MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ARMANDO JEFERSON MONTEIRO
CRISTIANO HIGINO DE SAMPAIO

TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: contribuições para futuros professores no estudo de inequações produto

Campos dos Goytacazes/ RJ

Abril – 2022.2

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

CAMPUS CAMPOS CENTRO

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ARMANDO JEFERSON MONTEIRO
CRISTIANO HIGINO DE SAMPAIO

TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: contribuições para futuros professores no estudo de inequações produto

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Me. Larissa Console de Oliveira

Campos dos Goytacazes/RJ

Abril – 2022.2

ARMANDO JEFERSON MONTEIRO
CRISTIANO HIGINO DE SAMPAIO

TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: contribuições para futuros professores no estudo de inequações produto

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 06 de abril de 2023

BANCA EXAMINADORA:

Larissa Console de Oliveira

Larissa Console de Oliveira (Orientadora)
Me. em Matemática (PROFMAT) – UENF – RJ
IFF *Campus* Campos Centro

Carla Antunes F.

Carla Antunes Fontes (examinadora)
Me. em Matemática Aplicada – UFRJ – RJ
IFF *Campus* Campos Centro

Leandro Sopeletto Carreiro

Leandro Sopeletto Carreiro (examinador)
Me. em Matemática (PROFMAT) – UENF – RJ
IFF *Campus* Campos Centro

AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer e dedicar esta monografia às seguintes pessoas:

Primeiramente a Deus, pelas graças alcançadas em nossas vidas, por nos conduzir e nos proteger em todos os momentos, principalmente neste período de consternação devido à pandemia que tanto assola o mundo.

As nossas famílias, em especial minha avó Neli Rangel, meu primo/irmão Gleidson Ferreira, que sempre estiveram ao meu lado nos melhores e piores momentos. Sempre acreditaram no meu potencial e nunca mediram esforços para verem meus sonhos se realizarem. Por compreenderem minha ausência nos momentos difíceis do estudo e por proporcionarem a mim, mesmo com toda simplicidade de vocês, condições para que eu pudesse continuar nos estudos. A vocês, minha eterna gratidão.

As nossas famílias, que nos apoiaram de todas as formas possíveis para que conseguíssemos realizar este trabalho, sendo o apoio moral e psicológico fundamentais para manutenção da nossa integridade mental.

Aos nossos amigos, principalmente aos que a Instituição nos apresentou, os quais também serviram de pilares constantes nesses vários momentos de incertezas, nos inspirando e acalmando, sempre com palavras de sabedoria e de grande apelo. São amigos que sem sombras de dúvidas queremos que permaneçam caminhando ao nosso lado.

A orientadora Larissa, pela disponibilidade e paciência para nos guiar nesse processo de construção deste trabalho, em que todas as críticas construtivas possibilitaram o nosso crescimento e amadurecimento.

Aos licenciandos, sujeitos do estudo piloto e sujeitos dessa pesquisa final. Sem a contribuição de vocês esta monografia não existiria.

A todos os funcionários do Instituto Federal Fluminense *Campus* Campos Centro, em especial a assistência estudantil, por proporcionarem um ambiente acolhedor, propício ao bom desempenho de nossa vida acadêmica e ao desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso. Vale ressaltar o comprometimento e a dedicação de todos que compõem o curso de Licenciatura em Matemática.

Por fim, gostaríamos de deixar nosso profundo agradecimento a todos que contribuíram direta ou indiretamente neste trabalho de monografia

RESUMO

Inequações é um conteúdo que gera dificuldades ao longo do processo de formação inicial de professores. Este trabalho teve em vista analisar quais contribuições a Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS) proporciona no tema inequação produto, aliado ao *software* GeoGebra, para futuros professores. Para analisar as contribuições no estudo das inequações produto, foi elaborada uma sequência didática, que foi aplicada a uma turma de Licenciandos do 2° período de um curso de Licenciatura em Matemática, no município de Campos dos Goytacazes - RJ. O objetivo da investigação, que tem um caráter qualitativo, foi analisar como transitar entre os registros algébricos e gráficos, com o auxílio do software Geogebra, facilita a compreensão de inequações, além de propor uma aula mais dinâmica. A pesquisa mostra que estudar conteúdo inequação produto com o auxílio software GeoGebra tem o potencial de melhorar a compreensão do aluno.

Palavras-chave: Inequação Produto. GeoGebra. Registro de Representação Semiótica.

ABSTRACT

Inequalities is a content that generates difficulties throughout the process of initial teacher training. This work sought to analyze which contributions the Theory of Semiotic Representation Registers (TRRS) provides in the product inequality theme, combined with the GeoGebra software, for future teachers. In order to analyze the contributions in the study of product inequalities, a didactic sequence was elaborated, which was applied to a group of undergraduates in the 2nd period of a Mathematics Degree course, in the municipality of Campos dos Goytacazes - RJ. The objective of the investigation, which has a qualitative character, was to analyze how moving between algebraic and graphic records, with the help of the Geogebra software, facilitates the understanding of inequalities, in addition to proposing a more dynamic class. Research shows that studying content inequality product with the aid of GeoGebra software has the potential to improve student understanding.

Keywords: Product inequality. GeoGebra. Register of Semiotic Representation.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma disciplina comumente vista como difícil pelos alunos e algo distante da sua realidade, até mesmo da sua capacidade de compreensão (SANTOS; FRANÇA; SANTOS L., 2007). Ao longo dos anos de escolaridade, essa visão conturbada da Matemática se intensifica cada vez mais. No Ensino Fundamental, o aluno consegue visualizar de forma mais evidente a utilidade dos conteúdos aprendidos. No Ensino Médio, o aprendizado dessa disciplina se torna ainda mais complicado (DRUCK, 2005). Rocha (2019) complementa que além das dificuldades dos alunos em compreender a Matemática, temos também na aprendizagem de inequações.

Mineiro (2019) menciona a carência de citações acerca do tema inequação em documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

> Ao notar a falta de referências ao estudo de inequações nos principais parâmetros nacionais para a educação, tanto nos PCN quanto na BNCC, constatamos que em nível nacional e em boa parte dos estados, o estudo de desigualdades e inequações parece ser relegado a um segundo plano. (MINEIRO, 2019, p.213)

Tsamir, Almog e Tirosh (1998, p. 129), pesquisadoras da década de 90, afirmam em sua pesquisa que “inequações recebem relativamente pequena atenção e são discutidas somente nos últimos anos da escola secundária". Fontalva (2006) explicita que o resultado de suas pesquisas demonstra a dificuldade dos alunos no trato das inequações.

Dicetti, Bisoginin e Pretto (2020) realizaram uma revisão bibliográfica acerca das discussões que ocorreram sobre o ensino e aprendizagem de inequações. Os autores estudados na pesquisa foram Mineiro (2019), Lourenço (2018), Travassos (2018), Rubim (2016) e Coelho (2016). O resultado geral do trabalho demonstra que existem poucas pesquisas com o tema ensino de inequações, se comparado a quantidade de trabalhos de pós-graduação que se desenvolveram nesse período. As dificuldades identificadas por essas pesquisas vêm sendo evidenciadas por pesquisadores de Educação Matemática há mais de 20 anos (FURQUIM *et al.*, 2020).

Além disso, Travassos e Proença (2018) apontam em seu trabalho sobre a situação da publicação acadêmica no Brasil, no que diz respeito ao ensino e aprendizagem que, “[...] os resultados aqui obtidos evidenciam, de modo geral, um número muito pequeno de trabalhos que contribuam com tema em questão, pressupondo-se assim a necessidade de um olhar mais atento a estes fatos por parte de professores e pesquisadores” (TRAVASSOS, PROENÇA, 2018, p.10).

Beltrão (2010) comprova, em seus estudos acerca do tema inequações, que é um conteúdo que gera dificuldade de compreensão entre os alunos, que muitas vezes não entendem o significado por trás das relações que envolvem inequações. Ao estudarem álgebra, e consequentemente inequações, os estudantes procuram por respostas numéricas, tal como faziam ao estudar aritmética

Quando se trata de uma inequação, os símbolos são usados para representar relações. Essa ideia relacional nem sempre é bem compreendida entre os alunos por conta da falta de referenciais que dão significado aos símbolos utilizados (BELTRÃO, 2010).

Acerca das dificuldades sobre inequações, Duval (2009, p.14) afirma que: “[...] não se pode ter compreensão em Matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação”. A BNCC determina que o ensino dessas diferentes representações de um mesmo objeto matemático seja feito em pelo menos dois registros de representação diferentes (BRASIL, 2018).

Na área da Matemática, a tecnologia pode servir “[...] como uma ferramenta que leve o aluno a compreender que pode se tornar um sujeito capaz de criar e pensar em Matemática” (BASSO; NOTARE, 2015, p. 4). Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), é um documento que norteia o trabalho dos professores em sala de aula e sugere a utilização adequada dos recursos tecnológicos como uma habilidade a ser desenvolvida na Matemática (BRASIL, 2002). Mota (2010) concorda e ainda acrescenta que o uso de tecnologias computacionais torna o estudo mais produtivo e interessante, proporcionando aprendizagens significativas.

De acordo com Ribeiro e Paz (2012), o aparecimento de novas tecnologias na Educação Matemática começou em 1970, mediante programas implantados pelo Ministério da Educação e Cultura com o objetivo de promover a inovação e evolução no ensino. Além disso, a BNCC, em sua competência 5, também fala da importância do uso das tecnologias digitais na vida escolar dos alunos. Conforme Ribeiro e Paz (2012, p. 16):

> Acredita-se que uma das barreiras mais difíceis nessa situação escolar consiste no fato de que nossa sociedade precisa mudar de pensamento, na forma de agir, conscientizar-se de que essa realidade ter que ser assumida, que não pode ser mais adiada ou ignorada pelos educadores, pelos governantes e, também, pela sociedade em geral. Dessa forma, o espaço deve ser reestruturado não só fisicamente. Professores e gestores devem planejar e desenvolver ações a fim de qualificar profissionais que possam atender a essa demanda educativa, incorporando a realidade virtual no ensino e na aprendizagem, no currículo escolar, nas metodologias inovadoras.

Entende-se, a partir da fala de Basso e Notare (2015) acerca das tecnologias digitais, que a utilização desses recursos contribuirá para o desenvolvimento deste trabalho. Dessa forma, utilizaremos o *software* GeoGebra. "O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica, que reúne Álgebra e Geometria. É desenvolvido para aprender e ensinar Matemática nas escolas por Markus Hohenwarter e uma equipe internacional de programadores" (PACHECO, 2019, p. 199).

Pacheco (2019, p. 199) menciona que:

> Com o uso do GeoGebra é possível dinamizar e enriquecer as atividades no processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois é um *software* de Geometria Dinâmica, onde são contempladas as construções de pontos, vetores, segmentos, retas e secções cônicas. Através do GeoGebra é possível analisar equações, relacionar variáveis com números, encontrar raízes de equações. Permite ainda associar uma expressão algébrica à representação de um objeto da geometria.

Diante do exposto acima, fica evidente que existe uma defasagem na pesquisa e ensino de inequações. Portanto, entende-se que é necessário investigar as contribuições do Registro de Representação Semiótica para o ensino das inequações, com foco nas inequações produto, para os licenciandos do 2º período de um curso de Licenciatura em Matemática.

De acordo com o Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática da instituição na qual foi realizada a intervenção pedagógica, as turmas de 1° período que estudam o tema inequação produto. Devido a esse fato, optou-se por escolher as turmas de 2° período, dado que esses licenciandos acabaram de estudar o tema principal desta monografia.

Dado o exposto, foi elaborada a seguinte questão de pesquisa: Quais as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, aliada ao uso do *software* GeoGebra para o estudo de inequação produto na formação de futuros professores de Matemática?

Para responder a essa questão de pesquisa, foi traçado como objetivo geral: Investigar as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, com o auxílio do *software* GeoGebra, para o estudo de inequação produto, na formação de futuros professores de Matemática.

Buscando atender ao objetivo geral, foram elaborados os seguintes objetivos específicos:

(i) Promover o estudo da função afim e da função quadrática no contexto das inequações;

(ii) Identificar as dificuldades dos futuros professores acerca das inequações;

(iii) Analisar as dificuldades demonstradas pelos futuros professores em cada registro de representação;

(iv) Promover os estudos do sinal das funções.

Visando descrever a pesquisa realizada, este trabalho foi dividido em quatro capítulos, sendo o primeiro esta introdução. O segundo capítulo apresenta o aporte teórico adotado, abordando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, os documentos oficiais e a utilização de tecnologias digitais aliado ao uso do GeoGebra e resumos dos trabalhos que possuem relações com esta pesquisa.

O terceiro capítulo, por sua vez, trata dos aspectos metodológicos. Foi descrita a metodologia que caracteriza este trabalho como uma pesquisa qualitativa, os instrumentos de coleta de dados, etapas percorridas para a realização desta monografia e a descrição da proposta didática elaborada para o estudo da inequação produto.

No quarto capítulo são apresentados os resultados e discussões dos dados da pesquisa, para isso relatam-se as experiências do teste exploratório e da experimentação. Por fim, no quinto capítulo constam as considerações finais, nas quais os licenciandos dissertam sobre as reflexões pedagógicas acerca dos resultados obtidos.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo relata o aporte teórico que estrutura esta pesquisa. O capítulo está dividido em cinco partes: (i) Documentos oficiais, onde é explicado sobre a BNCC e os PCN, com enfoque nas inequações; (ii) Teoria dos Registros de Representação Semiótica: o aprendizado se dá pela identificação de uma representação, tratamento e conversão dos diferentes registros de representação pelo aluno; (iii) A utilização das tecnologias digitais em sala de aula, tendo como principal ferramenta o *software* GeoGebra e (iv) Trabalhos relacionados ao tema da pesquisa.

2.1 Documentos Oficiais

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que rege o conjunto de aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver na Educação Básica (BRASIL, 2018). Dessa maneira, a BNCC é um documento regulamentador na elaboração dos currículos das escolas brasileiras, sejam elas públicas ou privadas. Em relação às inequações, tais são pouco mencionadas nos documentos oficiais (TRAVASSOS, 2018). Barbosa e Ripardo (2020) complementam que, além das inequações serem pouco citadas na BNCC, esse tema é encontrado apenas nas seções das unidades temáticas da Matemática, e trata sobre a formulação de habilidades a serem desenvolvidas durante o Ensino Fundamental, principalmente sua utilização na resolução de problemas.

A BNCC na unidade temática de Álgebra cita que é necessário que o estudante seja capaz de “[...] criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados” (BRASIL, 2018, p. 270).

Este documento da BNCC faz poucas declarações com relação ao conceito de inequação, e, de forma geral, o que deve ser priorizado em seu desenvolvimento é: “Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.” (BRASIL, 2017, p. 268).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), elaborados pelo Governo Federal Brasileiro, são fruto da reforma instaurada pela Lei nº 9.394/96 de 20 de dezembro de 1996, a qual estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Ao consolidar os PCN, o Ministério da Educação e do Desporto aponta como propósito metas de qualidade que auxiliem o aluno a atuar como cidadão participativo, autônomo e reflexivo, sobretudo, conhecedor de seus direitos e deveres (BRASIL, 1998).

Conforme os PCN, esse assunto surge no quarto ciclo do Ensino Fundamental, momento em que a aprendizagem deve levar o aluno a “ [...] produzir e interpretar diferentes escritas algébricas - expressões, igualdades e desigualdades -, identificando as equações, inequações e sistemas” (BRASIL, 1998, p. 81).

Segundo as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002, p.114), os alunos devem:

> Ler e interpretar dados ou informações apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas. Fazer as conversões de uma linguagem para outra, selecionando a melhor representação para determinado problema

Observa-se, por meio das descrições apresentadas sobre os dois documentos oficiais citados, a semelhança em alguns aspectos, assim como a importância de se trabalhar as diferentes representações de um objeto matemático, nesse caso, a inequações produto. Percebe-se também que, em poucas vezes, o conceito de inequação é mencionado, se comparado a outros conceitos, por exemplo, equações e funções

2.2 Teoria de Registros de Representações Semióticas

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) foi desenvolvida por Raymond Duval, filósofo e psicólogo de formação (MACHADO, 2009). A noção de representação foi introduzida por Piaget, em estudos relacionados à representação mental (1924-1926), especificamente sobre a representação do mundo da criança. Num segundo momento, como representação interna ou computacional (1955-1960) e, por fim, como representação semiótica nas últimas décadas (DUVAL, 2009, p. 30).

Segundo Duval (2009), o objetivo da Matemática é colaborar para o desenvolvimento das capacidades de visualização, raciocínio e análise. Dessa forma, podemos fazer relação com a quarta competência específica para o ensino de Matemática definida pela BNCC, a qual espera que os alunos ao finalizarem o Ensino Médio consigam:

> Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático. (BRASIL, 2018, p. 523)

Para fins de pesquisa, considera-se oportuno que o estudo da Inequação Produto tenha atividades baseadas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

A Matemática é uma área de conhecimento com uma particularidade, ela apropria-se inteiramente da utilização de representações semióticas. Essas representações são definidas por Duval (2012) como a produção e utilização de diferentes símbolos (registros) para representar um determinado objeto matemático. O autor exemplifica algumas destas representações semióticas como um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, uma representação geométrica ou um gráfico.

Duval (2012) considera dois grupos de representação: semióticas e mentais. As representações mentais “[...] recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado". O desenvolvimento dessas representações mentais acontece quando a produção ou apreensão de uma representação semiótica ocorre por uma apreensão conceitual do objeto (DUVAL, 2012). Dessa forma, pode-se definir as representações semióticas como:

> [...] produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. (DUVAL, 2012, p. 269)

As representações semióticas de um objeto não são apenas necessárias para fins de comunicação, mas também são fundamentais para a atividade cognitiva do pensamento, visto que o desenvolvimento das representações mentais depende de uma interiorização das representações semióticas, as quais possibilitam complementar funções cognitivas fundamentais como a de tratamento (DUVAL, 2012).

Em geral, as representações semióticas são consideradas apenas um meio de exteriorização das representações mentais (DAMM, 2008). Porém, além da função de comunicação, as representações semióticas são fundamentais para atividade cognitiva de pensamento, proporcionando: (i) o desenvolvimento das representações mentais; (ii) a realização de diferentes funções cognitivas; e (iii) a produção de conhecimentos (DUVAL, 2012).

Acerca das representações, Duval (2012) relata a confusão que é feita entre o objeto e a sua representação, sendo algo natural da Matemática. Também argumenta que essa distinção é uma parte essencial da compreensão em Matemática e do funcionamento cognitivo do aluno. Desse modo, é imprescindível a utilização de diferentes representações semióticas, pois essa pluralidade de representações dará acesso aos objetos matemáticos. Afirma, ainda, que somente haverá uma apreensão desses objetos quando houver a coordenação em diferentes registros de representação.

Em consonância com o autor, Damm (2015, p. 167) também ressalta a importância de trabalhar com diferentes formas de representação na Matemática, pois:

> [...] toda a comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto, para seu ensino, precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático.

Para tratar, na Matemática, os diferentes tipos de representações semióticas que podem ser utilizadas, Duval (2003) faz uma releitura do termo "registros" de representação de Descartes e traz um quadro que especifica os quatro tipos de representações em dois registros diferentes (Quadro 1):

Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático segundo Duval

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • Argumentação a partir de observações, de crenças...; • Dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). • Apreensão operatória e não somente perceptiva; • Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: • Numéricas (binária, decimal, fracionaria...); • Algébricas; • Simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. • Mudanças de sistema de coordenadas; • Interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p. 14).

Cada um desses registros acima possibilita diferentes transformações dos objetos matemáticos. Duval (2018) argumenta que o primeiro requisito cognitivo para aprender Matemática é a capacidade de reconhecer e usar pelo menos duas representações diferentes do mesmo objeto sem confundi-lo com o conteúdo da representação. Damm (2008) consolida que a aprendizagem dos objetos matemáticos só é feita pela coordenação dos registros de representação por parte sujeito que a assimila. Dessa forma, maior será a apreensão de um objeto pelo aluno, quanto maior for a sua mobilidade com diferentes registros.

Na TRRS há outros dois termos essenciais, a semiose e a noesis. “Se é chamada “semiose” a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e “noesis” a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose” (DUVAL, 2012, p. 270). Portanto, é possível notar que não existe noesis sem semiose, dado que só se tem acesso ao objeto matemático por meio de sua representação.

Com relação à semiose, para que um sistema semiótico seja um registro de representação é preciso permitir as três atividades cognitivas fundamentais: a formação de uma representação identificável, que deve seguir as regras e características do registro usado; o tratamento, que se refere à transformação de uma representação dentro do mesmo registro em que esta representação foi formada, ou seja, é uma transformação interna a um registro; e a conversão, trata-se da transformação de uma representação semiótica em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou parte do objeto abordado, ou seja, é a transformação externa ao registro.

De acordo com Duval (2011), existem dois tipos de transformações de representações semióticas que são radicalmente diferentes: os tratamentos e as conversões. Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo de uma raiz da função usando somente o sistema de escrita algébrico. As conversões são transformações de representações que consistem em mudança de registro mantendo os objetos em evidência, por exemplo: identificar a lei de uma função e convertê-la para representação gráfica (DUVAL, 2011). O tratamento está relacionado à forma e não ao conteúdo da representação, dessa maneira, pode haver duas representações diferentes que exigem tratamentos diferentes para o mesmo objeto matemático (DAMM, 2008).

Figura 1 - Exemplo de Tratamento

$$\boxed{y-2ax+b=0 \xrightarrow{\text{Tratamento}} y=+2ax-b}$$

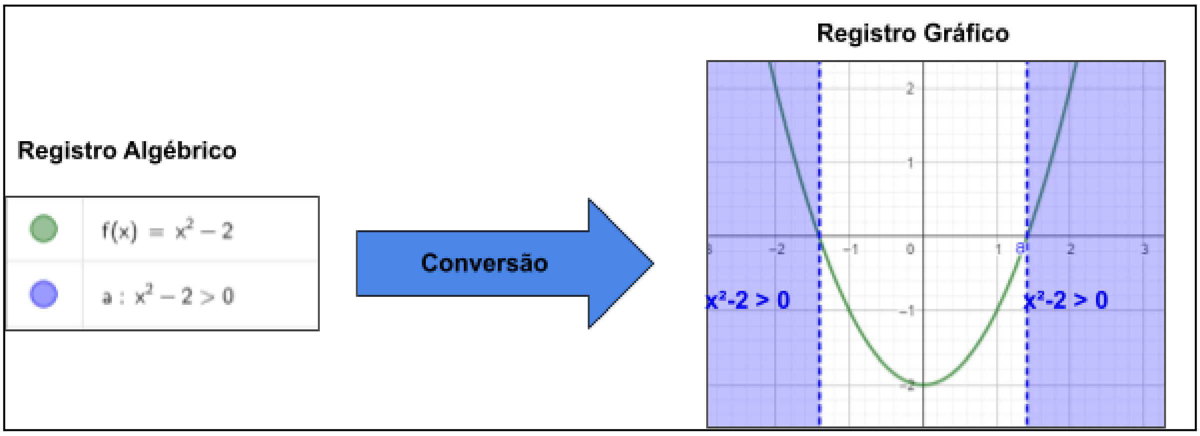
Fonte: Elaboração própria.

Quanto às formas de tratamento de uma representação, Duval destaca a paráfrase, a inferência, o cálculo, a reconfiguração e a anamorfose:

> A paráfrase e a inferência são formas de tratamento em língua natural. O cálculo é uma forma de tratamento próprio das expressões simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo proposicional...). A reconfiguração é um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas: é uma das numerosas operações que dá ao registro das figuras o seu papel heurístico. A anamorfose é uma forma de tratamento que se aplica a toda representação figural (DUVAL, 2012, p. 272)

A conversão não deve ser confundida com outras duas atividades que podem parecer bem próximas: a interpretação e a codificação. A interpretação implica em uma mudança de quadro teórico, não em uma mudança de registro. Já a codificação pode ser entendida como uma "transcrição" de um registro de representação em outro, utilizando sucessivas regras de substituição (DUVAL, 2012).

