MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GIOVANNA FRANCA BASTOS DA CUNHA
YARA SILVA NASCIMENTO

DA IDADE ANTIGA À IDADE MODERNA: O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Campos dos Goytacazes/ RJ

Junho – 2021.2

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GIOVANNA FRANCA BASTOS DA CUNHA
YARA SILVA NASCIMENTO

DA IDADE ANTIGA À IDADE MODERNA: O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense c*ampus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Profª. Dra. Ana Paula Rangel de Andrade

Campos dos Goytacazes/RJ

Junho – 2021.2

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

C972i

Cunha, Giovanna Franca Bastos da
DA IDADE ANTIGA À IDADE MODERNA: O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA / Giovanna Franca Bastos da Cunha, Yara Silva Nascimento - 2022.
119 f.: il. color.

Orientadora: Ana Paula Rangel de Andrade

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Curso de Licenciatura em Matemática, Campos dos Goytacazes, RJ, 2022.
Referências: f. 81 a 83.

1. História da Matemática. 2. Caderno de Atividades. 3. Educação Básica. I. Nascimento, Yara Silva. II. Andrade, Ana Paula Rangel de, orient. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da Biblioteca Anton Dakitsch do IFF com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
RUA DOUTOR SIQUEIRA, 273, PARQUE DOM BOSCO, CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ, CEP 28030130
Fone: (22) 2726-2903, (22) 2726-2906

PARECER N° 7/2022 - CACLMCC/DAESLCC/DIRESLCC/DGCCENTRO/REIT/IFFLU

18 de junho de 2022

GIOVANNA FRANCA BASTOS DA CUNHA
YARA SILVA NASCIMENTO

DA IDADE ANTIGA À IDADE MODERNA: O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense c*ampus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 15 de junho de 2022.

Banca Examinadora:

____
Paula Eveline da Silva dos Santos
Mestre em Matemática/ UENF
IFFluminense *Campus* Campos Centro

____
Poliana Figueiredo Cardoso Rodrigues
Mestre em Engenharia de Produção/ UFRJ
IFFluminense *Campus* Campos Centro

____
Ana Paula Rangel de Andrade (Orientadora)
Doutora em Planejamento Regional e Gestão da Cidade/ UCAM
IFFluminense *Campus* Campos Centro

Poliana Figueiredo Cardoso Rodrigues (2163128)

COORDENACAO ACADEMICA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA

Documento assinado eletronicamente por:

- **Paula Eveline da Silva dos Santos**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, **COORDENAÇÃO DO CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO**, em 20/06/2022 18:15:25.
- **Poliana Figueiredo Cardoso Rodrigues**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, **COORDENACAO ACADEMICA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA**, em 19/06/2022 17:51:28.
- **Ana Paula Rangel de Andrade**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, **COORDENACAO ACADEMICA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA**, em 18/06/2022 13:30:09.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 18/06/2022. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.iff.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 363898
Código de Autenticação: afee333cc7

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus, pelas nossas vidas e pela força dada para concluirmos esta etapa tão importante nas nossas vidas.

Às nossas mães (*in memoriam*), que tanto nos ensinam e que estão com a gente em todos os momentos, inicialmente aos nossos lados e hoje, em nossos corações.

Aos nossos pais, irmãos, parceiros e familiares pelo apoio e compreensão em todo momento, incentivando e dando forças para que pudéssemos vencer cada etapa difícil de nossas vidas.

À nossa orientadora, Profª. Ana Paula Rangel de Andrade, pela paciência, resiliência, dedicação e empenho para tornar esse trabalho possível, sendo uma inspiração profissional na qual queremos nos basear.

À nossa amiga Letícia Drumond, que iniciou essa etapa ao nosso lado e que, mesmo quando precisamos nos separar, continuou a torcer pelo nosso sucesso e acreditando em nós, incentivando nos dias difíceis e nos fazendo acreditar em nós mesmas.

Aos colegas do teste exploratório e da implementação, que muito nos ajudaram lançando mão de seu curto tempo disponível para colaborar com esta pesquisa, o nosso muito obrigada.

Sem vocês não teríamos conseguido chegar até aqui. Todos vocês foram essenciais para a conclusão dessa etapa. Nossa eterna gratidão.

"Pode-se fazer história da matemática, essencialmente, por duas razões: para mostrar como ela se tornou o que é; ou para indicar que ela não é apenas o que nos fazem crer que é."

(Tatiana Roque)

RESUMO

O estudo de conteúdos matemáticos por meio de uma abordagem histórica vem sendo discutido por diversos autores pelo seu importante valor crítico e reflexivo no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. O entendimento acerca da história da Matemática pode aumentar o interesse dos alunos por esta ciência e por isso, este conhecimento deve estar presente na Educação Básica. É importante ressaltar que muitas vezes, os alunos não conhecem os processos ligados à evolução desta ciência. Diante deste cenário, este trabalho tem como objetivo geral investigar a percepção de licenciandos em Matemática, com relação ao uso de atividades de História da Matemática em turmas da Educação Básica. Para tal, realizou-se uma pesquisa qualitativa do tipo intervenção pedagógica, na qual foi elaborado um produto educacional, um Caderno de Atividades, para auxiliar o professor na inserção da história da Matemática em sala de aula. Participaram da fase de implementação, seis licenciandos em Matemática, dos 1º., 7º. e 8º. períodos de uma Instituição Federal de Educação. Optou-se por esse público-alvo devido ao interesse das autoras em obter uma visão a respeito da pesquisa tanto de alunos recém chegados da Educação Básica quanto de alunos que estão no final do curso e que podem proporcionar um olhar enquanto futuros professores. Os instrumentos adotados para a coleta de dados foram: a observação, as anotações no caderno de campo, as respostas dos licenciandos às atividades propostas, a entrevista, o questionário e a gravação em áudio e vídeo. A análise dos dados coletados foi realizada segundo os referenciais teóricos utilizados, em especial, a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. A pesquisa mostrou que o uso de atividades de Matemática com viés histórico é capaz de promover reflexões acerca de uma nova visão sobre esta ciência.

Palavras-chave: História da Matemática. Caderno de Atividades. Educação Básica.

ABSTRACT

The study of mathematical content through a historical approach has been studied by many authors due to the important critical and reflective value in the process of teaching and learning mathematics. Understanding the history of Mathematics can increase students' interest in this science and, therefore, this knowledge must be present in Basic Education. It is important to note that students often do not know the processes associated to the evolution of this science. From this scenario, this present study aims to investigate the perception of Mathematics undergraduates, regarding the use of History of Mathematics activities in Basic Education classes. Thus, a qualitative research of the pedagogical intervention type was carried out, in which an educational product was elaborated, an Activities Notebook to assist teachers in the insertion of the history of Mathematics in the classroom. Participated in the implementation phase six graduates in Mathematics from the 1st, 7th. and 8th. periods of a Federal Institution of Education. This target audience was chosen due to the authors' vision in relation to the research of students who have just arrived from Basic Education as the students at the end of the course and both one can provide a perspective as future teachers. The instruments adopted for data collection were: data collection, notes in the observation field notebook, responses to proposals, recording and a quiz. The analysis of the recorded data was carried out according to the theoretical frameworks used, especially David Ausubel's Theory of Meaningful Learning. The research showed that the use of research activities with historical stories is able to promote a new vision about science.

Keywords: History of Mathematics. Activity Notebook. Basic education.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A história da Matemática, ao longo dos anos, vem sendo estudada por sua relevância como instrumento pedagógico em sala de aula. O estudo de conteúdos matemáticos abordados segundo o contexto histórico pode favorecer uma postura reflexiva e construtiva por parte de alunos e professores.

Essa postura está ligada à motivação deste trabalho, que surgiu de reflexões a partir das aulas de Introdução à História da Matemática, componente curricular da Licenciatura em Matemática. Nelas, questionamentos foram feitos em relação à forma como a Matemática é apresentada ao aluno, como o de uma ciência acabada e pronta. Neste contexto, a revisitação a resoluções antigas rejuvenesce o estudo e traz novas possibilidades. Além disso, na Educação Básica, as autoras deste trabalho não tiveram contato com a história da Matemática. Gasperi e Pacheco (2017), baseando-se no trabalho de Nobre (1996), afirmam que os conhecimentos matemáticos são repassados como se tivessem sido obtidos de uma forma natural, ou seja, os alunos acabam não vendo o processo histórico da Matemática até chegar ao que se tem hoje. Roque e Carvalho (2012) destacam que "[...] ao invés de partirmos do modo como um conceito matemático foi desenvolvido e exibirmos as perguntas às quais ele responde, tomamos este conceito como algo pronto [...]" (ROQUE; CARVALHO, 2012, p.8).

Ao compreender que a Matemática não surgiu do nada e que é algo inacabado, os alunos podem perceber que possuem potencial para contribuir a ponto de que novos conceitos surjam e os existentes sejam aprimorados. Para Fossa, Mendes e Valves (2006 apud ANDRADE, 2017), o uso da história da Matemática pode aumentar o interesse por esta ciência.

Esse aspecto é evidenciado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017): "[...] é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática" (BRASIL, 2017, p. 298).

Em relação ao trabalho do professor, alguns obstáculos dificultam a utilização por ele da história da Matemática em sala de aula. Percebe-se que não há muito material disponível para norteá-lo e além dessa escassez, alguns não tem confiabilidade, pois falta fonte e os fatos são expostos de forma equivocada. Sobre esse assunto, Mendes e Chaquiam (2016) apontam:

> Outro aspecto que merece muita cautela por parte do professor é a utilização de lendas e mitologias relacionadas às histórias das matemática [sic], tais como encontramos muitas vezes pressentes [sic] em livros de literatura ou mesmo em livros de história da matemática ou em paradidáticos, cuja elaboração está baseada nas informações históricas de fontes nãos seguras ou que apostam no imaginário. (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p.20).

Segundo Fossa (2008), a história da Matemática está presente nos livros didáticos, mas separada do texto principal e, muitas vezes, em forma de tirinhas trazendo uma breve explicação sobre o conteúdo a ser trabalhado. Sobre essa questão, Balestri (2008) afirma que para maiores contribuições à Educação Matemática, o uso da história da Matemática não pode se ater apenas à narração e datação de fatos históricos.

Outro problema retratado pelos professores em pesquisa desenvolvida por Feliciano (2008) é o volume de conteúdo a ser estudado. Uma das professoras entrevistadas, afirma que a quantidade de conteúdos que compõem o currículo escolar é extensa, o que dificulta a diversificação de estratégias de ensino nas aulas (FELICIANO, 2008).

Um outro entrevistado, ao ser questionado sobre o preparo para efetivar a aplicação da história da Matemática em sala de aula, responde que não possui curso de História em sua formação e afirma que o professor não tem tempo, pois trabalha muito para sobreviver (FELICIANO, 2008).

Miguel *et al*. (2009), em uma síntese sobre as dificuldades encontradas pelos professores na utilização da história da Matemática, citam: (i) o despreparo do professor por não ter tido a história da Matemática na sua formação; (ii) a falta de tempo para inserir, testar e avaliar o uso da história da Matemática na construção dos saberes matemáticos; (iii) a insuficiência de dados históricos presentes nos livros; (iv) o amontoado de dados incorretos tanto em livros didáticos quanto em paradidáticos; e (v) a inexistência de materiais bibliográficos que contenham sugestões de atividades que possibilite o seu uso.

Diante desse contexto, formulou-se a seguinte questão de pesquisa: Qual a percepção de licenciandos em Matemática sobre o uso da História da Matemática em atividades voltadas para alunos da Educação Básica?

Para responder à questão de pesquisa, foi traçado o seguinte objetivo geral: investigar a percepção de licenciandos em Matemática, com relação ao uso de atividades de História da Matemática em turmas da Educação Básica.

Para alcançar tal objetivo, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- ❖ Promover estudos sobre o uso da história da Matemática em sala de aula;

- Contribuir para a inserção da história da Matemática em sala de aula e para o aprendizado de conteúdos matemáticos por meio de um Caderno de Atividades;
- Verificar se a aplicação de atividades elaboradas a partir da história da Matemática, é capaz de gerar reflexões acerca de uma nova visão sobre essa ciência.

Faz parte deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), a elaboração de um produto educacional no formato de um Caderno de Atividades. Entende-se como produto educacional na área de ensino, "[...] o resultado tangível oriundo de um processo gerado a partir de uma atividade de pesquisa [...]" (RIZZATTI *et al.*, 2020, p. 4).

Esta pesquisa é de análise qualitativa do tipo intervenção pedagógica. Intervenções deste tipo, de acordo com Damiani *et al*. (2013), compreendem o planejamento, a implementação de mudanças e inovações e a análise e avaliação dos resultados dessas mudanças (DAMIANI *et al*.,2013).

Os instrumentos para coleta de dados utilizados foram: a observação, as anotações no caderno de campo, as respostas dos licenciandos às atividades propostas, a entrevista, a gravação em áudio e vídeo e o questionário.

Este trabalho está estruturado em cinco capítulos. O primeiro é esta Introdução, o segundo é a Revisão da Literatura, na qual são abordados a importância da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem, a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e os estudos relacionados ao presente trabalho.

No terceiro capítulo são exibidos os procedimentos metodológicos, em que são abordados o tipo de pesquisa, o público-alvo, os instrumentos de coleta de dados, as etapas da pesquisa e o detalhamento da intervenção pedagógica.

O quarto capítulo expõe os resultados e as discussões sobre as informações obtidas no teste exploratório e na implementação e a avaliação da intervenção pedagógica.

O último capítulo é voltado às Considerações Finais, nas quais são apresentados os aspectos relevantes do trabalho incluindo a importância do material elaborado para a inserção da história da Matemática em sala de aula, a resposta à questão de pesquisa, o cumprimento dos objetivos geral e específicos e as sugestões para a continuidade de estudos que têm relação com o tema abordado.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 A importância da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem

Diversos são os autores que apontam para as contribuições do uso da história da Matemática em turmas da Educação Básica.

Baroni, Teixeira e Nobre (2009) citam algumas delas: (i) permite a alunos e professores conhecer a matemática de outras culturas, o seu desenvolvimento e o seu papel na história; (ii) traz questões relevantes, que podem motivar, estimular e atrair os alunos; (iii) fornece elementos de estudos que se unem a diferentes domínios da Matemática e outras disciplinas; (iv) pode desenvolver nos alunos, além da capacidade matemática, habilidades como leitura, escrita, entre outras; (v) permite aos alunos ver que erros, controvérsias e outros problemas fazem parte do desenvolvimento da Matemática e (vi) pode evidenciar que a Matemática, apesar de possuir um conjunto de regras determinadas, traz características de uma ciência humana e atraente.

Contribuições também são percebidas por Brito (2013), em pesquisa sobre a história da Matemática na formação docente. Dentre elas, destaca-se a reflexão sobre os fundamentos dos conteúdos matemáticos básicos que se encontram na prática docente e sobre a articulação do ensino de Matemática com outras áreas do conhecimento.

Corroborando com esses autores, Zuffi e Souza (2013) mostram que a história da Matemática, além de conectar diferentes tópicos dentro dela mesma, também se aproxima a outras áreas de conhecimento, como a própria História, tendo assim um papel interdisciplinar. “A História da Matemática está estreitamente ligada à história da humanidade, e suas relações com aspectos filosóficos, multiculturais e interdisciplinares são marcantes quando nos dispomos a utilizá-la pedagogicamente.” (ZUFFI; SOUZA, 2013, p. 37).

Na mesma direção, Mendes e Chaquiam (2016) afirmam que a história da Matemática, combinada com outros meios didáticos e metodológicos, possibilita que a Matemática se torne mais integrada a outras disciplinas. A BNCC (BRASIL, 2017) aponta que a combinação da história da Matemática com outros recursos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *software* de geometria dinâmica, deve estar presente em situações que permitam a reflexão, contribuindo para a formalização dos conceitos matemáticos.

Para Fossa (2008), ao trazer para a aula atividades que contém problemas relacionados à História da Matemática, o aluno poderá se ver como um participante no desenvolvimento da

Matemática, deixando de ter uma percepção de que esta é uma disciplina compreensível apenas para "gênios".

Brito (2013) afirma que a história da Matemática deve sugerir caminhos para a problematização em forma de atividades, facilitando a construção dos conceitos por parte dos alunos. Para este autor, os docentes, ao elaborarem as atividades com este viés, percebem que são produtores de novos conhecimentos e que a história da Matemática apresenta potencial de formação. Com essas atividades, o aluno poderá dispor de uma nova resolução, utilizada em outros momentos históricos.

Mendes e Chaquiam (2016) citam que, ao abordar a história da Matemática como proposta de ensino, ela deve ser capaz de desafiar a capacidade dos alunos com pesquisas e resoluções de problemas que estimulem suas estratégias de pensamento, dando a oportunidade para o aluno se inserir no contexto histórico e estabelecer uma multiplicidade explicativa para os conceitos matemáticos que irá aprender.

Ainda sobre a história da Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) afirmam que:

> Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático. (BRASIL, 1997, p. 34).

Para Zuffi e Souza (2013), o pensamento matemático e suas aplicações, visto como um processo com contribuições de diversas culturas em respostas aos problemas que surgiram, fazem com que os conceitos dessa área sejam melhor entendidos.

2.2 Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel

Uma teoria de aprendizagem, segundo Moreira (1999) "[...] é, então, uma construção humana para interpretar sistematicamente a área de conhecimento que chamamos aprendizagem." (MOREIRA, 1999, p.12). Para este autor, é possível identificar três tipos de aprendizagem: psicomotora, afetiva e cognitiva. A primeira, abrange retornos musculares, obtidos por meio de treino e prática; a segunda, é resultado de emoções internas como, por exemplo, o prazer e dor, alegria ou ansiedade; e a terceira, é aquela que tem como consequência, o armazenamento de informações, de forma organizada, na mente do aprendiz (MOREIRA, 2009). A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel evidencia, antes de tudo, a aprendizagem cognitiva.

David Ausubel (1918-2008) foi um professor e psicólogo muito prestigiado na Universidade de Columbia, localizada em Nova York. Era formado em medicina psiquiátrica e teve sua carreira dedicada à psicologia educacional, sendo um representante do cognitivismo (MOREIRA, 2009).

Um requisito para a ocorrência da aprendizagem significativa é a presença de um material potencialmente significativo que seja relacionável ao corpo de conhecimentos do aprendiz (AUSUBEL, 2003). Para Ausubel (2003), há duas condições para que um material seja potencialmente significativo: a primeira, é a relação não arbitrária e não literal com a estrutura cognitiva de um aprendiz e, a segunda, é que exista na estrutura cognitiva do aluno, ideias relevantes que possam se relacionar com o novo material. Não arbitrária, para Moreira (2009), quer dizer que a relação será feita com alguma ideia importante que já se encontra na estrutura cognitiva do indivíduo e, o não literal, significa de forma "substantiva", com significado lógico (MOREIRA, 2012). Moreira (2009) define a estrutura cognitiva como "[...] uma estrutura hierárquica de conceitos que são representações de experiências sensoriais do indivíduo." (MOREIRA, 2009, p. 161).

Além disso, um outro requisito é que o aluno deve estar inclinado a aprender significativamente, pois apenas o material não garante esse tipo de aprendizagem (RORATTO; NOGUEIRA; KATO, 2011). Ele deve demonstrar vontade para conectar de maneira substantiva e não arbitrária esse novo material à sua estrutura cognitiva (RORATTO; NOGUEIRA; KATO, 2011). Dessa forma, se o aluno tiver a finalidade de decorar o conteúdo, mesmo que o material seja potencialmente significativo, nem o processo de aprendizagem nem o produto da aprendizagem serão significativos, e sim mecânicos (RORATTO; NOGUEIRA; KATO, 2011).

São três os fatores essenciais para que não ocorra a aprendizagem mecânica. De acordo com Ausubel (2003), é necessário que exista: (i) um conhecimento prévio relevante, (ii) um material potencialmente significativo, e (iii) a vontade de aprender significativamente, de forma que seja "[...] necessário que o aprendiz se disponha a relacionar os novos conhecimentos com aqueles já existentes em sua estrutura cognitiva de uma forma consciente e não trivial." (RORATTO; NOGUEIRA; KATO, 2011, p. 121).

A Aprendizagem Significativa de Ausubel ocorre quando um novo conceito se relaciona com um ponto importante da estrutura de conhecimento do sujeito, ou seja, essa nova informação vai se ancorar em conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do mesmo (MOREIRA, 2009). Esse conceito já existente é chamado de "subsunçor" (MOREIRA, 2009).

Porém, para adquirir conceitos subsunçores em uma nova área de conhecimento, é necessário que ocorra a aprendizagem mecânica, até que exista na estrutura cognitiva, informações relevantes que possam exercer o papel de subsunçor. À proporção que a aprendizagem passa a ser significativa, os conceitos subsunçores ficam cada vez mais desenvolvidos, podendo ser capazes de ancorar novas informações (MOREIRA; MASINI, 2009). Para melhor compreensão deste conceito, Moreira exemplifica:

> Em Física, por exemplo, se os conceitos de força e campo já existem na estrutura cognitiva do aluno, eles servirão de subsunçores para novas informações referentes a certos tipos de força e campo como, por exemplo, a força e o campo eletromagnético. Entretanto, este processo de "ancoragem" da nova informação resulta em crescimento e modificação do conceito subsunçor. Isso significa que os subsunçores existentes na estrutura cognitiva podem ser abrangentes e bem desenvolvidos, ou limitados e pouco desenvolvidos, dependendo da frequência com que ocorre a aprendizagem significativa em conjunção com dado subsunçor. (MOREIRA, 2009, p. 161).

Em Ausubel (2003), o termo "ancoragem" é utilizado para indicar a ligação de ideias e conceitos preexistentes. Esse processo, também chamado de subsunção, é essencial para que ocorra a aprendizagem significativa teorizada por Ausubel e, nele, novas ideias vão se relacionar com aquelas que o aluno já conhece, trazendo assim novos significados (AUSUBEL, 2003).

Embora não exista esta palavra em português, "subsunçor" vem do termo em inglês "*subsumer*", que equivale a inseridor, facilitador ou subordinador (MOREIRA, 2009). Moreira (2006) define como "[...] um conceito, uma idéia [sic], uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de 'ancoradouro' a uma nova informação de modo que esta adquira, assim, significado para o indivíduo" (MOREIRA, 2006, p.15).

Para Moreira (2012), o subsunçor é um conhecimento instituído que permite dar significado a outras ideias. Não é adequado efetivá-lo como conceito, pois também pode referir-se a um conhecimento prévio importante para a aprendizagem significativa de novos conhecimentos estabelecidos (MOREIRA, 2012).

Na visão de Ausubel, a variável mais importante para a aprendizagem significativa de novos conceitos é o conhecimento prévio, ou seja, se isolasse a variável que mais influencia novas aprendizagens, seria esta, que são os subsunçores presentes na estrutura cognitiva do indivíduo que aprende (MOREIRA, 2012). Contudo, não é certo dizer que será sempre uma variável facilitadora, pois pode, em alguns casos, ser bloqueadora. (MOREIRA, 2012).

Sobre os processos relacionados a aprendizagem, Moreira (2012) comenta que o ser humano, em sua fase criança, têm muitas concepções adquiridas por meio da "formação de conceitos", um tipo de aprendizagem por descoberta, em que a obtenção de ideias ocorre por meio de uma experiência concreta (MOREIRA, 2012). Contudo, ao atingir a idade escolar, de acordo com Moreira e Masini (2009), o indivíduo já possui um grupo apropriado de conceitos que concede a aprendizagem significativa por recepção. A partir desse momento, então, os novos conhecimentos são alcançados por meio de alguns processos, sendo um deles, a assimilação (MOREIRA; MASINI, 2009).

A assimilação é o modo característico que os jovens, assim como os adultos, obtêm novos conceitos através da admissão de seus atributos criteriais (termos ou pistas contextuais) e pela interação desses com conceitos pertinentes já estabelecidos em sua estrutura cognitiva. Isto é, uma nova informação, potencialmente significativa, é associada e compreendida por um conceito subsunçor já presente na estrutura cognitiva, dispondo de um subsunçor modificado (MOREIRA; MASINI, 2009).

Em relação ao papel do professor neste contexto da Aprendizagem Significativa tem-se: (i) identificar os conceitos e princípios unificadores com maior esclarecimento e ordená-los de forma que englobe dos dados menos abrangentes até os mais específicos; (ii) estabelecer quais são as ideias (subsunçores) relevantes para o conteúdo a ser estudado, para o aluno aprender significativamente; (iii) identificar quais subsunçores estão disponíveis na estrutura cognitiva do aluno; e, (iv) auxiliar o aluno, utilizando recursos que facilitem a aquisição significativa de conhecimentos acerca de um conteúdo, na compreensão da estrutura da matéria de ensino e na organização da estrutura cognitiva na área de conhecimento (MOREIRA, 2009).

2.3 Estudos Relacionados

A busca pelos trabalhos relacionados foi feita por meio de uma pesquisa na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Utilizou-se a palavra-chave "História da Matemática" e os filtros: (i) tipo de documento: dissertação; (ii) idioma: português, (iii) assunto: história da Matemática; e (iv) ano: 2016 até 2020. Foram encontrados vinte trabalhos e, a partir da leitura dos resumos, selecionou-se oito pela proximidade com os objetivos da pesquisa. Por fim, escolheu-se os que foram aplicados a alunos da Educação Básica: Moraes (2019), Führ (2019), Andrade (2017) e Moraes (2017).

2.3.1 Um passo de cada vez: conhecendo as unidades de medida através de sua história

A dissertação de Moraes (2019) teve como objetivo instigar o pesquisador dentro de cada aluno, incentivando-o a utilizar e a buscar na história da Matemática inspiração, e usá-la como ferramenta para seu processo de aprendizagem. O público-alvo foram os alunos do 6º. e 8º. anos do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual em São Carlos (SP) e a autora utilizou a História da Matemática como metodologia de ensino.

A atividade aplicada em sala teve início com um roteiro de perguntas sobre as unidades de medida, no qual os alunos fizeram uma pesquisa seguindo um guia com indagações do tipo: (i) quais são as unidades de medidas não padronizadas e como elas surgiram?; (ii) quais foram as contribuições dessas unidades de medidas na época em que surgiram?; (iii) quais dessas unidades não padronizadas ainda resiste nos dias de hoje?; e (iv) qual a necessidade de padronizar essas unidades?. Em seguida, foi feito um debate sobre a importância dessa padronização e ao final, houve uma atividade no pátio para os alunos medirem pessoas e objetos presentes no espaço, de diferentes formas.

No fim de sua dissertação, a autora percebeu que houve um interesse por parte dos alunos com relação à discussão dos resultados obtidos nas atividades e a metodologia utilizada. Um retorno tão positivo dos alunos em relação a atividade superou suas expectativas sobre a mesma.

O ponto comum com este trabalho é o uso da História da Matemática na sequência didática elaborada. Os pontos diferentes são: o público a quem as atividades são direcionadas, o conteúdo de Unidades de Medida e a metodologia utilizada.

2.3.2 Um olhar para a introdução à escrita simbólica no ensino à luz da História da Matemática

Os objetivos do trabalho de Führ (2019) foram: conhecer a história do desenvolvimento da simbologia algébrica; reconhecer e utilizar a história da Matemática como fonte para o ensino e aprendizagem de Matemática; reconhecer e compreender a utilização de símbolos como facilitadora para o estudo da álgebra; refletir sobre a prática implementada e suas contribuições para o ensino de Matemática, especificamente da introdução à escrita simbólica; e analisar, à luz da teoria dos registros de representação semiótica, os dados obtidos na prática.

As atividades foram desenvolvidas em seis dias de aula. O público-alvo foram alunos do 9º. ano do Ensino Fundamental e a metodologia de pesquisa utilizada foi a qualitativa. Os instrumentos de coleta de dados foram as gravações audiovisuais das aulas, fotografias, anotações do professor no caderno de campo e registros dos alunos nas atividades, analisados a partir da teoria dos registros de representação semiótica de Duval.

A autora concluiu que os objetivos listados foram atingidos, porém relatou alguns problemas encontrados durante as aulas, como a dificuldade por parte dos alunos na leitura e interpretação das atividades propostas e, consequentemente, dos registros semióticos. Por fim, destaca que a sua pesquisa pode contribuir para manter em debate a utilização da História da Matemática na prática docente.

O ponto comum com este trabalho é a aplicação das atividades com viés histórico e os pontos diferentes são: a metodologia, o público-alvo e o tema matemático utilizado nas atividades.

