividade 2, o estudante deverá esboçar a curva transportando as medidas verticais do ciclo para o segmento de reta. Este segmento de reta é a retificação da Circunferência Trigonométrica.

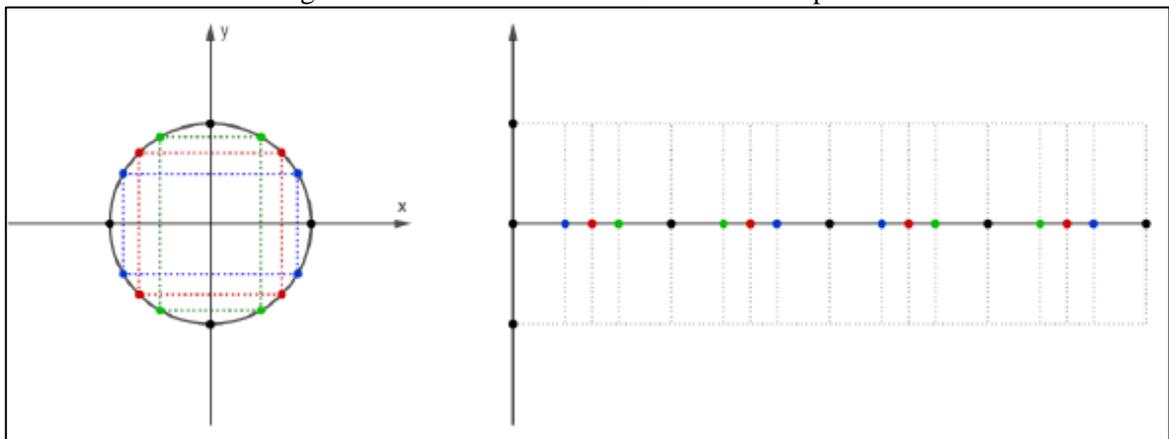
Figura 15 – Atividade 4

Atividade 4: Agora, com o Material Manipulável em mãos, transporte as medidas dos segmentos verticais (distâncias dos pontos em relação ao eixo das abscissas) do ciclo para a reta ao lado (retificação da circunferência do ciclo).

Fonte: Elaboração própria

O MDCM foi elaborado com o auxílio do *software* Geogebra, buscando uma maior precisão na retificação do Ciclo Trigonométrico e na divisão em ângulos notáveis e os seus arcos côngruos. Para facilitar a experimentação, foram traçadas as distâncias entre os pontos e seus simétricos em relação aos eixos das abscissas e ordenadas, com o objetivo de os estudantes transportarem a medida das distâncias entre os pontos e o eixo das abscissas (vertical).

Figura 16 – Material Didático Concreto Manipulável

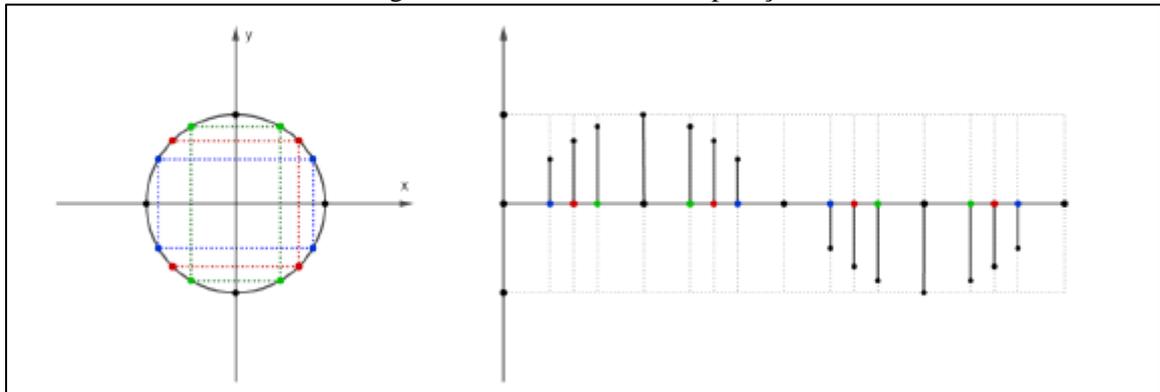


Fonte: Elaboração própria

Cada ponto pertencente à Circunferência Trigonométrica, tem um ponto correspondente na retificação dela, sendo identificados pela mesma cor.

A proposta desta atividade é que o estudante percorra o Ciclo Trigonômico concomitantemente ao gráfico da Função Seno sobre a retificação do Ciclo, a partir do transporte e comparação das medidas dos segmentos.

Figura 17 – MDCM em manipulação

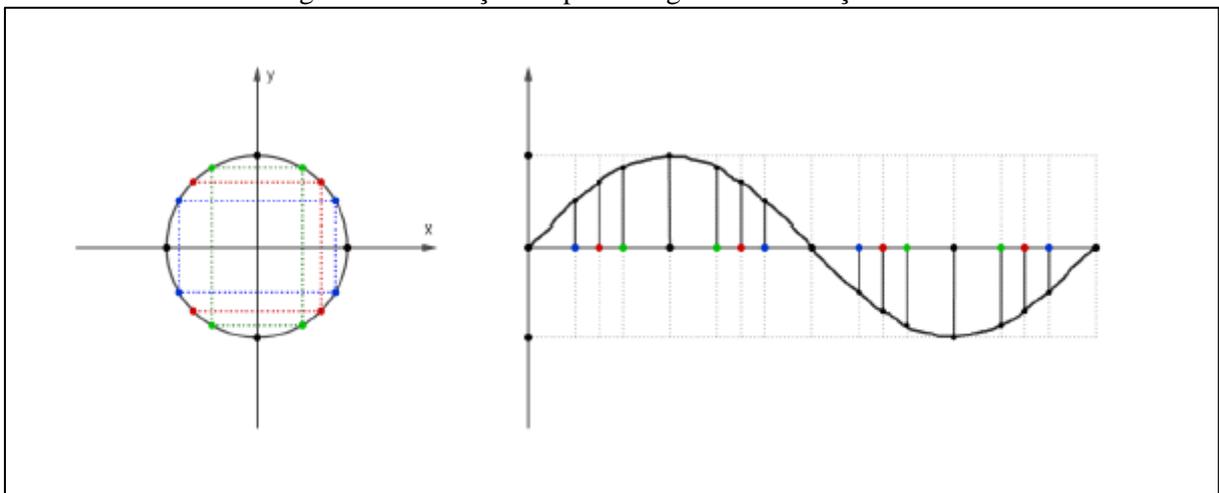


Fonte: Elaboração própria

É importante ressaltar, que esta atividade tem também a intenção de proporcionar aos estudantes uma percepção visual e tátil, podendo assim manipular os materiais de maneira que façam medições, contagens e comparações, destacados por Fiorentini (1995).

Na apostila do Mestre, é sugerido que ele complete com os estudantes os ângulos fundamentais e simétricos no segundo, terceiro e quarto quadrantes. Assim, espera-se que todos os alunos cheguem ao mesmo resultado gráfico ao fim desta etapa.

Figura 18 – Esboço completo do gráfico da Função Seno



Fonte: Elaboração própria

Na atividade 5, os estudantes devem completar a tabela correlacionando o valor de cada seno ao ângulo indicado.

Figura 19 – Atividade 5

Atividade 5: Observando ainda a circunferência recebida e os segmentos marcados no gráfico, complete a tabela a seguir.

Ângulo	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Seno								

Fonte: Elaboração própria

As próximas três atividades, tem por objetivo utilizar as informações das experimentações realizadas anteriormente.

A atividade 6 refere-se a questão do domínio da Função Seno, buscando investigar se os estudantes de posse do Ciclo Trigonométrico, são capazes de perceber que existe valor de seno para qualquer que seja o ângulo. Sugere-se que o professor formalize o conceito de domínio dessa função.

Figura 20 – Atividade 6 na versão do Mestre

Atividade 6: Existe algum ângulo para o qual o valor do seno não é definido?

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Essa questão é a oportunidade de salientar o domínio da função Seno. Espera-se que os alunos respondam que não.

Fonte: Elaboração própria

A atividade 7 remete ao conjunto imagem da Função Seno e busca verificar se o estudante compreende o motivo do intervalo ser $[-1,1]$. Acredita-se que caso a turma não consiga justificar, o uso MDCM será útil para possibilitar a visualização desse assunto. Sugere-

se ao professor que neste momento ele promova a discussão sobre a imagem da função, ressaltando que o conjunto independe do raio do Ciclo Trigonométrico.

Figura 21 – Atividade 7 na versão do Mestre

Atividade 7: O conjunto imagem da função Seno é o intervalo $[-1,1]$. Como esse fato pode ser explicado?

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Esse momento é uma oportunidade para promover a discussão acerca da imagem da função Seno, independente do raio do Ciclo Trigonométrico.

Fonte: Elaboração própria

Por fim, a atividade 8 trata da periodicidade da função. O objetivo é que os estudantes analisem e percebam que a partir de uma volta completa, os valores se repetem. Espera-se que os estudantes percebam graficamente o comportamento em formato de ondas, se repetindo sempre a cada giro completo no Ciclo. Ao mestre sugere-se que ele comente sobre a periodicidade da função.

Figura 22 – Atividade 8 na versão do Mestre

Atividade 8: O que se pode falar acerca dos valores do seno à medida em que os ângulos vão aumentando?

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Comente acerca da periodicidade da função Seno.

Espera-se que: Os alunos observem que os valores se repetem.

Fonte: Elaboração própria

3.3.4 Elaboração do questionário para docentes avaliadores

Com as alterações no rumo desta pesquisa, pensou-se que ao invés de investigarmos a proficiência no quesito aprendizagem em relação aos estudantes, definimos que a ênfase dada seria em relação ao ensino por parte dos professores. É válido ressaltar que esta temática também é retratada no Aporte Teórico deste trabalho. Em relação ao ensino, alguns autores citados comentaram sobre esta necessidade por parte dos professores, como afirmam Melo e Ezequiel (2018), Oliveira, Menezes e Canavarro (2012) e Carvalho e Santos (2014).

Para isto, elaborou-se a sequência didática objetivando ser um material útil e eficiente para o ensino. Ele foi encaminhado para professores de Matemática e de disciplinas do curso técnico industrial, que lecionam ou lecionaram em turmas do PROEJA ou ainda na EJA.

A fim de registrarmos os relatos e sugestões dos professores em relação à apostila desenvolvida, foi elaborado um questionário para colhermos essas observações.

Ele foi estruturado com questões abertas e fechadas, solicitando informações do perfil do professor e a análise do material. A primeira seção busca caracterizar o participante em relação ao nível de formação, se tem ou não especialização com ênfase no Ensino para o público e o tempo de atuação em turmas desta modalidade. Assim, esta seção possibilita entender algumas ponderações do participante.

Figura 23 - Parte 1.1 do questionário de professores

<p>1.1 Formação profissional:</p> <p>() Graduação: _____</p> <p>() Pós Graduação/especialização – ênfase para Ensino: _____</p> <p>() Pós Graduação/especialização – ênfase na EJA ou PROEJA: _____</p> <p>() Mestrado: _____</p> <p>() Doutorado: _____</p>

Fonte: Elaboração própria

Ainda na primeira seção, o participante informa qual foi a disciplina que lecionou ou leciona, o tempo de atuação na Educação Básica e na Educação de Jovens e Adultos, e onde se deu essa atuação.

A segunda seção do questionário refere-se a etapa de registro dos comentários e

sugestões da apreciação da proposta didática.

No ponto 2.1, o participante deve responder em grau de satisfação, de 1 a 5, quanto aos itens elencados, atribuindo 1 para os itens ruins e 5 para excelentes. Esta etapa do questionário se dá por indicadores quantitativos, embora a pesquisa tenha uma abordagem qualitativa. Se preferir não opinar em algum dos itens, foi dado a opção ao participante de marcar com um X na coluna “nota”. Como este modelo de questionário é misto, Nascimento e Lassance (2004) destacam que este tipo pode apresentar indicadores quantitativos.

Figura 24 – Parte 2.1 do questionário de professores

Grau de Satisfação	Nota
1. Formato da apostila	
2. Linguagem e formatação	
3. Indicações, sugestões para o professor quanto à abordagem dos temas	
4. Referências de livros, artigos, trabalhos acadêmicos e <i>links</i> para o professor	
5. Escolha do conteúdo para o PROEJA	
6. Abordagem de conteúdos (pré-requisitos)	
7. Inserção da História da Matemática e História da Trigonometria	
8. Apresentação dos conceitos, inclusive Função Seno	
9. Uso do Material Didático Manipulável para o ensino	
10. Manuseio e produção do Material Didático Manipulável	
11. Uso do Osciloscópio como sugestão de introdução ao tema	
11. Integração das disciplinas Matemática e Eletrotécnica	
12. Possibilidade de diferentes Registros de Representação da Função Seno	
13. Viabilidade do material em aulas de Matemática na rede pública	
14. Viabilidade do material para aula concomitante: propedêutica e técnica	
15. Viabilidade do material para outras Funções Trigonométricas	
16. No geral, é um material adaptável	

Fonte: Elaboração própria

Os próximos pontos do questionário são perguntas abertas, pelas quais busca-se entender o posicionamento e opiniões dos participantes. (SIQUEIRA; TEIXEIRA; FERNANDES, 2017).

No ponto 2.2, o objetivo é que o professor comente sobre a relevância do material em relação ao tema principal, a Função Seno, utilizando a abordagem histórica e o MDCM.

No ponto 2.3, o objetivo é saber se existe alguma ferramenta ou recurso que possa substituir o Osciloscópio, se for necessário. Tendo a intenção de possibilitar aos professores que atuam no ensino médio ou em outra realidade dos Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio, aplicarem esse trabalho na íntegra.

No ponto 2.4, o objetivo é que o participante, ao analisar o material, comente se usaria ou não como ferramenta auxiliar na abordagem do conteúdo da Função Seno em suas aulas. Buscando a partir das respostas, reafirmar ou não a relevância do material elaborado.

O ponto 2.5 é um espaço opcional para que o participante, caso sinta a necessidade, comente sobre algum tópico do item 2.1.

Por fim, o ponto 2.6 que também é opcional, tem como objetivo colher posicionamentos, sugestões, críticas e reflexões dos participantes em relação a cada etapa da apostila: Matemática na prática; Um pouco de História; O Seno; Mais um pouco de História e Construindo o gráfico visto no Osciloscópio.

Ao final da apostila encontram-se todas as referências utilizadas na elaboração do material. Ainda que não seja sugerido nesta pesquisa utilizar plotadores gráficos, foram disponibilizados *links* de animações manipuláveis envolvendo o gráfico da Função Seno, visando um maior auxílio ao professor, que em momento propício poderá fazer uso.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para avaliar a proposta de material didático elaborada, buscou-se docentes de duas instituições federais de ensino da cidade, que ofertam Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio na modalidade da Educação de Jovens e Adultos. Foi feito um levantamento destes docentes por meio da grade de professores que lecionam ou já lecionaram a disciplina de Matemática em turmas do PROEJA, entre os anos de 2010 e 2020, encontrando treze professores. Três professores de disciplinas técnicas foram convidados, buscando um olhar por parte dos docentes que atuam nesta área. Inicialmente foi feito um primeiro contato, explicando a ideia superficialmente, visando familiarizá-los com a proposta e saber quem poderia contribuir.

Aceitaram participar da avaliação do material seis professores da disciplina de Matemática e quatro da área técnica. Porém, um dos docentes da disciplina de Matemática que confirmou a participação, não nos deu um retorno de suas observações.

O questionário foi enviado no dia 19 de março de 2021, sendo delimitado o retorno por parte dos professores até 31 de março de 2021.

Neste capítulo serão apresentadas algumas observações e reflexões feitas pelos participantes sobre o material produzido. Os respondentes foram denominados pelas siglas: C, E, J, LA, LI, LZ, R, T, W. Essa nomenclatura foi adotada de forma que o professor C, por exemplo, será o mesmo em todo o capítulo.

Por meio das respostas no item 1.5 da seção “Identificação do professor avaliador”, foi possível perceber que os participantes possuem em média sete anos de atuação nas turmas da EJA ou PROEJA, porém nenhum deles apresentou especialização em relação ao público.

A seguir, serão destacados as sugestões e pontos relevantes destacados pelos participantes no ponto 2.1. Também é válido ressaltar que alguns participantes realizaram comentários na própria apostila ou ao longo do questionário.

Em relação ao item 2, quanto à linguagem e formatação da apostila, o participante LA sugeriu “[...] destacar as orientações para os professores, na forma de um quadro, ou com margens e fontes diferentes.”. Ainda inseriu um exemplo de como poderiam ser apresentadas estas orientações. Percebemos que esta sinalização, em destaque, poderá ajudar na localização.

Figura 25 – Exemplo dado pelo participante LA

<p><u>Orientações:</u></p> <p>Mestre, não é necessário, aqui, priorizar um esboço fiel da curva. O importante é que os estudantes consigam relacioná-la a algo que já estudaram, conforme o item (b), a seguir.</p> <p><u>Respostas esperadas:</u></p>
--

Fonte: Protocolo de pesquisa

Em relação ao item 3, quanto às orientações colocadas na apostila, percebemos que não ficaram claras, para alguns, as propostas de iniciar a aula com o Osciloscópio e a presença dos dois professores ao longo da experimentação. Como o participante LA mencionou: “Achei que faltaram orientações para a manipulação do osciloscópio [...]”, o participante J: “Essa é uma aula para ser realizada junto com um professor da disciplina técnica?” e o participante C mencionou que: “[...] no meu ponto de vista, creio que deveria haver uma introdução informando o uso do osciloscópio[...]”. Analisando as orientações introdutórias, entendemos que estas podem não ter ficado claras, como ilustra a figura a seguir.

