MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

CAMPUS CAMPOS CENTRO

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DOUGLAS AMORIM DE NAZARETH
PAULO ROBERTO FREIRE GONÇALVES JUNIOR

DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS COMPLEXOS, DURANTE O ENSINO REMOTO, POR ALUNOS DE UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Campos dos Goytacazes/ RJ

Março – 2023

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DOUGLAS AMORIM DE NAZARETH
PAULO ROBERTO FREIRE GONÇALVES JUNIOR

DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS COMPLEXOS, DURANTE O ENSINO REMOTO, POR ALUNOS DE UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense c*ampus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Profª. Drª. Mylane dos Santos Barreto
Coorientadora: Profª. Me. Carla Antunes Fontes

Campos dos Goytacazes/RJ

Março – 2023

Biblioteca
CIP - Catalogação na Publicação

N335d

NAZARETH, DOUGLAS AMORIM DE
DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS COMPLEXOS, DURANTE O ENSINO REMOTO, POR ALUNOS DE UM CURSO DE LICENCIATURA EM MTEMÁTICA / DOUGLAS AMORIM DE NAZARETH, PAULO ROBERTO FREIRE GONÇALVES JUNIOR - 2023.
92 f.: il.

Orientadora: MYLANE DOS SANTOS BARRETO
Coorientadora: CARLA ANTUNES FONTES

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Curso de Licenciatura em Matemática, Anton Dakitsch, RJ, 2023.
Referências: f. 73 a 76.

1. Ensino Remoto. 2. Números Complexos. 3. Licenciatura em Matemática. I. FREIRE GONÇALVES JUNIOR, PAULO ROBERTO. II. DOS SANTOS BARRETO, MYLANE , orient. III. Titulo.III. ANTUNES FONTES, CARLA, coorient. IV. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da Biblioteca do IFF com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS COMPLEXOS, DURANTE O ENSINO REMOTO, POR ALUNOS DE UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 27 de março de 2023.

Banca Examinadora:

Paula Eveline da Silva dos Santos

Paula Eveline da Silva dos Santos (Examinadora)
Mestre em Matemática (PROFMAT) - UENF - RJ
IFFluminense *Campus* Campos Centro

Leandro Sopeletto Carreiro (Examinador)
Mestre em Matemática (PROFMAT) - UENF - RJ
IFFluminense *Campus* Campos Centro

Mylane dos Santos Barreto (Orientadora)
Doutora em Cognição e Linguagem - UENF - RJ
IFFluminense *Campus* Campos Centro

Carla Antunes Fontes (Coorientadora)
Mestre em Matemática Aplicada - UFRJ - RJ
IFFluminense *Campus* Campos Centro

AGRADECIMENTOS (DOUGLAS)

Nesta fase que se encerra, primeiramente quero agradecer à Deus pela minha vida, e por ter me ajudado na realização deste sonho, pois sem a luz Dele eu não teria chegado até a conclusão deste curso e trabalho.

Agradeço à minha amiga e irmã Ruama, que sempre me apoiou quanto a profissão e até mesmo em ter me ajudado na realização da matrícula do curso, sem ela eu não teria chegado até aqui.

Agradeço às minhas irmãs, e em especial a Cris, que sempre me deu forças e coragem para o término desta faculdade, além de todo o seu amor e carinho comigo.

Agradeço à minha professora de matemática do Ensino Médio, Denízia Melo, que sempre me incentivou a cursar esta licenciatura.

Agradeço à orientadora Mylane Barreto e à coorientadora Carla Fontes, por ter nos acolhidos no momento tão difícil, como também na orientação deste trabalho. À minha dupla Paulo Roberto, que sempre foi meu amigo desde o segundo período do curso.

Agradeço a todos os professores que colaboraram para minha formação, meus amigos do Leamat e todos aqueles que contribuíram de forma direta e indireta para que eu realizasse este sonho.

AGRADECIMENTOS (PAULO ROBERTO)

Agradeço, primeiramente a Deus, por me guiar durante todo esse processo.

Aos meus familiares, por todo apoio e incentivo durante o curso da licenciatura.

Agradeço as nossas orientadoras, por todo o suporte e auxílio necessário para a elaboração desse trabalho.

Por fim, agradeço ao Douglas, meu grande amigo e dupla nesse trabalho, sem ele esse processo seria muito mais difícil.

RESUMO

Este texto relata uma pesquisa cuja a metodologia utilizada foi o estudo de caso na perspectiva de responder a seguinte questão: De acordo com as percepções dos licenciandos em Matemática de uma instituição federal de ensino do município de Campos dos Goytacazes, quais foram as dificuldades durante o Ensino Remoto na aprendizagem do conjunto dos números complexos? O público alvo foi de alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição federal de ensino de Campos dos Goytacazes que estudaram os números complexos de forma remota durante a pandemia de COVID-19. Com o retorno das aulas presenciais, foram elaborados questionários, disponibilizados no formato físico e online, para os alunos que cursaram a disciplina de Fundamentos de Matemática IV de forma remota, ao qual aborda-se a temática dos números complexos. De todo o público alvo, 24 licenciandos devolveram os questionários respondidos. A maioria mostrou dificuldades nas questões que envolviam as representações de números complexos na forma trigonométrica e geométrica, sendo muitas das respostas deixadas em branco. Além disso, mais de 50% afirmaram não ter estudado este conteúdo no Ensino Médio. Já no contexto da aprendizagem no Ensino Remoto, a maioria relatou ter dificuldades de aprendizagem, como consequência disso, mais de 65% afirmaram não se sentirem aptos a lecionar sobre este conteúdo. Neste contexto, mais de 90%, afirmaram que a aprendizagem sobre os números complexos, seria mais proveitosa se fosse de forma presencial.

Palavras-chave: Ensino Remoto. Números Complexos. Licenciatura em Matemática.

ABSTRACT

This text reports a research whose methodology used was the case study in order to answer the following question: According to the perceptions of Mathematics graduates from a federal educational institution in the municipality of Campos dos Goytacazes, what were the difficulties during the Remote Teaching in learning the set of complex numbers?. The target audience were students of the Degree in Mathematics at a federal educational institution in Campos dos Goytacazes who studied complex numbers remotely during the COVID-19 pandemic. With the return of face-to-face classes, questionnaires were prepared, and made available in physical and online format, for students who attended the Fundamentals of Mathematics IV course remotely, which addresses the theme of complex numbers. Of the entire target audience, 24 graduates returned the completed questionnaires. Most showed difficulties in questions involving the representations of complex numbers in trigonometric and geometric form, with many of the answers being left blank. In addition, more than 50% said they had not studied this content in high school. In the context of learning in Remote Teaching, most reported having learning difficulties, as a result, more than 65% said they did not feel able to teach about this content. In this context, more than 90% said that learning about complex numbers would be more beneficial if it were done face-to-face.

Keywords: Remote Learning. Complex numbers. Degree in Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No dia 02 de fevereiro de 2020 foi confirmado o primeiro caso de coronavírus (SARS-CoV-2) no Brasil e em março do mesmo ano, o surto dessa doença foi declarado pela Organização Mundial da Saúde (OMS) como uma pandemia. Esse período representa um marco que será lembrado para sempre, visto que as consequências dessa doença tiveram aspectos negativos em todo cenário mundial.

Diante do contexto pandêmico, o mundo e consequentemente o Brasil, precisou se moldar aos decretos da OMS que destacavam a importância do cuidado para se prevenir do vírus e dava destaque, principalmente, ao isolamento social.

A crise causada pelo coronavírus, segundo Silva (2022, p.3) “impôs ao mundo uma nova forma de pensar os diversos sistemas presentes na sociedade, dentre eles o sistema educacional”. De acordo com o mesmo autor, no Brasil, o Ministério da Saúde determinou algumas providências para o combate a covid-19, dentre elas as medidas de restrição que englobam todos os níveis de ensino. Por meio da Portaria 343/2020, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) autorizou a criação do Ensino Remoto Emergencial durante o período de decretação da pandemia.

Segundo Feitosa *et al* (2020, p.2) “sair de um ensino presencial movido por uma interação física disponível e submeter-se ao ensino remoto é um desafio para alunos e professores”. A adoção do Ensino Remoto no Brasil só foi possível mediante a utilização de tecnologias de informação e comunicação (TIC), de forma que a mesma forneceu aos alunos e professores os meios para que se mantivesse o processo de ensino e aprendizagem. Desta forma, o Ensino Remoto teve grande importância no meio educacional, visto que o mesmo minimizou os efeitos do isolamento social nesse meio.

Na medida que a população se vacinava e os casos de contaminação e mortes diminuíam, as restrições de isolamento social se tornavam cada vez mais flexíveis. Sendo assim, aos poucos, foi sendo possibilitado o retorno às aulas presenciais, onde foram notadas algumas consequências do isolamento social no processo de aprendizagem.

Segundo uma pesquisa realizada pelo Senado Federal, visando descobrir os impactos da pandemia na educação, foi possível identificar o quanto a mudança da rotina afetou a aprendizagem das crianças e adolescentes. A principal percepção dos participantes em todos os grupos pesquisados é que 2020 e 2021 foram anos perdidos para a educação, resultando em consequências graves no longo prazo (BRASIL, 2022).

Ademais, um outro fator importante para o entendimento da presente pesquisa, está relacionado ao ensino e aprendizagem dos números complexos. Normalmente estudado no final do Ensino Médio, os números complexos de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) “ podem ser tratados na parte flexível do currículo das escolas ” (BRASIL, 2007, p.122), fazendo com que esse conteúdo não tenha destaque no Ensino Básico.

Sabe-se que o conteúdo de números complexos pode ser abordado em diferentes cursos de nível superior, tendo como exemplo as engenharias e o próprio curso de Licenciatura em Matemática. Sendo assim, a falta de evidência ou até mesmo a não aplicação desse conjunto na educação básica, pode prejudicar o aprendizado, a depender do curso, do aluno quando o mesmo ingressar no Ensino Superior.

Diante dessas concepções, a escolha do tema tem como motivação o apreço da dupla em relação aos números complexos e a curiosidade em saber como se deu a aprendizagem de tal conteúdo durante o ensino remoto, sendo esse mais um possível obstáculo à aprendizagem do assunto.

No período de 2019.1 estudamos, presencialmente, o conjunto dos números complexos na disciplina de Fundamentos de Matemática IV, de forma que era comum para a dupla a defasagem desse assunto no Ensino Básico. Dessa forma, em um primeiro momento, tivemos dificuldades para entender a amplitude desse conteúdo, visto que outrora foi apresentado para autores deste trabalho somente o básico em relação a ele, ou seja, somente a parte algébrica.

No mesmo período citado anteriormente, participamos de um minicurso sobre aplicações dos números complexos na Geometria Plana. Este fato permitiu que o interesse de ambos pelo conteúdo crescesse ainda mais.

Dessa forma, a partir do que foi exposto em relação a implementação do Ensino Remoto, algumas de suas consequências, o ensino de números complexos na educação básica e algumas experiências vividas pela dupla, este trabalho tem a seguinte questão de pesquisa: De acordo com as percepções dos licenciandos em Matemática de uma instituição federal de ensino do município de Campos dos Goytacazes, quais foram as dificuldades durante o Ensino Remoto na aprendizagem do conjunto dos números complexos?

Para responder a questão de pesquisa, traçou-se o seguinte objetivo geral: Investigar as dificuldades na aprendizagem do conjunto dos números complexos percebidos pelos licenciandos em Matemática de uma instituição federal de ensino do município de Campos dos Goytacazes, durante o Ensino Remoto.

Tendo em vista esse propósito, foram traçados alguns objetivos específicos:

- Avaliar o conhecimento dos licenciandos sobre o conjunto dos números complexos.
- Verificar se o assunto de números complexos foi estudado pelos licenciandos no Ensino Médio.
- Verificar se os licenciandos estudaram o conjunto dos números complexos de forma presencial no curso de licenciatura.
- Analisar a percepção dos licenciandos sobre sua aprendizagem de números complexos durante o ensino remoto.

A fim de alcançar os resultados esperados na presente pesquisa, foi elaborado um questionário no Google Forms (Apêndice B) que foi aplicado a alunos do curso de licenciatura de uma instituição federal de ensino de Campos dos Goytacazes, cujo requisito era ter estudado de forma remota a disciplina de Fundamentos de Matemática IV.

O trabalho monográfico encontra-se dividido em quatro capítulos, nos quais a introdução, a revisão de literatura, procedimentos metodológicos e conclusões.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Breve relato da história dos números complexos.

Os “imaginários”, como eram chamados antigamente, foram desenvolvendo-se por meio de vários fatos que, historicamente, marcaram o que conhecemos hoje como números complexos. Nesta seção, abordaremos esses acontecimentos, visando destacar a importância desses eventos para a evolução e compreensão desse conjunto.

É comum, a muitos professores de Matemática, introduzir o estudo do conjunto dos números complexos como resolução de equações do segundo grau onde o discriminante apresenta valor negativo. No entanto, a descoberta desse conjunto não se deu em razão das equações quadráticas e sim a partir da solução de equações polinomiais de grau 3.

Segundo Kloster (2014), até o século XVI, era considerado sem solução, qualquer equação quadrática cujo valor do discriminante fosse negativo e o conjunto dos números complexos começou a aparecer continuamente a partir da procura pela solução de equações cúbicas.

Girolamo Cardano (1501 - 1576), matemático italiano, publicou em seu livro *Ars Magna,* em 1545, as fórmulas para a resolução de equações cúbicas, sendo essa a primeira vez que tais métodos foram mostrados. Destaca-se que essas resoluções foram fornecidas a ele pelo também matemático italiano Nicolò Fontana, apelidado de Tartaglia. Assim, a partir dos estudos para dar soluções a equações de grau três, o aparecimento de números complexos se tornou frequente e necessário, consequentemente o conjunto dos números reais não eram suficientes para lidar com essas equações (GARBI, 2009, p 33-41).

Posteriormente, em 1572, o discípulo de Cardano, Raffaelle Bombelli (1526 - 1573), foi quem conseguiu transpor a barreira e criar uma álgebra para os números complexos.

De acordo com Moreira (2018):

> Bombelli foi, portanto, a primeira pessoa a escrever regras para as operações de adição, subtração e multiplicação de números complexos. Na notação dessa álgebra para os números complexos, ele chama $\sqrt{-1}$

> como p.dm (abreviação para più de meno, em italiano) e $-\sqrt{-1}$ como m.dm (abreviação para meno de meno, em italiano) (MOREIRA, 2018, p.18).

Kloster (2014), afirma que foi graças a Bombelli e seus trabalhos desenvolvidos que ficou ainda mais provado a deficiência dos números reais na resolução de equações, onde em equações quadráticas, eram consideradas sem solução aquelas que apresentavam raízes de números negativos. No entanto, esse fundamento não vale para equações cúbicas com soluções reais conhecidas, uma vez que a determinação dependia da extração da raiz quadrada de números negativos.

Ainda de acordo com Kloster (2014), em 1794, Euler conseguiu desenvolver ainda mais os estudos envolvendo os números complexos. Em sua pesquisa sobre raízes imaginárias, o mesmo ampliou os conceitos de números complexos, provando que se $a + bi$ é raiz de uma equação, $a - bi$ também é. Euler, também, foi responsável por melhorar a simbologia dos complexos, onde ele definiu $\sqrt{-1}$ como sendo i, de modo que $i^2 = -1$, assim surgiu a base dos números complexos.

Já no século XVIII, Abraham de Moivre conseguiu estabelecer uma conexão entre a trigonometria e os números complexos, alcançando assim novas formas de estudar e desenvolver esses números.

Kloster (2014), destaca que:

> O primeiro registro da representação geométrica dos números complexos é um artigo do dinamarquês-norueguês Caspar Wessel (1745-1818), intitulado Sobre a Representação Analítica da Direção, entregue em 1797 à Academia Dinamarquesa de Ciências. Uma representação semelhante foi dada em 1806 pelo suiço Jean Robert Argand (1768-1822) no livro Ensaio sobre uma maneira de representar as quantidades imaginárias nas construções geométricas (KLOSTER, 2014, p. 16).

No entanto, conforme Moreira (2018), Wessel e Argand não ganharam tanto destaque pois não eram conhecidos o suficiente para esse reconhecimento, foi somente com a importância de Gauss que tais representações passaram a ser reconhecidas e aceitas. De acordo com o autor:

> A exemplo de Argand e Wessel, os outros matemáticos também eram pouco conhecidos e foi necessário o prestígio de Gauss para difundir e tornar aceita a representação geométrica dos números complexos. Há

> indicações que ele já conhecia a representação geométrica desde 1796 e que este material tenha permanecido não publicado. É provável que a ideia de representar geometricamente os complexos tenha ocorrido a Gauss ao demonstrar o TFA, mesmo que ele não tenha utilizado isso em sua demonstração (MOREIRA, 2018, p.21).

Analisando o contexto histórico dos números complexos, percebe-se a quantidade de matemáticos envolvidos nos estudos desse conteúdo, desde a busca pela solução de equações cúbicas até o desenvolvimento completo do que conhecemos hoje como conjunto dos números complexos. Tal afirmação comprova a importância desse assunto, pois o mesmo é capaz de gerar muitas aplicações em diferentes áreas de conhecimentos, como na Física, Astronomia, Computação Gráfica, Cartografia e na própria Matemática (ASSIS, 2019).

2.2 O conjunto dos números complexos

Para a escrita deste tópico, utilizaremos como base algumas abordagens dos autores relacionados com este trabalho, juntamente com as perspectivas dos conteúdos possíveis a serem abordados no ensino regular do terceiro ano do Ensino Médio. Assim, anterior à abordagem da definição do conjunto dos números complexos, é necessário abordar as operações cartesianas, para compreensão das operações do conjunto.

Seja $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais. Consideremos o produto cartesiano $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$: $\mathbb{R} = \{(x, y) |\ x \in \mathbb{R}\ e\ y \in \mathbb{R}\}$ isto é, $\mathbb{R}^2$ é o conjunto dos pares ordenados (x, y) em que x e y são números reais (IEZZI, 2013).

Tomando-se dois elementos, (a, b) e (c, d), de $\mathbb{R}^2$ define-se:

a) <u>Igualdade</u>: dois pares ordenados são iguais se, e somente se, apresentarem primeiros termos iguais e segundos termos iguais.

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \text{ e } b = d$$

b) <u>Adição</u>: chama-se soma de dois pares ordenados a um novo par ordenado cujos primeiro e segundo termos são, respectivamente, a soma dos primeiros e a soma dos segundos termos dos pares dados.

$$(a,b) + (c,d) = (a + c, b + d)$$

c) <u>Multiplicação</u>: chama-se produto de dois pares ordenados a um novo par ordenado cujo primeiro termo é a soma entre o produto dos primeiros termos e o produto dos segundos termos dos pares dados e cujo segundo termo é a soma dos produtos do primeiro termo de cada par dado pelo segundo termo do outro.