2.3.3 História da Matemática e tecnologia da informação e da comunicação no ensino de Função

O objetivo da pesquisa de Andrade (2017) foi apresentar um Caderno de Atividades pautado na articulação entre História da Matemática e Tecnologias da Informação e da Comunicação via Investigação Matemática, que contribuísse para o processo de ensino-aprendizagem de Função.

O público-alvo foram alunos do 8º. e 9º. anos do Ensino Fundamental e da 1ª. série do Ensino Médio da Escola Estadual Castro Alves, localizada em Natal (RN) e a metodologia de pesquisa utilizada foi a qualitativa de cunho bibliográfico.

Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram: fotos, filmagem, diário de campo, questionários (inicial e final), registros dos alunos nas atividades e entrevistas. Ao todo, foram realizados oito encontros com os alunos, com três atividades referentes à Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna.

A autora concluiu que a junção da História da Matemática com as Tecnologias da Informação e da Comunicação teve um papel importante no processo de construção do conhecimento e, de acordo com as análises, os dados obtidos foram satisfatórios, concluindo assim o alcance do objetivo proposto.

O ponto comum com o presente trabalho é o uso da História da Matemática em atividades, perpassando os períodos da Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna e a elaboração de um produto educacional. Já os pontos diferentes são a metodologia, de cunho bibliográfico, o estudo do conteúdo de Funções e o público-alvo.

2.3.4 Setor Trigonal: contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre História e Ensino de Matemática

Em sua dissertação, Moraes (2017) investigou o movimento do pensamento de estudantes do Ensino Médio na formação dos conceitos inerentes ao uso do instrumento setor trigonal e seu respectivo tratado em uma atividade didática.

Para tal, aplicou uma atividade dividida em três etapas: (i) roda de conversa sobre a produção humana de instrumentos; (ii) a leitura de partes traduzidas do documento do século XVI que apresenta o instrumento de medida setor trigonal; e (iii) a leitura dos usos descritos no tratado e a produção de uma réplica do instrumento. O público-alvo foram alunos do Ensino Médio, selecionados pelo interesse em participar da pesquisa.

A metodologia utilizada é a pesquisa qualitativa, de caráter exploratório, e os instrumentos de coleta de dados foram: observações, anotações feitas pelos alunos e pela professora, registros audiovisuais, áudios dos alunos e da professora no momento de intervenção, questionário final e entrevistas.

A autora percebeu, no término das atividades, um movimento do pensamento dos estudantes na formação de conceitos. Com base na pesquisa, foi elaborado um livreto, com atividades que podem contribuir para o ensino de triângulos por intermédio do instrumento setor trigonal e o seu tratado.

Dentre os pontos comuns com este trabalho estão a aplicação de atividades com o uso da História da Matemática e a elaboração de um livreto, similar ao Caderno de Atividades. Os pontos diferentes são os conteúdos abordados e a metodologia utilizada, do tipo exploratória.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para facilitar a compreensão do percurso metodológico da pesquisa, retorna-se ao objetivo geral: investigar a percepção de licenciandos em Matemática, com relação à contribuição do uso de atividades de História da Matemática em turmas da Educação Básica.

Neste capítulo, são abordados: i) a caracterização da pesquisa, na qual são relatados o tipo da pesquisa, o público-alvo, os instrumentos de coleta de dados e as etapas da pesquisa e; ii) o detalhamento da Intervenção Pedagógica, desde o planejamento, com a elaboração do Caderno de Atividades, do questionário e do roteiro de perguntas para a entrevista, a seleção de atividades e o teste exploratório, até a implementação e a avaliação.

3.1 Caracterização da Pesquisa

A metodologia de pesquisa adotada é a qualitativa do tipo intervenção pedagógica. Em pesquisas qualitativas, não há tanta preocupação com dados numéricos, mas sim com uma melhor percepção de um grupo social sobre os aspectos investigados (GERHARDT; SILVEIRA, 2009). Para Yin (2016), uma das características da pesquisa qualitativa é a possibilidade de pontos de vista e de concepções dos participantes de um estudo.

Nessa pesquisa, procurou-se investigar a percepção, por meio da opinião dos licenciandos, sobre o uso da História da Matemática em atividades voltadas para alunos da Educação Básica.

Sobre a intervenção pedagógica, Damiani (2012) afirma que, na área de Educação, as intervenções mostram a capacidade de, simultaneamente, sugerir novas práticas pedagógicas ou aperfeiçoar as existentes, gerando com elas, saberes teóricos. Compreendem três etapas: o planejamento, a implementação de mudanças e a avaliação dos efeitos dessas mudanças (DAMIANI, 2012).

A pesquisa desenvolvida neste TCC trará a possibilidade de uma nova prática por parte do professor no uso de um produto educacional do tipo Caderno de Atividades, elaborado com um viés histórico, além de oportunizar ao aluno novos saberes teóricos a partir desse viés.

Entende-se como produto educacional, na área de ensino:

> [...] o resultado de um processo criativo gerado a partir de uma atividade de pesquisa, com vistas a responder a uma pergunta ou a um problema ou, ainda, a uma necessidade concreta associados ao campo de prática profissional, podendo ser um artefato real ou virtual, ou ainda, um processo. Pode ser

> produzido de modo individual (discente ou docente) ou coletivo. A apresentação de descrição e de especificações técnicas contribui para que o produto ou processo possa ser compartilhável ou registrado (BRASIL, 2019, p.16).

Para Pagán (1995 apud FREITAS, 2021) é importante considerar que um produto educacional deve trazer consigo a proposta de ensino que está implícita ao que está enunciado no produto. Dessa forma, ele considera duas maneiras distintas de caracterizar um produto educacional: “1) a sua função didática, ou seja, sua finalidade de aprendizagem e metodologias utilizadas para atingir esse fim; 2) o conjunto de meios, recursos ou instrumentos utilizados para materializá-lo.” (PAGÁN, 1995 apud FREITAS, 2021, p.12)

O produto educacional elaborado nesta pesquisa traz, além das atividades históricas, instruções e recursos que permitem ao professor realizar uma aplicação mais adequada do Caderno de Atividades.

O público-alvo desta pesquisa são discentes do curso de Licenciatura em Matemática que se encontram no 1º. período e não tiveram contato com a disciplina de Introdução à História da Matemática e no 7º. e 8º. períodos que já cursaram tal disciplina. A escolha do público-alvo se deu pelo interesse das autoras em obter uma visão a respeito da pesquisa tanto de alunos recém chegados da Educação Básica (alunos do 1º. período), a quem as atividades do Caderno de Atividades foram direcionadas, quanto de alunos que estão no final do curso e podem proporcionar um olhar enquanto futuros professores (alunos dos 7º. e 8º. períodos), para quem este produto educacional foi elaborado como recurso em sala de aula.

Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram: a observação, as anotações no caderno de campo, as respostas dos licenciandos às atividades propostas, a entrevista, o questionário e a gravação em áudio e vídeo.

A observação é um instrumento importante em qualquer tipo de trabalho, remoto ou presencial. Para Gil (2008), a observação é considerada um método de investigação fundamental no processo de pesquisa (GIL, 2008).

Em relação ao questionário, Goldenberg (2009) afirma que ao usá-lo, o pesquisador dispõe de algumas vantagens, como: ter um custo baixo, não exigir muitas habilidades para a sua aplicação, atingir um grande número de pessoas e dar liberdade para os pesquisadores colocarem suas opiniões sem temer o desaprovamento.

Os dados coletados foram analisados segundo os referenciais teóricos adotados, em especial, a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. A BNCC (BRASIL, 2017) cita que nesta teoria, uma ideia se associa a uma noção já existente, ampliando e atualizando informações anteriores e designando novos significados aos conhecimentos. Assim, ao trazer conteúdos já vistos pelos licenciandos na Educação Básica, busca-se promover novas reflexões acerca da Matemática e aprofundar os conhecimentos já adquiridos por meio do viés histórico.

Essa pesquisa foi dividida nas seguintes etapas:

- Revisão bibliográfica;
- Planejamento da ação interventiva que consta: da elaboração do Caderno de Atividades, da seleção das atividades a serem implementadas, da elaboração do roteiro de perguntas para a entrevista e do questionário e da aplicação do teste exploratório;
- Implementação da ação interventiva por meio da aplicação de algumas atividades do produto educacional elaborado;
- Avaliação desta ação, feita por meio dos seguintes instrumentos: a observação, as anotações no caderno de campo, as respostas dos licenciandos às atividades propostas, a entrevista, o questionário e a gravação em áudio e vídeo.

3.2 Detalhamento da Intervenção Pedagógica

Baseando-se na definição de Damiani *et al.* (2013) que pesquisas deste tipo envolvem o planejamento e a implementação de mudanças designadas a efetuar melhorias no processo de ensino e aprendizagem dos participantes das mesmas, além da avaliação dessas mudanças, esta subseção divide-se em três partes: o planejamento, a implementação e a avaliação.

3.2.1 O Planejamento

O planejamento consta da elaboração do Caderno de Atividades, do questionário e do roteiro de perguntas da entrevista; do teste exploratório e da seleção de atividades que farão parte da fase de implementação.

3.2.1.1 Elaboração do Caderno de Atividades

O Caderno de Atividades (Apêndice D) foi desenvolvido com o objetivo de auxiliar o professor na inserção da história da Matemática em sala de aula, contribuindo para o aprendizado de conteúdos matemáticos associados aos temas selecionados. A sua elaboração teve como base, o modelo de apresentação de atividades históricas feito por Mendes (2009). A seguir, as etapas desse modelo:

1) Nome das atividades
2) Objetivos das atividades
3) Conteúdo histórico
4) O material a ser utilizado nas atividades
5) A operacionalidade das atividades
6) Os desafios propostos nas atividades
7) O exercício da sistematização e formalização do conhecimento
8) Outras atividades complementares

O Caderno de Atividades (Figura 1) conta com os seguintes temas:

1. A resolução de equações quadráticas por Descartes.
2. A interpretação geométrica de operações matemáticas por Descartes.
3. A multiplicação e a divisão egípcia: o método das duplicações sucessivas.

Figura 1 - Capa do Caderno de Atividades

Fonte: Elaboração própria.

O Caderno inicia-se com a apresentação, na qual uma conversa com o professor é estabelecida, contendo uma breve explicação do produto educacional elaborado (Figura 2).

Figura 2 - Apresentação do Caderno de Atividades

APRESENTAÇÃO

Este caderno de atividades é um produto educacional elaborado com o objetivo de contribuir para a inserção da história da Matemática em sala de aula e para o aprendizado de conteúdos matemáticos. Nele, você encontrará atividades acerca dos temas: (i) resolução de equações quadráticas por Descartes, (ii) operações aritméticas básicas com construções geométricas por Descartes e, (iii) método das duplicações sucessivas do Egito Antigo.

Cada atividade está dividida em quatro partes: (i) "Sobre a Atividade", que trata de uma conversa com você, professor, em que breves explicações são feitas sobre a atividade e a forma de realizá-la, (ii) a atividade principal, que será entregue aos alunos, (iii) "Possíveis resoluções", com a apresentação de respostas para as questões propostas e, (iv) as atividades complementares, que poderão ser utilizadas de acordo com a demanda de cada turma e o objetivo da aula.

Para facilitar, criamos diferentes tipos de bordas para cada segmento do caderno. Assim, você poderá identificar facilmente a conversa com o professor, a atividade que deverá ser entregue aos alunos e as atividades complementares.

Conversa com o professor (a), atividade do aluno (b) e atividades complementares (c)

(a) (b) (c)

Fonte: Elaboração própria.

Trazer para as atividades o contexto histórico do período a ser estudado é muito importante, já que entendemos que a história pode ser um grande motivador para os alunos, além de responder alguns "porquês" que frequentemente são feitos por eles.

Como existem duas atividades que tratam de construções elaboradas por um mesmo matemático, você notará que existem trechos similares ou idênticos associados ao contexto histórico. Da mesma forma, a atividade complementar relacionada a construção de uma linha do tempo também contém parágrafos idênticos, já que é uma atividade voltada para o mesmo século.

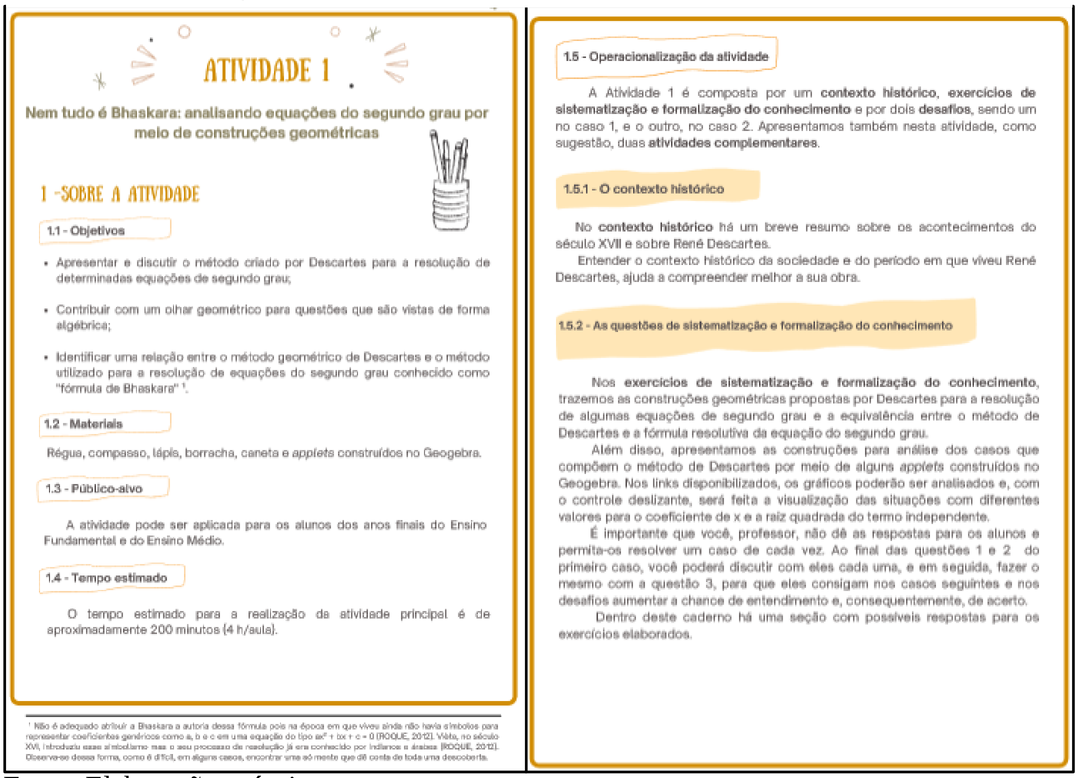
Fonte: Elaboração própria.

Cada atividade que o integra é composta pelos tópicos:

1. Sobre a Atividade;
   1.1 Objetivos;
   1.2 Materiais;
   1.3 Público-alvo;
   1.4 Tempo estimado;
   1.5 Operacionalização da atividade;
      1.5.1 O contexto histórico;
      1.5.2 As questões de sistematização e formalização do conhecimento;
      1.5.3 O desafio;
      1.5.4 Atividades complementares;
2. A Atividade;
3. Possíveis resoluções;
4. Atividades complementares;
5. Referências.

Em “Sobre a Atividade”, existem informações acerca de cada atividade, como os objetivos, os materiais, o público-alvo e o tempo estimado de realização da atividade. No tópico “Operacionalização da atividade", são feitas considerações sobre o contexto histórico, as questões de sistematização e formalização do conhecimento, o desafio e as atividades complementares (Figura 3).

Figura 3 – O tópico “Sobre a Atividade” da Atividade 1



ATIVIDADE 1

Nem tudo é Bhaskara: analisando equações do segundo grau por meio de construções geométricas

1 -SOBRE A ATIVIDADE

1.1 - Objetivos

- Apresentar e discutir o método criado por Descartes para a resolução de determinadas equações de segundo grau;
- Contribuir com um olhar geométrico para questões que são vistas de forma algébrica;
- Identificar uma relação entre o método geométrico de Descartes e o método utilizado para a resolução de equações do segundo grau conhecido como "fórmula de Bhaskara" [1].

1.2 - Materiais

Régua, compasso, lápis, borracha, caneta e *applets* construídos no Geogebra.

1.3 - Público-alvo

A atividade pode ser aplicada para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

1.4 - Tempo estimado

O tempo estimado para a realização da atividade principal é de aproximadamente 200 minutos (4 h/aula).

[1] Não é adequado atribuir a Bhaskara a autoria dessa fórmula pois na época em que viveu ainda não havia símbolos para representar coeficientes genéricos como a, b e c em uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ (ROQUE, 2012). Viète, no século XVI, introduziu esse simbolismo mas o seu processo de resolução já era conhecido por indianos e árabes (ROQUE, 2012). Observa-se dessa forma, como é difícil, em alguns casos, encontrar uma só mente que dê conta de toda uma descoberta.

1.5 - Operacionalização da atividade

A Atividade 1 é composta por um **contexto histórico**, **exercícios de sistematização e formalização do conhecimento** e por dois **desafios**, sendo um no caso 1, e o outro, no caso 2. Apresentamos também nesta atividade, como sugestão, duas **atividades complementares**.

1.5.1 - O contexto histórico

No **contexto histórico** há um breve resumo sobre os acontecimentos do século XVII e sobre René Descartes.

Entender o contexto histórico da sociedade e do período em que viveu René Descartes, ajuda a compreender melhor a sua obra.

1.5.2 - As questões de sistematização e formalização do conhecimento

Nos **exercícios de sistematização e formalização do conhecimento**, trazemos as construções geométricas propostas por Descartes para a resolução de algumas equações de segundo grau e a equivalência entre o método de Descartes e a fórmula resolutiva da equação do segundo grau.

Além disso, apresentamos as construções para análise dos casos que compõem o método de Descartes por meio de alguns *applets* construídos no Geogebra. Nos links disponibilizados, os gráficos poderão ser analisados e, com o controle deslizante, será feita a visualização das situações com diferentes valores para o coeficiente de x e a raiz quadrada do termo independente.

É importante que você, professor, não dê as respostas para os alunos e permita-os resolver um caso de cada vez. Ao final das questões 1 e 2 do primeiro caso, você poderá discutir com eles cada uma, e em seguida, fazer o mesmo com a questão 3, para que eles consigam nos casos seguintes e nos desafios aumentar a chance de entendimento e, consequentemente, de acerto.

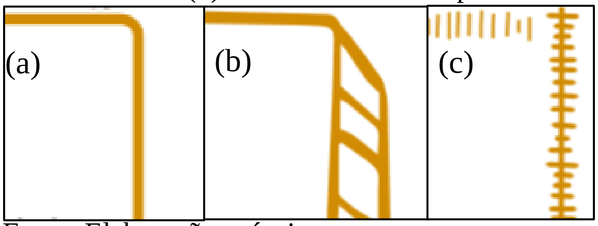
Dentro deste caderno há uma seção com possíveis respostas para os exercícios elaborados.

Fonte: Elaboração própria.

No tópico “A Atividade”, encontra-se a atividade principal que será entregue ao aluno e, em “Possíveis resoluções”, opções de respostas a serem dadas pelos alunos. Nas “Atividades complementares”, há sugestões de atividades que podem auxiliar a atividade principal e, no tópico “Referências”, são disponibilizadas todas as referências utilizadas na elaboração da Atividade.

É importante ressaltar que foram utilizados três tipos de bordas de página no Caderno de Atividades com o propósito de que o professor, ao ler as atividades, identifique o que é direcionado a ele (detalhamento das atividades e as possíveis resoluções), o que é para ser entregue aos alunos (a Atividade) e quais as atividades complementares (Figura 4).

Figura 4 – Bordas para conversa com o professor (a), a atividade do aluno (b) e as atividades complementares (c)



Fonte: Elaboração própria.

A Atividade 1 tem como objetivo compreender o método geométrico realizado por René Descartes para a resolução de equações quadráticas. O Quadro 1 traz as questões dessa atividade com os seus respectivos objetivos.

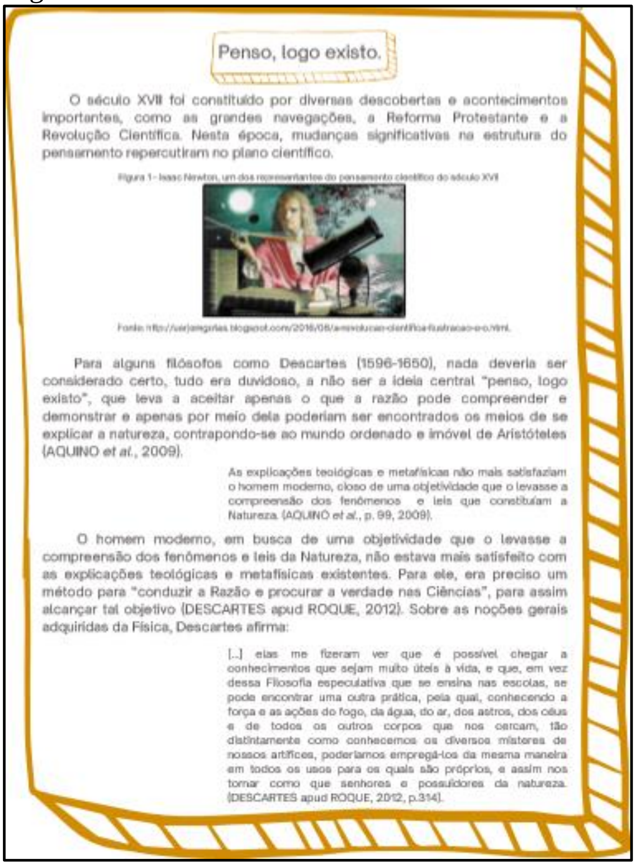
Quadro 1 - Objetivos das questões da Atividade 1

Atividade 1 - Nem tudo é Bhaskara: analisando equações do segundo grau por meio de construções geométricas	
Questões	**Objetivos**
1 (Casos 1, 2 e 3)	Resolver as equações utilizando as instruções contidas no método elaborado por Descartes.
2 (Casos 1, 2 e 3)	Encontrar as raízes das equações por meio da fórmula resolutiva da equação do segundo grau.
3 (Casos 1, 2 e 3)	Relacionar o método geométrico de Descartes com a fórmula resolutiva da equação do segundo grau.
Desafios - E a raiz negativa? (Casos 1 e 2)	Identificar qual o segmento da construção geométrica feita possui relação com a raiz negativa da equação, justificando essa escolha.
Explorando com o Geogebra	Apresentar outras situações para cada caso analisado com variações do coeficiente de x e da raiz quadrada do termo independente.

Fonte: Elaboração própria.

Antes das questões, foi inserido o contexto histórico do século XVII para entendimento dos acontecimentos daquele período (Figura 5). O resumo trata de alguns acontecimentos importantes da época, como as grandes navegações e a Revolução Científica, trazendo nomes de filósofos, matemáticos e físicos como Galileu Galilei e Isaac Newton. Além disso, traz informações sobre René Descartes, matemático em destaque na atividade.

Figura 5 - Parte do contexto histórico do século XVII



Penso, logo existo.

O século XVII foi constituído por diversas descobertas e acontecimentos importantes, como as grandes navegações, a Reforma Protestante e a Revolução Científica. Nesta época, mudanças significativas na estrutura do pensamento repercutiram no plano científico.

Figura 1 - Isaac Newton, um dos representantes do pensamento científico do século XVII

Fonte: http://serjanegrias.blogspot.com/2016/08/a-revolucao-cientifica-ilustracao-e-o.html.

Para alguns filósofos como Descartes (1596-1650), nada deveria ser considerado certo, tudo era duvidoso, a não ser a ideia central "penso, logo existo", que leva a aceitar apenas o que a razão pode compreender e demonstrar e apenas por meio dela poderiam ser encontrados os meios de se explicar a natureza, contrapondo-se ao mundo ordenado e imóvel de Aristóteles (AQUINO *et al.*, 2009).

> As explicações teológicas e metafísicas não mais satisfaziam o homem moderno, cioso de uma objetividade que o levasse a compreensão dos fenômenos e leis que constituíam a Natureza. (AQUINO *et al.*, p. 99, 2009).

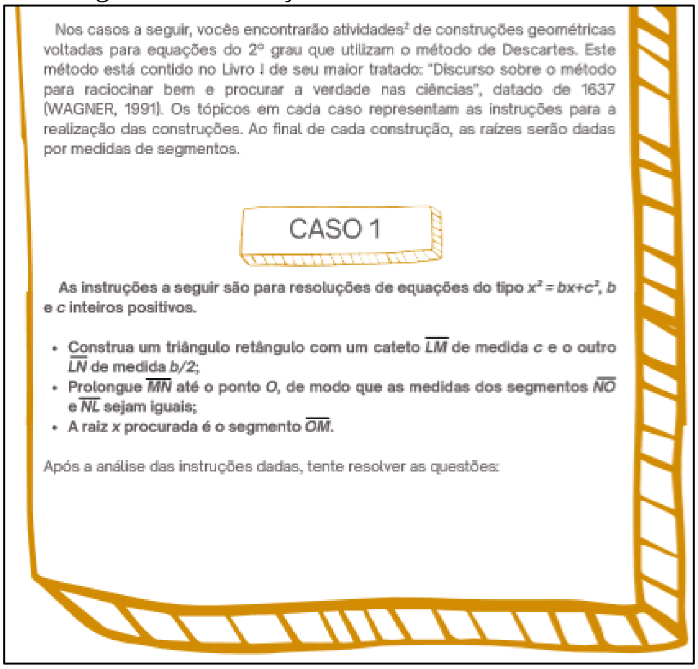
O homem moderno, em busca de uma objetividade que o levasse a compreensão dos fenômenos e leis da Natureza, não estava mais satisfeito com as explicações teológicas e metafísicas existentes. Para ele, era preciso um método para "conduzir a Razão e procurar a verdade nas Ciências", para assim alcançar tal objetivo (DESCARTES apud ROQUE, 2012). Sobre as noções gerais adquiridas da Física, Descartes afirma:

> [...] elas me fizeram ver que é possível chegar a conhecimentos que sejam muito úteis à vida, e que, em vez dessa Filosofia especulativa que se ensina nas escolas, se pode encontrar uma outra prática, pela qual, conhecendo a força e as ações do fogo, da água, do ar, dos astros, dos céus e de todos os outros corpos que nos cercam, tão distintamente como conhecemos os diversos misteres de nossos artífices, poderíamos empregá-los da mesma maneira em todos os usos para os quais são próprios, e assim nos tornar como que senhores e possuidores da natureza. (DESCARTES apud ROQUE, 2012, p.314).

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, três tipos de equações do segundo grau são abordados e, em cada um dos casos, são indicados o passo a passo para o entendimento e a realização das questões (Figura 6). O caso 1 apresenta instruções para a resolução de equações do tipo "$x^2=bx+c^2$", o caso 2, equações do tipo "$x^2=-bx+c^2$" e o caso 3, do tipo "$x^2=bx-c^2$", ambos com b e c, inteiros positivos.

Figura 6 - Introdução do caso 1 da Atividade 1



Nos casos a seguir, vocês encontrarão atividades[2] de construções geométricas voltadas para equações do 2º grau que utilizam o método de Descartes. Este método está contido no Livro I de seu maior tratado: "Discurso sobre o método para raciocinar bem e procurar a verdade nas ciências", datado de 1637 (WAGNER, 1991). Os tópicos em cada caso representam as instruções para a realização das construções. Ao final de cada construção, as raízes serão dadas por medidas de segmentos.

CASO 1

As instruções a seguir são para resoluções de equações do tipo $x^2 = bx+c^2$, b e c inteiros positivos.