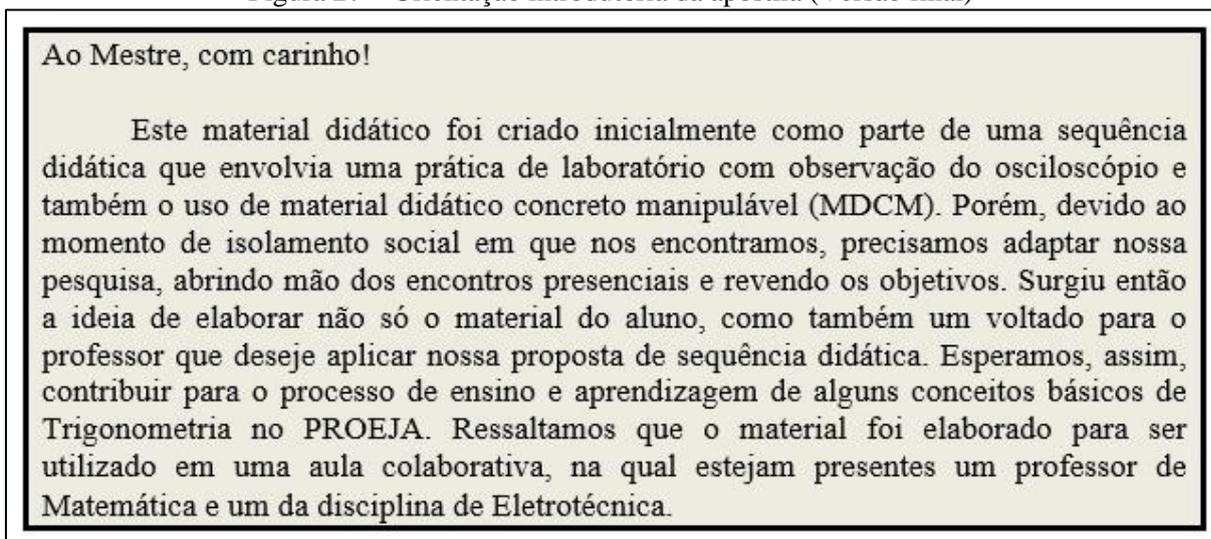
Figura 26 – Orientação introdutória da apostila (1º. Versão do professor)

<p>Ao Mestre, com carinho!</p> <p>Este material didático foi criado inicialmente como parte de uma sequência didática que envolvia uma prática de laboratório com observação do osciloscópio e também o uso de material didático manipulável. Porém, devido ao momento de isolamento social em que nos encontramos, precisamos adaptar nossa pesquisa, abrindo mão dos encontros presenciais e revendo os objetivos. Surgiu então a ideia de elaborar não só o material do aluno, como também um voltado para o professor que deseje aplicar nossa proposta de sequência didática. Esperamos, assim, contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de alguns conceitos básicos de Trigonometria no PROEJA.</p>

Fonte: Elaboração própria

Assim, considerando a sugestão, a orientação introdutória ficou como ilustra a figura a seguir.

Figura 27 – Orientação introdutória da apostila (Versão final)



Fonte: Elaboração própria

Entendemos a partir da análise das notas atribuídas no item 5, que a escolha do conteúdo foi bem relevante. As notas atribuídas variaram em 4 e 5. Destacou-se o comentário do participante LZ: “O estudo da função seno é extremamente importante e cobre diversos conteúdos relacionados à Corrente Alternada (CA), um tópico amplo na formação do Técnico em Eletrotécnica.”. Ainda, o participante W destacou que: “Este não é um assunto simples de ser trabalhado e vocês buscaram trazer o tema de forma mais tranquila possível, mas, que pode ser melhorado mais, apresentando alguns exemplos do dia a dia [...]”. Logo, como a proposta é que esta aula seja ministrada por dois professores, entendemos que o professor da área técnica pode exemplificar estes fenômenos relacionando ao dia a dia do profissional.

Em relação à inserção da História da Matemática, considerando os processos históricos da Função Seno no que se refere o item 7, foi possível perceber que alguns participantes possuem experiência quanto ao uso da história. Por exemplo, o participante T disse que: “É um material importante e significativo [...]”, e LI afirmou: “Achei muito interessante vocês utilizarem a História da Matemática para contextualizar o leitor”.

Entretanto, T fez uma breve observação na apostila acerca da apresentação da História: “Não sei em que momento entra essa leitura, mas te garanto que uma leitura dessa já vai ser [...] considerada monótona para eles.”. Então, em relação a isso, cabe enfatizarmos que a proposta é que o professor utilize destes textos para enriquecimento próprio, e assim comente sobre todo este processo histórico, não sendo necessariamente para leitura durante a aula. Entendemos também, que podem ter alunos que se interessem pela leitura e assim proporcionaremos a possibilidade destes lerem em um momento oportuno. Compreendendo como muito pertinente,

foi acrescentada uma orientação em relação a abordagem histórica, sugerindo como possibilidade a utilização de “[...] um vídeo breve em formato de documentário que traga a informação histórica de maneira mais agradável” (Sugestão de T).

Quanto a apresentação do conceito de Seno, os participantes LI, J e LA sugeriram que fosse enfatizada a generalização dos triângulos no tópico “O Seno”. Por exemplo, o participante J mencionou: “Bons exemplos. Contudo, são casos específicos, ou seja, triângulos com medidas específicas. A semelhança de triângulos ajuda a generalizar para quaisquer triângulos retângulos.”. Dessa forma, acrescentou-se uma orientação na apostila para que o professor também generalize para triângulos quaisquer.

Figura 28 – Sugestão do professor LA no item 8

Senti falta do uso da semelhança de triângulos antes da definição de seno. É importante que o estudante entenda que o valor de $\text{sen } \alpha$ é o mesmo, em qualquer triângulo retângulo.

Fonte: Protocolo de pesquisa

Quanto aos itens 9 e 10, no qual questiona-se acerca da sugestão do uso do Material Didático Concreto Manipulável, foi bem observado pelos professores avaliadores que veem proveito e entendem ser de fácil manipulação e ainda, podendo promover a construção dos conceitos. Assim, o professor C menciona: “A inserção do material manipulável, possibilita a visualização e promove a construção do conhecimento do aluno acerca do tema.” O professor R destaca que “Relacionar o conteúdo ao material concreto irá facilitar a abordagem e será esclarecedor para os participantes”.

Quanto ao uso do MDCM e concordando com o parágrafo acima, Fiorentini e Miorim (1990) entendem que desta forma a Matemática pode ser melhor compreendida, sendo possível uma “percepção visual e tátil”, pois por meio do MDCM a realização das manipulações e a visualização, quanto ao conteúdo principal, pode se tornar mais fácil.

Entre os trabalhos do Levantamento bibliográfico, destacamos “Materiais Manipuláveis: a Matemática ao alcance das mãos”, no qual a autora conclui sua pesquisa entendendo que é imprescindível o uso do MDCM. O autor do trabalho “Circunferência Trigonométrica Manipulável”, menciona ao final de sua pesquisa que as aulas se tornaram mais prazerosas e facilitou o entendimento dos estudantes quanto ao tema. Desta forma, entende-se que o MDCM pode contribuir para promover uma aula de Matemática agradável e compreensível. Assim, este material pode ser um aliado quanto ao problema mencionado por Carvalho e Santos (2014) em relação a ausência de material apropriado nesta modalidade.

Nos itens 11 e 12, o participante J atribuiu nota 3. Quanto a isto, cabe destacar que ele não compreendeu a proposta do trabalho só por meio da apostila. O material foi elaborado para ser aplicado em aulas que tenham a presença dos professores de Matemática e da área técnica.

Figura 29 – Comentário do participante J sobre o Osciloscópio

O que é a Atividade 1? Qual é o objetivo dessa atividade e das demais? De que maneira deve ser usado o osciloscópio? Que tipos de gráfico devem ser mostrados aos alunos? Como fazer para que esses gráficos "apareçam" na tela do equipamento? Essa é uma aula para ser realizada junto com um professor da disciplina técnica? O que é um osciloscópio? É um aparelho que qualquer professor de Matemática conhece e sabe usar? Pergunto porque no e-mail que

Fonte: protocolo de pesquisa

Entretanto, os demais participantes pontuaram entre 4 e 5 em relação ao uso do Osciloscópio. Por exemplo, destacou-se a fala de C.

Figura 30 – Comentário sobre Osciloscópio (professor C)

Importante enfatizar que a ideia de iniciar a aula mostrando um osciloscópio faz com que o tema em questão não seja apenas um conteúdo solto a ser ministrado em aula. Mas sim, o entendimento da relação do conhecimento construído com sua aplicabilidade em diversas áreas de conhecimentos.

Fonte: protocolo de pesquisa

Pensando nas contribuições para o ensino, Lins (2016) enfatiza que o professor deve utilizar ferramentas que possibilitem a compreensão de alguns fenômenos. Cabe ressaltar que, entre os trabalhos do Levantamento Bibliográfico, não foram encontrados trabalhos com essa sugestão para este público. Corroborando com isto, o participante LI enfatizou sobre a iniciativa desta pesquisa “[...] que busca possibilidades de integração para os cursos que envolvem a formação humana e o exercício do trabalho. Trabalhos que envolvem essa temática devem ser sempre valorizados [...]”. Ainda destacou que poucos trabalhos são produzidos para este público.

Em relação ao tema principal, a abordagem histórica e com o MDCM, o participante LZ

registrou que “[...] considerando a apresentação, as questões colocadas, a forma de abordagem o material pode ser, extremamente útil ao estudo de geração de energia elétrica em corrente alternada [...] na forma em que está apresentado.” e R afirmou que: “O material é adequado e tem um potencial bastante significativo para a aprendizagem dos alunos”.

Figura 31 – Relevância do material na perspectiva do participante T

Entendo que o material é relevante no que diz respeito ao tema principal. Leva em consideração a história da matemática, o que é muito importante, especialmente para os alunos do EJA e PROEJA. Entretanto acredito que alguns ajustes possam tornar o material mais eficiente para a utilização em sala de aula real.

Fonte: protocolo de pesquisa

Outros participantes mencionaram a necessidade de ajustes na apostila no que se refere as orientações e informações, ainda que o material seja válido, segundo LZ. Para um melhor entendimento, cabe verificar as alterações realizadas na primeira versão da apostila (APENDICE C) e a versão Final (APENDICE D).

Destacamos que quase todos os participantes mencionaram que utilizariam este material como ferramenta auxiliar na abordagem do conteúdo tratado.

Figura 32 – Resposta do item 2.4, utilização do material

J Com as devidas adaptações, sim, de acordo com o público.

LI Sim!!

LA Sim, usaria. Faria algumas adaptações, caso não estivesse utilizando um livro didático do Ensino Médio.

T Sim

W Sim

E Usaria com pequenas alterações.

C Sim. Material muito bem elaborado, fazendo com que o aluno construa o conhecimento acerca do tema proposto.

R Sim.

Fonte: protocolo de pesquisa

Em relação ao ponto 2.3, destacamos que apenas um dos professores da área técnica fez um comentário, como ilustra a figura a seguir.

Figura 33 – Sugestão do professor no item 2.3

Podemos usar em sala de aula um smartphone como osciloscópio, com um programa que faz leituras de sinais elétricos adaptados pela entrada de microfone. Vide material no link:

<http://www1.fisica.org.br/fne/phocadownload/Vol18-Num2/FnE-18-02-200707.pdf>

Fonte: protocolo de pesquisa

Desta forma, este comentário também responde a alguns questionamentos dos participantes quanto a suposição de não haver, em alguma instituição, o Osciloscópio disponível ou em grande quantidade, sendo esta uma sugestão para eventual impossibilidade.

Após a análise das informações obtidas foi possível responder à questão de pesquisa. Desta forma, enfatiza-se o reconhecimento dos professores quanto a relevância da proposta didática, contribuindo de fato para o ensino e a formação dos estudantes dos Cursos Técnicos em Eletrotécnica Integrados ao Ensino Médio, na modalidade PROEJA.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho foi desenvolvido a partir do interesse por este público, do conhecimento de algumas de suas características e por conta de familiares de alguns dos autores terem se formado nessa modalidade. Até por isso, é de grande valia saber que a construção desse material poderá contribuir de alguma forma para o ensino deste grupo, que segundo pesquisas e estatísticas é considerado excluído, uma vez que o público do EJA já constitui um grupo à margem da sociedade, no que diz respeito à escolaridade.

Ao analisarmos os objetivos específicos determinados por essa pesquisa, consideramos que estes foram alcançados, visto que, após estudos aprofundados, conseguimos conhecer e compreender algumas das principais problemáticas sobre o público da EJA e PROEJA.

Além disso, também foi possível identificar o posicionamento de autores em relação ao uso de MDCM e da História da Matemática como ferramentas auxiliares, a fim de facilitar a abordagem de conteúdos. As considerações destes autores e a pontuação dada a estes tópicos pelos professores avaliadores no questionário, os validaram como recursos adequados para promover a curiosidade, interesse na pesquisa e possibilidade de investigação.

Este desfecho causa um grande sentimento de satisfação para licenciandos e orientadores desta pesquisa, pois buscamos desde o início, ainda no projeto deste trabalho, incluir, de maneira prática, ferramentas que facilitassem o ensino e que também fossem apropriadas para este público.

Assim, este trabalho além de contribuir nas experiências dos estudantes, servirá ao professor como recurso facilitador no processo de ensino deste assunto em turmas da modalidade. Além disso, ressalta-se que pode ser utilizado em diferentes abordagens, como em outros tipos de Funções Trigonométricas. Sustentando-se sempre pelo princípio da integração e feitos os ajustes necessários de acordo com o tema.

Entendemos que são necessárias as discussões em relação a integração das disciplinas em turmas do PROEJA. Esta abordagem é plausível, por conta da quantidade reduzida de pesquisas que consideram este assunto de modo integrado e pelas observações por parte dos participantes avaliadores do material.

A partir destas análises, o objetivo geral de elaborar uma proposta didática para o ensino do gráfico da Função Seno, envolvendo a História da Trigonometria e uso de Material Didático Concreto Manipulável, sendo utilizadas nas disciplinas de Matemática e Eletrotécnica do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na modalidade PROEJA foi alcançado.

Quanto às contribuições para os licenciandos, é válido ressaltar que a elaboração da

proposta didática e as considerações feitas pelos professores avaliadores proporcionaram um momento de enriquecimento acadêmico, profissional e humano.

Salientamos o nosso reconhecimento às observações feitas pelos docentes, objetivando contribuir para um produto final de qualidade, útil e que realmente seja utilizado em possíveis aplicações.

Para trabalhos futuros, sugerimos a continuidade desta pesquisa com uma abordagem dos parâmetros da Função seno ou das demais funções trigonométricas e um projeto de pesquisa com alunos, podendo ser os do PIBID, para aplicação de instrumentos já elaborados por alunos de graduação, várias práticas, com resultados e no fim um trabalho monográfico descrevendo essa aplicação.

REFERÊNCIAS

AGRANIONI, N. T. **Escritas numéricas de milhares e valor posicional**: concepções iniciais de alunos de 2ª série. 2008. 218 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 2008. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/13485>. Acesso em: 31 mar. 2021.

ALMEIDA, A; CORSO, A. M. A educação de Jovens e Adultos: Aspectos históricos e sociais. In: XII CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2015, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2015. p.1283-1299. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/22753_10167.pdf. Acesso em: 25 mar. 2021.

ANDRADE, L. O. M. **O Ensino de Matemática no PROEJA**: Limites e Possibilidades. 2010. 126 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Educação Agrícola, Área de Concentração em Educação Agrícola., Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica – RJ, 2010. Disponível em: <https://tede.ufrjr.br/jspui/bitstream/tede/50/1/2010%20-%20Lucianne%20Oliveira%20Monteiro%20Andrade.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2021.

ANDRÉ, M. O QUE É Um Estudo de Caso Qualitativo em Educação? **Revista da Faceba – Educação e Contemporaneidade**, Salvador – BA, v. 22, n. 40, p. 95-103, jul. 2013. Disponível em: http://www.dlbras.unir.br/uploads/13131313/arquivos/Marli_Andr_O_que_um_Estudo_d_e_Caso_417601789.pdf. Acesso em: 17 abr. 2021.

ANDREOTTI, A. L. A administração escolar na Era Vargas e no Nacional - Desenvolvimentismo (1930 - 1964). **Revista Histedbr On-line**, Campinas – SP, p.102-123, ago. 2006. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/4916/art8_22e.pdf. Acesso em: 24 mar. 2021.

AZEVEDO, E. V. **Matemática na EJA**: usando material manipulativo como facilitador na discussão de conceitos aditivos. 2020. 55 f. TCC (Graduação) - Curso de Curso de Licenciatura em Pedagogia, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa – PB, 2020. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/17558?locale=pt_BR. Acesso em: 06 abr. 2021.

BARBOSA, E. F. **Instrumentos de coleta de dados em pesquisas educacionais**. 2008. Disponível em: http://www.inf.ufsc.br/~vera.carmo/Ensino_2013_2/Instrumento_Coleta_Dados_Pesquisas_Educacionais.pdf. Acesso em: 12 abr. 2021.

BELARMINO, J. C. L. **Desenvolvendo e aplicando a matemática na eletrônica**: uma proposta para o ensino técnico. 2015. 9493 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró – RN, 2015. Disponível em: <https://docplayer.com.br/15573342-Universidade-federal-rural-do-semi-arido-pro-reitoria-de-pesquisa-e-pos-graduacao-programa-de-pos-graduacao-em-matematica-julio-cesar-da-luz-belarmino.html>. Acesso em: 21 mar. 2021.