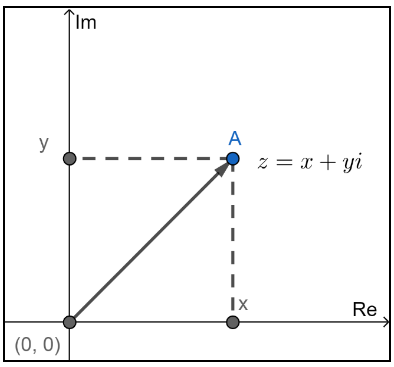
$$(a,b) \cdot (c,d) = (ac + bd, ad + bc)$$

Chama-se conjunto dos números complexos, e representa-se por $\mathbb{C}$, o conjunto dos pares ordenados de números reais para os quais estão definidas a igualdade, a adição e a multiplicação. É usual representar-se cada elemento $(x,y) \in \mathbb{C}$ com o símbolo z; portanto:

$$z \in \mathbb{C} \Leftrightarrow z = (x,y) \ sendo \ x \ e \ y \in \mathbb{R}$$

Os números complexos podem ser representado geometricamente, ou seja, dado um $z = (x,y)$ como o ponto $A(x,y)$ do plano ou como o vetor $\overrightarrow{OA}$ no plano. Sendo O a origem do sistema de coordenadas, o ponto A é chamado de afixo ou imagem do número complexo. Dado o sistema de coordenadas, consideramos o eixo horizontal como eixo real (Re), o eixo vertical, consideramos como o eixo imaginário (Im), e o plano chamamos de Plano de Argand-Gauss ou Plano Complexo. Temos que o número real x é parte real de z, onde indica-se $x = Re(z)$, e o número real y, a parte imaginária de z, onde indica-se $y = Im(z)$.

Figura 1 - Representação geométrica do número complexo *z = (x,y)*



Fonte: Elaboração própria.

2.2.1 Unidade imaginária

Chamamos de unidade imaginária e representamos por i ao número complexo $(0, 1)$. Daí, ao aplicarmos a definição de multiplicação de números complexos, demonstramos a unidade imaginária i que satisfaz a propriedade que motivou a descoberta dos números complexos, isto é, $i^2 = -1$, vejamos:

$$\begin{aligned} i^2 &= i \cdot i = \\ &= (0,1) \cdot (0,1) = \\ &= (0 \cdot 0 - 1 \cdot 1, 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1) = \\ &= -1 \end{aligned}$$

2.2.2 Forma algébrica

Dada a definição de unidade imaginária, agora podemos definir o número complexo $z = (x, y)$, como todo número que pode ser unicamente representado na forma $z = x + yi$, onde $x,\ y \in \mathbb{R}$ e $i = \sqrt{-1}$, isto é, $i^2 =- 1$.

Demonstrando tal proposição temos:

$$\begin{aligned} z &= (x,y) = \\ &= (x,0) + (0,y) = \\ &= (x,0) + (y,0) \cdot (0,1) = \\ &= x + yi \end{aligned}$$

Assim, a expressão $z = x + yi$ é chamada de forma algébrica de um número complexo, onde denominamos de número real todo número complexo cuja parte imaginária é nula e imaginário puro todo número complexo cuja parte real é nula e a imaginária não. Assim:

$$Se\ z = x + 0 \cdot i = x\ então\ z\ é\ real$$

$$Se\ z = 0 \cdot x + yi = yi\ então\ z\ é\ imaginário\ puro,\ com\ (y \in \mathbb{R}^*)$$

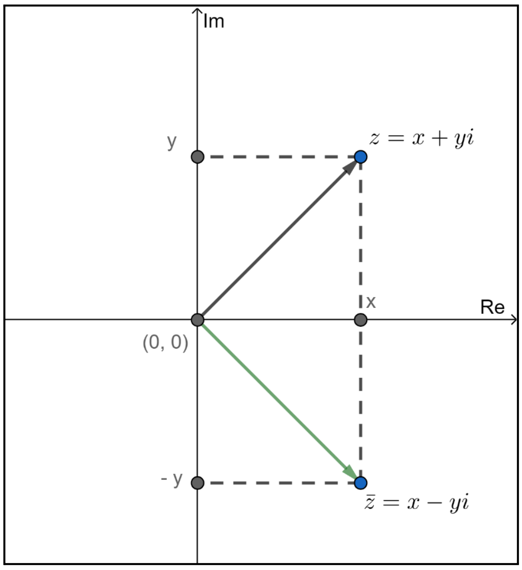
2.2.3 Conjugado

Chama-se conjugado do complexo $z = x + yi$ ao complexo $\overline{z} = x - yi$, isto é:

$$z = x + yi \Leftrightarrow \overline{z} = x - yi$$

Podemos também representar o conjugado do número complexo geometricamente, visto que o mesmo corresponde a simetria reflexiva de z no eixo dos Reais, eixo (Re).

Figura 2 - Conjugado de z



Fonte: Elaboração própria.

2.2.4 Operações na forma algébrica

A representação na forma algébrica $z = x + yi$ de um número complexo $z = (x, y)$ para as operações básicas é muito mais prática, uma vez que ela facilita as operações, sendo elas realizadas da mesma forma que operamos com binômios.

- **Adição:** A soma de dois números complexos é um complexo cuja parte real é a soma das partes reais das parcelas e cuja parte imaginária é a soma das partes imaginárias das parcelas.

$$z = z_1 + z_2 = (x_1 + y_1 i) + (x_2 + y_2 i) = (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)i$$

- **Subtração:** A subtração de dois números complexos é um complexo cuja parte real é a subtração das partes reais das parcelas e cuja parte imaginária é a subtração das partes imaginárias das parcelas utilizando a propriedade do inverso aditivo.

$$z = z_1 - z_2 = (x_1 + y_1 i) + (-x_2 - y_2 i) = (x_1 - x_2) + (y_1 - y_2)i$$

- **Multiplicação:** O produto de dois números complexos é o resultado do desenvolvimento de $z_1 \cdot z_2$, aplicando a propriedade distributiva e levando em conta que $i^2 = -1$. Obteremos:

$$z_1 \cdot z_2 = (x_1 + y_1 i) \cdot (x_2 + y_2 i) =$$

$$= x_1(x_2 + y_2 i) + y_1 i(x_2 + y_2 i) =$$

$$= x_1 x_2 + x_1 y_2 i + y_1 x_2 i + y_1 y_2 i^2 =$$

$$= x_1 x_2 + (x_1 y_2 + y_1 x_2)i - y_1 y_2 =$$

$$= (x_1 x_2 - y_1 y_2) + (x_1 y_2 + y_1 x_2)i$$

- **Divisão:** Para calcular o quociente $\frac{z_1}{z_2}$ de dois números complexo z_1 e z_2, com $z_2 \neq 0$, basta multiplicar o numerador e denominador pelo conjugado do denominador. Assim:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + y_1 i}{x_2 + y_2 i} =$$

$$= \frac{x_1 + y_1 i}{x_2 + y_2 i} \cdot \frac{x_2 - y_2 i}{x_2 - y_2 i} =$$

$$= \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2) + (-x_1 y_2 + y_1 x_2)i}{x_2^2 + y_2^2} =$$

$$= \frac{(x_1x_2 + y_1y_2)}{x_2^2 + y_2^2} + \frac{(-x_1y_2 + y_1x_2)}{x_2^2 + y_2^2}\, i$$

2.2.5 Norma e Módulo

Denominamos como **norma** de um número complexo $z = x + yi$ ao número real não negativo. Assim:

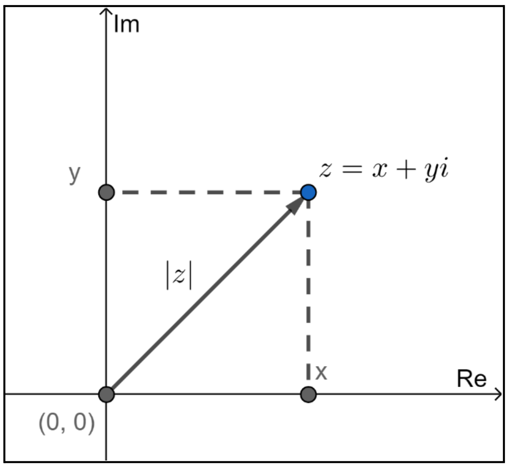
$$N(z) = x^2 + y^2$$

Denominamos como **módulo** ou **valor absoluto** de um número complexo $z = x + yi$ ao número real não negativo, ou seja:

$$|z| = \sqrt{N(z)} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Usualmente representamos |z| pelo símbolo ρ como a nomenclatura do módulo, assim $\rho = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Na representação geométrica, o módulo de um número complexo é a distância do ponto $z = (x, y)$ ao ponto $(0, 0)$ do Plano de Argand-Gauss.

Figura 3 - Módulo de z

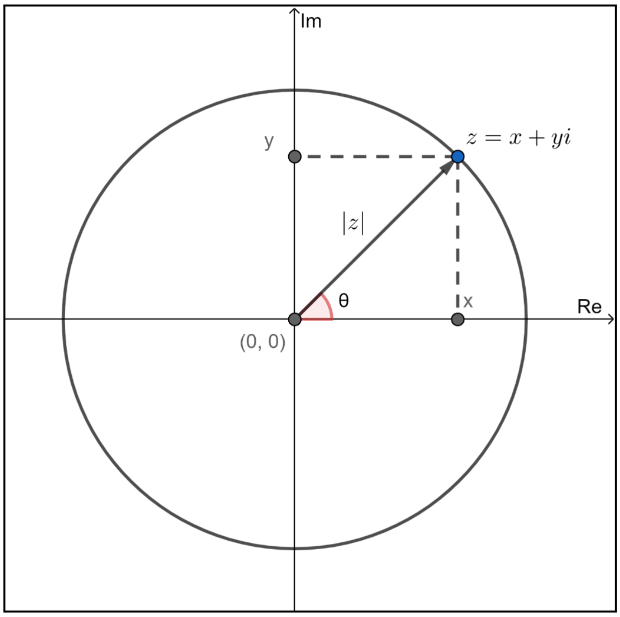


Fonte: Elaboração própria.

2.2.6 Argumento

Chamamos de argumento de um número complexo $z = x + yi$ não nulo, e representamos por $arg(z)$, ao ângulo θ entre a parte positiva do eixo real e o vetor que representa z, medido no sentido anti-horário. Assim, podemos representar no plano complexo a circunferência, cujo o raio é o $|z|$.

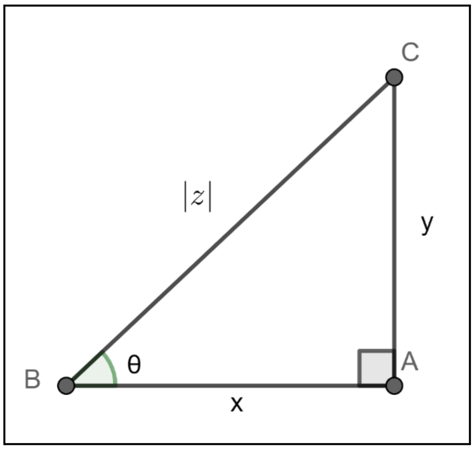
Figura 4 - Circunferência de raio |z|



Fonte: Elaboração própria.

De acordo com a figura 4, podemos construir um triângulo retângulo cujos vértices são: A, a projeção de (x, y) que está no eixo $Re(z)$, B a origem do sistema de eixos, e C, o ponto (x, y). Assim formamos o triângulo ABC, representado na figura 5.

Figura 5 - Triângulo retângulo ABC



Fonte: Elaboração própria.

Considerando triângulo retângulo ABC, $\widehat{ABC} = \theta$, e aplicando as relações trigonométricas, temos que:

$$sen\theta = \frac{y}{|z|} \Rightarrow y = |z| \cdot sen\theta, \text{ ou } sen\theta = \frac{y}{\rho} \Rightarrow y = \rho \cdot sen\theta$$

$$cos\theta = \frac{x}{|z|} \Rightarrow x = |z| \cdot cos\theta, \text{ ou } cos\theta = \frac{x}{\rho} \Rightarrow x = \rho \cdot sen\theta$$

2.2.7 Forma Trigonométrica

Para a representação na forma trigonométrica, vamos reescrever o número complexo $z = x + yi$, de acordo com as relações trigonométricas encontradas na abordagem do conceito de argumento do número complexo, anteriormente apresentado, assim:

$$z = x + yi = \rho \cdot (\frac{x}{\rho} + i \cdot \frac{y}{\rho})$$

e portanto:

$$z = \rho \cdot (cos\theta + i \cdot sen\theta)$$

Chamamos de **forma trigonométrica** ou **polar** de z.

2.2.8 Primeira fórmula de Moivre ou Potência n-ésima

Utilizamos a primeira fórmula de Moivre para resolver as potências de um número complexo na sua forma trigonométrica, cujo método resolutivo é uma consequência do produto dos complexos também na forma trigonométrica.

Assim, considerando $n \in \mathbb{Z}$, com $n \geq 1$,e pela técnica de indução na fórmula de multiplicação, temos:

$$z^n = [\rho \cdot (cos\theta + i \cdot sen\theta)]^n =$$
$$z_1 \cdot z_2 \cdots z_n = \rho_1 \cdot \rho_2 \cdots \rho_n \left[cos(\theta_1 + \theta_2 + ... + \theta_n) + i \cdot sen(\theta_1 + \theta_2 + ... + \theta_n)\right]$$

Como, $z = \rho \cdot (cos\theta + i \cdot sen\theta)$ e n é um número inteiro positivo, decorre que:

$$z^n = [\rho \cdot (cos\theta + i \cdot sen\theta)]^n = \rho^n \cdot [cos(n\theta) + i \cdot sen(n\theta)].$$

2.2.9 Segunda fórmula de Moivre ou Raiz n-ésima

Utilizamos a segunda fórmula de Moivre para obter as raízes n-ésimas de um número complexo z, onde, denota-se $\sqrt[n]{z}$, a um número complexo z_k, tal que z_k^n. Assim:

$$\sqrt[n]{z} = z_k \Leftrightarrow z_k^n = z$$

Para encontrar as raízes n-ésimas $(n \geq 2)$ de $z = \rho \cdot (cos\theta + i \cdot sen\theta)$, devemos encontrar todos os distintos números w da forma $w = |w| \cdot (cos\alpha + i \cdot sen\alpha)$ de modo que $w^n = z$. Temos então:

$$[|w| \cdot (cos\alpha + i \cdot sen\alpha)]^n = \rho \cdot (cos\theta + i \cdot sen\theta)$$

Aplicando a primeira fórmula de Moivre:

$$|w|^n \cdot [cos(n\alpha) + i \cdot sen(n\alpha)] = \rho \cdot (cos\theta + i \cdot sen\theta)$$

Daí, como os números complexos iguais têm módulos iguais e argumentos congruentes, obtemos que $|w|^n = \rho$ e $n\alpha = \theta + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. Logo, $|w| = \sqrt[n]{\rho}$ e $\alpha = \frac{\theta + 2k\pi}{n}$. Assim às $n$raízes de z têm a forma:

$$w_k = \sqrt[n]{\rho} \cdot \left[cos\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right) + i \cdot sen\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)\right],\ k \in \{0, 1, 2, ...\ n - 1\}$$

De acordo com a relação abordada, definimos algumas propriedades importantes para uma interpretação ou representações geométricas das raízes de um número complexo, ou seja:

a) Todas as raízes n-ésimas de z têm o mesmo módulo $(\sqrt[n]{\rho})$ e argumentos principais formando uma progressão aritmética de primeiro termo $\frac{\theta}{n}$ e razão $\frac{2\pi}{n}$;

b) Os afixos das n raízes n-ésimas de z são pontos da mesma circunferência, com centro na origem do plano de Argand-Gauss e raio $\sqrt[n]{\rho}$.

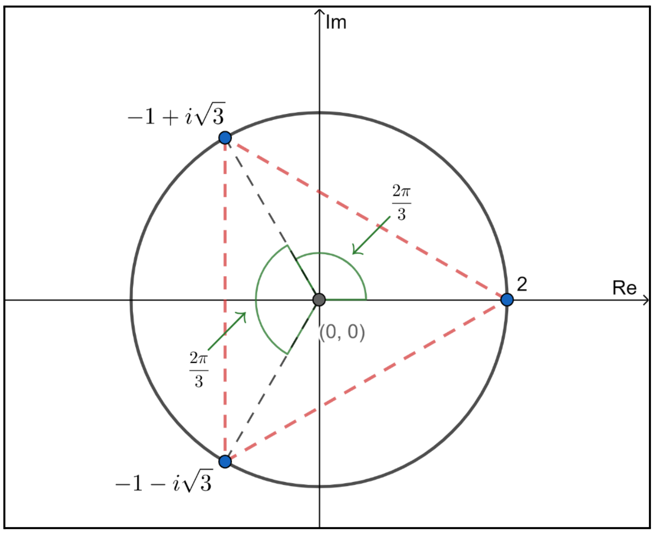
c) Se $\rho \neq 0$ e $n \geq 3$, as imagens das raízes são os vértices de um polígono regular de n lados, inscrito na circunferência de raio $\sqrt[n]{\rho}$ e centro em $z = 0$.

Dadas as propriedades, podemos interpretar geometricamente as raízes cúbicas de 8, onde:

$$z_k = 2 \cdot \left[cos\left(k \cdot \frac{2\pi}{3}\right) + i \cdot sen\left(k \cdot \frac{2\pi}{3}\right)\right]$$

Desta forma, os afixos de $\sqrt[3]{8}$ dividem a circunferência de centro $(0, 0)$ e raio 2 em três partes congruentes.

Figura 6 - Interpretação geométrica das raízes cúbicas de 8



Fonte: Elaboração própria.

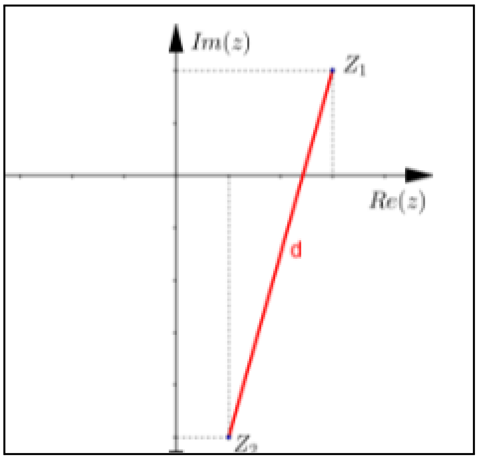
Os conceitos e as definições apresentados nesta seção, são os assuntos básicos relacionados ao conjunto dos números complexos, e que geralmente podem ser abordados no Ensino Médio e cursos afins.