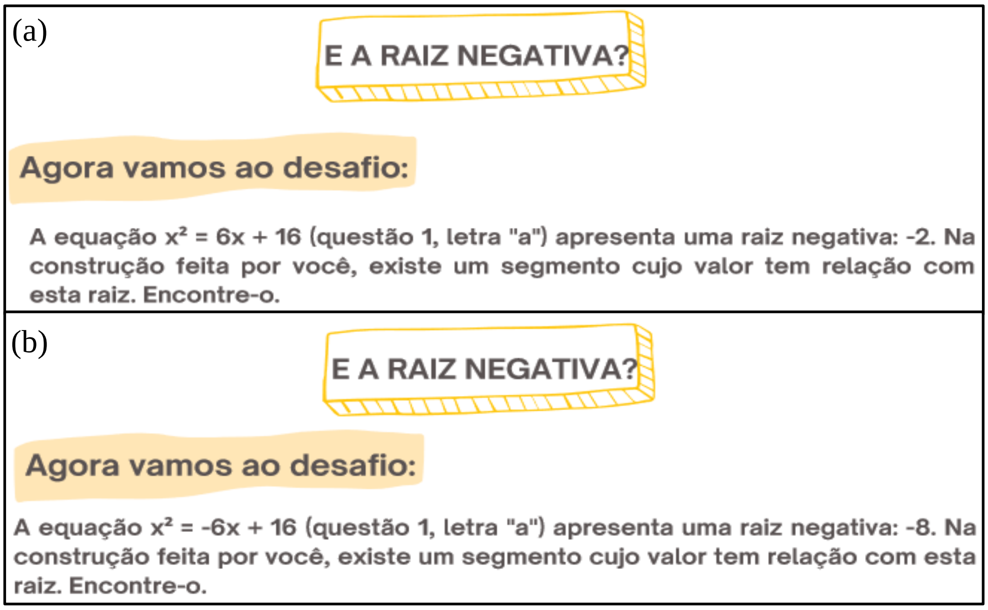
- **Construa um triângulo retângulo com um cateto $\overline{LM}$ de medida c e o outro $\overline{LN}$ de medida $b/2$;**
- **Prolongue $\overline{MN}$ até o ponto O, de modo que as medidas dos segmentos $\overline{NO}$ e $\overline{NL}$ sejam iguais;**
- **A raiz x procurada é o segmento $\overline{OM}$.**

Após a análise das instruções dadas, tente resolver as questões:

Fonte: Elaboração própria.

Os desafios propostos permitem aos alunos relacionar a raiz negativa de equações de questões anteriores a segmentos das construções geométricas realizadas (Figura 7).

Figura 7 - Desafios dos casos 1 (a) e 2 (b) da Atividade 1



(a)

E A RAIZ NEGATIVA?

Agora vamos ao desafio:

A equação $x^2 = 6x + 16$ (questão 1, letra "a") apresenta uma raiz negativa: -2. Na construção feita por você, existe um segmento cujo valor tem relação com esta raiz. Encontre-o.

(b)

E A RAIZ NEGATIVA?

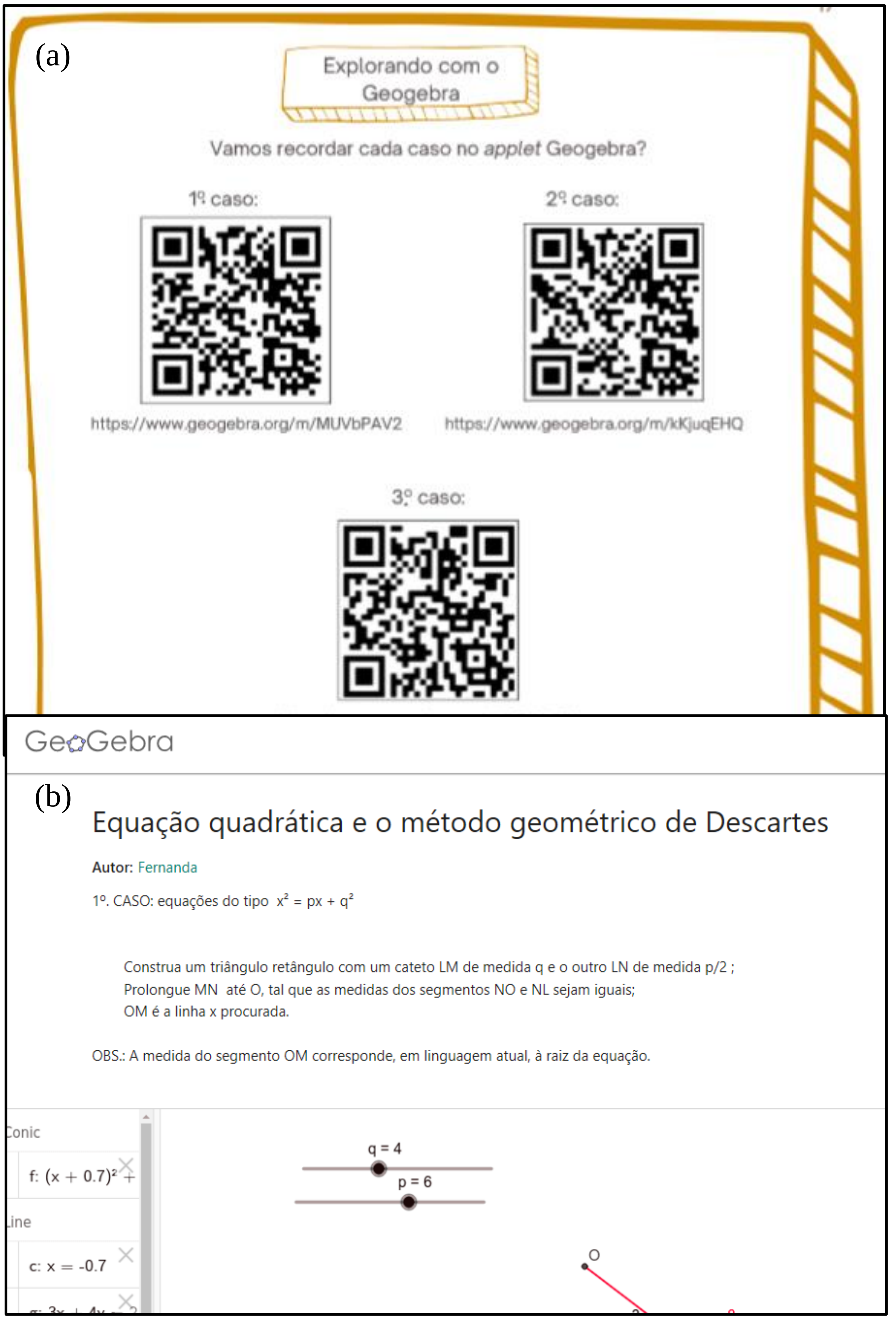
Agora vamos ao desafio:

A equação $x^2 = -6x + 16$ (questão 1, letra "a") apresenta uma raiz negativa: -8. Na construção feita por você, existe um segmento cujo valor tem relação com esta raiz. Encontre-o.

Fonte: Elaboração própria.

Em "Explorando com o GeoGebra", são disponibilizados links e Qr Codes para os alunos acessarem o *applet* e analisarem os gráficos dos casos apresentados anteriormente (Figura 8).

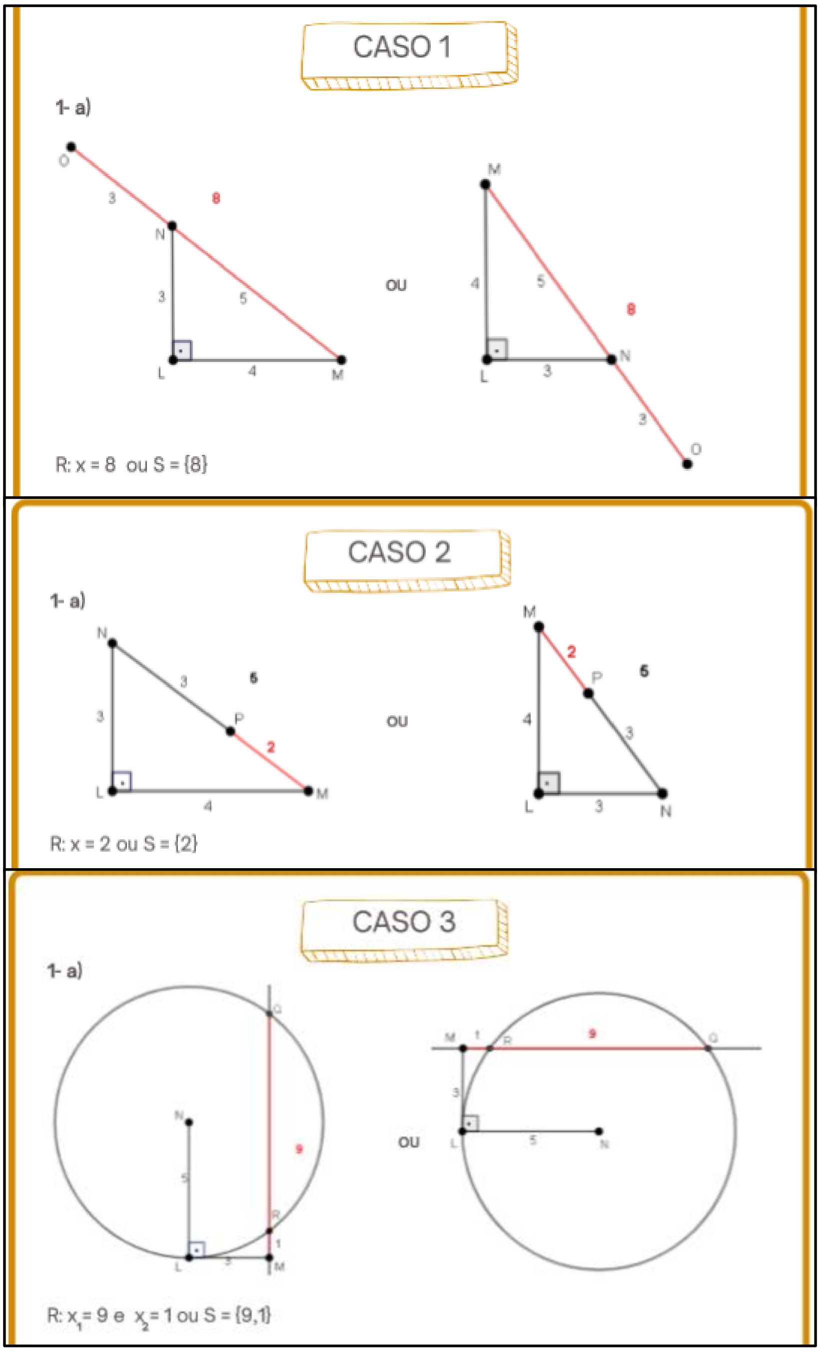
Figura 8 - Atividade com o *applet* GeoGebra



Fonte: (a) Elaboração própria.
(b) Santos e Silva (2015).

Em "Possíveis resoluções", são encontradas algumas opções de respostas a serem dadas pelos alunos. Na questão 1 de cada caso, são dadas duas possibilidades de soluções (Figura 9).

Figura 9 - Respostas da questão 1 da Atividade 1



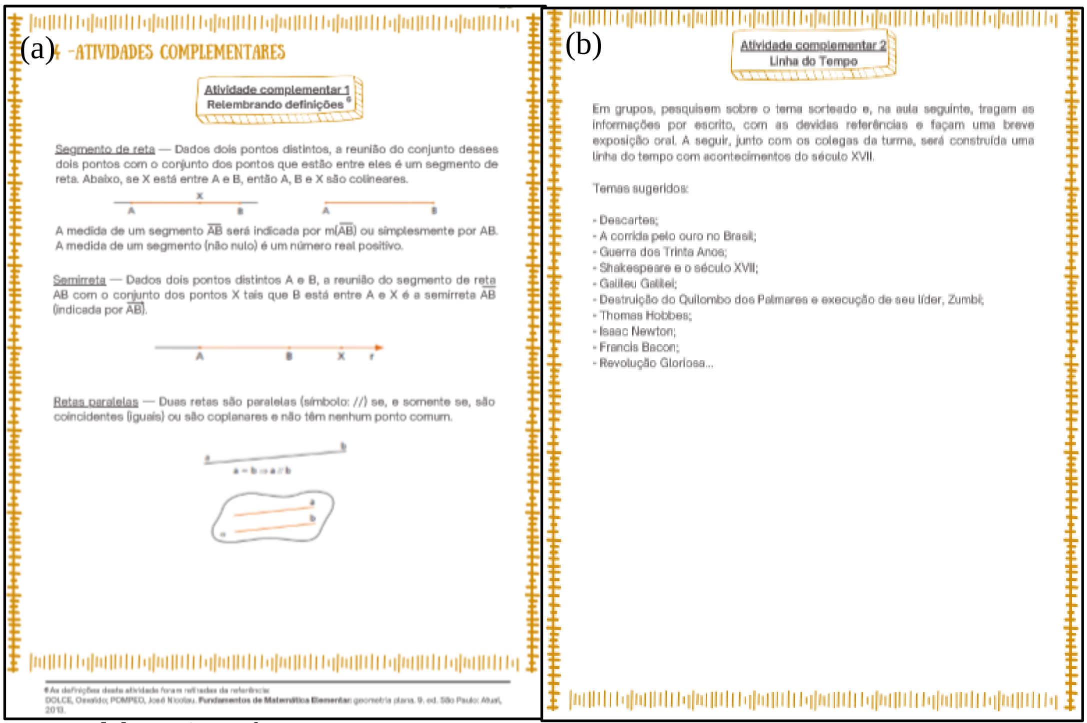
Fonte: Elaboração própria.

Vale destacar que todas as construções exibidas no Caderno de Atividades foram produzidas no GeoGebra com o intuito de padronizá-las.

Em cada atividade, são sugeridas atividades complementares com o objetivo de recordar alguns pré-requisitos para a Atividade que será entregue aos alunos, caso tenham dificuldade.

Os objetivos da Atividade complementar 1 da Atividade 1 são: conceituar segmento de reta, semirreta, retas paralelas, retas perpendiculares, triângulos e circunferência; construir geometricamente retas perpendiculares e retas paralelas e realizar diversas construções como a translação de um segmento, todas mostradas em videoaulas. O objetivo da Atividade complementar 2 é pesquisar temas relacionados ao século XVII (Figura 10).

Figura 10 - Parte da Atividade complementar 1(a) e Atividade complementar 2 (b)



(a) 4 -ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Atividade complementar 1
Relembrando definições [6]

Segmento de reta — Dados dois pontos distintos, a reunião do conjunto desses dois pontos com o conjunto dos pontos que estão entre eles é um segmento de reta. Abaixo, se X está entre A e B, então A, B e X são colineares.

A medida de um segmento $\overline{AB}$ será indicada por $m(\overline{AB})$ ou simplesmente por AB. A medida de um segmento (não nulo) é um número real positivo.

Semirreta — Dados dois pontos distintos A e B, a reunião do segmento de reta AB com o conjunto dos pontos X tais que B está entre A e X é a semirreta $\overrightarrow{AB}$ (indicada por $\overrightarrow{AB}$).

Retas paralelas — Duas retas são paralelas (símbolo: //) se, e somente se, são coincidentes (iguais) ou são coplanares e não têm nenhum ponto comum.

[6] As definições desta atividade foram retiradas da referência: DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar**: geometria plana. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

(b)

Atividade complementar 2
Linha do Tempo

Em grupos, pesquisem sobre o tema sorteado e, na aula seguinte, tragam as informações por escrito, com as devidas referências e façam uma breve exposição oral. A seguir, junto com os colegas da turma, será construída uma linha do tempo com acontecimentos do século XVII.

Temas sugeridos:

- Descartes;
- A corrida pelo ouro no Brasil;
- Guerra dos Trinta Anos;
- Shakespeare e o século XVII;
- Galileu Galilei;
- Destruição do Quilombo dos Palmares e execução de seu líder, Zumbi;
- Thomas Hobbes;
- Isaac Newton;
- Francis Bacon;
- Revolução Gloriosa...

Fonte: Elaboração própria.

Na segunda atividade proposta, o mesmo modelo da anterior é seguido. O contexto histórico é semelhante ao da primeira atividade, já que trata do mesmo matemático. A diferença está no último parágrafo, que cita em um dos métodos desenvolvidos por Descartes, a relação entre retas e operações aritméticas básicas.

No Quadro 2, encontram-se os objetivos de cada questão da Atividade “Operando com Régua e Compasso”.

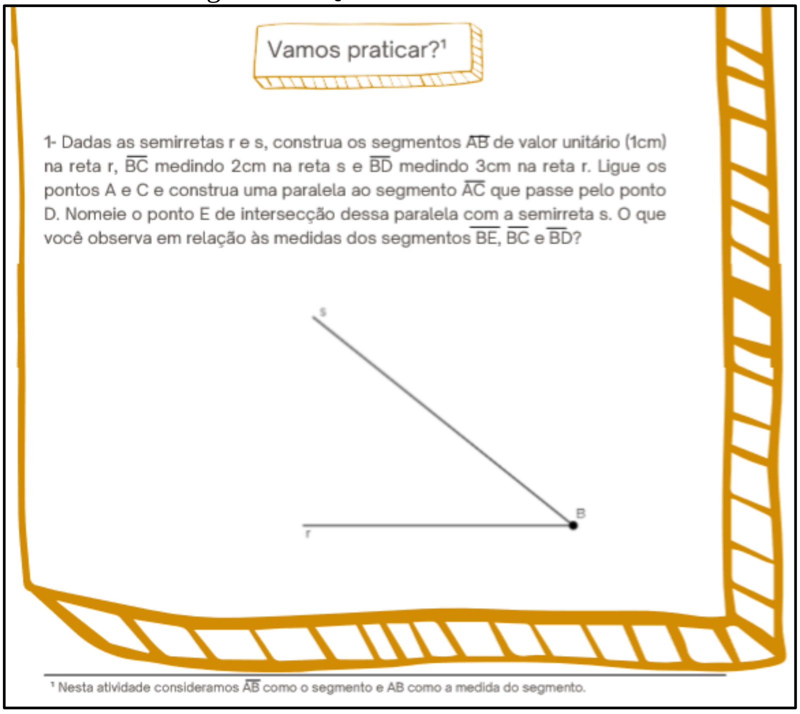
Quadro 2 - Objetivos das questões da Atividade 2

Atividade 2 - Operando com Régua e Compasso	
Questões	**Objetivos**
1	Construir segmentos e descrever as relações entre suas medidas.
2	Construir segmentos que representam produtos.
3	Construir um segmento que representa uma potência.
4	Construir um segmento de medida a^2 a partir de dois outros de medidas a .
Duplo desafio	Construir, a partir de segmentos arbitrários, a divisão entre os comprimentos desses segmentos e, a partir de um deles, um segmento de medida $\sqrt{a}$.

Fonte: Elaboração própria.

Esta atividade tem como objetivo geral interpretar geometricamente, por meio das ideias de René Descartes, operações matemáticas como a multiplicação, a divisão, a radiciação e a potenciação (Figura 11).

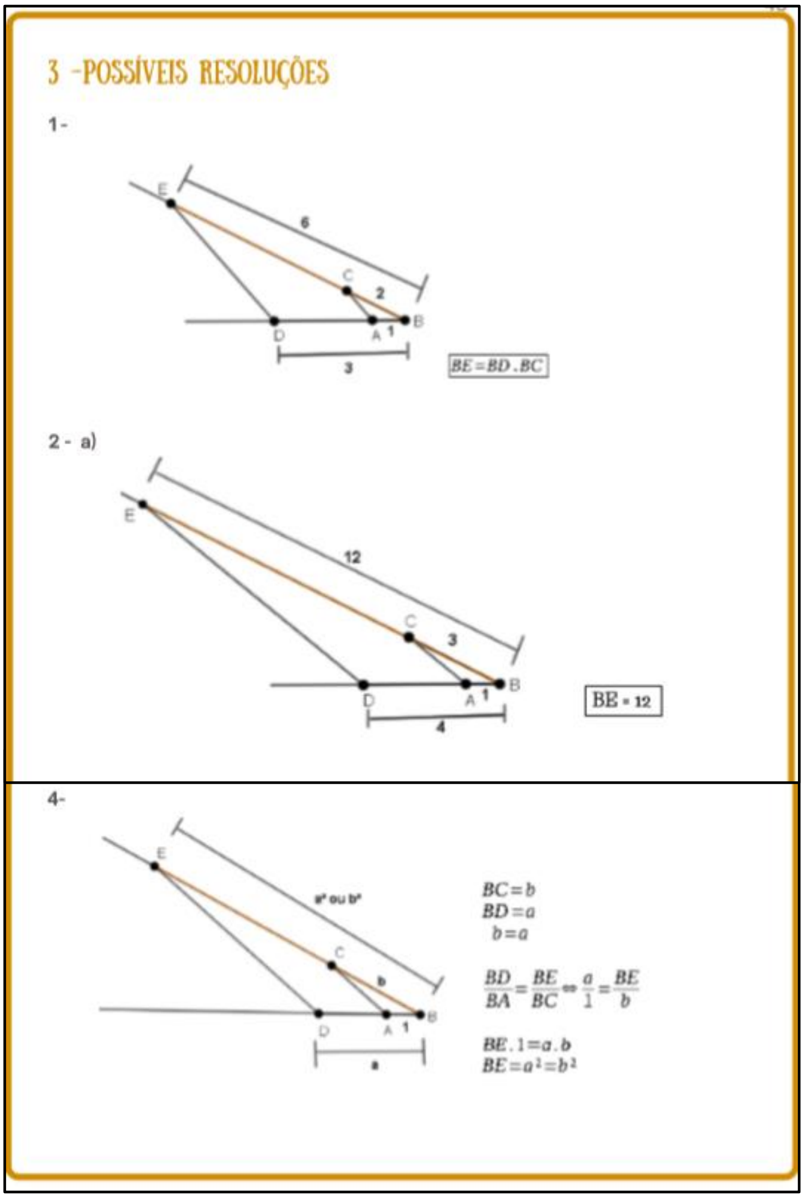
Figura 11 - Questão 1 da Atividade 2



Fonte: Elaboração própria.

Nas questões da Atividade 2 o aluno pode interpretar as construções geométricas e deduzi-las por meio do Teorema de Tales ou da semelhança de triângulos. Nas “Possíveis resoluções”, são apresentadas as construções para os casos de potenciação, divisão e radiciação (Figura 12).

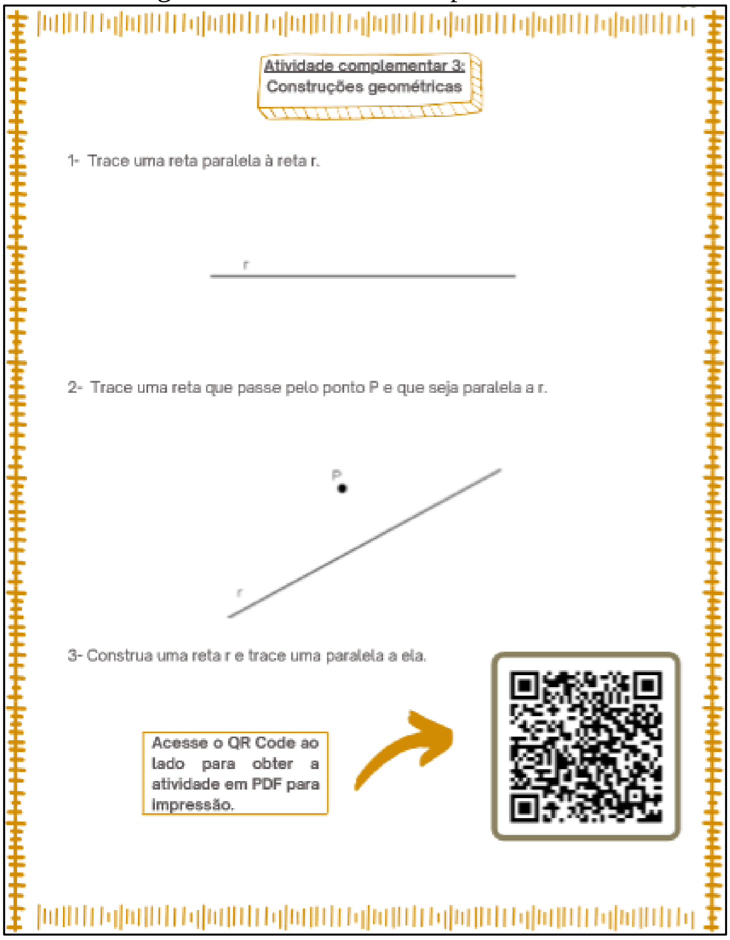
Figura 12 - Possíveis resoluções da Atividade 2



Fonte: Elaboração própria.

As quatro atividades complementares da Atividade 2 tem como objetivos, respectivamente: (i) Relembrar conceitos e resolver problemas de semelhança de triângulos; (ii) Explorar situações referentes à semelhança de triângulos por meio do *applet* GeoGebra; (iii) Construir retas paralelas e; (iv) Pesquisar temas relacionados ao século XVII (Figura 13).

Figura 13 - Atividade Complementar 3



Fonte: Elaboração própria.

A Atividade complementar 4 é semelhante à da Atividade 1, visto que o período histórico é o mesmo.

A terceira atividade do Caderno de Atividades tem como objetivo compreender o processo de duplicação egípcia bem como as ideias matemáticas que o fundamentam. Os objetivos das questões encontram-se no Quadro 3.

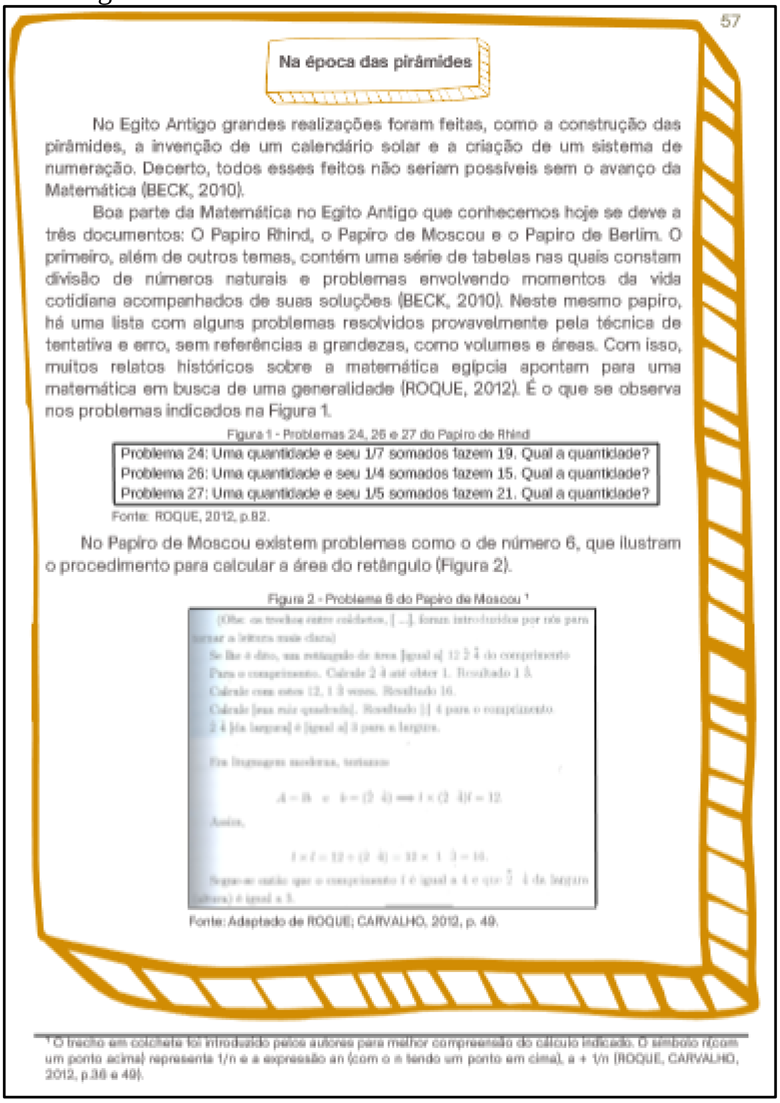
Quadro 3 - Objetivos da Atividade 3

Atividade 3 - Duplicando com os Egípcios	
Questões	**Objetivos**
1	Explicar o passo a passo do método de duplicação, elaborado pelos egípcios.
2	Identificar as ideias matemáticas subjacentes ao processo de multiplicação apresentado.
3	Utilizar o método de duplicações na resolução de atividades de multiplicação.
4	Resolver a multiplicação de dois números pelo método de duplicação,ora dobrando um valor, ora dobrando outro
Desafio em dose dupla	Mostrar que há a possibilidade de utilizar a triplicação e a quadruplicação sucessiva para a realização de uma multiplicação entre dois números inteiros positivos e explicar como operar a divisão entre números inteiros por meio do método de duplicação.

Fonte: Elaboração própria.

O contexto histórico aborda o Egito Antigo, e traz realizações da época como a construção das pirâmides e a criação de um sistema de numeração, além dos papiros, importantes para o conhecimento matemático daquele tempo (Figura 14).

Figura 14 - Parte do contexto histórico da Atividade 3



57

Na época das pirâmides

No Egito Antigo grandes realizações foram feitas, como a construção das pirâmides, a invenção de um calendário solar e a criação de um sistema de numeração. Decerto, todos esses feitos não seriam possíveis sem o avanço da Matemática (BECK, 2010).