BIANCHI, M. I. Z. **Uma reflexão sobre a presença da história da matemática nos livros didáticos**. 2006. 116 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro – SP, 2006. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/911102/bianchi_miz_me_rcla.pdf?sequen. Acesso em: 04 abr. 2021.

BRAGA, A. C. **O desafio da superação do analfabetismo no Brasil: uma análise do Programa Brasil Alfabetizado no município de Araraquara/SP**. 2014. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós graduação em Educação Escolar, Faculdade de Ciências e Letras da Unesp, Araraquara – SP, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/123913/000830529.pdf?sequence=1>. Acesso em: 24 mar. 2021.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2021.

_____. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 19 mar. 2021.

_____. Decreto nº 5.840, de 13 de julho de 2006. **Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos - PROEJA**. Brasília: 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf1/proejadecreto5840.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2021.

_____. Dilma Cabral. Ministério da Justiça e Segurança Pública. **Memória da Administração Pública Brasileira: Constituição de 1824**. 2016. Disponível em: <http://mapa.an.gov.br/index.php/menu-de-categorias-2/305-constituicao-de-1824>. Acesso em: 24 mar. 2021.

_____. Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Diário Oficial da União, Brasília, DF, v. 7, n. 1, 27 dez. 1961. Seção 1, p. 11.429 Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961-353722-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 24 mar. 2021.

_____. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 2005. Disponível em: <https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/70320/65.pdf>. Acesso em: 19 mar. 2021.

_____. Ministério da Educação. **Parecer CNE/CEB nº 11/2000**. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos. 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/legislacao/parecer_11_2000.pdf. Acesso em: 19 mar. 2021.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio: parte III – ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2021.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos: segundo segmento do ensino fundamental: 5ª a 8ª série: introdução.** 2002a. 240 p.: il.: v. 3. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/propostacurricular/segundosegmento/vol3_Matemat. Acesso em: 20 mar. 2021.

CALEGARI, R. P. Os 210 anos da pedagogia Jesuíta no Brasil. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO SUPERIOR - Formação e conhecimento, 2014, Sorocaba – SP. **Anais...**Sorocaba: Universidade de Sorocaba, 2014. Disponível em: https://uniso.uniso.br/publicacoes/anais_eletronicos/2014/5_es_memoria/03.pdf. acesso em: 24 mar.2021.

CAMERA, M. S. **A Circunferência Trigonométrica Numa Abordagem Concreta.** 2015. 117 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal da Bahia, Salvador – BA, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3577541. Acesso em: 05 abr. 2021.

CARVALHO, G. A.; SANTOS, M. J. C. A educação de jovens e adultos e as dificuldades enfrentadas por professores de uma escola pública de fortaleza. In: VI FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA, 2014, Santa Maria – RS. **Anais...** Disponível em: http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/38915/1/2014_eve_gacarvalho.pdf. Acesso em: 02 abr. 2021.

COSTA, A. C. ; NETO, M. O. T.; SÁ, P. F., Uma análise dos conhecimentos de função de estudantes iniciantes do curso de matemática In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Pernambuco – PE. **Anais...** Pernambuco: Universidade Federal de Pernambuco, 2004. Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/files/viii/pdf/07/CC47115084220.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2021.

COSTA, F. L. M; SOBRINHO, F. P.; DIAS, I. E. F. **O perfil dos alunos do proeja no cefetce: o que pensam e o que desejam.** Centro Federal de Educação Tecnológica do Ceará. Fortaleza – CE, 2007. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf3/tcc_operfil.pdf. Acesso em: 12 abr. 2021.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto.** [tradução Máгда Lopes; consultoria, supervisão e revisão técnica desta edição Dirceu da Silva]. 3ª ed. Porto Alegre – RS: Artmed, 2010. Disponível em: https://kupdf.net/download/creswell-projeto-de-pesquisa-pdf_5914ce2ddc0d608706e5e554_pdf. Acesso em: 11 abr. 2021.

DALVI, S. C. A construção do conceito de números racionais: a modelagem matemática como catalizador do conhecimento. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20., 2016, Curitiba – PR. **Anais XX EBRAPEM – ISSN: 2237-8448**. Curitiba – PR: Ebrapem, 2016. p. 1-11. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd10_silvana_dalvi.pdf. Acesso em: 31 mar. 2021.

D'AMBRÓSIO, U. Priorizar História e Filosofia da Matemática na Educação. **Tópicos Educacionais**, Recife, v. 18, n. 1, p. 159-175, dez. 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/topicoseducacionais/article/download/22336/18536>. Acesso em: 03 abr. 2021.

_____. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 17. ed. Campinas - SP: Papyrus Editora, 1996. 120 p. Disponível em: http://www.iftmituiutaba.com.br/upload/editais/Educa%C3%A7%C3%A3o_Matem%C3%A1tica.pdf. Acesso em: 11 abr. 2021.

FARIA, R. S. **Evasão e permanência na eja**: por um trabalho de qualidade na gestão de uma escola da rede municipal de Belo Horizonte. 2013. 116 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação Profissional em Gestão e Avaliação da Educação Pública, Caed - Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora - MG, 2013. Disponível em: <http://www.mestrado.caedufjf.net/wp-content/uploads/2014/03/dissertacao-2011-roselita-soares-de-faria.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2021.

FEIJÓ, R. S. A. A. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria**: um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal. Dissertação (Mestrado) – Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade de Brasília, Brasília – DF, 2018. Disponível em: https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/32144/1/2018_RachelSaffirAra%c3%baj%c3%b3.pdf. Acesso: 20 mar. 2021.

FELTRIM, V. D. **Um Levantamento Bibliográfico sobre a Estruturação de Textos Acadêmicos**. Fundação Universidade Estadual de Maringá. Maringá – PR, 2007. Disponível em: <http://wiki.icmc.usp.br/images/7/72/Feltrim2007.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2021.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas – SP, v. 3, n. 4, p. 1-38, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877/15035>. Acesso em: 21 mar. 2021.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática**. Boletim da SBM, São Paulo – SP, v. 4, n. 7, 1990. Disponível em: http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emersom_rolkouski_-_texto_1.pdf. Acesso em: 21 mar. 2021.

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro – SP, v. 19, n. 26, p. 77-102, fev. 2008. Disponível em:

<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1853>. Acesso em: 31 mar. 2021.

FONTELLES, M. J. *at el.* **Metodologia da pesquisa científica**: diretrizes para a elaboração de um protocolo de pesquisa. Núcleo de Bioestatística Aplicado à pesquisa da Universidade da Amazônia. Belém - PA, 2009. Disponível em:

https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/150/o/Anexo_C8_NONAME.pdf. Acesso em: 11 abr. 2021.

GALVÃO, M. C. B. **O levantamento bibliográfico e a pesquisa científica**. 2010.

Disponível em:

http://www2.eerp.usp.br/nepien/disponibilizararquivos/levantamento_bibliografico_cristianeg_alv.pdf. Acesso em: 11 abr. 2021.

GATTI, B.; ANDRÉ, M. A relevância dos métodos de pesquisa qualitativa em Educação no Brasil. In: **Metodologias da pesquisa qualitativa em educação**: origens e evolução [S.l.], p. 11, 2010. Disponível em: <https://www.uffs.edu.br/pastas-ocultas/bd/pro-reitoria-de-pesquisa-e-pos-graduacao/repositorio-de-arquivos/arquivos-do-programa-de-formacao/modulo-vii-pesquisa-qualitativa-parte-ii/@@download/file>. Acesso em: 11 abr. 2021.

GAZIRE, E. S.; RODRIGUES, F. C. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, [S.L.], v. 7, n. 2, p. 187, 13 dez. 2012. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/315025468_Reflexoes_sobre_uso_de_material_didatico_manipulavel_no_ensino_de_matematica_da_acao_experimental_a_reflexao Reflections on use of material in school teaching of mathematics manipulable trial of action/link/5d0c5164a6fdcc246297c8be/download. Acesso em: 31 mar. 2021.

GERHARDT, T. E. (org); SILVEIRA, D. T. (org). **Métodos de pesquisa**. Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS. Porto Alegre – RS: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/52806>. Acesso em: 11 nov. 2021.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. - 6. ed. - São Paulo – SP: Atlas, 2008. Disponível em: <https://ayanrafael.files.wordpress.com/2011/08/gil-a-c-mc3a9todos-e-tc3a9nicas-de-pesquisa-social.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2021.

HADDAD, S.; PIERRO, M. C. Escolarização de jovens e adultos. **Revista Brasileira de Educação**, Campinas – SP, n.14, p.108-194, Mai/Jun/Jul/Ago 2000. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n14/n14a07.pdf>. Acesso em: 19 mar. 2021.

INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE. **Projeto Político Pedagógico do curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos do Campus Campos Centro**. Campos dos Goytacazes – RJ: IFF, 2018. Disponível em:

<file:///C:/Users/rodri/Downloads/RESOLU%C3%87%C3%83O+N.%C2%BA+24,+DE+18+DE+JULHO+DE+2018.pdf>. Acesso em: 31 mar. 2021.

JUNG, H. S.; FOSSATTI, P.; SUDBRACK, E. M. A permanência no Ensino Médio brasileiro e sua relação com a formação docente. **Revista Teias**, v. 18, n. 49, p.59-75, 2017 Abr/Maio/Jun. Ensino de língua materna no ensino médio. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/revistateias/article/download/26949/20953>. Acesso em: 02 abr. 2021.

LEMOS, S. F. C. **Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de educação de Jovens e Adultos (PROEJA): um estudo sobre o acesso à formação profissional**. 2010. 137 f. Dissertação (Mestrado) em Educação. Universidade Estácio de Sá, Rio de Janeiro – RJ, 2010. Disponível em: <http://portal.estacio.br/media/3433/suely-fernandes-coelho-completa.pdf>. Acesso em: 19 mar. 2021.

LINS, A. G. R. **A trigonometria no Ensino Médio do CEFET-PB**. Jundiaí – SP, Paco Editorial: 2016.

LOPES, A. P. N.; BURGARDT, V. M. Idoso: um perfil de alunos na EJA e no mercado de trabalho. **Revista: Estudos Interdisciplinares sobre envelhecimento**. Porto Alegre, v. 18, n. 12, p. 311-330, 2013. Porto Alegre -RS. Disponível em: <https://www.seer.ufrgs.br/RevEnvelhecer/article/view/21474/27660>. Acesso em: 11 abr. 2021.

MELO, R. B. F.; EZEQUIEL, J. E. F. A educação matemática na EJA (Educação de Jovens e Adultos): um estudo de caso no município de desterro - PB. **Educação & Tecnologia**, Belo Horizonte – MG, v. 22, n. 2, p. 23-34, maio 2018. Disponível em: <https://periodicos.cefetmg.br/index.php/revistaet/article/view/734>. Acesso em: 20 mar. 2021.

MENDES, F. G. L.; SOUZA, B. O. O professor de matemática e as dificuldades no ensino/aprendizagem dos conteúdos de matemática nas unidades escolares Átila Lira e Demerval Lobão no município de Angical do Piauí. In: VI CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2020, evento online. **Anais...** Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2019/TRABALHO_EV127_MD1_SA13_ID4336_30082019131647.pdf. Acesso em: 02 abr. 2021.

MOREIRA, P. R. **Evasão escolar nos cursos técnicos do PROEJA na Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica de Minas Gerais**. 2012. Dissertação (Mestrado), Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte – MG, 2012. Disponível em: https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/BUOS-99MFAU/1/priscila_rezende.pdf. Acesso em: 08 abr. 2021.

MOURA, D. H., et al. EJA: Formação técnica integrado ao Ensino Médio. In: **PROGRAMA SALTO PARA O FUTURO**. Boletim 16 de 2006. Disponível em: http://forumeja.org.br/pf/sites/forumeja.org.br/pf/files/boletim_salto16.pdf. Acesso em: 19 mar. 2021.

MUNIZ, R. S. S. **Coordenadas polares no ensino médio: contribuições para o ensino e a aprendizagem de trigonometria e números complexos**. 2011. TCC (Graduação) – Curso de Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, campus Campos-Centro, Campos dos Goytacazes, RJ, 2011. Disponível em: <http://bd.centro.iff.edu.br/jspui/handle/123456789/748>. Acesso em: 31 mar. 2021.

NACIONAL, Jornal. Estudo calcula quanto o Brasil perde quando um jovem não conclui a educação básica. **g1.globo.com**, 2020. Disponível em: <https://g1.globo.com/jornal-nacional/noticia/2020/07/11/estudo-calcula-quanto-o-brasil-perde-quando-um-jovem-nao-conclui-a-educacao-basica.ghtml>. Acesso em: 19 mar. 2021.

NASCIMENTO, A. F.M.; LASSANCE, R. Avaliação de projetos e atividades universitárias: referenciando a prática. **Revista Brasileira Extensão Universitária**, v. 2, n. 2, p. 63-120, 2004. Disponível em: <https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/RBEU/article/view/949>. Acesso em 17 abr. 2021

NASCIMENTO, L. M. **O geoplano circular dinâmico e as tábuas de cordas de ptolomeu e copérnico como alternativa no ensino aprendizagem de conceitos trigonométricos**. 2015. 99 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista – BA, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2524783. Acesso em: 05 abr. 2021.

OLIVEIRA, F. C. **Dificuldade na construção de gráficos de funções**. 2006. 117 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal – RN, 2006. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/16119/1/FranciscoCO.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2021.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório: da prática à representação de uma prática. In: **INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Práticas de Ensino da Matemática**. SPIEM, 2012. p. 557-570. Disponível em: <http://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1142/1/GD3-recursos-didaticos.pdf>. Acesso em: 02 abr. 2021.

OLIVEIRA, M. F. **Metodologia científica: um manual para a realização de pesquisas em Administração**. Catalão: UFG, 2011. Disponível em: https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/567/o/Manual_de_metodologia_cientifica_-_Prof_Maxwell.pdf. Acesso em: 11 abr. 2021.

PAGLIARINI, M. M. **Abordagem metodológica para o ensino de Trigonometria por meio de Material Manipulável e Registro de Representação Semiótica**. 2016. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco - PR, 2016. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/1859>. Acesso em: 31 mar. 2021.

PAIVA, A. B. A história da Matemática no ensino e na aprendizagem do sistema de numeração decimal. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S.L.], v. 5, n. 14, p. 85-97, 25 ago. 2018. Boletim Cearense de Educacao e Historia da Matematica - BOCEHM. <http://dx.doi.org/10.30938/bocehm.v5i14.224>. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/224>. Acesso em: 04 abr. 2021.

PINTO, R. O. **Uma proposta de matemática aplicada para o curso técnico em eletrotécnica integrado ao ensino médio**. 2017. 75 f. Dissertação (Mestrado) Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal do Pará, Belém – PA, 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5000943. Acesso em: 05 abr. 2021.

POUBEL, C. M. S.; PINHO, L. G.; CARMO, G. T. Uma arena de tensões: a história da eja ao proeja. **Cadernos de História da Educação**, [S.L.], v. 16, n. 1, p. 125-140, abr. 2017. EDUFU - Editora da Universidade Federal de Uberlândia. Disponível em: <http://www.seer.ufu.br/index.php/che/article/view/38242/20188>. Acesso em: 26 mar. 2021.

RIBEIRO, E. C. **Material concreto para o ensino de Trigonometria**. 2010. Monografia (Especialização Matemática para Professores do Ensino Básico) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte – MG, 2011. Disponível em: https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/BUOS-94QP5J/1/material_concreto_para_o_ensino_de_trigonometria.pdf. Acesso em: 02 abr. 2021.

ROLDI, K; AMADO, M. V. Atividades práticas como recursos metodológicos para a construção de conceitos científicos: uma experiência na formação continuada de professores da EJA. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, v. 7, n. 1, p.77-83, 2018. Disponível em: <https://ojs2.ifes.edu.br/index.php/saladeaula/article/view/569/630>. Acesso em: 02 abr. 2021.

RUSCIOLELLI, D. P. **Circunferência Trigonométrica Manipulável**. 2014. 84 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus - BA, 2014. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2214313. Acesso em: 04 abr. 2021.

SANCEVERINO, A.; *at el*. **A EJA em Santa Catarina no contexto da pandemia da COVID -19**. 2020. Disponível em: <https://www.uffs.edu.br/campi/erechim/noticias/arquivos-das-noticias/eja-no-contexto-da-pandemia-em-santa-catarina-estudo-do-feja/@@download/file>. Acesso em: 22 mar. 2021.

SANTOS, C. P. **O processo de ensino-aprendizagem na Educação de Jovens e Adultos: o caso da escola estadual de ensino fundamental e médio Manoel Alves campos do congo-PB**. 2017. 44 f. Monografia (Especialização) - Curso de Pós-Graduação em Educação de Jovens e Adultos, Universidade Federal de Campina Grande, Sumé – PB, 2017. Disponível em: <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/riufcg/5348/CLAUDENOR%20PEIREIR%20A%20DOS%20SANTOS%20-%20TCC%20ESPECIALIZA%20c3%87%20c3%83O%20EJA%20ECOSOL%20CDSA%202017.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 19 mar. 2021.

SANTOS, M. L. P. D. **O significado da Escolarização para os alunos da EJA**. 2010. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação Mestrado em Educação – Pontifícia Universidade Católica de Góias, Goiânia, 2010. Disponível em: <http://tede2.pucgoias.edu.br:8080/bitstream/tede/1282/1/Maria%20Lucia%20Pacheco%20Duarte%20dos%20Santos.pdf>. Acesso em: 02 abr. 2021.