Figura 2 - Exemplo de conversão



Fonte: Elaboração própria.

De acordo com Duval (2003), se a atividade de conversão fosse simplesmente uma codificação de informações, a conversão seria uma das formas mais simples de tratamento, pois bastaria aplicar algumas regras de correspondência para "traduzir" as informações. A atividade de conversão exige custos cognitivos muito mais elaborados que uma simples codificação.

> A atividade cognitiva de conversão de uma representação possa, muitas vezes, parecer ser estreitamente ligada a uma interpretação ou a um código, ela lhe é irredutível, porque, por um lado, ela não se funda sobre alguma analogia, como no caso da interpretação e, por outro lado, a conversão não pode ser obtida pela aplicação de regras de codificação. (DUVAL, 2012, p. 273)

No que concerne a conversão de uma representação, os tipos destacados por Duval são a ilustração, a tradução e a descrição:

> A ilustração é a conversão de uma representação linguística em uma representação figural. A tradução é a conversão de uma representação linguística numa língua dada, em outra representação linguística de outro tipo de língua. A descrição é a conversão de uma representação não verbal (esquema, figura, gráfico) em uma função linguística. (DUVAL, 2012a, p. 272).

Entre as atividades cognitivas, conversão, tratamento e codificação, somente o tratamento e a formação de uma representação identificável são ensinados em Matemática (DUVAL, 2012). Em muitos casos é considerado que a conversão acontece naturalmente desde que se saiba formar representações e tratá-las, mas, na prática, a conversão dos registros de representação é o que se mostra a maior fonte de dificuldades na aprendizagem em Matemática (DAMM, 2008).

O obstáculo na aprendizagem pode aumentar na conversão entre o registro algébrico e o registro gráfico (DUVAL, 2012). O autor ainda afirma que as dificuldades em Matemática não são por conta dos conceitos, mas da falta de conhecimento das correspondências semióticas entre o registro gráfico e o algébrico (DUVAL, 2012). A condição para a compreensão em Matemática é dada pela articulação dos diferentes registros de representação (DUVAL, 2003).

É importante apresentar um objeto em formas diferentes de registros, uma vez que é justamente a transformação de um tipo de registro para outro que permite a compreensão efetiva do objeto, de modo a não ser confundido com sua representação ou mesmo limitado a uma única representação.

Duval (2009, p. 22) enfatiza que "[...] é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em Matemática, e não o inverso, qual seja, o "enclausuramento" de cada registro".

2.3 O uso de tecnologias digitais no ensino de matemática

Com o avanço tecnológico, o acesso à *internet* vem se tornando cada vez mais comum entre a população, e era de se esperar que a Educação também fosse influenciada. Camas (2013) verifica que o uso das tecnologias digitais aumenta o número de informações disponíveis e novas formas de comunicação podem ser introduzidas no sistema escolar. Os PCN já enfatizavam a importância dos recursos tecnológicos para a educação, visando a melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem (BRASIL, 1998).

Para Motta e Silveira (2012), a formação inicial é fundamental para que a transferência entre as tecnologias digitais e os conteúdos matemáticos ocorram de forma a apresentar subsídios teóricos e metodológicos para o uso das ferramentas tecnológicas no ensino.

Dentre as potencialidades que as tecnologias digitais podem oferecer, é possível mencionar a exploração das múltiplas representações como: imagens, tabelas, gráficos, dentre outros elementos da interface que podem potencializar a aprendizagem; as possibilidades de construção de gráficos com rapidez e agilidade; o acesso mais fácil à informação; assim como a viabilização da comunicação e da interação entre pessoas (CASTRO, 2016).

Basso e Notare (2015) defendem que a tecnologia também pode, quando bem utilizada, desencadear o pensamento matemático, trazendo aos alunos um cenário de manipulação e representação de objetos antes imprecisos. Com isso, o professor tem na tecnologia uma grande aliada para trazer seu aluno para mais próximo da disciplina, pois é notório o envolvimento das crianças e adolescentes cada vez maior com as tecnologias digitais.

Castro (2016) explica que, a depender da mediação, as tecnologias podem favorecer a construção de significados, possibilitando o engajamento dos estudantes. Ao trabalhar com situações reais e em contextos investigativos, por exemplo, pode-se “[...] oportunizar a experimentação de ideias, o levantamento de hipóteses e a formulação de conjecturas” (CASTRO, 2016, p. 198).

Partindo das mudanças oriundas do uso dos recursos de informática educativa no ensino e aprendizagem de Matemática no contexto escolar, os professores vêm buscando o desenvolvimento por meio de formações que tenham como prioridade a utilização dos recursos tecnológicos nas práticas pedagógicas.

Apesar de apenas isso não garantir a efetividade do processo educacional, conforme afirma Papert (2008, p.70), “[...] muito mais do que 'treinamento', é necessário que os professores desenvolvam a habilidade de beneficiarem-se da presença dos computadores e de levarem este benefício para seus alunos”.

Por isso é preciso avaliar o intuito de cada atividade, sabendo escolhê-las bem e como serão trabalhadas. Nesse sentido:

> É importante, no momento de pensar em atividades com o uso de tecnologias para a sala de aula, ter claro os objetivos que queremos alcançar e escolher a tecnologia de modo a atendê-los, ao invés de simplesmente utilizar a tecnologia para tornar a aula mais atraente, mas de forma tangente e superficial, ou até mesmo prejudicial. (BASSO; NOTARE, 2015, p. 4)

Com o ambiente informatizado, torna-se possível ao aluno analisar as informações de um conhecimento prévio e aplicá-lo em uma determinada situação-problema proposta pelo professor, com ou sem o seu auxílio. Logo, a combinação de possibilidades de interação é ampliada, diversificando a linearidade de raciocínio, entendendo a informática como extensão da memória, desafiando os modos de pensar e se comunicar (BORBA; PENTEADO, 2007).

O uso da tecnologia no campo educacional aponta alguns paradigmas quando se é utilizada. Baranauskas *et al.* (2005, p. 46) argumentam que "[...] no caso do uso educacional, a mesma tecnologia que torna possível automatizar métodos tradicionais de ensino e aprendizagem tem também ajudado a criar novos métodos e a redefinir vigentes objetivos educacionais".

No que tange à Educação Matemática, não podemos restringi-la apenas a saberes matemáticos, deve-se avaliar de que forma estes saberes estão conectados direta ou indiretamente no processo de ensino e de aprendizagem em Matemática. Extrapolando, assim, o conceito de apenas transmitir conteúdos, mas centrar-se na prática pedagógica, englobando as relações entre ensino, aprendizagem e o conhecimento matemático, investigando de que forma o estudante compreende e se apropria de tais conteúdos matemáticos (PARANÁ, 2008).

Para Tajra (2012), a utilização das tecnologias tem sido objeto de vários estudos no campo educacional, proporcionando modificações e reestruturações do processo educacional. Conforme destacam Motta e Silveira (2012), espera-se que os cursos de Licenciatura em Matemática promovam em suas matrizes curriculares maior ênfase na formação pedagógica e no uso adequado das tecnologias digitais, promovendo um diálogo entre as disciplinas específicas e as práticas.

Com isso, o uso dos recursos tecnológicos digitais pode vir a ser de grande importância no processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos, principalmente se planejado anteriormente, para que sejam usados como estimulador de ideias, e não somente como ferramenta para encontrar respostas simples. Em relação a outras áreas do conhecimento, esta disciplina tem possibilidades em relação a aplicativos que podem auxiliar no ensino, como, por exemplo, GeoGebra, Regra e Compasso, Winplot, entre outros.

Acerca do *software* GeoGebra, os PCNEM dizem que:

> Para o estudo das funções (...) tem-se uma grande variedade de programas de expressão. [...]. Os recursos neles disponibilizados facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, e isso ajuda o aluno a entender o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto-solução de uma equação – inequação (BRASIL, 2006, p. 89).

Duval (2003) nos diz que para o aluno ter conhecimento sobre um objeto, ele precisa manipulá-lo em duas linguagens diferentes. No contexto deste trabalho, as linguagens dominantes foram a algébrica e a gráfica. No *software* GeoGebra, pode-se visualizar duas representações diferentes do mesmo objeto que interagem entre si por possuir ferramentas que trabalham a geometria e álgebra simultaneamente.

O GeoGebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um *software* livre de Geometria Dinâmica criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula, o projeto teve início em 2002 na Universidade de Salzburg e continua o desenvolvimento na Universidade Atlântica da Flórida.

É um *software* livre, gratuito e multiplataforma. Está disponível para todos os sistemas operacionais (Linux, Mac OS, Windows, Android e iOS) e pode ser utilizado on-line, pelo site oficial[1], ou off-line, em computadores, tablets e celulares. Segundo Bortolossi (2016), o GeoGebra tornou-se o *software* de Matemática Dinâmica mais utilizado em cursos de formação de professores. É líder em sua área, favorecendo a educação em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (GEOGEBRA, 2018a).

O programa reúne as ferramentas tradicionais de Geometria, com as mais avançadas da Álgebra e do Cálculo. Assim, a "[...] característica mais destacável do GeoGebra é a percepção dupla dos objetos: cada expressão na janela de Álgebra corresponde a um objeto na Zona de Gráficos e vice-versa" (HOHENWARTER, 2007, p. 1). O *software* possibilita a visualização do mesmo

[1] https://www.geogebra.org

objeto em duas de suas representações, o que pode desprender o sujeito do "enclausuramento" de registro, que Duval (2013) aponta ser um grande obstáculo dos alunos em diferentes níveis de ensino.

Considerando o exposto, pode-se concluir que o *software* GeoGebra é um ótimo recurso tecnológico para proporcionar as conversões de registros, corroborando na contribuição na aprendizagem das inequações produto.

2.4 Trabalhos Relacionados

Almejando um maior aprofundamento no tema da pesquisa, foram realizadas buscas para localizar trabalhos que tivessem temáticas próximas a da presente pesquisa. No dia 29 de março de 2022, foram feitas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), utilizando das palavras-chave "Registro de Representação Semiótica" and "inequação", resultando em 6 trabalhos na BDTD . O critério para a escolha dos trabalhos foi: (i) ano de publicação: de 2016 a 2022 e (ii) Similaridade com o tema desta monografia. Com isso foram selecionados dois dos seis trabalhos: Travassos (2018) e Queiroz (2021).

No dia 2 de abril de 2022, foram feitas no Google Acadêmico, utilizando das palavras-chave "Representação Semiótica" and "inequação", resultando em 42 trabalhos. Devido ao grande número de trabalhos encontrados foi refeita a pesquisa, dessa vez utilizando as palavras-chave "Registro de Representação Semiótica" and "inequação" e houve um retorno de 15 trabalhos. O critério para a escolha dos trabalhos foi: (i) ano de publicação: de 2019 a 2022 e (ii) Similaridade com o tema desta monografia. Com isso foi selecionado o trabalho: Rocha (2019).

A seguir, será apresentada cada uma das três pesquisas feitas e seus respectivos resultados.

2.4.1 Um estudo sobre o conceito de inequação com licenciandos em matemática: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica

O primeiro trabalho a ser abordado é a dissertação "Um estudo sobre o conceito de inequação com licenciandos em matemática: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica", escrito por William Barbosa Travassos, publicado em 2018.

A partir de um trabalho desenvolvido na graduação em 2013, por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) a respeito dos sistemas de equações lineares no Ensino Médio, o autor decidiu iniciar a produção de trabalhos científicos voltados para a Álgebra. Após perceber que o resultado desses estudos demonstram a falta de conhecimento dos alunos no que tange às diferentes representações do conceito de sistema linear, além da dificuldade em realizar conversões entre os diferentes registros, o autor desenvolveu outros trabalhos relacionados ao estudo da Álgebra, incluído o presente trabalho que tem como finalidade relacionar os diferentes registros de representações semiótica com o conceito de inequação com estudantes do Ensino Superior do curso de Licenciatura em Matemática. Assim, a pesquisa tem como objetivo "[...] Analisar o desempenho de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática em atividades relacionadas às inequações de 1º grau e suas diferentes representações (TRAVASSOS, 2018, p.17). Buscando atender a esse objetivo, o trabalho apresenta uma natureza exploratória de caráter quanti-qualitativa. A sequência didática foi baseada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

Para iniciar a pesquisa, o autor optou pelo estudo piloto que teve como objetivo verificar e analisar o *feedback* das atividades de cada instrumento e dispôs como sujeitos de pesquisa acadêmicos da graduação em Licenciatura em Matemática (período noturno) da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR. Ao todo, foram seis participantes dos diferentes anos da graduação, sendo uma acadêmica do 1º ano, um acadêmico do 2º ano, uma acadêmica do 3º ano e três acadêmicos do 4º ano, o presente trabalho aconteceu em um momento, distribuído em algumas etapas.

Para a coleta de dados foram utilizados três instrumentos de pesquisa: 1, 2 e 3. Todos os instrumentos de pesquisa eram blocos de exercícios, nos quais o pesquisador avaliava a linguagem natural; a identificação e interpretação das unidades significantes; e as conversões entre os registros de representação semiótica relacionadas ao conceito de inequação do 1º grau. O objetivo dessa coleta foi identificar o desempenho dos estudantes a respeito do conceito de inequação do 1° grau com uma variável, utilizando os diferentes registros de representação semiótica.

Ao fim do trabalho, o pesquisador evidenciou que grande parte dos acadêmicos tinham dificuldades na realização de operações de tratamento referentes ao conceito de inequações e a contextualização de problemas envolvendo o mesmo, fato esse que foi evidenciado nos instrumentos de pesquisa 1, 2 e 3. Isso está relacionado à compreensão do problema pelo acadêmico, de modo que a maioria das unidades significantes são identificadas e convertidas, porém de maneira inadequada com o contexto estabelecido. Duval (2003, 2009) destaca a importância da articulação entre o “ir” e “vir” de uma conversão, a fim de que o aluno não saiba apenas um sentido da conversão, mas que possa realizar o inverso caso necessário. Logo, a pesquisa indicou erros e dificuldades que poderão contribuir para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de inequações e a melhorar o nível conceitual dos licenciandos em Matemática acerca das inequações.

Os pontos semelhantes com essa pesquisa são: o uso da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval (2009) e o público-alvo. Os pontos distintos são: a utilização de *software* de Geometria e o tema, que neste trabalho será inequação produto.

2.4.2 As representações semióticas no estudo de inequações no Ensino Médio

A dissertação intitulada “As Representações Semióticas no Estudo de Inequação no Ensino Médio’’, escrita por Diego Queiroz da Silva e publicada em 2021, teve como objetivo analisar o desempenho dos alunos de uma turma da 1ª série do Ensino Médio acerca da inequação do 1º grau em um processo de ensino-aprendizagem pautado na conversão de registros de representação semiótica.

Buscando inserir no processo de ensino-aprendizagem o conceito de inequação do 1° grau, abordando diversas formas de representação semióticas, foi elaborada a seguinte questão de pesquisa: quais as implicações no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do 1° grau ao se trabalhar priorizando a conversão de registros de representação semiótica em uma turma da 1ª série do Ensino Médio? Para responder a essa questão de pesquisa, o autor definiu como objetivo de pesquisa analisar o desempenho dos alunos de uma turma da 1ª série do Ensino Médio ao se abordar o objeto matemático inequação do 1º grau em um processo de ensino-aprendizagem pautado na conversão entre os registros de representação semiótica.

A pesquisa foi de natureza qualitativa e teve seu planejamento traçado em um contexto de ensino remoto, envolvendo a análise de registros escritos e entrevistas com os alunos, envolvidos com a resolução de tarefas propostas. Devido ao contexto remoto, dos 40 alunos da turma, apenas oito alunos participaram até o final. A pesquisa realizou as seguintes etapas: (i) Atividade diagnóstica, (ii) Análise do livro didático, (iii) Protocolos de tarefa e (iv) Análise dos dados.

As aulas aconteceram pela plataforma de videochamada *Teams* e o avanço dos conteúdos aconteceram de maneira mais lenta, quando comparado ao presencial. O professor aplicou uma atividade diagnóstica a fim de identificar os conteúdos que os alunos mais tinham dificuldades. Como resultado, ele percebeu a disparidade em relação aos conhecimentos dos alunos, sendo que poucos tiveram desempenho satisfatório.

O livro utilizado foi "Conexões com a Matemática" da Editora Moderna, 2016, volume 1. O autor concluiu que o livro aborda o objeto matemático inequação de forma tecnicista. Dessa forma, segundo Fiorentini (1995), tal característica, infere que o professor e o aluno ocupem uma posição acessória, constituindo meros executores de um processo.

O protocolo das tarefas foi dividido em cinco encontros diferentes. Os encontros tiveram como foco que os alunos fizessem a relação entre as linguagens algébrica, natural e geométrica, utilizando o tratamento do Registro de Representação Semiótica acerca das inequações do 1° grau.

Após a análise do protocolo de pesquisa nas quatro tarefas aplicadas e a avaliação, foi possível comprovar um desempenho baixo dos alunos na maior parte das questões. Entretanto, o autor destaca que foi adequado desenvolvimento dos alunos tendo vista a evolução durante as atividades e destaca que o uso das Representações Semióticas foi importante no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do 1º grau considerando que muitos desses alunos sequer conheciam o objeto inequação.

Além disso, os alunos apresentaram dificuldades na distinção dos símbolos de menor (<) e maior (>) na representação gráfica de uma inequação. No entanto, analisamos como satisfatório o desempenho dos alunos, tendo em vista a evolução no desempenho entre as atividades de mesmo custo cognitivo.

Por fim, o autor revela que o desempenho dos alunos se dá pelo fato do contexto pandêmico e as aulas remotas influenciaram nos resultados obtidos. Assim sendo, a pesquisa mostrou a necessidade de investir no processo de comunicação pela linguagem matemática, tanto em nível oral quanto escrito, para que os alunos construam significados sobre o conceito de inequação.

A Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval (2009) no estudo da inequação do 1° grau é uma semelhança com este trabalho monográfico. Em contrapartida, esta pesquisa fará uso do *software* de geometria GeoGebra e tem como tema inequação produto.

2.4.3 Aprendizagem de inequações no Ensino Médio: um estudo com o *software GrafEq* e os registros de representação semiótica

O trabalho de conclusão de curso "Aprendizagem de inequações no Ensino Médio: um estudo com o *software GrafEq* e os Registros de Representação Semiótica'', escrito por Juliana Paim Rocha e publicado em 2019.

Partindo do incômodo da autora em relação as inequações durante a faculdade e sabendo das possibilidades que o *software* disponibilizaria, foi elaborada a seguinte questão de pesquisa: como os estudantes do Ensino Médio mobilizam diferentes Registros de Representação Semiótica no estudo de inequações em atividades com o *software GrafEq*? Para responder a essa questão de pesquisa, a autora definiu como objetivo verificar como os estudantes transitam entre os registros algébricos e o gráfico no processo de compreensão de inequações, em concordância com a Teoria de Raymond Duval.

A pesquisa foi de natureza qualitativa e teve seu planejamento metodológico estruturado em quatro capítulos, sendo o segundo os referenciais teóricos. Foi feita uma síntese da Teoria de Duval sobre os Registros de Representação Semiótica e discutido como o conteúdo de inequações é trabalhado nos livros didáticos. Logo após, foi analisado o potencial tecnológico na aprendizagem de matemática, especialmente com a utilização do *software GrafEq*, sendo logo em seguida apresentada uma investigação de trabalhos relacionados a essa pesquisa.

No terceiro capítulo é apresentada a metodologia adotada com base em Bogdan e Biklen (1994), assim como as atividades que foram elaboradas e aplicadas nesse respectivo estudo, que foram organizadas em duas etapas. A primeira, realizada em sala de aula, constituiu uma folha de atividades, na qual foram trabalhadas diferentes variáveis visuais de funções e foi proposta a construção de algumas inequações, com o objetivo de observar quais seriam as construções dos alunos ao se deparar com as inequações. Na segunda parte, realizada no Laboratório de Informática, os participantes utilizaram o *GrafEq,* com o objetivo de construir diferentes objetos matemáticos. No quarto capítulo, foram analisados os dados produzidos, sob a luz da Teoria de Duval sobre os Registros de Representação Semiótica.

Os resultados obtidos por meio das análises feitas a partir dos dados coletados foram que o *software GrafEq* tem potencial para os alunos compreenderem os diferentes objetos matemáticos e visualizarem o que uma inequação representa no plano cartesiano, podendo construir a própria aprendizagem matemática por meio de um dinamismo diferenciado do *software*.

Os pontos convergentes com essa pesquisa são: o uso da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2009) e a utilização de um *software* de Geometria. Os pontos divergentes são: o *software* de Geometria a ser utilizado, o público-alvo e o conteúdo de inequações produto.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo são apresentados os aspectos metodológicos desta monografia, os quais abordam as principais características da pesquisa e estão divididos em: (i) Caracterização de pesquisa; (ii) Elaboração da proposta didática e; (iii) Elaboração dos Questionários.

3.1 Caracterização da pesquisa

Visando uma melhor compreensão do percurso metodológico adotado neste trabalho de conclusão de curso, apresenta-se novamente o objetivo geral: Investigar as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, com o auxílio do *software* GeoGebra para o estudo de inequação produto, na formação de futuros professores de Matemática.

A abordagem desta pesquisa foi de cunho qualitativo, que tem predominado nas pesquisas em Educação Matemática (BICUDO, 2012; COMETTI, 2018). A pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização (GERHARDT; SILVEIRA, 2009).

Para Guerra (2014), na abordagem qualitativa o pesquisador não se preocupa com representações numéricas, nem generalizações, e sim com a compreensão dos fenômenos estudados. Desse modo, nesse tipo de abordagem, existe a interpretação e explicação do pesquisador.

> [...] na pesquisa qualitativa, o importante é a objetivação, pois durante a investigação científica é preciso reconhecer a complexidade do objeto de estudo, rever criticamente as teorias sobre o tema, estabelecer conceitos e teorias relevantes, usar técnicas de coleta de dados adequadas e, por fim, analisar todo o material de forma específica e contextualizada. (MINAYO, 2008 apud GUERRA, 2014, p. 12).

Esta pesquisa, além de utilizar uma abordagem qualitativa, também adotou a intervenção pedagógica, que tem como objetivo a implementação de mudanças, inovações para desenvolver melhorias e novas descobertas nos processos de ensino e de aprendizagem, como também a avaliação dos efeitos dessas mudanças (DAMIANI, et al., 2013).

Damiani (2012, p. 2) afirma que “[...] as intervenções em Educação, em especial as relacionadas ao processo de ensino/aprendizagem, apresentam potencial para, simultaneamente, propor novas práticas pedagógicas (ou aprimorar as já existentes), produzindo conhecimento teórico nelas baseado.”

Em virtude do caráter qualitativo da pesquisa, foram selecionados para a coleta de dados os seguintes instrumentos: 1) respostas obtidas nas atividades da sequência didática; 2) observações feitas em sala de aula no decorrer da aplicação e; 3) questionários.

Durante as atividades propostas e as respostas descritas pelos alunos neste trabalho, também foi utilizada a observação. Segundo Gil (2008), a observação se torna uma parte importante durante o processo da pesquisa. Além disso, o autor ainda afirma que:

> A observação apresenta como principal vantagem, em relação a outras técnicas, a de que os fatos são percebidos diretamente, sem qualquer intermediação. Desse modo, a subjetividade, que permeia todo o processo de investigação social, tende a ser reduzida. (GIL, 2008, p. 100).

A partir disso, com a observação, o pesquisador consegue coletar os dados durante a pesquisa para serem analisados e interpretados com finalidade de controle de validade e precisão (GIL, 2018).