Boa parte da Matemática no Egito Antigo que conhecemos hoje se deve a três documentos: O Papiro Rhind, o Papiro de Moscou e o Papiro de Berlim. O primeiro, além de outros temas, contém uma série de tabelas nas quais constam divisão de números naturais e problemas envolvendo momentos da vida cotidiana acompanhados de suas soluções (BECK, 2010). Neste mesmo papiro, há uma lista com alguns problemas resolvidos provavelmente pela técnica de tentativa e erro, sem referências a grandezas, como volumes e áreas. Com isso, muitos relatos históricos sobre a matemática egípcia apontam para uma matemática em busca de uma generalidade (ROQUE, 2012). É o que se observa nos problemas indicados na Figura 1.

Figura 1 - Problemas 24, 26 e 27 do Papiro de Rhind

Problema 24: Uma quantidade e seu 1/7 somados fazem 19. Qual a quantidade?
Problema 26: Uma quantidade e seu 1/4 somados fazem 15. Qual a quantidade?
Problema 27: Uma quantidade e seu 1/5 somados fazem 21. Qual a quantidade?

Fonte: ROQUE, 2012, p.82.

No Papiro de Moscou existem problemas como o de número 6, que ilustram o procedimento para calcular a área do retângulo (Figura 2).

Figura 2 - Problema 6 do Papiro de Moscou [1]

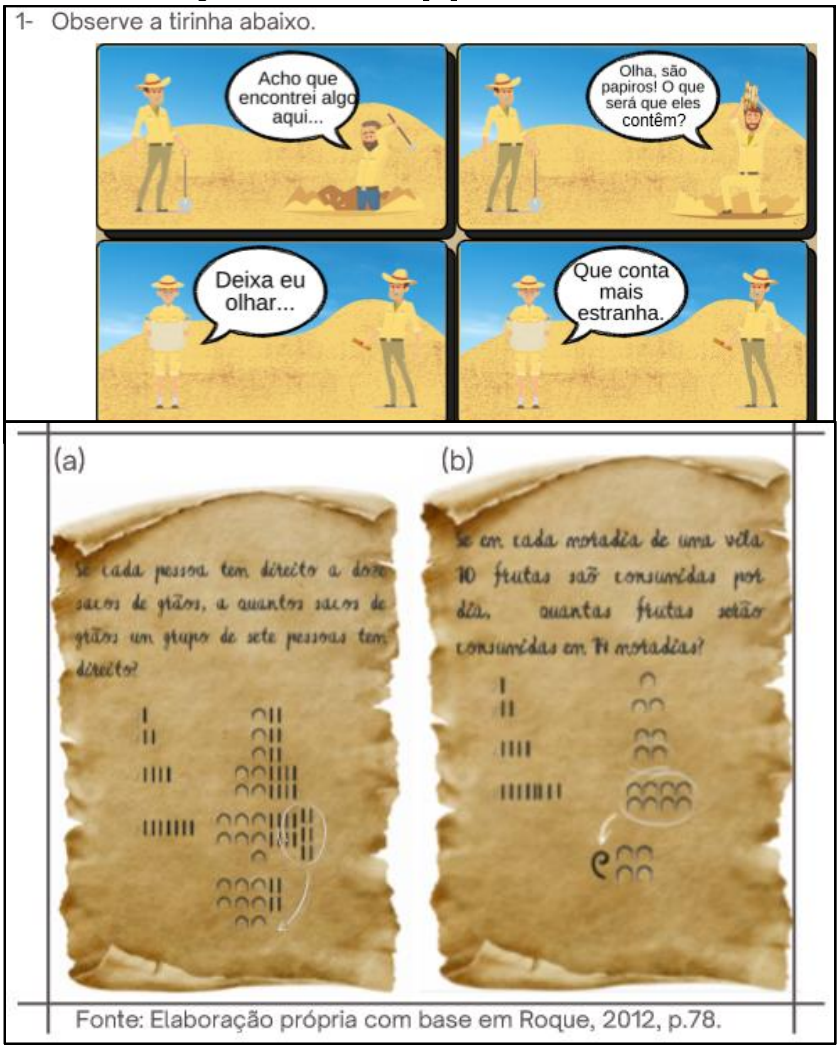
Fonte: Adaptado de ROQUE; CARVALHO, 2012, p. 49.

[1] O trecho em colchete foi introduzido pelos autores para melhor compreensão do cálculo indicado. O símbolo n(com um ponto acima) representa 1/n e a expressão an (com o n tendo um ponto em cima), a + 1/n (ROQUE, CARVALHO, 2012, p.36 e 49).

Fonte: Elaboração própria.

Nas questões 1 e 2 da atividade, os alunos analisam a tirinha e os papiros produzidos (Figura 15).

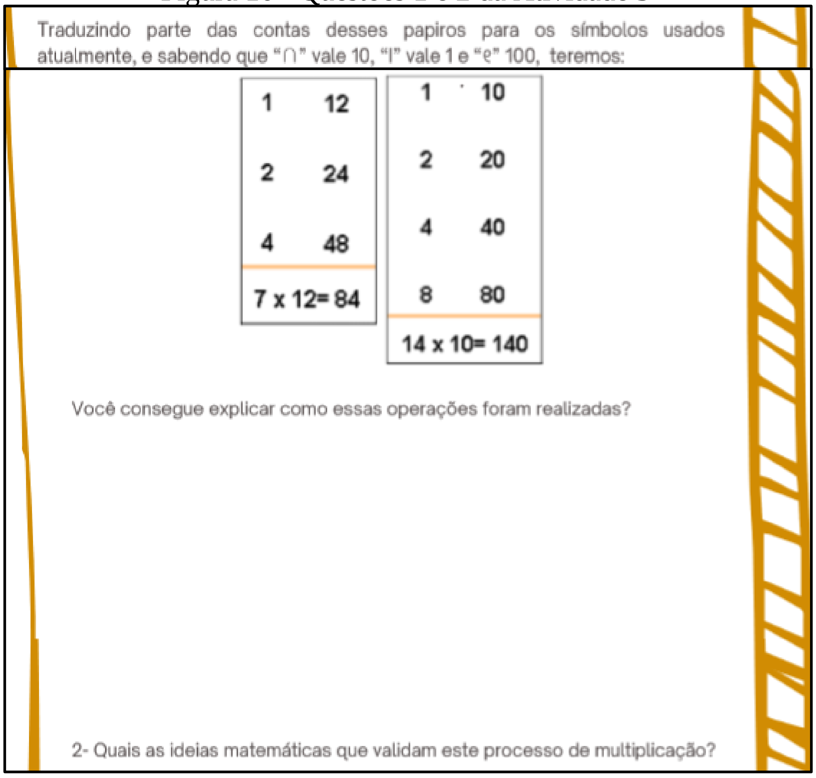
Figura 15 - Tirinha e papiros da Atividade 3



Fonte: Elaboração própria.

Por meio da tradução das contas antigas apresentadas, identificam o processo realizado para efetuar tais operações e as propriedades matemáticas subjacentes a este processo (Figura 16).

Figura 16 - Questões 1 e 2 da Atividade 3



Fonte: Elaboração própria.

Nas questões 3 e 4, os alunos utilizam o método de duplicação sucessiva nas operações "31 x 45", "12 x 230", "26 x 1120", "64 x 21" e "71 x 18". Nos desafios, mostram a possibilidade de utilizar a triplicação ou a quadruplicação em multiplicações e de dividir números inteiros positivos no processo de duplicação sucessiva (Figura 17).

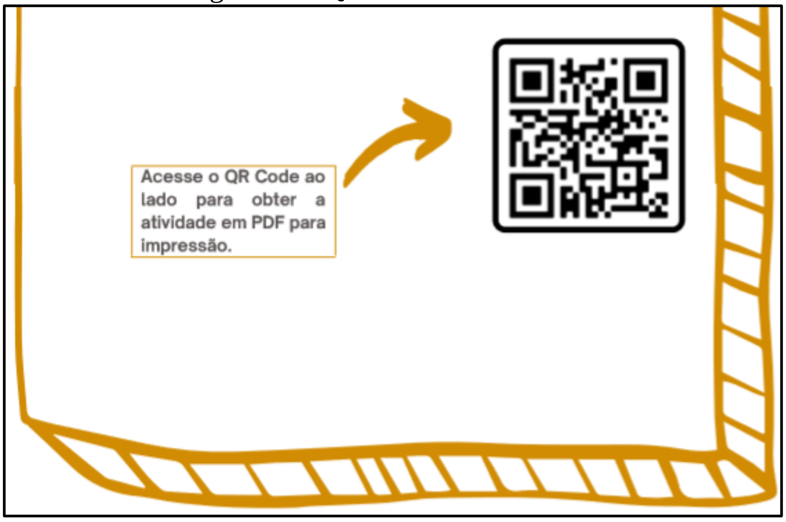
Figura 17 - Desafios da Atividade 3

Fonte: Elaboração própria.

Nesta parte há apenas uma Atividade complementar, relacionada a pesquisa de temas ligados ao Egito Antigo. Nela, o objetivo é o mesmo das Atividades complementares 2 e 4 das Atividades 1 e 2, respectivamente, e o que a difere das outras é o século em questão.

Vale salientar que, ao final de cada atividade a ser entregue ao aluno e em cada Atividade complementar, é disponibilizado um Qr Code para obtenção das mesmas, separadamente, em PDF, com o objetivo do professor poder adquiri-las sem marcação de páginas e prontas para a aplicação (Figura 18).

Figura 18 - Qr Code da Atividade 3



Fonte: Elaboração própria.

3.2.1.2 Seleção das atividades

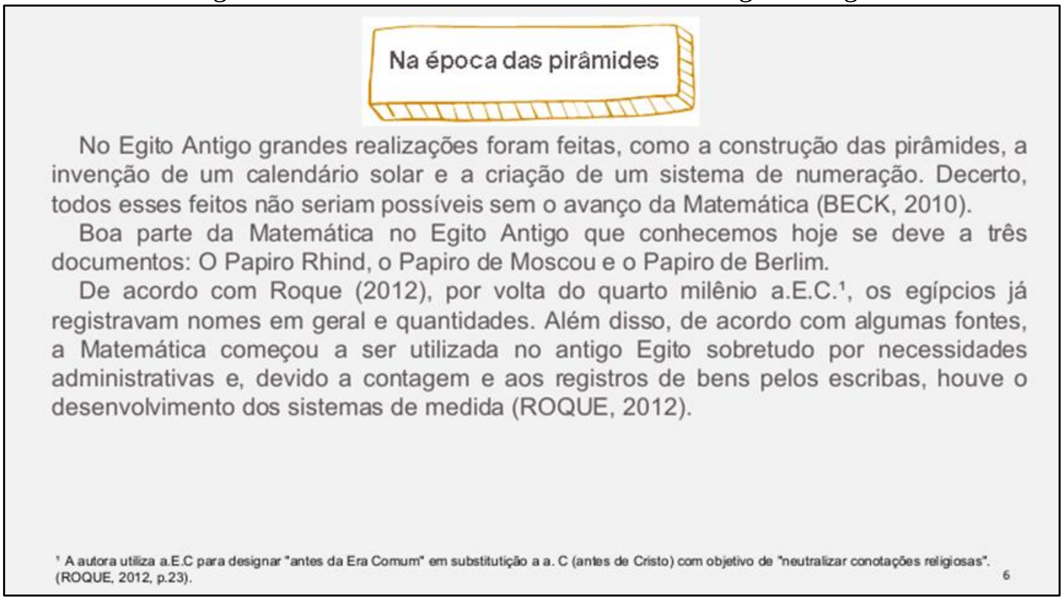
No decorrer da elaboração do Caderno de Atividades, notou-se que não seria possível utilizar todo o material produzido na fase de implementação devido ao fator tempo.

Assim, foi preciso selecionar partes de cada atividade para que os licenciandos pudessem conhecer, compreender e resolver questões associadas a cada uma.

Inicialmente, é apresentado o trabalho, a motivação e o objetivo geral. Em seguida, parte da atividade “Duplicando com os Egípcios” é exibida. Ela originalmente é composta por um contexto histórico, quatro questões e dois desafios. As seguintes adaptações foram feitas:

- Resumir o contexto histórico (Figura 19);
- Utilizar as questões 1, 2 e 4 completas e a questão 3 itens a, b e d;
- Apresentar os desafios, sem resolvê-los.

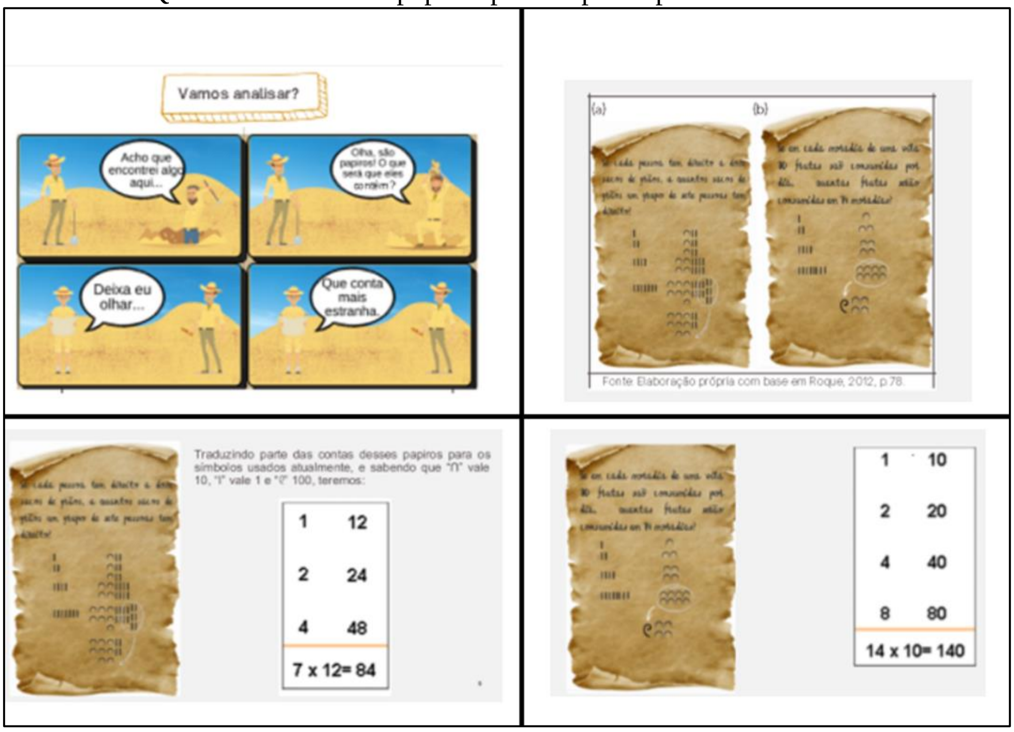
Figura 19 - Resumo do contexto histórico do Egito Antigo



Fonte: Elaboração Própria.

Após a explicação do contexto histórico, é mostrada uma tirinha e, em seguida, as autoras explicam o enunciado e dialogam a respeito do processo apresentado na operação 7 x 12. Seguidamente, a operação 14 x 10 é exposta e os licenciandos tentam explicá-la da mesma forma que a anterior (Quadro 4).

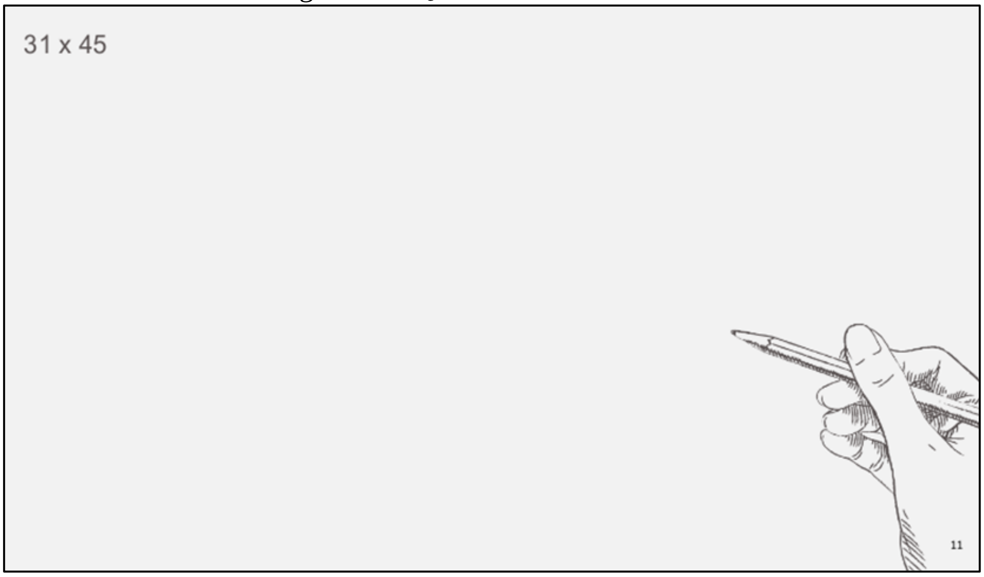
Quadro 4 - Tirinha e papiros para os participantes analisarem



Fonte: Elaboração própria.

A seguir, eles resolvem a primeira questão e pede-se para que expliquem o raciocínio utilizado (Figura 20).

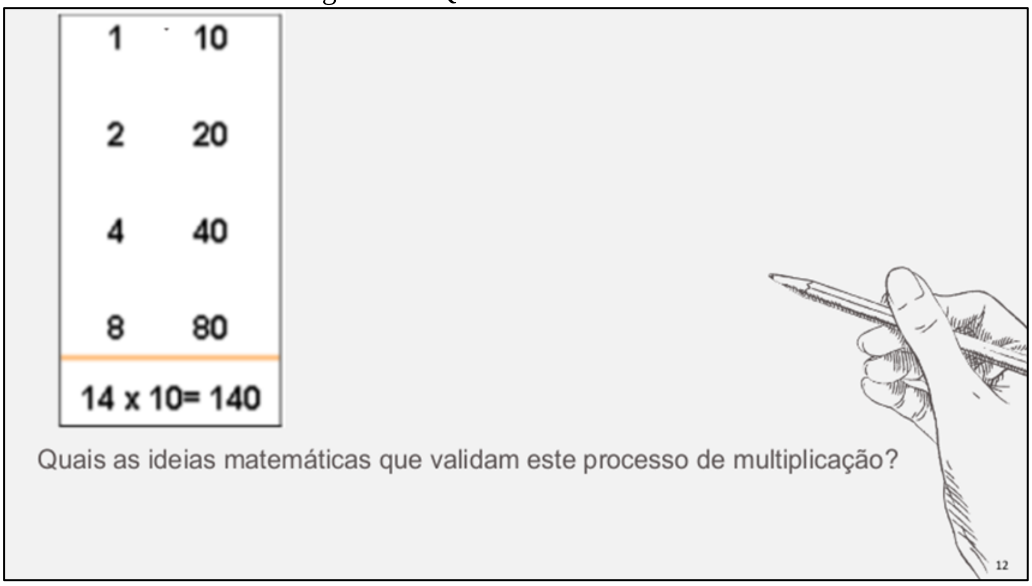
Figura 20 - Questão 1 do 1º. encontro



Fonte: Elaboração própria.

A próxima questão é iniciada, e tem o objetivo de fazer os licenciandos refletirem acerca dos conceitos subjacentes ao processo de multiplicação apresentados na questão anterior (Figura 21).

Figura 21 - Questão 2 do 1º. encontro

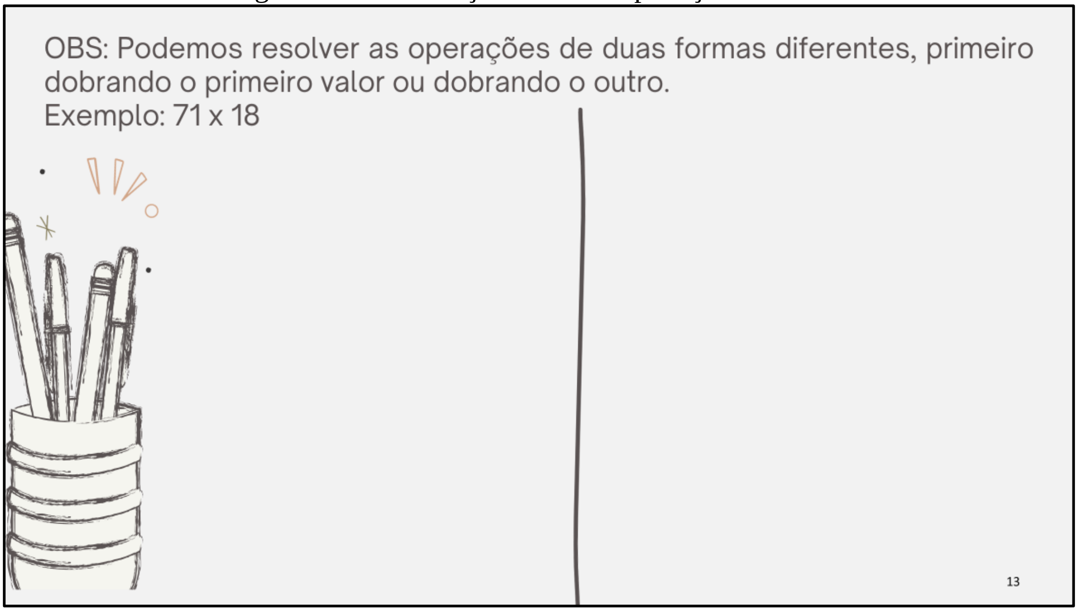


Fonte: Elaboração própria.

Após ouvir os licenciandos, algumas ideias que validam o processo da multiplicação são discutidas, como a propriedade distributiva e o fato de que todo número inteiro positivo pode ser escrito como uma soma de potências de base dois.

Posteriormente, uma observação é citada, e tem como objetivo mostrar que a operação dada pelo método egípcio pode ser resolvida iniciando com qualquer um dos fatores da multiplicação. Assim, pode-se apontar que a propriedade comutativa também vale para esse processo de resolução (Figura 22).

Figura 22 - Observação sobre a duplicação sucessiva

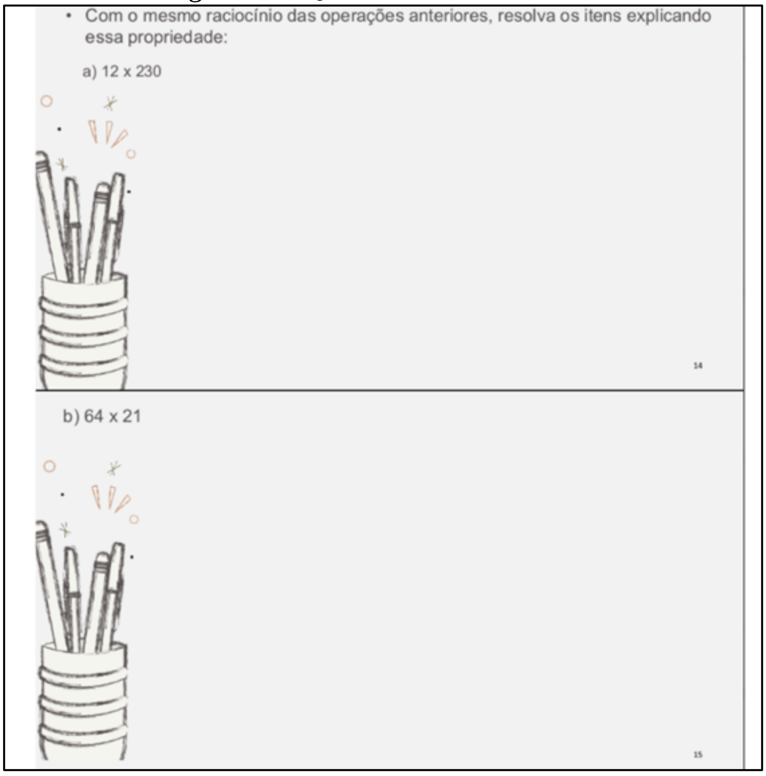


Fonte: Elaboração própria.

Vale destacar que a observação é feita pelas autoras, mas no exemplo os licenciandos resolvem sozinhos, e somente depois, ocorre a correção.

Com a compreensão da propriedade distributiva, das ideias matemáticas presentes no processo de duplicação sucessiva e as duas formas de efetuá-la, os licenciandos seguem para a próxima questão na qual, com o mesmo raciocínio das anteriores, resolvem os itens propostos explicando a propriedade (Figura 23).

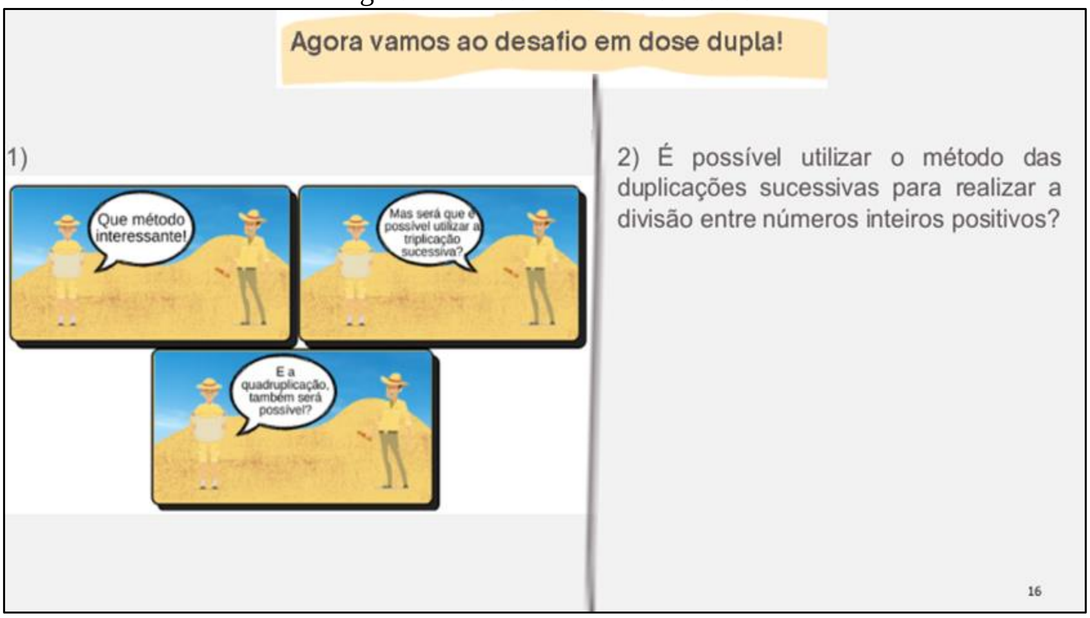
Figura 23 - Questão 3 do 1º. encontro



Fonte: Elaboração própria.

Ao final, os desafios são apresentados para estimular o raciocínio deles e aumentar o interesse pelo conteúdo histórico abordado (Figura 24). As respostas são mostradas ao final, quando o Caderno de Atividades é entregue.

Figura 24 - Desafios da Atividade 3

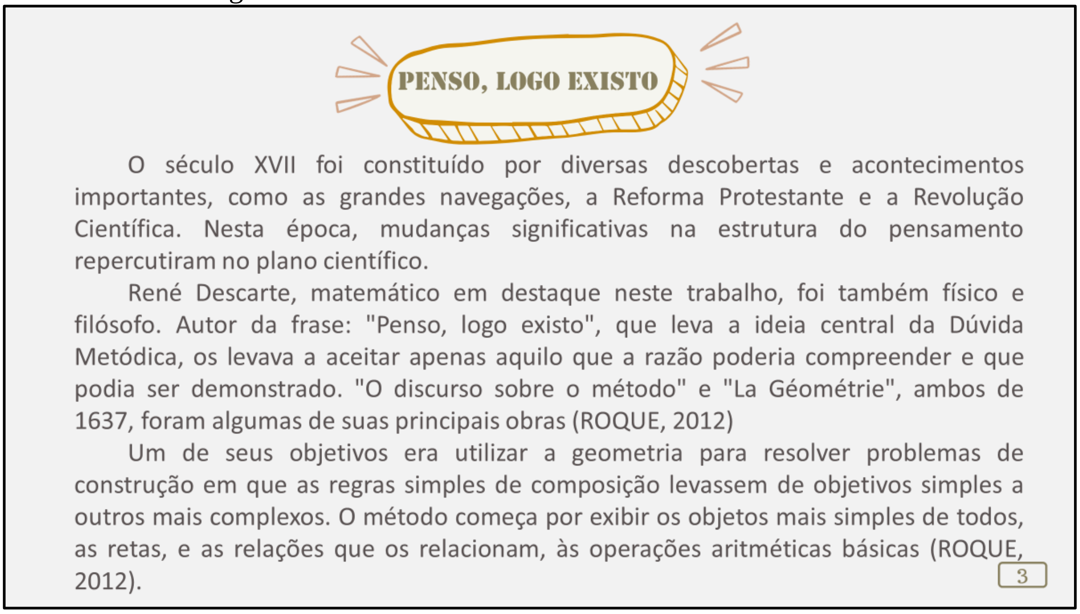


Fonte: Elaboração própria.