SILVA, A. L. O PROEJA nos institutos federais: desafios atuais. **Ensino em Foco**, [S.l.], v. 1, n. 1, mar. 2018. ISSN 2595-0479. Disponível em: <https://publicacoes.ifba.edu.br/index.php/ensinoemfoco/article/view/441>. Acesso em: 30 mar. 2021.

SILVA, R. S.; MARTINEZ, M. L. S. Dificuldades na Matemática Básica: o processo de Ensino - Aprendizagem para a vida. In: **EDUCERE: XIII CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO**. UFPEL, p. 118839-11850. 2017. Disponível em: <http://bit.ly/39n76qs>. Acesso em: 12 abr. 2021.

SILVEIRA, K. B. V. **O educando da EJA: dificuldades e superações na Aprendizagem de matemática financeira**. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissionalizante no Ensino de Física e de Matemática - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2007. Disponível em: <http://tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/416/1/Karla%20Beatriz%20Vivian%20Silveira.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2021.

SIQUEIRA, F. G. A.; TEIXEIRA, G. G.; FERNANDES, S. T. F. S. **Desafios da integração: articulando a trigonometria com o curso técnico integrado ao ensino médio em eletrotécnica**. 2017. 117 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos-Centro, Campos dos Goytacazes – Rj, 2017. Disponível em: <http://licenciaturas.centro.iff.edu.br/cursoslicenciatura/licenciatura-em-matematica/trabalho-de-conclusao-de-curso/2017/DESAFIOS%20DA%20INTEGRACAO%20ARTICULANDO%20A%20TRIGONOMETRIA%20COM%20O%20CURSO%20TECNICO%20INTEGRADO%20AO%20ENSINO%20MEDIO%20EM%20ELETROTECNICA.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2021.

SOARES, L. O educador de jovens e adultos e sua formação. **Educação em Revista**, p.83-100, n. 47, 2008. Belo Horizonte. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/edur/n47/05.pdf>. Acesso em: 02 abr. 2021.

SOUSA, D. O. **Interrupções do Processo de Formação Escolar dos Estudantes da EJA: em foco o desinteresse pela escola e dificuldades com as disciplinas, em especial, a Matemática**. 2014. 34 f. Monografia (Especialização) - Curso de Especialização em Educação na Diversidade e Cidadania, Ênfase em Eja / 2013-2014, Universidade de Brasília, Brasília – DF, 2014. Disponível em: http://bdm.unb.br/bitstream/10483/7945/6/2014_DeboraOliveiradeSousa.pdf. Acesso em: 19 mar. 2021.

SOUSA, F. D. P. **Proposta de atividades para o ensino de trigonometria**. 2014. 59 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Ceará, Juazeiro do Norte – CE, 2014. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2227662. Acesso em: 05 abr. 2021.

SOUZA, C. K. A. **Materiais manipuláveis: a matemática ao alcance das mãos**. 2013. 87 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus – BA, 2013. Disponível em: <http://www.biblioteca.uesc.br/biblioteca/bdtd/201160267D.pdf>. Acesso em: 04 abr. 2021.

SOUZA, C. B. **Matemática experimental: uso da tábua trigonométrica**. 2013. 89 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus – BA, 2013. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=93961. Acesso em: 05 abr. 2021.

SOUZA, J. F. **Construindo uma aprendizagem significativa com história e contextualização da matemática**. 2009. 95 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Agrícola, Ufrjr, Seropédica – RJ, 2009. Disponível em: <https://tede.ufrjr.br/jspui/handle/tede/131>. Acesso em: 04 abr. 2021.

VIEIRA, C. R. **Reinventando a geometria no ensino médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de geometria dinâmica e a teoria de Van Hiele**. 2010. Dissertação (Mestrado) Mestrado Profissional em Educação Matemática – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010. Disponível em: <http://repositorio.ufop.br/handle/123456789/3252>. Acesso: 02 abr. 2021.

ZANETTE, M. S. Pesquisa qualitativa no contexto da Educação no Brasil. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 1, n. 65, p. 149-166, set. 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/er/n65/0104-4060-er-65-00149>. Acesso em: 11 abr. 2021.

APÊNDICE A – APOSTILA DO ALUNO 1ª VERSÃO



Apostila do Aluno

Esta atividade é parte de um trabalho monográfico desenvolvido no Curso de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense, Campus Campos Centro, sob a orientação dos professores Carla Antunes Fontes e Leandro Sopeletto Carrero.

Licenciandos: Igor Rodrigues Batista, Josiliane Santos do Rosário e Rodrigo Garnier Tomás de Oliveira.

Matemática na prática

Atividade 1: A partir das manipulações e observações no osciloscópio, faça o que se pede em cada item.

a) Esboce o gráfico que apareceu no visor do equipamento.

b) Considerando o item anterior, o gráfico que você esboçou se assemelha a algo que você conhece? Caso afirmativo, a quê?

c) A curva desenhada no item (a) possui características conhecidas por você? Caso possua, cite algumas.

d) Você já ouviu falar em curva senoidal ou simplesmente seno?

Um pouco de História

Trigonometria

Sem informações precisas, mas com provável início no Egito e na Babilônia, a Trigonometria foi uma ferramenta essencial na observação e estudo de Astronomia, Agrimensura e Navegações (OLIVEIRA, 2010; COSTA, 2003). Por volta de 2000 a. C., já havia grande interesse em Astronomia, especificamente no movimento dos astros (OLIVEIRA, 2010). Mesmo que muitos estudiosos, como Arquimedes (287 – 212 a. C.) e Aristarco (310 – 230 a. C.), tenham se dedicado, não conseguiram chegar a um estudo mais sistemático de Trigonometria para a “determinação do meio-dia solar; dos quatro pontos cardeais; das estações do ano; da altura do sol; a latitude do lugar e a declinação do sol.” (AFONSO, 1995 p. 149).

Em 276 – 196 a. C., um amigo de Arquimedes, Eratóstenes de Cirene, pretendendo encontrar a medida da circunferência da Terra, percebeu que para isso deveria desenvolver relações entre ângulos e cordas. Este fato motivou estudos relacionados aos ângulos e suas medições. (OLIVEIRA, 2010).

Alguns avanços no desenvolvimento da Trigonometria ocorreram também na Grécia, a partir das contribuições dos estudos astronômicos de Hiparco (180 – 125 a. C.), por meio de tábuas de cordas. Uma relação estabelecida pelo astrônomo foi a associação d’ “a corda de um arco ao ângulo central correspondente, em um círculo de raio fixo.” (OLIVEIRA, 2010, p. 17).

Dessa forma, o desenvolvimento do sistema de posições e coordenadas dos planetas; o tamanho da lua; duração do mês e do ano foram algumas das contribuições para a Astronomia. Neste contexto e baseado em descobertas babilônicas, que utilizavam uma notação sexagesimal, Hipsicles (180 a. C.) dividiu o dia em 360 partes iguais. Isso influenciou Hiparco a dividir o círculo em 360 graus para construir a Tabela de Cordas. (OLIVEIRA, 2010).

Mesmo com todos os estudos e avanços, não há relatos ou evidências históricas concretas que comprovem a realização da Tabela de Cordas desenvolvida por Hiparco, pois muitos registros se perderam. (OLIVEIRA, 2010). Costa (2003) detalha que

Hiparco construiu o que foi presumivelmente a primeira tabela trigonométrica com os valores das cordas de uma série de ângulos de 0° a 180° , em cuja montagem utilizou interpolação linear. Ele observou que num dado círculo a razão do arco para a corda diminui quando o arco diminui de 180° para 0° . Resolveu então associar a cada corda de um arco o ângulo central correspondente, o que representou um grande avanço na Astronomia e por isso ele recebeu o título de “**Pai da Trigonometria**”. (COSTA, 2014, p. 6, grifo do autor).



Seno e Cosseno

Os estudos desenvolvidos na Grécia também contribuíram para que na Índia outras abordagens fossem feitas. Uma dessas foi a consideração do segmento, a corda, como meia-corda. Berlinghoff (2010 apud PERODI; HUNGARO, 2014, p. 6) destaca que em “muitos casos o segmento certo a considerar não é a corda, mas sim, a metade da corda do dobro do ângulo”. Este segmento recebeu o nome de *jya*, que significava corda na escrita hindu. Tempos depois, os árabes fizeram a substituição da escrita para *jyb*. Posteriormente, a escrita foi traduzida para o latim, equivocadamente, como *sinus*, e hoje escrevemos como seno. (KENNEDY, 1992). Tal equívoco se deu pela confusão entre *jyb* e *jayb*, que significa cavidade ou seio, daí *sinus*.

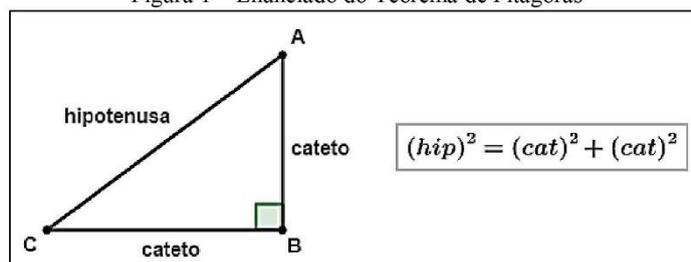
Após estas traduções, Kennedy (1992) menciona que Edmund Gunter (1620) pensou em um termo para representar o seno do complemento de um ângulo. Gunter sugeriu a junção da palavra “complemento” e “seno” resultando em “co-sinus”. O termo “co-sinus”, em português, foi escrito como “co-seno”. Atualmente, cosseno.

O seno

(I) Um triângulo é retângulo quando um de seus ângulos internos mede 90° . (IEZZI, 2013)

(II) O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. (IEZZI, 2013)

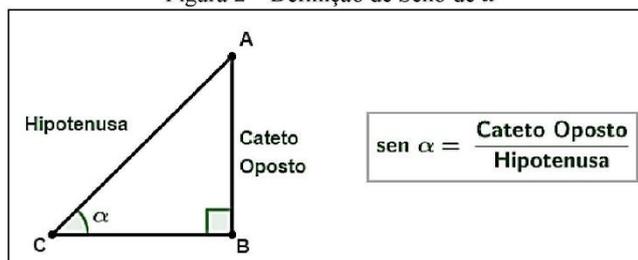
Figura 1 – Enunciado do Teorema de Pitágoras



Fonte: Elaboração própria.

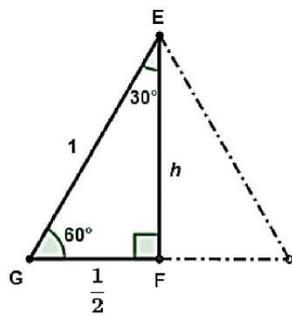
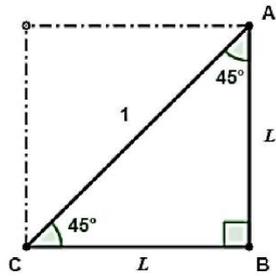
Gelson Iezzi (2013) define Seno de um ângulo agudo como a razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo e a medida da hipotenusa.

Figura 2 – Definição de Seno de α



Fonte: Elaboração própria.

Atividade 2: Vamos determinar o seno de alguns ângulos ‘interessantes’ usando (I) e (II).



Ângulo	Valor do Seno
30°	
45°	
60°	

Mais um pouco de História

Circunferência Trigonométrica

Também chamado de Ciclo ou Círculo Trigonométrico, consiste na representação gráfica de uma circunferência de raio unitário e centro na origem do sistema de coordenadas cartesianas, que nos permite obter valores das razões trigonométricas (seno, cosseno, etc.) para ângulos maiores ou iguais a 90° . (IEZZI, 2013). Conforme a simetria da circunferência trigonométrica, temos o eixo horizontal associado aos valores do cosseno e o eixo vertical aos valores do seno. (IEZZI, 2013). Esta é uma das definições que podemos encontrar. O que mais sabemos sobre este objeto matemático, fundamental no estudo da Trigonometria?

A primeira divisão da circunferência em 360 partes iguais teve origem nos babilônios, pouco antes de 300 a.C. Posteriormente, duzentos anos depois aproximadamente, foi a vez dos gregos adotarem esta divisão, aliada à divisão sexagesimal do grau em minutos e segundos, para representar comprimentos de arcos. (OLIVEIRA, 2010).

Apenas por volta de 150 a.C., surgiu a primeira tabela trigonométrica devida ao astrônomo Hiparco, como visto anteriormente. (OLIVEIRA, 2010). A partir disso, generalizou assim a ideia da divisão da circunferência em 360 partes, definindo-a em 360° . Na sequência, já por volta de 100 d.C., influenciado por Hiparco, Ptolomeu contribuiu com esses estudos ao construir uma tabela de cordas de uma circunferência para ângulos que variam de meio em meio grau, entre 0° e 180° . O “Almagesto”, conjunto de treze livros por ele escrito, trazia em seu primeiro tomo as bases matemáticas necessárias para compreender os outros doze, dedicados à Astronomia. Nele, havia alguns resultados sobre geometria esférica, devidos à Menelau, seu predecessor, além de métodos para calcular o comprimento das cordas e a tábua de cordas. É considerada a mais significativa obra da Antiguidade (OLIVEIRA, 2010).

No século XVIII, a Trigonometria chega à forma em que é estudada hoje, com o matemático Leonard Euler. A medida do raio do círculo passa a ser unitária e definem-se funções aplicadas a um número ao invés de um ângulo. Ocorreu, em consequência, a transição das razões trigonométricas para as funções trigonométricas. (OLIVEIRA, 2010).

Segundo o professor Elon Lages Lima (2013), tomar o raio igual a uma unidade de comprimento corresponde a escolher o comprimento do raio como unidade de medida. Como todas as linhas trigonométricas são quocientes entre duas medidas, o valor de cada uma se mantém inalterado quando o raio é modificado.



Atividade 3: Quais unidades de medida para ângulo você estudou e qual relação pode ser determinada entre essas medidas?

Radiano

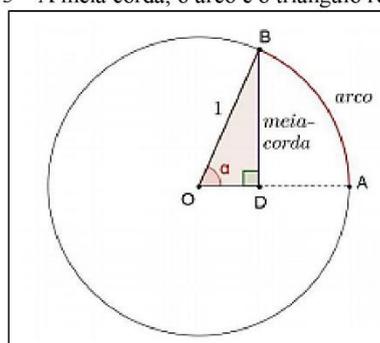
No decorrer dos estudos de Trigonometria, encontramos diversos conceitos utilizados com tanta frequência e naturalidade, que às vezes temos a sensação de que esses conceitos surgiram “do nada”, prontos para atender a alguma demanda. Entretanto, é importante entender como se deu a construção desses conceitos, como afirmam as Orientações Curriculares para o Ensino Médio

A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos. [...] A recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática. (BRASIL, 2006, p.86).

Um desses conceitos é o de radiano. De acordo com Kennedy (1992) apud Oliveira (2014), teria aparecido pela primeira vez em um impresso no ano de 1873, em um trabalho do físico James Thonson. O termo possivelmente foi inspirado pela palavra radius (raio, em latim).

O uso dessa unidade surgiu da necessidade de unificar as unidades de medidas de arco e de corda (ou meia corda), ou seja, de obter uma unidade de medida que seja, ao mesmo tempo, angular e de comprimento. O raio da circunferência passou a ser adotado como unidade de medida comum, pois permitiu articular a trigonometria de arcos e cordas com a que relaciona razões entre lados de triângulos retângulos. No caso, o comprimento da meia corda tornou-se a razão entre os lados de um triângulo retângulo, de acordo com Oliveira (2014). Dessa forma “um arco que mede um radiano (1 rad) tem o mesmo comprimento que o raio da circunferência que o contém”. (OLIVEIRA, 2014, p. 14)

Figura 3 – A meia corda, o arco e o triângulo retângulo.



Fonte: Oliveira, 2014.

Se o arco \widehat{AB} tem medida igual à do raio da circunferência, tomado como unitário, então o ângulo α mede 1 radiano. Um radiano vale aproximadamente 60 graus, pois 360 graus correspondem a 2π radianos.

Construindo o gráfico visto no osciloscópio

Atividade 4: Agora, com o Material Manipulável em mãos, transporte as medidas dos segmentos verticais (distâncias dos pontos em relação ao eixo das abscissas) do ciclo para a reta ao lado (retificação da circunferência do ciclo).

Atividade 5: Observando ainda a circunferência recebida e os segmentos marcados no gráfico, complete a tabela a seguir.

Ângulo	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Seno								

Atividade 6: Existe algum ângulo para o qual o valor do seno não é definido?

Atividade 7: O conjunto imagem da função Seno é o intervalo $[-1, 1]$. Como esse fato pode ser explicado?

Atividade 8: O que se pode falar acerca dos valores do seno à medida em que os ângulos vão aumentando?



Referências:

AFONSO, Germano B. Experiências simples com o gnômon. **Revista Brasileira de Ensino**, p. 149-153, 1996. Disponível em: http://sbfisica.org.br/rbef/pdf/v18_149.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

BRASIL. Orientações curriculares para o Ensino Médio. v.2. 135p. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 11 jan. 2021.

COSTA, Nielce M. Lobo da. A História da Trigonometria. Educação Matemática em Revista-Revista da SBEM, (10), p. 60-68, 2003. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_trigono.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

IEZZI, Gelson. FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA ELEMENTAR: trigonometria. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

KENNEDY, Edward. Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula. São Paulo: Atual, 1992. Disponível em: <https://www.docsity.com/pt/topicos-historia-da-matematica-para-sala-de-aula-edward-s-kennedy-trigonometria/4917789/>. Acesso em: 10 jun. 2020.

OLIVEIRA, Carlos André Carneiro de. TRIGONOMETRIA: O RADIANO E AS FUNÇÕES SENO, COSSENO E TANGENTE. 2014. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Matemática Mestrado Profissional - Profmat/cct/ufcg, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande - Pb, 2014. Disponível em: <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/2169>. Acesso em: 11 jan. 2021.