Considerando o uso dos questionários, Gil (2008), argumenta que tal instrumento é uma técnica de investigação constituída por uma série de questões, nas quais algumas pessoas são submetidas. O objetivo é reunir determinadas informações como crenças, conhecimentos, valores, sentimentos, expectativas, temores, etc. Desse modo, “[...] as respostas a essas questões é que irão proporcionar os dados requeridos para descrever as características da população pesquisada ou testar as hipóteses que foram construídas durante o planejamento da pesquisa.” (GIL, 2008, p. 121).

Ao utilizar o questionário, é possível citar vantagens na utilização desse instrumento, como a coleta de respostas rápidas e precisas, o anonimato das respostas e por consequência disso a liberdade e segurança fornecida ao respondente, menor risco de distorção dos resultados, dada a não influência do pesquisador; mais tempo para ser respondido e em um horário mais confortável; uniformidade das respostas obtidas; dentre outros (GERHARDT; SILVEIRA, 2009).

O questionário conta com perguntas abertas, fechadas e mistas. As perguntas abertas são aquelas que o informante pode responder livremente, possibilitando uma ampla liberdade de resposta (GERHARDT; SILVEIRA, 2009). As perguntas fechadas são aquelas em que é solicitado escolher uma opção dentre as disponibilizadas em uma lista, assinalando aquela que melhor corresponder à resposta desejada. Essas perguntas são comumente utilizadas devido à uniformidade conferida às respostas e à facilidade do seu processamento (GERHARDT; SILVEIRA, 2009).

Gil (2008) também conclui que as perguntas fechadas trazem o risco de não abordarem todas as opções de respostas relevantes para aquela pergunta. Por fim, temos as questões mistas que, de acordo com Gerhardt e Silveira (2009, p. 70) "[...] são aquelas em que, dentro de uma lista predeterminada, há um item aberto, por exemplo, 'outros'."

3.2 Elaboração da Sequência Didática

A proposta didática é elaborada visando a aplicação em uma turma de 2° período de um curso de Licenciatura em Matemática, visto que o conteúdo de inequação produto é conteúdo requisito para participação da proposta.

Diante do exposto, a sequência didática é divida em quatro partes: Questionário Inicial (Apêndice A), Atividade Dia 1 (Apêndice B), Atividade Dia 2 (Apêndice C) e o Questionário Final (Apêndice D). A proposta didática é elaborada para ser aplicada em dois dias, sendo cada dia com duas horas/aula.

O primeiro dia inicia-se com a entrega do questionário inicial, que tem o objetivo de verificar o perfil dos participantes. Em seguida, a Atividade Dia 1 tem o objetivo de revisar o conteúdo de função do 1º e 2º grau, inequação do 1º e 2º grau e inequação produto. Neste momento, espera-se que os alunos resolvam as questões da maneira como aprenderam, entretanto, pretende-se instigar discussões sobre possíveis respostas em diferentes linguagens.

No segundo dia, a Atividade Dia 2 introduz o *software* Geogebra e as ferramentas necessárias para a realização das atividades, que tem como objetivo mostrar a representação gráfica, por meio do *software*, das inequações produto. Espera-se que os alunos relacionem o quadro de sinais, utilizado na resolução algébrica, com os gráficos representados. Dessa maneira, a proposta é que os alunos transitem entre as linguagens algébrica e gráfica.

3.2.1 Atividades Dia 1

Nesta primeira atividade, composta de seis questões, tem-se o objetivo de fazer a revisão dos conteúdos de Função e Inequação do 1° grau.

As atividades do dia 1 tem como objetivo revisar os conteúdos de inequação do 1° e 2° grau. Além disso, permite a sondagem para verificação das dificuldades e conhecimentos sobre o conteúdo a ser abordado, visto que tais fundamentos são necessários para a resolução e interpretação gráfica da inequação produto.

A questão 1 é dividida em 6 itens, inicialmente as letras A e B (Figura 3), tendo como objetivo que os participantes expliquem o significado do coeficiente angular de uma função do primeiro grau, sendo dada a função e em seguida é pedido para os licenciandos calcularem o(s) zero(s) da função.

Figura 3 - Questão 1 letras A e B

1) Considerando a função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = x + 2$, responda.
a) $f(x)$ é crescente? Por quê?

b) Qual(is) o(s) zero(s) da função $f(x)$?

Fonte: Elaboração própria.

O item C tem como objetivo o trato algébrico das inequações e a determinação do intervalo pedido. Já a letra D, é a continuação da questão anterior, nela é solicitando a representação da resposta anterior em mais de uma maneira. Por fim, a letra E tem o mesmo objetivo da letra C, porém o intervalo pedido é diferente .

Figura 4 - Questões 1 Letra C, D e E

c) Para qual(is) valore(s) de x a função $f(x) > 0$?

d) Qual a solução da inequação acima? Descreva o conjunto solução de duas formas diferentes.

e) Para quais valores de x a função $f(x) < 0$?

Fonte: Elaboração própria.

A letra F (Figura 5) objetiva estabelecer a relação entre a parte algébrica, a função maior que zero, e a representação geométrica das inequações no plano cartesiano, bem como as implicações do sinal da inequação no gráfico, nesse caso o sinal de maior ou igual e menor ou igual. Além disso, espera-se que essa análise auxilie o licenciando nas próximas atividades.

Figura 5 - Questão 1 letra F

f) Marque no eixo x o intervalo em que:

1) $f(x) \geq 0$ 2) $f(x) \leq 0$

Fonte: Elaboração própria.

Neste momento, iniciam-se os estudos da função e inequação do segundo grau. A atividade tem início com os licenciandos resolvendo livremente as questões, após os participantes terminarem as resoluções, é discutido o significado do coeficiente quadrático no gráfico, o significado das inequações e a sua representação gráfica na função quadrática.

A questão 2 (Figura 6) tem por objetivo estudar a inequação e função do 2° grau. Sendo assim, é trabalhado o formato do gráfico da função do segundo grau, o coeficiente quadrático e a sua influência no gráfico. Analisa-se, também, como as raízes se comportam nesse tipo de função e os intervalos nos quais a função assume valores positivos e negativos, além de relacionar esses intervalos com suas respectivas inequações e soluções.

Figura 6 - Questão 2

2) Considere a função $p(x) = x^2 + 4x + 3$, definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, responda:

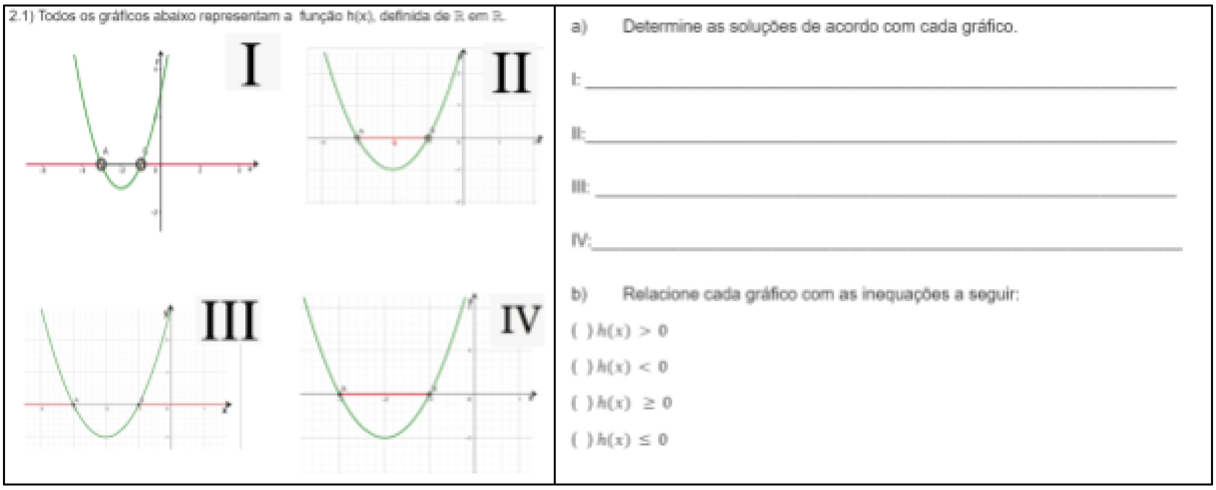
a) Qual nome da curva da função $p(x)$?
b) Qual relação do sinal do coeficiente quadrático e o gráfico?
c) Em qual momento a curva assume valores positivos e negativos, ou seja, onde $p(x) > 0$ e $p(x) < 0$? Determine a solução.

Fonte: Elaboração própria.

Para iniciar a questão 2.1, realiza-se a construção dos gráficos no Geogebra e sugere-se que seja mostrado aos alunos por meio de um projetor, a fim de facilitar a visualização e entendimento da questão.

Na questão 2.1 (Figura 7), é proposto trabalhar a conversão entre as linguagens algébricas e geométricas, para isso, são apresentados quatro gráficos. Cada gráfico representa intervalos diferentes de função do segundo grau e a parte destacada em vermelho representa um intervalo, com isso, o aluno precisa representar cada intervalo e relacionar com as inequações correspondentes. O licenciando a todo momento precisa fazer a conversão de cada intervalo e assinalar cada um a sua respectiva inequação.

Figura 7 - Questão 2.1


2.1) Todos os gráficos abaixo representam a função h(x), definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.

a) Determine as soluções de acordo com cada gráfico.

I: __________

II: __________

III: __________

IV: __________

b) Relacione cada gráfico com as inequações a seguir:

( ) $h(x) > 0$

( ) $h(x) < 0$

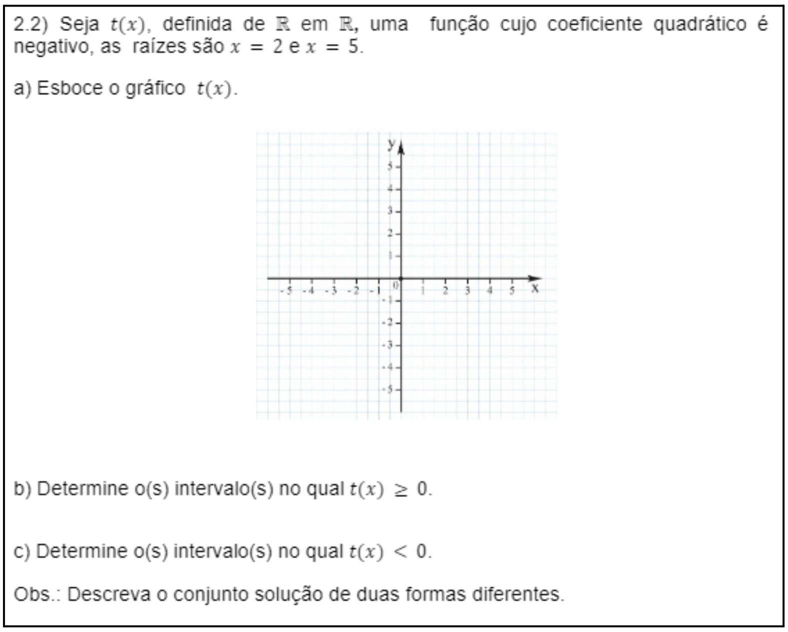
( ) $h(x) \geq 0$

( ) $h(x) \leq 0$

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, a questão 2.2 (Figura 8) tem o objetivo de determinar, a partir das raízes dadas e do coeficiente quadrático especificado, o esboço do gráfico, o intervalo das inequações dadas e o conjunto solução de duas formas diferentes. A questão 2.2 tem o objetivo análogo à questão 2, contudo, diferencia-se pelo fato que nessa questão não é dada a função, apenas o coeficiente quadrático e as raízes.

Figura 8 - Questão 2.2


2.2) Seja $t(x)$, definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, uma função cujo coeficiente quadrático é negativo, as raízes são $x = 2$ e $x = 5$.

a) Esboce o gráfico $t(x)$.

b) Determine o(s) intervalo(s) no qual $t(x) \geq 0$.

c) Determine o(s) intervalo(s) no qual $t(x) < 0$.

Obs.: Descreva o conjunto solução de duas formas diferentes.

Fonte: Elaboração própria.

Para finalizar as atividades do primeiro dia, a questão 3 (Figura 9) tem o objetivo de verificar se os alunos conseguem utilizar todos os conceitos revisados e aplicá-los para resolver as inequações produto, além disso, as inequações produto do dia 1 é o ponto de partida para iniciar as questões do segundo dia.

Figura 9 - Questão 3 revisada

3) Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações produto:

a) $(x + 2) \cdot (2x + 1) > 0.$

b) $(x^2 + 4x + 2) \cdot (x + 1) \leq 0$

Fonte: Elaboração própria.

3.2.2 Atividades Dia 2

No segundo encontro, é introduzido o *software* GeoGebra e todas as instruções necessárias para executar as atividades do dia 2, finalizando com a aplicação do questionário final. Em ambos os encontros, é primordial a atenção dos pesquisadores referente às possíveis dúvidas e que estejam de prontidão para assumirem a posição de mediadores das atividades, auxiliando e orientando conforme as necessidades.

A primeira atividade do dia 2 é refazer as inequações produto do dia 1. O objetivo principal dessa atividade é relembrar os conceitos da inequação, realizar a solução das inequações em mais de uma linguagem e sanar possíveis dúvidas sobre o conteúdo.

A segunda atividade do dia 2 tem como objetivo apresentar o *software* GeoGebra para os licenciandos e as suas principais ferramentas necessárias para as atividades posteriores. Após a ambientação são apresentadas funções no registro algébrico e, através de um software de construção de gráficos, o Geogebra, é solicitado para os alunos construírem os gráficos dessas funções, ou seja, haverá uma transformação de conversão do registro algébrico para o registro gráfico e anotarem as informações necessárias dessas conversões.

Figura 10 - Apresentação do *software* GeoGebra

Inequação produto utilizando o *software* Geogebra

1ª Parte – Conhecendo o Software GeoGebra

GeoGebra é um software de matemática que reúne geometria, álgebra e cálculo. O seu autor é o professor Markus Hohenwarter[1] da Universidade de Salzburgo na Áustria. Por um lado, GeoGebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vectores, segmentos, retas, secções cónicas como com funções que a posteriori podem modificar-se dinamicamente. [...] Por outra parte, pode-se inserir equações e coordenadas diretamente. Assim, GeoGebra tem a potência de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vectores e pontos; permite determinar derivadas e integrais de funções e oferece um conjunto de comandos próprios da análise matemática, para identificar pontos singulares de uma função, como raízes ou extremos. Estas duas perspectivas caracterizam o GeoGebra: uma expressão na janela algébrica corresponde-se com um objecto na janela de desenho ou janela de gráficos e vice-versa.

Ao abrir o software, visualizamos a seguinte tela:
No canto superior esquerdo está a barra de ferramentas que utilizaremos no trabalho.

Mover: Esta ferramenta é utilizada para arrastar e mover objetos livres. Ao selecionar um objeto no modo Mover, pode-se apagar o objeto pressionando a tecla Delete, ou então movê-lo usando o mouse ou as setas do teclado. Também é possível ativar a ferramenta Mover pressionando a tecla ESC;

Ponto: Para criar um novo ponto, selecione esta ferramenta e em seguida clique na janela de visualização. Clicando em um segmento, reta, polígono, cônica, gráfico de função ou curva, você pode criar um ponto nesse objeto. Clicando na interseção de duas linhas criando um ponto de interseção;

Fonte: Elaboração própria.

As quatro primeiras questões do dia 2 são sobre inequações produto, as quais o aluno resolve utilizando o passo a passo descrito na apostila, com o auxílio do *GeoGebra*. Na realização da atividade, é esperado que o aluno consiga transitar entre as linguagens geométrica e algébrica. Espera-se que os participantes possam relacionar todas as informações obtidas no gráfico com toda parte algébrica, incluindo o quadro de sinais utilizado para resolução das inequações produto. A Figura 11 é a primeira questão da apostila, nessa questão é utilizada apenas funções do primeiro grau.

Figura 11 - Questão sobre inequação produto utilizando o *software* GeoGebra

i) Resolva a inequação em $\mathbb{R}$:

$$(x+2)\cdot(2x-1)>0.$$

1. Crie as funções $(x+2)\ e\ (2x-1)$.
2. Utilizando a ferramenta novo ponto , marque os zeros da função.

Como queremos que o produto das inequações seja **maior que** zero, então devemos encontrar os intervalos onde ambas as equações são **positivas** e onde ambas são **negativas**.

3. Observando o gráfico, determine onde $f(x)\geq 0\ e\ g(x)\geq 0$:________________________.

4. Delimite o intervalo encontrado acima, utilize a ferramenta semirreta no menu retas .

Como queremos que o produto das inequações seja maior que zero, teremos o intervalo aberto nas raizes.

5. Clique com o botão direito do mouse em alguma das raízes, escolha a opção **Propriedades**; em seguida, no canto superior direito, clique em **Estilo**; clique na opção **Estilo do Ponto** e escolha o **Ponto Aberto.**
6. Repita o processo 5 em todas as raízes.

Agora vamos determinar onde ambas as funções são menores que zero.

7. Observando o gráfico, determine onde $f(x)\leq 0\ e\ g(x)\leq 0$.

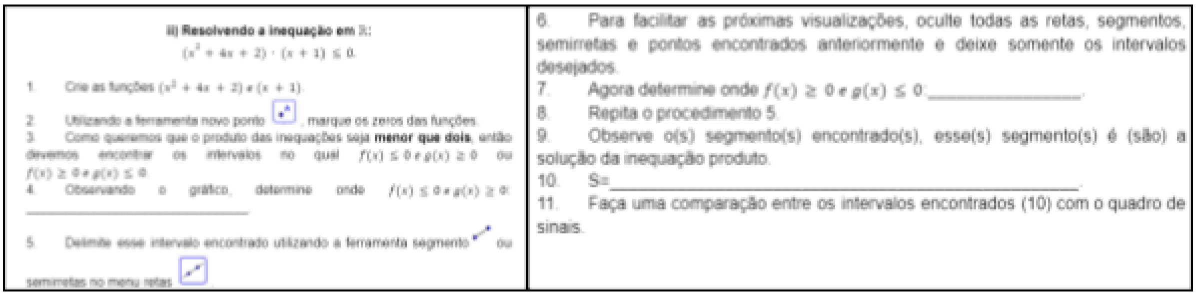
Agora foi encontrado o intervalo em que as duas funções são negativas.

8. Repita o procedimento 4 e delimite o intervalo encontrado.
9. Observe o(s) segmento(s) encontrado(s), esse(s) segmento(s) é (são) a solução da inequação produto.
10. S=____.

Fonte: Elaboração própria.

A questão ii (Figura 12), tem o mesmo objetivo da questão anterior, ela também tem o propósito, em seu último item, que o aluno relacione o quadro de sinais com o gráfico construído no GeoGebra.

Figura 12 - Questão ii



ii) Resolvendo a inequação em ℝ:

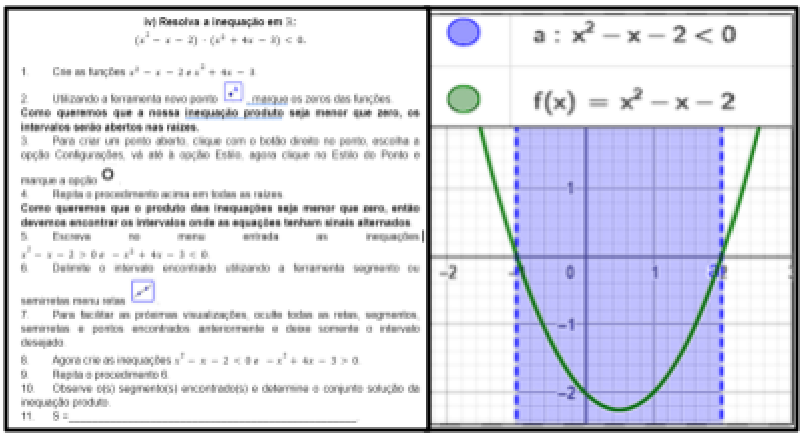
$(x^2 + 4x + 2) \cdot (x + 1) \leq 0.$

1. Crie as funções $(x^2 + 4x + 2)$ e $(x + 1)$.
2. Utilizando a ferramenta novo ponto, marque os zeros das funções.
3. Como queremos que o produto das inequações seja **menor que dois**, então devemos encontrar os intervalos no qual $f(x) \leq 0$ e $g(x) \geq 0$ ou $f(x) \geq 0$ e $g(x) \leq 0$.
4. Observando o gráfico, determine onde $f(x) \leq 0$ e $g(x) \geq 0$: ____________________
5. Delimite esse intervalo encontrado utilizando a ferramenta segmento ou semirretas no menu retas.
6. Para facilitar as próximas visualizações, oculte todas as retas, segmentos, semirretas e pontos encontrados anteriormente e deixe somente os intervalos desejados.
7. Agora determine onde $f(x) \geq 0$ e $g(x) \leq 0$: ____________________.
8. Repita o procedimento 5.
9. Observe o(s) segmento(s) encontrado(s), esse(s) segmento(s) é (são) a solução da inequação produto.
10. S= ____________________.
11. Faça uma comparação entre os intervalos encontrados (10) com o quadro de sinais.

Fonte: Elaboração própria.

O objetivo da questão 4 (Figura 13) é fazer com que o licenciado conheça mais uma ferramenta no GeoGebra, neste caso, a ferramenta de maior (>), menor (>), menor ou igual(≤) e maior ou igual (≥). Após o aluno conhecer essa ferramenta, ele pode visualizar as inequações no GeoGebra a partir de um plano, no qual é demarcado o intervalo da inequação escrita por meio de um plano. Com isso, além do licenciando conhecer mais uma ferramenta, ele também pode identificar os intervalos pedidos de mais uma forma geométrica. A Figura 14 apresenta a questão 4 é um exemplo de como é a visualização dessa ferramenta no gráfico.

Figura 13 - Questão 4



Fonte: Elaboração própria.

A questão 5 (Figura 14) apresenta uma função do quarto grau, na qual o aluno responde utilizando as ferramentas aprendidas anteriormente no GeoGebra e todos os conhecimentos obtidos nas atividades anteriores. Espera-se que o aluno observe que é possível resolver qualquer inequação observando somente com as informações obtidas no gráfico.

Figura 14 - Questão 5

v) Resolva a inequação, em $\mathbb{R}$, utilizando o geogebra: $2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4 < 0$.

Fonte: Elaboração própria.

A utilização do GeoGebra com a finalidade de resolver inequação produto pode ser algo novo para os licenciandos. Dessa forma, sugere-se que o passo a passo das primeiras questões seja feito pelo professor junto com os licenciandos, a fim de trazer diálogo com os mesmos e auxiliar na utilização desse novo recurso.

3.2.3 Elaboração dos questionários

Para realizar a coleta de dados a serem avaliados na pesquisa, é elaborado dois questionários, o inicial (Apêndice A) e o questionário final (Apêndice D), ambos são feitos por meio do Google Docs e impressos.

Os questionários são compostos por perguntas abertas, fechadas e mistas. Eles têm o objetivo de obter informações a respeito do público-alvo desta pesquisa. O questionário inicial contém perguntas fechadas e mistas e está estruturado em quatro etapas: i) coletar dados que permitam traçar o perfil dos participantes; ii) verificar a afinidade com o uso de recursos tecnológicos para fins educacionais; iii) captar informações dos participantes sobre dificuldades relativas aos conteúdos requisitos para o trato das inequações; iv) captar informações sobre alguma experiência obtida em dar aulas utilizando recursos tecnológicos.

Já o questionário final tem como objetivo obter informações a respeito das impressões dos alunos em relação à sequência didática, bem como se ela apresenta coerência em relação aos objetivos estabelecidos. Trata-se de um questionário contendo perguntas abertas e fechadas, no qual os participantes analisam a relevância da sequência proposta, o encadeamento das questões, o uso pedagógico dos recursos digitais, o uso do *software* GeoGebra, o estudo das inequações, se o trabalho em geral favorece o aprendizado da inequação produto, bem como pontos positivos e negativos.