No segundo encontro, a atividade “Operando com régua e compasso” é introduzida. Ela é composta por um contexto histórico, quatro questões e dois desafios. Para esta etapa, foram selecionadas as seguintes partes:

- O contexto histórico de forma resumida (Figura 25);
- Questões 1 e 2, itens a e b, e questão 4;
- Os desafios, sem as resoluções.

Figura 25 - Resumo do contexto histórico do século XVII



PENSO, LOGO EXISTO

O século XVII foi constituído por diversas descobertas e acontecimentos importantes, como as grandes navegações, a Reforma Protestante e a Revolução Científica. Nesta época, mudanças significativas na estrutura do pensamento repercutiram no plano científico.

René Descarte, matemático em destaque neste trabalho, foi também físico e filósofo. Autor da frase: "Penso, logo existo", que leva a ideia central da Dúvida Metódica, os levava a aceitar apenas aquilo que a razão poderia compreender e que podia ser demonstrado. "O discurso sobre o método" e "La Géométrie", ambos de 1637, foram algumas de suas principais obras (ROQUE, 2012)

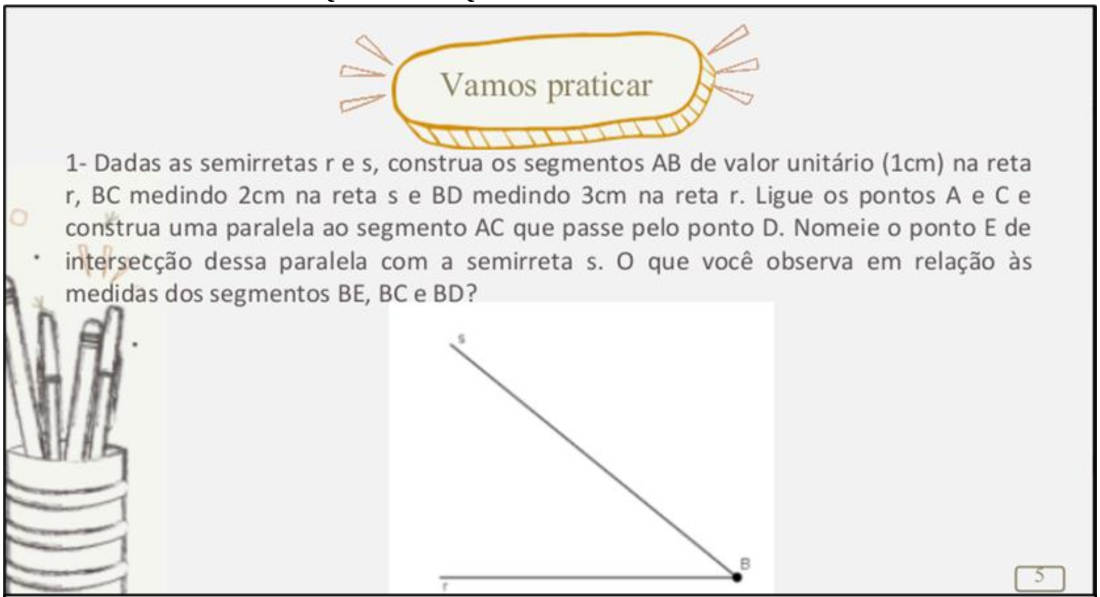
Um de seus objetivos era utilizar a geometria para resolver problemas de construção em que as regras simples de composição levassem de objetivos simples a outros mais complexos. O método começa por exibir os objetos mais simples de todos, as retas, e as relações que os relacionam, às operações aritméticas básicas (ROQUE, 2012).

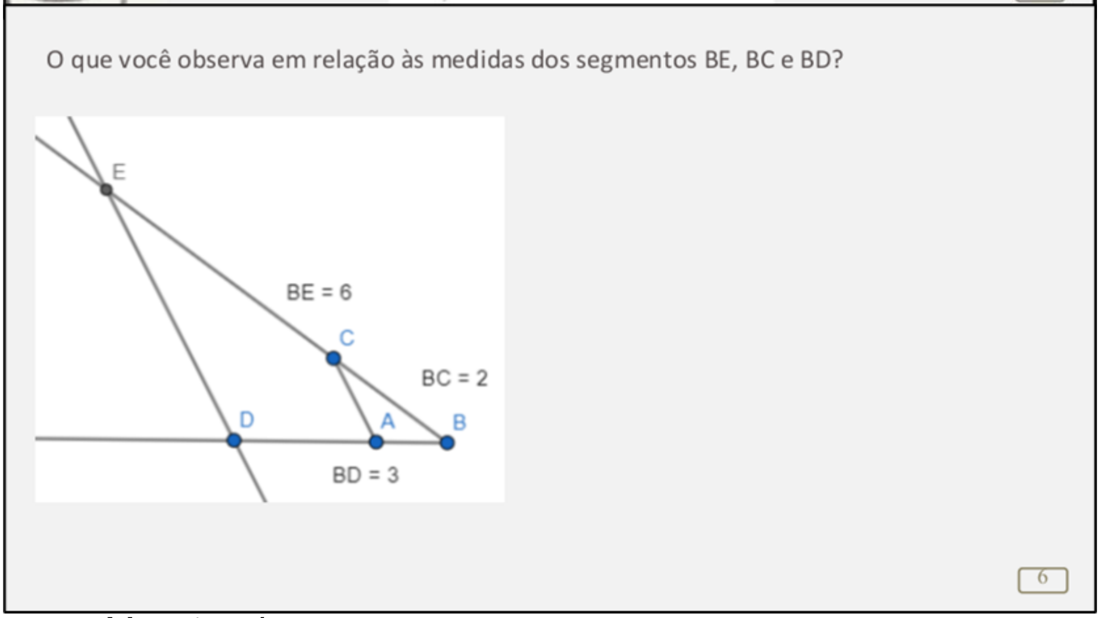
3

Fonte: Elaboração própria.

Na primeira questão apresentada, o licenciando faz a construção pedida e reflete sobre o segmento encontrado, analisando sua relação com outros segmentos (Quadro 5).

Quadro 5 – Questão 1 do 2º. encontro





Fonte: Elaboração própria.

Após ouvir as dúvidas e as colaborações sobre a questão e notar que houve entendimento da construção, passa-se para a questão dois solicitando que os licenciandos a realizem (Figura 26).

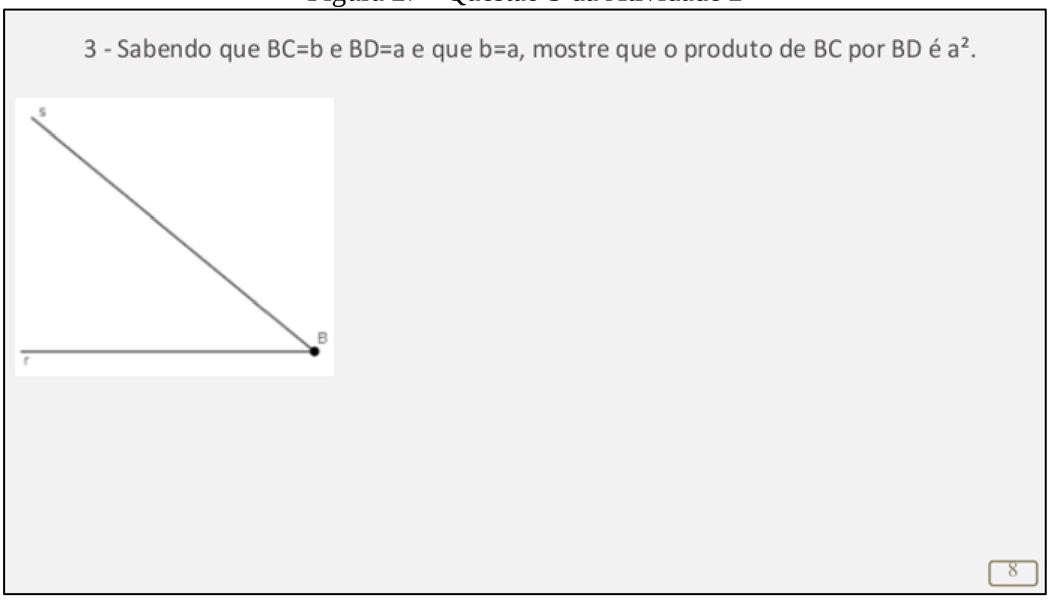
Figura 26 - Questão 2 do 2º. encontro

Fonte: Elaboração própria.

A correção da atividade é feita pelo GeoGebra para facilitar a construção e a visualização, uma vez que a aula é ministrada de forma online. Para que haja participação dos licenciandos, pede-se que eles falem o que fizeram na sua construção, e somente em seguida mostra-se a resposta.

A última questão tem por objetivo buscar uma construção geométrica que represente a potenciação (Figura 27).

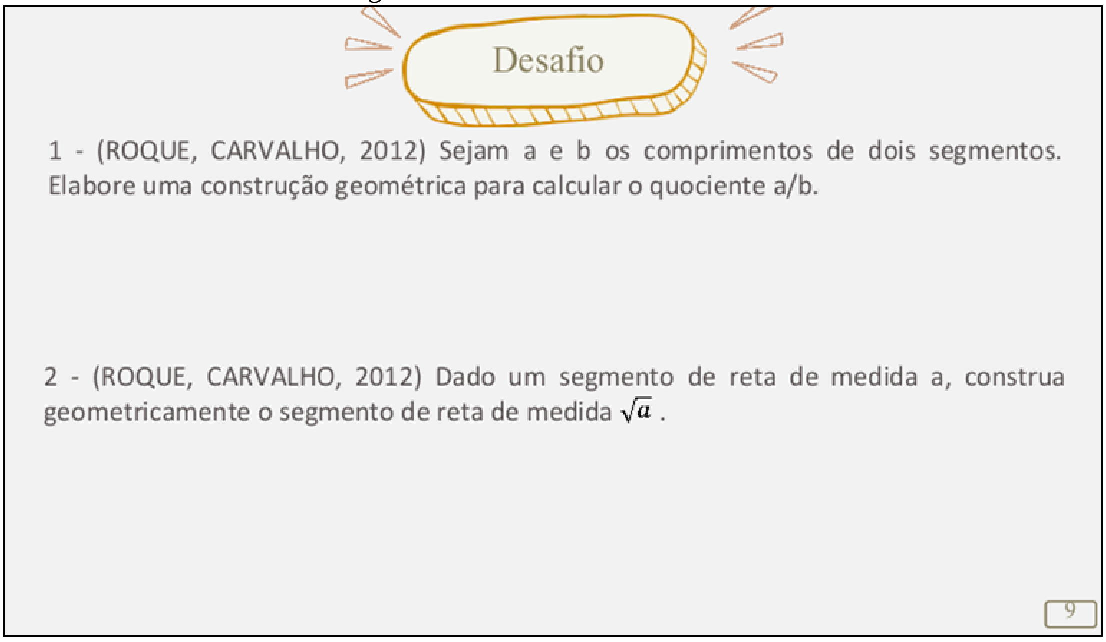
Figura 27 - Questão 3 da Atividade 2



Fonte: Elaboração Própria.

Para finalizar o segundo encontro, são apresentados os desafios da atividade “Operando com Régua e Compasso”, ressaltando que os mesmos não são resolvidos pelos participantes.

Figura 28 - Desafios da Atividade 2

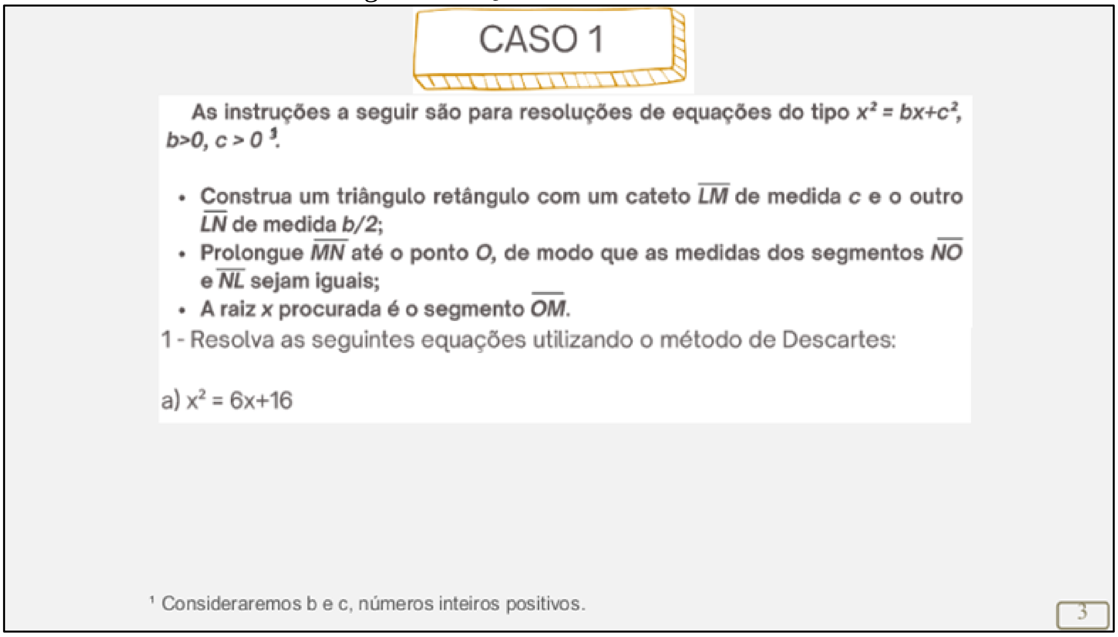


Fonte: Elaboração própria.

O próximo encontro contou com a atividade "Nem tudo é Bhaskara: analisando equações do segundo grau por meio de construções geométricas", composta por um contexto histórico, nove questões divididas em 3 casos e dois desafios. Foi escolhido o caso 1 para ser aplicado e o desafio contido nele para ser mostrado.

Inicia-se com o passo a passo da construção do caso 1 e em seguida com a primeira questão, que tem como objetivo encontrar uma das raízes da equação do tipo “$x^2=bx+c^2$”, por meio da construção.

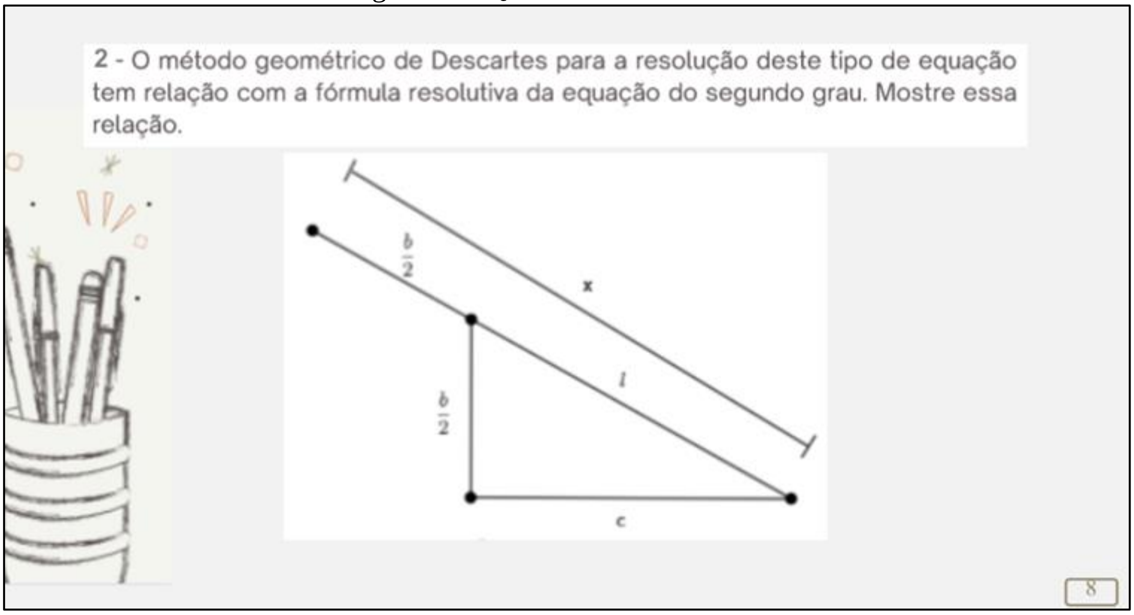
Figura 29 - Questão 1 do 3º. encontro



Fonte: Elaboração própria.

Na segunda questão, o objetivo é relacionar o método geométrico de Descartes com a fórmula resolutiva da equação do segundo grau. As autoras solicitam aos licenciandos que respondam e façam tal relação.

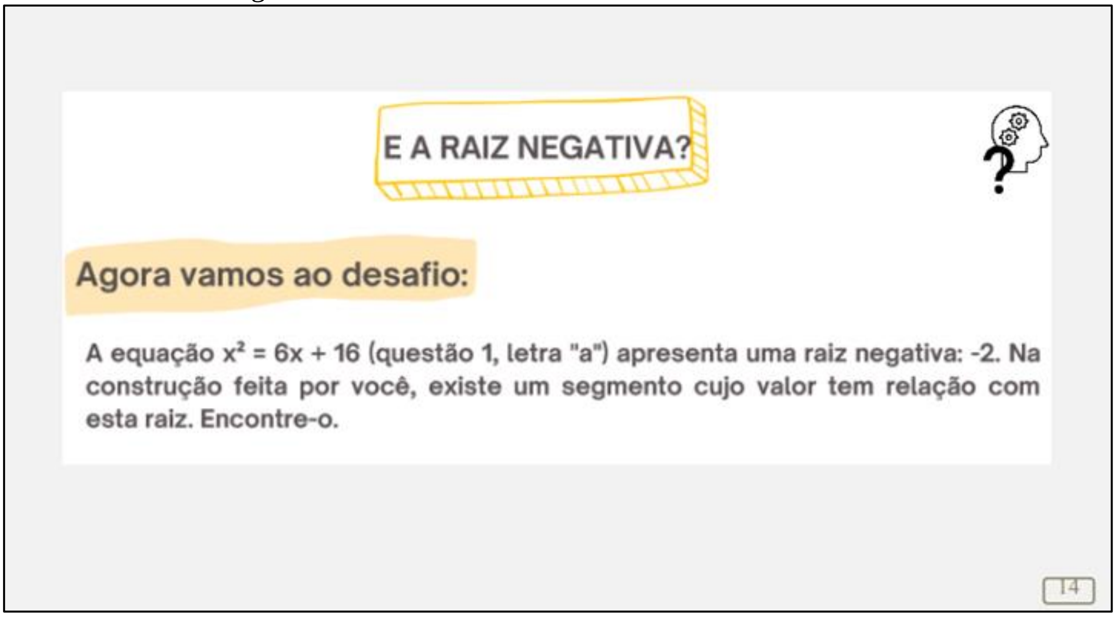
Figura 30 - Questão 2 do 3º. encontro



Fonte: Elaboração própria.

Para finalizar, é explicado o desafio do caso 1 para entenderem melhor o objetivo do mesmo.

Figura 31 - Desafio da atividade “Nem tudo é Bhaskara”



Fonte: Elaboração própria.

3.2.1.3 Elaboração do Questionário

Neste TCC, foi elaborado um questionário com perguntas abertas e fechadas a fim de coletar dados na fase de avaliação.

O Questionário (APÊNDICE A) foi elaborado no *Google Forms* e contou com quatro seções.

Na primeira seção, consta o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) com o qual o licenciando manifesta o seu desejo de participar (ou não) de forma livre e consciente da pesquisa.

O objetivo da seção dois é traçar o perfil dos licenciandos com as seguintes informações: nome ou apelido, idade e gênero.

Na terceira seção, o objetivo é verificar se o licenciando possui experiência no magistério e também com a história da Matemática.

A última seção tem como objetivo a avaliação do Caderno de Atividades produzido no âmbito deste TCC. Assim, eles podem dar a sua opinião sobre o Caderno, analisando itens como a clareza do material e possibilidade de aplicação em sala de aula.

3.2.1.4 Elaboração do Roteiro de Perguntas para a entrevista

A entrevista tem por objetivo coletar dados sobre as atividades apresentadas. Como a entrevista é semiestruturada, salienta-se para o fato de que durante a conversa podem surgir novos questionamentos.

O roteiro é composto por seis perguntas. A primeira, refere-se ao nível de dificuldade de cada atividade.

A segunda pergunta, trata do interesse que o material é capaz de despertar nos alunos ao se depararem com atividades que envolve a história da Matemática e a terceira aborda a possibilidade de os participantes usarem esse material em suas aulas.

A quarta, trata da condição do material ajudar o professor a inserir a história da Matemática na sala de aula já que uma das dificuldades encontradas para essa inserção é a falta de material disponível.

A quinta, refere-se às atividades e a capacidade que possuem de gerar uma nova visão acerca do conteúdo matemático apresentado nos encontros. Espera-se que os alunos consigam perceber que tais conteúdos passaram por transformações ao longo do período e que pode existir uma nova forma de se resolver determinados problemas matemáticos.

Na última pergunta, pretende-se verificar se as atividades que serão apresentadas e resolvidas, são capazes de mudar a visão do aluno acerca da Matemática. Espera-se que os participantes possam ver esta ciência como fruto de um processo de construção.

3.2.1.5 Teste Exploratório

O teste exploratório ocorreu entre os dias 26 de fevereiro e 8 de março de 2022, e contou com a participação de oito alunos dos 7º. e 8º. períodos de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Federal de Educação.

Os participantes foram selecionados por terem experiência com a história da Matemática e já estarem cursando a disciplina de estágio. O objetivo era conseguir um público com a visão de aluno e de professor.

A aplicação do teste teve por objetivo analisar o Caderno de Atividades como um material que permite ao professor inserir a história da Matemática nas aulas da Educação Básica. Seguem abaixo as perguntas que nortearam a análise:

- ➔ O enunciado das questões está claro?
- ➔ A organização do Caderno está adequada? (margens, divisões, etc.)
- ➔ O contexto histórico traz informações relevantes?

- ➔ Você considera a atividade principal motivadora para o aluno?
- ➔ As atividades complementares, estão auxiliando as atividades principais?
- ➔ O que você achou dos desafios propostos?
- ➔ O tempo de aplicação das atividades está adequado?
- ➔ Você acha interessante retirar ou acrescentar algo? Se sim, o quê?

Os resultados obtidos no teste exploratório estão disponíveis na seção 4.1.

3.2.2 A Implementação

A aplicação das atividades foi realizada em formato de minicurso com quatro encontros síncronos. Utilizou-se a plataforma *Google Meet* e estiveram presentes seis alunos, três do primeiro período, dois do sétimo período e um concluinte.

A seleção dos licenciandos foi feita por meio de e-mail que foi enviado para as turmas do primeiro, sétimo e oitavo períodos pelo qual fez-se saber os dias e horários dos encontros, o tema do trabalho e seu respectivo objetivo. Os alunos que se interessaram pela pesquisa e tiveram disponibilidade retornaram o e-mail.

A escolha dos licenciandos do primeiro período se deu pelo fato de não terem experiência com a história da Matemática e por serem recém chegados ao Ensino Superior, tendo assim uma visão mais próxima do aluno da Educação Básica.

Já a escolha pelos licenciandos do sétimo e oitavo períodos se deu pelo fato de já terem experiência com a história da Matemática e por possuírem uma visão mais próxima da do professor.

Os seis participantes estiveram presentes em todos os encontros que ocorreram nos dias 22, 23, 24 e 25 de março de 2022.

A implementação foi dividida em quatro encontros online, sendo três utilizados para aplicar partes de cada atividade. Assim, no primeiro foi aplicado a atividade “Duplicando com Egípcios”, por ser uma atividade mais simples e que levaria pouco tempo para explicá-la, no segundo, a atividade “Operando com Régua e Compasso” e, no terceiro, a atividade “Nem tudo é Bhaskara: analisando equações do segundo grau por meio de construções geométricas”. Já o último encontro, foi reservado para fazer a entrevista com os participantes.

Os resultados e análises dos dados obtidos estarão disponíveis no capítulo 4 na subseção 4.2.1.

3.2.3 A Avaliação

A avaliação dos efeitos da intervenção da proposta foi feita pelos seguintes instrumentos: a observação, as anotações no caderno de campo, as respostas dos participantes às atividades propostas, a entrevista, o questionário e a gravação em áudio e vídeo.

A avaliação levou em conta dois aspectos: o da implementação e o da análise do Caderno de Atividades. Dessa forma, ficou garantida a avaliação de todo o produto educacional elaborado.

Os dados coletados foram analisados segundo a teoria descrita no capítulo dois e serão apresentados no capítulo quatro na seção 4.2.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo contará com a descrição e a análise dos dados coletados no teste exploratório e nas fases de implementação e avaliação obtidos pelos instrumentos de coleta de dados definidos anteriormente.

4.1 Teste Exploratório

Nos parágrafos a seguir, serão exibidos os relatos e resultados da aplicação do teste exploratório. As identidades dos participantes serão mantidas em sigilo e, por isso, serão nomeados como: T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7 e T_8.

No teste exploratório, licenciandos em Matemática dos 7º. e 8º. períodos responderam ao roteiro de perguntas relacionado à análise do Caderno de Atividades. No questionamento acerca dos enunciados, se estão claros, todos responderam que sim, porém alguns deixaram observações. Dentre as sugestões de modificações a serem feitas, seguem as que foram acatadas:

- O acréscimo em cada caso da Atividade 1 de informações sobre o conjunto numérico referente aos valores b e c, neste caso, números inteiros. Tal informação foi acrescentada no corpo do texto (Sugerido por T_6) (Figura 32);

Figura 32 - O texto e a informação sobre o conjunto numérico referente a *b* e *c*

> As instruções a seguir são para resoluções de equações do tipo $x^2 = bx+c^2$, b e c inteiros positivos.

Fonte: Elaboração própria.

- A alteração nos enunciados das questões desafio da Atividade 1, para deixar mais evidente que existe um segmento que tem relação com a raiz negativa (Sugerida por T_6) (Figura 33);

Figura 33 - Antes (a e b) e depois (c e d) das questões desafio da Atividade 1

A equação $x^2 = 6x + 16$ (questão 1, letra "a") apresenta uma raiz negativa: -2. Na construção feita por você, busque um segmento cujo valor tenha relação com esta raiz. (a)
A equação $x^2 = -6x + 16$ (questão 1, letra "a") apresenta uma raiz negativa: -8. Na construção feita por você, busque um segmento cujo valor tenha relação com esta raiz. (b)
A equação $x^2 = 6x + 16$ (questão 1, letra "a") apresenta uma raiz negativa: -2. Na construção feita por você, existe um segmento cujo valor tem relação com esta raiz. Encontre-o. (c)
A equação $x^2 = -6x + 16$ (questão 1, letra "a") apresenta uma raiz negativa: -8. Na construção feita por você, existe um segmento cujo valor tem relação com esta raiz. Encontre-o. (d)

Fonte: Elaboração própria.

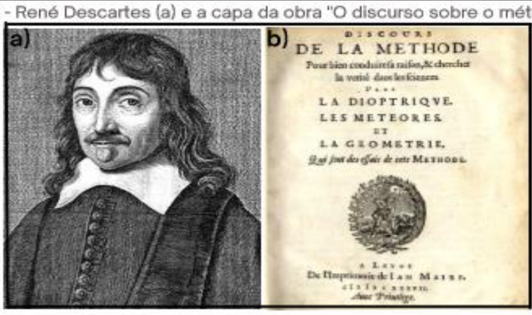
- A inserção da numeração das páginas e do sumário (Sugerida por T_1 e T_4);
- A colocação de imagens nos contextos históricos a fim de mostrar um pouco sobre o que está sendo abordado historicamente (Sugerido por T_4). Foram inseridas imagens de Isaac Newton, um dos representantes do pensamento científico, junto de algumas descobertas do século XVII e um quadro com imagens de René Descartes, matemático em destaque, e a capa de sua obra "O discurso sobre o método", ambos nas Atividades 1 e 2. A Atividade 3 já continha imagens (Figura 34);

Figura 34 - Imagens inseridas no contexto histórico das Atividades 1 e 2

Figura 1 - Isaac Newton, um dos representantes do pensamento científico do século XVII

Fonte: http://uerjemgotas.blogspot.com/2016/08/a-revolucao-cientifica-ilustracao-e-o.html.