OLIVEIRA, Jaqueline de. TÓPICOS SELECIONADOS DE TRIGONOMETRIA E SUA HISTÓRIA. 2010. 64 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de São Carlos Centro de Ciências Exatas e Tecnologia Licenciatura em Matemática, São Carlos, 2010. Disponível em: <https://www.dm.ufscar.br/graduacao/attachments/article/156/313530.pdf>. Acesso em: 07 jan. 2021.

PERONDI, Byanca Brigantini de Souza; HUNGARO, Rafael Mestrinheire. PRIMEIRO CONTATO COM A TRIGONOMETRIA. Os Desafios da Escola pública paranaense na perspectiva do Professor PDE: Artigos, Paraná, v. 1, n. 1, 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unes-par-paranavai_mat_artigo_byanca_brigantini_de_souza.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

APÊNCICE B – APOSTILA DO MESTRE 1ª VERSÃO



Apostila do Mestre

Esta atividade é parte de um trabalho monográfico desenvolvido no Curso de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense, Campus Campos Centro, sob a orientação dos professores Carla Antunes Fontes e Leandro Sopeletto Carrero.

Licenciandos: Igor Rodrigues Batista, Josiliane Santos do Rosário e Rodrigo Garnier Tomás de Oliveira.

Ao Mestre, com carinho!

Este material didático foi criado inicialmente como parte de uma sequência didática que envolvia uma prática de laboratório com observação do osciloscópio e também o uso de material didático manipulável. Porém, devido ao momento de isolamento social em que nos encontramos, precisamos adaptar nossa pesquisa, abrindo mão dos encontros presenciais e revendo os objetivos. Surgiu então a ideia de elaborar não só o material do aluno, como também um voltado para o professor que deseje aplicar nossa proposta de sequência didática. Esperamos, assim, contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de alguns conceitos básicos de Trigonometria no PROEJA.

Matemática na prática

Atividade 1: A partir das manipulações e observações no osciloscópio, faça o que se pede em cada item.

a) Esboce o gráfico que apareceu no visor do equipamento.

Ao Mestre, com carinho!

Espera-se como resposta: Esboço do gráfico visto no osciloscópio.

Mestre: Não é necessário, aqui, priorizar um esboço fiel da curva. O importante é que os estudantes consigam relacioná-la a algo que já estudaram, conforme o item (b), a seguir.

b) Considerando o item anterior, o gráfico que você esboçou se assemelha a algo que você conhece? Caso afirmativo, a quê?

Ao Mestre, com carinho!

Espera-se como resposta: onda, curva, seno, trigonometria.

Mestre: Se necessário, questione os estudantes e leve-os a comparar a curva com algo que já conhecem.



- c) A curva desenhada no item (a) possui características conhecidas por você? Caso possua, cite algumas.

Ao Mestre, com carinho!

Espera-se como resposta: Trigonometria, função, gráfico de uma função, possui eixos, repetição das ondas (periodicidade, cíclica), altura da onda “de cima” e a “de baixo” iguais (amplitude), distância entre as repetições é a mesma (comprimento de onda).

Mestre: Deve-se observar neste momento quais foram as respostas dos estudantes. Isto mostrará quais são suas lembranças sobre esse conteúdo. Dependendo das respostas, oralmente indague-os se estudaram ou não algum assunto destes em disciplinas anteriores do curso técnico.

- d) Você já ouviu falar em curva senoidal ou simplesmente seno?

Ao Mestre, com carinho!

Este é o momento ideal para apresentar o conteúdo a ser estudado: a função seno e sua representação gráfica.

Um pouco de História

Trigonometria

Sem informações precisas, mas com provável início no Egito e na Babilônia, a Trigonometria foi uma ferramenta essencial na observação e estudo de Astronomia, Agrimensura e Navegações (OLIVEIRA, 2010; COSTA, 2003). Por volta de 2000 a. C., já havia grande interesse em Astronomia, especificamente no movimento dos astros (OLIVEIRA, 2010). Mesmo que muitos estudiosos, como Arquimedes (287 – 212 a. C.) e Aristarco (310 – 230 a. C.), tenham se dedicado, não conseguiram chegar a um estudo mais sistemático de Trigonometria para a “determinação do meio-dia solar; dos quatro pontos cardeais; das estações do ano; da altura do sol; a latitude do lugar e a declinação do sol.” (AFONSO, 1995 p. 149).

Em 276 – 196 a. C., um amigo de Arquimedes, Eratóstenes de Cirene, pretendendo encontrar a medida da circunferência da Terra, percebeu que para isso deveria desenvolver relações entre ângulos e cordas. Este fato motivou estudos relacionados aos ângulos e suas medições. (OLIVEIRA, 2010).

Alguns avanços no desenvolvimento da Trigonometria ocorreram também na Grécia, a partir das contribuições dos estudos astronômicos de Hiparco (180 – 125 a. C.), por meio de tábuas de cordas. Uma relação estabelecida pelo astrônomo foi a associação d’ “a corda de um arco ao ângulo central correspondente, em um círculo de raio fixo.” (OLIVEIRA, 2010, p. 17).

Dessa forma, o desenvolvimento do sistema de posições e coordenadas dos planetas; o tamanho da lua; duração do mês e do ano foram algumas das contribuições para a Astronomia. Neste contexto e baseado em descobertas babilônicas, que utilizavam uma notação sexagesimal, Hipsicles (180 a. C.) dividiu o dia em 360 partes iguais. Isso influenciou Hiparco a dividir o círculo em 360 graus para construir a Tabela de Cordas. (OLIVEIRA, 2010).

Mesmo com todos os estudos e avanços, não há relatos ou evidências históricas concretas que comprovem a realização da Tabela de Cordas desenvolvida por Hiparco, pois muitos registros se perderam. (OLIVEIRA, 2010). Costa (2003) detalha que

Hiparco construiu o que foi presumivelmente a primeira tabela trigonométrica com os valores das cordas de uma série de ângulos de 0° a 180° , em cuja montagem utilizou interpolação linear. Ele observou que num dado círculo a razão do arco para a corda diminui quando o arco diminui de 180° para 0° . Resolveu então associar a cada corda de um arco o ângulo central correspondente, o que representou um grande avanço na Astronomia e por isso ele recebeu o título de **“Pai da Trigonometria”**. (COSTA, 2014, p. 6, grifo do autor).



Seno e Cosseno

Os estudos desenvolvidos na Grécia também contribuíram para que na Índia outras abordagens fossem feitas. Uma dessas foi a consideração do segmento, a corda, como meia-corda. Berlinghoff (2010 apud PERODI; HUNGARO, 2014, p. 6) destaca que em “muitos casos o segmento certo a considerar não é a corda, mas sim, a metade da corda do dobro do ângulo”. Este segmento recebeu o nome de *jya*, que significava corda na escrita hindu. Tempos depois, os árabes fizeram a substituição da escrita para *jyb*. Posteriormente, a escrita foi traduzida para o latim, equivocadamente, como *sinus*, e hoje escrevemos como seno. (KENNEDY, 1992). Tal equívoco se deu pela confusão entre *jyb* e *jayb*, que significa cavidade ou seio, daí *sinus*.

Após estas traduções, Kennedy (1992) menciona que Edmund Gunter (1620) pensou em um termo para representar o seno do complemento de um ângulo. Gunter sugeriu a junção da palavra “complemento” e “seno” resultando em “co-sinus”. O termo “co-sinus”, em português, foi escrito como “co-seno”. Atualmente, cosseno.

O seno

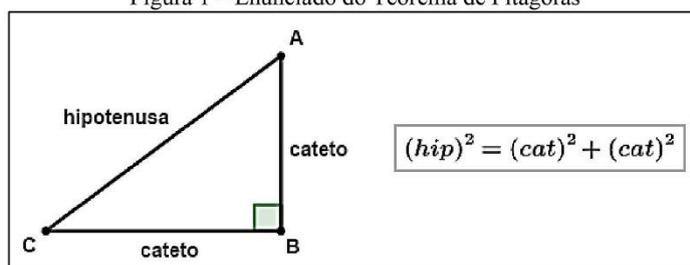
Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Revise com os alunos a definição e a classificação de ângulos (agudo, reto, obtuso); definição de triângulo e sua classificação em relação aos lados (escaleno, isósceles, equilátero) e também em relação aos ângulos (acutângulo, retângulo, obtusângulo). Sugerimos que essa revisão seja feita oralmente, provocando os alunos à discussão e debate acerca dos assuntos. Caso perceba que a maior parte da turma não domina esses assuntos, sugere-se uma revisão mais metódica, acompanhada por notas de aula.

(I) Um triângulo é retângulo quando um de seus ângulos internos mede 90° . (IEZZI, 2013)

(II) O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. (IEZZI, 2013)

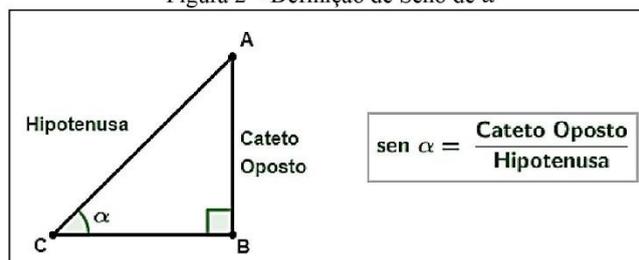
Figura 1 – Enunciado do Teorema de Pitágoras



Fonte: Elaboração própria.

Gelson Iezzi (2013) define Seno de um ângulo agudo como a razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo e a medida da hipotenusa.

Figura 2 – Definição de Seno de α

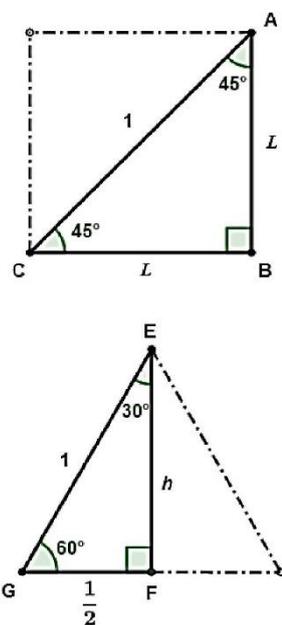


Fonte: Elaboração própria.

Atividade 2: Vamos determinar o seno de alguns ângulos ‘interessantes’ usando (I) e (II).

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Comente com os alunos que o triângulo retângulo cujos ângulos agudos têm medidas iguais a 45° foi originado da divisão de um quadrado pela sua diagonal, de medida igual a uma unidade de comprimento. O outro triângulo retângulo, de ângulos agudos 30° e 60° , surgiu da divisão de um triângulo equilátero de lado igual a uma unidade de comprimento pela sua altura. Sugestão: Aborde o teorema de Pitágoras como soma de áreas. Onde a área do quadrado cuja medida do lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados cujos lados são os catetos.



Ângulo	Valor do Seno
30°	
45°	
60°	

Mais um pouco de História

Circunferência Trigonométrica

Também chamado de Ciclo ou Círculo Trigonométrico, consiste na representação gráfica de uma circunferência de raio unitário e centro na origem do sistema de coordenadas cartesianas, que nos permite obter valores das razões trigonométricas (seno, cosseno, etc.) para ângulos maiores ou iguais a 90° . (IEZZI, 2013). Conforme a simetria da circunferência trigonométrica, temos o eixo horizontal associado aos valores do cosseno e o eixo vertical aos valores do seno. (IEZZI, 2013). Esta é uma das definições que podemos encontrar. O que mais sabemos sobre este objeto matemático, fundamental no estudo da Trigonometria?

A primeira divisão da circunferência em 360 partes iguais teve origem nos babilônios, pouco antes de 300 a.C. Posteriormente, duzentos anos depois aproximadamente, foi a vez dos gregos adotarem esta divisão, aliada à divisão sexagesimal do grau em minutos e segundos, para representar comprimentos de arcos. (OLIVEIRA, 2010).

Apenas por volta de 150 a.C., surgiu a primeira tabela trigonométrica devida ao astrônomo Hiparco, como visto anteriormente. (OLIVEIRA, 2010). A partir disso, generalizou assim a ideia da divisão da circunferência em 360 partes, definindo-a em 360° . Na sequência, já por volta de 100 d.C., influenciado por Hiparco, Ptolomeu contribuiu com esses estudos ao construir uma tabela de cordas de uma circunferência para ângulos que variam de meio em meio grau, entre 0° e 180° . O “Almagesto”, conjunto de treze livros por ele escrito, trazia em seu primeiro tomo as bases matemáticas necessárias para compreender os outros doze, dedicados à Astronomia. Nele, havia alguns resultados sobre geometria esférica, devidos à Menelau, seu predecessor, além de métodos para calcular o comprimento das cordas e a tábua de cordas. É considerada a mais significativa obra da Antiguidade (OLIVEIRA, 2010).

No século XVIII, a Trigonometria chega à forma em que é estudada hoje, com o matemático Leonard Euler. A medida do raio do círculo passa a ser unitária e definem-se funções aplicadas a um número ao invés de um ângulo. Ocorreu, em consequência, a transição das razões trigonométricas para as funções trigonométricas. (OLIVEIRA, 2010).

Segundo o professor Elon Lages Lima (2013), tomar o raio igual a uma unidade de comprimento corresponde a escolher o comprimento do raio como unidade de medida. Como todas as linhas trigonométricas são quocientes entre duas medidas, o valor de cada uma se mantém inalterado quando o raio é modificado.



Atividade 3: Quais unidades de medida para ângulo você estudou e qual relação pode ser determinada entre essas medidas?

Radiano

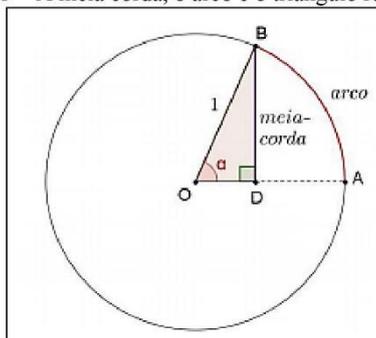
No decorrer dos estudos de Trigonometria, encontramos diversos conceitos utilizados com tanta frequência e naturalidade, que às vezes temos a sensação de que esses conceitos surgiram “do nada”, prontos para atender a alguma demanda. Entretanto, é importante entender como se deu a construção desses conceitos, como afirmam as Orientações Curriculares para o Ensino Médio

A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos. [...] A recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática. (BRASIL, 2006, p.86).

Um desses conceitos é o de radiano. De acordo com Kennedy (1992) apud Oliveira (2014), teria aparecido pela primeira vez em um impresso no ano de 1873, em um trabalho do físico James Thonson. O termo possivelmente foi inspirado pela palavra radius (raio, em latim).

O uso dessa unidade surgiu da necessidade de unificar as unidades de medidas de arco e de corda (ou meia corda), ou seja, de obter uma unidade de medida que seja, ao mesmo tempo, angular e de comprimento. O raio da circunferência passou a ser adotado como unidade de medida comum, pois permitiu articular a trigonometria de arcos e cordas com a que relaciona razões entre lados de triângulos retângulos. No caso, o comprimento da meia corda tornou-se a razão entre os lados de um triângulo retângulo, de acordo com Oliveira (2014). Dessa forma “um arco que mede um radiano (1 rad) tem o mesmo comprimento que o raio da circunferência que o contém”. (OLIVEIRA, 2014, p. 14)

Figura 3 – A meia corda, o arco e o triângulo retângulo.



Fonte: Oliveira, 2014.

Se o arco \widehat{AB} tem medida igual à do raio da circunferência, tomado como unitário, então o ângulo α mede 1 radiano. Um radiano vale aproximadamente 60 graus, pois 360 graus correspondem a 2π radianos.

Construindo o gráfico visto no osciloscópio

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Esta sessão é dedicada ao Material Manipulável, ferramenta auxiliar na explicação da curva senoidal, observada no osciloscópio. Faça o *link* nesse momento com a curva esboçada na Atividade 1, item (a).

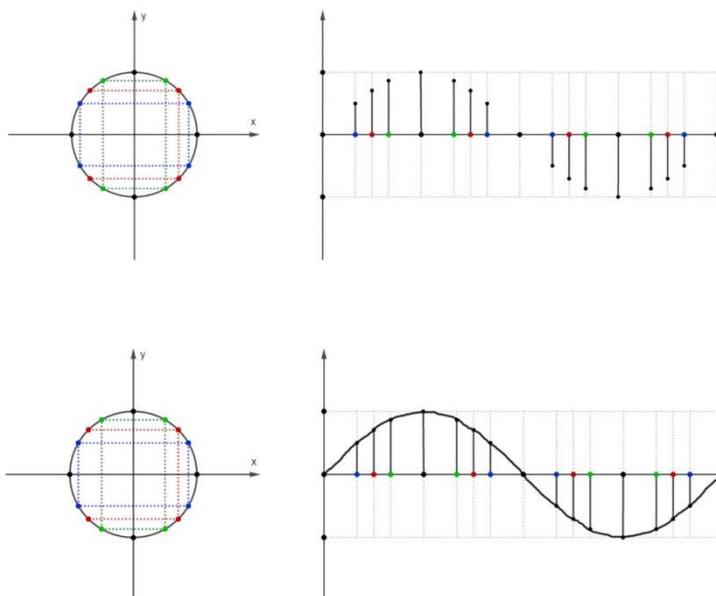
Sugestão: Conceitue o Ciclo Trigonométrico antes da manipulação do material. Entendemos que seja mais produtivo nesse momento dividir a turma em duplas, provocando discussões e debates.