2.2.10 Algumas aplicações de números complexos

De acordo com (ASSIS, 2019), (PORTOLAN, 2017) e (ALMEIDA, 2013), o conjunto dos números complexos possui diversas aplicações em outras áreas de conhecimentos, além da própria Matemática. Mediante a isto, nesta seção será apresentada algumas das aplicações deste conjunto na Geometria Plana, Engenharia Elétrica e Fractais.

No exemplo de aplicações na Geometria Plana, tem-se o cálculo para a determinação da distância entre dois pontos A e B, cujos lugares geométricos são pontos no plano complexo z_1 e z_2(KLOSTER, 2014).

Figura 7 - Distância entre dois pontos no plano complexo

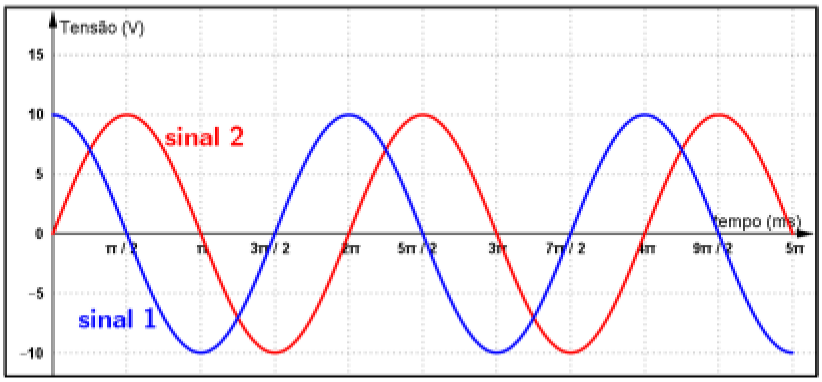


Fonte: Kloster, 2014, p.48.

Assim, para determinar essa distância, basta calcular $d(A, B) = |z_1 - z_2|$. Nas aplicações na Engenharia Elétrica, dispõe-se a análise da corrente e da tensão em circuitos de corrente alternada, que consistem de resistores, indutores e capacitores. Eles recebem o nome de circuitos RLC (MOREIRA, 2018). Assim, a impedância de um capacitor é um número imaginário puro negativo, o que ocorre porque a tensão em um capacitor está atrasada 90° em relação à corrente e a impedância de um indutor é um número imaginário puro positivo, pois a tensão está adiantada 90° em relação à corrente (MOREIRA, 2018).

Na Figura 8, a tensão do sinal 2 está defasada 90° ($\frac{\pi}{2}$ radianos) em relação à tensão do sinal 1.

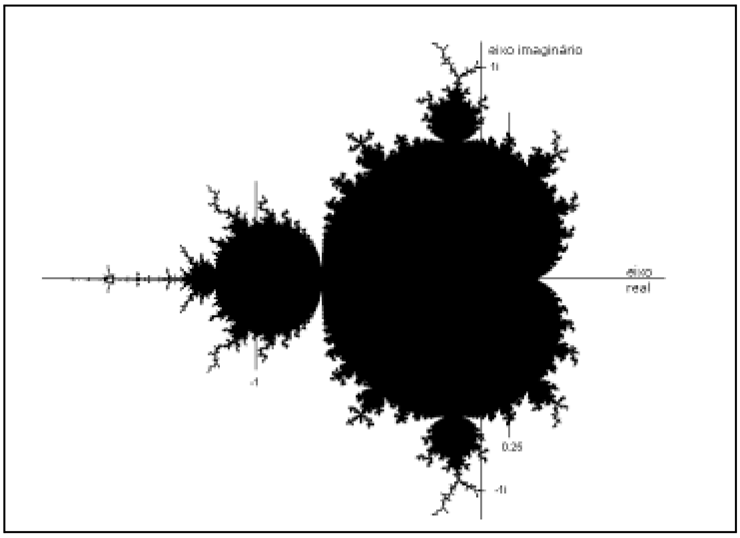
Figura 8 - Dois sinais com a mesma amplitude e frequência (mas diferentes fases)



Fonte: Moreira, 2018, p.66.

Nas aplicações de números complexos nos Fractais, tem-se o conjunto de Mandelbrot que é definido como o conjunto de todos os números complexos $\mathbb{C}$**,** no qual, $z_{n+1} = z_n^2 + c$ não tenderá ao infinito, isto é, as partes real e imaginária de z não aproxima-se para o infinito (PORTOLAN, 2017).

Figura 9 - Representação do Conjunto de Mandelbrot



Fonte: Portolan, 2017, p.44.

Assim, o estudo do conjunto dos números complexos é algo muito amplo e rico em suas diversas aplicações, podendo o mesmo ser apresentado em suas diversas representações cotidianas e científicas.

2.3 Ensino dos números complexos na Educação Básica

Considerando as escolas estaduais do Rio de Janeiro, atualmente o ensino dos números complexos é abordado no terceiro ano do Ensino Médio, sendo uma proposta de ensino do atual currículo mínimo, disponível no canal pedagógico do site da Secretaria de Estado da Educação (Seeduc) do Rio de Janeiro. Entretanto, sob as perspectivas das ementas curriculares, este conteúdo não tem ganhado destaque e em alguns casos tem sido deixado fora de documentos oficiais de ensino (PEREIRA, 2016, p.48).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), orientam que o conjunto dos números complexos “[...] pode ser tratado na parte flexível do currículo das escolas [...]” (BRASIL, 2007, p.122). Em consequência disso, o ensino do mesmo, pode ser aplicado de forma breve e sucinta, sem maior aprofundamento, ou até mesmo não ser aplicado na formação escolar. Esse fato pode implicar na aprendizagem em alguns cursos de Ensino Superior, como por exemplo às Engenharias, que segundo Puhl, Müller e Lima (2020, p. 15) em suas pesquisas, constatou-se que “a falta de conhecimentos prévios dificulta a compreensão e a aprendizagem dos conceitos relacionados aos circuitos elétricos”.

Moreira (2018) destaca que não somente os PCN, mas também a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) refere-se sobre o ensino dos complexos, também, como alternativo, o que dá mais fundamento a ausência dos números complexos no currículo da Educação Básica e dificulta a aprendizagem do conteúdo. No documento da SBM, os números complexos se incluem como um tema suplementar no ensino de números e funções, de caráter opcional, sem a inclusão do conteúdo na grade curricular do 3º. ano do Ensino Médio.

A dificuldade em apresentar o conjunto dos números complexos se baseia em muitos aspectos. Tal fato é motivo de debates e discordâncias no ambiente educacional. Um outro documento também importante no anseio da educação que acaba por corroborar com a não oferta de tal conteúdo, é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que não aborda mais os conteúdos relacionados ao conjunto dos números complexos, o que também pode interferir na não oferta do conteúdo no Ensino Médio.

Em um questionário aplicado por Assis (2019) para professores do Ensino Médio, o mesmo concluiu que 60% dos professores participantes não estavam atentos a essa e outras mudanças relacionadas ao Novo Ensino Médio. Além disso, Portolan (2017) também destaca a desafeição de alguns professores em ensinar o conteúdo de números complexos, pois segundo ele, no Ensino Médio, alguns professores não dão relevância à importância desse conjunto, deixando os alunos sem o mínimo de base sobre o conjunto dos complexos.

Todavia, quando se aborda este estudo, muitas vezes ocorre pelo princípio intuitivo da resolução de equações do segundo grau, que ao apresentarem discriminante negativo, não possuem solução no conjunto dos números reais (PORTOLAN, 2017, p. 15). Assim, é introduzido o ensino do conjunto dos números complexos como solução desses problemas, dando continuidade ao tema.

Diante desse contexto, e de acordo com Kloster (2014), os números complexos são apresentados de forma descontextualizada, o que pode acarretar em uma falsa impressão por parte dos alunos, que este conteúdo se desvincula dos demais estudos da Matemática. Ainda sob sua perspectiva, a abordagem deste conteúdo é quase totalmente algébrica, tendo enfoque somente nas operações de soma, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, tornando sua representação geométrica reduzida à plotagem de alguns pontos no plano complexo.

Além da falta de aplicação e relevância por parte de alguns professores, um outro fator agravante é a abordagem que os livros didáticos trazem sobre esse conteúdo. A normalidade dos livros didáticos, quando abordam o conteúdo, é trazer a abordagem algébrica, com as operações de soma, subtração, multiplicação e potenciação, acabando por deixar de lado outras aplicações que esse conteúdo pode proporcionar, além de não abordar o contexto histórico desse tema, na qual pode ser um instrumento importante para atrair a atenção do aluno.

Em conformidade, Assis (2019) diz que os livros didáticos que tratam do assunto, apresentam um conteúdo pouco valorizado onde não são destacadas abordagens significativas. De acordo com o autor “ [...] verificando os livros didáticos me deparei com muitas fórmulas e poucas aplicações desprezando o caráter inovador desse conteúdo [...]” (ASSIS, 2019, p.14).

De acordo com Vassallo Neto (2013):

> [...] geralmente, os livros didáticos mantêm os números complexos, mas não se preocupam com a realidade e desenvolvimento histórico do conteúdo, quanto ao seu aparecimento, natural, na solução de equações do terceiro grau (VASSALLO NETO, 2013, p.8).

Uma outra afirmação importante deste autor, é que o conteúdo programático de números complexos encontrado nos livros didáticos, não seguem a ordem de discussões históricas e nem reúnem aspectos algébricos e geométricos já elaborados por matemáticos como Argand, Wessel, Gauss, Buèe e outros (VASSALLO NETO, 2013).

Ademais, um outro fator que também auxilia para a deficiência no ensino dos complexos, é uma situação contraditória onde, de acordo com Vassallo Neto (2013), os professores do ensino superior não abordam o conteúdo dos números complexos por acreditarem ser um assunto que deve ser ensinado no Ensino Médio e por outro lado, professores do Ensino Médio não tratam de tal conteúdo nessa etapa por diferentes motivos citados anteriormente. Em consequência do que foi mencionado, quem acaba perdendo são os alunos tanto do nível básico, quanto do superior, pois tal fato gera um ciclo de desinteresse e dificuldades na abordagem do assunto.

Outra causa que pode afetar nos impasses desse assunto, é a falta de aplicabilidade desse conjunto em temas rotineiros relacionados aos alunos. Para enfatizar essa questão, Spinelli (2011, apud MOREIRA, 2018, p.9):

> É um conteúdo bastante emblemático no que tange à dificuldade de vê-lo em aplicações cotidianas ou mesmo em relações interdisciplinares, o que faz com que as aulas não tenham uma contextualização adequada e se tornem pouco interessantes para os alunos.

Mediante aos fatores apresentados, o ensino e aprendizagem dos números complexos se torna facultativo nas escolas públicas de Ensino Básico e até mesmo em redes privadas de ensino, tendo a possibilidade de ser abordado em cursos de níveis técnicos e superior, como na Eletrotécnica, Engenharias e em curso de licenciatura em Matemática.

No entanto, o não conhecimento prévio pode ser um fator para possíveis dificuldades em cursos futuros, pois, segundo Puhl, Müller, Lima (2020, p. 15), "o estudante terá dificuldade para compreender os conceitos ou os processos de resolução e, possivelmente, memorizará algoritmos para resolver casos específicos envolvendo os números complexos”.

Assim, o ensino de números complexos proporciona aos alunos do Ensino Médio um conhecimento científico necessário, pois faz parte do papel da escola de transmitir conhecimentos para seus educandos (PORTOLAN, 2017). Além disso, o conteúdo é um fator importante para aprendizagem de outros conteúdos no ramo da Matemática como por exemplo, no estudo das raízes de polinômios de grau maiores ou iguais a dois, na aprendizagem de vetores, na geometria analítica, como também no estudo de outras ciências, como circuitos elétricos na Física.

2.4 Números complexos na formação de professores de Matemática

Na seção anterior foi exposta, à luz de diferentes autores, a abordagem e as perspectivas do ensino do número complexo na Educação Básica, bem como as influências das orientações dos documentos oficiais da educação para abordagem deste conteúdo. Assim, nesta seção serão abordadas as possíveis relações deste conteúdo na formação dos professores de Matemática, como também no exercício docente.

Segundo Silvestre (2016), a formação profissional inicial do professor de Matemática se dá estritamente associada à formação em níveis de curso superior, tais como universidades, faculdades e centros acadêmicos. Para ele, esta formação requer uma solidez de conhecimentos específicos de Matemática, práticas educativas e também didáticas, para que o futuro docente esteja preparado para o ingresso no mercado de trabalho ao término de sua licenciatura.

Para além disso, Stal (2017) afirma que, a formação de professores de Matemática deve ser pensada de forma que estes estejam preparados conceitualmente e criticamente em suas futuras atuações em sala de aula. Ainda em sua formação, o professor deve entender o funcionamento da disciplina de Matemática, bem como o currículo e seus conteúdos. O desenvolvimento desses conhecimentos deve acontecer de forma contínua, não sendo um conhecimento meramente pronto e reproduzido.

Em consonância a isto, Lellis (2002) diz que:

> O professor necessita de uma postura crítica relativa aos saberes de sua especialidade, que lhe permita distinguir noções e práticas fundamentais das simplesmente coadjuvantes, em cada situação de ensino. Ele precisa ser capaz de apreciar a relevância matemática, cognitiva e social dos tópicos, realçando os significados mais adequados às diferentes situações de aprendizagem e à diversidade dos educandos (LELLIS, 2002, p. 70).

Neste contexto, o processo da formação docente é crucial para sua atuação profissional, pois é neste ambiente de aprendizagem, que ele consegue compreender que muito além de conhecer os conteúdos aprendidos em sua graduação, é necessário que se tenha uma compreensão especializada da matéria a ser ensinada, permitindo aos seus alunos condições para a aprendizagem (MOREIRA; FERREIRA, 2013).

Mediante a este fato, como o estudo dos números complexos faz parte da proposta do Ensino Médio, ele provavelmente estará na ementa de um curso de licenciatura em Matemática, já que este conteúdo possui diversas aplicações em diferentes ramos das ciências. Na Matemática, os números complexos são aplicados na Geometria Analítica considerando rotações, translações, simetrias, ampliações e reduções no Plano Complexo (ALMEIDA, 2013). Além disso, existem aplicações na Física, Astronomia, Computação gráfica e Cartografia (VASSALLO NETO, 2013).

Considerando as dificuldades apontadas anteriormente com relação à abordagem dos números complexos no Ensino Médio, existe a possibilidade de que o primeiro contato do professor em formação com esse conteúdo ocorra durante a graduação. Com isso, o não contato prévio pode acarretar dificuldades na compreensão de conceitos, ou nos processos de resolução e, provavelmente, o licenciando irá decorar os algoritmos para resolver casos específicos nos quais envolvem números complexos (PUHL; LIMA; MÜLLER, 2020).

Nesta vertente, as dificuldades que podem existir no decorrer da aprendizagem deste conteúdo, durante o processo da formação inicial, podem contribuir para um desafeto por parte dos professores em formação em relação aos números complexos. Consequentemente a este fato, o mesmo pode ser influenciado para não abordar este conteúdo no ensino básico, já que este tema não consta mais na BNCC (ASSIS, 2019).

Um outro fator intrigante com relação aos números complexos na formação docente, é o resultado da pesquisa realizada por Stal (2017) nos cursos de Licenciatura em Matemática das instituições públicas do Estado do Paraná, cujo objetivo foi investigar os conhecimentos trigonométricos dos professores em formação. Sendo assim, o mesmo constatou que a maioria dos participantes da pesquisa relatou ter dificuldade de aprendizagem no estudo da trigonometria, e que alguns deles, também relataram ter estudado o conteúdo pela primeira vez na disciplina do Estágio Supervisionado ou em projetos, dentre os quais o Projeto Institucional de Iniciação à Docência (PIBID).

Com base neste resultado, pode-se inferir que as dificuldades no estudo dos números complexos, podem também estar correlacionadas a trigonometria, uma vez que podemos representar um número complexo na forma trigonométrica, e realizar operações neste formato.

De acordo com Matos (2017) e Kloster (2014), o estudo dos números complexos tem sido ministrado na atualidade com uma abordagem puramente algébrica. O ensino do mesmo tem dado enfoque somente nas operações de soma, subtração, multiplicação, divisão e potenciação. Assim, considera-se que a dificuldade com a trigonometria, e possivelmente com as representações e operações de números complexos na forma trigonométrica, venha ser um forte influenciador para que os futuros professores de Matemática abordem somente as operações dos números complexos na forma algébrica.

Tal fator, tem levado vários autores como Assis (2019), Moreira (2018), Portolan (2017), Soares (2019), a questionarem a abordagem do ensino dos números complexos, no que tange a falta de aplicabilidade e interdisciplinaridade deste conteúdo, como por exemplo suas representações geométricas e suas aplicações em outras ciências e estudos.

Em conclusão das circunstâncias apresentadas, de acordo com Silvestre (2016):

> Tornar-se professor de matemática não é um processo rápido e pragmático, exige do estudante uma disponibilidade de estudo dos conhecimentos sobre a matemática em específico, compreendo seus principais conceitos, características, objeto de estudo e uma visão sobre a construção desse conhecimento como processo histórico para perceber o atual momento desse conhecimento, sobretudo a sua aplicação na vida em sociedade, que por sua vez, nos mostra mais do que nunca como uma sociedade em constantes transformações a nível de conhecimento científico (SILVESTRE, 2016, p.168).

Desta forma, quanto ao ensino dos números complexos Vassallo Neto (2013), afirma que o mesmo se encontra em uma situação contraditória, na qual por um lado o conteúdo não é estudado adequadamente no Ensino Superior por ser considerado como um conhecimento básico, já no Ensino Médio, são evitados e considerados pouco necessários e inúteis.

Em contraponto, o autor afirma que na abordagem dos números complexos, temos várias possibilidades de um ensino integrador e articulador da Álgebra com a Geometria. Assim, para Vassallo Neto (2013), a manutenção do conteúdo é imprescindível na Educação Básica e na formação do professor de Matemática.

2.5 Reflexos do ensino remoto no ensino superior

No final do ano de 2019, foi descoberto na China um novo tipo de vírus com capacidade alarmante de contaminação. Segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), o mesmo se denomina novo coronavírus (SARS-CoV-2), responsável por causar a doença COVID-19. Devido ao grande potencial de contaminação, em pouco tempo a doença se tornou uma emergência de saúde de importância mundial, sendo declarado pela OMS em março de 2020 como uma pandemia.

Segundo Joye, Moreira e Rocha (2020, apud Who, 2020), no Brasil foram detectados os primeiros casos em fevereiro de 2020 e a pandemia até o início de maio já tinha infectado mais de 3 milhões de pessoas pelo mundo, acarretando a morte de mais de 225 mil pessoas.