Figura 2 - René Descartes (a) e a capa da obra "O discurso sobre o método" (b)



Fonte: (a) https://psicoativo.com/2015/11/regras-da-moral-provisoria-descartes.html.
(b) GARBI, 2006, p.140.

Fonte: Elaboração própria.

- A explicação do significado dos símbolos contidos em cima dos números na segunda figura do texto "Na época das pirâmides", da Atividade 3 (Sugerido por T_6). Para isso, foi inserida uma nota de rodapé mencionando-os (Figura 35);

Figura 35 - Figura com os símbolos (a) e nota de rodapé (b)

(a) Figura 2 - Problema 6 do Papiro de Moscou [1]

(Obs: os trechos entre colchetes, [...], foram introduzidos por nós para tornar a leitura mais clara)

Se lhe é dito, um retângulo de área [igual a] 12 $\dot{2}$ $\dot{4}$ do comprimento
Para o comprimento. Calcule $\dot{2}$ $\dot{4}$ até obter 1. Resultado 1 $\dot{3}$.
Calcule com estes 12, 1 $\dot{3}$ vezes. Resultado 16.
Calcule [sua raiz quadrada]. Resultado [:] 4 para o comprimento.
$\dot{2}$ $\dot{4}$ [da largura] é [igual a] 3 para a largura.

Em linguagem moderna, teríamos

$$A = lb \quad \text{e} \quad b = (\dot{2}\ \dot{4}) \Longrightarrow l \times (\dot{2}\ \dot{4})l = 12.$$

Assim,

$$l \times l = 12 \div (\dot{2}\ \dot{4}) = 12 \times 1\ \dot{3} = 16.$$

Segue-se então que o comprimento l é igual a 4 e que $\dot{2}$ $\dot{4}$ da largura (altura) é igual a 3.

Fonte: Adaptado de ROQUE; CARVALHO, 2012, p. 49.

(b) [1] O trecho em colchete foi introduzido pelos autores para melhor compreensão do cálculo indicado. O símbolo $\dot{n}$ representa 1/n e a expressão a$\dot{n}$, a + 1/n (ROQUE, CARVALHO, 2012, p.36 e 49).

Fonte: Elaboração própria.

- O acréscimo na Atividade complementar da Atividade 1, na parte de classificação de triângulos quanto aos ângulos, de o que são ângulos reto, agudo e obtuso (Sugestão de T_7);

Figura 36 - Classificação de triângulos quanto aos ângulos

Classificação quanto aos ângulos:
-retângulos se, e somente se, têm um ângulo reto;
-acutângulos se, e somente se, têm os três ângulos agudos;
-obtusângulos se, e somente se, têm um ângulo obtuso

➔ Ângulo reto - é igual a 90º
➔ Ângulo agudo - é menor que 90º
➔ Ângulo obtuso - é maior que 90º

Fonte: Elaboração própria.

Apesar de não ter sido acatada, a análise da sugestão dos participantes T_1 e T_2 de deslocar o item “2 -A atividade” para a página que realmente se iniciava, determinou o acréscimo de uma informação sobre onde se inicia e termina a atividade do aluno. Além disso, também foi mencionado que ao final de cada atividade haverá um QR Code com acesso a mesma para impressão.

Figura 37 - Observação do tópico 2 da Atividade

2 -A ATIVIDADE

Nas páginas a seguir (da página 7 até a 18), você encontrará a atividade que será entregue ao aluno. Ao final, haverá um QR Code com o PDF para impressão.

Fonte: Elaboração própria.

Outra análise feita, foi da sugestão de T_6 de inserir uma questão em cada Atividade complementar da Atividade “Nem tudo é Bhaskara”, já que algumas delas estavam muito teóricas. Ela não foi acatada, mas apesar disso, houve a conversão das Atividades Complementares 1, 2 e 3 em apenas uma, tornando-a mais completa para o professor aplicar.

As outras alterações realizadas foram relacionadas à escrita (vírgula, artigo, ponto final, dentre outros).

Na pergunta do roteiro direcionada à adequação do tempo na realização das atividades, quatro de oito participantes sugeriram aumentar o tempo indicado. Como no Caderno de Atividades o tópico acerca desse assunto contém a frase “tempo estimado”, o que determina possíveis alterações de acordo com o andamento da aula, os horários permaneceram os mesmos.

Quanto às outras respostas do teste exploratório, os participantes demonstraram interesse e gostaram da proposta do Caderno de Atividades, além de todos eles considerarem as atividades principais motivadoras para o aluno. Sobre a pergunta de número três “O contexto histórico traz informações relevantes?”, todos responderam que o mesmo traz informações relevantes e que é importante o aluno saber um pouco da história da Matemática (Figura 38).

Figura 38 - Respostas dos participantes T1 (a) e T6 (b) sobre o contexto histórico

- Sim. Muito interessante trazer os filósofos para o contexto histórico, muitos não sabem que vários deles também fazem parte da Matemática. (a)

- A ligação que foi estabelecida entre os acontecimentos históricos e os matemáticos foi muito boa, faz com que o aluno consiga compreender a grande de cada descoberta e possíveis motivações para elas devido ao cenário histórico mundial que estavam. (b)

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por fim, na pergunta acerca do que achavam dos desafios propostos, os participantes os classificaram como diferentes, relevantes, dinâmicos, dentre outras opiniões (Figura 39).

Figura 39 - Respostas de participantes do teste exploratório sobre os desafios

- Muito bom! Uma aprendizagem totalmente diferente do habitual.
- Achei muito bons. Os desafios fazem os alunos pensarem fora da casinha.
- Estão de acordo com o que foi pedido em cada caso. Pode parecer difícil no primeiro momento, mas com a mediação do professor creio que os alunos consigam atingir o objetivo do desafio. Em minha opinião apenas 4 aulas não serão suficientes para essa
- Todos de acordo com a proposta do trabalho. São dinâmicos e relevantes!
- Achei bastante interessante, de fato vão levar o aluno a pensar um pouco mais, favorecendo assim, dentre outras coisas, a habilidade de resolução de problemas.
- Excelentes, propicia um aprofundamento nos conteúdos expostos e desenvolve o raciocínio do educando.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Analisando as respostas dos participantes do teste, foi possível perceber que cada um explorou e observou com detalhe o Caderno de Atividades, trazendo grandes contribuições para o trabalho.

4.2 Implementação e Avaliação

Nesta seção, são relatados os resultados obtidos nas etapas de implementação e avaliação do processo de intervenção pedagógica, descritas por Damiani (2012).

A seção está dividida em três partes: a aplicação das atividades do Caderno de Atividades; os relatos da entrevista feita após a implementação e as respostas dadas ao questionário que continha o perfil dos participantes, a experiência no magistério e com a História da Matemática e as impressões acerca do Caderno de Atividades.

4.2.1 Aplicação das atividades

A aplicação das atividades se deu a partir de quatro encontros síncronos acessados por meio de um link disponibilizado do *Google Meet*. Para manter a identidade dos participantes em sigilo, os mesmos foram nomeados como P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 e P_6. O Quadro 6 mostra o cronograma dos quatro dias de aplicação.

Quadro 6 - Cronograma dos encontros

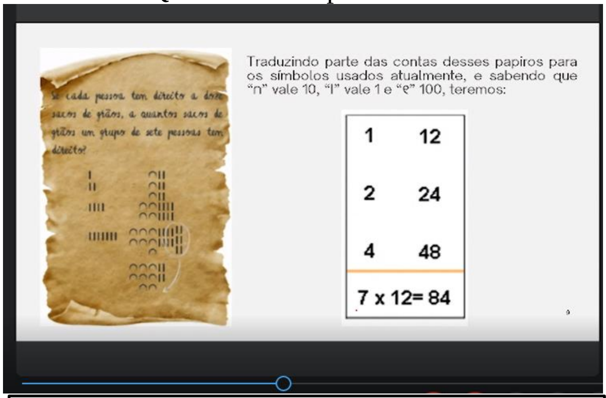
Data	Atividades
22/03/2022	Breve apresentação da pesquisa; Atividade "Duplicando com os Egípcios" (Contexto histórico, questões e desafios)
23/03/2022	"Operando com régua e compasso" (Contexto histórico, questões e desafios)
24/03/2022	"Nem tudo é Bhaskara: analisando equações do segundo grau por meio de construções geométricas" (Contexto histórico, questões do caso 1 e desafio do caso 1)
25/03/2022	Entrevista com os participantes

Fonte: Elaboração própria.

No dia 22 de março de 2022, as autoras começaram definindo como seria a dinâmica dos encontros. Em seguida, iniciaram a aula apresentando a motivação e algumas justificativas para a escolha da pesquisa. Logo após, foi exibido o Caderno de Atividades para que todos conhecessem e passou-se então, para a atividade “Duplicando com os Egípcios”. A escolha da ordem das atividades se deu pela adequação ao tempo previsto para cada aplicação e pelo nível de dificuldade.

A primeira questão foi iniciada com a leitura da tirinha e a tradução da conta 7 x 12 presente em um dos papiros, deixando para os participantes a compreensão da resolução apresentada. O participante P_1, embora não tenha conseguido visualizar naquele momento a duplicação sucessiva, mostrou uma nova forma de análise (Quadro 7).

Quadro 7 - Resposta de P_1



Multiplica por 2 e diminui 12

Fonte: Elaboração própria.

O pensamento dele foi multiplicar a linha 3 por 2 novamente e o resultado, subtrair pela linha 1, ou seja, 48 x 2 - 12. Naquele momento, as autoras explicaram que aquele raciocínio não caberia a todos os casos.

As autoras deram continuidade a aula perguntando se alguém teria pensado de uma outra forma, e os participantes P_1, P_4 e P_6 responderam que bastava selecionar os valores da coluna da esquerda, que somados, resultassem em 7 (o valor da operação que não fica aparente no cálculo), e depois selecionar na segunda coluna os seus correspondentes. Assim, mesmo ainda não tendo sido explicada a duplicação sucessiva, os participantes conseguiram perceber como o problema apresentado teria sido resolvido.

Passando para o segundo problema apresentado no segundo papiro, as autoras perceberam que de fato eles tinham entendido o processo da duplicação e pediram então que explicassem. Sem nenhuma dificuldade para resolver, foi dada continuidade a aula.

Nesse momento, foi perguntado se eles saberiam quais ideias matemáticas validaram a técnica de duplicação, e o participante P_6 respondeu que uma delas seria a de proporcionalidade. As autoras responderam que realmente havia uma proporcionalidade entre os números expressos nas duas colunas, mas que havia outras ideias importantes.

Para não dar a resposta, as autoras foram fazendo perguntas e observações no sentido de conduzir os participantes a entenderem que um dos números da operação é transformado em uma soma de base 2 (ex: 7 = 1 + 2 + 4), e que depois havia a aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

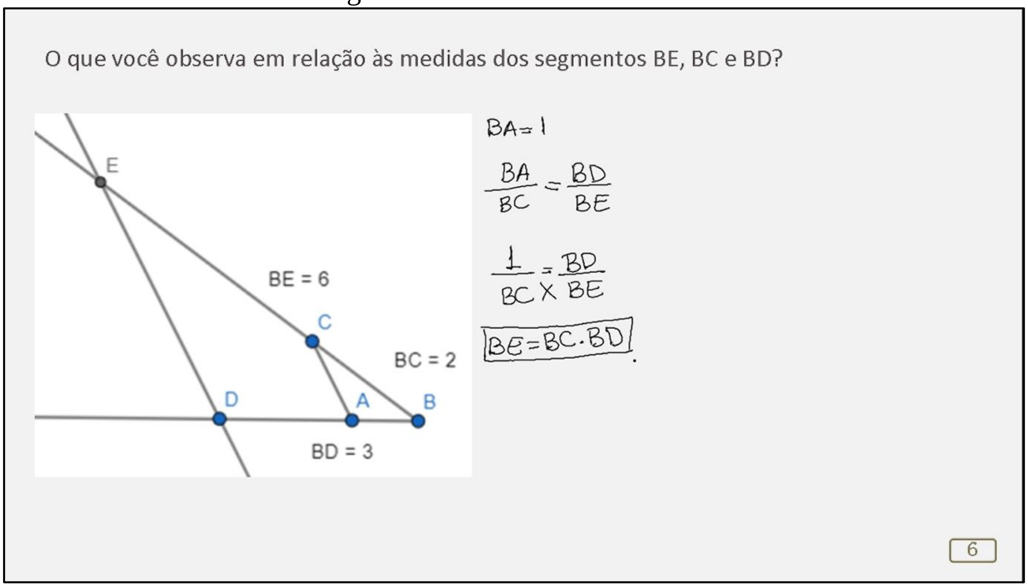
Na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, o processo de assimilação inclui a ancoragem do material de aprendizagem aos conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aluno, a interação entre os novos conhecimentos introduzidos e os subsunçores e, a associação de significados resultantes com as ideias ancoradas correspondentes (AUSUBEL, 2003). Sendo assim, com o entendimento de todos acerca das ideias matemáticas presentes no método e a relação feita de conteúdos já vistos com o problema apresentado, notou-se a presença de subsunçores que permitiram a ancoragem de novos conceitos relacionados à duplicação egípcia.

Ao finalizar as duas últimas questões, foram apresentados os desafios da atividade e explicado que, por questão de tempo, não era necessário que eles respondessem. O participante P_6 arriscou um palpite e as autoras não deram a resposta para não tirar a curiosidade dos outros ao olhar o material. Foi comunicado que eles receberiam as respostas assim que o material fosse entregue.

No segundo encontro, realizado no dia 23 de março de 2022, o tempo de aula precisou ser reduzido devido a uma mudança nos horários dos participantes do primeiro período. Dessa forma, passou de 1h e 40min para 50min. Por conseguinte, a questão de número 3 da Atividade 2 proposta foi deixada para os participantes tentarem em um momento assíncrono. No último encontro, as autoras retornaram com a resolução.

Nas questões da Atividade 2, foi percebido que alguns participantes tiveram dificuldade com as construções geométricas e isso gerou um obstáculo na realização das atividades propostas. Para sanar tal dificuldade, as autoras retornaram à explicação, realizando junto com a turma o passo a passo (Figura 40).

Figura 40 - Slide do 2º. encontro



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Esse problema pode ter ocorrido pela deficiência de conteúdos de geometria nas salas de aula da Educação Básica. Sobre esse assunto, Pereira (2010) afirma:

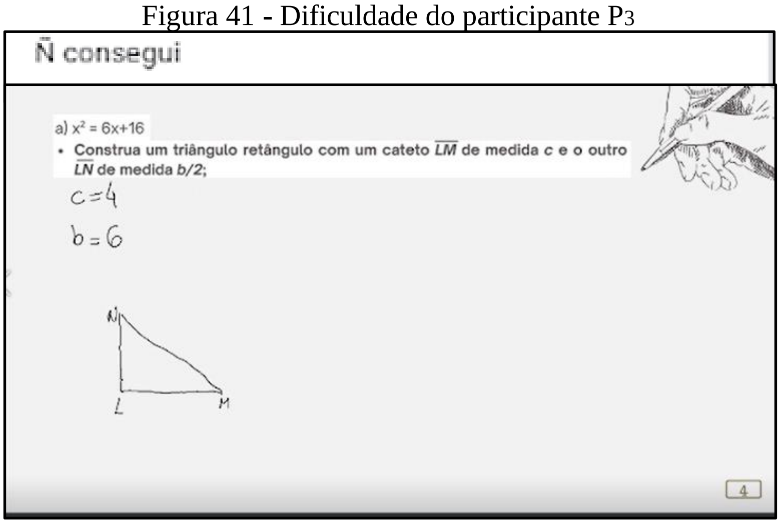
> Outro ponto de discussão para a questão do "fracasso" se dá pela edição dos livros didáticos ofertados pelo governo às escolas públicas, os quais apresentam os conteúdos de aritmética e álgebra em primeiro plano, enquanto que, a Geometria Plana aparece nas últimas páginas do livro. (PEREIRA, 2010, p. 13).

As autoras constataram o quanto é importante que os participantes saibam fazer as construções geométricas, pois este fato afeta diretamente a realização das atividades. Para Ausubel, o conhecimento prévio é essencial para que ocorra a aprendizagem significativa, pois com ele um novo conceito assume significado e, sem essas ideias preexistentes, haverá dificuldade no aprendizado (MOREIRA, 2012).

No terceiro encontro, o tempo também precisou ser reduzido para 50 min. Dessa forma, as autoras tiveram que reduzir o material a ser utilizado e deixar a construção referente à segunda equação da primeira questão como atividade assíncrona a ser corrigida no último encontro.

Notou-se a dificuldade do participante P_3 em interpretar a construção pedida, mesmo com um passo a passo apresentado. Pereira (2010) afirma que o não-entendimento dos alunos muitas vezes se dá devido ao fato de que a geometria apresenta uma linguagem simbólica e figural que precisa estar vinculada a linguagem natural, o que nem sempre acontece. A fim de sanar as dúvidas, foi feita a leitura do passo a passo e a construção junto com os participantes (Figura 41).

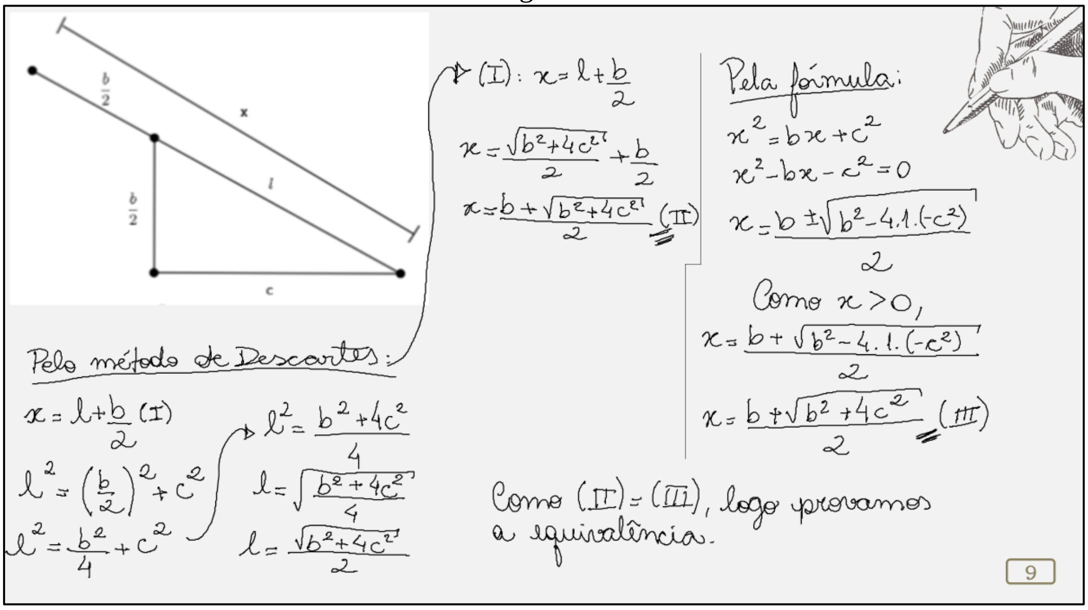
Figura 41 - Dificuldade do participante P_3



Fonte: Elaboração própria.

A equivalência entre o método geométrico e a fórmula resolutiva da equação do segundo grau foi apresentada aos participantes e as autoras explicaram cada passo realizado, devido ao tempo reduzido da aplicação. Os participantes não tiveram dúvidas em relação à esta associação (Figura 42).

Figura 42 - Equivalência entre o método de Descartes e a fórmula resolutiva da equação do segundo grau



Fonte: Elaboração própria.

4.2.2 Entrevista

O último encontro foi destinado à entrevista em grupo com os participantes**,** com a utilização da gravação de áudio e vídeo para registro, segundo o consentimento de todos.

A primeira pergunta tratou do nível de dificuldade presente em cada atividade realizada. Com as respostas, percebeu-se que dois participantes, pela falta de domínio na interpretação de construções geométricas, consideraram as atividades “Nem tudo é Bhaskara: analisando equações do segundo grau por meio de construções geométricas” e “Operando com Régua e Compasso” mais difíceis. Já os participantes que tinham maior compreensão do uso de régua e compasso, sendo a maioria deles dos 7º. e 8º. períodos, acharam as atividades de nível fácil.

> É, para mim foi difícil, assim, foi complicado porque eu tenho um problema de interpretação. Então eu confesso, quando ela falou da primeira vez, eu não entendi.Aí depois eu consegui fazer. (Participante P3)

> Sim, porque eu tenho dificuldade nessa parte de pontos (Geometria). (Participante P_2)

Tal dificuldade na assimilação de construções geométricas deve-se, em sua maioria, a ausência de conteúdos importantes de geometria na Educação Básica. Para Lorenzato (2010), o pouco uso da geometria nas escolas é um fato preocupante, já que esta é uma matéria indispensável para o desenvolvimento humano. Além disso, para ele, os professores têm deixado de lado as construções geométricas para focar em outros conteúdos.

De acordo com Ausubel (2003), sem os conhecimentos prévios adequados, o aprendiz tem propensão a operar com os que lhes são mais próximos e acessíveis. Porém, nem sempre terá disponível um conceito apropriado ao estudo que está realizando. Uma maneira de facilitar a aprendizagem e a retenção de ideias relevantes é a introdução de subsunçores adequados, para torná-los parte da estrutura cognitiva antes da introdução de uma nova ideia (AUSUBEL, 2003). Dessa forma, a inserção de atividades complementares no Caderno de Atividades, auxiliará na compreensão de conteúdos pré-requisitos.

Na segunda pergunta, foi indagado se o material despertou o interesse deles como alunos. Todos disseram que sim, que gostaram bastante da forma como o mesmo foi elaborado e apresentado, fazendo com que despertasse a vontade de estudar mais a respeito, como nas falas dos participantes P_1 e P_4:

> Fiquei bem interessado, achei bem legal e bem elaborado. Foi como eu falei, esse método de Descartes para resolver a fórmula, eu achei ele bem interessante, vou até estudar mais ele porque eu nunca tinha visto e eu achei bem interessante sim. Achei todo esse material muito bem elaborado (Participante P_1);

> Eu acho que sempre que a gente retoma alguma coisa que já estudou e, quando tem disponível um material no estilo que vocês prepararam de fácil acesso, gera pra gente um interesse maior. Não tem aquele cansaço que teríamos de procurar o material separado, de ler e ver se tá certo. Então sim, interessa sim, até porque é mais fácil de se ler um material assim, mais fácil encontrar a história dele e ter uma boa sequência didática com o aluno. O professor vai precisar de menos tempo de pesquisa com esse material e vai ganhar mais tempo na aplicação das aulas (Participante P_4).

Um dos requisitos para que ocorra a Aprendizagem Significativa é o interesse e a disposição de aprender do aluno (RORATTO; NOGUEIRA; KATO, 2011). Os comentários feitos pelos participantes da implementação mostram que o produto educacional elaborado pode despertar tal interesse.

Além disso, comentários como esses mostram a importância de inserir nas aulas de Matemática da Educação Básica a história da Matemática, pois o aluno acaba se interessando mais pelos conteúdos. Zuffi e Souza (2013) corroboram com essa ideia ao afirmarem que uma das potencialidades que a história da Matemática possui quando usada em sala é a de motivar os alunos. Elas também afirmam que um risco, quanto ao seu uso, é sobre a demanda de conhecimentos que o professor tem da história da Matemática e a dificuldade de acesso a fontes primárias além da falta de tempo que é um grande limitador. Assim, com o Caderno de Atividades o professor terá um material confiável e pronto para aplicação.

Na pergunta seguinte foi questionado se eles, enquanto professores, utilizariam o material apresentado. Todos afirmaram que sim, e dois participantes, P_5 e P_6, falaram sobre como é importante levar a história da Matemática para sala de aula.

> Claro, levaria sim. Acho muito interessante essa coisa de levar a história da Matemática para a sala de aula e mostrar aos alunos uma outra forma de ver a disciplina (Participante P_5).
>
> Com certeza utilizaria. Acho que ia contribuir bastante. Se os alunos acham que usar uma régua e um par de esquadros na aula é uma coisa diferente, levar esse contexto histórico com essa abordagem é uma ótima forma de você introduzir e aprofundar os conteúdos. Acho inclusive que, quem tiver acesso, deve pedir autorização a vocês e utilizar (Participante P_6).

Miguel *et al.* (2009) afirmam que a utilização da história pode ser um grande aliado para o professor e que para alcançar os objetivos pretendidos, as informações históricas precisam passar por ajustes pedagógicos e devem se configurar em atividades a serem realizadas em sala de aula ou fora dela, com apoio de material concreto sempre que necessário.

Já na pergunta de número quatro, referente à potencialidade que o material pode ter para auxiliar os professores na inserção da história da Matemática em sala de aula da Educação Básica, alguns participantes comentaram que:

> Acho que quando você entra desde a história da Matemática e traz para o aluno, você quebra aquele sentimento de preconceito com a Matemática, então eu acho esse material muito bom (Participantes P_2).
>
> Muitos professores nunca inseriram a história da Matemática em sala de aula, talvez porque não sabiam, não tinham conhecimento muito aprofundado nessa parte ou por outro motivo. Mas pensando nessa parte de não ter conhecimento muito bom a respeito da história da Matemática, o material com certeza ia colaborar porque já é ali uma base para o professor inserir a história da Matemática na sala (Participantes P_5).

> É um norte. Vocês disseram bem quando falaram sobre a dificuldade de encontrar esse tipo de material. Às vezes, os livros trazem uma nota de rodapé de curiosidade, mas uma coisa muito curta, e dificilmente você encontra uma coisa dessa forma que vocês prepararam. Acho que seria muito útil para o professor, principalmente para aquele professor que não tem tanta familiaridade assim com a história da matemática, que às vezes quer trabalhar algum conteúdo desse, mas não conhece o suficiente ou, como vocês falaram, não tem tempo ou alguma coisa assim, acho que é bem útil (Participante P6).

Com as respostas, ficou evidente a importância de se ter um bom material para que o professor seja capaz de utilizá-lo. Como já descrito anteriormente, a falta de material disponível faz com que muitos professores desistam de introduzir a história da Matemática em suas aulas e, às vezes, a preparação de um bom material não é possível pela falta de tempo (MIGUEL *et al.*, 2009). Assim, ter um Caderno de Atividades já pronto para aula, facilita o trabalho do professor.

A pergunta cinco trata da possibilidade de o material mudar a visão do aluno acerca dos conteúdos matemáticos. Destaca-se a resposta do aluno P6, que trouxe a seguinte análise:

> Sem dúvida nenhuma. É uma abordagem diferente, te faz pensar e refletir sobre determinados conceitos. Seja o de duplicações que vocês conseguiram muito bem abordar, propriedade distributiva da multiplicação, a questão das potências de base 2, essa relação que a gente tem da soma com a multiplicação e o fato da multiplicação ser associativa. Claro que os alunos, principalmente dependendo da série, não vão ter essa profundidade, mas muda completamente a abordagem e a compreensão. O mesmo para os outros exemplos, muda a visão do aluno. É claro que o material sozinho não vai fazer isso, mas a abordagem do professor, a que vocês fizeram por exemplo, foi muito importante para esse processo. O material tá muito bem feito mas o professor que vai ta utilizando precisa ter um entendimento, porque se você não conduzir da forma correta, não vai ter essa visualização (Participante P6).

No contexto da Aprendizagem Significativa, o professor tem o papel de identificar os conceitos necessários ao estudo realizado, estabelecer quais os subsunçores são importantes para o aprendizado do conteúdo e identificar quais deles estão presentes na estrutura cognitiva do aluno, além de saber utilizar meios que favoreçam a obtenção significativa desses conhecimentos (MOREIRA, 2009). Para tal, deve haver uma organização e uma melhor compreensão do que será trabalhado.

Ausubel (2003) afirma que "Os professores podem ajudar a alimentar o objectivo [sic] relacionado de pensamento crítico em relação ao conteúdo das matérias, através do encorajamento dos estudantes a reconhecerem e a desafiarem os pressupostos subjacentes às novas proposições [...]" (AUSUBEL, 2003, p. 56)

Para Lorenzato (2016), é obrigação do professor estar bem preparado e qualquer metodologia vai exigir dele uma boa formação tanto matemática quanto pedagógica. Se não houver preparo, nenhum método trará significado para o processo de aprendizagem (LORENZATO, 2016).

Na última pergunta da entrevista, foi questionada a possibilidade do material trazer uma nova visão da Matemática enquanto ciência, e todos responderam que as atividades são capazes de contribuir com novas reflexões. Dentre os comentários feitos, destaca-se o dos participantes P_4 e P_6.

> Sim, porque eles vão passar a enxergar a Matemática de uma outra forma, como falei a respeito da fórmula de Bhaskara. Eles vão ver que não precisa ficar fazendo Bhaskara, que tem outra maneira de resolver e talvez isso desperte neles o interesse de resolver novas questões com novos métodos. Então, acredito que sim, talvez por abrir essa porta pra eles né, de "olha, existe isso aqui também, foi usado há muito tempo, mas também funciona!" (Participante P_4).

> Sem dúvida nenhuma. Inclusive eu acho que um dos papéis da história da Matemática, quando utilizada em sala de aula, é esse. É claro que você tem o fato de chamar atenção dos alunos e de ser um recurso para ajudar na curiosidade deles, ser importante que eles entendam esse contexto, mas eu acho que ela tem esse papel fundamental deles perceberem que as coisas não são lineares como a gente pensa, né. Ninguém acordou um dia contando e depois no mês seguinte começou a fazer as operações básicas. Para alguns alunos do Fundamental, até do Ensino Médio, as coisas são muito diretas assim. Então, quando você usa a história da Matemática, você consegue perceber que existem determinados assuntos e conteúdos da Matemática que eles foram abordados em determinados momentos, que foram estudados e formalizados por alguém e depois outra pessoa utilizou o mesmo conteúdo e desenvolveu a mesma coisa em lugares diferentes, ao mesmo tempo. Acho que a história da Matemática tem esse papel, dos alunos perceberem que nem tudo é linear [que] foi seguido exatamente da forma que a gente pensa, porque a gente estuda numa ordem lógica, então na nossa cabeça foi desenvolvido assim, desse jeito. Então assim, até pra mostrar que tem coisas que são trabalhadas nesse momento e hoje não tem aplicação, mas lá no futuro, se descobre alguma utilidade, fora da vida acadêmica, na vida prática, isso acontece muito na Matemática também. Eu acho que certamente muda a visão da gente quando a gente estuda história da Matemática, em relação a essa coisa de tá muito pronto, muito técnico, a reproduzir uma técnica que já tá pronta. A gente começa a enxergar a Matemática como ciência, vê que alguém fez experimentações né, você olhando uma construção dessa aí você percebe que ninguém acordou hoje e falou assim: Ah! Vou construir aqui. Alguém experimentou, alguém "perdeu tempo", bastante tempo fazendo isso, às vezes até a vida inteira. São trabalhos de uma vida inteira que se você não tiver esse olhar, você reduz a decorar uma fórmula. Às vezes, mais de uma vida, tem trabalhos que são de mais de uma pessoa. Trabalhos que foram passados por gerações. A gente tem um problema sério hoje, não é só da escola não, a gente vive num mundo extremamente competitivo (Participante P_6);

Roque (2012), afirma que, por vezes, é pensado de forma errônea que a Matemática evoluiu de forma linear, como se os matemáticos tivessem deixado, em um determinado momento, uma obra inacabada, cujos vazios seriam preenchidos. Porém não foi assim que aconteceu, especialmente no passado, quando a comunicação era distinta da atual.

Roque (2012), afirma que um dos motivos que colabora para que a Matemática seja considerada abstrata consiste na forma na qual a disciplina vem sendo ensinada, tornando o conceito como algo pronto ao invés de partir de como ele foi elaborado (ROQUE, 2012). Para ela, "A história da matemática pode perfeitamente tirar do esconderijo os problemas que constituem o campo de experiência do matemático, ou seja, o lado concreto do seu fazer, a fim de que possamos entender melhor o sentido de seus conceitos" (ROQUE, 2012, s.p.).

Através da história da Matemática, os alunos poderão relacionar os conteúdos matemáticos atuais já vistos com resoluções utilizadas no passado. Para Ausubel (2003), este tipo de interação faz com que os alunos adquiram novos significados aos conteúdos aprendidos (AUSUBEL, 2003).

Ainda sobre essa pergunta, o licenciando P_5 mencionou a importância de conhecer como foi o desenvolvimento ao longo do tempo de alguns conteúdos matemáticos, pois assim pode ser que surja um novo olhar acerca da Matemática.

> É uma parte que desperta na gente um outro olhar de saber que tudo que a gente sabe e aprende hoje é algo que veio lá de antigamente e foi tudo construído para que hoje fosse o que a gente aprende. Não é aquela coisa que, por exemplo, normalmente é passada só aquela fórmula e acabou. Não, aquilo veio de alguma coisa lá dos primórdios e que precisou ser estudado para que chegasse aqui e a gente aprendesse dessa forma. Então, com certeza traz um outro olhar (Licenciando P_5).

Para Lopes e Ferreira (2013 apud CHAQUIAM, 2015), estudos voltados para a história da Matemática como área de conhecimento e investigação em Educação Matemática indicam um interesse dos professores e alunos, e mostram que o saber matemático está ligado à motivação e o desejo dos alunos de saberem mais sobre essa ciência.

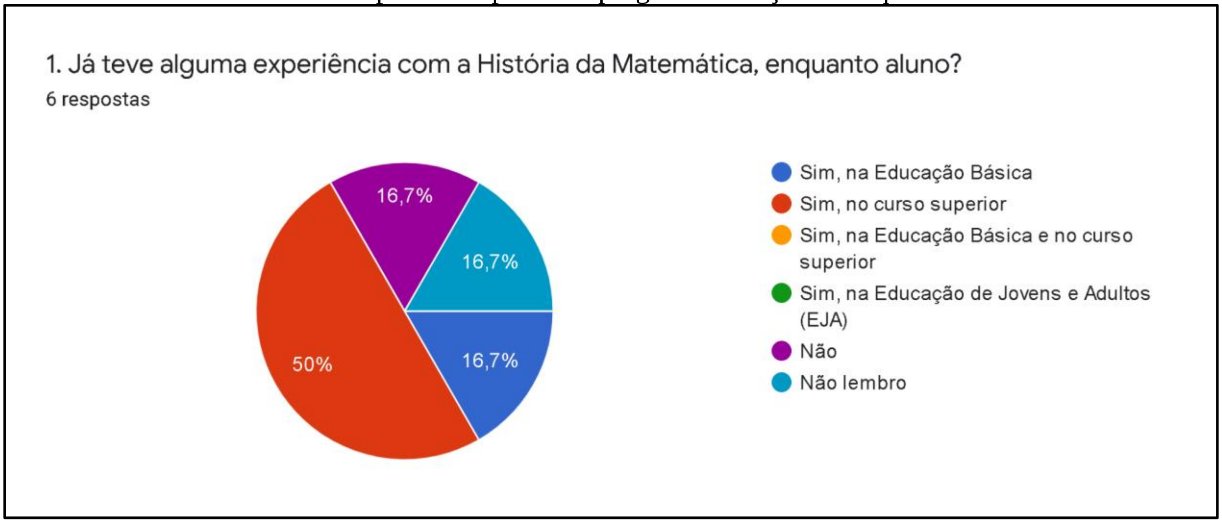
4.2.3 Questionário

Para finalizar, no último dia do encontro foi enviado a cada licenciando um questionário para que respondessem até a semana seguinte, dia 3 de abril de 2022.

Na primeira seção do questionário, foi levantado o perfil dos participantes e constatado que possuíam idade entre 21 e 38 anos, sendo metade do gênero feminino e a outra metade do gênero masculino.

Quanto às respostas da seção 2, que trata a experiência no magistério e com a História da Matemática, metade dos participantes só tiveram contato com História da Matemática no curso superior, enquanto alunos (Gráfico 1).

Gráfico 1 - Respostas da primeira pergunta da seção 2 do questionário



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A ausência da história da Matemática na Educação Básica, promove reflexões sobre quantas diferentes possibilidades de ver e entender a Matemática os alunos dessa etapa têm sido privados, deixando lacunas ao longo de sua formação. Como já evidenciado por Gasperi e Pacheco (2017), os estudantes não vêem o processo histórico da Matemática em sala de aula, e os conhecimentos são repassados como se fossem obtidos de forma natural. Para eles, o uso da história da Matemática traz possibilidades que permitem ao aluno compreender a Matemática de uma nova forma, tornando-a mais integrada com outras disciplinas e humanizada.

Dentre os participantes que tiveram experiência com esse conteúdo enquanto estudantes, o contato com a história da Matemática contribuiu para o aprendizado em Matemática. O participante P_6 trouxe um comentário relevante acerca dessa experiência (Figura 43).

Figura 43 - Comentário do participante P6

> Acho que a História da Matemática é uma ferramenta muito rica para tornar as aulas mais interessantes, para fazer com que os alunos tenham a noção de que determinados conceitos não surgem de uma hora para outra e que a Matemática é uma ciência que vem sendo desenvolvida ao longo da história, por diversos povos, e não uma mera reprodução de técnicas.

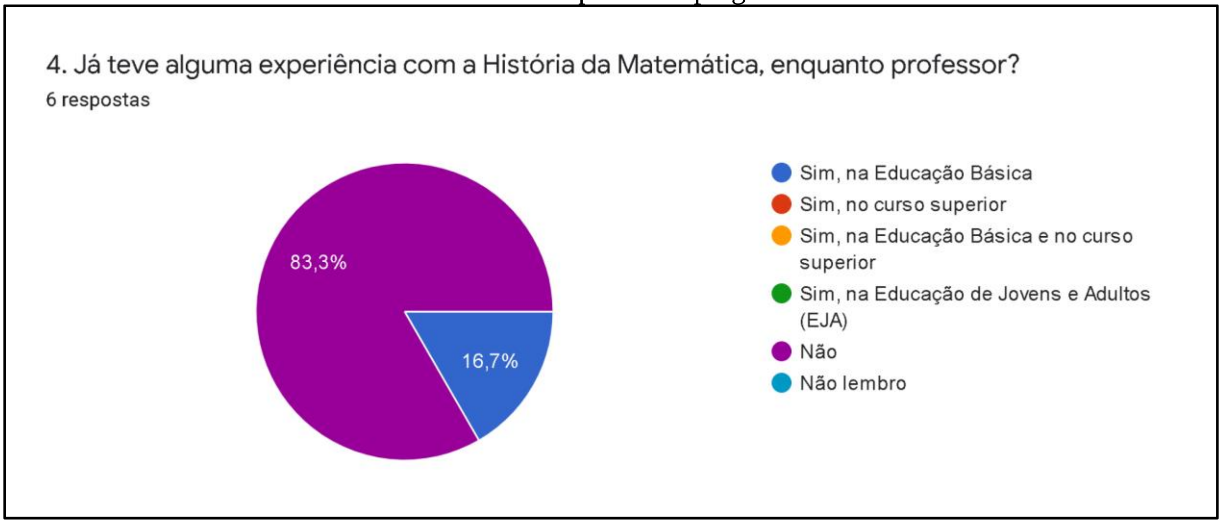
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Mendes e Chaquiam (2016) trazem em sua obra que o uso didático ou pedagógico dos conhecimentos históricos nas atividades: “[...] é importante para esclarecer os aspectos formativos, informativos e utilitários da matemática, principalmente no sentido de conduzir os estudantes ao acervo cultural da matemática, com a finalidade de desenvolver seu interesse pelo assunto e estimular a preservação dessa memória intelectual humana.” (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p.18).

Na pergunta 3 desta mesma seção, quatro participantes responderam que nunca tiveram experiência como professor e dois, que já tiveram, sendo uma na Educação Infantil como estagiário e outra como tutor voluntário em pré-vestibular.

Dentre os que já ministraram aula, apenas um fez o uso da história da Matemática em sala, como mostra o Gráfico 2.

Gráfico 2 - Respostas da pergunta 4



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O licenciando P2 comentou que ao observar na sua aula de estágio, a dificuldade de interpretação de seu aluno de 5 anos, resolveu levar para suas aulas materiais concretos que o ajudasse a entender o conteúdo que explicava. Embora não tenha utilizado a história da Matemática, ele percebeu a necessidade de trazer algo para que ajudasse o estudante no seu processo de aprendizagem.

Miguel *et al.* (2009) trazem, como algumas dificuldades encontradas por professores, o despreparo por não terem vivenciado a história da Matemática em sua formação e a falta de tempo para inserir a história em suas aulas.

Na penúltima pergunta da seção 2, todos os discentes responderam que o uso da História da Matemática na Educação Básica pode influenciar a aprendizagem do aluno em Matemática.

Como argumentação para a última pergunta, os alunos citaram alguns prós e contras da inserção da História da Matemática na sala da Educação Básica (Quadro 8):

Quadro 8 - Respostas dos participantes P_6 (a) e P_2 (b)

Não diria que existem contras, mas alguns obstáculos podem surgir, como a falta de conhecimento dos professores de Matemática sobre a História e a ausência de um tempo de planejamento adequado para as aulas. Destacaria como pontos positivos os já citados, como a utilização da História da Matemática como ferramenta para despertar o interesse dos alunos e fazê-los enxergar a disciplina como ciência e não mera reprodução de técnicas. Além disso, acredito que um olhar histórico sobre determinados conteúdos ensinados em sala de aula pode fazer com que os estudantes percebam que a Matemática possui a sua importância quando aplicada no cotidiano, mas também é importante por si só. Em outras palavras, é importante valorizar a Matemática que se aplica na vida, mas também os seus conceitos que são utilizados "apenas" na própria Matemática. (a)
como aluna da rede publica e fazendo o Curso Normal na época pude ver que dificilmente vai ter contras se você não saber usar o recurso que tem, eu como aluna senti falta, porque sem um conceito de algo tudo se torna dificil e complicado de aprender e muitos alunos não vê a matemática necessária ou ver o 1+1=2 para não pensar na verdadeira matemática por medo de errar. (b)

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Esses obstáculos citados por P_6 são evidenciados por Zuffi e Souza (2013), que afirmam que existem riscos e limites quanto ao uso da história, sendo o conhecimento que o professor possui de História o mais relevante e, além dele, o tempo disponível para o ensino e as fontes existentes para consulta.

O participante P_5 (Figura 44), traz como vantagem a mudança da ideia que se pode ter da Matemática.

Figura 44 - Respostas do licenciando P_5

Ajuda para que o aluno tire a ideia de que a Matemática é uma matéria onde as coisas surgem do nada, além de fazer uma relação com o que os alunos aprendem nas aulas de História, algo que, do meu ponto de vista, facilita o aprendizado

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Sobre esse assunto, Baroni, Teixeira e Nobre (2009) trazem como argumento que a utilização da História da Matemática pode oportunizar os alunos e professores a terem contato com matemáticas de outras culturas e o papel ao qual desempenhavam, ampliando assim sua visão sobre a Matemática.

Na última seção do questionário, as perguntas voltadas para o Caderno de Atividades, especificamente a 1, 2, 3, 5 e 7, foram respondidas de forma afirmativa. Sobre a pergunta 1, o participante P_6 comentou que:

> As questões foram muito bem escritas, com linguagem adequada e de fácil compreensão. Até para um aluno que nunca estudou o conteúdo seria possível realizar as atividades, seguindo as orientações (Participante P_6).

Além disso, na questão 2, ele ainda afirmou que as margens foram um diferencial no Caderno de Atividades, e auxiliarão o professor a se localizar melhor dentro de cada etapa.

Na pergunta acerca do contexto histórico trazido no material elaborado, dois participantes citaram que os textos trazem informações necessárias e relevantes para a compreensão da época na qual estão inseridas as atividades (Quadro 9).

Quadro 9 - Respostas de P_6 (a) e P_2 (b)

Os textos trazem informações necessárias para a compreensão de qual era o momento vivido, mas sem excessos, de forma a evitar um possível desinteresse nos alunos. (a)
Vocês entram em histórias que muitos viam como frases e não entendiam o sentido. Está perfeito (b)

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Fossa (2008), relatou que na grande maioria, os livros didáticos apresentam a História da Matemática separada. Sobre esse assunto, o licenciando P_2 mencionou a dificuldade no entendimento de histórias quando apresentadas de forma rasa.

Sobre a pergunta 4 destaca-se a resposta do participante P_6, em que mencionou que, com as atividades principais, os alunos conseguirão observar os conceitos matemáticos de uma forma diferente da apresentada atualmente. Corroborando com essa resposta, Chaquiam (2015) afirma que:

> A inserção de fatos do passado pode ser uma dinâmica bastante interessante para introduzir um determinado conteúdo matemático em sala de aula, tendo em vista que o aluno pode reconhecer a Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano, conhecer as preocupações dos vários povos em diferentes momentos e estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemático do passado e do presente. (CHAQUIAM, 2015, p.13).

Os demais participantes relataram que consideram as atividades principais elaboradas motivadoras (Figura 45).

Figura 45 - Respostas da pergunta 4 do questionário

4. Você considera a atividade principal motivadora para o aluno?

6 respostas

Sim

Sim. A atividade principal permite que os alunos resolvam questões de forma diferente das que normalmente aprendem e utilizam em sala de aula. Além de poder despertar a curiosidade dos alunos, a atividade principal possibilita a observação de que determinados conceitos matemáticos utilizados hoje já eram conhecidos há bastante tempo, mesmo que não recebessem a mesma nomenclatura, não fossem utilizados da mesma forma ou com o mesmo propósito.

Considero a História a parte principal.

Com certeza.

Muito

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na sexta pergunta do questionário, os participantes analisaram os desafios propostos no Caderno de Atividades e trouxeram algumas observações (Figura 46).

Figura 46 - Respostas acerca dos desafios

6. O que você achou dos desafios propostos?

6 respostas

Além de muito interessantes, os desafios podem ser uma ferramenta importante para que os estudantes consolidem os conceitos matemáticos envolvidos nas atividades.

Bem elaborados e interessante

Ótimos

Interessantes.

Muito interessante...

A parte dos desafios foi uma das que mais me chamou atenção, para aqueles que gostam de algo desafiador, que o faz se questionar, dá um entusiasmo ainda maior para pesquisar e saber mais sobre o que está sendo falado.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Retornando à ideia de Mendes e Chaquiam (2016) sobre a importância de se ter questões que são capazes de desafiar e estimular o aluno, os desafios do Caderno de Atividades possuem esse objetivo.

Como comentário, na última pergunta do questionário o licenciando P_6 destacou o uso de QR Codes para a disponibilização das atividades e da importância do material elaborado para os alunos (Figura 47).

Figura 47 - Comentário do licenciando P_6 na questão 9 da seção 3

9. Existe alguma outra informação que deseja fazer sobre o Caderno? Se houver, qual?

1 resposta

Gostaria de destacar a utilização dos QR codes no caderno, pela importância do material que trazem e pela possibilidade de disponibilizá-los aos alunos, como mais uma forma de despertar o interesse deles.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a avaliação dos resultados obtidos na fase de implementação notou-se que, de acordo com os requisitos de Ausubel (2003) para que um material seja potencialmente significativo, o Caderno de Atividades pode se encaixar nesses critérios. Acredita-se que a primeira condição esteja satisfeita, já que se mostrou um produto educacional de relação não arbitrária e não literal com a estrutura cognitiva do aluno. Quanto à segunda condição, que trata da existência de subsunçores na estrutura cognitiva do aluno, notou-se que alguns participantes não possuíam os subsunçores apropriados para tais conteúdos, não podendo afirmar se foi para eles uma aprendizagem significativa.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa tem como objetivo geral, investigar a percepção de licenciandos em Matemática, com relação ao uso de atividades de História da Matemática em turmas da Educação Básica relacionados ao tema da pesquisa, em que atividades utilizando a história da Matemática em sala de aula puderam ser aplicadas. Para dar início a este TCC, realizou-se a busca por trabalhos que aplicaram atividades utilizando a história da Matemática em sala de aula.

Adotou-se a metodologia de pesquisa qualitativa do tipo intervenção pedagógica, dividida em três etapas: o planejamento, a implementação e a avaliação.

Na fase do planejamento foram desenvolvidas diversas ações, como a elaboração de um Caderno de Atividades com temas matemáticos abordados segundo o viés histórico. Também fez parte desta etapa a aplicação do teste exploratório, com licenciandos dos 7º. e 8º. períodos. Uma análise aprofundada deste Caderno foi feita e algumas sugestões contribuíram para a melhoria deste produto educacional.

Para a implementação, foram convidados licenciandos dos 1º., 7º. e 8º. períodos e, dentre eles, seis participaram de todos os encontros. Para a coleta de dados, utilizou-se a entrevista semiestruturada e o questionário final, além das observações feitas durante os encontros. A análise de dados foi feita segundo o referencial teórico adotado, em especial, a Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Devido ao tamanho do Caderno de Atividades, não foi possível fazer a aplicação de forma completa e, por isso, foi necessária uma seleção de questões das atividades para a aplicação.

Na entrevista e no questionário, não houveram críticas quanto ao material. Os participantes mostraram bastante interesse com a forma em que foram apresentados os conteúdos e afirmaram que, a partir do trabalho puderam ver a Matemática sob uma nova perspectiva.

Para a aplicação das atividades, é importante que o professor verifique se os alunos possuem os subsunçores adequados para o processo de ancoragem, visto que um dos critérios que garantem a Aprendizagem Significativa é que eles possuam conceitos preexistentes relevantes na estrutura cognitiva que vão se relacionar com o material elaborado.

Sobre esse assunto, é interessante ressaltar a dificuldade encontrada por alguns participantes na realização das atividades que necessitam de conhecimento e domínio em construções geométricas. Por isso, mostra-se importante a utilização das atividades complementares de construção na preparação do aluno para a atividade principal, a fim de sanar as habituais dúvidas e tornar mais relevante a sua aprendizagem.

Quanto à questão de pesquisa, os licenciandos comentaram sobre a importância do uso da história da Matemática em sala de aula. Ressaltaram que, para o aluno, é importante entender como a Matemática foi sendo construída e quais os processos que existem por trás dos conteúdos apresentados nas escolas.

Em relação aos objetivos específicos, todos foram alcançados. Para o primeiro "Promover estudos sobre o uso da história da Matemática em sala de aula.", foi atingido através dos estudos realizados pelas autoras durante a elaboração deste trabalho.

O segundo objetivo: "Contribuir para a inserção da história da Matemática em sala de aula e para o aprendizado de conteúdos matemáticos por meio de um Caderno de Atividades." também foi atingido, visto que o Caderno de Atividades elaborado no âmbito deste trabalho trouxe questões inseridas em contextos históricos, que puderam ser comparadas com formas mais usuais de apresentação, levando o aluno a refletir que existem outras maneiras de se resolver problemas matemáticos.

Quanto ao terceiro objetivo: "Verificar se a aplicação de atividades elaboradas a partir da história da Matemática, é capaz de gerar reflexões acerca de uma nova visão sobre essa ciência", a experimentação mostrou que a utilização da história da Matemática é capaz de trazer para os alunos, novas reflexões e perspectivas em relação à esta ciência. Deste modo, verifica-se que o objetivo geral "Investigar a percepção de licenciandos em Matemática, com relação ao uso de atividades de História da Matemática em turmas da Educação Básica" foi alcançado.

Este trabalho de monografia colaborou com a formação acadêmica das autoras, levando-as a um aprofundamento sobre a História da Matemática.

Ressalta-se a dificuldade em encontrar materiais de apoio para o professor na inserção da história da Matemática em sala de aula e espera-se, com a elaboração e a disponibilização do Caderno de Atividades, contribuir para um novo trabalho nesta direção.

Para trabalhos futuros, sugere-se a elaboração de atividades com viés histórico explorando novas temáticas.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Luciana Vieira. **História da matemática e tecnologias da informação e da comunicação no ensino de função**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/24846. Acesso em: 16 jun. 2021.

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BALESTRI, Rodrigo Dias. **A participação da História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática na ótica de professores e pesquisadores.** 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008. Disponível em: http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?view=vtls000148012. Acesso em: 29 jul. 2021.

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sérgio Roberto. A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós Graduação em Educação Matemática. *In*: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2009. p. 164-185.

BRASIL. Ministério da Educação. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nivel Superior. Documento de Área: área 46- ensino. Brasília: CAPES, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, SEB, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 16 jun. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática**. Brasília: MEC, SEB, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ matematica.pdf. Acesso em: 29 jun. 2021.

BRITO, Arlete de Jesus. A História da Matemática e da Educação Matemática na Formação de Professores. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 22, p. 11-15, 2013.

CHAQUIAM, Miguel. **História da matemática em sala de aula:** proposta para integração aos conteúdos matemáticos. São Paulo: Livraria da Física, 2015. v. 10. Série história da matemática para o ensino.

DAMIANI, Magda Floriana. Sobre pesquisas do tipo intervenção. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais** [...]. Campinas: UNICAMP, 2012. p.1-9.

DAMIANI, Magda Floriana *et al*. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 45., p. 57-67, maio/ago. 2013. Disponível em:

http://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822. Acesso em: 15 maio 2022.

FELICIANO, Lucas Factor. **O uso da história da matemática em sala de aula:** o que pensam alguns professores do ensino básico. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) -Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/91125. Acesso em: 30 jun. 2021.

FREITAS, Rony. Produtos Educacionais na área de ensino da CAPES: o que há além da forma? **Educação Profissional e Tecnológica em Revista**, v.5, n.2, p. 5-20, 2021.

FOSSA, John Andrew. Matemática, História e Compreensão. **Revista Cocar**, Pará, v. 2, n. 4, p. 7-16, quadrimestral, 2008. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/77. Acesso em: 16 jun. 2021.

FÜHR, Luciane. **Um olhar para a introdução à escrita simbólica no ensino à luz da história da matemática**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019. Disponível em: http://hdl.handle.net/10183/196081. Acesso em: 15 jun. 2021.

GASPERI, Wlasta N. H. de; PACHECO, Edilson Roberto. **A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica**. 2017. Disponível em http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf. Acesso em: 16 jun. 2021.

GERHARDT, Tatiana Enger; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf. Acesso em: 18 jul. 2021.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa. 11. ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.

LORENZATO, Sergio Apparecido. Porque não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v.4, 2010.

LORENZATO, Sergio Apparecido. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2021.

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de Matemática:** fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/historia_nas_aulas_de_matematica.pdf. Acesso em: 16 jun. 2021.

MIGUEL, Antônio *et al*. **História da matemática em atividades didáticas**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MORAES, Fernanda Carpintero de. **Um passo de cada vez**: conhecendo as unidades de medida através da sua história. 2019. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Curso de Matemática, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/11630. Acesso em: 16 jun. 2021.

MORAES, Michele de Souza. **Setor Trigonal**: contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática. 2017. Dissertação (Mestrado em Docência para a Educação Básica) - Curso de Matemática, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, 2017. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/150647. Acesso em: 15 jun. 2021.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora pedagógica e universitária, 1999.

MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora Unb, 2006.

MOREIRA, Marco Antônio. **O que é afinal, aprendizagem significativa?** 2012. Disponível em: http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf. Acesso em: 31 jul. 2021.

MOREIRA, Marco Antônio. A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora Moraes. v. 2, 2009.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Editora Moraes, 2009.

PEREIRA, Reginaldo de Lima. **Interpretação de textos matemáticos**: dificuldades na resolução de problemas de geometria plana. 2010. 152 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2010. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Disponível em: http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/2674. Acesso em: 23 maio 2022.

RIZZATTI, Ivanise Maria *et al*. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **Actio: Docência em Ciências**, v. 5, n. 2, p. 1-17, 2020.

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. **Tópicos de História da Matemática.** São Paulo: SBM, 2012. Disponível em: https://sites.icmc.usp.br/wvlnunes/pma5631/livro_texto_pma5631.pdf. Acesso em: 16 jun. 2021.

RORATTO, Cauê; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; KATO, Lílian Akemi. Ensino de matemática, história da matemática e aprendizagem significativa: uma combinação possível. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 16, n. 1, 2016.

YIN, Robert K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim.** Porto Alegre: Penso, 2016.

ZUFFI, Edna Maura; SOUZA, Patrícia de. Percepções sobre a História da Matemática num Curso de Formação Inicial de Professores. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 25, p. 37-45, 2013. Disponível em: https://web.archive.org/web/20180428192152id_/http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/viewFile/815/pdf. Acesso em: 14 jul. 2021.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Questionário

Seção 1 de 4

Questionário

Descrição do formulário

Termo de Compromisso Livre e Esclarecido

Descrição (opcional)

Prezado(a) participante. Nós, Giovanna Franca Bastos da Cunha e Yara Silva Nascimento, alunas do curso de Licenciatura em Matemática do IFFLuminense Campus Campos Centro, gostaríamos de pedir a sua autorização para responder a este questionário, no âmbito do Trabalho de Conclusão de Curso que estamos elaborando sob a orientação da Prof. Dra. Ana Paula Rangel de Andrade. Na publicação dos resultados desta pesquisa, sua identidade será mantida em sigilo. A pesquisa é de caráter estritamente acadêmico, sem ganhos financeiros para nós, autores do trabalho. Desde já, agradecemos a sua participação. *

- Autorizo
- Não autorizo

Seção 2 de 4

Perfil

Descrição (opcional)

1. Nome ou apelido *

Texto de resposta curta

2. Idade *

Texto de resposta curta

3. Gênero *

- Feminino
- Masculino
- Prefiro não dizer

Seção 3 de 4

A experiência no magistério e com a história da Matemática

Descrição (opcional)

1. Já teve alguma experiência com a História da Matemática, enquanto aluno? *

- Sim, na Educação Básica
- Sim, no curso superior
- Sim, na Educação Básica e no curso superior
- Sim, na Educação de Jovens e Adultos (EJA)
- Não
- Não lembro

2. Se sim, você acha que essa experiência contribuiu para o seu aprendizado em Matemática?

- ◯ Sim
- ◯ Não

Comentário (opcional):

Texto de resposta longa

3. Já teve alguma experiência como professor? *

- ◯ Sim
- ◯ Não

Em caso afirmativo, especifique:

Texto de resposta longa

4. Já teve alguma experiência com a História da Matemática, enquanto professor? *

- Sim, na Educação Básica
- Sim, no curso superior
- Sim, na Educação Básica e no curso superior
- Sim, na Educação de Jovens e Adultos (EJA)
- Não
- Não lembro

5. Se sim, você acha que essa experiência contribuiu para o aprendizado de seus alunos nas aulas de Matemática?

- Sim
- Não

Comentário (opcional):

Texto de resposta longa

6. Você acha que o uso da História da Matemática na Educação Básica pode influenciar a aprendizagem do aluno em Matemática? *

- Sim
- Não

7. Para você, quais os prós e contras da inserção da História da Matemática na sala de aula da Educação Básica? *

Texto de resposta longa

Seção 4 de 4

Sobre o Caderno de Atividades

Descrição (opcional)

1. O enunciado das questões está claro? *

- Sim
- Não

2. A organização do Caderno está adequada? (margens, divisões, etc.) *

- Sim
- Não

Comentário (opcional):

Texto de resposta longa

3. O contexto histórico traz informações relevantes? *

- Sim
- Não

Comentário (opcional):

Texto de resposta longa

4. Você considera a atividade principal motivadora para o aluno? *

Texto de resposta longa

5. As atividades complementares, estão auxiliando as atividades principais? *

- ◯ Sim
- ◯ Não

Comentário (opcional):

Texto de resposta longa

6. O que você achou dos desafios propostos? *

Texto de resposta longa

7. O tempo de aplicação das atividades está adequado? *

- ◯ Sim
- ◯ Não

Comentário (opcional):

Texto de resposta longa

8. Você acha interessante retirar ou acrescentar algo? Se sim, o quê? *

Texto de resposta longa

9. Existe alguma outra informação que deseja fazer sobre o Caderno? Se houver, qual?

Texto de resposta longa

APÊNDICE B – Roteiro de Perguntas para a Entrevista

1- Sobre a atividade “Nem tudo é Bhaskara”, o que vocês acharam? Muito difícil ou fácil?

2- Sobre a atividade “Operando com Régua e Compasso”, o que vocês acharam? Muito difícil ou fácil?

3- Sobre a atividade “Duplicando com os Egípcios”, o que vocês acharam? Muito difícil ou fácil?

4 -O Caderno de Atividade despertou o seu interesse como aluno?

5 - Você, como professor, utilizaria esse Caderno de Atividade?

6 - O Caderno de Atividade tem condição de ajudar o professor na inserção da História da Matemática na sala de aula?

7 -Você acha que as atividades são capazes de uma nova visão sobre os conteúdos matemáticos apresentados?

8 - Ao ver essas atividades e resolver algumas questões, você acha que elas são capazes de trazer reflexões a cerca de uma nova visão sobre a Matemática?

APÊNDICE C – Slides elaborados na fase de planejamento

Primeiro encontro

Objetivo Geral

Investigar a percepção de licenciandos em Matemática, com relação ao uso de atividades de História da Matemática em turmas da Educação Básica.

3

Caderno de Atividades

4

Duplicando com os Egípcios

5

Na época das pirâmides

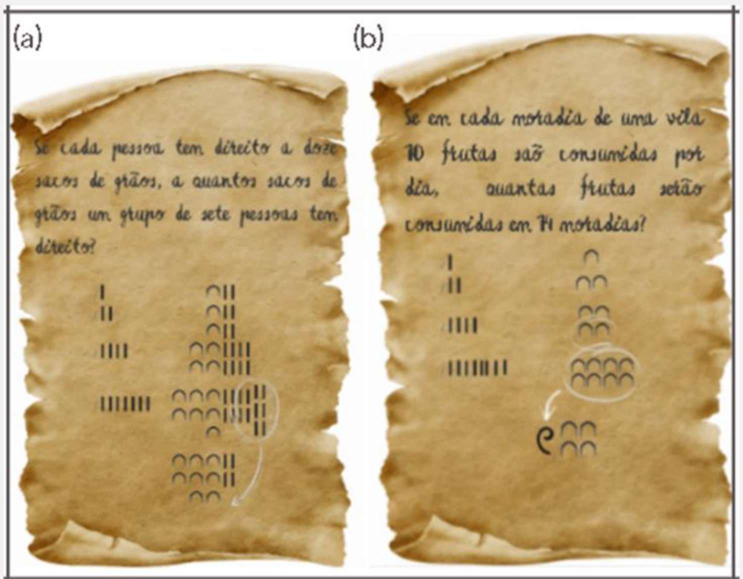
No Egito Antigo grandes realizações foram feitas, como a construção das pirâmides, a invenção de um calendário solar e a criação de um sistema de numeração. Decerto, todos esses feitos não seriam possíveis sem o avanço da Matemática (BECK, 2010).

Boa parte da Matemática no Egito Antigo que conhecemos hoje se deve a três documentos: O Papiro Rhind, o Papiro de Moscou e o Papiro de Berlim.

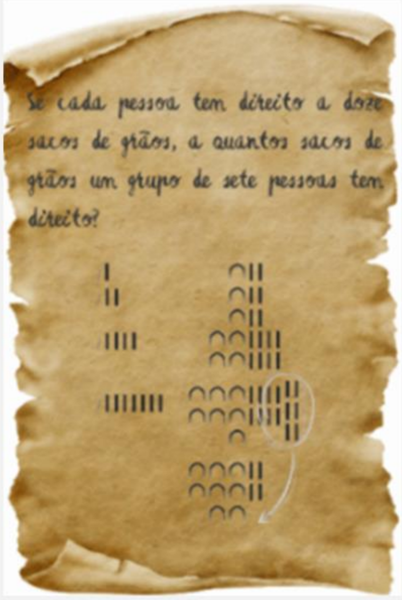
De acordo com Roque (2012), por volta do quarto milênio a.E.C.[1], os egípcios já registravam nomes em geral e quantidades. Além disso, de acordo com algumas fontes, a Matemática começou a ser utilizada no antigo Egito sobretudo por necessidades administrativas e, devido a contagem e aos registros de bens pelos escribas, houve o desenvolvimento dos sistemas de medida (ROQUE, 2012).

[1] A autora utiliza a.E.C para designar "antes da Era Comum" em substitutição a a. C (antes de Cristo) com objetivo de "neutralizar conotações religiosas". (ROQUE, 2012, p.23).

6



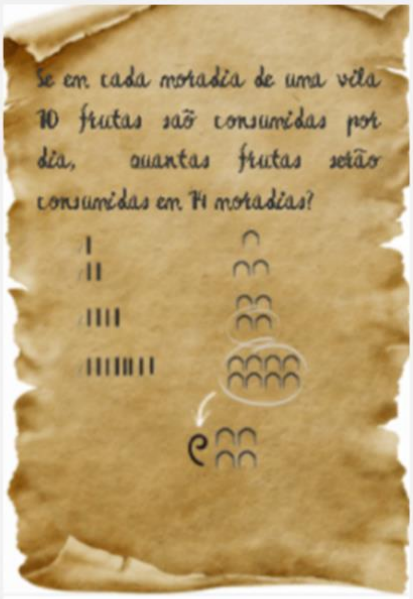
Fonte: Elaboração própria com base em Roque, 2012, p.78.



Traduzindo parte das contas desses papiros para os símbolos usados atualmente, e sabendo que “∩” vale 10, “I” vale 1 e “ϱ” 100, teremos:

1	12
2	24
4	48
7 x 12= 84	

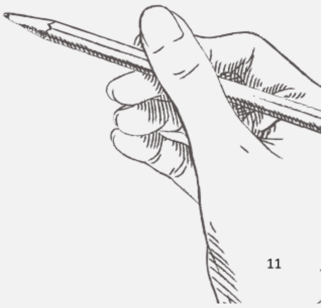
9



1	10
2	20
4	40
8	80
14 x 10= 140	

10

31 x 45



11

1	10
2	20
4	40
8	80
14 x 10= 140	

Quais as ideias matemáticas que validam este processo de multiplicação?

12

OBS: Podemos resolver as operações de duas formas diferentes, primeiro dobrando o primeiro valor ou dobrando o outro.
Exemplo: 71 x 18

- Com o mesmo raciocínio das operações anteriores, resolva os itens explicando essa propriedade:

a) 12 x 230

b) 64 x 21

Agora vamos ao desafio em dose dupla!

1)

2) É possível utilizar o método das duplicações sucessivas para realizar a divisão entre números inteiros positivos?

Referências

BECK, V. C. A Matemática no Egito Antigo. *In*: XVI ENCONTRO REGIONAL DE ESTUDANTES DA REGIÃO SUL, 16, 2010, Porto alegre. **Anais Eletrônicos** [...]. Porto Alegre: PUCRS, 2010. p. 49 - 56. Disponível em: https://editora.pucrs.br/edipucrs/acessolivre/anais/erematsul/comunicacoes/38 VINICIUSCARVALHOBECK.pdf. Acesso em: 10 fev. 2022.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

Obrigada!

Segundo encontro

PENSO, LOGO EXISTO

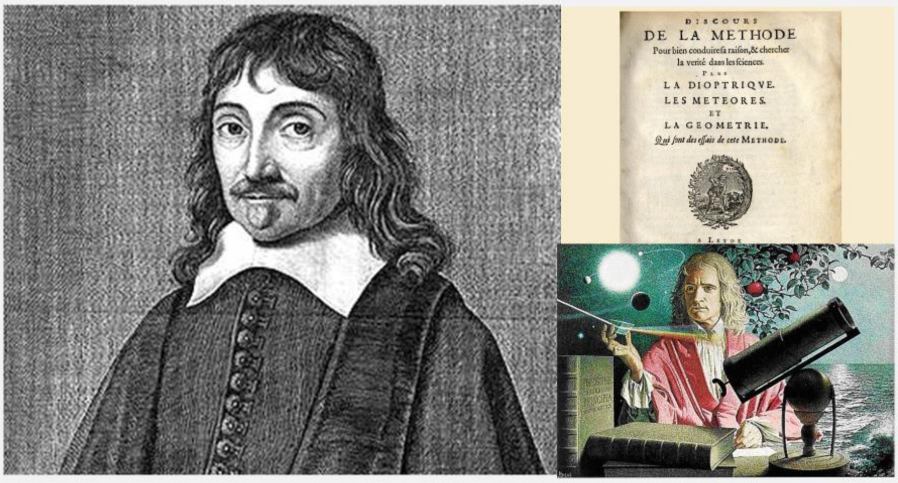
O século XVII foi constituído por diversas descobertas e acontecimentos importantes, como as grandes navegações, a Reforma Protestante e a Revolução Científica. Nesta época, mudanças significativas na estrutura do pensamento repercutiram no plano científico.

René Descarte, matemático em destaque neste trabalho, foi também físico e filósofo. Autor da frase: "Penso, logo existo", que leva a ideia central da Dúvida Metódica, os levava a aceitar apenas aquilo que a razão poderia compreender e que podia ser demonstrado. "O discurso sobre o método" e "La Géométrie", ambos de 1637, foram algumas de suas principais obras (ROQUE, 2012)

Um de seus objetivos era utilizar a geometria para resolver problemas de construção em que as regras simples de composição levassem de objetivos simples a outros mais complexos. O método começa por exibir os objetos mais simples de todos, as retas, e as relações que os relacionam, às operações aritméticas básicas (ROQUE, 2012).

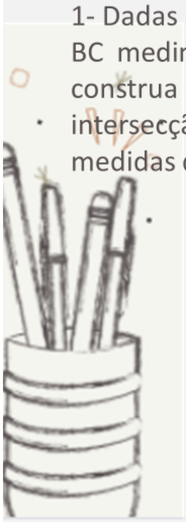
3

PENSO, LOGO EXISTO

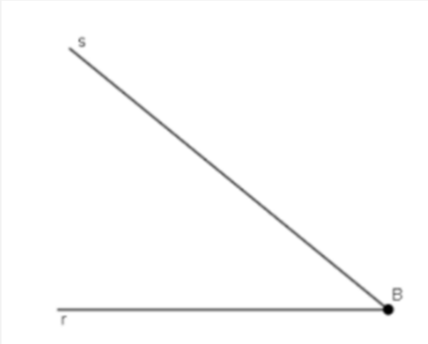


4

VAMOS PRATICAR

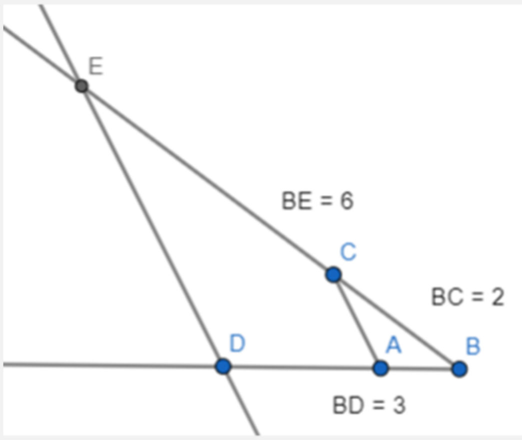


1- Dadas as semirretas r e s, construa os segmentos AB de valor unitário (1cm) na reta r, BC medindo 2cm na reta s e BD medindo 3cm na reta r. Ligue os pontos A e C e construa uma paralela ao segmento AC que passe pelo ponto D. Nomeie o ponto E de intersecção dessa paralela com a semirreta s. O que você observa em relação às medidas dos segmentos BE, BC e BD?



5

O que você observa em relação às medidas dos segmentos BE, BC e BD?



6

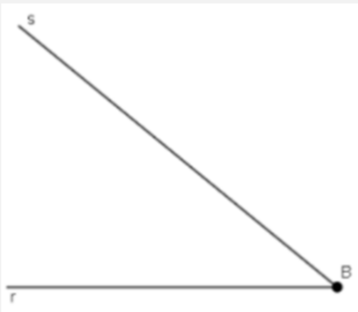
VAMOS PRATICAR

2 - Utilizando como exemplo a construção anterior, construa segmentos que representam os seguintes produtos:

a) 3 x 4

b) 3,6 x 2,7

3 - Sabendo que BC=b e BD=a e que b=a, mostre que o produto de BC por BD é a^2.



DESAFIO

1 - (ROQUE, CARVALHO, 2012) Sejam a e b os comprimentos de dois segmentos. Elabore uma construção geométrica para calcular o quociente a/b.

2 - (ROQUE, CARVALHO, 2012) Dado um segmento de reta de medida a, construa geometricamente o segmento de reta de medida $\sqrt{a}$.

9

REFERÊNCIA:

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

10

Terceiro encontro

Nem tudo é Bhaskara: analisando equações do segundo grau por meio de construções geométricas

2

CASO 1

As instruções a seguir são para resoluções de equações do tipo $x^2 = bx+c^2$, $b>0$, $c>0$ [1].

- Construa um triângulo retângulo com um cateto $\overline{LM}$ de medida *c* e o outro $\overline{LN}$ de medida *b/2*;
- Prolongue $\overline{MN}$ até o ponto *O,* de modo que as medidas dos segmentos $\overline{NO}$ e $\overline{NL}$ sejam iguais;
- A raiz *x* procurada é o segmento $\overline{OM}$.

1 - Resolva as seguintes equações utilizando o método de Descartes:

a) $x^2 = 6x+16$

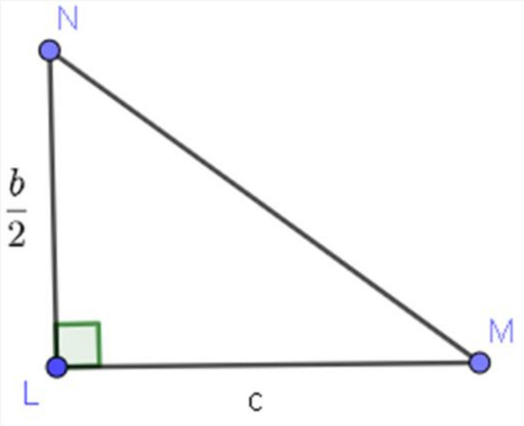
b) $x^2 = 12x + 64$

[1] Consideraremos b e c, números inteiros positivos.

3

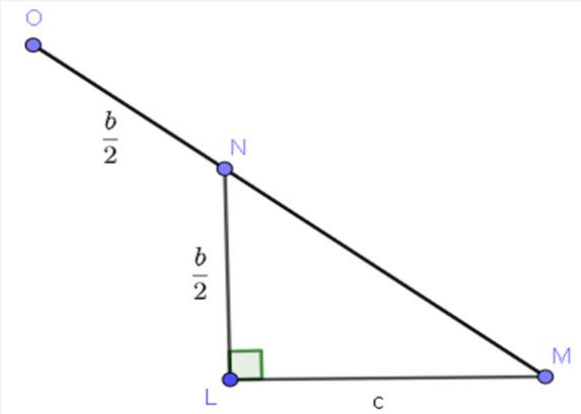
a) $x^2 = 6x+16$

- **Construa um triângulo retângulo com um cateto $\overline{LM}$ de medida *c* e o outro $\overline{LN}$ de medida *b/2*;**



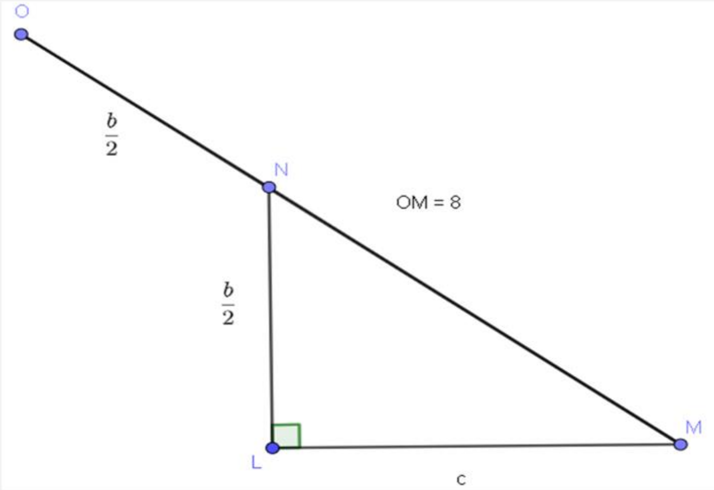
4

- **Prolongue $\overline{MN}$ até o ponto *O*, de modo que as medidas dos segmentos $\overline{NO}$ e $\overline{NL}$ sejam iguais;**

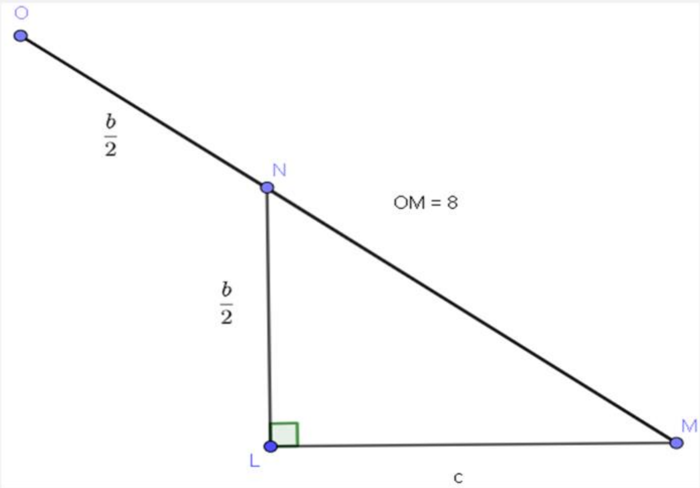


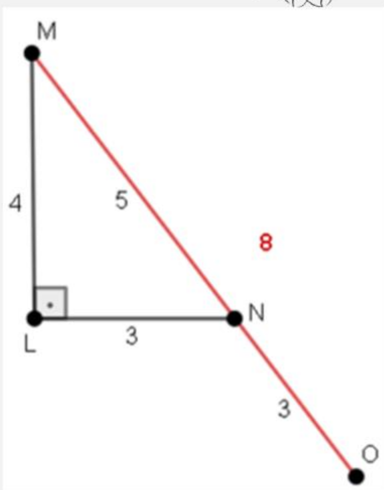
5

- A raiz *x* procurada é o segmento $\overline{OM}$.



6

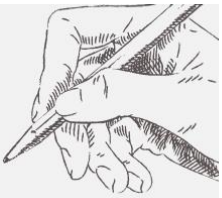


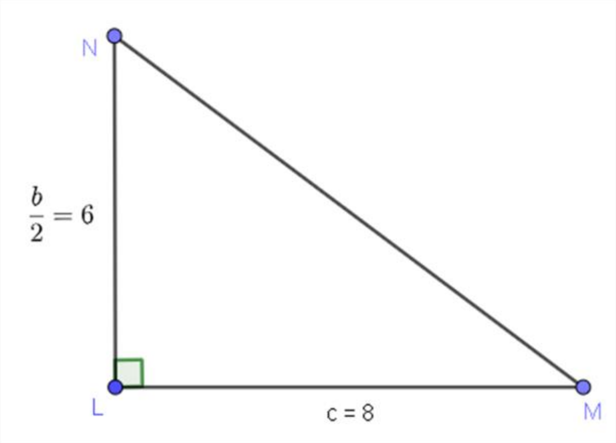


7

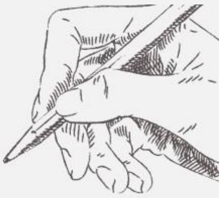
b) $x^2 = 12x + 64$

- Construa um triângulo retângulo com um cateto $\overline{LM}$ de medida *c* e o outro $\overline{LN}$ de medida *b/2*;

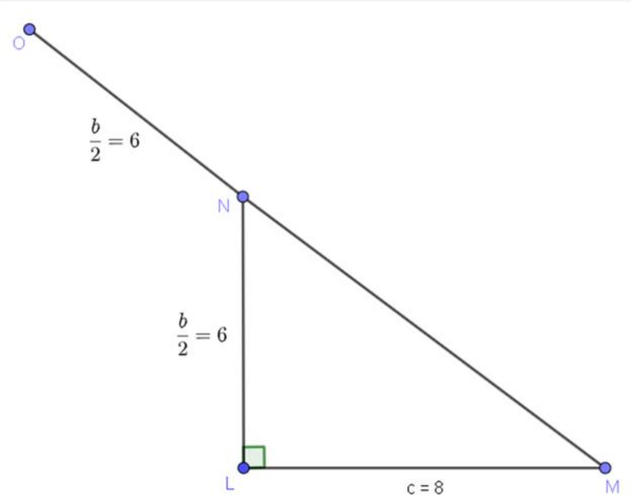




8

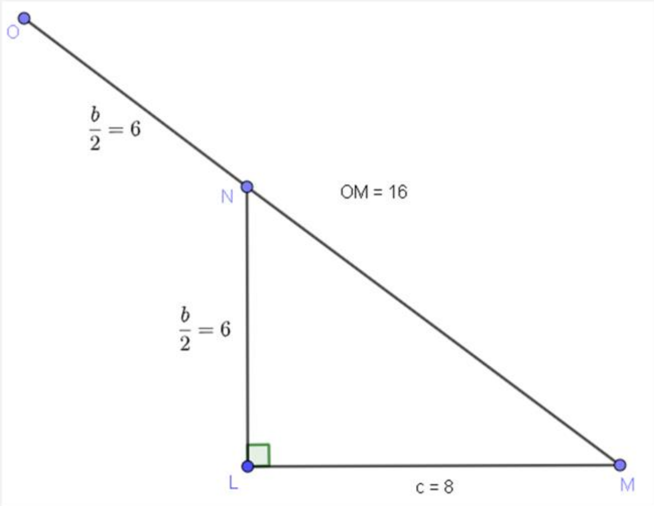


- Prolongue $\overline{MN}$ até o ponto *O*, de modo que as medidas dos segmentos $\overline{NO}$ e $\overline{NL}$ sejam iguais;

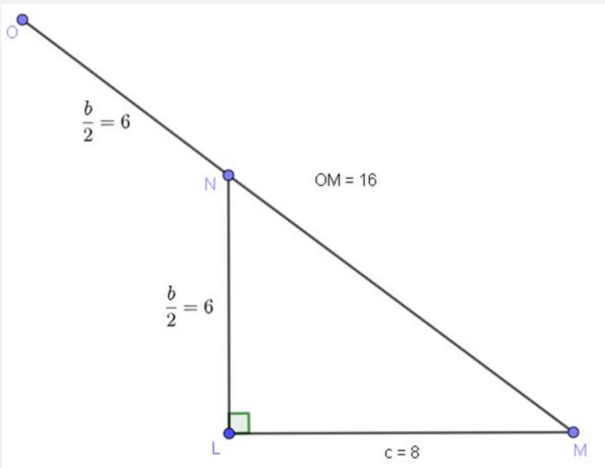


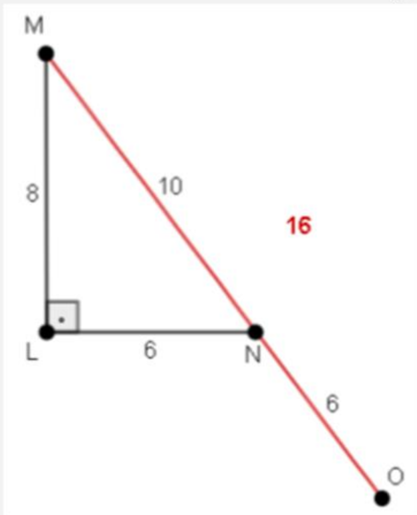
9

- A raiz *x* procurada é o segmento $\overline{OM}$.



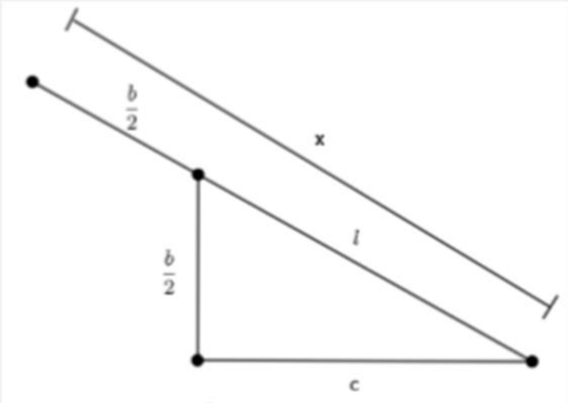
10

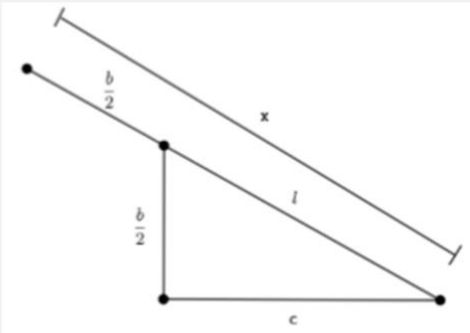




11

2 - O método geométrico de Descartes para a resolução deste tipo de equação tem relação com a fórmula resolutiva da equação do segundo grau. Mostre essa relação.





E A RAIZ NEGATIVA?

Agora vamos ao desafio:

A equação $x^2 = 6x + 16$ (questão 1, letra "a") apresenta uma raiz negativa: -2. Na construção feita por você, existe um segmento cujo valor tem relação com esta raiz. Encontre-o.

OBRIGADA!

APÊNDICE D – Caderno de Atividades

Link para acesso:

https://drive.google.com/file/d/1t3dFy4MXm9lRRzcjwNObC4sFyWHariU6/view