Atividade 4: Agora, com o Material Manipulável em mãos, transporte as medidas dos segmentos verticais (distâncias dos pontos em relação ao eixo das abscissas) do ciclo para a reta ao lado (retificação da circunferência do ciclo).

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Espera-se que o aluno percorra o gráfico de uma Função Trigonométrica concomitantemente com o transporte dos segmentos destacados para a circunferência retificada, conforme a figura abaixo.

Sugestão: Preencha com os alunos o Ciclo com os ângulos fundamentais e seus simétricos no 2º, 3º e 4º quadrantes.



Atividade 5: Observando ainda a circunferência recebida e os segmentos marcados no gráfico, complete a tabela a seguir.

Ângulo	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Seno								

Atividade 6: Existe algum ângulo para o qual o valor do seno não é definido?

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Essa questão é a oportunidade de salientar o domínio da função Seno. Espera-se que os alunos respondam que não.

Atividade 7: O conjunto imagem da função Seno é o intervalo $[-1,1]$. Como esse fato pode ser explicado?

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Esse momento é uma oportunidade para promover a discussão acerca da imagem da função Seno, independente do raio do Ciclo Trigonométrico.

Atividade 8: O que se pode falar acerca dos valores do seno à medida em que os ângulos vão aumentando?

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Comente acerca da periodicidade da função Seno.

Espera-se que: Os alunos observem que os valores se repetem.



Referências:

AFONSO, Germano B. Experiências simples com o gnômon. **Revista Brasileira de Ensino**, p. 149-153, 1996. Disponível em: http://sbfisica.org.br/rbef/pdf/v18_149.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

BRASIL. Orientações curriculares para o Ensino Médio. v.2. 135p. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 11 jan. 2021.

COSTA, Nielce M. Lobo da. A História da Trigonometria. Educação Matemática em Revista-Revista da SBEM, (10), p. 60-68, 2003. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_trigono.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

IEZZI, Gelson. FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA ELEMENTAR: trigonometria. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. **Mestre, excelente livro para consulta a conteúdos de Trigonometria!**

KENNEDY, Edward. Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula. São Paulo: Atual, 1992 Disponível em: <https://www.docsity.com/pt/topicos-historia-da-matematica-para-sala-de-aula-edward-s-kennedy-trigonometria/4917789/> Acesso em: 10 jun. 2020.

OLIVEIRA, Carlos André Carneiro de. TRIGONOMETRIA: O RADIANO E AS FUNÇÕES SENO, COSSENO E TANGENTE. 2014. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Matemática Mestrado Profissional - Profmat/cct/ufcg, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande - Pb, 2014. Disponível em: <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/2169>. Acesso em: 11 jan. 2021.

OLIVEIRA, Jaqueline de. TÓPICOS SELECIONADOS DE TRIGONOMETRIA E SUA HISTÓRIA. 2010. 64 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de São Carlos Centro de Ciências Exatas e Tecnologia Licenciatura em Matemática, São Carlos, 2010. Disponível em: <https://www.dm.ufscar.br/graduacao/attachments/article/156/313530.pdf>. Acesso em: 07 jan. 2021.

PERONDI, Byanca Brigantini de Souza; HUNGARO, Rafael Mestrinheire. PRIMEIRO CONTATO COM A TRIGONOMETRIA. Os Desafios da Escola pública paranaense na perspectiva do Professor PDE: Artigos, Paraná, v. 1, n. 1, 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unes-par-paranavai_mat_artigo_byanca_brigantini_de_souza.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

Links de animações manipuláveis envolvendo o gráfico da função seno:

<https://www.geogebra.org/search/seno>

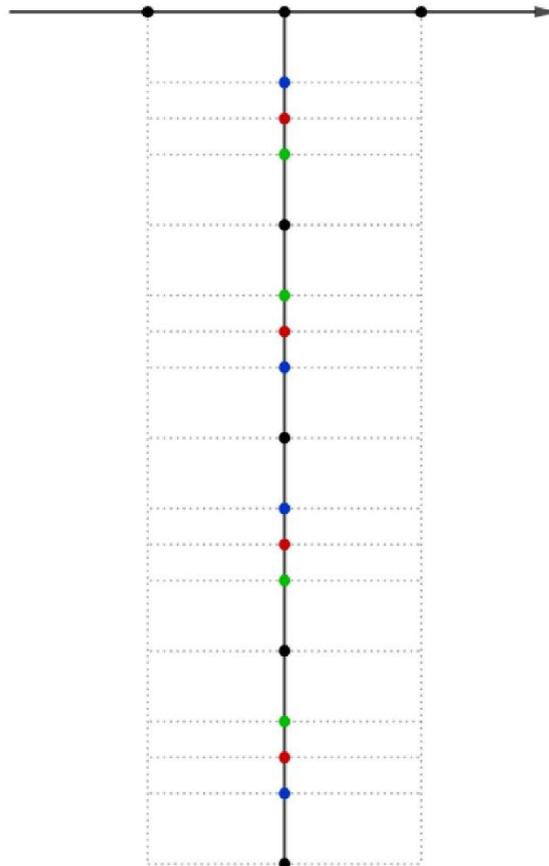
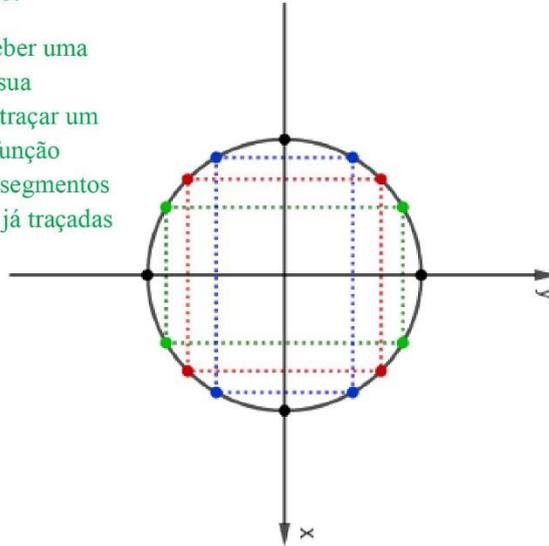
<https://www.geogebra.org/m/J58WBXBs>

<https://www.geogebra.org/m/HnQTtHaW>

<https://www.geogebra.org/m/FCecWyRK>

Ao Mestre, com carinho!

Cada aluno deverá receber uma folha destas, para, sob sua orientação, ele mesmo traçar um período do gráfico da função seno, transportando os segmentos para as linhas verticais já traçadas no plano cartesiano.



APÊNCICE C – APOSTILA DO ALUNO VERSÃO FINAL

Apostila do Aluno

Esta atividade é parte de um trabalho monográfico desenvolvido no Curso de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense, Campus Campos Centro, sob a orientação dos professores Carla Antunes Fontes e Leandro Sopeletto Carrero.

Licenciandos: Igor Rodrigues Batista, Josiliane Santos do Rosário e Rodrigo Garnier Tomás de Oliveira.

Matemática na prática

Atividade 1: A partir das manipulações e observações no osciloscópio, faça o que se pede em cada item.

a) Esboce o gráfico que apareceu no visor do equipamento.

b) Considerando o item anterior, o gráfico que você esboçou se assemelha a algo que você conhece? Caso afirmativo, a quê?

c) A curva desenhada no item (a) possui características conhecidas por você? Caso possua, cite algumas.

d) Você já ouviu falar em curva senoidal ou simplesmente Seno?



Um pouco de História

Trigonometria

Sem informações precisas, mas com provável início no Egito e na Babilônia, a Trigonometria foi uma ferramenta essencial na observação e estudo de Astronomia, Agrimensura e Navegações (OLIVEIRA, 2010; COSTA, 2003). Por volta de 2000 a. C., já havia grande interesse em Astronomia, especificamente no movimento dos astros (OLIVEIRA, 2010). Mesmo que muitos estudiosos, como Arquimedes (287 – 212 a. C.) e Aristarco (310 – 230 a. C.), tenham se dedicado, não conseguiram chegar a um estudo mais sistemático de Trigonometria para a “determinação do meio-dia solar; dos quatro pontos cardeais; das estações do ano; da altura do sol; a latitude do lugar e a declinação do sol.” (AFONSO, 1995, p. 149).

Um amigo de Arquimedes, Eratóstenes de Cirene, 276 – 196 a. C., pretendendo encontrar a medida da circunferência da Terra, percebeu que para isso deveria desenvolver relações entre ângulos e cordas. Este fato motivou estudos relacionados aos ângulos e suas medições (OLIVEIRA, 2010).

Alguns avanços no desenvolvimento da Trigonometria ocorreram também na Grécia, a partir das contribuições dos estudos astronômicos de Hiparco (180 – 125 a. C.), por meio de tábuas de cordas. Uma relação estabelecida pelo astrônomo foi a associação da “corda de um arco ao ângulo central correspondente, em um círculo de raio fixo.” (OLIVEIRA, 2010, p. 17).

Dessa forma, o desenvolvimento do sistema de posições e coordenadas dos planetas; o tamanho da lua; duração do mês e do ano foram algumas das contribuições para a Astronomia. Neste contexto e baseado em descobertas babilônicas, que utilizavam uma notação sexagesimal, Hipsicles (180 a. C.) dividiu o dia em 360 partes iguais. Isso influenciou Hiparco a dividir o círculo em 360 graus para construir a Tabela de Cordas (OLIVEIRA, 2010).

Mesmo com todos os estudos e avanços, não há relatos ou evidências históricas concretas que comprovem a realização da Tabela de Cordas desenvolvida por Hiparco, pois muitos registros se perderam (OLIVEIRA, 2010). Costa (2003) detalha que

Hiparco construiu o que foi presumivelmente a primeira tabela trigonométrica com os valores das cordas de uma série de ângulos de 0° a 180° , em cuja montagem utilizou interpolação linear. Ele observou que num dado círculo a razão do arco para a corda diminui quando o arco diminui de 180° para 0° . Resolveu então associar a cada corda de um arco o ângulo central correspondente, o que representou um grande avanço na Astronomia e por isso ele recebeu o título de “**Pai da Trigonometria**”. (COSTA, 2003, p. 6, grifo do autor).



Seno e Cosseno

Os estudos desenvolvidos na Grécia também contribuíram para que na Índia outras abordagens fossem feitas. Uma dessas foi a consideração do segmento, a corda, como meia-corda. Berlinghoff (2010 apud PERODI; HUNGARO, 2014, p. 6) destaca que em “muitos casos o segmento certo a considerar não é a corda, mas sim, a metade da corda do dobro do ângulo”. Este segmento recebeu o nome de *jya*, que significava corda na escrita hindu. Tempos depois, os árabes fizeram a substituição da escrita para *jyb*. Posteriormente, a escrita foi traduzida para o latim, equivocadamente, como *sinus*, e hoje escrevemos como seno (KENNEDY, 1992). Tal equívoco se deu pela confusão entre *jyb* e *jayb*, que significa cavidade ou seio, daí *sinus*.

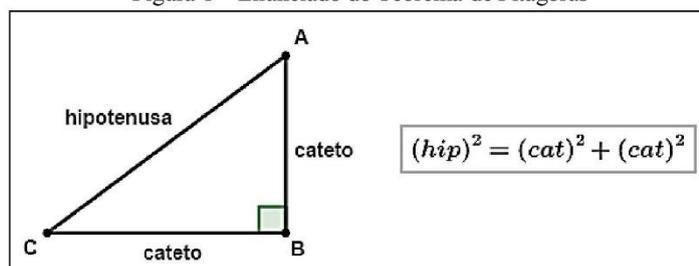
Após estas traduções, Kennedy (1992) menciona que Edmund Gunter (1620) pensou em um termo para representar o Seno do complemento de um ângulo. Gunter sugeriu a junção da palavra “complemento” e “Seno” resultando em “co-sinus”. O termo “co-sinus”, em português, foi escrito como “co-seno”. Atualmente, Cosseno.

O Seno

(I) Um triângulo é retângulo quando um de seus ângulos internos mede 90° . (IEZZI, 2013)

(II) O quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos. (IEZZI, 2013)

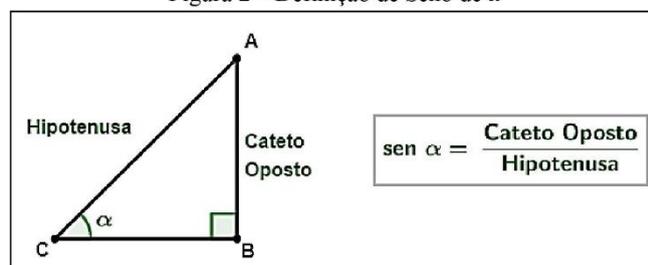
Figura 1 – Enunciado do Teorema de Pitágoras



Fonte: Elaboração própria.

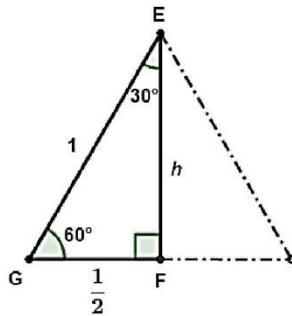
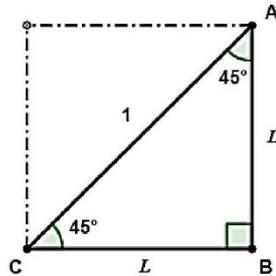
Gelson Iezzi (2013) define Seno de um ângulo agudo como a razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo e a medida da hipotenusa.

Figura 2 – Definição de Seno de α



Fonte: Elaboração própria.

Atividade 2: Vamos determinar o seno de alguns ângulos ‘interessantes’ usando (I) e (II).



Ângulo	Valor do Seno
30°	
45°	
60°	



Mais um pouco de História

Também chamado de Ciclo ou Círculo Trigonométrico, consiste na representação gráfica de uma circunferência de raio unitário e centro na origem do sistema de coordenadas cartesianas, que nos permite obter valores das razões trigonométricas (Seno, Cosseno, etc.) para ângulos maiores ou iguais a 90° (IEZZI, 2013). Conforme a simetria da circunferência trigonométrica, temos o eixo horizontal associado aos valores do cosseno e o eixo vertical aos valores do Seno (IEZZI, 2013). Esta é uma das definições que podemos encontrar. O que mais sabemos sobre este objeto matemático, fundamental no estudo da Trigonometria?

A primeira divisão da circunferência em 360 partes iguais teve origem nos babilônios, pouco antes de 300 a.C. Posteriormente, duzentos anos depois aproximadamente, foi a vez dos gregos adotarem esta divisão, aliada à divisão sexagesimal do grau em minutos e segundos, para representar comprimentos de arcos (OLIVEIRA, 2010).

Apenas por volta de 150 a.C., surgiu a primeira tabela trigonométrica devido ao astrônomo Hiparco, como visto anteriormente (OLIVEIRA, 2010). A partir disso, generalizou assim a ideia da divisão da circunferência em 360 partes, definindo-a em 360° . Na sequência, já por volta de 100 d.C., influenciado por Hiparco, Ptolomeu contribuiu com esses estudos ao construir uma tabela de cordas de uma circunferência para ângulos que variam de meio em meio grau, entre 0° e 180° . O “Almagesto”, conjunto de treze livros por ele escrito, trazia em seu primeiro tomo as bases matemáticas necessárias para compreender os outros doze, dedicados à Astronomia. Nele, havia alguns resultados sobre geometria esférica, devido à Menelau, seu predecessor, além de métodos para calcular o comprimento das cordas e a tábua de cordas. É considerada a mais significativa obra da Antiguidade (OLIVEIRA, 2010).

No século XVIII, a Trigonometria chega à forma em que é estudada hoje, com o matemático Leonard Euler. A medida do raio do círculo passa a ser unitária e definem-se funções aplicadas a um número ao invés de um ângulo. Ocorreu, em consequência, a transição das razões trigonométricas para as funções trigonométricas (OLIVEIRA, 2010).

Segundo o professor Elon Lages Lima (2013), tomar o raio igual a uma unidade de comprimento corresponde a escolher o comprimento do raio como unidade de medida. Como todas as linhas trigonométricas são quocientes entre duas medidas, o valor de cada uma se mantém inalterado quando o raio é modificado.

Atividade 3: Quais unidades de medida para ângulo você estudou e qual relação pode ser determinada entre essas medidas?

Radiano

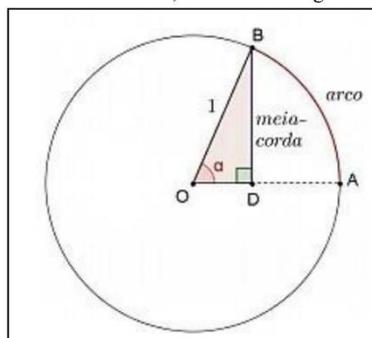
No decorrer dos estudos de Trigonometria, encontramos diversos conceitos utilizados com tanta frequência e naturalidade, que às vezes temos a sensação de que esses conceitos surgiram “do nada”, prontos para atender a alguma demanda. Entretanto, é importante entender como se deu a construção desses conceitos, como afirmam as Orientações Curriculares para o Ensino Médio

A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos. [...] A recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática. (BRASIL, 2006, p.86).

Um desses conceitos é o de radiano. De acordo com Kennedy (1992) apud Oliveira (2014), teria aparecido pela primeira vez em um impresso no ano de 1873, em um trabalho do físico James Thonson. O termo possivelmente foi inspirado pela palavra radius (raio, em latim).

O uso dessa unidade surgiu da necessidade de unificar as unidades de medidas de arco e de corda (ou meia corda), ou seja, de obter uma unidade de medida que seja, ao mesmo tempo, angular e de comprimento. O raio da circunferência passou a ser adotado como unidade de medida comum, pois permitiu articular a Trigonometria de arcos e cordas com a que relaciona razões entre lados de triângulos retângulos. No caso, o comprimento da meia corda tornou-se a razão entre os lados de um triângulo retângulo, de acordo com Oliveira (2014). Dessa forma “um arco que mede um radiano (1rad) tem o mesmo comprimento que o raio da circunferência que o contém” (OLIVEIRA, 2014, p. 14).