Diante do reflexo dessa doença em todo o mundo, medidas de isolamento social tiveram que ser tomadas para tentar inibir a propagação do vírus, dessa forma vários setores que englobam a sociedade sofreram adaptações para enfrentar esse momento. Sendo assim, o sistema educacional também foi afetado por essas medidas, visto que a escola era tida como um espaço de potencial propagação do vírus. Segundo Arruda (2020, p. 259):

> O novo coronavírus torna a escola um dos espaços mais temidos pelo risco da transmissão, pois a sua multiplicidade e heterogeneidade cria vínculos entre aqueles que são menos propensos aos sintomas graves da doença (jovens) a todos os demais que podem ser até mortalmente propensos. Crianças e jovens entram em contato diário com adultos de diferentes grupos familiares: professores, profissionais da educação, pais e mães, avós e avôs, parentes de maneira geral.

De acordo com Joye, Moreira e Rocha (2020), alunos da educação básica tiveram suas aulas suspensas por tempo indeterminado, assim como universitários e pós-graduandos de universidades públicas e privadas, além dos estudantes da educação tecnológica. Sendo assim, professores foram dispensados de suas atividades regulares presenciais para realizar seu trabalho de forma remota.

A partir do exposto e visando amenizar os problemas relacionados ao isolamento escolar, surge o contexto do Ensino Remoto Emergencial. De acordo com Schwanz e Felcher (2020), o ensino remoto surge mediante a situação de emergência sanitária que abalou o mundo e consequentemente o sistema educacional. Sendo assim, o mesmo tem por finalidade possibilitar aos estudantes manterem as atividades educacionais. Segundo Arruda (2020, p.266) “a educação remota é um princípio importante para manter o vínculo entre estudantes, professores e demais profissionais da educação”.

De acordo com Schwanz e Felcher (2020), surge a necessidade de adaptação do que era antes ensino presencial para o ensino remoto emergencial, de forma que o mesmo é confundido com a Educação a Distância (EaD), no entanto existem características que diferenciam essas modalidades. O ensino remoto surgiu como forma provisória para a solução dos problemas causados pela pandemia na educação. O mesmo se apropriou de características do modelo de educação online, considerado por Santos (2009), uma evolução da EaD na era industrial. A educação online é mediada por tecnologias que permitem um conjunto de ações de ensino e aprendizagem que potencializam o processo educacional à distância. Sendo assim, o ensino remoto:

> [...] envolve o uso de soluções de ensino e produção de atividades totalmente remotas, como, por exemplo, a produção de videoaulas que podem ser transmitidas por televisão ou pela Internet. [...] O objetivo principal nessas circunstâncias não é recriar um novo modelo educacional, mas fornecer acesso temporário aos conteúdos e apoios educacionais de uma maneira a minimizar os efeitos do isolamento social nesse processo. (JOYE; MOREIRA. ROCHA, 2020, p.13).

Joye, Moreira e Rocha (2020) afirmam que o modelo EaD adotado pelas instituições de ensino brasileiras não é totalmente à distância, uma vez que exige uma carga horária presencial mínima e critérios específicos de acesso, bem como outras imposições de modo presencial, como as avaliações e a realização de estágios. Portanto, de acordo com Schwanz e Felcher (2020), o principal fator que diferencia os modelos é a maneira como a docência é compartilhada. No EaD, o ensino é compartilhado com outros especialistas, enquanto no ensino remoto o professor é responsável por todo processo de ensino. Para Joye, Moreira e Rocha (2020, p.13) “esse tipo de ensino remoto, praticado na pandemia de 2020, assemelha-se à EaD apenas no que se refere ao uso de uma educação mediada pela tecnologia digital”.

O ensino superior no Brasil começou a se mobilizar intensamente em 17 de março de 2020, quando o MEC autorizou a mudança do ensino presencial para o ensino remoto (BRASIL, 2020b). De acordo com Kaizer (2021, apud Gusso et al, 2020), o documento autorizado pelo MEC não apresentou imposições em relação ao ensino remoto. Sendo assim, as Instituições de Ensino Superior (IES) brasileiras foram adotando o modelo de forma gradual, levando em consideração as diferentes realidades e condições de cada uma para se adaptar às demandas institucionais e pedagógicas que um ensino mediado por tecnologias digitais requer.

Conforme a Associação dos Dirigentes das Instituições Federais de Ensino Superior (ANDIFES), aspectos limitantes em relação à aderência ao ensino remoto foram considerados pelas universidades federais, como: a ausência de garantia de acesso às tecnologias digitais por toda a comunidade acadêmica, a falta de capacitação docente para conduzir aulas neste formato e as possíveis dificuldades de adaptação de aprendizagem dos discentes nessa modalidade de ensino (ANDIFES, 2020). Ademais, segundo Kaizer (2021), o ensino remoto tem se mostrado desafiador, desde a sua implantação, a professores e alunos em relação às suas capacidades de validarem seus desempenhos e competências na realização de suas atividades.

Por fim, Castro, Rodrigues e Ustra (2020) afirmam que a educação brasileira, mesmo sendo um direito estabelecido em constituição, carece de uma maior equidade. De forma que a pandemia do COVID-19 apenas evidenciou as dificuldades encontradas por inúmeras instituições de ensino público e privado.

2.6 Trabalhos Relacionados

Para o desenvolvimento do aporte teórico deste trabalho, e contextualização do tema, realizamos uma busca por trabalhos relacionados, sob a perspectiva de dois assuntos, a saber, o ensino dos números complexos na educação básica e superior, e os reflexos do ensino remoto no processo de ensino e aprendizagem. Assim, no dia 25 de agosto de 2022, foi feita uma pesquisa na Biblioteca Digital de Tese e Dissertações (BDTD). Utilizou-se a seguinte expressão para a busca: “aprendizagem de números complexos na educação básica”, sem a utilização de filtros de pesquisa, sendo encontrados sessenta e seis trabalhos, e selecionado apenas o trabalho de Puhl (2016), pois era o único que apresentava tema e resumo, que possuíam características comuns à nossa proposta.

Visto que, na busca anterior apresentou-se somente um trabalho, realizamos uma segunda pesquisa no Horus (Repositório Institucional da Universidade Federal do Rio de Janeiro- UNIRIO), utilizando a seguinte expressão: números Complexos na Educação Básica, sendo encontrados dois mil seiscentos e três trabalhos. Para refinar a pesquisa, usamos o filtro de busca de trabalhos por título de “número complexo”, encontrando onze resultados, sendo selecionado o trabalho de Pereira

(2016), por abordar uma pesquisa sobre o processo de aprendizagem dos números complexos na visão dos docentes.

Continuando a pesquisa, e na perspectiva de encontrarmos trabalhos com uma abordagem sobre os reflexos do ensino remoto no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no dia 19 de setembro de 2022 , realizamos uma terceira pesquisa, no *site* Google Acadêmico. Assim, utilizando as seguintes palavras-chave: "ensino-aprendizagem da matemática" e "remoto emergencial", obteve-se sessenta e um trabalhos. A fim de refinar a pesquisa, utilizamos o filtro do idioma para português, e obtivemos cinquenta trabalhos, fazendo uma triagem de temas e leitura de resumos, selecionamos o trabalho de Xavier (2020), pois o mesmo corresponde ao nosso estudo sobre os processos do Ensino Remoto na aprendizagem de matemática.

Para a escolha de mais um trabalho de acordo o assunto proposto, realizamos a última pesquisa na Biblioteca Digital de Trabalhos Acadêmicos (BDTA), na qual, utilizou-se a seguinte expressão para a busca: ensino remoto na aprendizagem matemática, sendo encontrados três mil e cinquenta e oito trabalhos, porém com diversos trabalhos distintos do assunto. No entanto, aplicou-se os filtros recorrentes de acordo com a data de publicação referente ao ano de 2022 e o título contendo a expressão ensino remoto, a fim de restringir os trabalhos condizentes ao tema. Desta forma, foram encontrados vinte e dois trabalhos, e de acordo com o tema e resumo, selecionamos o trabalho de Barros e Oliveira (2022), pois o mesmo vai de encontro a um dos objetivos deste trabalho, por abordar uma pesquisa sobre os reflexos do Ensino Remoto no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

Ressaltamos que, três dos trabalhos selecionados são trabalhos de conclusão de curso e apenas um, é dissertação de mestrado

.

2.6.1 Números complexos: interação e aprendizagem

Puhl (2016), em sua dissertação intitulada “Números complexos: interação e aprendizagem”, realiza uma pesquisa em Educação Matemática voltada para o desenvolvimento de um objeto de aprendizagem virtual (OA), visando a aprendizagem e compreensão dos números complexos.

O presente trabalho, aborda alguns aspectos do sistema educacional brasileiro que estão sendo revistos por meios de programas que buscam interromper o ensino tradicional enraizado na educação brasileira, o que acarreta em mudanças nas práticas educacionais presentes em sala de aula. Sendo assim, abre-se espaço para as metodologias construtivistas e o processo interdisciplinar, que tem como objetivos, abordar estratégias para que o aluno seja o sujeito ativo no processo de aprendizagem e buscar a integração de algumas disciplinas escolares de maneira que elas se complementem.

Posto isto, é abordado, também, a utilização de recursos digitais que podem ser utilizados para ajudar o professor a desenvolver processos estratégicos de construção de conhecimento e aprendizagem que vão em busca do estudante ser o sujeito nas atividades desenvolvidas e no seu aprendizado. Ademais, um outro fator importante abordado no trabalho, são alguns conteúdos que antes eram ensinados por professores, e agora não estão nem mais aparecendo nos currículos escolares. No caso da Matemática, por exemplo, o estudo dos números complexos está sendo deixado de lado por boa parte dos professores do Ensino Médio.

Diante disso, a presente pesquisa teve como intenção o desenvolvimento de um recurso digital, potencialmente significativo, num formato diferenciado do que se encontra na bibliografia disponível e consultada, que é a construção de um objeto de aprendizagem (OA) com uma rota de aprendizagem para o estudo de números complexos. Desta forma, é apresentado como produto final deste trabalho, um OA como um recurso de aprendizagem de números complexos, disponível virtualmente e de acesso gratuito, que integra uma rota de aprendizagem. Por meio da análise dos dados, ficou claro que foi alcançado o principal objetivo da pesquisa, sendo a mesma considerada potencialmente significativa, com estratégia ativa para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa.

Em relação a essa monografia, o presente trabalho tem por semelhança a sondagem do processo de ensino e aprendizagem dos números complexos por meio de aplicação de questionários como fonte de coleta de dados, a diferença está no público-alvo, no qual, Puhl se direciona aos professores, enquanto nossa pesquisa está voltada para avaliação da aprendizagem dos alunos.

2.6.2 Números complexos na Educação Básica

Pereira (2016), em seu trabalho de conclusão de curso intitulado “Números complexos na Educação Básica”, realiza em seu estudo a busca por algumas explicações, dentre elas a visão de docentes e dos Parâmetros Curriculares, para entender o desaparecimento dos números complexos das ementas escolares. Para isso, são abordados aspectos históricos sobre os números complexos e análise de alguns livros didáticos em relação ao tema. Ademais, também, é abordado uma proposta de aula sobre o mesmo.

No referido trabalho, é abordado que o conjunto dos números complexos está cada vez mais distante das salas de aula. Dentre as justificativas abordadas na pesquisa, está a ausência, nos últimos anos, desse conteúdo na prova do ENEM, principal meio de acesso às universidades no país, a resistência na abordagem do conteúdo por alguns professores e a ausência de aplicações concretas dos números complexos. Diante do exposto, o trabalho apresenta alguns questionamentos visando entender essa desvalorização dos números complexos.

Para entender a visão dos docentes em relação a esse conteúdo, foi enviado um questionário para professores de Matemática de escolas públicas municipais, estaduais e federais, além de escolas privadas, com o objetivo de entender alguns aspectos sobre o ensino dos números complexos. Como resultado da análise dos dados desse questionário, foi apresentado que a realidade das escolas varia e influencia diretamente no potencial e aprendizado dos alunos, além de notar que não há um padrão para a abordagem desse assunto.

O presente trabalho se assemelha ao nosso, pelo fato de investigar a abordagem do ensino dos números complexos na educação básica, no que se refere às diretrizes dos documentos oficiais, e suas implicações quanto ao ensino deste conteúdo.

2.6.3 O processo de ensino-aprendizagem da matemática durante o período de ensino remoto emergencial

Xavier (2020), em seu trabalho de conclusão de curso intitulado “O processo de ensino-aprendizagem da matemática durante o período de ensino remoto emergencial”, aborda uma análise em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática nas circunstâncias causadas pela pandemia da COVID-19. Sendo assim, este trabalho tem como objetivo observar como o processo de ensino e aprendizagem da Matemática está sendo desenvolvido no contexto de ensino remoto, na perspectiva de professores, dando ênfase a toda reestruturação e adequação realizada por parte dos docentes.

O presente trabalho também apresenta um memorial acadêmico relacionado ao autor da pesquisa, além de uma reflexão teórica sobre o tema proposto, de forma que são abordados dois aspectos importantes: os desafios existentes no Ensino Remoto Emergencial e o ensino da Matemática durante o período de Ensino Remoto Emergencial. Sendo assim, são levantadas algumas questões importantes, como a afirmação de que o ensino remoto foi a única opção que os alunos tiveram para aprender durante a pandemia e que o currículo e as escolas não foram criados e sequer pensados para ser aplicados dessa maneira. Uma outra afirmação importante, é apresentada em relação ao ensino da Matemática durante o período remoto, de forma que é exposta a exigência dos conhecimentos do professor para que o mesmo possa adaptar os conteúdos de acordo com as ferramentas disponíveis no ensino remoto, além de algumas dificuldades apresentadas pelos alunos.

Como processo de coleta de dados, foi utilizado um questionário online com o intuito de ser respondido por docentes da área de Matemática. Após a análise dos dados, segundo a autora, foi possível entender a realidade vivenciada por esses professores no período remoto, além de obter algumas informações importantes sobre o processo de ensino e aprendizagem, planejamento de aulas, utilização de recursos digitais e as dificuldades surgidas nesse processo.

A correspondência deste trabalho com o nosso, está na investigação das eventualidades causadas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, quanto à oferta do ensino remoto, sendo divergente com relação ao público-alvo da pesquisa. Em nosso trabalho, a análise será feita sobre as perspectivas dos alunos de um curso de licenciatura em Matemática.

2.6.4 Reflexos do Ensino Remoto no processo de ensino e aprendizagem matemática: um estudo de caso na terceira série do Ensino Médio em escolas do município de Campos dos Goytacazes

Barros e Oliveira (2022), em seu trabalho de conclusão de curso intitulado “Reflexos do ensino remoto no processo de ensino e aprendizagem de matemática: um estudo de caso na terceira série do Ensino Médio em escolas do município de Campos dos Goytacazes”, apresentam um estudo relacionado a investigação dos reflexos do ensino remoto, em escolas públicas e particulares de um município, considerando principalmente a unidade afetivo-cognitiva.

Como introdução, é abordado alguns reflexos da pandemia do coronavírus na educação, na qual houve a necessidade de adequar o processo de ensino e aprendizagem no Brasil, sendo assim criado o ensino remoto. Além disso, também, é abordado questões voltadas para a dimensão cognitiva e afetiva, na qual são importantes no ensino presencial e que podem ser caracterizadas como dificuldades enfrentadas pelos alunos no ensino remoto.

No aporte teórico são abordados a relação entre Educação a distância (EAD) e o ensino remoto, enfatizando que existem diferenças além de que o ensino remoto foi uma modalidade implementada diante uma circunstância de pandemia, porém é abordado que existem algumas semelhanças entre os mesmos. Ademais, também, é mencionado o papel da afetividade no processo de ensino e aprendizagem constituídas através de teorias de Wallon, Vygotsky e Piaget, que afirmam a importância da afetividade para o processo de ensino e aprendizagem.

Em relação aos instrumentos de coleta de dados, foi utilizado questionário online para alunos e entrevista com professores. Diante da análise dos dados, foi possível apurar alguns reflexos do ensino remoto, dando notoriedade a falta de interação causada pelo mesmo apontada, por alunos e professores, como um empecilho ao desenvolvimento do referido processo.

Assim, com relação a essa monografia, o presente trabalho possui aspectos semelhantes quanto às mudanças na educação diante do contexto pandêmico ainda vivenciado, e a investigação dos reflexos do ensino remoto, na aprendizagem matemática. No entanto, a diferença está no público-alvo da investigação, no qual Barros e Oliveira (2022) se direciona ao 3º. ano do Ensino Médio em diferentes escolas, enquanto o nosso trabalho tem como foco, os alunos de uma licenciatura que cursaram uma disciplina específica.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 Caracterização das etapas da pesquisa

Com o intuito de buscar respostas para a questão de pesquisa, assim como alcançar os nossos objetivos, a abordagem desta pesquisa será de cunho qualitativo, do tipo estudo de caso, visto que, esta metodologia tem se mostrado presente nas pesquisas da área de Educação Matemática (BORBA, 2004).

Desta forma, Godoy (1995) relata que a pesquisa qualitativa ocupa um reconhecido lugar entre as diversas possibilidades de se estudar os fenômenos, nos quais envolvem os seres humanos, bem como as suas relações sociais estabelecidas em diversos ambientes. Consideramos que esse tipo de pesquisa é a mais adequada aos nossos objetivos, pois segundo Soares (2019, p. 169) "[...] a pesquisa qualitativa se expressa mais pelo desenvolvimento de conceitos a partir de fatos, ideias ou opiniões, e do entendimento indutivo e interpretativo que se atribui aos dados descobertos, associados ao problema de pesquisa."

Em complemento, utilizaremos o estudo de caso como estratégia da pesquisa, pois, Segundo Yin (2001, p.32): "o estudo de caso é uma investigação empírica de um fenômeno contemporâneo dentro de um contexto da vida real, sendo que os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos ". O autor ainda enfatiza ser a estratégia mais escolhida para responder a questões do tipo "como" e "por quê" e quando o pesquisador possui pouco controle sobre os eventos pesquisados.

Assim, para o cumprimento e conformidade com a pesquisa adotada, utilizaremos como instrumento de investigação e de coleta dados, o questionário, que segundo Gil (2008, p. 128), define-se como "técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas, por escrito às pessoas, tendo como objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas, etc."

Acreditamos que a utilização deste método irá nos proporcionar um maior delineamento do objeto de investigação, pois por meio deste, conseguimos alcançar um maior quantitativo de pessoas de forma paralela e uma maior interação na participação, visto que o mesmo garante o anonimato dos participantes da pesquisa (GERHARDT, SILVEIRA 2009).

Desta forma, o estudo foi realizado no curso de licenciatura em Matemática de uma instituição federal de Campos dos Goytacazes. Assim, como dito anteriormente, o público alvo desta pesquisa são os alunos da licenciatura em Matemática que cursaram remotamente a disciplina de Fundamentos da Matemática IV. Este componente curricular, se subdivide em quatro unidades, nas quais Fundamentos de Matemática I é ofertado no primeiro período do curso, sendo abordado os conteúdos: Função Constante, Função Afim, Função Quadrática, Funções definidas por várias sentenças, Função modular; Fundamentos de Matemática II é ofertado no segundo período, onde aborda-se os tipos de funções como a Função Polinomial do 3º grau, Função Racional, Função Máximo Inteiro, Função Exponencial, Logaritmos e Função Logarítmica; Fundamentos de Matemática III é ofertado no terceiro período, no qual trata das Sequências, Progressões Aritméticas, Progressões Geométricas e Trigonometria; Fundamentos de Matemática IV é ofertado no quarto período do curso, que discute os Números Complexos, Polinômios e Equações Polinomiais.

O programa das disciplinas descritas, estão respectivamente nos anexos A, B, C e D, deste trabalho.

Para a compreensão da oferta do Ensino Remoto, adotada pela referida Instituição de Ensino, no tópico abaixo, abordaremos sobre os processos e as etapas criadas para adoção e oferta da modalidade.

3.1.1 Implementação do Ensino Remoto no Instituto Federal Fluminense

Devido a pandemia do novo coronavírus, as universidades em geral tiveram que criar um plano de retorno às aulas utilizando o Ensino Remoto Emergencial. Assim, de acordo com a Resolução Nº. 38/2020 - CONSUP/IFFLU, de 27 de agosto de 2020, o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, campus Campos Centro, estabeleceu diretrizes para a realização das Atividades

Pedagógicas Não Presenciais (APNP) para os cursos presenciais ofertados pela mesma. Inicialmente as APNP foram denominadas em três etapas: Fase 1, Fase 2 e Fase 3, com o objetivo de reorganizar o calendário acadêmico de 2020, diante da interrupção das atividades presenciais no mês de março de 2020.

Deste modo, de 28 agosto de 2020 até 28 de setembro de 2020 ocorreu a etapa de implementação com a Fase 1. Nesse período as coordenações de curso e os docentes elaboraram planos de aula, selecionaram os componentes curriculares que seriam oferecidos na próxima fase e reorganizaram os métodos de ensino para a oferta remota.

A Fase 2 foi constituída de um período de doze semanas iniciando-se em 28 de setembro de 2020 e terminando em 18 de dezembro de 2020, de forma que foi um período de adaptação tanto para os alunos quanto para os professores. No curso de Licenciatura em Matemática foram ofertadas 23 disciplinas, sendo que a matriz curricular do curso contém 64 componentes curriculares. Destes, 11 foram ofertadas no diurno e 12 foram ofertadas no noturno.

A Fase 3 iniciou-se no dia 08 de fevereiro de 2021 e terminou no dia 14 de maio de 2021. Foram ofertadas 15 disciplinas no diurno e 17 no noturno. (Foram ofertadas apenas disciplinas que não haviam sido ofertadas na Fase 2). As Fases 2 e 3 foram complementares e corresponderam ao ano letivo de 2020.1.

Com o final das fases de implementação e com os alunos e professores mais adaptados, o período de 2020.2 também foi oferecido de modo remoto com início em 24 de maio de 2021 e término em 05 de agosto de 2021. No entanto o período foi ofertado com uma duração menor, constituído por 10 semanas sendo assim muitas disciplinas importantes deixaram de ser ofertadas devido ao curto tempo de duração do mesmo, entre as disciplinas está a de Fundamentos de Matemática IV, ao qual o público alvo desta pesquisa se insere.

As APNP foram consideradas como efetivo trabalho escolar, sendo assim a carga horária utilizada nesse modelo, foi para substituição do modelo presencial. As mesmas foram implementadas aos discentes com acompanhamento dos docentes por meio de recursos e tecnologias digitais, como o Moodle e o Google Classroom, conhecidas também como Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA). Ressalta-se que o Moodle era o AVA oficial gerenciado pela universidade, no entanto a maioria dos professores utilizaram o Google Classroom para a realização das APNP devido a melhor adaptação dos alunos e até mesmo dos professores a esse ambiente virtual.

Desta forma, as atividades foram divididas em síncronas e assíncronas, nas quais as atividades síncronas correspondiam às atividades ao vivo com os discentes, tais como vídeos e webconferências. As atividades assíncronas eram consideradas todas as atividades que ficavam acessíveis aos discentes a qualquer momento no ambiente virtual de aprendizagem. No entanto, a carga horária diária das atividades era limitada a 120 minutos para o funcionamento dos cursos noturnos, e 180 minutos para os cursos que funcionam em mais de um turno, sendo este organizado em dois períodos de 90 minutos por turnos.

Depois das fases de adaptação, a instituição manteve a oferta dos componentes curriculares dos cursos no formato de ensino remoto por mais dois períodos. O ano letivo de 2021.1 ocorreu de 19 de agosto de 2021 até 23 de dezembro de 2021, já o ano letivo de 2021.2 ocorreu de 31 de janeiro de 2022 até 15 de junho de 2022.

Em março de 2022 foi aprovada a Resolução Nº. 9/2022 - CONSUP/IFFLU, de 28 de março de 2022, ao qual aprovou as diretrizes para retorno seguro às atividades presenciais nos campi e unidades do Instituto Federal Fluminense. As aulas no campus Campos Centro retornaram de forma presencial no dia 11 de julho de 2022, com as devidas obrigatoriedades quanto às orientações de biossegurança, nos quais o uso obrigatório de máscaras, respeito ao distanciamento social e comprovação de vacinação.

3.1.2 Etapas da pesquisa

Esta pesquisa está dividida em cinco etapas: i) revisão de literatura; ii) elaboração do questionário; iii) aplicação do questionário; iv) análise de dados coletados; v) escrita das conclusões.

3.2. Elaboração do instrumento de coleta de dados

Para a realização desta pesquisa, utilizamos como instrumento de coleta de dados um questionário cuja elaboração tem como base os objetivos geral e específicos. Segundo Gil (2021), o questionário é a técnica fundamental para coleta de dados em levantamento de campo. As respostas das questões propostas, irão proporcionar as informações necessárias para a descrição das características da população pesquisada, ou até mesmo, analisar as hipóteses construídas no decorrer do planejamento da pesquisa.

Na construção de um questionário, é importante que as questões propostas sejam claras e objetivas para melhor delineamento das análises dos dados coletados. O questionário será proposto aos alunos de um curso de licenciatura em Matemática de uma Instituição Federal de Campos dos Goytacazes que cursaram de forma remota a disciplina Fundamentos de Matemática IV, que tem como proposta em sua ementa, o ensino dos números complexos.

A formulação do questionário, dispõe de questões abertas, no qual os alunos poderão se expressar com suas palavras quanto aos possíveis questionamentos, e também de questões fechadas de múltiplas escolhas, para maior objetividade, pois são fáceis de analisar e também de responder (VIEIRA, 2009).

Assim, o questionário contém sete questões, das quais, as duas primeiras têm um enfoque matemático, sobre a aprendizagem quanto aos números complexos, e as demais, são de natureza objetiva e subjetiva, referente à impressão dos alunos da licenciatura em Matemática, quanto ao estudo remoto dos números complexos.

A questão 1 tem como objetivo identificar se os licenciandos que estudaram números complexos remotamente sabem defini-los corretamente (Figura 10).

Figura 10 - Questão 1

1) Em sua concepção, o que é um número complexo?

____

____

Fonte: Elaboração própria.

Na questão 2, é proposta a aplicação do conceito de números complexos em quatro itens, sendo o item (c) composto de duas sentenças. Assim, o item (a) (Figura 11) tem como objetivo investigar a aplicação do conceito de unidade imaginária, bem como o cálculo das suas n-ésimas potências

Figura 11 - Item (a) da Questão 2

> **2)** Considerando os conhecimentos adquiridos sobre o conjunto dos números complexos, responda os itens a seguir.
>
> **a)** De acordo com o conceito das potências da unidade imaginária i, calcule i^{2022}.

Fonte: Elaboração própria.

O item (b), (Figura 12) propõe avaliar o domínio dos licenciandos quanto às operações básicas de adição, subtração e multiplicação, junto ao conceito do conjugado para o cálculo da divisão de dois números complexos.

Figura 12 - Item (b) da Questão 2

> **b)** Sendo $z_1 = 3 + 2i$ e $z_2 = 1 - i$, obtenha $\frac{z_1}{z_2}$, escrevendo o quociente na forma algébrica.

Fonte: Elaboração própria.

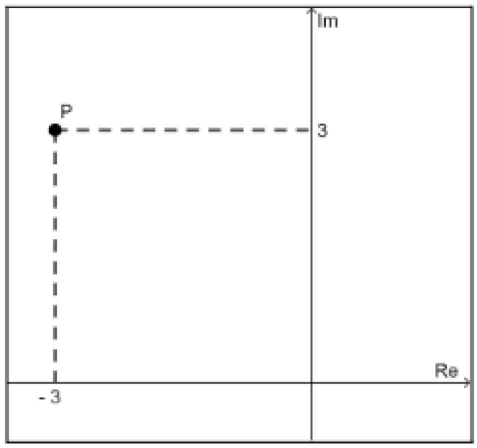
O objetivo das sentenças i e ii, do item (c), na Figura 13 a seguir, é analisar o conhecimento dos licenciandos a respeito das representações algébrica e trigonométrica de um número complexo cujo afixo é dado, ou seja, de acordo com uma representação geométrica de um ponto no plano complexo, o aluno possa interpretá-lo tanto na forma algébrica, quanto na forma trigonométrica.

Figura 13 - Item (c) da Questão 2

c) Considere P, o afixo de um número complexo z representado no plano complexo a seguir. Determine:

i) z na forma algébrica;

ii) z na forma trigonométrica.



Fonte: Elaboração própria.

O item (d), (Figura 14) visa verificar como foi feita a abordagem do conteúdo de radiciação de um número complexo, assim como a interpretação geométrica das suas raízes. Com isso, é possível verificar uma abordagem completa do estudo sobre os números complexos, pois, de modo geral, este tópico é um dos últimos discutidos no ensino deste conteúdo.

Figura 14 - Item (d) da Questão 2

d) Determine e represente geometricamente as raízes cúbicas de 1.

Fonte: Elaboração própria.

As questões apresentadas na figura 15 a seguir, são fechadas, onde o objetivo da questão 3, é verificar se os professores em formação possuíam algum conhecimento prévio a respeito do conteúdo. O objetivo da questão 4 é verificar possíveis reprovações na disciplina do curso de licenciatura em Matemática que trata do conjunto dos números complexos.

Figura 15 - Questão 3 e 4

3) Durante o Ensino Médio, você estudou sobre o conjunto dos números complexos? ( ) Sim. ( ) Não.

4) Antes do período remoto, você havia estudado sobre o conjunto dos números complexos de forma presencial no curso de Licenciatura em Matemática?
( ) Sim. ( ) Não.

Fonte: Elaboração própria.

O objetivo da questão (Figura 16) é identificar as possíveis dificuldades dos professores em formação, no processo de aprendizagem do conjunto quanto à disposição dos materiais de estudo e das aulas remotas da disciplina que oferta este conteúdo.

Figura 16 - Questão 5

5) Em relação ao ensino remoto, os materiais disponibilizados e as aulas ministradas foram suficientes para sua aprendizagem do conjunto dos números complexos? Explique porquê.

____

____

Fonte: Elaboração própria.

O intuito da questão 6 (Figura 17) é verificar se a oferta de ensino do conteúdo de forma remota contribuiu para a aprendizagem dos professores em formação, de forma que os mesmos se sintam seguros para ministrar aulas do conteúdo.

Figura 17 - Questão 6

6) Por meio do conhecimento adquirido durante o período de aulas remotas, você se considera apto e seguro para ministrar aulas sobre o conjunto dos números complexos? Por quê?

____

____

Fonte: Elaboração própria.

Na questão 7 (Figura 18) busca-se fazer um levantamento das perspectivas dos professores em formação, sobre o processo de aprendizagem, tanto quanto à oferta do ensino de forma remota quanto à oferta do ensino presencial.

Figura 18 - Questão 7

7) Você considera que sua aprendizagem seria mais proveitosa se esse conteúdo fosse abordado de forma presencial? Por quê?

____

____

Fonte: Elaboração própria.

3.3 Análise das respostas ao questionário

No dia primeiro de setembro de 2022, o questionário foi enviado por e-mail ou entregue em mãos aos alunos que cursaram a disciplina de Fundamentos de Matemática IV remotamente. Assim, a aplicação foi concluída no dia 20 de outubro de 2022, esse tempo se deu por causa da dispersão dos alunos em diversas turmas e pela dificuldade de encontrá-los, sendo a maioria dos questionários devolvidos de imediato. Desta forma, foram recebidos 24 de um total de 40 questionários. Ressalta-se que não houve retorno dos alunos que receberam o questionário por e-mail. Restringimos nossa análise, portanto, àqueles que entregaram suas respostas em meio físico.

Ressalta-se que o maior número de participantes da pesquisa foram os alunos da turma 2021.1, totalizando 15 alunos em um total de 24, sendo este período ofertado durante as APNP (Atividades Pedagógicas Não Presenciais), com a duração de aproximadamente 4 meses. Quanto ao restante dos alunos participantes da pesquisa, 3 alunos foram da turma 2020.1, de um total de 8 aprovados, e 6 alunos de um total de 18 da turma 2021.2. Observa-se que a maioria dos alunos participantes da pesquisa, cursaram a disciplina em um período já adaptado para a modalidade de ensino remoto, porém com uma redução na duração do semestre letivo.

Ao analisar as respostas obtidas, categorizamos a primeira questão, que trata sobre o conceito de números complexos na concepção do aluno, da seguinte maneira:

A) Respostas associadas à representação algébrica de um número complexo;

B) Respostas associadas às raízes quadradas de números negativos;

C) Respostas associadas à definição de um número complexo por conjunto de pares ordenados;

D) Respostas incorretas quanto à definição de número complexo.

Assim, o quantitativo de respostas obtidas nesta questão de acordo com as categorias está representado na tabela a seguir.

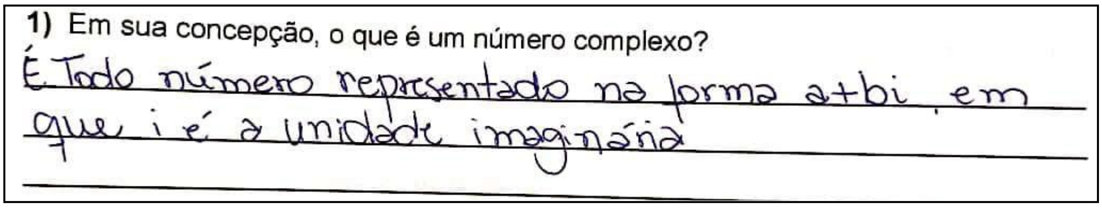
Tabela 1 - Dados da questão 1

CATEGORIA	RESPOSTAS
A	17
B	5
C	1
D	1

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A maioria dos alunos conseguiu responder à questão 1 de acordo com algum aspecto relacionado à definição de um número complexo, como representação algébrica e unidade imaginária, na qual é demonstrado na figura 19.

Figura 19 - Resposta de um licenciando para questão 1



1) Em sua concepção, o que é um número complexo?

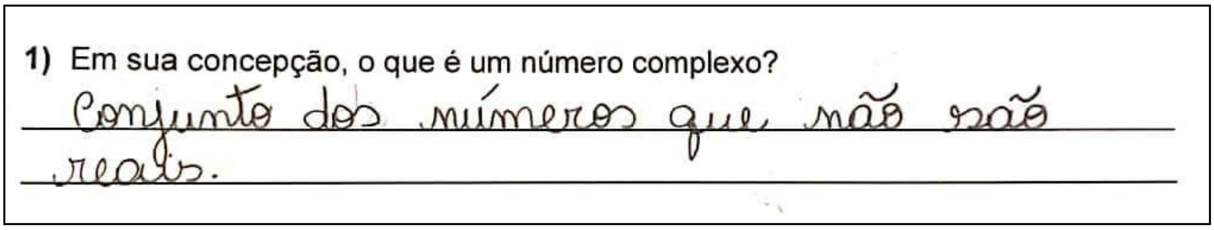
É Todo número representado na forma a+bi, em que i é a unidade imaginária

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Essa característica vai de encontro à abordagem de Kloster (2014), em que o mesmo aponta que o ensino de números complexos é quase totalmente algébrico.

A resposta incorreta é apresentada na figura 20.

Figura 20 - Resposta de outro licenciando para questão 1



1) Em sua concepção, o que é um número complexo?

Conjunto dos números que não são reais.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Observa-se que o aluno não apreendeu o conceito de números complexos, uma vez que todos os números reais são também complexos. Ele sabe que o assunto envolve números que não são reais, mas não se lembra ao certo da relação entre o conjunto dos números reais e o conjunto dos números complexos.

Acerca disso, Portolan (2017) destaca que os números complexos são apresentados de forma intuitiva e somente na resolução de equações do segundo grau com discriminante negativo, nas quais não existe solução no conjunto dos números reais. O aluno não amadurece o conceito do conjunto complexo, talvez por ser o que ele menos tem contato ao longo do Ensino Básico, já que os números complexos não aparecem em resoluções de problemas de outras áreas da Matemática, como Geometria, Trigonometria e etc, formando um assunto que deve ser estudado à parte.

Na categorização da segunda questão, que se refere aos conhecimentos adquiridos sobre o conjunto dos números complexos, agrupamos as respostas de acordo com seus itens em: corretas, incorretas e em branco. Assim, no item (a), obtivemos os seguintes resultados quanto às resoluções da potência da unidade imaginária:

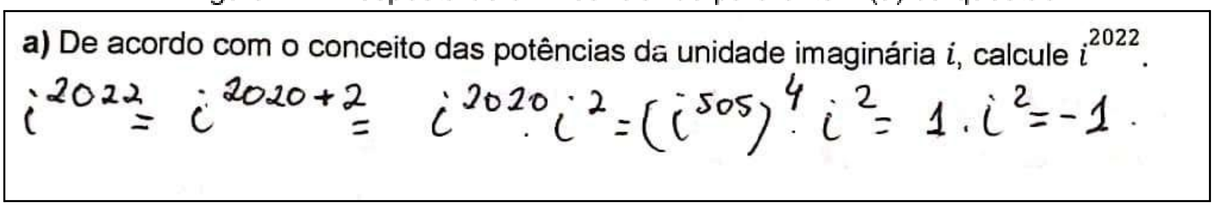
Tabela 2 - Dados da questão 2 item (a)

CORRETAS	18
INCORRETAS	2
EM BRANCO	4

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Neste item, observamos que a maioria dos alunos apresenta domínio no que se refere ao cálculo de potências da unidade imaginária. Como exemplo, destaca-se a resposta de um aluno, na figura 21.