4 RELATO DE EXPERIÊNCIA

Neste capítulo são descritos e analisados o Teste Exploratório, com as sugestões feitas pelos licenciandos em Matemática de um Instituto Federal de Educação, e a experimentação da sequência didática, realizada na turma 2º período da mesma instituição de ensino.

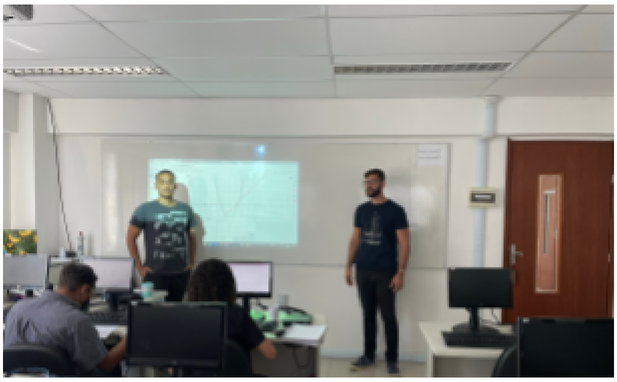
4.1 Teste Exploratório

Para realização do teste exploratório foram convidados quatro licenciandos. Ele ocorreu no dia 19 de outubro de 2022 e teve duração de 3 horas. A escolha desses licenciandos se deu de acordo com a familiaridade com a pesquisa e a proximidade com o público-alvo da pesquisa.

Dentre os quatro licenciandos que se prontificaram a participar da pesquisa, dois não puderam estar presentes no dia. Dessa forma, a análise do questionário inicial, das atividades do dia 1, das atividades do dia 2 e do questionário final foi realizada por dois participantes presentes. Cada um recebeu uma cópia impressa do material. Para a referida análise, foi solicitado que os licenciandos respondessem às atividades e anotassem as sugestões que julgassem necessárias. Para fins de referência na pesquisa, os licenciandos foram denominados E1 e E2, o que foi mantido por todo o relato da experimentação.

O teste exploratório teve início com o questionário inicial, que tinha como objetivo traçar o perfil dos licenciandos como nome, afinidade com o uso de recursos digitais e as dificuldades acerca dos conteúdos necessários para o teste.

Figura 15 - Ambientação do Teste Exploratório



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A partir dos dados coletados por meio do questionário inicial, foi possível verificar que os participantes não cursaram nenhuma faculdade anteriormente.

Foi verificado que ambos os licenciandos possuíam afinidade com recursos tecnológicos e os utilizavam para fins educacionais. Com isso, entende-se que eles conheceriam as vantagens e limitações do uso desses recursos, podendo, assim, aplicar seus conhecimentos na análise e julgamento das atividades.

A próxima parte do questionário teve como objetivo identificar as dificuldades e necessidades de aprofundar os estudos nos conteúdos requisitos necessários para realização do Teste. Foi assinalado por eles inequação produto, inequação do 1° e 2° grau e estudo dos sinais das funções.

A pergunta seguinte do questionário era se eles já utilizaram algum dispositivo móvel ou computador em sala de aula para aprender determinado conteúdo. Nessa pergunta, os licenciandos responderam que sim. Tal afirmativa corrobora com a ideia da pesquisa no que tange à avaliação das questões. Por último, os licenciandos acharam que a experiência em sala de aula com uso de tecnologias é positiva e afirmaram que a aula fica mais atrativa, melhorando a visualização e entendimento dos conteúdos.

Após a entrega do material, foi dado um tempo para que os licenciandos fizessem as questões e as devidas anotações. Posteriormente, as correções foram realizadas em blocos: o primeiro bloco foi sobre as Inequações e função do 1° grau, o segundo foi sobre Inequação e função do 2° grau, e o terceiro a respeito das inequações produto.

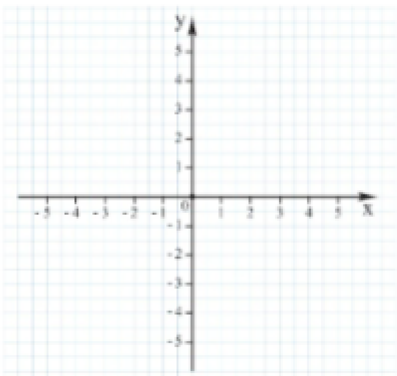
Na primeira questão, um dos licenciandos comentou sobre a dificuldade em entender o enunciado da letra F, desse modo, a questão foi alterada com o propósito do aluno compreender que ele precisava converter a lei da função em um gráfico e destacar o intervalo pedido em cada item. A questão foi alterada conforme a Figura 16.

Figura 16 - Questão 1 letra F - alterações

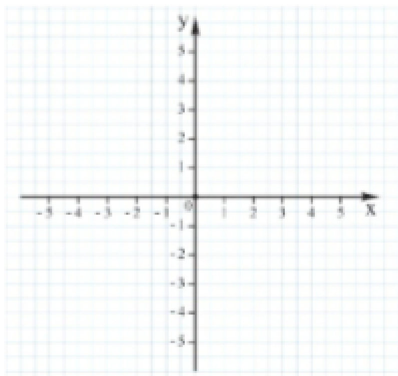
f) Graficamente falando, você sabe o significado da inequação $f(x) < 0$ *e* $f(x) \leq 0$?

f) Marque no eixo x o intervalo em que:

1)$f(x) \geq 0$



2)$f(x) \leq 0$

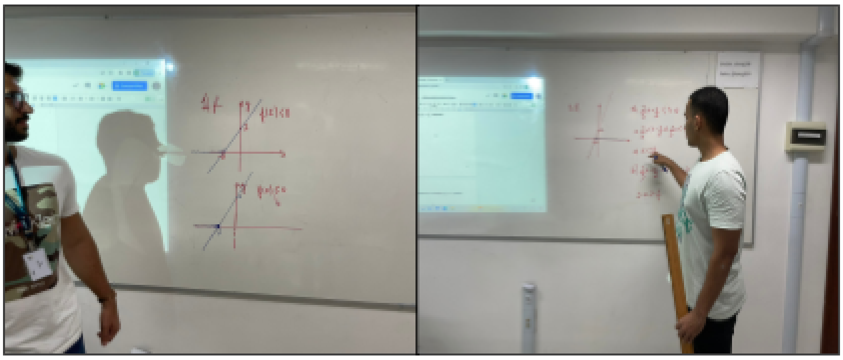


Fonte: Elaboração própria.

Prosseguindo na mesma Atividade Dia 1, a participante E2 sugeriu que fosse alterada a sigla das leis das funções de todas as questões, pois na maioria da apostila estava f(x).

No decorrer da aplicação, os autores incentivaram os licenciandos a utilizar mais de um registro para a resolução das inequações. Ambos licenciandos não estavam acostumados a utilizar a linguagem geométrica. Dessa forma, eles salientaram a importância de resolver as inequações utilizando mais de um registro, nesse caso o gráfico e o algébrico ao mesmo tempo. A Figura 17 mostra a resolução da questão utilizando mais de um registro.

Figura 17 - Resolução das inequações



Fonte: Protocolo de pesquisa.

As questões 1.1 e 1.2 foram retiradas do trabalho, por ficar entendido após a aplicação do teste que as atividades do dia 1 apresentavam algumas questões repetitivas e com o objetivo similar a questão 1, e também para economizar tempo durante a aplicação.

Já na questão 2, foram retiradas as letras C e F, pois haviam questões semelhantes; e as letras D e E foram unificadas, o que gerou a questão C, assim apresentada na Figura 18.

Figura 18 - Questão 2 - alterações

ANTES
d) Em qual momento a curva assume valores positivos, ou seja, onde $f(x) > 0$? Determine a solução. e) Em qual momento a curva assume valores negativos, ou seja, onde $f(x) < 0$? Determine a solução.
DEPOIS
c) Em qual momento a curva assume valores positivos e negativos, ou seja, onde $p(x) > 0$ *e* $p(x) < 0$? Determine a solução de cada inequação

Fonte: Elaboração própria.

Devido à dificuldade de entendimento da questão 2.1) a) e 2.1) b), a questão foi reescrita a fim de facilitar a compreensão e as respostas, além de não gerar ambiguidade ou dúvidas por parte dos participantes, como mostra a Figura 19.

Figura 19 - Questão 2.1 - alterações

a) Determine as soluções de acordo com cada gráfico.

b) Relacione cada gráfico com as inequações a seguir: $f(x) > 0$, $f(x) < 0$, $f(x) \geq 0$ e $f(x) \leq 0$.

---

a) Determine as soluções de acordo com cada gráfico.

I: ________________________

II: ________________________

III: ________________________

IV: ________________________

b) Relacione cada gráfico com as inequações a seguir:

( ) $h(x) > 0$

( ) $h(x) < 0$

( ) $h(x) \geq 0$

( ) $h(x) \leq 0$

Fonte: Elaboração própria.

Após análises realizadas durante a aplicação da sequência e discussões feitas com o grupo do trabalho, foi definido que não seria utilizado inequações cujo segundo membro fosse diferente de zero. Essa mudança foi efetivada ao observar que, ao resolver as inequações produto, o licenciando trabalha apenas com inequações maiores, menores, maiores ou iguais e menores ou iguais a zero. Desse modo, não vem de encontro aos objetivos do trabalho abordar com inequações as quais o segundo membro seja diferente de zero.

As atividades aplicadas no dia dois tinham como objetivo principal a construção e análise gráfica das inequações, as duas primeiras questões do segundo dia eram as últimas inequações produto apresentadas na Atividade Dia 1. Como dito anteriormente, uma das questões foi alterada devido a não ser maior ou menor do que zero, assim como mostra a Figura 20.

Figura 20 - Questão ii do Dia 2 - Alterações

ii) Resolvendo a inequação em $\mathbb{R}$:

$(x^2 + 4x + 2) \cdot (x + 1) \leq 2.$

1. Crie as funções $(x^2 + 4x + 2)$ e $(x + 1)$.
2. Utilizando a ferramenta novo ponto , marque os zeros das funções.

ii) Resolvendo a inequação em $\mathbb{R}$:

$(x^2 + 4x + 2) \cdot (x + 1) \leq 0.$

1. Crie as funções $(x^2 + 4x + 2)$ e $(x + 1)$.

Fonte: Elaboração própria.

Durante a aplicação do teste exploratório foi notada uma dificuldade dos licenciandos referente às atividades e a utilização do recurso tecnológico sem o apoio devido. Dessa forma, foi decidido posteriormente que as duas primeiras questões, então, seriam realizadas juntamente com os participantes para que entendessem melhor a proposta da atividade e para explorar o novo recurso.

4.2 Experimentação

A experimentação da sequência didática ocorreu com licenciandos do 2.º período de um curso de Licenciatura em Matemática nos dias 08 e 16 de dezembro de 2022, sendo três horas/aulas em cada dia, totalizando 6 horas/aula. Todos os encontros foram realizados em salas com computadores.

Inicialmente, 8 licenciandos se dispuseram a participar da experimentação. No primeiro encontro, todos os licenciandos responderam ao questionário inicial e as atividades de revisão, mas, no segundo encontro, apenas seis licenciandos compareceram. Sendo assim, os seis licenciandos que participaram de toda a experimentação foram considerados para análise. Para fins de referência na pesquisa, denominados de: A1, A2, A3, A4, A5, A6; o que foi mantido por todo o relato da experimentação.

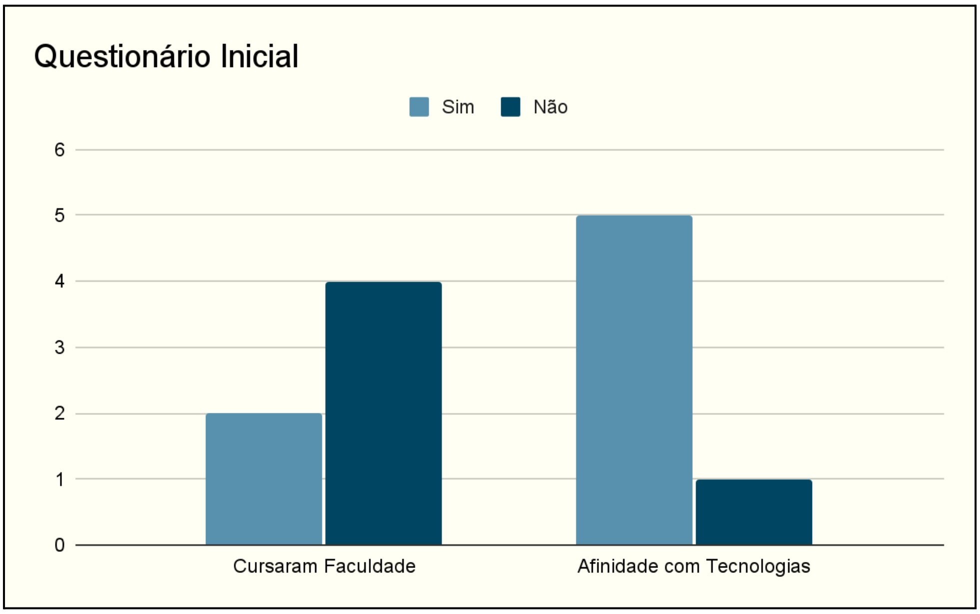
4.2.1 Primeiro encontro

No primeiro encontro, foi aplicado o questionário inicial e e feitas instruções de como deveriam ser realizadas as atividades do dia 1, acerca do conteúdo de inequação dos 1.º e 2.º grau.

Os pesquisadores iniciaram com uma apresentação pessoal e, posteriormente, foi entregue o questionário inicial. Os pesquisadores enfatizaram o objetivo do questionário e que os participantes deveriam ler atentamente o termo contido nele. Após a autorização, os envolvidos deram sequência, respondendo ao questionário.

Por meio dos dados do questionário inicial (Gráfico 1), foi possível identificar informações importantes dos sujeitos da pesquisa. Dos seis alunos, apenas um licenciando tinha curso superior completo (A6), sendo esse, curso de exatas. Ao serem questionados sobre a afinidade com uso de tecnologias, apenas o participante A2 respondeu não ter afinidade.

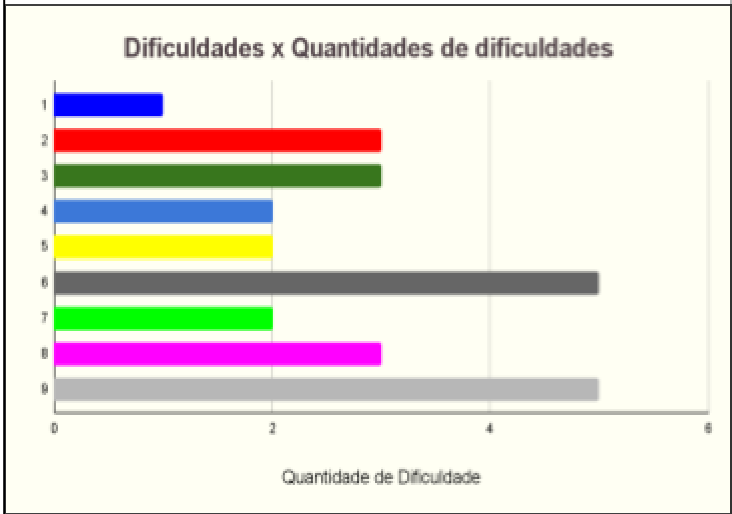
Gráfico 1 - Análise do questionário inicial



Fonte: Elaboração própria.

Quanto à dificuldade dos licenciandos (Gráfico 2) referentes aos conteúdos requisitos para aplicação, foram citados 9 conteúdos para os licenciandos marcarem quais deles tinham dificuldades. Foi possível observar que todos os licenciandos apresentaram dificuldades acerca dos conteúdos requisitos, tanto na parte gráfica, quanto na parte algébrica. Além disso, metade dos licenciandos marcaram que tinham dificuldade na resolução de inequações produto.

Gráfico 2 - Dificuldades mencionadas pelos licenciandos sobre os conteúdos requisitos

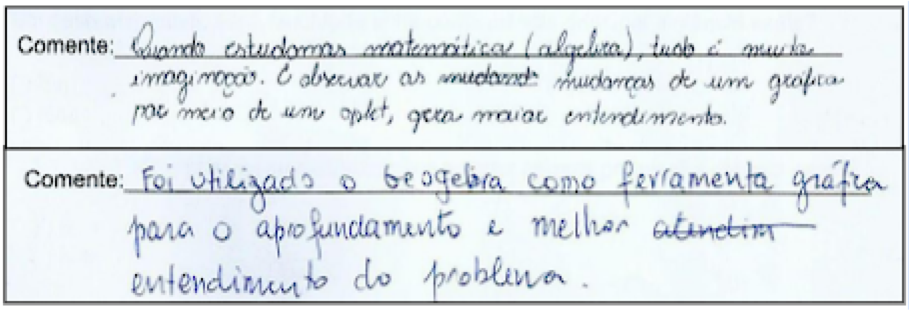


Dificuldades
1.Função do 1° Grau
2.Função do 2° Grau
3.Inequação produto
4.Interpretação gráfica das funções
5.Significado gráfico dos coeficientes da função do 1° grau
6.Significado gráfico dos coeficientes da função do 2° grau
7.Inequações do 1° grau
8.Inequações do 2° grau
9.Estudo dos sinais das funções

Fonte: Elaboração própria.

Para finalizar o questionário inicial, foi perguntado aos licenciandos se eles já utilizaram dispositivos móveis ou computadores para abordar um conteúdo da disciplina lecionada, em caso afirmativo, se essa experiência foi positiva. Todos os licenciandos responderam positivamente. Dentre os participantes, A3 e A6, responderam que os recursos digitais facilitam a visualização e melhoram a compreensão dos problemas (Figura 21). Em consonância com a fala dos licenciandos, Castro (2017) argumenta que as tecnologias podem favorecer na compreensão de significados, possibilitando ainda o engajamento dos estudantes. Basso e Notare (2015) complementam que, quando bem utilizadas, essas tecnologias podem trazer ao aluno uma possibilidade de manipular e representar objetos matemáticos antes não compreendidos.

Figura 21 - Respostas dos licenciandos A3 e A6



Comente: Quando estudamos matemática (algebra), tudo é muito imaginação. E observar as ~~mudand~~ mudanças de um gráfico por meio de um aplet, gera maior entendimento.

Comente: Foi utilizado o Geogebra como ferramenta gráfica para o aprofundamento e melhor ~~atendim~~ entendimento do problema.

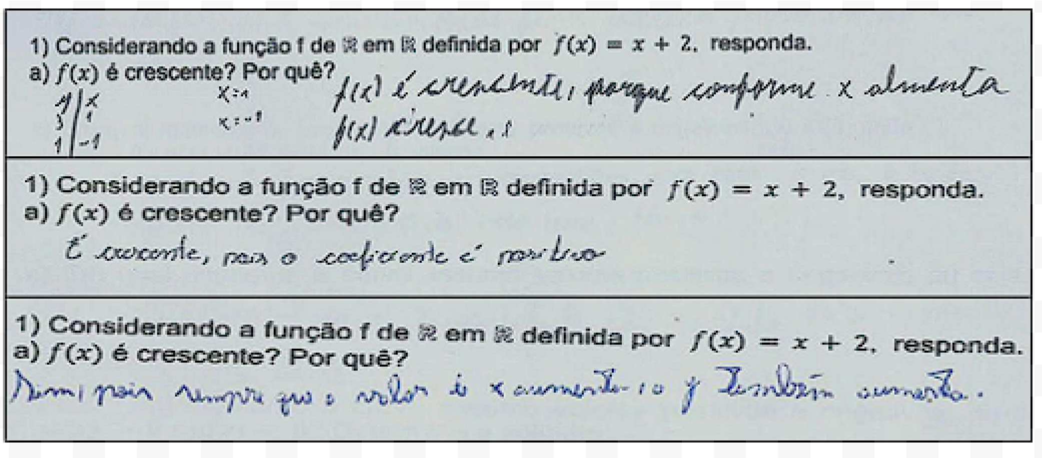
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a realização do questionário inicial, foi dado início às atividades do primeiro dia. Tais atividades tinham o objetivo de revisar conceitos necessários para a resolução das inequações do produto, tanto algebricamente, quanto geometricamente.

Durante a aplicação das atividades, era importante instigar o licenciando a interpretar todas as informações descritas no passo a passo. Por exemplo, fazer a conversão da linguagem geométrica para a linguagem algébrica a todo momento, fazendo assim a correlação de todas as informações obtidas, pois, dessa forma, mobilizando os diferentes registros de representação, o licenciando pode conseguir ter a apresentação desses objetos, segundo Duval (2003).

Na questão 1 letra A, observou-se que os licenciandos A1, A3 e A7 possuíam dificuldade em descrever o significado do coeficiente angular, porém eles conseguiram descrever a resposta de maneira satisfatória. O licenciando A1 relacionou os valores de x às imagens, concluindo assim que a função cresce devido a essa relação. Já o licenciando A3 não destacou qual coeficiente é positivo, visto que, tanto o coeficiente angular (taxa de variação), quanto o coeficiente linear são positivos. O licenciando A7 teve uma resposta semelhante ao licenciando A3, relacionando os valores de x e y, e concluindo que a função é crescente devido a esse motivo. A Figura 22 apresenta a resposta dos participantes A1, A3 e A7, respectivamente.

Figura 22 - Respostas obtidas pelos licenciandos A1, A3 e A7


1) Considerando a função f de ℝ em ℝ definida por $f(x) = x + 2$, responda.
a) $f(x)$ é crescente? Por quê?
f(x) é crescente, porque conforme x aumenta f(x) cresce.

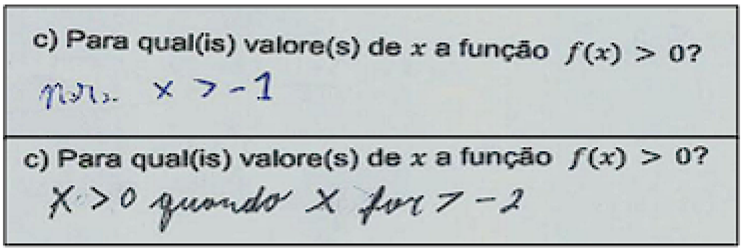
1) Considerando a função f de ℝ em ℝ definida por $f(x) = x + 2$, responda.
a) $f(x)$ é crescente? Por quê?
É crescente, pois o coeficiente é positivo.

1) Considerando a função f de ℝ em ℝ definida por $f(x) = x + 2$, responda.
a) $f(x)$ é crescente? Por quê?
Sim, pois sempre que o valor de x aumenta o y também aumenta.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O item 1) c) pedia qual intervalo a função $f(x)$ era maior que zero e os licenciandos A1 e A7 responderam equivocadamente à questão. O licenciando A7 respondeu que a função é positiva para todo $x >- 1$, mas, possivelmente, esse erro foi devido a uma pequena falta de atenção, pois na questão posterior era para representar o conjunto solução da mesma questão e o participante respondeu corretamente. Já o licenciando A1, respondeu que x>0 quando x for maior que -2, neste ponto foi possível notar uma dificuldade do tratamento algébrico, visto que o licenciando trocou f(x)=y por f(x)=x. A Figura 23 mostra a resposta dos participantes A1 e A7, respectivamente.

Figura 23 - Respostas obtidas pelos licenciandos A1 e A7

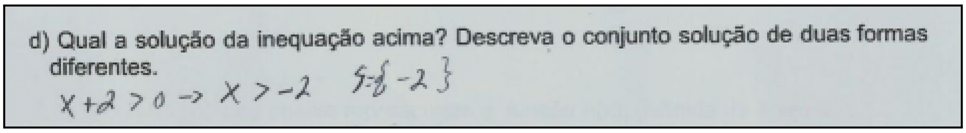

c) Para qual(is) valore(s) de x a função $f(x) > 0$?
Para $x > -1$

c) Para qual(is) valore(s) de x a função $f(x) > 0$?
$x > 0$ quando x for > -2

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na questão 1) d), sendo continuação da questão 1) c), era pedido o conjunto solução da questão anterior. Apenas o licenciando A1 (Figura 24) apresentou dificuldade nessa questão. Ao descrever o conjunto solução, ele apenas destacou que a solução do problema era o -2. Essa dificuldade destaca a falta de interpretação do que é o conjunto solução e o significado intervalo x>-2, além disso, ele trocou os valores de f(x) por x. A Figura 24 mostra a resposta do licenciando A1.

Figura 24 - Resposta obtida do licenciando A1

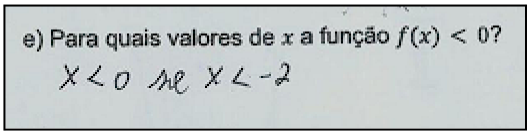

d) Qual a solução da inequação acima? Descreva o conjunto solução de duas formas diferentes.

$x+2>0 \rightarrow x>-2$ $S=\{-2\}$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Já na questão 1) e), contando com a mesma finalidade da questão 1) c), somente o licenciando A1 respondeu (Figura 25) equivocadamente, reproduzindo o mesmo erro da questão anterior.

Figura 25 - Resposta obtida pelo licenciando A1

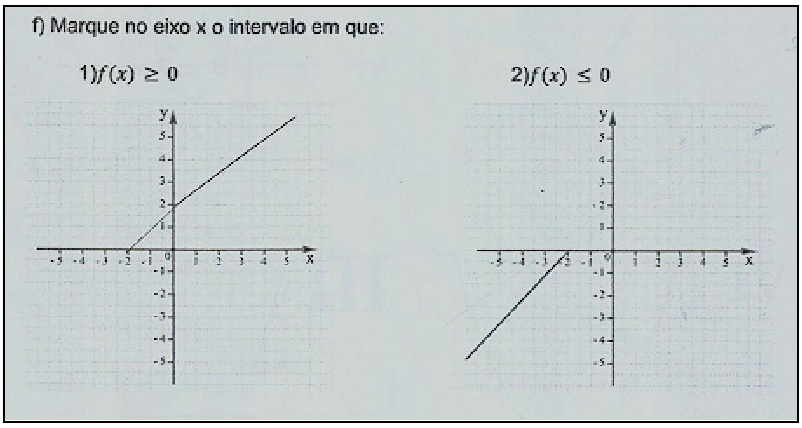

e) Para quais valores de x a função $f(x) < 0$?

$x<0$ se $x<-2$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No item 1) f) foi pedido para que os licenciandos respondessem geometricamente quando $f(x)\geq 0$ e $f(x)\leq 0$. O licenciando A8 teve uma resposta diferente dos demais (Figura 26), em que ele apenas representa a parte do gráfico que f(x) é maior ou igual e menor ou igual a zero. Além disso, ele não destacou o intervalo fechado, demonstrando assim uma falta de entendimento sobre o sinal da inequação e seu significado.

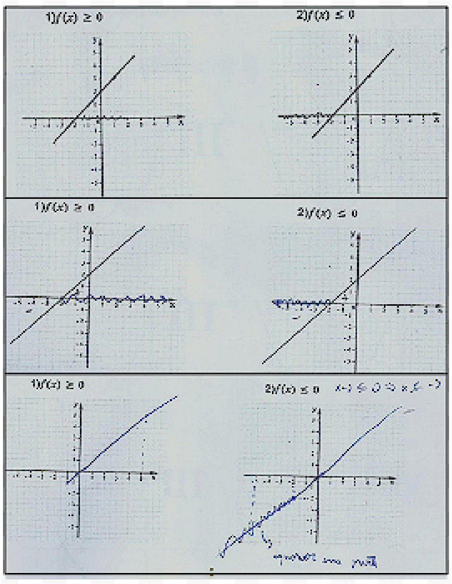
Figura 26 - Resposta obtidas pelo licenciando A8



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os licenciandos A1 e A6 também não ressaltaram a existência do intervalo fechado, visto que a função pedia os intervalos maiores ou iguais a zero e menores ou iguais a zero. O licenciando A7 demonstrou dificuldades em responder a essa questão. Ao tentar reproduzir o gráfico, ele descreveu uma função identidade. Além disso, ao tentar desenhar a parte do gráfico na qual a função é maior ou igual a zero, na questão 1) f) 1), ele destacou a parte do gráfico em que a função é maior do que 1. Já na questão 1) f) 2), ele destacou a parte do gráfico onde a função é maior do que -2. A Figura 27 mostra a resposta dos licenciandos A1, A6 e A7.

Figura 27 - Resposta obtida pelos licenciandos A1, A6 e A7 respectivamente

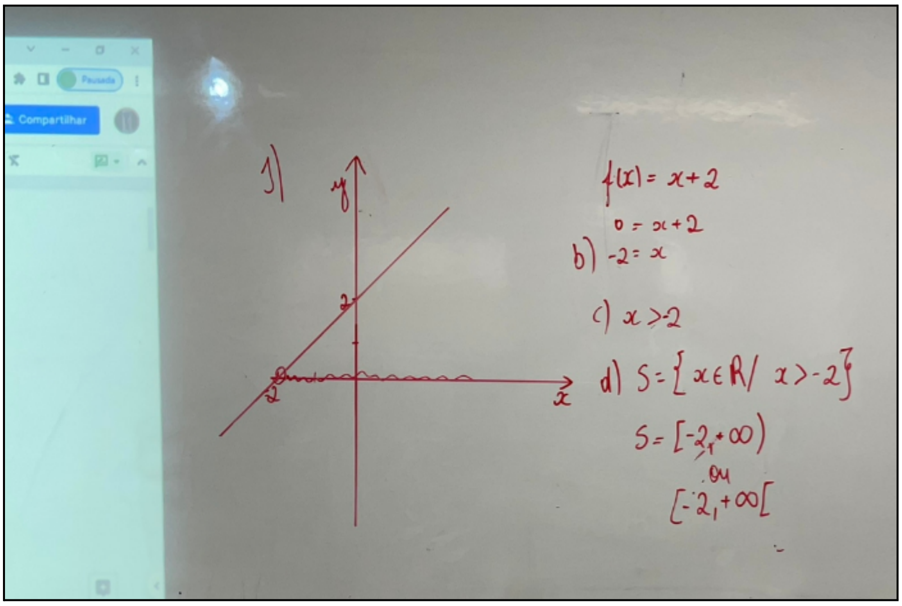


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Observa-se que, neste item, dos seis participantes, apenas dois responderam corretamente à questão, três conseguiram determinar o intervalo pedido, porém não conseguiram concluir o significado gráfico do sinal da inequação e um não respondeu corretamente.

Durante a experimentação, os autores do trabalho realizaram a correção das atividades, em que todas as questões foram feitas de acordo com a resolução dos licenciandos, que normalmente faziam soluções mais voltadas para parte algébrica. Também eram feitas as correções usando a parte gráfica. No decorrer das correções, os licenciandos ressaltaram que não tinham visto a forma geométrica de uma inequação e destacaram a importância de também ter esse entendimento gráfico dos conteúdos. A resposta no decorrer da aula pelos participantes vem ao encontro do que diz Duval (2003) em relação à importância da mobilização simultânea de, pelo menos, dois tipos de representação e a transição entre elas. Duval (2009) relata, ainda, que, embora a mobilização entre várias representações seja familiar à atividade matemática, estas não são tão evidentes para grande parte dos alunos.

Figura 28 - Correção da primeira questão

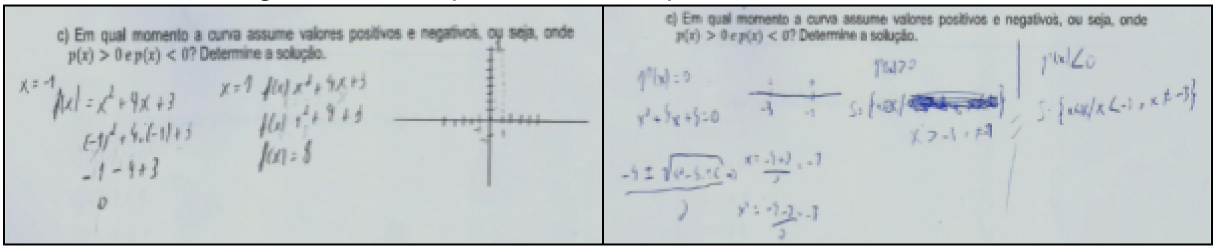


Fonte: Protocolo de pesquisa.

A atividade dois da apostila iniciava o estudo sobre inequação e função do 2° grau. A questão 2) a) perguntava sobre o nome da curva que formava a função do segundo grau e a 2) b) a relação entre o coeficiente quadrático e o gráfico, nenhum licenciando teve dúvidas em responder tais questões.

A questão 2) c) pedia para os licenciandos determinarem a solução do problema e os licenciandos A2, A3, A6, e A8 responderam corretamente o intervalo pedido, porém, dentre os licenciandos, apenas o A1 não respondeu a questão e o A7 não conseguiu concluir a solução problema. A Figura 29 mostra a resolução dos licenciandos.

Figura 29 - Respostas obtidas pelos licenciandos A1 e A7.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

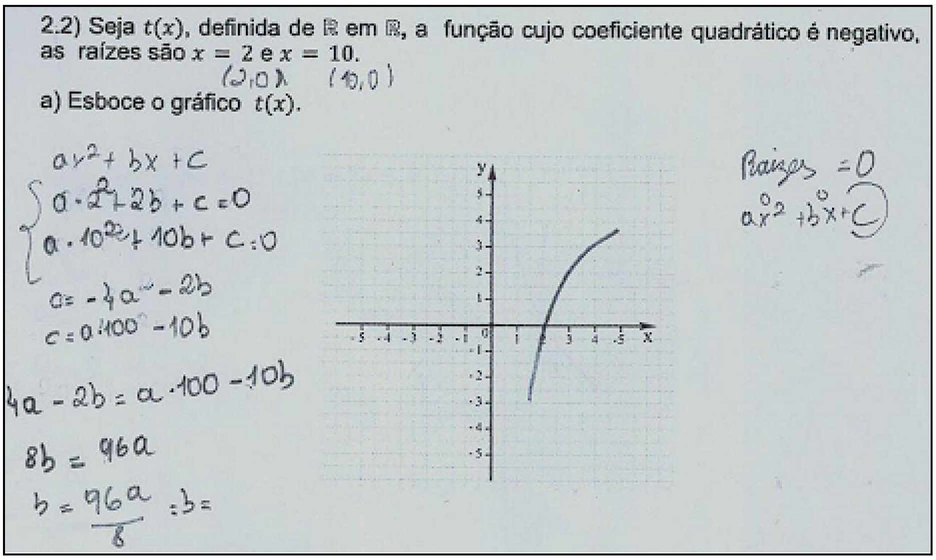
Na atividade 1, nenhum licenciando utilizou o registro gráfico para auxiliar a representar os intervalos e descrever as soluções dos problemas. A partir da atividade 2, eles já começaram a utilizar o gráfico para auxiliar na interpretação e determinar os intervalos pedidos. Além disso, dos cinco licenciandos que conseguiram acertar os intervalos pedidos, três utilizaram o gráfico para responder à questão.

Já na atividade 2.1, todos os participantes responderam corretamente aos intervalos pedidos e fizeram a relação do sinal da inequação com o intervalo aberto e fechado. Todos os participantes também relacionaram corretamente cada gráfico com a sua respectiva inequação.

Embora não fosse necessário, na atividade 2.2, foi observado que os licenciandos A1, A6, A7 e A8 tentaram utilizar o tratamento algébrico para encontrar os coeficientes e esboçar o gráfico, porém a própria questão já dava as informações necessárias para realizarem a conversão e esboçar o gráfico. Esse registro algébrico dos participantes demonstra como o tratamento algébrico ainda tem forte influência na resolução da função do segundo grau. A dificuldade da maior parte dos estudantes encontra-se nas conversões que, justamente, “[...]

aparecem como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (DUVAL, 2013, p.16). Apenas o licenciando A8 não concluiu o objetivo da questão 2.2)a), o qual era para esboçar o gráfico da questão. A Figura 30 mostra a resolução algébrica dos licenciandos.

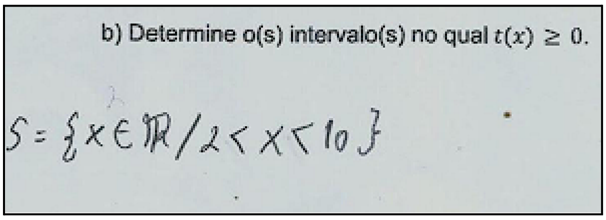
Figura 30 - Resposta obtida do licenciando A8



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na atividade 2.2)b), o licenciando A1, na sua solução, descreveu o intervalo no qual $t(x) \leq 0$, além disso, ele não se atentou no sinal de maior ou igual da inequação e escreveu a solução com o sinal errado da inequação pedida. Segundo Duval (2009), às dificuldades decorrentes da não congruência de registros podem ser causadas pelo desconhecimento de alguma das representações, seja no registro de partida ou de chegada, este fato é mais comum em figuras geométricas. A Figura 31 mostra a resposta obtida pelo licenciado A1.

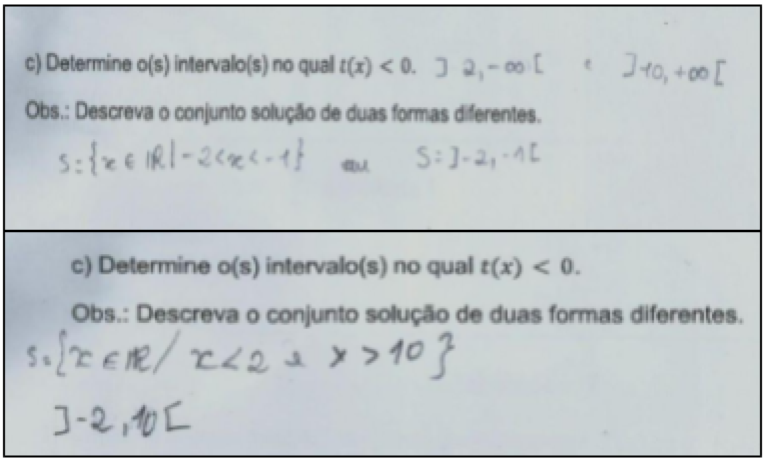
Figura 31 - Resposta obtida pelo licenciando A1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os licenciandos A2 e A8, na atividade 2.2)c), não conseguiram associar o intervalo pedido com a inequação, ambos os licenciandos responderam o intervalo incorreto. A Figura 32 mostra a solução dos licenciandos respectivamente.

Figura 32 - Respostas dos Licenciandos A1, A2 e A8



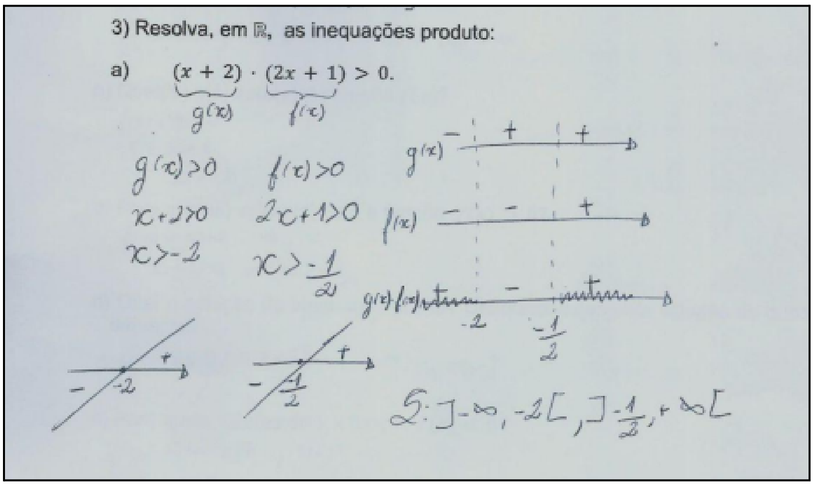
Fonte: Protocolo de pesquisa.

O participante A8 ao escrever a solução utilizando o conjunto solução com chaves, escreveu corretamente os valores de x, no entanto, utilizou o conectivo “e” equivocadamente para descrever a solução, mostrando assim a falta de entendimento de tal conectivo. No mais, ele representou o intervalo em colchetes sendo t(x)>0.

Após a análise do questionário inicial, era esperado que os licenciandos tivessem dificuldades na resolução de inequação produto, visto que todos relataram terem dificuldades tanto nos conteúdos requisitos para a resolução da inequação produto quanto a própria inequação produto.

Na Atividade 3 letra A (Figura 33), dos seis licenciandos, apenas o A3 conseguiu chegar mais perto da solução, entretanto em sua resposta ele só analisou onde ambas as funções são positivas, dessa forma, faltou analisar onde ambas as funções são negativas para concluir a solução. É possível perceber na resposta do licenciando o uso de mais de uma linguagem para auxiliar na resolução da questão. Duval (2009) afirma que a conversão é a atividade mais difícil para a maioria dos alunos, pois a compreensão de enunciado, conceitos, tratamentos surgem como obstáculos para a aprendizagem do aluno, levando ao fracasso cognitivo.

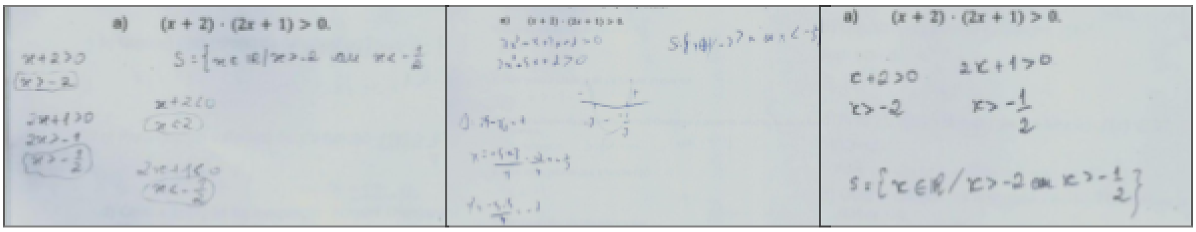
Figura 33 - Solução do licenciando A3



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os licenciandos A2, A7 e A8 destacaram-se por cometer o mesmo erro, em que ambos responderam equivocadamente ao menos um dos intervalos (Figura 34). Esse erro pode estar atribuído ao fato que os licenciandos não tiveram uma visualização geométrica do objeto em destaque. Nenhum dos licenciandos citados usou o gráfico.

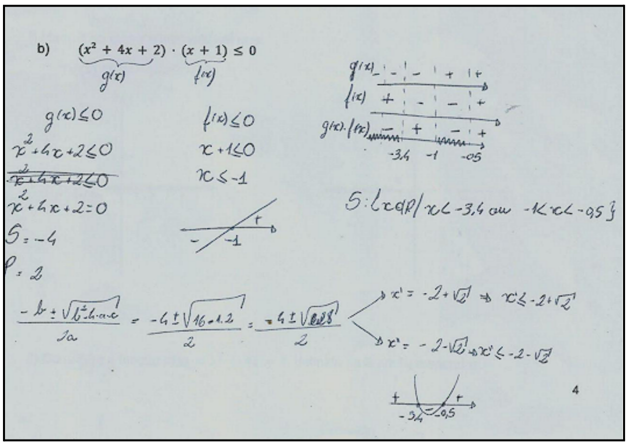
Figura 34 - Resposta obtida pelos licenciandos A2, A7 e A8 respectivamente



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na questão 3) b), apenas o licenciando A3 conseguiu encontrar a solução pedida. Ao analisar a resposta, é possível notar o tratamento e a conversão entre as linguagens, demonstrando assim um domínio maior de conteúdo, favorecendo assim na resolução da questão, dessa forma, consideramos que houve a compreensão, mesmo que em uma situação específica, do objeto matemático. Se o aluno foi capaz de transitar entre um registro e outro, houve aprendizagem em relação ao objeto (DUVAL, 2013). A Figura 35 mostra a resposta do licenciando A3.

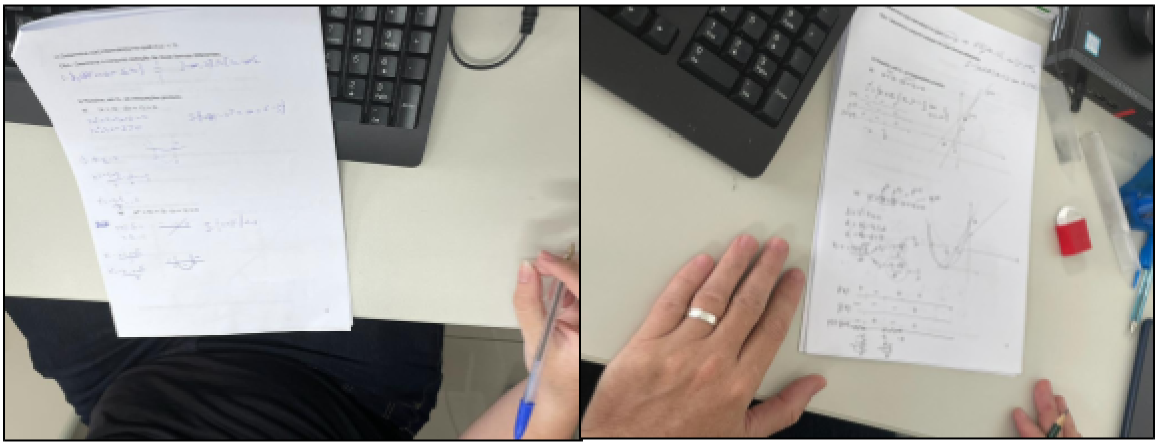
Figura 35 - Resposta obtida na atividade 3)b) do licenciando A3



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Embora os licenciandos não tenham cumprido com o objetivo da questão 3, foi observado que grande parte dos participantes utilizaram o recurso gráfico para auxiliar na resposta, como mostra o Quadro 2 a seguir.

Quadro 2 - Licenciandos utilizando os recursos gráficos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

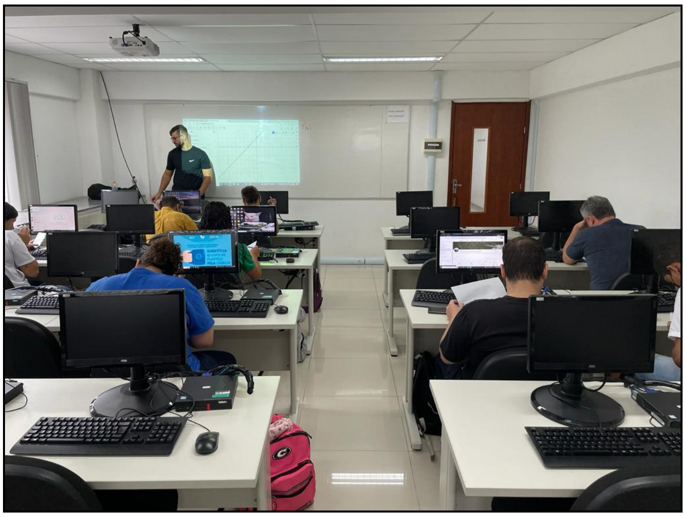
Dessa forma, o primeiro dia foi finalizado e durante toda a aplicação era notória a dificuldade de todos os licenciandos em relação a todos os tópicos abordados nas questões acima. Em parte dos momentos, durante a aplicação, os licenciandos reforçaram as dificuldades encontradas ao solucionar as questões da apostila. Todos os licenciandos destacaram que a parte geométrica das inequações era pouco vista durante as aulas e salientaram a importância de estudar esse tema de variadas formas para uma melhor compreensão.

4.2.2 Segundo encontro

As atividades do dia 2 foram iniciadas com as correções das questões 3) a) e 3) b) que foram feitas anteriormente pelos licenciandos no primeiro dia. Dessa forma, as questões sobre inequação produto foram resolvidas inicialmente da forma mais tradicional, ou seja, algebricamente. Após tal resolução, também foi feita a solução da inequação produto por meio de gráficos, o que causou uma grande surpresa entre os licenciandos, que compreenderam que era possível resolver essas inequações apenas com o trato geométrico.

De acordo com os dados coletados no questionário inicial, grande parte dos participantes afirmaram que já possuíam uma certa afinidade com a utilização de recursos tecnológicos com fins educacionais. Após a resolução das inequações anteriores, foi realizado um momento de ambientação no GeoGebra (Figura 36), com o intuito de apresentar as principais ferramentas que seriam utilizadas posteriormente.

Figura 36 - Ambientação do GeoGebra



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Inicialmente, foi pedido para que os licenciandos entrassem no GeoGebra Classic pelo próprio navegador dos computadores, em seguida, foi mostrada a **barra de ferramentas** e a **caixa de entrada**, no canto superior esquerdo da tela. Posteriormente, foram mencionadas todas as ferramentas necessárias para a resolução das atividades seguintes. Toda a descrição das ferramentas encontra-se na Atividade Dia 2.

Após o anúncio da utilização do GeoGebra, foi notória a alteração no semblante dos participantes, era perceptível o entusiasmo dos licenciandos perante a aplicação do recurso gráfico. Acontece que a utilização de recursos tecnológicos, nesse caso o GeoGebra, pode ter causado nos alunos a saída do "enclausuramento" de registro, obstáculo que Duval (2003) menciona em sua obra. A saída do enclausuramento também foi observada no trabalho de Rocha (2019), relacionado a esta pesquisa. O enclausuramento foi relatado no capítulo de revisão da literatura.

O início das atividades no GeoGebra se deu com a resposta das duas inequações citadas no começo desta seção, porém os licenciandos só poderiam utilizar o aplicativo para a resolução da questão. Além disso, eles precisavam anotar na folha as informações, como intervalos e soluções, pedidos em determinados tópicos, a fim de converterem as informações gráficas em algébricas e vice-versa.

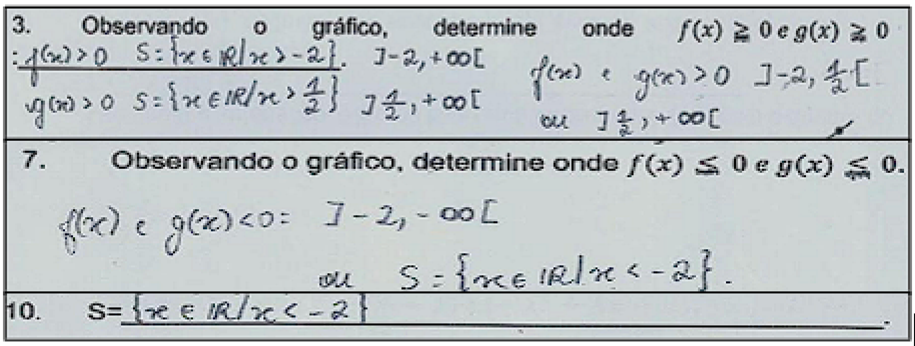
A resolução de inequações produto realizada de uma maneira majoritariamente gráfica era algo novo para os participantes, então, para um melhor entendimento da atividade pedida, foi realizada em conjunto com os participantes um passo a passo da primeira e segunda questões. Para isso, foram projetadas as imagens do passo a passo para que os licenciandos pudessem acompanhar e reproduzir em seguida.

Durante esse momento de ambientação, é importante o professor estar sempre atento aos licenciandos. Foi possível observar muitas dúvidas referente as informações obtidas no gráfico e a relação algébrica. Dentre elas destacam-se aos seguintes objetos estudados: *onde está* $f(x) \leq 0$ e $g(x) \leq 0$*?; Qual parte do gráfico a função assume valores negativos em y?; O que significa os segmentos* *encontrados?; Nesta solução encontrada utilizaremos um segmento ou uma semirreta?*

Além disso, os licenciandos foram provocados continuamente a pensar em como representar as respostas, intervalos ou solução, tanto da forma algébrica quanto da sua forma geométrica, uma vez que entender essas relações são imprescindíveis, segundo Duval (2012).

Na atividade i), todos os licenciandos responderam que a solução era $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x <- 2 \; ou \; x > \frac{1}{2}\}$, exceto A2, que embora tenha colocado todos os intervalos corretos durante a questão, não colocou o intervalo em que x é maior do que $\frac{1}{2}$. A Figura 37 representa as informações colocadas pelo participante A2.

Figura 37 - Resposta obtida na atividade i - A2


3. Observando o gráfico, determine onde $f(x) \geqq 0 \; e \; g(x) \geqq 0$

: $f(x) > 0$ $S: \{x \in IR / x > -2\}$. $]-2, +\infty[$ — $f(x)$ e $g(x) > 0$ $]-2, \frac{1}{2}[$

$g(x) > 0$ $S: \{x \in IR / x > \frac{1}{2}\}$ $]\frac{1}{2}, +\infty[$ — ou $]\frac{1}{2}, +\infty[$

7. Observando o gráfico, determine onde $f(x) \leqq 0 \; e \; g(x) \leqq 0$.

$f(x)$ e $g(x) < 0$: $]-2, -\infty[$

ou $S: \{x \in IR / x < -2\}$.

10. S= $\{x \in IR / x < -2\}$.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Apesar do licenciando ter colocado a solução incompleta, é interessante observar na construção e interpretação da inequação no Geogebra, o que implicou em um grau de dificuldade maior para estabelecer as correspondências entre o geométrico e algébrico. Há de se lembrar que o licenciando apresentava muitas dificuldades nos exercícios no início da experimentação. Para Duval (2012), é fundamental analisar o desempenho do aluno como um todo, e não apenas pontualmente.

Na questão ii, apenas o licenciando A1 não respondeu apresentou a solução. Já os participantes A3, A6, e A8 responderam corretamente o intervalo, porém não respeitaram o sinal da inequação. Neste caso, o intervalo é maior ou igual, embora todos tenham descrito no GeoGebra o intervalo correto. Em suas respectivas soluções, todos colocaram o intervalo aberto, ou seja, os participantes utilizaram sinal de maior ou menor, sem levar em consideração a especificidade do intervalo pedido. A Figura 38 mostra a solução do licenciando A3.

Figura 38 - Resposta obtida na atividade ii - A3


10. $S = \{x \in \mathbb{R} / -1 > x < -0,59$ ou $x < -3,41\}$.

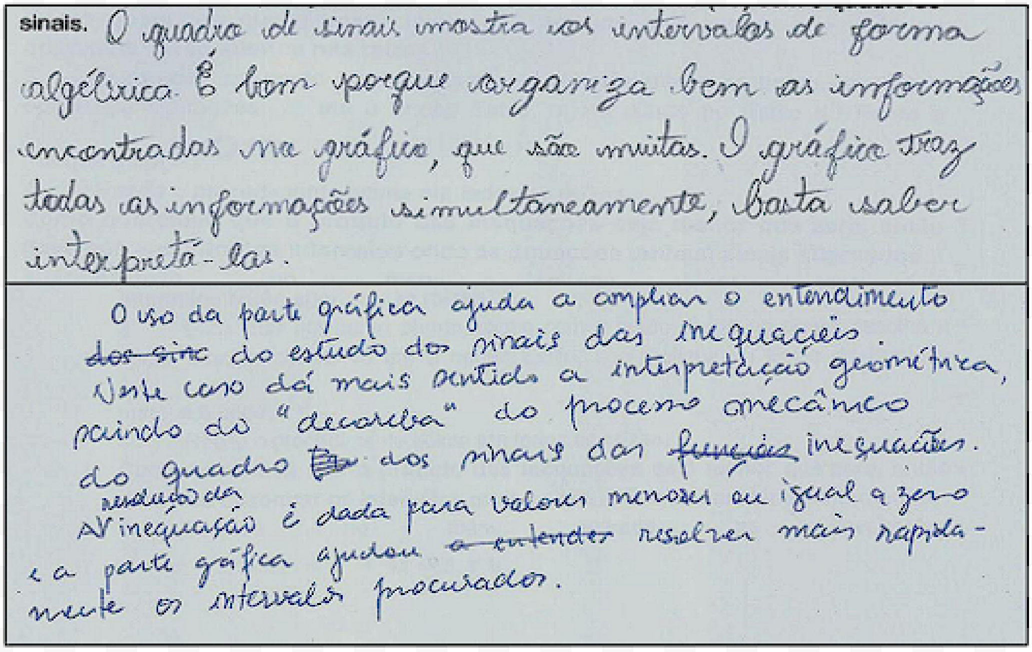
Fonte: Protocolo de pesquisa.

O licenciando A2 demonstrou a mesma dificuldade encontrada na primeira questão, no qual era descrito na apostila todos os intervalos corretamente, todavia a solução só apresentava um dos intervalos pedidos. Essa dificuldade na utilização dos símbolos da inequação também foi evidenciada no trabalho de Travassos (2018), e perceptível durante toda a aplicação dessa sequência.

Ainda na atividade ii, foi pedido para que os licenciandos fizessem uma comparação entre os intervalos encontrados no gráfico com o quadro de sinais. Apenas os participantes A2, A3 e A6 escreveram alguma resposta e nenhum licenciando conseguiu concluir o objetivo da questão, exceto o licenciando A3, que em sua resposta descreveu que: "*A interseção das semirretas ou segmentos são exatamente a parte que os sinais são alternados no quadro de sinais*".

Já os licenciandos A2 e A6, descreveram em suas respostas que a parte gráfica gerou mais sentido ao quadro de sinais. Segundo o licenciando A6, "*dá mais sentido a interpretação geométrica, saindo da decoreba do processo mecânico do quadro de sinais*". O participante A2 destacou que "*o gráfico traz todas as informações do quadro de sinais simultaneamente*", e portanto, de acordo com a teoria de Duval, supomos que houve a compreensão dos objetos em questão. A versatilidade proporcionada pelo Geogebra favoreceu esse processo de mobilização dos dois registros de representação e a apreensão dos conceitos. A Figura 39, mostra a resposta dos licenciandos A2 e A6, respectivamente.

Figura 39 - Resposta dos participantes A2 e A6 questão ii) item 10



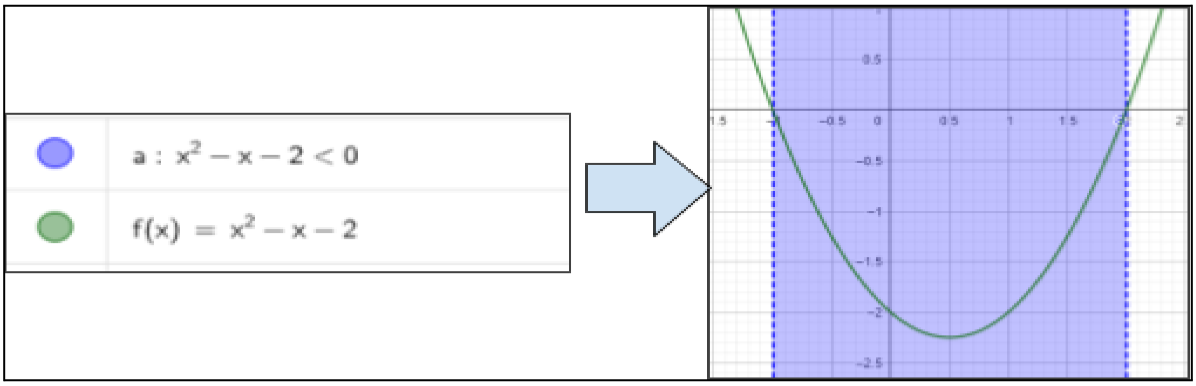
sinais. O quadro de sinais mostra os intervalos de forma algébrica. É bom porque organiza bem as informações encontradas no gráfico, que são muitas. O gráfico traz todas as informações simultaneamente, basta saber interpretá-las.

O uso da parte gráfica ajuda a ampliar o entendimento ~~dos sinc~~ do estudo dos sinais das inequações. Neste caso dá mais sentido a interpretação geométrica, saindo do "decoreba" do processo mecânico do quadro dos sinais das ~~funções~~ inequações. A resolução da inequação é dada para valores menores ou igual a zero e a parte gráfica ajudou ~~a entender~~ resolver mais rapidamente os intervalos procurados.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Devido ao tempo, a atividade iii não foi realizada. Essa decisão ocorreu para os licenciandos terem mais tempos de realizar as atividades posteriores a esta e também para utilizarem uma ferramenta nova, que seria a utilização do sinal de inequação na **caixa de entrada**, após a escrita da função mais a inequação desejada. O GeoGebra esboça a função e um plano destacado de azul, no qual é possível ver o intervalo pedido, assim como mostra a Figura 40, no qual demonstra o intervalo de $x^2 - x - 2 < 0$ e a função $f(x) = x^2 - x - 2$.

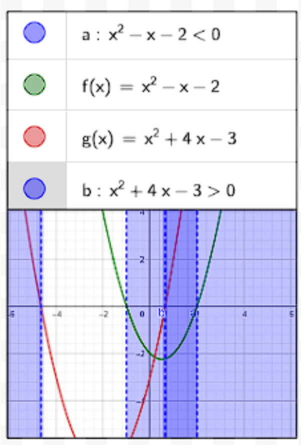
Figura 40 - Representação do intervalo $x^2 - x - 2 < 0$



Fonte: Elaboração própria.

Com isso, o licenciando pode observar exatamente a inequação vista de um olhar gráfico, além disso, o participante pode também ver a sobreposição das inequações pedidas em um tom de azul mais forte, como mostra a Figura 41. Essa sobreposição é importante, por demonstrar qual intervalo as inequações se encontram simultaneamente, assim, torna mais evidente a relação entre os registros algébrico e gráfico.

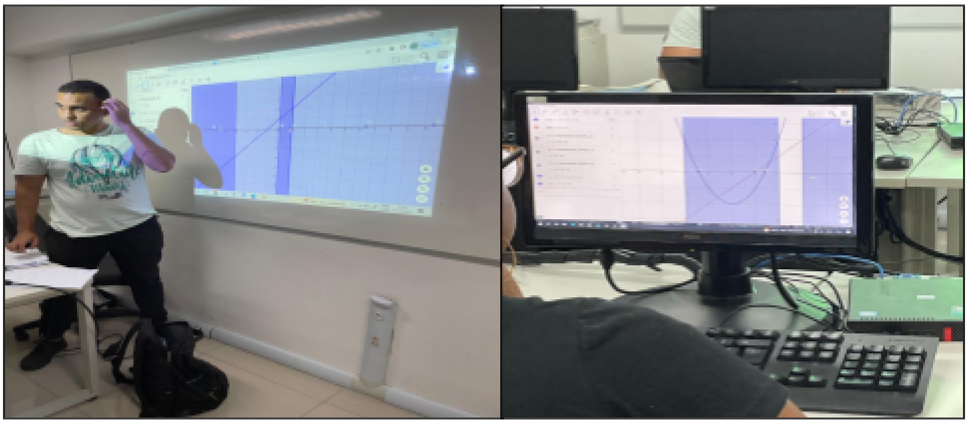
Figura 41 - Representação da sobreposição das inequações



Fonte: Elaboração própria.

Com o início da atividade iv (Figura 42), os licenciandos ficaram curiosos para entender o que significava do sombreado azul na tela demarcando o intervalo. Após ser explicado seu significado, os licenciandos demonstraram-se entusiasmados em resolver a questão e destacaram que resolver inequações dessa forma é muito mais fácil e diferente. Foi observado que esse momento estava de acordo com as palavras de Castro (2016), a depender da mediação, as tecnologias podem favorecer a construção de significados, possibilitando o engajamento dos estudantes.

Figura 42 - Resolução das inequações utilizando a ferramenta inequação no Geogebra



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na atividade v, todos os licenciandos cumpriram com o objetivo proposto, após a utilização da ferramenta de inequação utilizada anteriormente e a análise no gráfico, pode-se notar uma melhora na interpretação ao observar o gráfico, já que nenhum licenciando teve dificuldades em resolver essa questão. Percebeu-se que nas atividades finais os licenciandos já haviam se habituado ao *software* e já estavam mais independentes. Além de, mesmo com presença de uma função diferente na última questão, a mesma não acarretou dificuldades, visto que a análise do sinal da função era igual às demais, nestes casos Duval (2003) atribui ao fato do conhecimento prévio da referida representação.

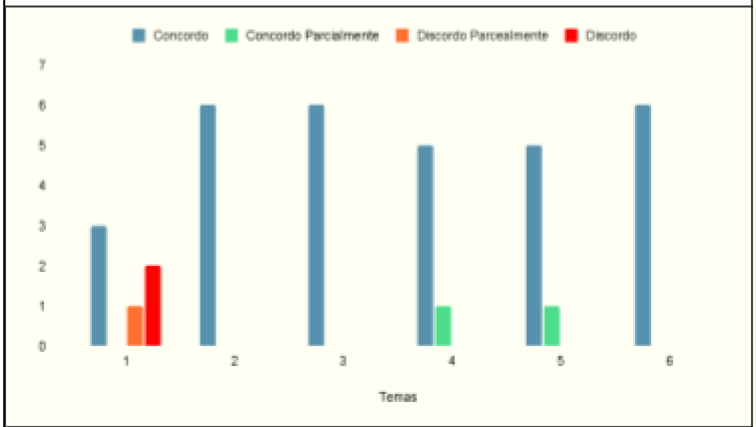
Os autores deste trabalho consideram que o software GeoGebra foi responsável por facilitar essa transição, pois, de acordo com Duval, em entrevista concedida a Freitas e Rezende (2013, p.32):

> [...] os softwares permitem não somente construir figuras, mas explorar as transformações de figuras por simples deslocamento de um "objeto" (ponto, segmento, etc.). Eles não somente preenchem uma função heurística, mas permitem uma abordagem "experimental" de relações e de propriedades geométricas..

O questionário final foi aplicado logo após a Atividade Dia 2. Analisando os dados, foi possível perceber pela maior parte dos licenciandos que o tempo para as atividades não foi adequado. Exceto o participante A6, os demais marcaram que tiveram algum tipo de dificuldade nas atividades de revisão.

Em relação a facilidade de construção das funções e inequações no GeoGebra, os participantes A1, A3, A6 concordaram com essa afirmação. Já os participantes A2, A7 e A8 concordaram parcialmente, além disso, todos os participantes concordaram com que o GeoGebra foi útil para a sequência, destacando assim a importância da utilização de recursos tecnológicos. O Gráfico 3 mostra a resposta dos participantes.

Gráfico 3 - Análise do questionário final



Temas
1.Teve dificuldade durante as atividades de revisão
2. O applet Geogebra foi útil
3. Contribuiu para o entendimento gráfico sobre as funções
4. Foram adequadas as atividades com o auxílio do *software* Geogebra para resolver as inequações produto
5. A sequência didática mudou a minha perspectiva sobre a interpretação de inequações
6. O aprendizado será útil na minha prática docente

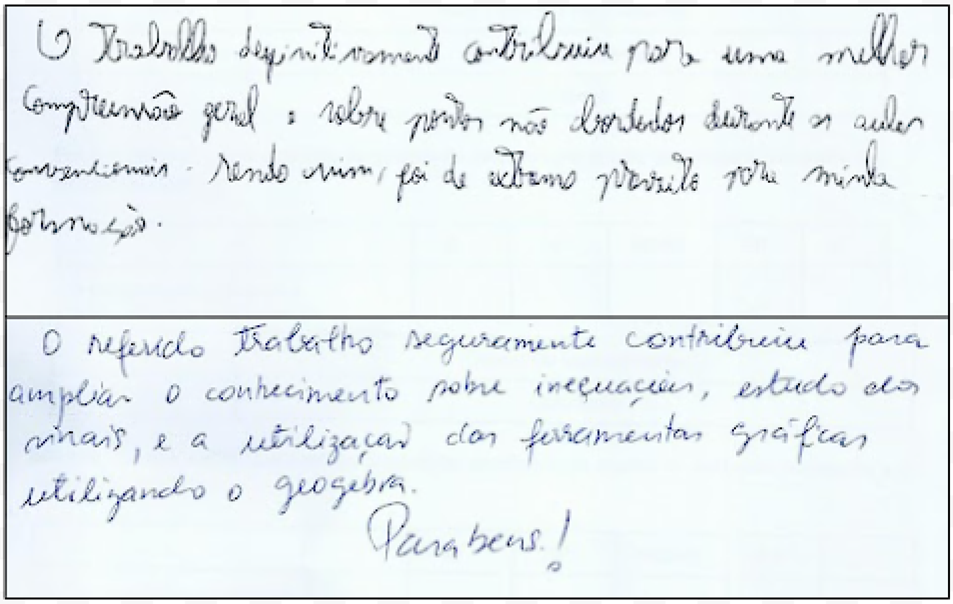
Fonte: Elaboração própria.

Todos os licenciandos atribuíram nota máxima (5) quanto ao trabalho de forma geral, exceto o A3 em que a nota dada foi 4. Destaca-se a justificativa dada pela participante A6: "*O trabalho foi muito bem-apresentado pelos alunos professores dentro do tempo disponível, e cumpriu com os objetivos*".

Os licenciandos A1 e A3 citaram como pontos negativos: a falta de tempo para as atividades, em que o participante A3 sugeriu que as atividades fossem divididas em três dias.

Todos os licenciandos consideraram a experiência positiva. Dentre os comentários, os participantes A6 e A7 responderam que o uso de ferramentas gráficas contribuiu para uma compreensão do tema inequação e ampliou o seu conhecimento acerca do tema principal. A Figura 43 mostra a resposta dos participantes A6 e A7.

Figura 43 - Resposta obtidas pelos Licenciandos A6 e A7


O Trabalho definitivamente contribuiu para uma melhor compreensão geral e sobre pontos não abordados durante as aulas convencionais. Sendo assim, foi de extremo proveito para minha formação.

O referido trabalho seguramente contribuiu para ampliar o conhecimento sobre inequações, estudo dos sinais, e a utilização das ferramentas gráficas utilizando o geogebra.

Parabens!

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Esta etapa de aplicação da pesquisa, inicialmente, era prevista para ser aplicada em três dias, entretanto, devido à dificuldade de encontrar horários comuns com os participantes, a experimentação passou a ser em dois dias. Era esperado, pelos autores desta monografia, que alguns participantes não concluíssem todas as etapas da intervenção.

Além disso, foi observado durante as atividades do dia 1 e 2 que as atividades poderiam ser menores devido ao tempo disponível, assim, seria possível ter mais tempo para resolvê-las e ressaltar pontos importantes. Mas de forma geral, todos os licenciandos conseguiram concluir o objetivo proposto do trabalho.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo os autores citados na introdução deste trabalho, o tema inequações é um tema pouco explorado por pesquisadores nos últimos anos. Esse fato tem ainda mais ênfase ao serem analisadas as dificuldades que os licenciandos têm apresentado na aprendizagem da Matemática. De acordo com o que foi discutido nesta pesquisa, essas dificuldades são ainda mais graves em relação aos conteúdos requisitos para resolução de inequações e a inequação produto, pois nesta área da Matemática, muitas vezes há uma abordagem mecanizada e pouco diversificada. Dessa forma, entende-se a necessidade de se repensar e renovar práticas docentes.

Diante da problemática apresentada, tendo em vista a proposta do trabalho, para que fosse alcançado o objetivo geral desta pesquisa — Investigar as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, com o auxílio do *software* GeoGebra para o estudo de inequação produto na formação de futuros professores de Matemática —, foram definidos três objetivos específicos.

Para atingir o primeiro objetivo específico — Promover o estudo da função afim e quadrática no contexto das inequações —, elaborou-se uma sequência didática contendo duas atividades e dois questionários, sendo realizado um teste exploratório com os materiais produzidos, objetivando aprimorá-los.

As respostas dos licenciandos e observações feitas no decorrer da intervenção pedagógica contemplaram os seguintes objetivos específicos: identificar as dificuldades dos futuros professores acerca das inequações; analisar as dificuldades demonstradas pelos futuros professores em cada registro de representação; e promover os estudos do sinal das funções. Em relação às dificuldades encontradas pelos futuros professores, foi possível observar tanto no questionário inicial, quanto na análise das propostas, que todos os participantes tinham dificuldades em conteúdos requisitos para aplicação e no tema principal, além disso, foi possível observar que a parte geométrica é pouco vista pelos licenciandos.

Por meio das respostas obtidas nas atividades e das observações realizadas durante a experimentação, foi possível constatar que a maioria dos participantes tinham dificuldades no que tange os conteúdos requisitos e o conteúdo principal, inequação produto. Também foi possível observar que os licenciandos evoluíram a escrita e a argumentação acerca dos conteúdos citados durante as aulas, comprovando que a utilização de mais de uma linguagem é um ótimo instrumento para utilização em sala de aula.

Todas as atividades foram elaboradas visando mobilizar os diferentes registros de representação semiótica. De acordo com Duval (2012), o uso de tecnologias digitais é fundamental para facilitar a visualização espacial em conteúdos que necessitem dessa habilidade. As respostas dos participantes mostram que as atividades investigativas, em conjunto com o *software* GeoGebra, contribuíram para a facilitar a visualização das inequações e para a transição entre as representações algébricas e geométricas das inequações produto.

Na atividade final, na qual os futuros professores utilizaram o *software* GeoGebra, foi possível observar o entusiasmo dos mesmos frente ao recurso. Além disso, observou-se que todos os participantes conseguiram fazer a conversão da representação geométrica para algébrica e vice-versa, mostrando facilidade em realizar a conversão de outros tipos de função

Analisando todos os dados levantados por meio dos questionários e das atividades, foi possível responder à questão de pesquisa. Os licenciandos consideraram, de maneira geral, que atividades investigativas com o uso do *software* GeoGebra contribuem para o estudo de inequação produto, ao ser possível revisar e compreender conceitos básicos sobre inequações. Também facilitam a visualização geométrica, melhoram a escrita algébrica e tornam aula mais dinâmica e atraente para o licenciando.

Ademais, os autores sugerem que, para trabalhos posteriores, continuem os estudos da inequação quociente para futuros professores e o estudo das inequações e suas diferentes representações no ensino básico, além de aliar recursos tecnológicos digitais.

REFERÊNCIAS

AMARAL, P. G. R. ***Softwares* matemáticos e estatísticos para tablets:** uma primeira análise. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal Fluminense, Niterói-RJ, 2013.

BARANAUSKAS, M. C.C. *et al* . **Uma taxonomia para ambientes de aprendizado baseados no computador**. In: J. A. Valente, O Computador na sociedade do conhecimento (pp. 45-69). Brasília: Estação Palavras-USP, 2005.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Básica, **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza: Matemática e suas Tecnologias**. v. 2. Brasília: MEC, pp.67-98, 2006.

BRASIL. Ministério da da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª Séries) Matemática**. Vol. 3. Brasília, DF, 1997. 142.p

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018**.**

BASSO, M.V. A.; NOTARE, M. R. Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. **Revista Novas Tecnologias na Educação:** Porto Alegre. Vol. 13, n.2, 2015

BELTRÃO, R. C. H. Dificuldades dos alunos para resolver problemas com inequações. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 5, p. 84-95, 2010.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

CAMAS, Nuria; MANDAJA, Mônica; RIBEIRO, Renata; MENGALLI, Neli. **Professor e cultura digital:** reflexão teórica acerca dos novos desafios na ação formadora para nosso século, 2013. Disponível em < https://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/article/view/3834 >. Acesso em 28 fev. 2023.

CASTRO, Juscileide Braga de. **Construção do conceito de covariação por estudantes do ensino fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais**. 2016. 275f - Tese (Doutorado) Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2016.

DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 45, p. 57-67, 2013. Disponível em: <

https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822/3074 >. Acesso em: 20 jul. 2022.

DAMIANI, M. F. Sobre pesquisas do tipo intervenção pedagógica. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais** [...]. São Paulo: UNICAMP, 2012, p. 1-9.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008. **Educação Matemática**: uma (nova) introdução, p. 167–188, 208.

DICETTI, T.; BISOGININ, E.; PRETTO, V. ENSINO E APRENDIZAGEM DE INEQUAÇÕES: UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DE PESQUISAS CIENTÍFICAS. In: Seminário Internacional de Educação, 25, Cachoeira do Sul, 2020. **Anais** [...]. Cachoeira do Sul : Universidade Franciscana, 2020 Disponível em: < https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03028997 >. .Acesso em : 11 jul 2022.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: 5. ed. Campinas: Papirus, 2003. cap. 1, p. 11–33.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles T. Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266 - 297, 2012.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica - 8a ed. Campinas, São Paulo. Papirus, p. 11- 33. 2013.

DRUCK, S. **Matemática não é problema**. Boletim o Salto para o Futuro - Matemática não é problema, p. 3–8, maio 2005.

DICETTI, T.; BISOGININ, E.; PRETTO, V. ENSINO E APRENDIZAGEM DE INEQUAÇÕES: UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DE PESQUISAS CIENTÍFICAS. In: Seminário Internacional de Educação, 25., 2020, Rio Grande do Sul. **Anais** [...]. Cachoeira do Sul: Universidade Franciscana, 2020 Disponível em: < https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03028997 >. Acesso em: 11 jul 2022.

FREITAS, José Luiz; REZENDE, Veridiana. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 2, n. 3, jul-dez. 2013

GERHARDT, T. E. *et al*. Estrutura do projeto de pesquisa. In: GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de pesquisa**. 1. ed. Rio Grande do Sul: Editora da UFRGS, 2009. p. 65-88. Disponível em: < http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf >. Acesso em: 30 abr. 2022.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. - São Paulo – SP: Atlas, 2008.

GUERRA, E. L. A. **Manual de Pesquisa Qualitativa**. 2014.

HOHENWARTER. *et al*. GeoGebra-INFORMAÇÕES. **Tradução de Hermínio Borges Neto *et al***, 2007.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos da Matemática Elementar, 1 : conjuntos funções**. 9. ed. São Paulo : Atual, 2013, p. 128.

MOTTA, M. S.; SILVEIRA, I. F. **Estágio supervisionado e tecnologias educacionais: estudo de caso de um curso de Licenciatura em Matemática. Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 14, n. 1, 2012.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. (2008). **Diretrizes curriculares de matemática para as séries finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio**. Curitiba: SEED/DEPG.

QUEIROZ, D. S. **As representações semióticas no estudo de inequações no ensino médio**. 2022. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2021. Disponível em: < https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/14210 >. Acesso em: 06 jul 2022

RIBEIRO, F.M; PAZ, M.G. O ensino da matemática por meio de novas tecnologias. **Revista Modelo**, FACOS/CNEC, Osório, ano 2, vol.2, nº 2, 2012, p. 12-21.

ROCHA, J. P. **Aprendizagem de inequações no ensino médio: um estudo com o *software GrafEq* e os registros de representação semiótica**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática e Estatística, 2019.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. 2007. 41f. Monografia – Licenciatura em Matemática, Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007.

TAJRA, S. F. **Informática na educação: o professor na atualidade**. São Paulo: Érica, 2012.

TRAVASSOS, W. B. **Um estudo sobre o conceito de inequação com licenciandos em matemática**: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica. 2018. 183 f. Universidade Estadual de Maringá, 2018, Maringá, PR. Disponível em: < http://repositorio.uem.br:8080/jspui/handle/1/5799 >. Acesso em: 6 jul 2022.

TRAVASSOS, W. B.; PROENÇA, M. C. Análise dos trabalhos do Encontro Nacional de Educação Matemática sobre o conteúdo Inequações. **Revista Valore**, v. 3, p. 26-37, 2018.

APÊNDICES

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO INICIAL - AI - 08 DE DEZEMBRO DE 2022

1) Identificação:____

2) Você já cursou alguma faculdade?

( ) Sim
( ) Não

Em caso afirmativo, essa faculdade tinha como ciência principal a ciência exata?

( ) Sim
( ) Não

3) Você possui afinidade com recursos tecnológicos?

( ) Sim
( ) Não

4) Você utiliza recursos tecnológicos para fins educacionais?

( )Sim
( )Não

Em caso afirmativo, com qual finalidade? (É possível marcar mais de uma alternativa.)

( ) Estudar para uma prova
( ) Realizar pesquisa
( ) Realizar trabalho solicitado por um professor
( ) Apoiar a resolução de exercícios ou atividades.
Outros:____.

5) Você possui dificuldades ou sente a necessidade de se aprofundar em algum dos conteúdos a seguir? (É possível marcar mais de uma alternativa.)

( ) Função do 1° Grau
( ) Função do 2° Grau
( ) Inequação produto
( ) Interpretação gráfica das funções
( ) Significado gráfico dos coeficientes da função do 1° grau
( ) Significado gráfico dos coeficientes da função do 2° grau
( ) Inequações do 1° grau
( ) Inequações do 2° grau
( ) Estudo dos sinais das funções

6) Algum professor já utilizou aplicativos em dispositivos móveis ou computadores para abordar um conteúdo da disciplina lecionada?

( ) Sim
( ) Não

7) Em caso afirmativo, você considerou a experiência positiva?

( ) Sim
( ) Não

Comente:____
_

APÊNDICE B - ATIVIDADE DIA 1 - A1 - 08 DE DEZEMBRO DE 2022

1) Considerando a função f de ℝ em ℝ definida por $f(x) = x + 2$, responda.
a) $f(x)$ é crescente? Por quê?

b) Qual(is) o(s) zero(s) da função $f(x)$?

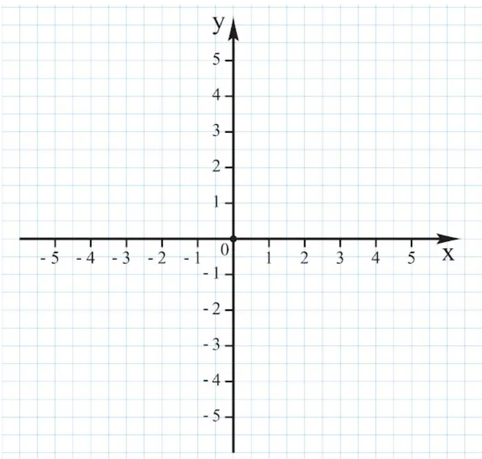
c) Para qual(is) valore(s) de x a função $f(x) > 0$?

d) Qual a solução da inequação acima? Descreva o conjunto solução de duas formas diferentes.

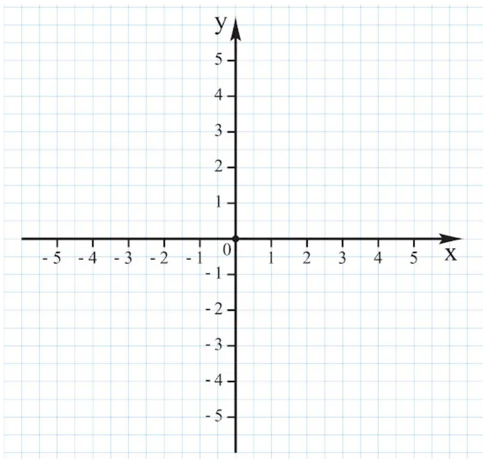
e) Para quais valores de x a função $f(x) < 0$?

f) Marque no eixo x o intervalo em que:

1)$f(x) \geq 0$



2)$f(x) \leq 0$



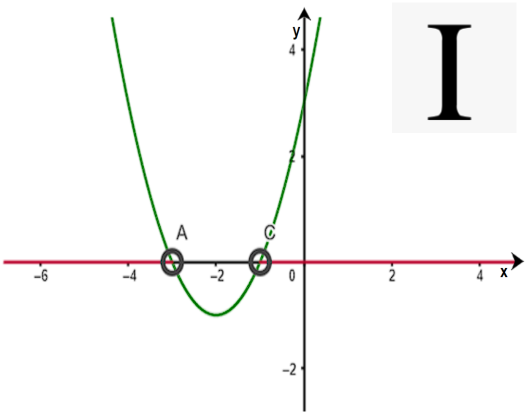
2) Considere a função $p(x) = x^2 + 4x + 3$, definida de ℝ em ℝ, responda:

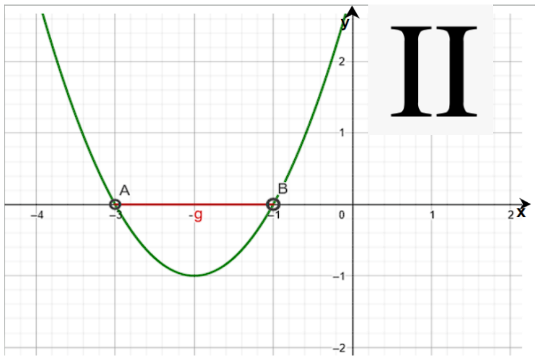
a) Qual nome da curva da função $p(x)$?

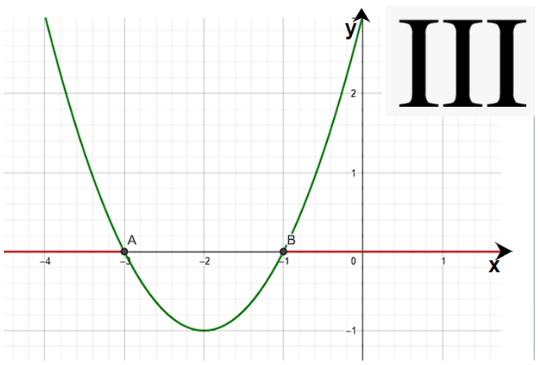
b) Qual relação do sinal do coeficiente quadrático e o gráfico?

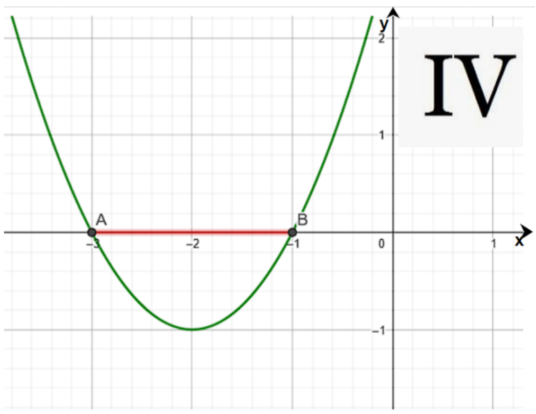
c) Em qual momento a curva assume valores positivos e negativos, ou seja, onde $p(x) > 0$ e $p(x) < 0$? Determine a solução.

2.1) Todos os gráficos abaixo representam a função h(x), definida de ℝ em ℝ.









a) Determine as soluções de acordo com cada gráfico.

I: ____

II:____

III: ____

IV:____
_

b) Relacione cada gráfico com as inequações a seguir:

( ) $h(x) > 0$

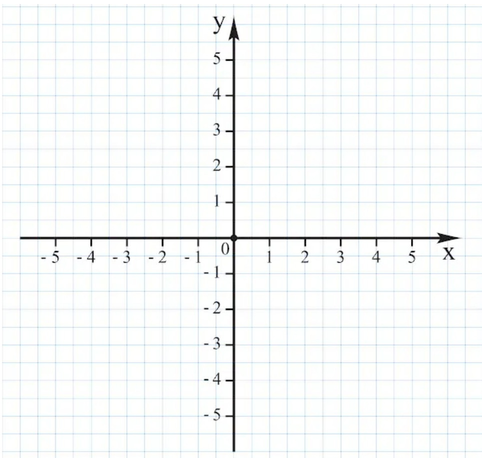
( ) $h(x) < 0$

( ) $h(x) \geq 0$

( ) $h(x) \leq 0$

2.2) Seja $t(x)$, definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, a função cujo coeficiente quadrático é negativo, as raízes são $x = 2$ e $x = 10$.

a) Esboce o gráfico $t(x)$.



b) Determine o(s) intervalo(s) no qual $t(x) \geq 0$.

c) Determine o(s) intervalo(s) no qual $t(x) < 0$.

Obs.: Descreva o conjunto solução de duas formas diferentes.

3) Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações produto:

a) $(x + 2) \cdot (2x + 1) > 0$.

b) $(x^2 + 4x + 2) \cdot (x + 1) \leq 0$

APÊNDICE C - ATIVIDADE DIA 2 - A2 - 16 DE DEZEMBRO DE 2022

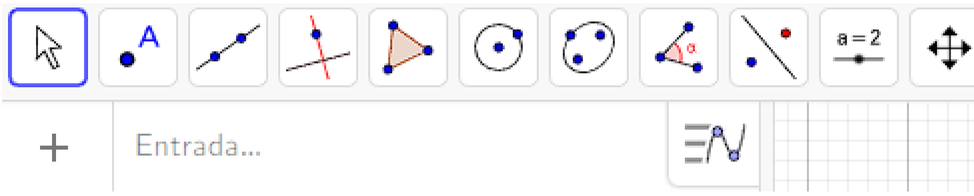
Inequação produto utilizando o *software* Geogebra

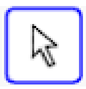
1ª Parte – Conhecendo o Software GeoGebra

GeoGebra é um software de matemática que reúne geometría, álgebra e cálculo. O seu autor é o professor Markus Hohenwarter[2] da Universidade de Salzburgo na Áustria. Por um lado, GeoGebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas como com funções que a posteriori podem modificar-se dinamicamente. [...] Por outra parte, pode-se inserir equações e coordenadas diretamente. Assim, GeoGebra tem a potência de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos; permite determinar derivadas e integrais de funções e oferece um conjunto de comandos próprios da análise matemática, para identificar pontos singulares de uma função, como raízes ou extremos. Estas duas perspectivas caracterizam o GeoGebra: uma expressão na janela algébrica corresponde-se com um objecto na janela de desenho ou janela de gráficos e vice-versa.

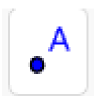
Ao abrir o *software*, visualizamos a seguinte tela:

No canto superior esquerdo está a barra de ferramentas que utilizaremos no trabalho.

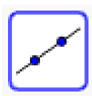




Mover: Esta ferramenta é utilizada para arrastar e mover objetos livres. Ao selecionar um objeto no modo Mover, pode-se apagar o objeto pressionando a tecla Delete, ou então movê-lo usando o mouse ou as setas do teclado. Também é possível ativar a ferramenta Mover pressionando a tecla ESC;



Ponto: Para criar um novo ponto, selecione esta ferramenta e em seguida clique na janela de visualização. Clicando em um segmento, reta, polígono, cônica, gráfico de função ou curva, você pode criar um ponto nesse objeto. Clicando na interseção de duas linhas criando um ponto de interseção;



Retas: Essa ferramenta é utilizada para criar retas;

Essa ferramenta é utilizada para escrever expressões, coordenadas, números, etc.

[2]HOHENWARTER, M. Ajuda do Geogebra. Tradução: Jorges Geraldes. 2014, p.4.

2ª Parte – Atividades Iniciais

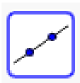
A segunda parte desta apostila contém atividades elementares, elaboradas por Armando Jefferson Monteiro Belmiro e Cristiano Sampaio, com a finalidade de favorecer o reconhecimento das funções e inequações.

i) Resolva a inequação em ℝ:

$$(x+2)\cdot(2x-1) > 0.$$

1. Crie as funções $(x+2)\ e\ (2x-1)$.

2. Utilizando a ferramenta novo ponto , marque os zeros da função.
Como queremos que o produto das inequações seja **maior que** zero, então devemos encontrar os intervalos onde ambas as equações são **positivas** e onde ambas são **negativas**.
3. Observando o gráfico, determine onde $f(x)\geq 0\ e\ g(x)\geq 0$:__________________________.

4. Delimite o intervalo encontrado acima, utilize a ferramenta semirreta  no menu retas  .
Como queremos que o produto das inequações seja maior que zero, teremos o intervalo aberto nas raízes.
5. Clique com o botão direito do mouse em alguma das raízes, escolha a opção **Propriedades**; em seguida, no canto superior direito, clique em **Estilo**; clique na opção **Estilo do Ponto** e escolha o **Ponto Aberto.**
6. Repita o processo 5 em todas as raízes.
Agora vamos determinar onde ambas as funções são menores que zero.
7. Observando o gráfico, determine onde $f(x)\leq 0\ e\ g(x)\leq 0$.
Agora foi encontrado o intervalo em que as duas funções são negativas.
8. Repita o procedimento 4 e delimite o intervalo encontrado.
9. Observe o(s) segmento(s) encontrado(s), esse(s) segmento(s) é (são) a solução da inequação produto.
10. S=____.

ii) Resolvendo a inequação em ℝ:

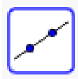
$$(x^2+4x+2)\cdot(x+1)\leq 0.$$

1. Crie as funções $(x^2+4x+2)\ e\ (x+1)$.

2. Utilizando a ferramenta novo ponto , marque os zeros das funções.

3. Como queremos que o produto das inequações seja **menor que dois**, então devemos encontrar os intervalos no qual $f(x)\leq 0 \; e \; g(x)\geq 0$ ou $f(x)\geq 0 \; e \; g(x)\leq 0$.

4. Observando o gráfico, determine onde $f(x)\leq 0 \; e \; g(x)\geq 0$: ______________________________.

5. Delimite esse intervalo encontrado utilizando a ferramenta segmento  ou semirretas no menu retas .

6. Para facilitar as próximas visualizações, oculte todas as retas, segmentos, semirretas e pontos encontrados anteriormente e deixe somente os intervalos desejados.

7. Agora determine onde $f(x)\geq 0 \; e \; g(x)\leq 0$:________________.

8. Repita o procedimento 5.

9. Observe o(s) segmento(s) encontrado(s), esse(s) segmento(s) é (são) a solução da inequação produto.

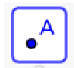
10. S=____.

11. Faça uma comparação entre os intervalos encontrados (10) com o quadro de sinais.

iii) Resolva a inequação em ℝ:

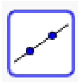
$$(x^2 - x - 2)\cdot(- x^2 + 4x - 2)\geq 0.$$

1. Crie as funções $(x^2 - x - 2) \; e \; (- x^2 + 4x - 2)$.

2. Utilizando a ferramenta novo ponto , marque os zeros das funções.

3. Como queremos que o produto das inequações seja **maior ou igual** a zero, então devemos encontrar os intervalos onde ambas as equações são **positivas** e onde ambas são **negativas**.

4. Observando o gráfico, determine onde $f(x)\geq 0 \; e \; g(x)\geq 0$:_________________________.

5. Delimite esse intervalo utilizando a ferramenta segmento  ou semirreta no menu retas .

6. Observando o gráfico, determine onde $f(x)\leq 0 \; e \; g(x)\leq 0$.

7. Para facilitar as próximas visualizações, oculte todas as retas, segmentos, semirrretas e pontos encontrados anteriormente e deixe somente o intervalo desejado.

8. Repita o procedimento 5.

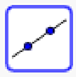
9. Observe o(s) segmento(s) encontrado(s) e determine o conjunto solução

10. S=____.

iv) Resolva a inequação em $\mathbb{R}$:

$$(x^2 - x - 2) \cdot (x^2 + 4x - 3) < 0.$$

1. Crie as funções $x^2 - x - 2$ *e* $x^2 + 4x - 3$.

2. Utilizando a ferramenta novo ponto , marque os zeros das funções.
Como queremos que a nossa inequação produto seja menor que zero, os intervalos serão abertos nas raízes.
3. Para criar um ponto aberto, clique com o botão direito no ponto, escolha a opção Configurações, vá até à opção Estilo, agora clique no Estilo do Ponto e marque a opção  .
4. Repita o procedimento acima em todas as raízes.
Como queremos que o produto das inequações seja menor que zero, então devemos encontrar os intervalos onde as equações tenham sinais alternados.
5. Escreva no menu entrada as inequações $x^2 - x - 2 > 0$ *e* $-x^2 + 4x - 3 < 0$.
6. Delimite o intervalo encontrado utilizando a ferramenta segmento ou semirretas menu retas  .
7. Para facilitar as próximas visualizações, oculte todas as retas, segmentos, semirretas e pontos encontrados anteriormente e deixe somente o intervalo desejado.
8. Agora crie as inequações $x^2 - x - 2 < 0$ *e* $-x^2 + 4x - 3 > 0$.
9. Repita o procedimento 6.
10. Observe o(s) segmento(s) encontrado(s) e determine o conjunto solução da inequação produto.
11. S =____.

v) Resolva a inequação, em $\mathbb{R}$**,** utilizando o geogebra: $2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4 < 0$.

APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO FINAL - QF - 16 DE DEZEMBRO DE 2022

Questionário Final

Os dados coletados por meio deste questionário são para fins de uma pesquisa educacional, intitulada TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: contribuições para futuros professores no estudo de inequações produto, promovida por Armando Jefferson Monteiro Belmiro e Cristiano Sampaio, alunos da Licenciatura em Matemática do IFF *campus* Campos Centro, sob orientação da Profª Larissa Console de Oliveira. As informações fornecidas serão tratadas somente para essa finalidade e sua identidade será mantida em sigilo.

Identificação:

1) Com base na tabela abaixo:

D	Discordo
DP	Discordo parcialmente
NCND	Não concordo nem discordo
CP	Concordo parcialmente
C	Concordo

Em sua opinião, sobre o estudo da Inequação produto com auxílio do *software* Geogebra e a sequência didática:

	D	DP	NCND	CP	C
O tempo destinado para a realização das atividades foi adequado					
As atividades de revisão foram interessantes para o estudo do tema principal					
A sequência didática foi interessante					
Teve dificuldade durante as atividades de revisão					

O *software* Geogebra foi útil					
Contribuiu para o entendimento gráfico sobre funções					
Contribuiu para o entendimento sobre inequações					
O dia um visou revisar os conteúdos de inequação do 1° e 2° grau e esse dia cumpriu seu objetivo					
Foi fácil realizar as construção das funções e inequações no Geogebra					
Foram adequadas as atividades com o auxílio do *software* Geogebra para resolver as inequações produto					
Desenvolveu o entendimento sobre inequações produto					
As atividades iniciais contribuíram para o estudo das inequações produto					
O aprendizado será útil na minha prática docente					
Despertou curiosidade e interesse					
A sequência didática mudou a minha perspectiva sobre a interpretação de inequações					

2) Um conjunto de atividades organizado para um determinado fim educacional, como o que foi realizado nesse estudo, é determinada sequência didática. Considerando, de forma global, as atividades promovidas, o encadeamento e as finalidades das mesmas, o tempo destinado às ações, aos recursos utilizados e à metodologia adotada, que nota você atribuiria a sequência didática proposta? Sabendo que 1 é a nota mínima e 5 é a nota máxima a se atribuir.

1	2	3	4	5

Comentários:

3) O espaço a seguir é para comentários relacionados a qualquer afirmativa apresentada nos quadros acima. Caso tenha assinalado a opção D, DP ou NCND e 1, 2 ou 3, para alguma(s) afirmativa(s), por favor mencione o(s) motivos(s) que levaram a essa escolha.

4) Considerando a sua experiência na participação dessa pesquisa, você utilizaria o *software* Geogebra na sua futura prática docente?

( ) Sim
( ) Não

5) Deixe aqui sua percepção sobre o trabalho, pontos positivos ou negativos, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

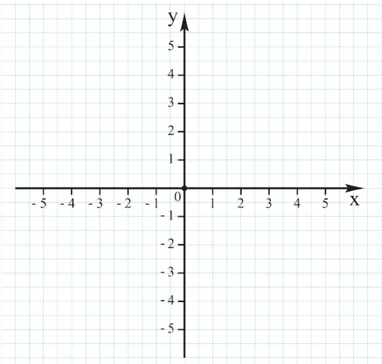
APÊNDICE E - ATIVIDADE DIA 1, ALTERAÇÕES PÓS-DEFESA DE TCC

Licenciatura em Matemática
Data:__/__/____
Identificação: ____

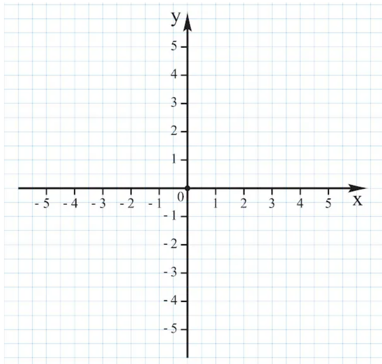
Atividade 1

1) Considerando a função f de ℝ em ℝ definida por $f(x) = x + 2$, responda.
a) $f(x)$ é crescente? Por quê?
b) Qual(is) o(s) zero(s) da função $f(x)$?
c) Para qual(is) valore(s) de x a função $f(x) > 0$?
d) Qual a solução da inequação acima? Descreva o conjunto solução de duas formas diferentes.
e) Para quais valores de x a função $f(x) < 0$?
f) Marque no eixo das abscissas o intervalo em que:

1)$f(x) \geq 0$



2)$f(x) \leq 0$



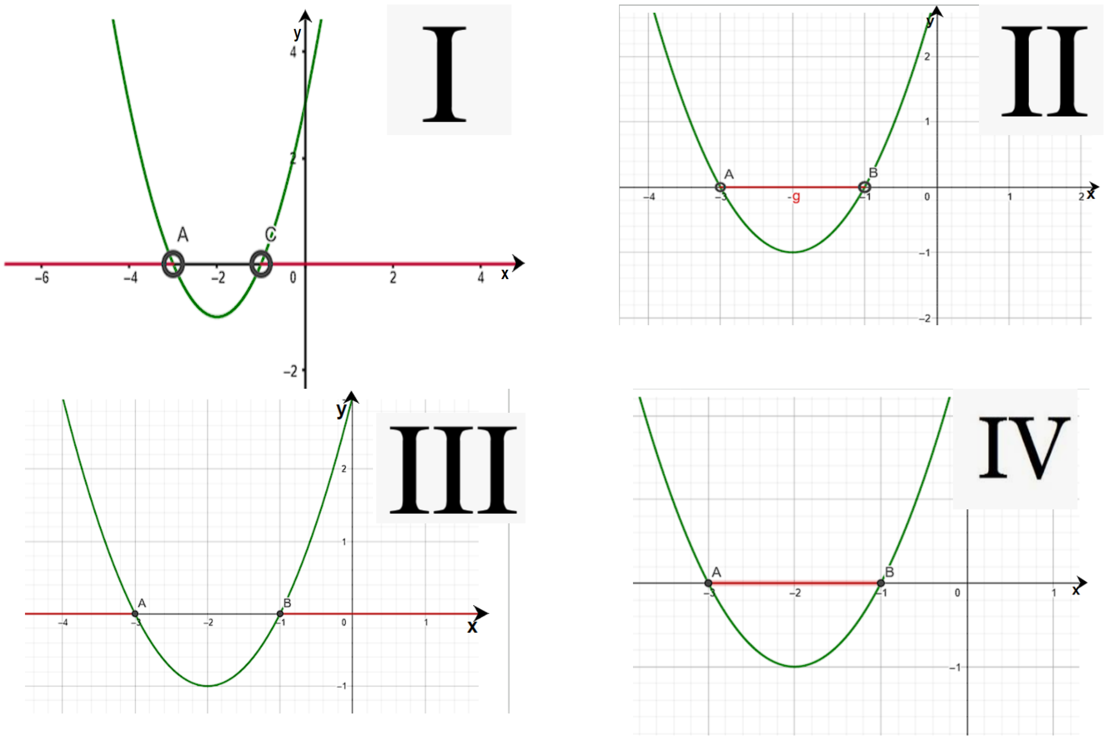
2) Considere a função $p(x) = x^2 + 4x + 3$, definida de ℝ em ℝ, responda:

a) Qual é a curva que representa uma função de segundo grau?
b) Qual a relação entre o sinal do coeficiente quadrático e o gráfico de uma função do segundo grau?

c) Para quais valores da abscissa a curva assume valores positivos? E negativos? Ou seja, para quais valores de x tem-se $p(x) > 0$? $E\, p(x) < 0$? Determine a solução de cada inequação.

2.1) Todas as figuras abaixo representam o gráfico de uma mesma função h(x), definida de ℝ em ℝ. A parte destacada em vermelho representa um intervalo, que pode ser a solução de uma inequação.

,



a) Represente os intervalos destacados em vermelho em cada gráfico.

I: ____

II:____

III: ____

IV:____

b) Relacione cada intervalo que você destacou com a solução de uma das inequações a seguir:

( ) $h(x) > 0$

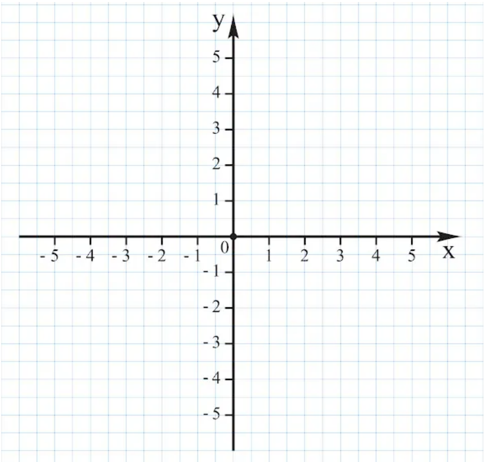
( ) $h(x) < 0$

( ) $h(x) \geq 0$

( ) $h(x) \leq 0$

2.2) Seja $t(x)$, definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, uma função cujo coeficiente quadrático é negativo, as raízes são $x = 2$ e $x = 5$.

a) Esboce um gráfico possível para $t(x)$.



b) Determine o(s) intervalo(s) no qual $t(x) \geq 0$.

c) Determine o(s) intervalo(s) no qual $t(x) < 0$.

Obs.: Descreva o conjunto solução de duas formas diferentes.

3) Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações produto:

a) $(x + 2) \cdot (2x + 1) > 0.$

b) $(x^2 + 4x + 2) \cdot (x + 1) \leq 0$

APÊNDICE F - ATIVIDADE DIA 2, ALTERAÇÕES PÓS-DEFESA

Licenciatura em Matemática
Data:__/__/____
Identificação:____

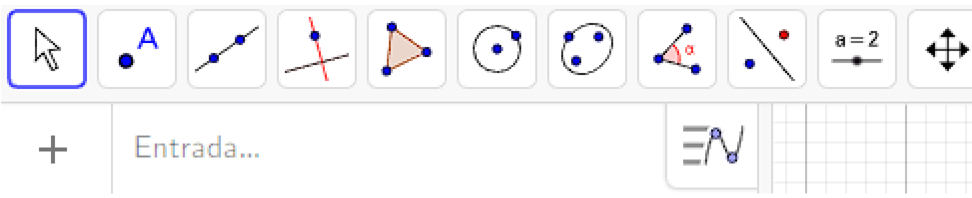
Inequação produto utilizando o *software* Geogebra

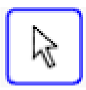
1ª Parte – Conhecendo o Software GeoGebra

GeoGebra é um software de matemática que reúne geometria, álgebra e cálculo. O seu autor é o professor Markus Hohenwarter[3] da Universidade de Salzburgo na Áustria. Por um lado, GeoGebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, secções cónicas como com funções que a posteriori podem modificar-se dinamicamente. [...] Por outra parte, pode-se inserir equações e coordenadas diretamente. Assim, GeoGebra tem a potência de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos; permite determinar derivadas e integrais de funções e oferece um conjunto de comandos próprios da análise matemática, para identificar pontos singulares de uma função, como raízes ou extremos. Estas duas perspectivas caracterizam o GeoGebra: uma expressão na janela algébrica corresponde-se com um objecto na janela de desenho ou janela de gráficos e vice-versa.

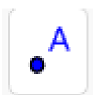
Ao abrir o *software*, visualizamos a seguinte tela:

No canto superior esquerdo está a barra de ferramentas que utilizaremos no trabalho.





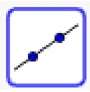
Mover: Esta ferramenta é utilizada para arrastar e mover objetos livres. Ao selecionar um objeto no modo Mover, pode-se apagar o objeto pressionando a tecla Delete, ou então movê-lo usando o mouse ou as setas do teclado. Também é possível ativar a ferramenta Mover pressionando a tecla ESC;

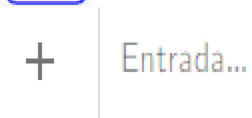


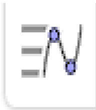
Ponto: Para criar um novo ponto, selecione esta ferramenta e em seguida clique na janela de visualização. Clicando em um segmento, reta, polígono, cônica, gráfico de função ou curva, você pode criar um

[3]HOHENWARTER, M. Ajuda do Geogebra. Tradução: Jorges Geraldes. 2014, p.4.

ponto nesse objeto. Clicando na interseção de duas linhas criando um ponto de interseção;

 Retas: Essa ferramenta é utilizada para criar retas;



 Essa ferramenta é utilizada para escrever expressões, coordenadas, números, etc.

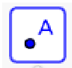
2ª Parte – Atividades Iniciais

A segunda parte desta apostila contém atividades elementares, elaboradas por Armando Jefferson Monteiro Belmiro e Cristiano Sampaio, com a finalidade de favorecer o reconhecimento das funções e inequações.

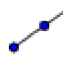
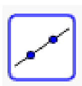
i) Resolva a inequação em ℝ:

$$(x + 2) \cdot (2x - 1) > 0.$$

1. Crie o gráfico das funções $f(x) = (x + 2)\ e\ g(x) = (2x - 1)$.

2. Utilizando a ferramenta novo ponto , marque os zeros da função. Como queremos que o produto das funções seja **maior que** zero, então devemos encontrar os intervalos onde ambas as funções são **positivas** e onde ambas são **negativas**.

3. Observando o gráfico, determine onde $f(x) \geq 0\ e\ g(x) \geq 0$:___________________________.

4. Delimite o intervalo encontrado acima, utilize a ferramenta semirreta  no menu retas .

Como queremos que o produto das funções seja maior que zero, teremos o intervalo aberto nas raízes.

5. Clique com o botão direito do mouse em alguma das raízes, escolha a opção **Propriedades**; em seguida, no canto superior direito, clique em **Estilo**; clique na opção **Estilo do Ponto** e escolha o **Ponto Aberto.**

6. Repita o processo 5 em todas as raízes.

Agora vamos determinar onde ambas as funções são menores que zero.

7. Observando o gráfico, determine onde $f(x) \leq 0 \; e \; g(x) \leq 0$.

Agora foi encontrado o intervalo em que as duas funções são negativas.

8. Repita o procedimento 4 e delimite o intervalo encontrado.

9. Observe o(s) segmento(s) encontrado(s), esse(s) intervalo(s) é (são) a solução da inequação produto.

10. S=____.

ii) Resolvendo a inequação em $\mathbb{R}$:

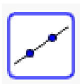
$$(x^2 + 4x + 2) \cdot (x + 1) \leq 0.$$

1. Crie as funções $f(x) = (x^2 + 4x + 2) \; e \; g(x) = (x + 1)$.

2. Utilizando a ferramenta novo ponto , marque os zeros das funções.

3. Como queremos que o produto das funções **seja menor que zero**, então devemos encontrar os intervalos no qual $f(x) \leq 0 \; e \; g(x) \geq 0$ ou $f(x) \geq 0 \; e \; g(x) \leq 0$.

4. Observando o gráfico, determine onde $f(x) \leq 0 \; e \; g(x) \geq 0$: _______________________________.

5. Delimite esse intervalo encontrado utilizando a ferramenta segmento  ou semirretas no menu retas .

6. Para facilitar as próximas visualizações, oculte todas as retas, segmentos, semirretas e pontos encontrados anteriormente e deixe somente os intervalos desejados.

7. Agora determine onde $f(x) \geq 0 \; e \; g(x) \leq 0$:________________.

8. Repita o procedimento 5.

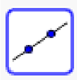
9. Observe o(s) segmento(s) encontrado(s), esse(s) intervalo(s) é (são) a solução da inequação produto.

10. S=____.

11. Faça uma comparação entre os intervalos encontrados (10) com o quadro de sinais.

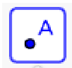
iii) Resolva a inequação em ℝ:

$$(x^2 - x - 2) \cdot (-x^2 + 4x - 2) \geq 0.$$

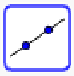
1. Crie as funções $f(x) = (x^2 - x - 2)$ e $g(x) = (-x^2 + 4x - 2)$.
2. Utilizando a ferramenta novo ponto , marque os zeros das funções.
3. Como queremos que o produto das funções seja **maior ou igual** a zero, então devemos encontrar os intervalos onde ambas as funções são **positivas** e onde ambas são **negativas**.
4. Observando o gráfico, determine onde $f(x) \geq 0$ e $g(x) \geq 0$:____________________________.
5. Delimite esse intervalo utilizando a ferramenta segmento  ou semirreta no menu retas .
6. Observando o gráfico, determine onde $f(x) \leq 0$ e $g(x) \leq 0$.
7. Para facilitar as próximas visualizações, oculte todas as retas, segmentos, semirretas e pontos encontrados anteriormente e deixe somente o intervalo desejado.
8. Repita o procedimento 5.
9. Observe o(s) intervalo(s) encontrado(s) e determine o conjunto solução
10. S=____.

iv) Resolva a inequação em ℝ:

$$(x^2 - x - 2) \cdot (x^2 + 4x - 3) < 0.$$

1. Crie as funções $f(x) = (x^2 - x - 2)$ e $g(x) = x^2 + 4x - 3$.
2. Utilizando a ferramenta novo ponto , marque os zeros das funções. Como queremos que o produto das funções seja **menor que zero**, os intervalos serão abertos nas raízes.
3. Para criar um ponto aberto, clique com o botão direito no ponto, escolha a opção Configurações, vá até à opção Estilo, agora clique no Estilo do Ponto e marque a opção .
4. Repita o procedimento acima em todas as raízes.

Como queremos que o produto das funções seja **menor que zero**, então devemos encontrar os intervalos onde as funções têm sinais alternados.

5. Escreva no menu entrada as inequações $x^2 - x - 2 > 0 \; e \; -x^2 + 4x - 3 < 0.$
6. Delimite o intervalo encontrado utilizando a ferramenta segmento ou semirretas menu retas  .
7. Para facilitar as próximas visualizações, oculte todas as retas, segmentos, semirretas e pontos encontrados anteriormente e deixe somente o intervalo desejado.
8. Agora crie as inequações $x^2 - x - 2 < 0 \; e \; -x^2 + 4x - 3 > 0.$
9. Repita o procedimento 6.
10. Observe o(s) intervalo(s) encontrado(s) e determine o conjunto solução da inequação produto.
11. S =____.

v) Resolva a inequação, em $\mathbb{R}$, utilizando o geogebra: $2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4 < 0$.

ANEXOS

ANEXO A - PROJETO POLÍTICO DO CURSO

Complementares

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na formação e Educação Matemática**. v. 1 Rio de Janeiro: Editora da UFRRJ, 2009.

BEHAR, P. e Colaboradores. **Modelos Pedagógicos em Educação a Distância**. Porto Alegre: ArtMed, 2009.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., VARANDAS, J. M. **O Contributo das Tecnologias de Informação e Comunicação para o Desenvolvimento do Conhecimento e da Identidade Profissional.** J. P. da Ponte: Artigos e Trabalhos em Português. 2003. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm>. Acesso em: 05 abr. 2014.

PRIMO, A. **Interação mediada por computador:** comunicação, cibercultura, cognição. 3.ed.(Coleção Cibercultura) Porto Alegre: Sulina, 2011.

SANCHO, J. M.; HERNÁNDEZ e colaboradores. **Tecnologias para transformar a educação**. Tradução de Valério Campos. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SETTE, Sonia Schechtman; AGUIAR, Márcia. Ângela; SETTE, José Sérgio. A. **Formação de Professores em Informática na Educação.** Um Caminho para Mudanças. Coleção Informática para a Mudança na Educação. MEC/SED/PROINFO, 1999. Disponível em: < http://dominiopublico.mec.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=40241 >. Acesso em: 05 abr. 2014.

VALENTE, José. Armando. **Computadores e Conhecimento: repensando a educação.** São Paulo: Gráfica da Unicamp, 1993.

VALENTE, J. A. **O Uso Inteligente do Computador na Educação**. *Pátio – Revista Pedagógica,* Porto Alegre: Artes Médicas, v. 1, p.19-21, 1997.

VALENTE, J.A. **O computador na Sociedade do Conhecimento**. Campinas. SP: UNICAMP/NIED, 1999.

VALENTE, José. Armando. (org.) **Formação de Educadores para o Uso da Informática na Escola**. Campinas. SP: Gráfica da Unicamp/NIED, 2003.

Fundamentos de Matemática I

Período da Licenciatura: 1º.

Carga Horária Total: 80 h/a

Ementa

Funções. Função Constante. Função Afim. Função Quadrática. Funções definidas por várias sentenças. Função modular.

Objetivos

1.1- Geral

Aplicar os conhecimentos adquiridos no estudo das funções em situações concretas e em estudos futuros.

1.2- Específicos

- Reconhecer representações diferentes de um mesmo conceito.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas corretamente (tabelas, gráficos, equações, inequações, etc.).
- Expressar-se oral, escrita e graficamente, valorizando a precisão da linguagem.
- Utilizar o computador, reconhecendo suas potencialidades e limitações.
- Selecionar estratégias de resolução de atividades envolvendo funções.

Conteúdo

1. Funções
    1.1. Definição
    1.2. Notação
    1.3. Domínio e imagem
    1.4. Crescimento e decrescimento
    1.5. Estudo do sinal
2. Função Constante
    2.1. Definição
    2.2. Representação gráfica
    2.3. Domínio e imagem
3. Função Afim
    3.1. Definição
    3.2. Representação gráfica
    3.3. Interpretação geométrica dos coeficientes da função afim
    3.4. Domínio e imagem
    3.5. Crescimento e decrescimento
    3.6. Estudo do sinal
    3.7. Inequações
    3.8. Aplicações
4. Função Quadrática
    4.1. Definição
    4.2. Representação gráfica
    4.2.1. Pontos importantes da parábola
    4.2.2. Eixo de simetria
    4.3. Domínio e imagem
    4.4. Estudo do sinal
    4.5. Inequações
    4.6. Aplicações
5. Funções definidas por várias sentenças
    5.1. Representação gráfica
6. Função modular
    6.1. Definição de módulo
    6.2. Definição de função modular
    6.3. Representação gráfica
    6.4. Equações e inequações modulares

Procedimentos metodológicos

1. Aulas expositivas e dialogadas com recursos diversos (digitais ou não);
2. Discussões em grupo;
3. Atividades em grupos e individuais;
4. Pesquisas;
5. Seminários
6. Avaliação formativa[9].

Referências

Básicas

DOMINGUES, Hygino H. IEZZI, Gelson. **Álgebra Moderna.** São Paulo: Atual Editora Ltda, 1982.

IEZZI, Gelson. MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**. v. 1. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1993.

LIMA, Elon L. CARVALHO, Paulo C. P. WAGNER, Eduardo. MORGADO, Augusto. **A Matemática do Ensino Médio**. v.1. Rio de Janeiro: SBM, 1996. Coleção Professor de Matemática.

Complementares

BOULOS, Paulo. **Pré-Cálculo**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2005.

DEMANA, Franklin D. et al. **Pré-cálculo**. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

MELLO, José Luiz Pastore. **Matemática: construção e significado**. São Paulo: Moderna, 2005.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2005.

SILVA, Sebastião Medeiros da. **Matemática para cursos superiores**. São Paulo: Atlas, 2002.

Fundamentos Sócio-filosóficos da Educação

Período da Licenciatura: 1º.

Carga Horária Total: 60 h/a

Ementa

[9]Sinônimo da avaliação processual ou contínua refere-se a examinar a aprendizagem ao longo das atividades realizadas (produções, comentários, apresentações, criação, trabalhos em grupos entre outros).