Figura 3 – A meia corda, o arco e o triângulo retângulo.



Fonte: Oliveira (2014)

Se o arco \widehat{AB} tem medida igual à do raio da circunferência, tomado como unitário, então o ângulo α mede 1 radiano. Um radiano vale aproximadamente 60 graus, pois 360 graus correspondem a 2π radianos.

Construindo o gráfico visto no osciloscópio

Atividade 4: Agora, com o Material Manipulável em mãos, transporte as medidas dos segmentos verticais (distâncias dos pontos em relação ao eixo das abscissas) do ciclo para a reta ao lado (retificação da circunferência do ciclo).

Atividade 5: Observando ainda a circunferência recebida e os segmentos marcados no gráfico, complete a tabela a seguir.

Ângulo	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Seno								

Atividade 6: Existe algum ângulo para o qual o valor do Seno não é definido?

Atividade 7: O conjunto imagem da função Seno é o intervalo $[-1,1]$. Como esse fato pode ser explicado?

Atividade 8: O que se pode falar acerca dos valores do Seno à medida em que os ângulos vão aumentando?



Referências:

AFONSO, G. B. Experiências simples com o gnômon. **Revista Brasileira de Ensino**, p. 149-153, 1996. Disponível em: http://sbfisica.org.br/rbef/pdf/v18_149.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

BRASIL. **Orientações curriculares para o Ensino Médio**. v.2. 135p. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 11 jan. 2021.

COSTA, N. M. L. da. A História da Trigonometria. Educação Matemática em Revista -**Revista da SBEM**, (10), p. 60-68, 2003. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_trigono.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

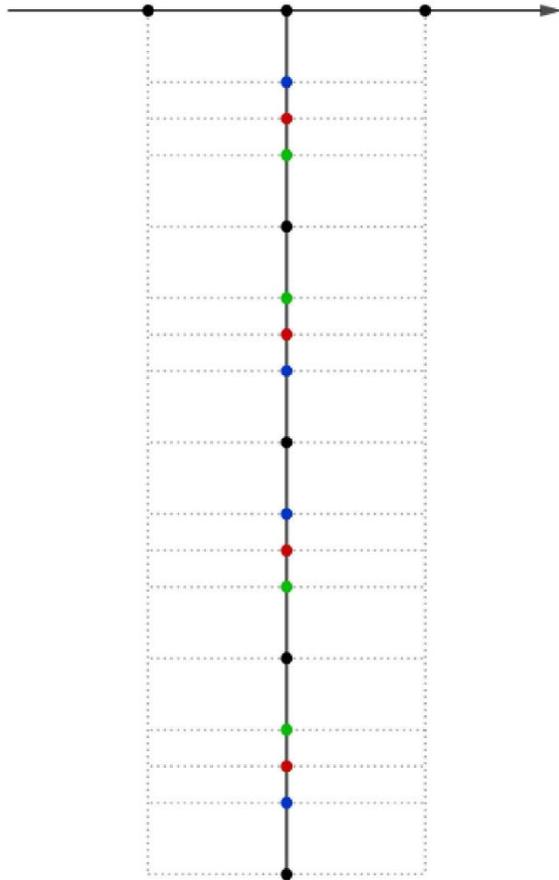
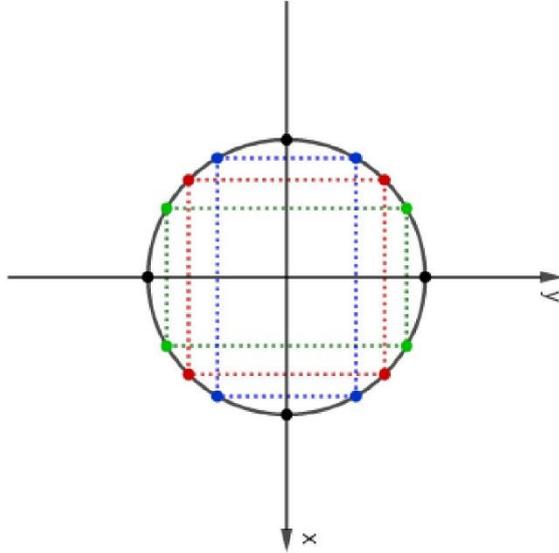
IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**: trigonometria. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

KENNEDY, E. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. São Paulo: Atual, 1992. Disponível em: <https://www.docsity.com/pt/topicos-historia-da-matematica-para-sala-de-aula-cdward-s-kennedy-trigonometria/4917789/>. Acesso em: 10 jun. 2020.

OLIVEIRA, C. A. C. de. **Trigonometria**: o radiano e as funções seno, cosseno e tangente. 2014. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Matemática Mestrado Profissional - Profmat/cct/ufcg, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande - PB, 2014. Disponível em: <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/2169>. Acesso em: 11 jan. 2021.

OLIVEIRA, J. de. **Tópicos selecionados de trigonometria e sua história**. 2010. 64 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de São Carlos Centro de Ciências Exatas e Tecnologia Licenciatura em Matemática, São Carlos - SP, 2010. Disponível em: <https://www.dm.ufscar.br/graduacao/attachments/article/156/313530.pdf>. Acesso em: 07 jan. 2021.

PERONDI, B. B. de S.; HUNGARO, R. M. **Primeiro contato com a trigonometria**. Os Desafios da Escola pública paranaense na perspectiva do Professor PDE: Artigos, Paraná, v. 1, n. 1, 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unespar-paranavai_mat_artigo_byanca_brigantini_de_souza.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.



APÊNDICE D – APOSTILA DO MESTRE VERSÃO FINAL



Apostila do Mestre

Esta atividade é parte de um trabalho monográfico desenvolvido no Curso de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense, Campus Campos Centro, sob a orientação dos professores Carla Antunes Fontes e Leandro Sopeletto Carrero.

Licenciandos: Igor Rodrigues Batista, Josiliane Santos do Rosário e Rodrigo Garnier Tomás de Oliveira.

Ao Mestre, com carinho!

Este material didático foi criado inicialmente como parte de uma sequência didática que envolvia uma prática de laboratório com observação do osciloscópio e também o uso de Material Didático Concreto Manipulável (MDCM). Porém, devido ao momento de isolamento social em que nos encontramos, precisamos adaptar nossa pesquisa, abrindo mão dos encontros presenciais e revendo os objetivos. Surgiu então a ideia de elaborar não só o material do aluno, como também um voltado para o professor que deseje aplicar nossa proposta de sequência didática. Esperamos, assim, contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de alguns conceitos básicos de Trigonometria no PROEJA. Ressaltamos que o material foi elaborado para ser utilizado em uma aula colaborativa, na qual estejam presentes um professor de Matemática e um da disciplina de Eletrotécnica.

Matemática na prática

Atividade 1: A partir das manipulações e observações no osciloscópio, faça o que se pede em cada item.

a) Esboce o gráfico que apareceu no visor do equipamento.

Ao Mestre, com carinho!

Espera-se como resposta: Esboço do gráfico visto no osciloscópio.

Mestre: Não é necessário aqui priorizar um esboço fiel da curva. O importante é que os estudantes consigam relaciona-la a algo que já estudaram, conforme o item (b), a seguir.

- b) Considerando o item anterior, o gráfico que você esboçou se assemelha a algo que você conhece? Caso afirmativo, a quê?

Ao Mestre, com carinho!

Espera-se como resposta: onda, curva, seno, Trigonometria.

Mestre: Se necessário, questione os estudantes e leve-os a comparar a curva com algo que já conhecem.

- c) A curva desenhada no item (a) possui características conhecidas por você? Caso possua, cite algumas.

Ao Mestre, com carinho!

Espera-se como resposta: Trigonometria, função, gráfico de uma função, possui eixos, repetição das ondas (periodicidade, cíclica), altura da onda “de cima” e a “de baixo” iguais (amplitude), distância entre as repetições é a mesma (comprimento de onda).

Mestre: Deve-se observar neste momento quais foram as respostas dos estudantes. Isto mostrará quais são suas lembranças sobre esse conteúdo. Dependendo das respostas, oralmente indague-os se estudaram ou não algum assunto destes em disciplinas anteriores no curso técnico.

- d) Você já ouviu falar em curva senoidal ou simplesmente Seno?

Ao Mestre, com carinho!

Este é o momento ideal para apresentar o conteúdo a ser estudado: a Função Seno e sua representação gráfica.

Um pouco de História

Ao Mestre, com carinho!

As etapas da apostila que incluem contextos históricos, convêm como base de conhecimento para você, no qual deve analisar com a turma a melhor forma de abordagem.

Sugerimos: apresentação de um vídeo ou documentário que trate dos assuntos historicamente.

Ao professor da área fica sugerido que: Faça as intervenções necessárias, mencionando ou exemplificando aplicações e conceitos na área técnica.

Trigonometria

Sem informações precisas, mas com provável início no Egito e na Babilônia, a Trigonometria foi uma ferramenta essencial na observação e estudo de Astronomia, Agrimensura e Navegações (OLIVEIRA, 2010; COSTA, 2003). Por volta de 2000 a. C., já havia grande interesse em Astronomia, especificamente no movimento dos astros (OLIVEIRA, 2010). Mesmo que muitos estudiosos, como Arquimedes (287 – 212 a. C.) e Aristarco (310 – 230 a. C.), tenham se dedicado, não conseguiram chegar a um estudo mais sistemático de Trigonometria para a “determinação do meio-dia solar; dos quatro pontos cardeais; das estações do ano; da altura do sol; a latitude do lugar e a declinação do sol.” (AFONSO, 1995, p. 149).

Um amigo de Arquimedes, Eratóstenes de Cirene, 276 – 196 a. C., pretendendo encontrar a medida da circunferência da Terra, percebeu que para isso deveria desenvolver relações entre ângulos e cordas. Este fato motivou estudos relacionados aos ângulos e suas medições (OLIVEIRA, 2010).

Alguns avanços no desenvolvimento da Trigonometria ocorreram também na Grécia, a partir das contribuições dos estudos astronômicos de Hiparco (180 – 125 a. C.), por meio de tábuas de cordas. Uma relação estabelecida pelo astrônomo foi a associação da “corda de um arco ao ângulo central correspondente, em um círculo de raio fixo.” (OLIVEIRA, 2010, p. 17).

Dessa forma, o desenvolvimento do sistema de posições e coordenadas dos planetas; o tamanho da lua; duração do mês e do ano foram algumas das contribuições para a Astronomia. Neste contexto e baseado em descobertas babilônicas, que utilizavam uma notação sexagesimal, Hipsicles (180 a. C.) dividiu o dia em 360 partes iguais. Isso influenciou Hiparco a dividir o círculo em 360 graus para construir a Tabela de Cordas (OLIVEIRA, 2010).

Mesmo com todos os estudos e avanços, não há relatos ou evidências históricas concretas que comprovem a realização da Tabela de Cordas desenvolvida por Hiparco, pois muitos registros se perderam (OLIVEIRA, 2010). Costa (2003) detalha que

Hiparco construiu o que foi presumivelmente a primeira tabela trigonométrica com os valores das cordas de uma série de ângulos de 0° a 180° , em cuja montagem utilizou interpolação linear. Ele observou que num dado círculo a razão do arco para a corda diminui quando o arco diminui de 180° para 0° . Resolveu então associar a cada corda de um arco o ângulo central correspondente, o que representou um grande avanço na Astronomia e por isso ele recebeu o título de “**Pai da Trigonometria**”. (COSTA, 2003, p. 6, grifo do autor).

Seno e Cosseno

Os estudos desenvolvidos na Grécia também contribuíram para que na Índia outras abordagens fossem feitas. Uma dessas foi a consideração do segmento, a corda, como meia-corda. Berlinghoff (2010 apud PERODI; HUNGARO, 2014, p. 6) destaca que em “muitos casos o segmento certo a considerar não é a corda, mas sim, a metade da corda do dobro do ângulo”. Este segmento recebeu o nome de *jya*, que significava corda na escrita hindu. Tempos depois, os árabes fizeram a substituição da escrita para *jyb*. Posteriormente, a escrita foi traduzida para o latim, equivocadamente, como *simus*, e hoje escrevemos como seno (KENNEDY, 1992). Tal equívoco se deu pela confusão entre *jyb* e *jayb*, que significa cavidade ou seio, daí *simus*.

Após estas traduções, Kennedy (1992) menciona que Edmund Gunter (1620) pensou em um termo para representar o Seno do complemento de um ângulo. Gunter sugeriu a junção da palavra “complemento” e “Seno” resultando em “co-sinus”. O termo “co-sinus”, em português, foi escrito como “co-seno”. Atualmente, Cosseno.

O Seno

Ao Mestre, com carinho!

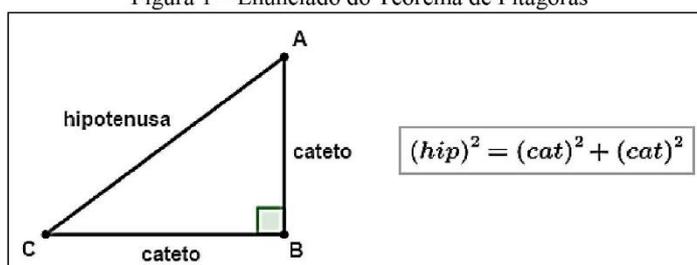
Mestre: Revise com os alunos a definição e a classificação de ângulos (agudo, reto, obtuso); definição de triângulos e suas classificações em relação aos lados (escaleno, isósceles e equilátero) e também em relação aos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo).

Sugerimos que: essa revisão seja feita oralmente, provocando os alunos à discussão e debate acerca dos assuntos. Caso perceba que a maior parte da turma não domina esses assuntos, sugere-se uma revisão mais metódica, acompanhada por notas de aula.

(I) Um triângulo é retângulo quando um de seus ângulos internos mede 90° . (IEZZI, 2013)

(II) O quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos. (IEZZI, 2013)

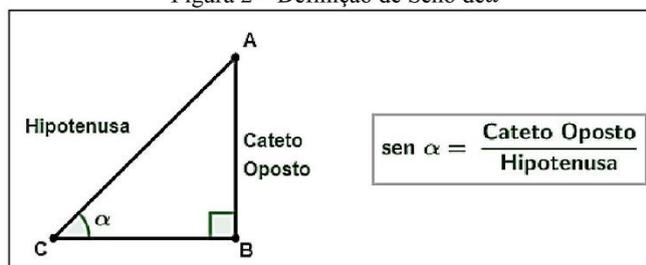
Figura 1 – Enunciado do Teorema de Pitágoras



Fonte: Elaboração própria.

Gelson Iezzi (2013) define Seno de um ângulo agudo como a razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo e a medida da hipotenusa.

Figura 2 – Definição de Seno de α



Fonte: Elaboração própria.

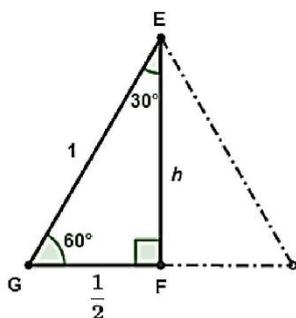
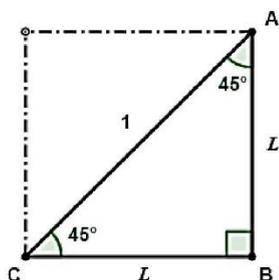
Atividade 2: Vamos determinar o Seno de alguns ângulos ‘interessantes’ usando (I) e (II).

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Comente com os alunos que o triângulo retângulo, cujos ângulos agudos têm medidas iguais a 45° , foi originado da divisão de um quadrado pela sua diagonal, de medida igual a uma unidade de comprimento. O outro triângulo retângulo, de ângulos agudos iguais a 30° e 60° , surgiu da divisão de um triângulo equilátero, de lado igual a uma unidade de comprimento pela sua altura.

Sugestão: Aborde o teorema de Pitágoras como soma de áreas. Onde a área do quadrado, cuja medida do lado é a hipotenusa, é igual a soma das áreas dos quadrados cujos lados são os catetos.

Vale ressaltar que é necessário generalizar, mostrando que o valor do Seno dos ângulos abaixo é igual em quaisquer triângulos retângulos com seus lados medindo L , visto que foi utilizado um triângulo com a hipotenusa medindo 1, para que se faça a correlação com o Ciclo Trigonométrico de raio 1.



Ângulo	Valor do Seno
30°	
45°	
60°	



Mais um pouco de História

Circunferência Trigonométrica

Também chamado de Ciclo ou Círculo Trigonométrico, consiste na representação gráfica de uma circunferência de raio unitário e centro na origem do sistema de coordenadas cartesianas, que nos permite obter valores das razões trigonométricas (Seno, Cosseno, etc.) para ângulos maiores ou iguais a 90° (IEZZI, 2013). Conforme a simetria da circunferência trigonométrica, temos o eixo horizontal associado aos valores do cosseno e o eixo vertical aos valores do Seno (IEZZI, 2013). Esta é uma das definições que podemos encontrar. O que mais sabemos sobre este objeto matemático, fundamental no estudo da Trigonometria?

A primeira divisão da circunferência em 360 partes iguais teve origem nos babilônios, pouco antes de 300 a.C. Posteriormente, duzentos anos depois aproximadamente, foi a vez dos gregos adotarem esta divisão, aliada à divisão sexagesimal do grau em minutos e segundos, para representar comprimentos de arcos (OLIVEIRA, 2010).