Figura 21 - Resposta de um licenciando para o item (a) da questão 2



a) De acordo com o conceito das potências da unidade imaginária i, calcule i^{2022}.

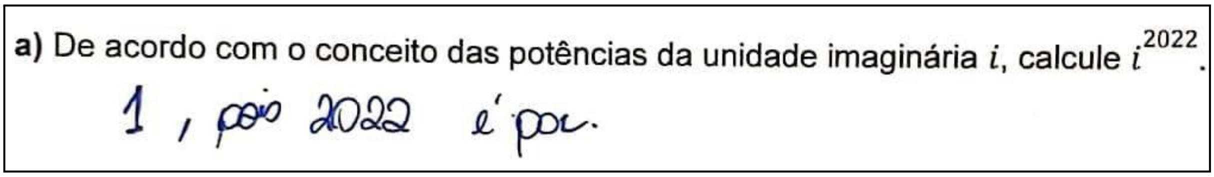
$i^{2022} = i^{2020+2} = i^{2020} \cdot i^2 = (i^{505})^4 \cdot i^2 = 1 \cdot i^2 = -1$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Aqui, observamos que o aluno apresenta domínio quanto ao conceito de unidade imaginária, bem como da operação de potenciação e suas propriedades. Nota-se, por parte do aluno, a percepção de que 2020 é um múltiplo de 4. Por isso a reescrita de 2022 como $2020 + 2$. No entanto, ao fatorar 2020 como 505×4, o ideal seria reescrever i^{2020} como $(i^4)^{505}$, pois $i^4 = 1$, e $1^{505} = 1$. Já a potência i^{505} não tem valor imediato.

Uma minoria não soube responder ou deixou a questão em branco. Chamou a atenção a resposta a seguir (Figura 22), que ressalta a ênfase em procedimentos sem a compreensão da linha de raciocínio que os justifica. Pode ser que o aluno tenha gravado na memória a necessidade de dividir o expoente por algum número e destacar o resto da divisão. Equivocou-se, porém, ao dividir por dois e não por quatro, que seria o correto.

Figura 22 - Resposta de outro licenciando para o item (a) da questão 2


a) De acordo com o conceito das potências da unidade imaginária i, calcule i^{2022}.

1, pois 2022 é par.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Outra possibilidade aventada seria o aluno não possuir conhecimento algum sobre unidade imaginária e suas potências, uma vez que o mesmo poderia ter se equivocado supondo $i =- 1$. Assim, concluiu que a potência que possui a base negativa elevada a um expoente par tinha como resultado um número positivo.

De acordo com Vassalo Neto (2013), equações que já sabemos não possuir solução real, normalmente são utilizadas como procedimento inicial para introduzir os números complexos, o que podem ser considerados ênfases nesses procedimentos. Sendo assim, o mesmo autor afirma que as abordagens utilizadas em livros didáticos não seguem a ordem das discussões, na qual não abordam aspectos algébricos e geométricos, de forma que não são abordados os conceitos de forma correta.

No item (b), obtivemos os seguintes resultados quanto às resoluções da divisão de dois números complexos na forma algébrica, dispostos na tabela 3 a seguir.

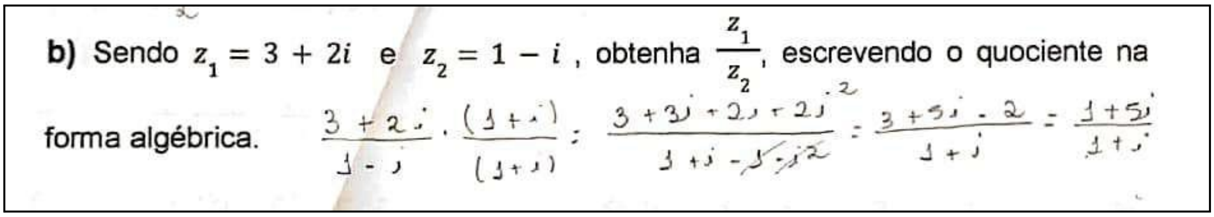
Tabela 3 - Dados da questão 2 item (b)

CORRETAS	14
INCORRETAS	4
EM BRANCO	6

Fonte: Protocolo de pesquisa.

De acordo com a disposição dos dados acima, compreendemos que nem todos os alunos possuem domínio quanto à operação de divisão de números complexos, pois observamos erros no processo de simplificação e desenvolvimento da operação.

Figura 23 - Resposta de um licenciando para o item (b) da questão 2



b) Sendo $z_1 = 3 + 2i$ e $z_2 = 1 - i$, obtenha $\frac{z_1}{z_2}$, escrevendo o quociente na forma algébrica.

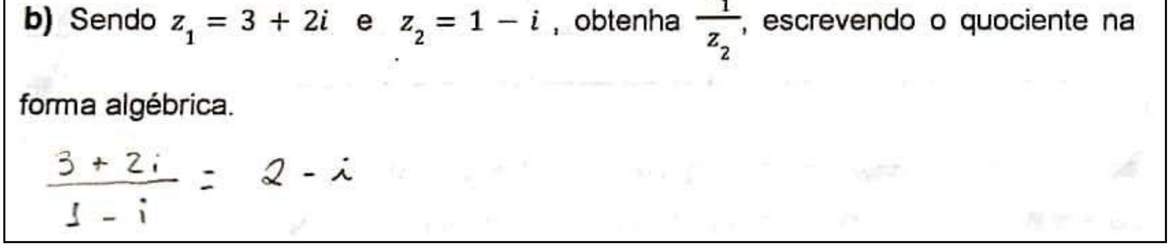
$$\frac{3+2i}{1-i}\cdot\frac{(1+i)}{(1+i)} = \frac{3+3i+2i+2i^2}{1+i-1-i^2} = \frac{3+5i-2}{1+i} = \frac{1+5i}{1+i}$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Concluímos neste item que o aluno até possui o conceito de conjugado no processo de divisão de números complexos, mas não domina conceitos básicos quanto a simplificação de termos semelhantes no quociente de expressões algébricas.

No entanto, obtivemos uma resposta onde o aluno parece não possuir nenhum conceito da divisão e conjugado de um número complexo como na figura 24 abaixo.

Figura 24 - Resposta de outro licenciando para o item (b) da questão 2



b) Sendo $z_1 = 3 + 2i$ e $z_2 = 1 - i$, obtenha $\frac{z_1}{z_2}$, escrevendo o quociente na forma algébrica.

$$\frac{3+2i}{1-i} = 2-i$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O item c (i) se refere a interpretação geométrica de um ponto no plano complexo, sendo requisitado do aluno a sua representação na forma algébrica. Assim, segue o quadro com quantitativo dos resultados obtidos.

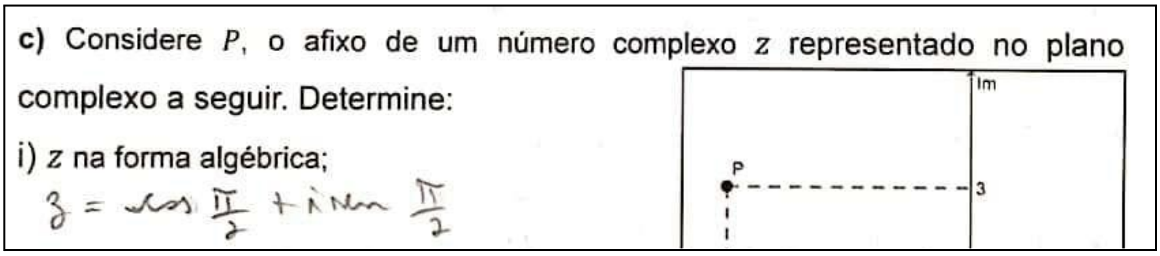
Tabela 4 - Dados da questão 2 item (c) (i)

CORRETAS	16
INCORRETAS	3
EM BRANCO	5

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Pelo bom resultado obtido, ainda assim alguns alunos apresentaram dificuldades no que diz respeito a representação algébrica de um ponto no plano complexo como demonstrado na figura a seguir.

Figura 25 - Resposta de um licenciando para o item (c) (i) da questão 2


c) Considere P, o afixo de um número complexo z representado no plano complexo a seguir. Determine:

i) z na forma algébrica;

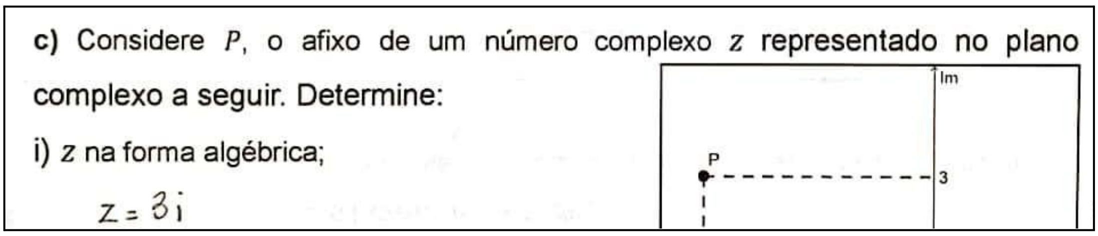
$z = \cos \frac{\pi}{2} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{2}$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Observando a figura 25, fica claro que o aluno se equivocou quanto a representação algébrica de um número complexo, sendo por ele interpretado pela forma trigonométrica, que ainda assim não foi representada corretamente.

A resposta incorreta apresentada na figura 26, pode estar relacionada com a não interpretação correta de um ponto no plano complexo, onde o aluno não compreendeu que os valores de suas coordenadas são correspondentes a sua parte real e imaginária, sendo por ele interpretada somente a parte imaginária.

Figura 26 - Resposta de outro licenciando para o item (c) (i) da questão 2.


c) Considere P, o afixo de um número complexo z representado no plano complexo a seguir. Determine:

i) z na forma algébrica;

$z = 3i$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em relação ao item c (ii), que trata da interpretação geométrica de um ponto no plano complexo, sendo requisitado do aluno a sua representação na forma trigonométrica. Obtivemos os seguintes resultados.

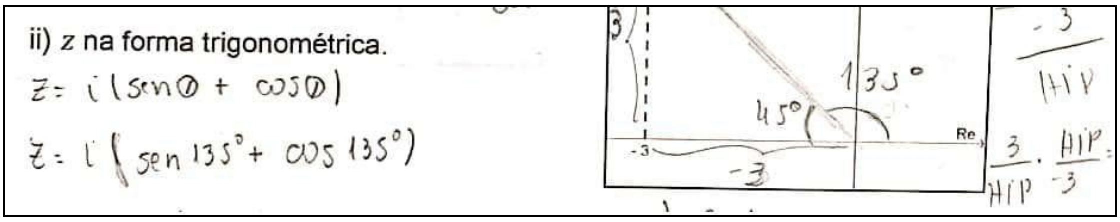
Tabela 5 - Dados da questão 2 item (c) (ii)

CORRETAS	4
INCORRETAS	3
EM BRANCO	17

Fonte: Protocolo de pesquisa.

De acordo com o quantitativo apresentado, concluímos que a maior parte dos alunos aparenta não saber do conceito, bem como os pré-requisitos mínimos para a sua representação, tais como o módulo e argumento de um número complexo. Em relação às respostas incorretas, foi observado que os alunos talvez tenham um conhecimento dos pré-requisitos para sua representação, mas não se recordam ou não sabem a forma trigonométrica, como representado na figura 27.

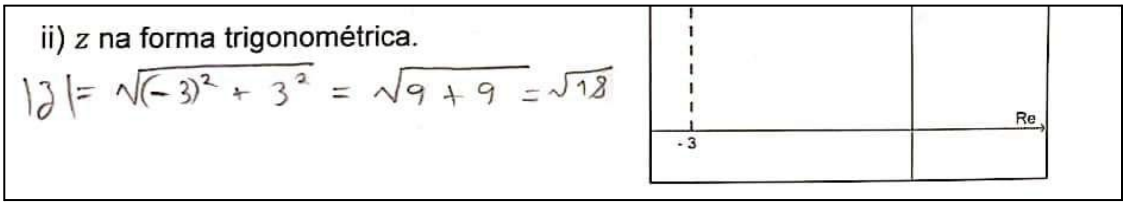
Figura 27 - Resposta de um licenciando para o item (c) (ii) da questão 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Um outro exemplo para as respostas incorretas quanto a representação de um número complexo em forma trigonométrica, é representado pela figura 28.

Figura 28 - Resposta de outro licenciando para o item (c) (ii) da questão 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

No item d, foi proposto que os alunos representassem geometricamente as raízes cúbicas de uma unidade, neste caso obtivemos os seguintes resultados apresentados na tabela 6 a seguir.

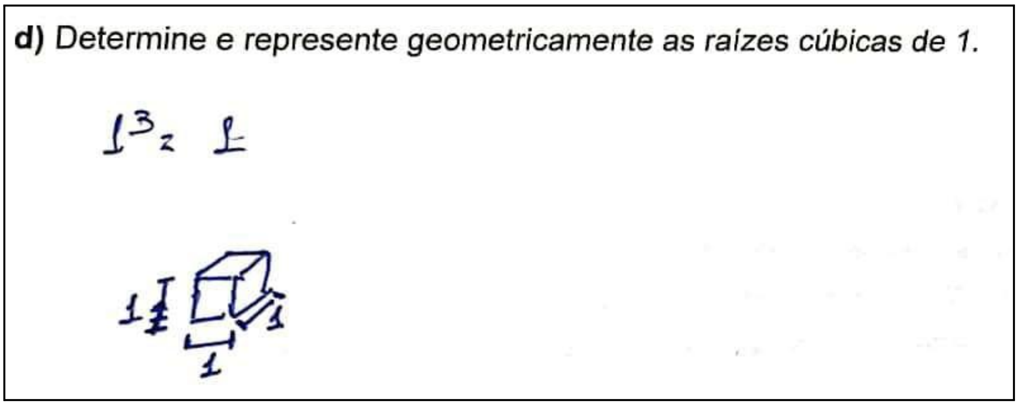
Tabela 6 - Dados da questão 2 item (d)

CORRETAS	3
INCORRETAS	8
EM BRANCO	13

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Aqui evidencia-se a falta de conhecimento a respeito da determinação das raízes de um número complexo dado, na qual obteve-se um maior quantitativo das respostas em branco, bem como o número de respostas erradas. Notamos também uma possível distorção em relação a sua interpretação geométrica como apresentado na figura 29.

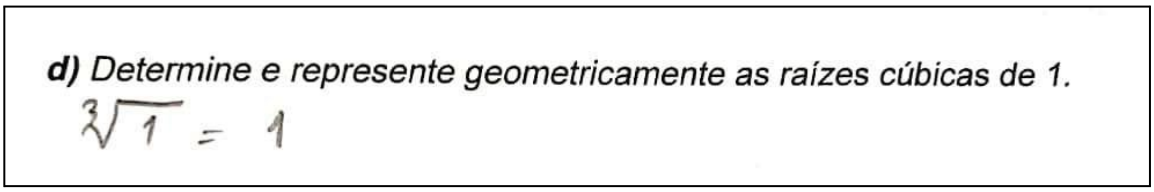
Figura 29 - Resposta de um licenciando para o item (d) da questão 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Uma outra resposta equivocada em relação às raízes de um número complexo, sugere que os alunos entendem como raízes cúbicas a operação de radiciação como demonstrado na figura 30.

Figura 30 - Resposta de outro licenciando para o item (d) da questão 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para representar o quantitativo das respostas obtidas na terceira questão do questionário, na qual está relacionada ao estudo do conjunto dos números complexos no curso do Ensino Médio, categorizamos por:

A) Estudaram números complexos no Ensino Médio;

B) Não estudaram números complexos no Ensino Médio.

Assim, quanto a disposição dos dados obtidos, temos:

Tabela 7 - Dados da questão 3

A	10
B	14

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Quanto aos dados obtidos na quarta questão, no que se refere ao aluno ter cursado antes do período remoto a disciplina Fundamentos de Matemática IV de forma presencial, categorizamos como:

A) Alunos que cursaram a disciplina presencialmente;

B) Alunos que não cursaram a disciplina presencialmente.

Em relação aos dados temos:

Tabela 8 - Dados da questão 4

A	2
B	22

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em análise aos questionários dos dois alunos que já cursaram presencialmente a disciplina, verificamos que um aluno possui conhecimento e domínio das operações básicas do conjunto, no entanto apresentou dificuldade quanto a representação trigonométrica e não soube representar as raízes cúbicas de uma unidade de números complexos. Já o segundo aluno mostrou não possuir conhecimento e nem domínio das operações básicas de números complexos, deixando em branco ou errando as questões.

Neste caso, o estudo presencial pode ter contribuído positivamente para a aprendizagem do aluno que pareceu ter maior domínio das questões, o mesmo não vale para o segundo aluno. Destaca-se que não é conhecido o motivo da não aprovação dos alunos quando cursaram a disciplina presencialmente, se houve reprovação ou abandono.

Em análise da quinta questão, na qual questionamos a suficiência dos materiais disponibilizados e as aulas ministradas para aprendizagem dos alunos quanto ao ensino do conjunto dos números complexos no período remoto, categorizamos os resultados da seguinte forma:

A) Quanto aos alunos que responderam sim;

B) Quanto aos alunos que responderam não;

C) Quanto aos alunos que não responderam nem negativamente nem positivamente.

Assim, descrevemos no quadro abaixo o quantitativo analisado.

Tabela 9 - Dados da questão 5

A	9
B	9
C	6

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na avaliação das respostas negativas, dois relataram a não aprendizagem do conteúdo e dois descreveram as dificuldades na adaptação ao ensino remoto, como relatado na figura 31.

Figura 31 - Resposta de um licenciando para questão 5

5) Em relação ao ensino remoto, os materiais disponibilizados e as aulas ministradas foram suficientes para sua aprendizagem do conjunto dos números complexos? Explique porquê.

Apesar das aulas e materiais terem sido ótimos, penso que o remoto, em geral, interfere negativamente na aprendizagem: muita distração, possibilidade de conferir as respostas, entre outros.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Quanto à categoria C, nas quais os alunos não souberam se posicionar a respeito da suficiência dos materiais e das aulas, relataram ter muitas dificuldades quanto à aprendizagem no contexto do ensino remoto. Além disso, cinco alunos questionaram o curto tempo ofertado do período letivo no ensino remoto, como descrito na figura 32.

Figura 32 - Resposta de outro licenciando para questão 5

5) Em relação ao ensino remoto, os materiais disponibilizados e as aulas ministradas foram suficientes para sua aprendizagem do conjunto dos números complexos? Explique porquê.

Não, pois não lembro de algumas coisas do conteúdo e achei pouco tempo de aula durante o período. Assim, o final da dis-
ciplina foi muito corrido.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Conforme os relatos, a Associação dos Dirigentes das Instituições Federais de Ensino Superior (ANDIFES, 2020) afirma que existiram alguns aspectos que limitaram a implementação do ensino remoto, sendo eles: garantia de acesso às tecnologias digitais, a falta de capacitação docente e as possíveis dificuldades de adaptação de aprendizagem dos discentes nessa modalidade de ensino.

Quanto à análise das respostas da sexta questão, que traz um questionamento sobre a segurança e aptidão dos licenciandos quanto a ministrar aulas futuras do conjunto dos números complexos, por meio dos conhecimentos adquiridos nas aulas do ensino remoto, temos as seguintes categorizações das respostas:

A) Sim, somente a parte algébrica do conteúdo.

B) Sim, mas precisa recordar.

C) Sim, tem domínio do conteúdo.

D) Não, precisa estudar novamente.

E) Não, precisa recordar e preparar aula.

F) Não, devido ao Ensino Remoto.

Assim, na tabela 10 a seguir temos a totalização dos dados.

Tabela 10 - Dados da questão 6

A	1
B	6
C	1
D	11
E	3
F	2

Fonte: Protocolo de pesquisa.

De acordo com os dados obtidos, temos que a maior parte dos alunos afirmaram não se sentirem seguros e aptos para ministrar aulas sobre o conjunto dos números complexos. Acreditamos que os motivos para essa insegurança são as dificuldades de aprendizagem do conteúdo e as condições de ensino do período remoto.

Figura 33 - Resposta de um licenciando para questão 6

6) Por meio do conhecimento adquirido durante o período de aulas remotas, você se considera apto e seguro para ministrar aulas sobre o conjunto dos números complexos? Por quê?

Não me considero apto porque no ensino remoto acredito que não aprendi o suficiente. Apesar de ter buscado materiais complementares e estudado, ainda me sinto insegura quanto ao conteúdo.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Diante do exposto, Kaizer (2021) afirma que o ensino remoto se mostrou desafiador, desde a sua implantação, a professores e principalmente alunos em relação às suas capacidades de validarem seus desempenhos e competências na realização de suas atividades.

Dentre os demais alunos participantes da pesquisa, os que afirmaram sim, relataram que precisam recordar o conteúdo, porém um dos participantes afirmou sentir-se apto a lecionar somente a parte algébrica, conforme a figura 34 a seguir.

Figura 34 - Resposta de outro licenciando para questão 6

6) Por meio do conhecimento adquirido durante o período de aulas remotas, você se considera apto e seguro para ministrar aulas sobre o conjunto dos números complexos? Por quê?

Em relação a parte algébrica sim, mas resta minhas dificuldades, mas diria que estou para a parte geométrica e trigonométrica

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Quanto à resposta deste aluno, Kloster (2014) afirma que o conteúdo de números complexos é abordado de forma superficial, levando em consideração sua parte algébrica e deixando de lado sua abordagem geométrica e trigonométrica. Desse modo, outras aplicações desse conjunto não são abordadas no Ensino Básico, causando uma deficiência nos alunos quando os mesmos voltam a estudar o conjunto no Ensino Superior.

Em relação à análise dos dados obtidos na questão 7, a qual se refere ao questionamento sobre a aprendizagem ser mais proveitosa se o conteúdo de conjunto dos números complexos fosse aplicado de forma presencial, categorizamos as respostas da seguinte maneira:

A) Sim, devido ao método de avaliação.
B) Sim, quanto ao grau de dedicação e concentração.
C) Sim, devido a relação entre alunos e professores.
D) Não, porém não justificou.
E) Sim, mas também destacou características boas do ensino remoto.

Assim, obtivemos os seguintes resultados:

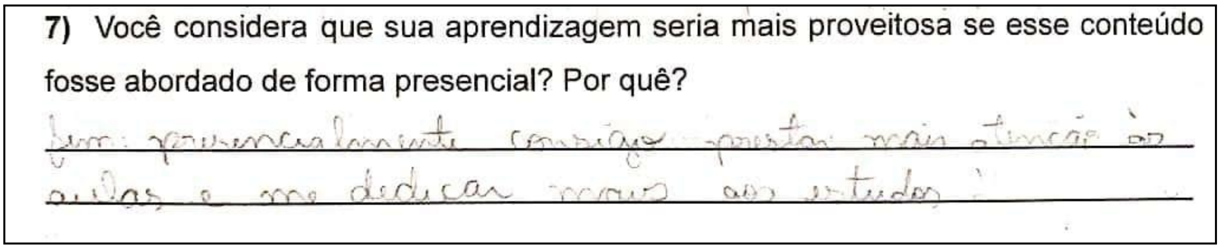
Tabela 11 - Dados da questão 7

A	3
B	10
C	7
D	2
E	2

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Com este resultado, entendemos que a maioria dos alunos relataram que se dedicariam mais e teriam maior concentração nas aulas presenciais, como disposto na figura 35.

Figura 35 - Resposta de um licenciando para questão 7



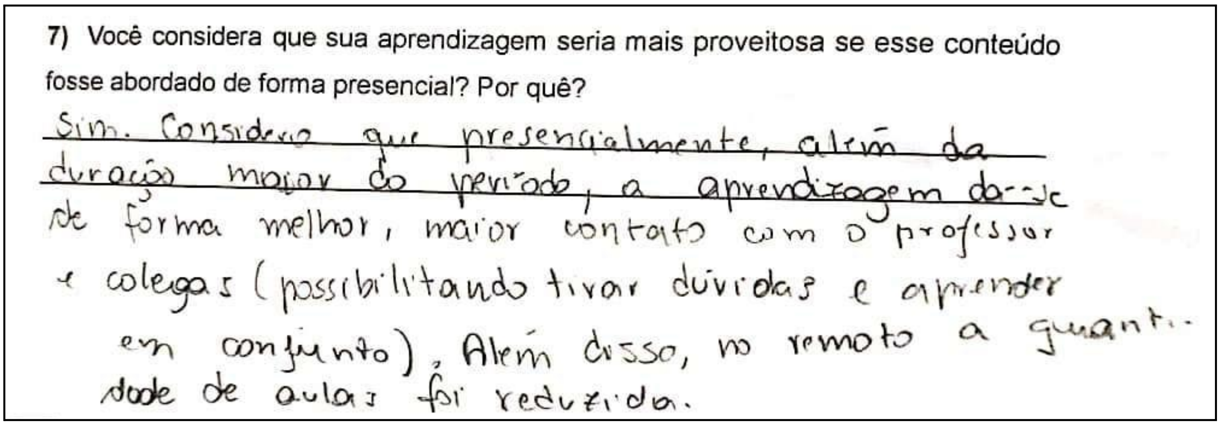
7) Você considera que sua aprendizagem seria mais proveitosa se esse conteúdo fosse abordado de forma presencial? Por quê?

Sim, presencialmente consigo prestar mais atenção às aulas e me dedicar mais aos estudos.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Além disso, também contestaram que o contato com os professores e alunos também colabora para a aprendizagem, como apresentado nas figuras 36.

Figura 36 - Resposta de outro licenciando para questão 7



7) Você considera que sua aprendizagem seria mais proveitosa se esse conteúdo fosse abordado de forma presencial? Por quê?

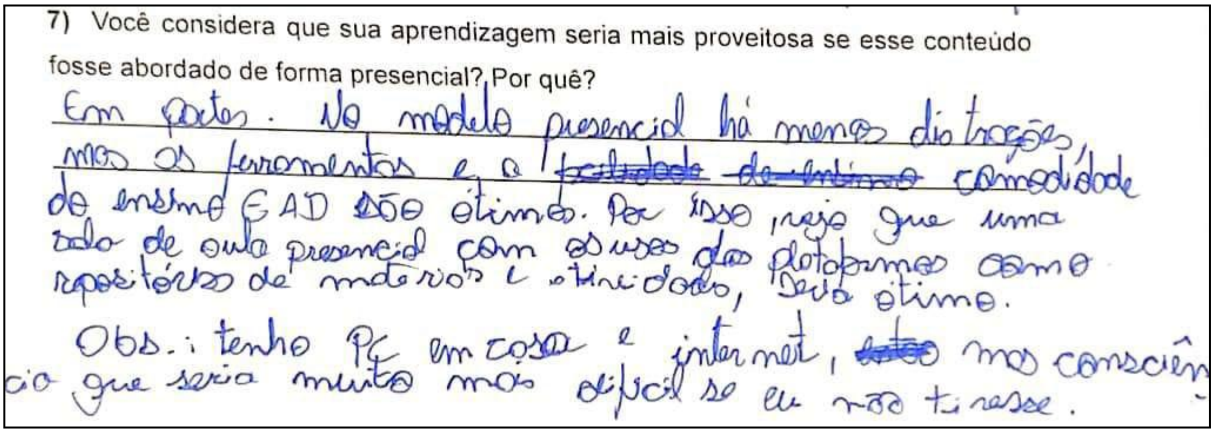
Sim. Considero que presencialmente, além da duração maior do período, a aprendizagem dá-se de forma melhor, maior contato com o professor e colegas (possibilitando tirar dúvidas e aprender em conjunto). Além disso, no remoto a quantidade de aulas foi reduzida.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em concordância a isto, o ensino remoto se torna limitado, já que suas atividades educacionais ocorrem totalmente de forma remota, com as aulas ministradas por vídeos na televisão ou pela internet (JOYE; MOREIRA; ROCHA, 2020).

Dentre as respostas obtidas nesta questão, uma nos chamou atenção. A mesma se trata de uma confusão apresentada pelo aluno em relação aos modelos de ensino, de forma que o discente confunde o modelo de ensino remoto Emergencial com o modelo de Educação à Distância (EaD), como apresentado na figura 37 a seguir.

Figura 37 - Resposta de um licenciando, denotando características do Ensino Remoto e do Ensino a Distância


7) Você considera que sua aprendizagem seria mais proveitosa se esse conteúdo fosse abordado de forma presencial? Por quê?

Em partes. No modelo presencial há menos distrações, mas as ferramentas e a ~~facilidade de ensino~~ comodidade do ensino EAD são ótimos. Por isso, vejo que uma sala de aula presencial com os usos das plataformas como repositórios de materiais e atividades, seria ótimo.

Obs.: tenho PC em casa e internet, ~~[illegible]~~ mas consciência que seria muito mais difícil se eu não tivesse.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nesse contexto, Joye, Moreira e Rocha (2020) afirmam que existem diferenças entre esses dois modelos. O modelo EaD adotado no Brasil tem características diferentes do ensino remoto, como a exigência de uma carga horária presencial mínima, avaliações presenciais, dentre outras. Ademais, segundo os mesmos autores, o ensino remoto surge em um contexto de pandemia onde devido ao isolamento social professores e alunos tiveram que se separar fisicamente para realizarem atividades remotas. Sendo assim, de acordo com Schwanz e Felcher (2020), o compartilhamento do ensino é a principal diferença entre os modelos abordados. Na EaD, o ensino é compartilhado com outros especialistas, enquanto no ensino remoto o professor é responsável por todo processo de ensino. Por fim, Joye, Moreira e Rocha (2020) afirmam que a principal semelhança entre os modelos educacionais, atualmente, é o uso da tecnologia digital para mediar a educação.

4 Conclusões

De acordo com a pesquisa realizada e os dados obtidos pelos questionários, conclui-se que boa parte dos alunos participantes da pesquisa, apresentaram domínio quanto às operações básicas de números complexos. No entanto, ao se tratar de conceitos mais sofisticados, como sua representação trigonométrica e geométrica, muitos apresentaram resposta em branco ou responderam de forma equivocada.

Consideramos que alguns fatores podem estar associados a essa característica, e um deles é o fato dos alunos não terem um contato prévio com o conteúdo, pois, mais de 50% dos participantes relataram não ter estudado números complexos no Ensino Médio. Um outro fato interessante, é quanto a abordagem deste conteúdo, pois vimos a luz de vários autores, que no ensino básico ele é abordado segundo a resolução de equações do segundo grau que apresentam discriminante negativo, e que geralmente é abordado somente a sua parte algébrica.

Assim, podemos correlacionar estes fatores às dificuldades apresentadas pelos alunos na realização das atividades propostas no questionário. Contudo, também não podemos deixar de levar em consideração, a forma como o ensino e a aprendizagem deste conteúdo ocorreu, pois sabemos que a adoção do ensino remoto foi algo repentino e a sua adaptação foi um enorme desafio, tanto para os docentes quanto para os discentes.

Neste contexto, mesmo com as fases de adaptação, muitos alunos relataram ter diversas dificuldades, nas quais: aprendizagem de conteúdos ofertados na modalidade do ensino remoto, concentração nas aulas por webconferência, manter uma rotina de estudo no que se refere à dedicação, entre outros. Os alunos também relataram a falta de aproximação entre professores e alunos e que isso também acaba por contribuir para as possíveis dificuldades na aprendizagem.

Na visão da formação docente, também obtivemos muitas contestações a respeito da aprendizagem no período remoto. Ao questionarmos a segurança dos licenciandos quanto a ministrar futuras aulas sobre o conjunto dos números complexos, mais de 65% relataram não se sentir aptos a ministrar aulas sobre o conjunto. Em consonância a isto, a negativa das respostas detinha justificativas nas quais: a necessidade de recordar o assunto, preparar aula e até mesmo estudar novamente o conteúdo. Alguns também relataram não se sentir seguros para lecionar aulas sobre o conteúdo, devido às dificuldades de aprendizagem na modalidade de ensino remoto.

Em contrapartida, ao questionarmos sobre a aprendizagem ser mais proveitosa se o ensino acontecesse de forma presencial, mais de 90% dos alunos afirmaram que sim, e apontaram as características que favorecem para isto. Sendo assim, os mesmos destacaram que no ensino presencial, eles se mantêm mais concentrados nas aulas, possuem maior dedicação aos estudos, preferem os métodos avaliativos do ensino presencial, e que a relação interpessoal do professor e aluno, também ajuda neste processo de aprendizagem.

Diante deste contexto, concluímos que existem diversos fatores já consolidados que dificultam a aprendizagem dos números complexos, no que tange a sua abordagem no Ensino Básico. Esta pesquisa apontou as dificuldades encontradas por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática no processo de ensino e aprendizagem de números complexos durante o período do ensino remoto.

Sobre isto, temos a preocupação com a temática, pois como futuros docentes, sabemos que os números complexos têm a sua importância no estudo dos conjuntos numéricos, como também para casos específicos da Matemática, como os estudos de Polinômios, Geometria Plana e Geometria Analítica. Outro fato preocupante está na perspectiva da formação do professor de matemática, pois o período do Ensino Remoto perdurou por quase dois anos, e com a pesquisa realizada, vimos os diversos reflexos que o mesmo causou na aprendizagem dos professores em formação. Quanto a isto, temos a preocupação de que estes reflexos possam influenciar na futura prática docente, bem como nos processos de ensino e aprendizagem do Ensino Básico.

Como sugestão para trabalhos futuros, temos por utilizar o estudo de caso para investigar as dificuldades na aprendizagem de outros temas abordados na licenciatura em Matemática de forma remota.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, S. P. de. **Números complexos para o ensino médio**: uma abordagem com história, conceitos básicos e aplicações. 2013. 53 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, 2013.

ARRUDA, E.P. Educação Remota Emergencial: elementos para políticas públicas na educação brasileira em tempos de covid-19. **Em Rede Revista de Educação a Distância,** v.7, n.1, p. 257-275, 2020.

ASSIS, C. L. **Refletindo sobre os Números Complexos** – da sua História às suas Aplicações. 2019. 71 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade Federal De Goiás, Goiânia, 2019. Disponível em:http://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/9550. Acesso em: 15 out. 2021.

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS DIRIGENTES DAS INSTITUIÇÕES FEDERAIS DE ENSINO SUPERIOR – Andifes. **Reitores fazem relatos sobre as experiências de ensino remoto em seminário da Andifes**. Brasília, DF: Portal ANDIFES. 2020.

BORBA, M.C. **A pesquisa qualitativa em educação matemática**. 27ª. Reunião Anual da ANPED - Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. 2004. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf. Acesso em: 03 de dez. 2021.

BRASIL, M. E. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF, p.1-141, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portaria Nº. 343**, de 17 de março de 2020. Dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais enquanto durar a situação de pandemia do Novo Coronavírus - COVID-19. Brasília-DF. 2020.

BRASÍLIA, DF. **Impactos da pandemia na educação no Brasil**. Senado Federal, 2022. Disponível em: https://www12.senado.leg.br/institucional/datasenado/materias/pesquisas/impactos-da-pandemia-na-educacao-no-brasil. Acesso em: 26 de jan. 2023.

CASTRO, D.P.; RODRIGUES, N.D.S.; USTRA, S.R.V. Os reflexos do ensino remoto na docência em tempos de pandemia da Covid-19. **Educação a distância e práticas educativas comunicacionais e interculturais - EDaPECI**, São Cristóvão - SE, v. 20, n. 3, p. 72-86, 20 dez. 2020.

FEITOSA, M. C; MOURA, P. S; RAMOS, M.S. F.; LAVOR, O. P. **Ensino Remoto:** O que Pensam os Alunos e Professores? In: Congresso sobre Tecnologias na Educação, 2020, Evento Online. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2020. p. 60-68.

GARBI, G. A. A disputa entre Cardano e Tartaglia pelas equações do 3°. grau. **O romance das Equações Algébricas**. 3. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009. cap. VIII, p. 33-41. Disponível em:https://books.google.com.br/books?id=RU3Jkn6GJ2MC&printsec=copyright&hl=pt-BR#v=onepage&q&f=false. Acesso em: 12 de out. 2021.

GERHARDT, T. E. I.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa socia**l. 6. ed. São Paulo: Atlas S.A., 2008.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6º ed. São Paulo: Atlas, 2021.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **RAE - Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995. Disponível em:https://www.scielo.br/j/rae/a/ZX4cTGrqYfVhr7LvVyDBgdb/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 03 dez. 2021.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar:** Complexos, Polinômios e Equações. V. 6. São Paulo: Editora Atual, 2006.

JOYE, C.R; MOREIRA, M.M; ROCHA, S.S.D. Educação a Distância ou Atividade Educacional Remota: em busca do elo perdido da educação escolar em tempos de COVID-19. **Research , Society and Development,** v.9, n.7, p. 1-29, 2020.

KAIZER, B.M. **Modelo multivariado de avaliação da aprendizagem em Ensino Superior remoto emergencial**. 2021. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2021.

KLOSTER, G. **Números complexos e geometria plana.** 2014. 118 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2014. Disponível em:https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPG_ab8c3f669b73055d796bff9548d05d7e. Acesso em: 22 set. 2021.

LELLIS, M. C. T. **Sobre o conhecimento matemático do professor de matemática**. 2002. 116 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

MATOS, E. S. A. **Números complexos na Geometria e outras aplicações.** 2017. 64 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade Federal da Bahia - UFBA, Salvador, 2017.

MOREIRA, A. A. **Motivação para o ensino e aprendizagem dos números complexos: uma abordagem com aplicações.** 2018. 110 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade em Tecnologia Federal do Paraná, Curitiba, 2018. Disponível em:http://riut.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3113. Acesso em: 23 set. 2021.

MOREIRA, P. C.; FERREIA, A. C. **O lugar da matemática na licenciatura em matemática**. Bolema, Rio Claro, n. 47, p. 981-1005, dez. 2013.

PORTOLAN, J. **A importância do ensino de números complexos no Ensino Médio, na visão dos professores de matemática, em alguns municípios da região oeste do Paraná.** 2017. 96 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade Tecnológica do Paraná, Pato Branco, 2017. Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3024. Acesso em: 15 out. 2021.

PUHL, C. S.; LIMA, I. G.; MÜLLER, T. J. **Ensino de Números Complexos no Ensino Médio, Técnico e Superior:** Um mapeamento de produções brasileiras. Abakós, 9(esp), 40-58, 2021.

RIO DE JANEIRO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. **Currículo Mínimo**: Matemática. Rio de Janeiro, 2012.

SANTOS, E. **Educação online para além da ead**: um fenômeno da cibercultura. In Anais, 10º Congresso Internacional galego-Portugues de Psicopedagogia, p. 5658 – 5671, 2009.

SCHWANZ, C.B; FELCHER, C.D.O. Reflexões acerca dos desafios da aprendizagem matemática no ensino remoto. **Revista Educacional Interdisciplinar.** v.9, n.1, p. 1-16, 2020.

SILVA, J. A. L. Matemática e o uso das tecnologias digitais em tempos de pandemia: implicações nos processos de ensino, aprendizagem e avaliação na educação superior. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - REMAT**, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 01-17, 29 maio de 2022.

SILVESTRE, B. S. **A formação do professor de matemática:** o jogo como recurso de ensino [manuscrito]. 2016. 215 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.

SOARES, L. C. **Números complexos:** Um enfoque geométrico. 2019. 217 p. Trabalho de Conclusão de Curso. Instituto Federal Fluminense *campus* Campos Centro, Campos dos Goytacazes, 2019. Disponível em: http://bd.centro.iff.edu.br/jspui/handle/123456789/2593

SOARES, S. J. **Pesquisa científica:** Uma abordagem sobre o método qualitativo. Revista Ciranda – Montes Claros, v. 1, n.3, pp. 168-180, jan/dez-2019.

STAL, J. C. **Trigonometria na formação inicial de professores de matemática**. 2017. 157 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Londrina, 2017.

VASSALLO NETO, Rafael. O ensino de números complexos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais...**Curitiba, 2013. Disponível em: http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3669_2071_ID.pdf. Acesso em: 16 nov. 2021.

VIEIRA, Sonia. **Como elaborar questionários**. São Paulo: Atlas, 2009. Disponível em: https://docero.com.br/doc/ne01n85. Acesso em: 16 de set. 2022.

YIN, Robert K. **Estudo de caso:** planejamento e método. 2. ed. São Paulo: Nookman, 2001.

APÊNDICE A
Questionário físico

Curso: Licenciatura em Matemática
Disciplina: TCC III
Alunos: Douglas Amorim e Paulo Roberto Freire

Caro (a) licenciando, este questionário se estabelece como fonte de coleta de dados para o Trabalho de Conclusão de Curso intitulado: **Reflexos do ensino remoto na aprendizagem de números complexos por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática**. Sua participação é de suma importância para o sucesso deste trabalho. Agradecemos, desde já, pela colaboração.

1) Em sua concepção, o que é um número complexo?

___

___

___

2) Considerando os conhecimentos adquiridos sobre o conjunto dos números complexos, responda os itens a seguir.

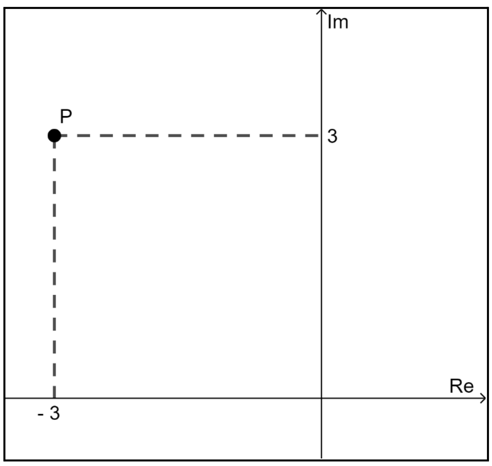
a) De acordo com o conceito das potências da unidade imaginária i, calcule i^{2022}.

b) Sendo $z_1 = 3 + 2i$ e $z_2 = 1 - i$, obtenha $\frac{z_1}{z_2}$, escrevendo o quociente na forma algébrica.

c) Considere P, o afixo de um número complexo z representado no plano complexo a seguir. Determine:

i) z na forma algébrica;

ii) z na forma trigonométrica.



d) Determine e represente geometricamente as raízes cúbicas de 1.

3) Durante o Ensino Médio, você estudou sobre o conjunto dos números complexos?
( ) Sim. ( ) Não.

4) Antes do período remoto, você havia estudado sobre o conjunto dos números complexos de forma presencial no curso de Licenciatura em Matemática?
( ) Sim. ( ) Não.

5) Em relação ao ensino remoto, os materiais disponibilizados e as aulas ministradas foram suficientes para sua aprendizagem do conjunto dos números complexos? Explique porquê.

____

____

6) Por meio do conhecimento adquirido durante o período de aulas remotas, você se considera apto e seguro para ministrar aulas sobre o conjunto dos números complexos? Por quê?

____

____

7) Você considera que sua aprendizagem seria mais proveitosa se esse conteúdo fosse abordado de forma presencial? Por quê?

____

____

APÊNDICE B
Questionário online

Questionário de coleta de dados.

Caro (a) licenciando, este questionário se estabelece como fonte de coleta de dados para o Trabalho de Conclusão de Curso intitulado: **Reflexos do ensino remoto na aprendizagem de números complexos por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática**. Sua participação é de suma importância para o sucesso deste trabalho. Agradecemos, desde já, pela colaboração. Atenciosamente, Paulo Roberto e Douglas.

*Obrigatório

1. 1- Em sua concepção, o que é um número complexo? *

2. 2 - Considerando os conhecimentos adquiridos sobre o conjunto dos números complexos, responda os itens a seguir. *

a) De acordo com o conceito das potências da unidade imaginária i, calcule i^{2022}.

b) Sendo $z_1 = 3 + 2i$ e $z_2 = 1 - i$, obtenha $\frac{z_1}{z_2}$, escrevendo o quociente na forma algébrica.

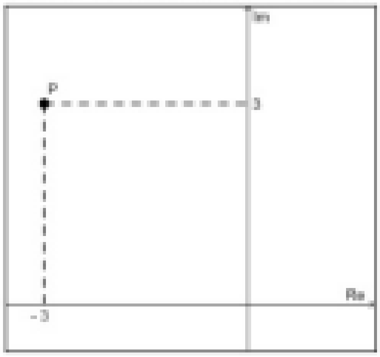
Arquivos enviados:

3. *

c) Considere P, o afixo de um número complexo z representado no plano complexo a seguir. Determine:

i) z na forma algébrica;

ii) z na forma trigonométrica.



Arquivos enviados:

4. **d)** Determine e represente geometricamente as raízes cúbicas de 1. *

Arquivos enviados:

5. 3 - Durante o Ensino Médio, você estudou sobre o conjunto dos números complexos? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

6. 4 - Antes do período remoto, você havia estudado sobre o conjunto dos números complexos de forma presencial no curso de Licenciatura em Matemática? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

7. 5 - Em relação ao ensino remoto, os materiais disponibilizados e as aulas ministradas foram suficientes para sua aprendizagem do conjunto dos números complexos? Explique porquê. *

8. 6 - Por meio do conhecimento adquirido durante o período de aulas remotas, você se considera apto e seguro para ministrar aulas sobre o conjunto dos números complexos? Por quê? *

9. 7 - Você considera que sua aprendizagem seria mais proveitosa se esse conteúdo fosse abordado de forma presencial? Por quê? *

ANEXOS

ANEXO A – Programa da disciplina Fundamentos de Matemática I

Fundamentos de Matemática I

Período da Licenciatura: 1º.

Carga Horária Total: 80 h/a

Ementa

Funções. Função Constante. Função Afim. Função Quadrática. Funções definidas por várias sentenças. Função modular.

Objetivos

1.1- Geral

Aplicar os conhecimentos adquiridos no estudo das funções em situações concretas e em estudos futuros.

1.2- Específicos

- Reconhecer representações diferentes de um mesmo conceito.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas corretamente (tabelas, gráficos, equações, inequações, etc.).
- Expressar-se oral, escrita e graficamente, valorizando a precisão da linguagem.
- Utilizar o computador, reconhecendo suas potencialidades e limitações.
- Selecionar estratégias de resolução de atividades envolvendo funções.

Conteúdo

1. Funções
    1.1. Definição
    1.2. Notação
    1.3. Domínio e imagem
    1.4. Crescimento e decrescimento
    1.5. Estudo do sinal
2. Função Constante
    2.1. Definição
    2.2. Representação gráfica
    2.3. Domínio e imagem
3. Função Afim
    3.1. Definição
    3.2. Representação gráfica
    3.3. Interpretação geométrica dos coeficientes da função afim
    3.4. Domínio e imagem
    3.5. Crescimento e decrescimento
    3.6. Estudo do sinal
    3.7. Inequações
    3.8. Aplicações
4. Função Quadrática
    4.1. Definição
    4.2. Representação gráfica
    4.2.1. Pontos importantes da parábola
    4.2.2. Eixo de simetria
    4.3. Domínio e imagem
    4.4. Estudo do sinal
    4.5. Inequações
    4.6. Aplicações
5. Funções definidas por várias sentenças
    5.1. Representação gráfica

6. Função modular
    6.1. Definição de módulo
    6.2. Definição de função modular
    6.3. Representação gráfica
    6.4. Equações e inequações modulares

Procedimentos metodológicos

1. Aulas expositivas e dialogadas com recursos diversos (digitais ou não);
2. Discussões em grupo;
3. Atividades em grupos e individuais;
4. Pesquisas;
5. Seminários
6. Avaliação formativa[9].

Referências

Básicas

DOMINGUES, Hygino H. IEZZI, Gelson. **Álgebra Moderna.** São Paulo: Atual Editora Ltda, 1982.

IEZZI, Gelson. MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**. v. 1. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1993.

LIMA, Elon L. CARVALHO, Paulo C. P. WAGNER, Eduardo. MORGADO, Augusto. **A Matemática do Ensino Médio**. v.1. Rio de Janeiro: SBM, 1996. Coleção Professor de Matemática.

Complementares

BOULOS, Paulo. **Pré-Cálculo**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2005.

DEMANA, Franklin D. et al. **Pré-cálculo**. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

MELLO, José Luiz Pastore. **Matemática: construção e significado**. São Paulo: Moderna, 2005.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2005.

SILVA, Sebastião Medeiros da. **Matemática para cursos superiores**. São Paulo: Atlas, 2002.

ANEXO B – Programa da disciplina Fundamentos de Matemática II

Fundamentos de Matemática II

Período da Licenciatura: 2º.

Carga Horária Total: 60 h/a

Ementa

Tipos de funções. Função Polinomial do 3º grau. Função Racional. Função Máximo Inteiro. Função Exponencial. Logaritmos. Função Logarítmica.

Objetivos

1.1- Geral

Reconhecer representações diferentes de um mesmo conceito.

1.2- Específicos

- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas corretamente (tabelas, gráficos, equações, inequações, etc.).

- Expressar-se oral, escrita e graficamente, valorizando a precisão da linguagem.

- Aplicar os conhecimentos adquiridos no estudo das funções Exponencial e Logarítmica em situações concretas e em estudos futuros.

- Utilizar o computador, reconhecendo suas potencialidades e limitações.

- Selecionar estratégias de resolução de atividades envolvendo funções.

Conteúdo

1. Tipos de funções
   1.1. Funções iguais
   1.2. Função composta
   1.3. Função sobrejetora
   1.4. Função injetora
   1.5. Função bijetora
   1.6. Função inversa
2. Outros exemplos de funções
   2.1. Função polinomial do 3º. grau
   2.2. Função racional
   2.3. Função máximo inteiro
3. Função Exponencial
   3.1. Definição
   3.2. Representação gráfica
   3.3. Domínio e Imagem
   3.4. Equações e inequações exponenciais
   3.5. Aplicações
4. Logaritmos
   4.1. Definição
   4.2. Propriedades
5. Função Logarítmica
   5.1. Definição
   5.2. Representação gráfica
   5.3. Domínio e Imagem

5.4. Equações e inequações logarítmicas

5.5. Aplicações

Procedimentos metodológicos

1. Aulas expositivas e dialogadas com recursos diversos (digitais ou não);
2. Discussões em grupo;
3. Atividades em grupos e individuais;
4. Pesquisas;
5. Seminários
6. Avaliação formativa[15].

Referências

Básicas:

IEZZI, Gelson. MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**. v. 1. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1993.

IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo.MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**. v. 2. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1993.

LIMA, Elon L. CARVALHO, Paulo C. P. WAGNER, Eduardo. MORGADO, Augusto. **A Matemática do Ensino Médio.** v. 1. Rio de Janeiro: SBM, 1996. Coleção Professor de Matemática.

Complementares:

BOULOS, Paulo. **Pré-Cálculo**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2005.

DEMANA, Franklin D. et al. **Pré-cálculo**. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

MELLO, José Luiz Pastore. **Matemática: construção e significado**. São Paulo: Moderna, 2005.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2005.

SILVA, Sebastião Medeiros da. **Matemática para cursos superiores**. São Paulo: Atlas, 2002.

[15]Sinônimo da avaliação processual ou contínua refere-se a examinar a aprendizagem ao longo das atividades realizadas (produções, comentários, apresentações, criação, trabalhos em grupos entre outros).

ANEXO C – Programa da disciplina Fundamentos de Matemática III

Fundamentos de Matemática III

Período da Licenciatura: 3.º

Carga horária total: 80 h/a

Ementa

Sequências. Progressões Aritméticas. Progressões Geométricas. Trigonometria.

Objetivos

- Reconhecer representações diferentes de um mesmo conceito.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas corretamente (tabelas, gráficos, equações, inequações, etc.).
- Expressar-se oral, escrita e graficamente, valorizando a precisão da linguagem.
- Aplicar os conhecimentos adquiridos no estudo da trigonometria em situações concretas e em estudos futuros.
- Utilizar o computador, reconhecendo suas potencialidades e limitações.
- Selecionar estratégias de resolução de atividades envolvendo os conteúdos estudados nesta disciplina.

Conteúdo

1. Sequências
   1.1. Noções iniciais
   1.2. Lei de Formação
2. Progressões Aritméticas
   2.1. Definição
   2.2. Termo geral
   2.3. Soma dos termos
3. Progressões Geométricas
   3.1. Definição
   3.2. Termo geral
   3.3. Soma dos termos
4. Trigonometria
   4.1. Trigonometria no triângulo retângulo
   4.2. Arcos e ângulos
   4.3. A circunferência trigonométrica
   4.4. Funções trigonométricas
   4.5. Relações Fundamentais
   4.6. Transformações
   4.7. Identidades
   4.8. Equações trigonométricas
   4.9. Inequações trigonométricas

Referências

Básicas

CARMO, Manfredo P.; MORGADO, Augusto C. **Trigonometria / Números Complexos.** IMPA/VITAE. 1992.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar.** v. 3. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1993.

IEZZI, Gelson.; HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de Matemática Elementar**. v. 4. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1993.

Complementares

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2005.

LIMA, Elon L. CARVALHO, Paulo C. P. WAGNER, Eduardo. MORGADO, Augusto. **A Matemática do Ensino Médio**. v. 1. Rio de Janeiro: SBM, 1996.

LIMA, Elon L. CARVALHO, Paulo C. P. WAGNER, Eduardo. MORGADO, Augusto. **A Matemática do Ensino Médio**. v. 2. Rio de Janeiro: SBM, 2002.

MORGADO, Augusto C. WAGNER, Eduardo. ZANI, Sheila C. **Progressões e Matemática Financeira**. SBM, 1993.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2005.

ANEXO D – Programa da disciplina Fundamentos de Matemática IV

Fundamentos de Matemática IV

Período da Licenciatura: 4.°

Carga Horária Total: 60 h

Ementa

Números Complexos. Polinômios. Equações Polinomiais.

Objetivos

1.1- Geral

Reconhecer representações diferentes de um mesmo conceito matemático.

1.2- Específicos

-Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas corretamente.

-Expressar-se oral e escrita, valorizando a precisão da linguagem.

-Aplicar conhecimentos adquiridos em estudos futuros.

-Selecionar estratégias de resolução de atividades envolvendo os conteúdos estudados nesta disciplina.

Conteúdo

1. Números Complexos
   1.1. Forma algébrica
   1.2. Forma trigonométrica
   1.3. Operações em C
   1.4. Equações binômias e trinômias
2. Polinômios
   2.1. Definição
   2.2. Operações
   2.3. Grau
   2.4. Teorema do resto
   2.5. Teorema de D'Alembert
   2.6. Algoritmo de Briot.Ruffini
3. Equações Polinomiais
   3.1. Definições
   3.2. Multiplicidade de uma raiz
   3.3. Relações de Girard
   3.4. Raízes complexas

3.5. Raízes reais
   3.6. Raízes racionais

Referências

Básicas

CARMO, Manfredo P.; MORGADO, Augusto C. **Trigonometria / Números Complexos**. IMPA/VITAE. 1992.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar**. v. 6. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1996.

LIMA, Elon L.; CARVALHO, Paulo C. P.; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto. **A Matemática do Ensino Médio**. v. 3. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

Complementares

BOULOS, Paulo. **Pré-Cálculo**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2005.

DEMANA, Franklin D. et al. **Pré-cálculo**. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

MELLO, José Luiz Pastore. **Matemática: construção e significado**. São Paulo: Moderna, 2005.