Apenas por volta de 150 a.C., surgiu a primeira tabela trigonométrica devido ao astrônomo Hiparco, como visto anteriormente (OLIVEIRA, 2010). A partir disso, generalizou assim a ideia da divisão da circunferência em 360 partes, definindo-a em 360° . Na sequência, já por volta de 100 d.C., influenciado por Hiparco, Ptolomeu contribuiu com esses estudos ao construir uma tabela de cordas de uma circunferência para ângulos que variam de meio em meio grau, entre 0° e 180° . O “Almagesto”, conjunto de treze livros por ele escrito, trazia em seu primeiro tomo as bases matemáticas necessárias para compreender os outros doze, dedicados à Astronomia. Nele, havia alguns resultados sobre geometria esférica, devido à Menelau, seu predecessor, além de métodos para calcular o comprimento das cordas e a tábua de cordas. É considerada a mais significativa obra da Antiguidade (OLIVEIRA, 2010).

No século XVIII, a Trigonometria chega à forma em que é estudada hoje, com o matemático Leonard Euler. A medida do raio do círculo passa a ser unitária e definem-se funções aplicadas a um número ao invés de um ângulo. Ocorreu, em consequência, a transição das razões trigonométricas para as funções trigonométricas (OLIVEIRA, 2010).

Segundo o professor Elon Lages Lima (2013), tomar o raio igual a uma unidade de comprimento corresponde a escolher o comprimento do raio como unidade de medida. Como todas as linhas trigonométricas são quocientes entre duas medidas, o valor de cada uma se mantém inalterado quando o raio é modificado.

Atividade 3: Quais unidades de medida para ângulo você estudou e qual relação pode ser determinada entre essas medidas?

Radiano

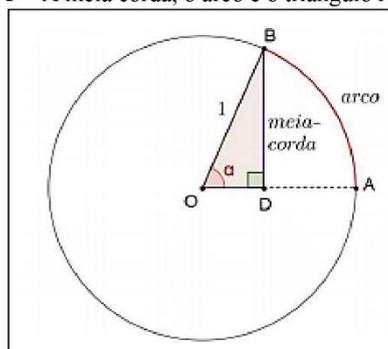
No decorrer dos estudos de Trigonometria, encontramos diversos conceitos utilizados com tanta frequência e naturalidade, que às vezes temos a sensação de que esses conceitos surgiram “do nada”, prontos para atender a alguma demanda. Entretanto, é importante entender como se deu a construção desses conceitos, como afirmam as Orientações Curriculares para o Ensino Médio

A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos. [...] A recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática. (BRASIL, 2006, p.86).

Um desses conceitos é o de radiano. De acordo com Kennedy (1992) apud Oliveira (2014), teria aparecido pela primeira vez em um impresso no ano de 1873, em um trabalho do físico James Thonson. O termo possivelmente foi inspirado pela palavra radius (raio, em latim).

O uso dessa unidade surgiu da necessidade de unificar as unidades de medidas de arco e de corda (ou meia corda), ou seja, de obter uma unidade de medida que seja, ao mesmo tempo, angular e de comprimento. O raio da circunferência passou a ser adotado como unidade de medida comum, pois permitiu articular a Trigonometria de arcos e cordas com a que relaciona razões entre lados de triângulos retângulos. No caso, o comprimento da meia corda tornou-se a razão entre os lados de um triângulo retângulo, de acordo com Oliveira (2014). Dessa forma “um arco que mede um radiano (1rad) tem o mesmo comprimento que o raio da circunferência que o contém” (OLIVEIRA, 2014, p. 14).

Figura 3 – A meia corda, o arco e o triângulo retângulo.



Fonte: Oliveira (2014)

Se o arco \widehat{AB} tem medida igual à do raio da circunferência, tomado como unitário, então o ângulo α mede 1 radiano. Um radiano vale aproximadamente 60 graus, pois 360 graus correspondem a 2π radianos.

Construindo o gráfico visto no osciloscópio

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Esta sessão é dedicada ao MDCM, ferramenta auxiliar na explicação da curva senoidal, observada no osciloscópio. Faça o *link*, nesse momento, com a curva esboçada na Atividade 1, item (a).

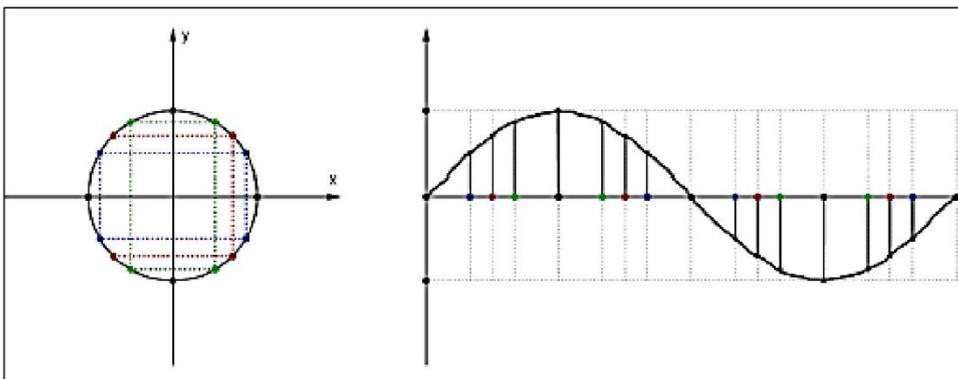
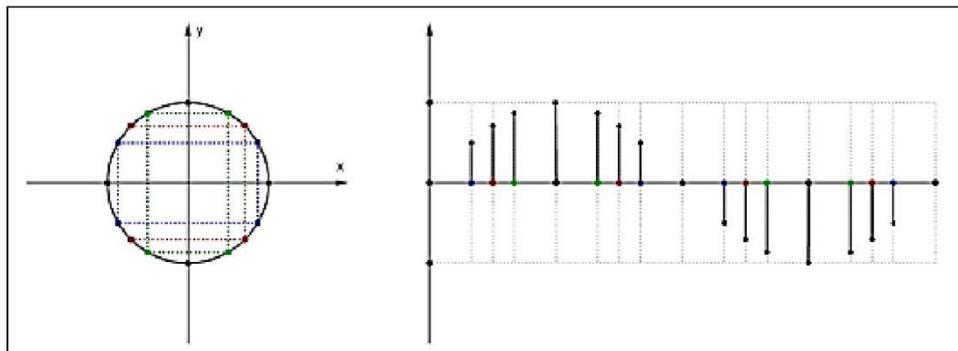
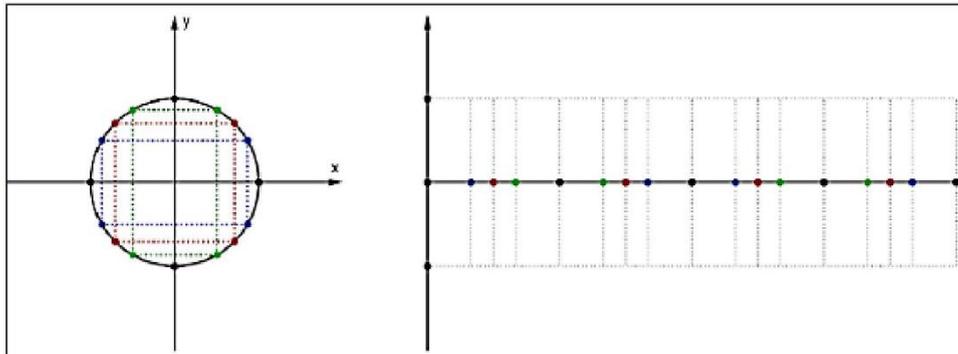
Indicação: Conceitue o Ciclo Trigonométrico antes da manipulação do material. Entendemos que seja mais produtivo nesse momento dividir a turma em duplas, provocando discussões e debates.

Atividade 4: Agora, com o Material Didático Concreto Manipulável em mãos, transporte as medidas dos segmentos verticais (distâncias dos pontos em relação ao eixo das abscissas) do ciclo para a reta ao lado (retificação da circunferência do ciclo).

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Espera-se que o aluno percorra o gráfico de uma Função Trigonométrica concomitantemente com o transporte dos segmentos destacados para a circunferência retificada, conforme a figura abaixo.

Sugestão: Preencha com os alunos o ciclo com os ângulos fundamentais e seus simétricos no 2º, 3º e 4º quadrantes.



Atividade 5: Observando ainda a circunferência recebida e os segmentos marcados no gráfico, complete a tabela a seguir.

Ângulo	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Seno								

Atividade 6: Existe algum ângulo para o qual o valor do Seno não é definido?

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Essa questão é a oportunidade de salientar o domínio da Função Seno. Espera-se que os alunos respondam que não.

Atividade 7: O conjunto imagem da Função Seno é o intervalo $[-1,1]$. Como esse fato pode ser explicado?

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Esse momento é uma oportunidade para promover a discussão acerca da imagem da Função Seno, independente do raio do Ciclo Trigonométrico.

Atividade 8: O que se pode falar acerca dos valores do Seno à medida em que os ângulos vão aumentando?

Ao Mestre, com carinho!

Mestre: Comente acerca da periodicidade da Função Seno.

Espera-se que: Os alunos observem que os valores se repetem.



Referências:

AFONSO, G. B. Experiências simples com o gnômon. **Revista Brasileira de Ensino**, p. 149-153, 1996. Disponível em: http://sbfisica.org.br/rbef/pdf/v18_149.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

BRASIL. **Orientações curriculares para o Ensino Médio**. v.2. 135p. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 11 jan. 2021.

COSTA, N. M. L. da. A História da Trigonometria. Educação Matemática em Revista -**Revista da SBEM**, (10), p. 60-68, 2003. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_triogono.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar: trigonometria**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. [Mestre, excelente livro para consulta a conteúdos de Trigonometria!](#)

KENNEDY, E. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. São Paulo: Atual, 1992 Disponível em: <https://www.docsity.com/pt/topicos-historia-da-matematica-para-sala-de-aula-edward-s-kennedy-trigonometria/4917789/> Acesso em: 10 jun. 2020.

OLIVEIRA, C. A. C. de. **Trigonometria: o radiano e as funções seno, cosseno e tangente**. 2014. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Matemática Mestrado Profissional - Profmat/cct/ufcg, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande - PB, 2014. Disponível em: <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/2169>. Acesso em: 11 jan. 2021.

OLIVEIRA, J. de. **Tópicos selecionados de trigonometria e sua história**. 2010. 64 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de São Carlos Centro de Ciências Exatas e Tecnologia Licenciatura em Matemática, São Carlos - SP, 2010. Disponível em: <https://www.dm.ufscar.br/graduacao/attachments/article/156/313530.pdf>. Acesso em: 07 jan. 2021.

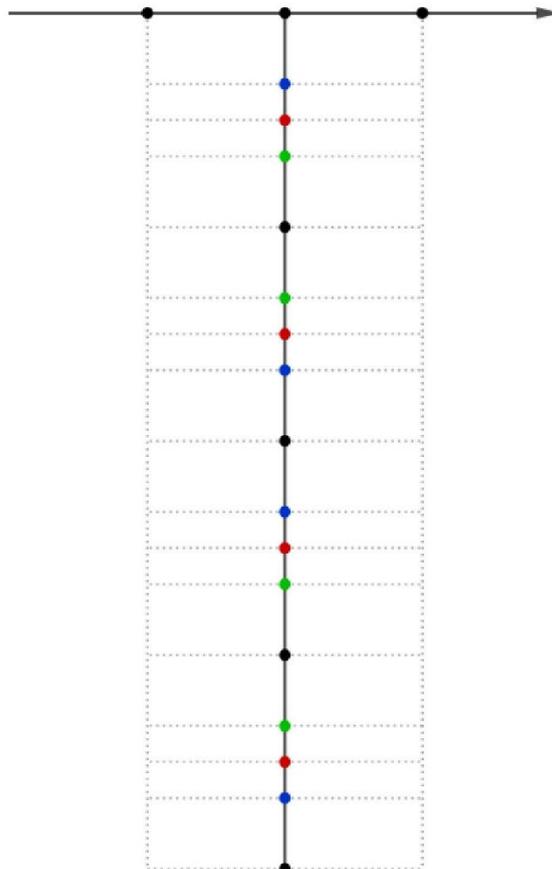
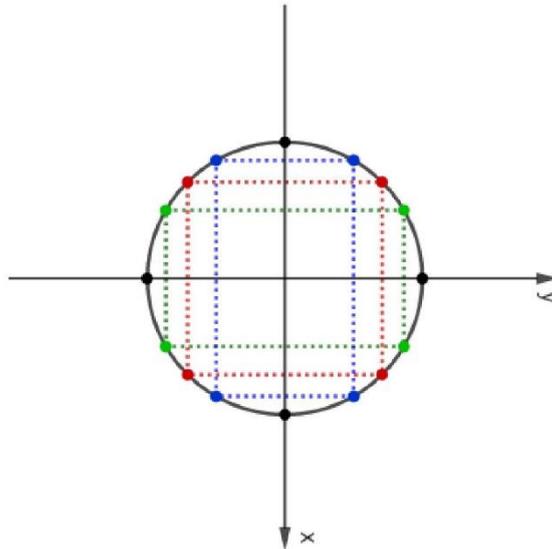
PERONDI, B. B. de S.; HUNGARO, R. M. **Primeiro contato com a trigonometria**. Os Desafios da Escola pública paranaense na perspectiva do Professor PDE: Artigos, Paraná, v. 1, n. 1, 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unes-par-paranavai_mat_artigo_byanca_brigantini_de_souza.pdf. Acesso em: 07 jan. 2021.

Links de animações manipuláveis envolvendo o gráfico da Função Seno:

<https://www.geogebra.org/search/seno>
<https://www.geogebra.org/m/J58WBXBs>
<https://www.geogebra.org/m/HnQTtHaW>
<https://www.geogebra.org/m/FCecWyRK>

Ao Mestre, com carinho!

Cada aluno deverá receber uma folha desta, para, sob sua orientação, ele mesmo traçar um período do gráfico da Função Seno, transportando os segmentos para as linhas verticais já traçadas no plano cartesiano.



APÊNCICE E – QUESTIONÁRIO

CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO SENO POR MEIO DE MATERIAL DIDÁTICO CONCRETO MANIPULÁVEL: UMA PROPOSTA PARA O PROEJA

Os dados coletados por meio deste questionário são para fins de uma pesquisa intitulada “Construção do gráfico da função seno por meio de material didático concreto manipulável: uma proposta para o PROEJA”, desenvolvida por Igor Rodrigues Batista, Josiliane Santos do Rosário, Rodrigo Garnier Tomás de Oliveira, alunos da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense campus Campos centro, sob orientação dos professores Carla Antunes Fontes e Leandro Sopeletto Carreiro. As informações fornecidas serão tratadas somente para essa finalidade e sua identidade será mantida em sigilo.

1. Identificação do Professor Avaliador

1.1 Formação profissional:

() Graduação: _____

() Pós Graduação/especialização – ênfase para Ensino: _____

() Pós Graduação/especialização – ênfase na EJA ou PROEJA: _____

() Mestrado: _____

() Doutorado: _____

1.2 Assinale a(s) alternativa(s) que se refere(m) à sua atuação.

() Professor de disciplina propedêutica. Qual? _____

() Professor de disciplina técnica. Qual? _____

() Responsável por setor _____

1.3 Tempo de atuação na Educação Básica: _____

1.4 Tempo de atuação na EJA ou PROEJA: _____

1.5 Instituição de ensino na qual lecionou ou leciona na EJA ou PROEJA:

2. Comentários e sugestões da apreciação da Proposta didática

2.1 Professor avaliador, neste item deverá ser marcado o grau de satisfação - de 1 a 5 - quanto às indicações relacionadas ao material enviado por e-mail nos formatos: versão para docentes e versão para estudantes. Caso prefira não opinar sobre algum aspecto, por favor faça um X no local reservado para o grau de satisfação.

Grau de Satisfação	Nota
1. Formato da apostila	
2. Linguagem e formatação	
3. Indicações, sugestões para o professor quanto à abordagem dos temas	
4. Referências de livros, artigos, trabalhos acadêmicos e <i>links</i> para o professor	
5. Escolha do conteúdo para o PROEJA	
6. Abordagem de conteúdos (pré-requisitos)	
7. Inserção da História da Matemática e História da Trigonometria	
8. Apresentação dos conceitos, inclusive Função Seno	
9. Uso do Material Didático Manipulável para o ensino	
10. Manuseio e produção do Material Didático Manipulável	
11. Uso do Osciloscópio como sugestão de introdução ao tema	
12. Integração das disciplinas Matemática e Eletrotécnica	
13. Possibilidade de diferentes Registros de Representação da Função Seno	
14. Viabilidade do material em aulas de Matemática na rede pública	
15. Viabilidade do material para aula concomitante: propedêutica e técnica	
16. Viabilidade do material para outras Funções Trigonométricas	
17. No geral, é um material adaptável	



2.2 Comente sobre a relevância deste material, quanto ao tema principal – Função Seno – com abordagem histórica e utilizando Material Didático Concreto Manipulável.

2.3 **Para professores das disciplinas técnicas, dos Cursos Técnicos em Eletrotécnica**, existe outra ferramenta ou recurso de baixo custo que possui funcionalidades próximas a de um Osciloscópio?

Caso afirmativo, qual seria?

2.4 Você usaria este material elaborado como uma fonte alternativa de apoio didático em suas aulas? _____

2.5 Fique à vontade para expor sugestões/críticas sobre os itens em 2.1 (opcional)



2.6 Quanto à apostila, fique à vontade para expor sugestões/críticas. (opcional)

Matemática na prática:

Um pouco de História:

O Seno:

Mais um pouco de História:

Construindo o gráfico visto no osciloscópio:
