MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ESTHÉFANO ESTEVÃO DE CARVALHO
JADE DE OLIVEIRA AQUINO

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES DE 1º. GRAU COM UMA INCÓGNITA, POR MEIO DO USO DE MATERIAL MANIPULÁVEL, À LUZ DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE DAVID AUSUBEL

Campos dos Goytacazes/ RJ

Junho – 2023.1

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ESTHÉFANO ESTEVÃO DE CARVALHO
JADE DE OLIVEIRA AQUINO

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES DE 1º. GRAU COM UMA INCÓGNITA, POR MEIO DO USO DE MATERIAL MANIPULÁVEL, À LUZ DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE DAVID AUSUBEL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Leandro Sopeletto Carreiro

Campos dos Goytacazes/RJ

Junho – 2023.1

AGRADECIMENTOS

Agradecemos, primeiramente, a Deus por ter nos capacitado e dado força para trilhar o caminho que nos trouxe até aqui.

Aos nossos familiares e amigos pelo suporte e compreensão, permanecendo conosco durante toda essa etapa.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense *Campus* Campos Centro que contribuíram, não apenas com ensinamentos acadêmicos, mas também com exemplos de vida. À Profª. Dra. Ana Paula Rangel de Andrade por todo carinho e apoio ao longo da graduação, servindo de inspiração.

À banca examinadora deste trabalho, o Profª. Me. Carla Antunes Fontes e a Profª. Me. Paula Eveline da Silva dos Santos, pela disponibilidade e atenção empregada ao nosso trabalho.

Em especial, ao nosso orientador, Prof. Me. Leandro Sopeletto Carreiro por todo o comprometimento e dedicação com esta pesquisa, sendo nossa admiração e inspiração na área da docência.

“Eu quero desaprender para aprender de novo. Raspar as tintas com que me pintaram. Desencaixotar emoções, recuperar sentidos.”

Rubem Alves

RESUMO

Nesta pesquisa, o objetivo foi investigar como o uso de material manipulável pode contribuir para o ensino de equações de 1º. grau com uma incógnita, de acordo com a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. A pesquisa utilizou uma abordagem qualitativa e intervencionista, empregando uma balança de pratos como ferramenta. A aplicação ocorreu em uma turma do 9º. ano do Ensino Fundamental, com a participação de 19 alunos em duas etapas: Questionário Investigativo e Sequência Didática. Os resultados revelaram que os alunos enfrentaram dificuldades não apenas nas operações aritméticas básicas, mas também nas técnicas de transposição entre os membros da equação. Embora os discentes utilizassem frases como "Passa para o outro lado e muda o sinal" para descrever as etapas de resolução, a execução dessas técnicas foi ineficiente. Concluiu-se que os estudantes memorizam esses métodos mecanicamente, sem compreender completamente os conceitos matemáticos subjacentes à resolução de equações. Diante desse cenário, os recursos manipuláveis foram introduzidos como uma intervenção planejada, com o objetivo de ajudar os alunos a organizar suas ideias e atribuir significado ao algoritmo utilizado. Esses meios concretos demonstraram ser potencialmente significativos e facilitadores na transição do aprendizado mecânico para a aprendizagem significativa.

Palavras-chave: Mecanização. Algoritmo. Aprendizagem Significativa. Material Manipulável.

ABSTRACT

In this research, the objective was to investigate how the use of manipulable material can contribute to the teaching of 1st degree equations with one unknown, according to David Ausubel's Theory of Meaningful Learning. The research used a qualitative and interventional approach, using an equilibrium balance as a tool. The application took place in a class of the 9th grade of Elementary School, with the participation of 19 students in two stages: Investigative Questionnaire and Didactic Sequence. The results revealed that students faced difficulties not only in basic arithmetic operations, but also in transposition techniques between the members of the equation. Although students used phrases such as "Pass to the other side and change the sign" to describe the solving steps, the execution of these techniques was inefficient. It was concluded that students memorize these techniques mechanically, without fully understanding the underlying mathematical concepts for solving equations. Faced with this scenario, manipulable resources were introduced as a planned intervention, with the aim of helping students organize their ideas and assign meaning to the algorithm used. These resources proved to be potentially significant and facilitators in the transition from mechanical learning to meaningful learning.

Key-words: Mechanization. Algorithm. Meaningful Learning. Manipulable Material.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A matemática é consequência da construção humana por meio de constantes interações para fundamentar a concepção efetiva dos seus conteúdos. Entretanto, muitas vezes, é vista como um corpo imutável que deve ser apenas assimilado pelo aluno, por serem considerados inaptos e subestimados a gerar relações entre o já conhecido e o novo (BRASIL, 1998).

As dificuldades geradas no processo de ensino e aprendizagem da matemática escolar do ensino básico são frutos da não compreensão genuína dos conceitos e origens agregados ao conteúdo, gerando memorização e a prática de algoritmos sem sentido para o aluno, o que se agrava no campo da álgebra (PINHEIRO, 2019). Pesquisas científicas vêm sendo constantemente desenvolvidas nessa área, a fim de possibilitar um processo de educação movido mais pela significação do que pela mecanização (FERREIRA, 2011).

Todos esses aspectos se evidenciaram ainda mais no percurso de formação docente vivido pelos autores do presente trabalho, especificamente durante as aulas de Fundamentos da Matemática, em que se percebe que se chega ao Ensino Superior reproduzindo algoritmos e procedimentos automatizados, sem entender quaisquer conceitos diretos e indiretos gerados por eles, produzindo uma completa perda de sentido e significado matemático (BRASIL, 1998).

Diante disso, os pontos supracitados foram os motivadores para o desenvolvimento deste estudo, que tem como intuito elaborar uma proposta didática para o estudo de equações de 1º. grau com uma incógnita, por meio do material manipulável, usando como base a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. O progresso desta pesquisa foi justificado com base no que é dito sobre o assunto nos documentos oficiais e pelo meio científico.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) expõe que o desenvolvimento da habilidade requerida para a proposta é iniciada no sétimo ano do Ensino Fundamental. A habilidade EF07MA18 refere-se a resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º. grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade (BRASIL, 2018).

Todavia, é comum nesse ciclo inicial de construção no campo algébrico que a prática docente resulte na desconexão do que o aluno aprendeu anteriormente, como se esses conhecimentos não fossem úteis para as atuais situações propostas. O que gera distanciamento e rejeição por parte do aluno (BRASIL, 1998).

Um reflexo do ensino desvinculado de significado dentro da matemática é observado por meio dos erros cometidos pelos alunos, que são na maioria de conceitos e concepções aritméticas mal compreendidos, não sendo de ordem somente algébrica (SPERAFICO; GOLBERT, 2012).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), justamente por essa falta de conexão entre os campos matemáticos que o método de abordagem em sala de aula vem se apresentando ineficiente. Assim sendo, o não entendimento do conteúdo permite que essas lacunas sejam preenchidas pela reprodução, muitas das vezes, até correta dos algoritmos para resolução dos exercícios, o que reafirma que o aluno compreendeu os procedimentos mecânicos, e não, necessariamente, o conteúdo ou sua aplicação em outros contextos (BRASIL, 1998).

Portanto, o recurso didático pode ser usado como estratégia para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem, tendo como ressalva que o método deve estar integrado a situações que leve o aluno ao exercício de análise e reflexão (BRASIL, 1998). Além de ser uma ferramenta que poderá contribuir para a sistematização e formalização dos conceitos matemáticos (BRASIL, 2018).

Por fim, a intervenção pedagógica alinhada com o tipo de pesquisa qualitativa, se configurou como passo importante dentro desse estudo. Afinal, não seria conveniente mostrar uma provável mecanização da álgebra, sem fornecer uma mudança na prática pedagógica em relação ao assunto (TINOCO, 2013).

Diante do exposto, entendendo a importância da aprendizagem significativa e o uso de material manipulável como ferramenta para atingi-la por meios não mecanicistas de manipulações, foi definida a seguinte questão de pesquisa para este trabalho: Quais as contribuições do uso material manipulável, no processo de ensino e aprendizagem de equações de 1º. grau com uma incógnita, à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel?

Por consequência, o objetivo geral é investigar as contribuições do uso de material manipulável no processo de ensino e aprendizagem de equações de 1º. grau com uma incógnita, à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. Busca-se conduzir o aluno dentro do caminho de aprendizagem, que gere maior compreensão de sentido e significado no processo de resolução dentro do conteúdo proposto.

Tem como objetivos específicos:

1. Investigar a presença da aprendizagem mecanicista, em relação às manipulações realizadas no processo de resolução das equações de 1º. grau com uma incógnita, em um grupo de alunos do 9º. ano;

2. Abordar as propriedades da igualdade utilizando a balança de pratos com ênfase no conceito de equivalência;
3. Contribuir com reflexões acerca da importância do uso de material manipulável no estudo de equações de 1º. grau com uma incógnita, por meio de uma proposta didática.

A proposta estrutural do estudo divide-se após esta introdução (Capítulo 1) em mais quatro capítulos. Sendo o Capítulo 2 direcionado aos aportes teóricos que serão: Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, Perspectivas sobre o ensino de álgebra no Brasil, Aspectos Teóricos sobre o uso de Materiais Manipuláveis e os trabalhos relacionados.

O capítulo seguinte trata de descrever o percurso metodológico do estudo, o qual contém o tipo de pesquisa, instrumentos de coleta de dados, escolha do público-alvo e as etapas de preparação e desenvolvimento do trabalho. O quarto capítulo apresenta a análise de dados e os resultados da pesquisa. E por fim, apresenta-se a conclusão.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, será tratado o referencial teórico e o conhecimento acumulado a respeito do tema abordado no trabalho, tendo como base a literatura sobre Teoria da Aprendizagem Significativa, Ensino da álgebra no Brasil e Material Manipulável, além dos trabalhos relacionados ao assunto.

2.1 Teoria da Aprendizagem Significativa

A aprendizagem significativa é caracterizada, por Moreira (2010), como a interação entre os conhecimentos prévios e conhecimentos novos, tal interação se efetiva de maneira substantiva e não arbitrária. Adotando substantiva como algo não literal, e não arbitrária refere-se ao fato de não ser uma interação com qualquer ideia prévia, mas com um conhecimento relevante já existente na estrutura cognitiva do aluno (MOREIRA, 2010).

Portanto, o autor afirma que a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz; tal que esse conhecimento prévio é denominado como subsunçor (MOREIRA, 1995).

Os subsunçores são a base da construção da aprendizagem significativa, em que quanto maior forem as suas conexões entre os conhecimentos, mais complexa será a sua estrutura cognitiva e, consequentemente, as possibilidades de sua aprendizagem ser significativa será proporcionalmente maior (BIASOTTO; FIM; KRIPKA, 2020).

É importante destacar que nem todo conhecimento prévio é um facilitador no processo de aprendizagem, alguns poderão inclusive atuar como bloqueadores dos novos conhecimentos (SILVA, 2019). Portanto, a nova informação será potencialmente significativa caso se conecte com a estrutura cognitiva como um todo (FARIAS, 2018), estabelecendo a interação com os conhecimentos prévios relevantes para o sujeito e conteúdo (SILVA, 2019).

Rufino e Silva (2019) complementam que somente a existência de subsunçores adequados não garante a aprendizagem significativa, é necessário ainda a presença de outros dois fatores: a inclinação do aluno a aprender e a potencialidade significativa do material de aprendizagem.

A predisposição do aluno é colocada por Novak e Gowin (1988) como uma escolha voluntária e consciente para aprender. Sendo assim, trata-se do direcionamento e mobilização do aprendiz no exercício de sua aprendizagem (ZANELLA, 1999). Em outras palavras, uma atitude que deve e precisa partir do aluno (SILVA, 2020).

Há dois tipos de menções relacionadas à motivação nas literaturas específicas: intrínseca e extrínseca. Segundo Ferro e Paixão (2017), intrínseca é quando o objeto de motivação é o aprender, pouco tem a ver com as consequências; e extrínseca é a motivação desenvolvida a partir de uma condição social ou externa, ou seja, são suas consequências.

Moreira (2010) defende que para aprender o conteúdo escolar trata-se de uma motivação intrínseca do sujeito, depende da vontade permissiva do aprendiz, portanto é a competência mais difícil de ser realizada. A vontade permissiva é aquela em que o aluno se permite ser ensinado pelo professor, independente de gostar ou não da disciplina (SILVA, 2020).

Ressalta-se a importância dessa etapa, atitude potencialmente significativa, pois demanda um esforço do aprendiz para "confrontar a nova informação com o subsunçor, analisar diferenças e semelhanças, estabelecer as pontes entre ambos, no fundo desencadear o processo de assimilação com significado" (VALADARES, 2011, p. 38). Posto isso, a efetivação da aprendizagem irá depender diretamente do aluno, e não somente da ação do professor (SILVA, 2020).

O segundo aspecto, potencialidade significativa do material de aprendizagem, é a condição para que o material seja relacionável à estrutura cognitiva do aluno e aos subsunçores adequados (MOREIRA, 1995). De modo a ser conceptualmente coerente, plausível, suscetível de ser logicamente relacionável com qualquer estrutura cognitiva apropriada, não arbitrário e que permita a assimilação significativa do conteúdo (VALADARES, 2011).

O material utilizado pelo professor (livro, material manipulável, apostilas, jogos, etc.) deve ser planejado antecipadamente para atingir o objetivo da aula, estabelecendo relações com os conhecimentos prévios (SILVA, 2020). Afinal, se o aluno não for submetido a essa interação, o material pode não ser potencialmente significativo para aquele aluno, podendo ser para outro que possua os subsunçores adequados (VALADARES, 2011).

Sendo assim, o material manipulável, objeto de pesquisa deste trabalho, pode ser denominado como uma ferramenta facilitadora para o ensino potencialmente significativo, e não como material significativo. Afinal, o significado não está no objeto, mas sim na pessoa (MOREIRA, 2010).

Associando a predisposição a aprender com o material potencialmente significativo, será possível que o aluno não só atribua significados aos novos conhecimentos (conceitos, proposições, fórmulas), mas também desenvolva a capacidade de resolver novos problemas, dar explicações com as suas próprias palavras e compreender o conteúdo (MOREIRA, 2003).

Portanto, o processo de aprendizagem, na perspectiva da teoria de Ausubel, é dinâmico, intencional, ativo (no sentido de atividade mental), recursivo, de interação (entre a nova informação e a prévia), interativo (entre sujeitos), contínuo e pessoal (LEMOS, 2011).

Contrapondo as aprendizagens significativas, a aprendizagem por memorização ocorre por uma ligação mais simples, arbitrária e não integradora com a estrutura cognitiva presente (AUSUBEL, 2003). À maneira que esta aprendizagem mecânica não aumenta a composição do conhecimento e normalmente possui uma utilidade limitada, prática e com intuito de poupar tempo e esforço (MODTKOSKI, 2016).

Segundo Tavares (2004), a aprendizagem mecânica ou memorística é obtida por meio:

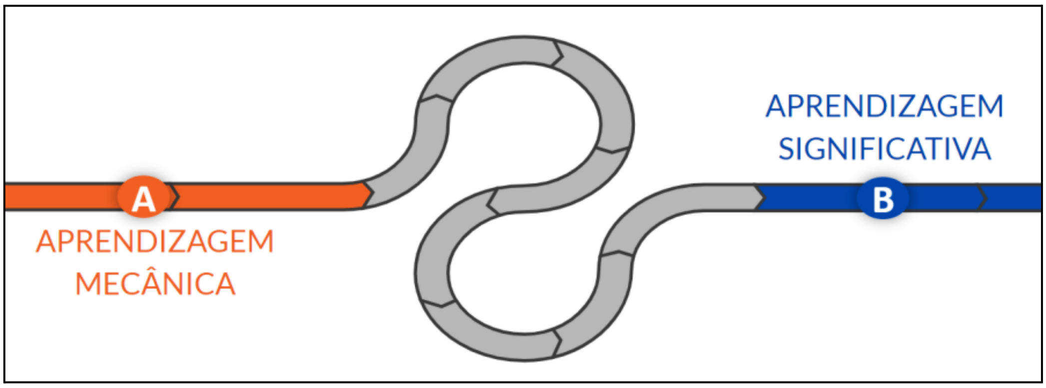
> (...) da absorção literal e não substantiva do novo material. O esforço necessário para esse tipo de aprendizagem é muito menor, daí, ele ser tão utilizado quando os alunos se preparam para exames escolares. Principalmente aqueles exames que exigem respostas literais às suas perguntas e que não exijam do aluno uma capacidade de articulação entre os tópicos do conteúdo em questão. Apesar de custar menos esforço, a aprendizagem memorística é volátil, com um grau de retenção baixíssimo na aprendizagem de médio e longo prazo (TAVARES, 2004, p. 56).

Ainda sobre a aprendizagem mecânica, David Ausubel (2000) pontua que a aquisição e retenção de grandes conteúdos é um fenômeno impressionante, considerando os seguintes aspectos: os indivíduos conseguem aprender e lembrar imediatamente apenas alguns itens discretos de informações quando expostos uma única vez; e a memória dos itens aprendidos por memorização é notoriamente limitada em termos de tempo ou extensão, exceto se bem aprendidas ou reproduzidas frequentemente.

Logo, quando o aluno é exposto à aprendizagem mecanizada, o esquecimento dos conteúdos apreendidos é inerente ao processo, a não ser quando reproduzidos frequentemente. Diferente do que ocorre quando o aluno é exposto à aprendizagem significativa, devido à estabilidade cognitiva.

Apesar da exposição feita neste trabalho sobre a diferença entre as aprendizagens (mecanizada e significativa), e abordar a aprendizagem significativa como um meio de quebra desse ciclo, elas não formam uma dicotomia. Moreira (2010) afirma que elas estão ao longo de um mesmo contínuo, estabelecendo a relação exposta na Figura 1.

Figura 1 - Esquema do contínuo entre aprendizagem mecânica
e aprendizagem significativa

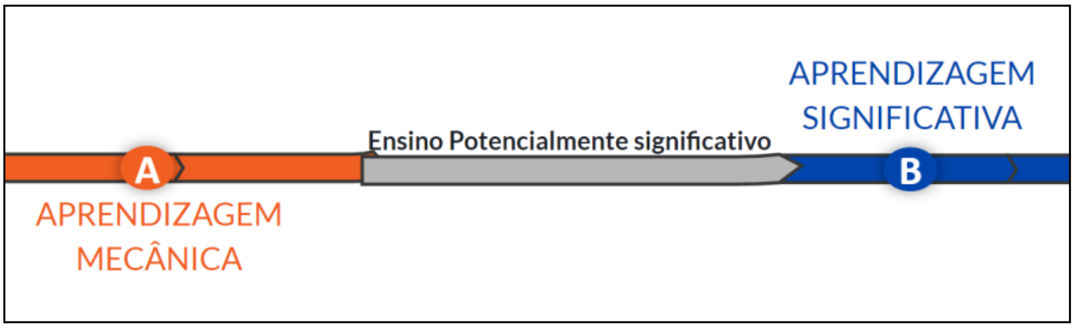


Fonte: Adaptação de Moreira (2010, p. 12)

Moreira (2010) sugere que a visão esquemática refere-se à aprendizagem mecânica como um armazenamento sem significado e que resulta de aplicação mecânica a situações conhecidas. Em contrapartida, a aprendizagem significativa como substantiva, gera a capacidade de explicar, descrever e enfrentar situações novas. Por fim, ele define a zona cinza como a zona intermediária do contínuo, sendo o local em que grande parte da aprendizagem ocorre.

Essa aprendizagem, zona cinza, pode ocorrer por meio de um ensino não potencialmente significativo, de modo a dificultar a caminhada do aluno por esse contínuo, (Figura 1), ou acontecerá por meio de um ensino potencialmente significativo (Figura 2). Reforça-se que esse processo não é feito de forma natural ou automática.

Figura 2 - Esquema do contínuo entre aprendizagem mecânica e aprendizagem
significativa por meio do ensino potencialmente significativo



Fonte: Adaptação de Moreira (2010, p. 12)

Evidenciando a importância de identificar a predisposição que determinado material de ensino tem, para que se torne potencialmente significativo para o aluno, antes de ser elaborada a programação escolar do conhecimento novo (FARIAS, 2018).

Segundo Pelizzari *et al.* (2002), as vantagens da aprendizagem significativa em relação à aprendizagem mecanizada podem ser pontuadas em três momentos. Sendo eles:

1. O conhecimento é retido e lembrado por um período de tempo maior.
2. Mesmo que esquecido o conteúdo aprendido, haverá facilidade no processo de “reaprendizagem”;
3. Aumento da capacidade de aprender outros conteúdos de maneira mais fácil.

Tais pontos justificam a promoção da aprendizagem significativa, esclarecendo a interação entre a estrutura cognitiva do aluno e o conteúdo de aprendizagem, de modo a entender as propriedades e potencialidade (PELIZZARI *et al.*, 2002).

2.2 Perspectivas sobre o ensino de álgebra no Brasil

A álgebra deriva do desenvolvimento humano, sendo utilizada para resolver as necessidades práticas desde o seu início, e estando incorporada de diferentes maneiras hoje em dia (COELHO; AGUIAR, 2018). Entretanto, era considerada prerrogativa de alguns acadêmicos, antes de se tornar uma disciplina do currículo escolar (PINHEIRO, 2019).

A sua inclusão no currículo escolar baseia-se numa proposta do governo em consonância à Carta Régia de 19 de agosto de 1799, em que a disciplina passa a ocupar um lugar na carga horária do aluno, juntamente com aritmética, geometria e trigonometria (PINHEIRO, 2019).

Somente em novembro de 1927, Euclides Roxo expôs à Congregação do Colégio Pedro II a unificação dos ramos da matemática em uma única disciplina, visando assumir o modelo de ensino correspondente à Matemática Elementar introduzida na Alemanha (WERNECK, 2003).

O próximo avanço na unificação ocorreu em 1931, na Reforma Francisco Campos, abarcando as ideias modernistas de Euclides Roxo, na tentativa de tornar a matemática um conjunto harmônico de forma a integrar a aritmética, a geometría e a álgebra (WERNECK, 2003).

No Movimento da Matemática Moderna, década de 1960, reconhecendo o caráter mecânico e reprodutivo da álgebra, é proposta a introdução de elementos integradores; entretanto, esse movimento acaba por se desvanecer (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

A partir da década de 1970, objetivando corrigir os exageros e distorções cometidos anteriormente, houve a diminuição do ensino de geometria, como alteração do antigo cenário

(MIORIM; MIGUEL; FIORENTINI, 1993). Em contrapartida, a álgebra perde as características da matemática moderna, e retorna às regras injustificáveis e excessos de algebrismos com um currículo tradicional, descontextualizado e estático (MIORIM; MIGUEL; FIORENTINI, 1993).

A álgebra possui destaque no ensino de matemática atualmente, por outro lado, quando analisada a proficiência dos alunos, percebe-se que ainda há dificuldades em seus conceitos e procedimentos (PINHEIRO, 2019).

No que tange à educação algébrica, relação entre pensamento e linguagem, Miorim, Miguel e Fiorentini (1993) identificaram três concepções com características distintas que influenciaram esse ensino de forma significativa e foram predominantes no Brasil.

A primeira delas, linguística pragmática, predominou durante o século XIX e persistiu até meados do século XX. Essa concepção visava suporte técnico para a resolução de equações e problemas equacionáveis, de modo a ser considerado necessário e suficiente o domínio do transformismo algébrico, mesmo que de forma mecânica, desenvolvido a partir da repetição de inúmeros exercícios envolvendo expressões algébricas (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005).

A concepção denominada fundamentalista estrutural, vigente nas décadas de 1970 e 1980, surge com o Movimento da Matemática Moderna, tendo como objetivo fundamentar o emprego das propriedades estruturais das operações, trazendo justificativas nas passagens do transformismo algébrico e capacitação do aluno para aplicar essa estrutura em diferentes contextos (MIORIM; MIGUEL; FIORENTINI, 1993).

A terceira concepção, fundamentalista analógica, é uma síntese das duas anteriores, mas ao invés das justificativas com base nas propriedades estruturais, passa a ser feito por modelos analógicos geométricos ou físicos que visualizam e justificam as passagens (MIORIM; MIGUEL; FIORENTINI, 1993).

Existe um ponto problemático entre as três concepções anteriores, apontado por Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), em que o ensino da álgebra é reduzido aos seus aspectos linguísticos e transformistas, enfatizando mais a linguagem algébrica do que o pensamento algébrico e seu processo de significação. Sendo assim, surge a quarta concepção, visando a exploração de situações problema relativamente aberta (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005).

Entretanto, não existe uma congruência quanto às concepções da álgebra (PINHEIRO, 2019). E um caminho mais preciso é a construção do pensamento algébrico no âmbito escolar (PONTE, 2006).

O pensamento algébrico trata do cálculo algébrico e das funções, como também do estudo das estruturas (interpretação e resolução de problemas), simbolização (uso e interpretação dos símbolos matemáticos), modelação e da variação (PONTE, 2006). "Ou seja, no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objetos, mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato" (PONTE; MATOS; BRANCO, 2009, p.10).

Entretanto, no que se refere à simbologia, o sinal de igualdade tem uma importância secundária no conteúdo de álgebra, ponto que pode ter impacto direto no estudo de equações onde a noção de equivalência é fundamental (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015).

Os estudos feitos por Lessa (1996) apontaram obstáculos na compreensão de conteúdos algébricos, como equações, simplesmente pelo fato do não tratamento adequado aos significados embutidos no sinal de igualdade durante a transição da aritmética para álgebra.

Desse modo, muitos estudos vêm sendo realizados com o objetivo de superar as dificuldades de ensino da matemática, retirando o foco da memorização e deslocando para a construção de conhecimento (PINHEIRO, 2019). Em especial, o estudo dentro da álgebra, que busca tornar o ensino cada vez mais significativo ao aluno, a fim de motivá-lo no processo de educação (FERREIRA, 2011).

Tradicionalmente, o ensino restringe-se à exposição oral do conteúdo, em conjunto a aplicações de exercícios de aprendizagem e fixação, e presume que o aluno aprenda por meio da reprodução. De modo, a considerar que uma reprodução correta seja uma evidência de que ocorreu, de fato, a aprendizagem matemática (BRASIL, 1998).

De acordo com os PCN, quando abordados os conteúdos algébricos no quarto ciclo , que corresponde ao 8º. e 9º. anos do Ensino Fundamental, o viés mecânico é evidenciado pela reprodução dos procedimentos resolutivos de forma correta (BRASIL, 1998). Em contrapartida existe uma ausência no desenvolvimento dessa habilidade matemática pela não compreensão do conteúdo (BRASIL, 1998).

A BNCC complementa a ideia anterior afirmando que o Ensino Fundamental - Anos Finais está relacionado à apreensão de significados dos objetos matemáticos, e que ainda esses significados resultam das conexões que os alunos estabelecem entre: o objeto, seu cotidiano, diferentes temas matemáticos e componentes curriculares. Ou seja, essa significação pode ser feita dentro da própria matemática (BRASIL, 2018).

Portanto, uma educação significativa, para os conteúdos algébricos, não corrobora com procedimentos de manipulação sem qualquer significado ou com aplicações forçadas e sem conexão com a realidade, mas sim que o professor valorize o desenvolvimento do raciocínio do aluno (TINOCO, 2013).

O procedimento de raciocínio do aluno inclui todas as etapas para encontrar o resultado, certo ou errado, no decorrer da resolução do problema, e deve ser analisado de forma a identificar possíveis obstáculos que estejam impossibilitando o seu progresso (SPERAFICO; GOLBERT, 2012).

Dessa forma, o erro passa a não significar uma ausência de conhecimento, mas sim um elemento que compõe o processo de aprendizagem, ou evidencia um saber mal construído (SPERAFICO; GOLBERT, 2012), permitindo ao aluno rever ideias mal elaboradas e a construir solidamente seu pensamento algébrico (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

Em vista disso, reforça-se a importância da resposta correta de dar espaço ao processo de solução, para assim, aumentar as condições de apropriação de conhecimento (SPERAFICO; GOLBERT, 2012).

2.3 Aspectos Teóricos sobre o uso de Materiais Manipuláveis

O ensino da matemática tem como objetivo preparar os alunos a resolverem problemas em que possam aplicar a matemática numa grande variedade de situações, de modo que estes estejam confiantes de suas capacidades, façam conexões, aprendam a raciocinar e a comunicar matematicamente (VALE, 2002).

Dante complementa destacando que:

> É preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela (DANTE, 2003, p. 11).

Para alcançar os conceitos matemáticos, é fundamental que os alunos se sintam motivados a aprender o conteúdo, portanto, o professor deve buscar recursos que desenvolvam o entusiasmo por tal aprendizagem (ALVES, 2016). Os recursos ou materiais de manipulação são utilizados para atrair o aluno, aumentando a quantidade e qualidade dos estudos, estimulando a concentração e atuando como catalisadores do processo natural de aprendizagem (JESUS; FINI, 2005).

Assim sendo, os materiais didáticos manipuláveis levam o aluno a tocar, manipular, movimentar, sentir e tornar a representação de uma ideia (SCOLARO, 2008). A experimentação é utilizada para se obter uma aprendizagem com significado, já que esta valoriza a explicação, realça a compreensão, possibilita uma aprendizagem a partir de diferentes estratégias e permite a verificação de conjecturas ou resultados (LORENZATO, 2006).

Dentro dos materiais manipuláveis, existem alguns que são mais rígidos, permitindo pouca interação do aluno, e outros que são dinâmicos, sendo voltados para atividades investigativas e manipulativas de propriedades matemáticas (LUCENA, 2017). São exemplos de materiais didáticos manipuláveis: o ábaco, o material dourado, a balança, escalas de Cuisenaire, dominós, sólidos geométricos, tangram, blocos lógicos, palitos de picolés, entre outros.

O auxílio ao professor é uma das principais funções do uso desses recursos didáticos, a fim de tornar a matemática mais acessível, desmistificar o medo e a dificuldade em torno da disciplina e interessar uma maior quantidade de alunos (BEZERRA, 1962). "Essa diversidade de aplicações permite que os alunos estabeleçam conexões entre os diversos conceitos intrínsecos à manipulação do material." (PASSOS, 2021, p. 112).

Outra função é permitir que o aluno caminhe do seu conhecimento para o rigor matemático (LORENZATO, 2021). Ou seja, o ensino de novo conceito matemático (independente do nível) deve sempre começar do concreto, cenário em que os alunos utilizarão manipuláveis, depois passarão para o estágio semi-concreto, em que será possível observar a demonstração do professor, e por fim passará para o estágio abstrato, onde terá apenas sistemas simbólicos (VALE, 2002).

Desse modo, evidencia-se o seu potencial didático por ser um facilitador na compreensão do conteúdo, e com isso, gerar o desenvolvimento das habilidades matemáticas. A utilização dos materiais manipuláveis é colocada por Lorenzato (2006) como um dos pontos de partida para o aluno desenvolver o que ele chama de saber matemático.

Segundo o Currículo Nacional da Educação Básica:

> Materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular das que visam promover atividades de investigação e comunicação matemática entre os alunos. Naturalmente, o essencial é a natureza da atividade intelectual dos alunos, constituindo a utilização de materiais um meio e não um fim. (BRASIL, 2001, p. 56).

Considerados como estopim, não podem ter fim em si mesmos, pois são partes integrantes de um complexo processo de ensino e aprendizagem, que precisa ser continuado. Lorenzato (2006) ressalta que o uso do material didático pode ser satisfatório, entretanto jamais ultrapassará a função de auxiliador do ensino e alternativa metodológica.

Pereira e Oliveira (2016) corroboram com a ideia afirmando que a matemática não existe nos materiais manipuláveis, mas na forma que serão utilizados durante as situações propostas. A autora afirma que o material não precisa ser necessariamente pensado para o conteúdo matemático, mas se o destino final for este, o recurso deve ser inserido com muita cautela sendo possível atingir os objetivos traçados, conforme o conteúdo a ser explorado (PEREIRA; OLIVEIRA, 2016).

Um bom exemplo é considerar os seguintes contextos: o uso do material como ferramenta de comunicação para o professor explicar, mostrando objetos que só ele manipula, e outro, quando os alunos manipulam, explicando suas características na resolução e formulação de problemas. Evidentemente, não teremos a mesma situação pedagógica (PASSOS, 2021).

Portanto, vale destacar que o uso desse recurso didático, segundo Rêgo e Rêgo (2021), exige a atenção do docente em relação a alguns aspectos, como:

- Permitir que o aluno explore e conheça o material durante determinado tempo;
- Incentivar a discussão com a turma no decorrer dos diferentes processos, resultados e estratégias usadas durante a aula;
- Assumir o papel de mediador, visando o desenvolvimento da atividade, por meio de perguntas, solicitando registros das ações realizadas, indicando material didático, expondo conclusões e/ou sanando dúvidas;
- Realizar a escolha do material de maneira responsável e criteriosa;
- Planejar com antecedência as atividades, de modo a conhecer e investigar os recursos a serem utilizados, analisando a melhor forma para explorar as potencialidades da turma;
- Estar aberto às sugestões e alterações ao longo do processo;
- Incentivar, os alunos e outros professores, a participar da preparação do material, sempre que possível.

A escolha correta do material, bem como a forma e o momento certo de sua utilização, alinhados com atividades bem elaboradas e planejadas, são o ponto focal para sucesso dessas manipulações. Para que isso ocorra, a sensibilidade do professor é primordial para se atingir no aluno uma atividade mental capaz de compreender os conceitos agregados para além das manipulações realizadas (PINHEIRO, 2019).

Visto isso, vale destacar a seguinte reflexão feita por Passos (2021):

> Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre os objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma que possam ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam. (PASSOS, 2021, p. 104)

Assim sendo, é importante que os alunos expressem suas ideias verbalmente, ou seja, comuniquem seus pensamentos, raciocínios, ações e conclusões; além de registrarem, de forma escrita, os resultados concretos e abstratos das atividades realizadas (LORENZATO, 2021). É nesse momento que será possível avaliar como e o que os discentes estão aprendendo.

Para isso, Reys (*apud* MATOS; SERRAZINA, 1996) define alguns critérios para selecionar um bom material manipulável: i) fornecer uma representação realista do conceito ou ideia matemática que está sendo vista; ii) representar claramente os conceitos matemáticos; iii) ser motivador; se possível, ser apropriado para diferentes séries ou níveis de formação de conceitos; iv) fornecer uma base para a abstração; v) além de fornecer um tratamento individual.

Embora a utilização desses recursos apresentem muitas vantagens, é preciso reconhecer que a metodologia pode trazer algumas dificuldades para o professor. Exige-se que o docente tenha um bom entendimento dos assuntos a serem estudados pelos alunos, defina claramente os objetos a serem utilizados, verifique se as estratégias de ensino são adequadas ao nível de desenvolvimento dos alunos, reconheça que muitas vezes os alunos não estão acostumados com o aprendizado experimental, e obtenha os materiais manipuláveis a serem disponibilizados ou produzidos, ou mesmo inventados (LORENZATO, 2006).

Outra análise frequente feita ao uso do material manipulável, segundo Lorenzato (2021), está relacionada ao fato da ferramenta atrasar o programa de estudo. Em contraponto, o autor ressalta que isso poderá ocorrer apenas no primeiro momento, e este tempo será recuperado mais adiante pelo fato de o aluno ter aprendido o conteúdo. Além disso, esse recurso é eficaz para regular o ritmo do ensino em sala, porque permite que os alunos aprendam em seu próprio ritmo, e não no ritmo ditado pelo professor (LORENZATO, 2021).

Além disso, o seu uso não garante um bom ensino e nem uma aprendizagem significativa. De modo que o sucesso do uso do material manipulável está diretamente ligado à concepção de Educação/Ensino adotada pelo professor, assim como sua proposta pedagógica (RODRIGUES; GAZIRE, 2012). Da mesma forma que é preciso que o aluno desenvolva uma atividade mental, afetiva e cognitiva (LORENZATO, 2021).

Por fim, a escolha pelo uso de um material manipulável exige, portanto, uma reflexão teórica e pedagógica por parte dos docentes sobre o papel histórico do ensino da matemática, que deve cumprir a sua função essencial, o ensinar matemática (PASSOS, 2021). Afinal, um conjunto de materiais não permite imediatamente nenhuma experiência matemática, inclusive, pode nem conter ou gerar matemática, somente as pessoas com a sua mente o podem fazer (VALE, 2002).

2.4 Trabalhos Relacionados

Posteriormente à definição do tema da pesquisa, iniciou a busca sistemática de teses e dissertações que se relacionavam com o presente trabalho. Os bancos de dados utilizados foram: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Sistema de Publicação Eletrônica de Teses e Dissertações (TEDE) e Biblioteca Digital do PROFMAT (Programa de Mestrado Profissional em Matemática) da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF). O recorte temporal definido para as buscas foram os últimos 20 anos, devido à escassez de trabalhos que discutem a temática escolhida.

A primeira parte da pesquisa esteve voltada a trabalhos que trazem como palavra-chave pelo menos um dos termos: aprendizagem mecânica, algoritmos, aprendizagem significativa e matemática, utilizando a plataforma BDTD. Desse modo, foram retornados 7 trabalhos, em que o escolhido foi "Conceito matemático x algoritmo: construção do conhecimento ou simples mecanização?" escrito por Heloisa Milena Modtkoski (2016). O processo de seleção foi feito a partir da leitura do resumo e introdução dos trabalhos retornados, escolhendo o texto que mais comunicava com o tema.

O trabalho supracitado é uma pesquisa do tipo qualitativa de natureza interpretativa com o objetivo de identificar se ocorreu a aprendizagem do conceito matemático de equações polinomiais do 1º. e 2º. graus pelos alunos do 1º. ano do Ensino Médio. O sujeito da pesquisa foi composto por 29 alunos do colégio do Município de Curitiba. Na primeira fase, foi feita a validação dos instrumentos de pesquisa com 4 alunos do 9º. ano do Ensino Fundamental. Já na segunda fase participaram 25 alunos do 1º. ano do Ensino Médio, o qual era o público-alvo da pesquisa.

Os instrumentos utilizados foram uma lista de exercícios de equações de 1º. e 2º. graus para serem resolvidas algoritmicamente, envolvendo enunciados de problemas em que seria necessário o aluno descobrir uma estratégia coerente e uma entrevista semiestruturada com os alunos que apresentaram soluções diferenciadas das soluções esperadas.

Como conclusão, a autora observou que a maioria dos alunos demonstrou saber operar mecanicamente os algoritmos das equações, mas cometem enganos ao manipulá-los. Assim sendo, eles não compreendem o conceito matemático de equações polinomiais de 1º. e 2º. graus e mecanizam a resolução algorítmica para obter êxito.

Apesar de Modtkoski (2016) não propor nenhuma intervenção, a pesquisa da autora correlata com a que foi desenvolvida neste trabalho pela identificação de processos resolutivos mecanizados, tanto na apreensão quanto na execução dos conceitos matemáticos voltados a equações.

Em seguida, com a definição do aporte teórico da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, os esforços voltaram-se para a busca de trabalhos que correlacionassem a teoria com o ensino da álgebra. O TEDE apresentou 12 trabalhos ao utilizar o seguinte filtro: ensino da álgebra AND abordagem AND teoria da aprendizagem significativa AND David Ausubel. Com a leitura dos resumos e introduções, foi escolhida a dissertação escrita por Leila Muniz Santos (2005), cujo título é "Concepções do professor de matemática sobre o ensino da álgebra".

O segundo trabalho relacionado, citado acima, é uma pesquisa descritiva configurada como uma investigação, usando como instrumentos de coleta de dados o questionário e mapa conceitual. Tinha como objetivo geral pesquisar junto aos professores de matemática, que atuavam nos níveis de Ensino Fundamental e Médio, as suas concepções sobre o ensino da álgebra, utilizando a história da descoberta dos conhecimentos algébricos e a interpretação da natureza epistemológica desses conceitos. No total, vinte oito professores participaram da pesquisa.

Como conclusão, a autora identificou que o grupo de professores participantes evidenciou três das quatro concepções sobre álgebra de Usiskin, sendo elas: "álgebra como Aritmética generalizada", "álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas" e "álgebra como estudo de relações entre as grandezas". Vale ressaltar ainda que a maioria dos professores concordaram ou concordaram parcialmente que o conhecimento da história do desenvolvimento dos conceitos algébricos ajuda a compreender as dificuldades de aprendizagem dos alunos.

Santos (2005) correlata com a pesquisa que foi desenvolvida neste trabalho pela análise realizada no ensino da álgebra, com menção às perspectivas deste ensino no Brasil. Entretanto, o sujeito da sua pesquisa foi o docente, enquanto nesta, o foco é o aluno.

Por fim, a pesquisa teve mais um recorte, com a definição do uso de material manipulável para trabalhar o processo de resolução de equações de 1º. grau com uma incógnita. A Biblioteca Digital do PROFMAT foi utilizada na busca do último trabalho relacionado, com preferência para aquelas pesquisas que foram desenvolvidas na região norte do estado do Rio de Janeiro. Desse modo, foi priorizado o banco de dados da UENF.

Nele, foram retornadas 94 dissertações disponíveis e o processo de seleção foi feito a partir da leitura dos títulos e resumos. Entre as cinco com temáticas relacionadas, foi selecionada a dissertação escrita por Prisciane Valleriote Pinheiro (2019), cujo título é "Uma proposta para o ensino e aprendizagem de equações e inequações 1º. Grau através de recursos lúdicos e manipuláveis".

O trabalho referido faz uso da intervenção pedagógica como aspecto metodológico e é caracterizado como pesquisa de campo e qualitativa. O seu objetivo geral era apresentar uma proposta de estudo de equações e inequações do 1º. grau por meio de recursos lúdicos e materiais didáticos manipuláveis. Dessa forma, levando o aluno a compreender o processo de resolução, para que alcancem uma aprendizagem significativa.

O público-alvo da pesquisa foi composto pelos alunos das turmas as quais a pesquisadora lecionava, com a intenção do contato mais próximo trazer análises mais profundas nos aspectos qualitativos. No total, participaram 65 alunos, divididos em três turmas do sétimo ano do ensino fundamental. Os instrumentos de coleta de dados utilizados pela autora foram: questionário investigativo, pré-teste, sequência didática, pós-teste e avaliação.

Como conclusão, a referida executora afirma que uma proposta lúdica para o ensino da álgebra pode proporcionar uma aprendizagem significativa capaz de oferecer ao aluno uma experiência rica e agradável, alcançando melhores resultados na aprendizagem do conteúdo.

Este trabalho selecionado correlata com a pesquisa que foi desenvolvida nesta pesquisa por evidenciar a potencialidade do uso do material manipulável para o ensino de equações do primeiro grau.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

O autor Fonseca (2002) levando em consideração a origem da palavra, define metodologia como sendo o estudo da organização ou dos caminhos a serem percorridos para se fazer ciência.

Afirma também que a pesquisa no âmbito científico advém do processo de esmiuçar o objeto de estudo, sumariamente, a fim de resolver problemas, propor diferentes soluções e evidenciar novas perspectivas. Segundo Fonseca:

> [..] a pesquisa possibilita uma aproximação e um entendimento da realidade a investigar, como um processo permanentemente inacabado. Ela se processa através de aproximações sucessivas da realidade, fornecendo subsídios para uma intervenção no real. A pesquisa científica é o resultado de um inquérito ou exame minucioso, realizado com o objetivo de resolver um problema, recorrendo a procedimentos científicos. (FONSECA ,2022, p. 31)

O desenvolvimento desse trabalho iniciou pela revisão bibliográfica, já mencionada no capítulo anterior, com o objetivo de fundamentar teoricamente a pesquisa. As próximas fases serão a elaboração, aplicação e análise do Questionário Investigativo e Sequência Didática, respectivamente. Por fim, será feita a escrita monográfica e a defesa para a conclusão do curso.

A partir do exposto, seguirão os elementos norteadores desta pesquisa.

Este estudo caracteriza-se como Intervenção Pedagógica por ser uma investigação feita de forma planejada e interativa com o objeto a ser estudado, a fim de fazer as devidas interferências e avaliação dos seus efeitos.

> [...] são investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências. (DAMIANI *et al.*, 2013, p.58).

No caso de uma sala de aula, é por meio dessas interações planejadas, que serão geradas mudanças, aprimoramentos, soluções para problemas reais e inovações no processo de ensino e aprendizagem (DAMIANI *et al.*, 2013). Essas transformações são reais devido ao detalhamento dos procedimentos praticados, instrumentos de avaliação e análise dos dados coletados (BAUER; GASKELL, 2002).

Com isso, evidencia-se o caráter aplicado, característica dorsal da Intervenção Pedagógica, visto que produz contribuições significativas no meio acadêmico. Vygotsky (1927,1997) argumentava que a forma prática das tarefas serão como “juiz supremo” dos argumentos e teorias, na construção, desconstrução ou afirmação dos conceitos já existentes.

Damiani *et al.* (2013) relaciona esse tipo de pesquisa aos experimentos científicos, em que são realizados testes e, posteriormente, a análise dos efeitos. Contudo, enquanto os experimentos têm como base resultados quantitativos, as intervenções no âmbito educacional imprimem uma versão predominantemente qualitativa dos resultados. Diante desse aspecto, o tipo de pesquisa qualitativa também enquadra-se na presente pesquisa.

A pesquisa do tipo qualitativa se caracteriza como viva e fluida, por não se ater a formas normativas, fixas e limitantes para obtenção e interpretação de dados numéricos ou interpretativos, o que permite ações diversificadas no campo científico, ampliando as interações com o objeto. Garnica (2001, p.35) ainda complementa que a pesquisa qualitativa "é investigação que interage e, interagindo, altera-se".

A afirmação supracitada reforça a ideia já trazida anteriormente por Deslauriers (1991), partindo do pressuposto de que no processo de investigação no campo qualitativo, o sujeito e o objeto alternam de papel durante o desenvolvimento da pesquisa. Essa alternância, proporcionada pelas interações, reforçam a capacidade de gerar novas percepções e possibilidades de aprimoramento no processo e em seus envolvidos. Segundo Deslauriers:

> Na pesquisa qualitativa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas. O desenvolvimento da pesquisa é imprevisível. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado. O objetivo da amostra é produzir informações aprofundadas e ilustrativas: seja ela pequena ou grande, o que importa é que ela seja capaz de produzir novas informações (DESLAURUERS, 1991, p. 58).

O papel do professor pesquisador nesse tipo de pesquisa não é meramente contemplativo e cheio de anotações, mas sim de envolvimento direto, de modo crítico e com atenção aos detalhes relacionados à prática do estudo. Os eventos e interações interpretadas de acordo com o meio social, o qual aquele ambiente escolar está inserido, serão fundamentais para um processo de análise de dados eficaz (MODTKOSKI, 2016).

Apesar de ser uma pesquisa qualitativa, o processamento dos dados obtidos podem ser de natureza matemática como, por exemplo, percentuais de acertos e erros num questionário. Entretanto, estes dados isolados não serão usados como base fundamental para conclusões da pesquisa, eles servem de informações complementares no processo de interpretação da subjetividade da pesquisa qualitativa (FONSECA, 2002).

É fundamental entender também os desafios enfrentados nesse tipo de pesquisa, para que possa ser realizada de forma adequada. Alves (1991) descreve:

> Para obter um trabalho qualitativo de qualidade é preciso utilizar adequadamente as metodologias que permitem lidar com o problema proposto, ou se tem o risco de que o trabalho não passe de um relato impressionista e superficial que pouco contribui para a construção do conhecimento. Mas a realidade não pode ser reduzida ao tamanho do método, é preciso saber formalizar, sistematizar, analisar e coletar dados adequadamente. (ALVES, 1991, p. 185)

Logo, a capacidade e a eficiência na coleta de dados e na sua descrição são o ponto focal para uma bem sucedida pesquisa deste gênero.

3.1 Escolha do Público-Alvo

Durante a elaboração da pesquisa, diversos fatores foram identificados e tiveram relevância para a definição do público-alvo mais adequado. Primeiro, foi pensado que a escolha do ano escolar deveria ser baseada no momento em que os estudos no campo da álgebra, ligado ao conteúdo de Equações de 1º grau, estivessem ainda na fase inicial. Segundo documentos oficiais, como a BNCC, o conteúdo é inserido para alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

Todavia, sendo o tempo de maturação do conteúdo um dos fatores importantes para o tipo de pesquisa e abordagem educacional escolhidos, o estágio incipiente não seria o melhor momento para identificação da aprendizagem mecanizada, visto que ela se apresenta mais evidente com o fator tempo de exposição e aprofundamento mais amplo (GARNICA, 2001).

Levando isso em consideração, a presente pesquisa reconsiderou o público-alvo e optou pelo oitavo ano do Ensino Fundamental, a fim de proporcionar a esse grupo uma abordagem educacional que possibilite produzir avanços reais, práticos e com significado nos conceitos algébricos do conteúdo já amadurecido. Dessa maneira, facilitar o desenvolvimento neste campo da matemática nos próximos anos escolares.

Em seguida, foi feita a definição da escola onde a pesquisa seria aplicada. Em virtude de pertencer à rede estadual pública de ensino do Estado do Rio de Janeiro, implicou na alteração final do público-alvo devido ao seguinte fator preponderante: as consequências geradas pela pandemia do novo Coronavírus naquele ambiente escolar.

Durante a pandemia, muitas escolas e instituições de ensino em todo o mundo tiveram que se adaptar rapidamente ao ensino remoto, o que foi um grande desafio para os professores e alunos. No Brasil, em particular, muitas escolas públicas lutaram para fornecer a infraestrutura necessária para que seus alunos pudessem acompanhar as aulas *online* (NASCIMENTO; COSTA, 2020).

O abismo entre o ensino ofertado entre instituições privadas e públicas ampliou significativamente durante o período remoto adotado na pandemia. Alves, Farenzena, Silveira e Pinto corroboram sobre isso afirmando que:

> Diferentemente das escolas privadas, a grande maioria dos alunos da rede pública não dispõe de condições adequadas (computadores, acesso à internet, espaço físico, mobiliário etc.) para a realização de atividades educacionais em casa. Pesa, ainda, sobre um número expressivo de crianças muito pobres o impacto do ponto de vista nutricional, pois, juntamente com as aulas, elas também perderam o acesso à alimentação escolar (2020, p.2).

Além disso, a aprovação automática foi um dos recursos adotados pelo Estado como medida excepcional durante os anos de 2020 e 2021 da pandemia, conforme as resoluções da Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro:

A. Resolução SEEDUC Nº. 5879 de 13/10/2020 afirma no artigo 8º: Os resultados obtidos pelos estudantes no ciclo único de avaliação não ensejarão reprovação, excepcionalmente para o ano letivo de 2020.
B. Resolução SEEDUC Nº. 6015 de 10/12/2021 afirma no artigo 4º: Excepcionalmente para o ano letivo de 2021, os rendimentos obtidos pelos estudantes nos ciclos bimestrais, segundo os objetivos propostos para cada ano, fase, módulo, etapa e/ou nível de escolaridade não ensejarão em retenção, exceto para os casos comprovados de abandono.

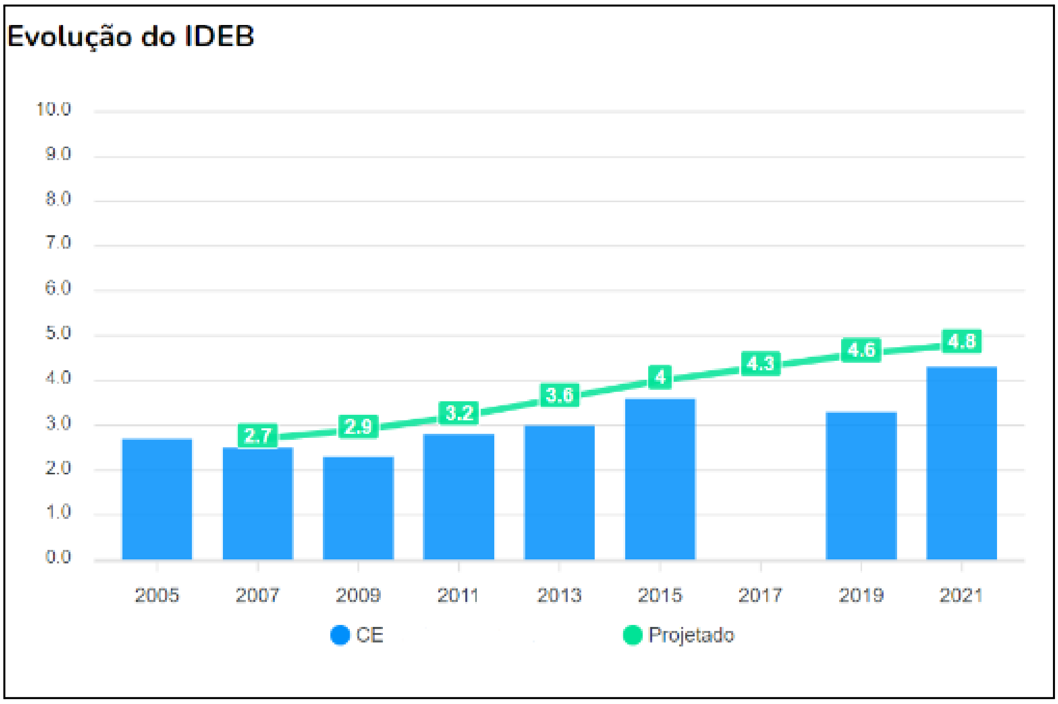
Tais medidas entraram em vigor para evitar que os alunos fossem prejudicados pelas dificuldades do ensino remoto e pela suspensão das aulas presenciais. Elas significam que, em vez de repetir o ano escolar, os alunos são automaticamente aprovados para o próximo nível de ensino, independentemente de seu desempenho acadêmico. O que mascarou a real situação da educação naquele período, como a evasão e a precária apreensão dos conteúdos oferecidos remotamente (NASCIMENTO; COSTA, 2020).

A combinação das dificuldades acima citadas na educação pública estadual nos nortearam na revisão do público-alvo e com isso, a aplicação de fato ocorreu no 9º. ano do Ensino Fundamental.

Dentre as escolas que os autores deste trabalho entraram em contato, apenas uma escola foi compatível com as datas sugeridas. A escola selecionada para a aplicação do estudo fica localizada na área urbana do município de Campos dos Goytacazes e oferece as modalidades do ensino regular (Fundamental e Médio), curso técnico integrado e Educação de Jovens e Adultos (EJA), para a média de 950 alunos matriculados.

Segundo dados do último Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) no ano de 2021 (Gráfico 1), a escola escolhida apresenta uma nota de 4,3 nos anos finais, ficando abaixo da meta nacional que era 4,8 (INEP, 2021).

Gráfico 1 - Evolução IDEB no Colégio Estadual versus Projetado

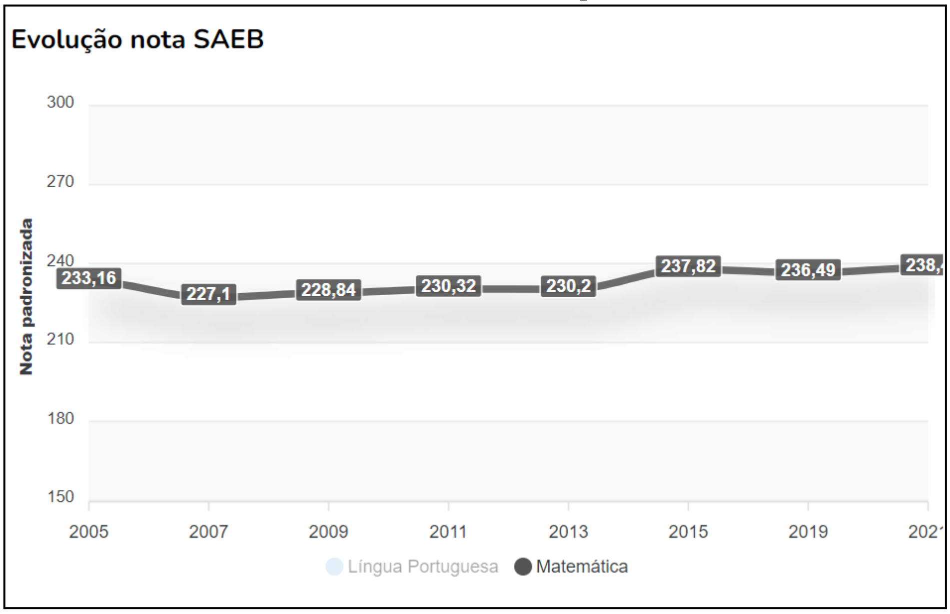


Fonte: INEP, 2021.

O Indicador de Aprendizado, também divulgado pelo IDEB 2021, mede o aprendizado dos alunos numa escola que varia de 0 até 10 pontos, baseado na média de proficiência obtida em Língua Portuguesa e Matemática da Prova Saeb/2021 (Sistema de Avaliação da Educação Básica). A escola obteve uma nota de 4,66 pontos, enquadrando-se no nível básico de proficiência, mas bem próximo do nível classificado como insuficiente.

Um dado interessante refere-se às notas padronizadas obtidas em matemática desde 2005, em que a curva apresentada pelo Gráfico 2 é praticamente constante, sem indícios de evolução significativa ao longo de todos estes anos.

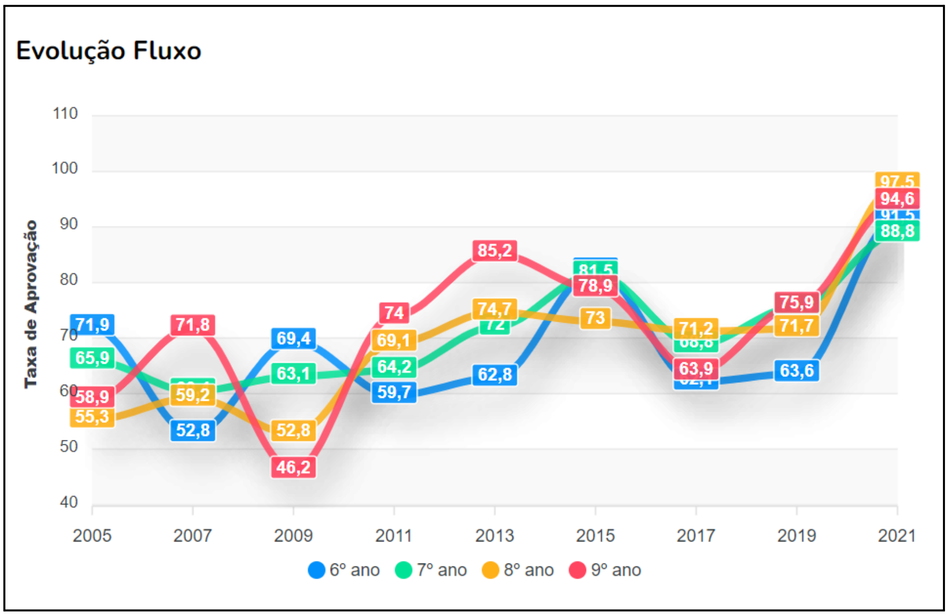
Gráfico 2 - Evolução nota SAEB disciplina de Matemática



Fonte: INEP, 2021.

Por fim, a escola apresentou em 2021 a melhor taxa de aprovação desde 2005, aproximadamente 94%, conforme pode ser visto no Gráfico 3, fato que corrobora com uma das justificativas já expostas anteriormente para mudança do público-alvo. Ao contrário do que parece, esse dado reflete o sistema de aprovação automática adotado pela Secretaria Estadual de Educação durante a pandemia, e não a aprendizagem dos alunos.

Gráfico 3 - Evolução Taxa de Aprovação



Fonte: INEP, 2021.

Diante de todo cenário escolar exposto, a proposta didática se apresenta ainda mais desafiadora, tanto para o planejamento e a aplicação, quanto para uma competente coleta de dados.

3.2 Instrumentos de coleta de dados

Os instrumentos utilizados para coleta dos dados na realização desta pesquisa são: i) Questionário Investigativo (QI); ii) Sequência didática (SD) e iii) Roda de conversa.

A seguir, serão apresentados objetivos, detalhes sobre planejamento e desenvolvimento de cada instrumento.

3.2.1 Questionário Investigativo

Segundo Gil (1999, p.128), o questionário como recurso para coleta de dados pode ser descrito "como a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas etc.". O recurso será utilizado como o primeiro contato com a turma.

O processo de planejamento do questionário deu início com divisão das questões em duas seções, com os seguintes objetivos, respectivamente: investigar a relação do aluno com ensino no campo matemático da álgebra (questões 1 à 7) e identificar a mecanização nos processos de resolução de equações de 1º. grau com uma incógnita (questões 8 à 12). A seguir, serão apresentadas as questões e os seus objetivos.

As duas primeiras questões têm como objetivo identificar como era a relação dos alunos com a matemática antes e depois da introdução das letras no estudo da álgebra (Figura 3).

A terceira questão tem o intuito de identificar as concepções que os alunos têm em relação à utilização de letras em conteúdos matemáticos, por meio da pergunta: Na sua opinião, para que servem as letras em matemática?

Na quarta questão, o objetivo é observar se os alunos distinguem equação de expressão algébrica (Figura 4)

Figura 3 - Questões 1 e 2 - QI

1- Como era o seu gosto pela matemática antes de aparecerem letras em alguns conteúdos?

	1	2	3	4	5	
Odiava	○	○	○	○	○	Amava

Se quiser, comente sua resposta:

____

____

2- O que aconteceu com seu gosto pela matemática depois de aparecerem letras em alguns conteúdos?
( ) Diminuiu
( ) Aumentou
( ) Nem diminuiu nem aumentou

Se quiser, comente sua resposta:

____

____

Fonte: Elaboração própria.

.

Figura 4 - Questão 4 - QI

4- Relacione os itens abaixo com seus respectivos exemplos:

(A) Equação
(B) Expressão Algébrica

( ) 8x - 3 = 5
( ) x + 5
( ) ax+b = 0
( ) 4y - 9 = 1 - 2y
( ) 3abc + ab + ac + 5 bc

Fonte: Elaboração própria.

A quinta questão pretende identificar as concepções que os alunos têm em relação à utilização de equações na matemática, no cotidiano ou em outras áreas da ciência, por meio da seguinte indagação: Na sua opinião, para que serve uma equação?

A sexta questão pretende observar se os alunos veem relação da matemática escolar com aplicações no cotidiano e o da sétima é analisar as experiências vivenciadas por aqueles que fizeram uso de materiais didáticos manipuláveis nas aulas de matemática (Figura 5). Ressalta que é necessário uma explicação prévia aos alunos, durante a aplicação, do que vem a ser um material didático manipulável.

Figura 5 - Questões 6 e 7 - QI

6- Você já utilizou algum conteúdo, que estudou nas aulas de matemática, em uma situação do seu dia a dia?
( ) Sim. Cite exemplos: ____
( ) Não.

7- Você já participou de alguma aula de matemática que fizesse o uso de materiais didáticos manipuláveis?
( ) Sim ( ) Não

Caso assinalado que sim, como foi a experiência?
____
____

Fonte: Elaboração própria.

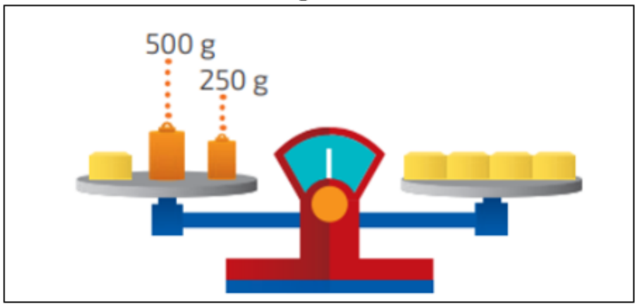
O objetivo da oitava questão é verificar se os alunos entendem o sinal de igualdade no sentido de equivalência utilizando imagens de balanças de pratos em equilíbrio, conforme Figura 6.

Figura 6 - Questão 8 - QI

8- Nas situações a seguir, escreva uma equação que represente os pesos dos objetos nos pratos de cada balança. Note que elas encontram-se em equilíbrio.

I) Considere que os objetos amarelos possuem massas iguais, porém desconhecidas.

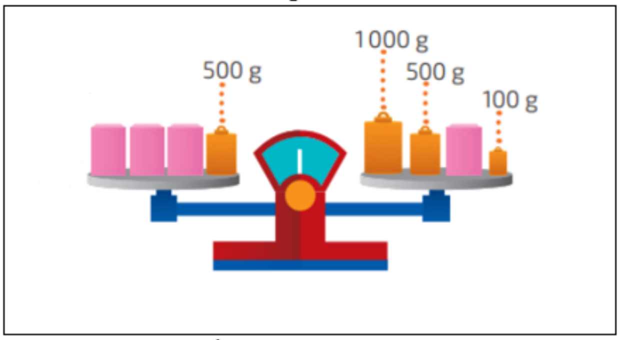
Figura 1



Fonte: Matemática Essencial 8º. ano - PNLD 2020

II) Considere que os objetos rosas possuem massas iguais, porém desconhecidas.

Figura 2



Fonte: Matemática Essencial 8º. ano - PNLD 2020

Fonte: Livro Matemática Essencial 8º.ano - PNLD 2020

A nona questão pretende observar o processo de mecanização e os equívocos algébricos e aritméticos cometidos pelos alunos durante as etapas de resolução de equações de primeiro grau com uma incógnita (Figura 7). Durante a aplicação, é interessante que seja exposto algum exemplo do que deseja como modelo de resposta, para que possíveis dúvidas sejam sanadas.

Figura 7 - Questão 9 - QI

9- Faça o passo a passo da resolução de cada equação na coluna da esquerda. Em seguida, descreva o que foi realizado naquela etapa na coluna da direita.

a. $2(x + 7) = 8$

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS

b. $5x - 3 + x = 7x + 9$

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS

Fonte: Elaboração própria.

A décima questão tem a finalidade de observar se os alunos identificam equívocos algébricos e aritméticos nas resoluções de equações de primeiro grau com uma incógnita (Figura 8).

Figura 8 - Questão 10 - QI

10- Analise as resoluções e as soluções das equações abaixo, considerando que podem haver erros em alguma etapa do processo. Em seguida, julgue como Fato (correto) ou Fake (incorreto), e faça as devidas correções apresentando as soluções corretas.

a) $3 - x + 5 = 6x - 6$
$3 + 5 = 6x - 6 + x$
$8 + 6 = 7x$
$14 = 7x$
$\frac{14}{7} = x$
$2 = x$

S: $\{2\}$

b) $3x + 10 - x = 2x + 10$
$2x + 10 = 2x + 10$
$2x - 2x = 10 - 10$
$2x - 2x = 0$
$0 = 0$

Solução: $x = 0$

c) $3x + 10 - x = 2x + 8$
$2x + 10 = 2x + 8$
$2x - 2x = 8 - 10$
$2x - 2x = -2$
$0 = -2$

S: Não possui solução

Fonte: Elaboração própria.

A décima primeira questão elaborada pretende observar se os alunos possuem habilidade para representar e resolver problemas, apresentados na língua materna, sob a forma de linguagem algébrica (Figura 9).

Figura 9 - Questão 11 - QI

11- (CESGRANRIO - ADAPTADA) José viaja 350 quilômetros para ir de carro saindo da sua cidade até onde moram seus pais. Numa dessas viagens após alguns quilômetros ele parou para tomar um café. A seguir percorreu o triplo da quantidade de quilômetros que havia percorrido antes de parar.

a. Represente por meio de uma figura ou esquema a situação proposta acima.

b. Determine quantos quilômetros ele dirigiu após o café, na segunda etapa da viagem?

c. Represente a situação do problema por meio de uma equação.

Fonte: Elaboração própria.

A última questão tem como finalidade verificar a habilidade dos alunos na transição da linguagem algébrica para a língua materna (Figura 10).

Figura 10 - Questão 12 - QI

12- Elabore uma situação ou um problema que pode ser resolvido pela seguinte equação: $x + \frac{x}{2} = 120$.

____

____

____

Fonte: Elaboração própria.

A aplicação deste questionário de cunho investigativo foi programada para utilizar dois tempos de aula da turma na disciplina de matemática. Entretanto, antes desta aplicação acontecer, ele será submetido a um Teste Exploratório, que é uma prática amplamente adotada durante o processo de desenvolvimento de uma pesquisa, com o intuito de identificar possíveis falhas e validar os objetivos.

O detalhamento da aplicação do Teste Exploratório estão descritos no capítulo subsequente, assim como os resultados da aplicação do Questionário Investigativo, que serviu como uma das bases para o planejamento e desenvolvimento da Sequência Didática, além de ser usado como fonte comparativa entre as etapas da pesquisa.

A versão final do Questionário Investigativo pode ser vista no Apêndice A.

3.2.2 Sequência Didática

A sequência didática tem a finalidade de desenvolver pesquisas, organizar e influenciar trabalhos voltados para o ensino e a aprendizagem (PAIS, 2001). O seu viés investigativo e exploratório também consolidou a escolha desse recurso didático como forma para se obter dados nessa pesquisa. Pais define:

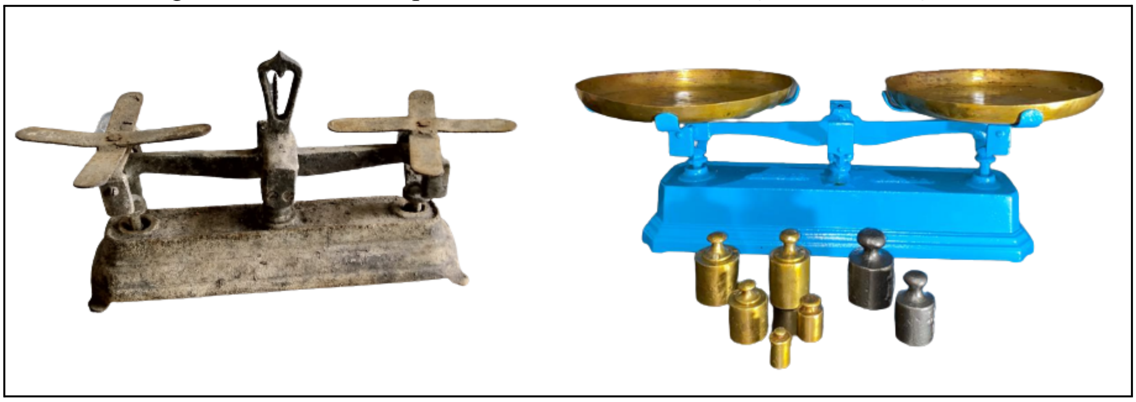
> Sequência Didática é um conjunto de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática [...] tal como acontece na execução de todo projeto, é preciso estar atento durante as sessões ao maior número de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigado (2021, p.157).

A elaboração da sequência tem a intenção de proporcionar ao grupo uma aprendizagem potencialmente significativa por meio do uso do material manipulável. Portanto, a busca pelo material mais adequado à proposta do conteúdo foi o primeiro passo do planejamento dessa etapa.

As propostas de ensino de equações de 1º. grau estão em sua maioria atreladas à balança de pratos, que é um instrumento que serve para comparar massas, formado de um travessão móvel apoiado no pivô e de pratos nas extremidades. Sendo esse modelo de balança ultrapassado, caiu em desuso. Com isso, as propostas educacionais se limitam a utilizar apenas figuras em livros didáticos ou aplicativos digitais de simulação.

Acreditando na potencialidade que a exploração palpável do material poderia atingir nessa pesquisa, sendo um importante diferencial, iniciou-se a procura por tal modelo de balança. Essa busca foi consideravelmente desafiadora, mas no final bem-sucedida. Apesar das balanças encontradas estarem em um estado precário de conservação, passaram por um processo de restauração, conforme pode ser observado na Figura 11.

Figura 11 - Antes e Depois do Processo de Restauração das Balanças



Fonte: Elaboração própria.

Seguidamente, iniciou-se o desenvolvimento da proposta que seria aplicada em 2 tempos de aulas, ou seja, uma hora e quarenta minutos.

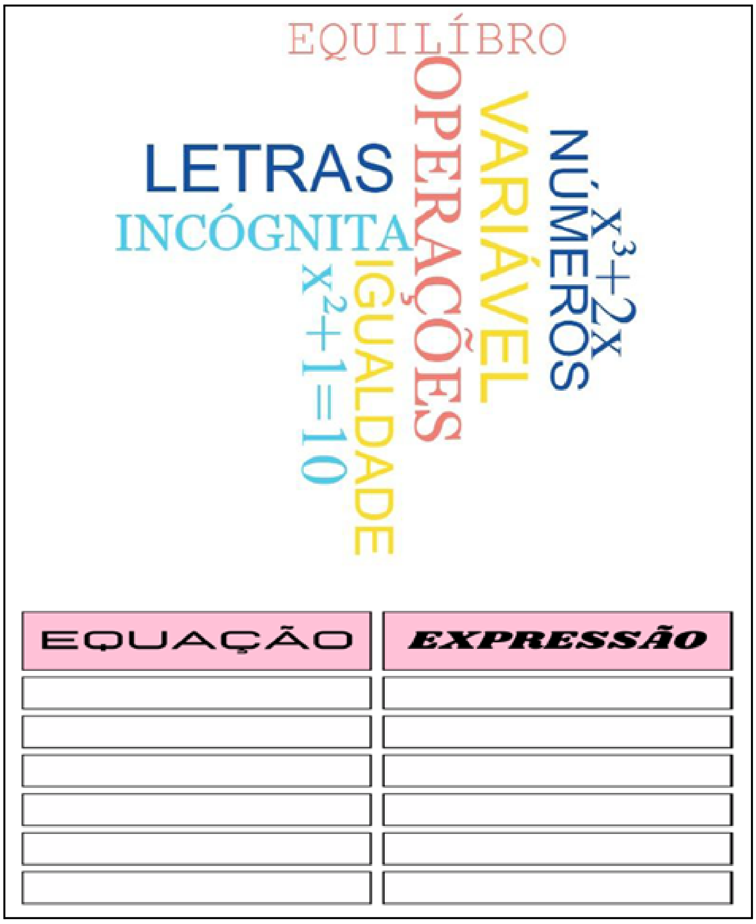
Uma apostila de conteúdo foi elaborada com o objetivo de otimizar o tempo de aula, trazer um contexto histórico do conteúdo, mas principalmente, servir como material suporte para o aluno em outros momentos. Também foi feita uma apostila de exercícios, a qual serviu como o mecanismo utilizado para coletar os dados necessários nesta etapa da pesquisa. Ambas podem ser acessadas no Apêndice B e Apêndice C, respectivamente.

O detalhamento de cada uma das etapas que serão resumidas abaixo pode ser visto na escaleta da Sequência Didática, com os respectivos exemplos trabalhados (Apêndice D).

A proposta didática elaborada foi dividida em 6 etapas, em que a balança foi explorada ao máximo para desenvolvimento do conteúdo, já que serviu de base para constatações importantes e na prática de atividades com o grupo. É importante evidenciar que as dinâmicas e exercícios propostos tiveram como cerne o próprio Questionário Investigativo, que para além de efeitos comparativos, fossem trabalhados os pontos mais vulneráveis para aquele grupo acerca da temática. Abaixo serão descritos as fases da sequência didática:

- ➔ **ETAPA 1** – A fase incipiente tem como objetivo fazer a diferenciação entre equação e expressão algébrica. Na Apostila de Conteúdo, a qual será chamada AC, é disponibilizada uma nuvem de palavras (Figura 12) com vocábulos que caracterizavam cada uma delas. A dinâmica é separar as palavras da nuvem de forma concomitante com os alunos, por meio de um diálogo aberto, buscando as razões e ideias por trás das escolhas. Após relacionar todas as palavras nas respectivas colunas às quais pertenciam, é o momento dos alunos realizarem a questão nº 1 da Apostila de Exercícios, a qual será chamada AE.

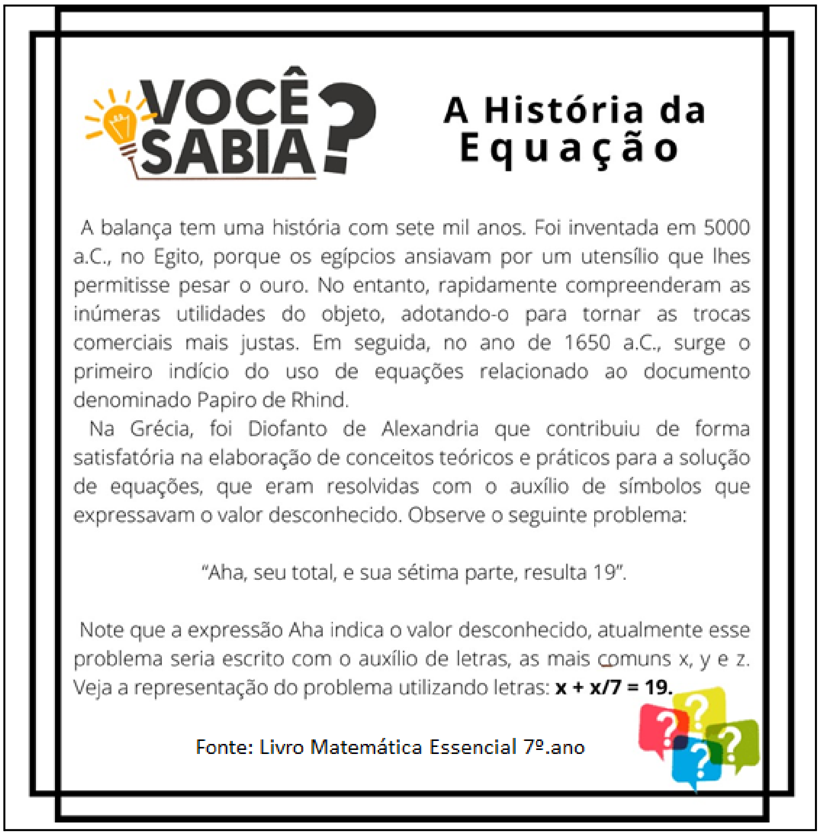
Figura 12 - Nuvem de Palavras na Apostila de Conteúdo



Fonte: Elaboração própria.

➔ **ETAPA 2** – Em seguida, o objetivo é proporcionar uma maior proximidade entre a disciplina e o aluno, por meio de um diálogo aberto sobre a aplicabilidade da matemática no dia a dia, bem como a sua relevância. Pretende-se também, trazer à tona argumentos e exemplificações levantados pela própria turma no Questionário Investigativo. Logo após, com intuito de inserir a balança para dentro da conversa e relacioná-la com o conteúdo, apresenta-se um breve contexto histórico sobre o surgimento da equação. O texto elaborado foi disposto na AC (Figura 13).

Figura 13 - Surgimento da Equação

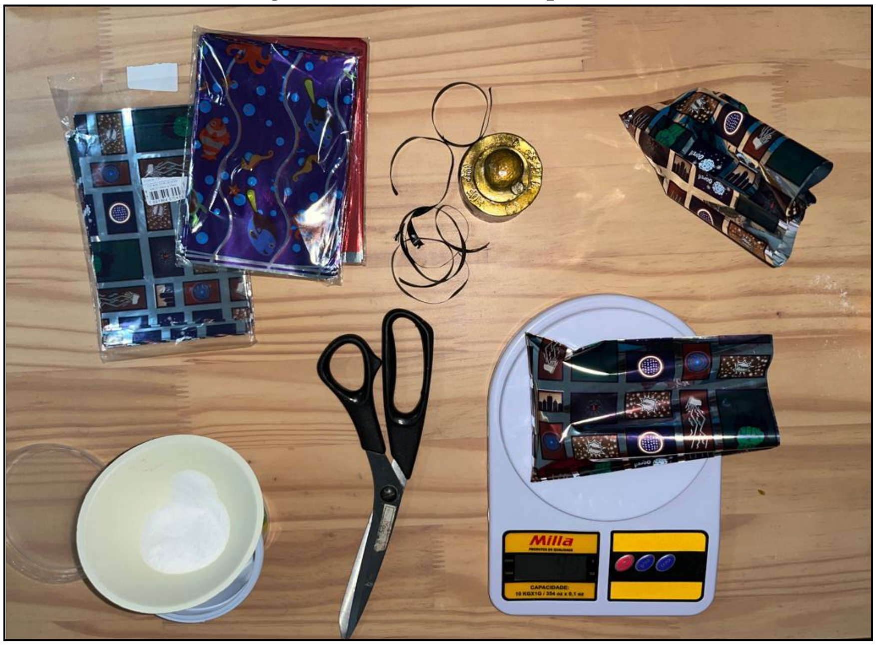


Fonte: Elaboração própria.

A partir da próxima etapa, as manipulações com a balança se iniciam na proposta didática. As participações em todas as práticas foram planejadas de duas formas: i) manipulações realizadas pelos pesquisadores com a interação da turma para favorecer a exposição das ideias por parte de todos; ii) manipulações realizadas por pequenos grupos aleatórios de alunos, para propor o contato direto com material do maior número possível dos sujeitos da pesquisa.

Para a realização de todas as práticas previstas com a balança, é importante salientar que pesos adicionais foram produzidos, utilizando pacotes plásticos com modelos de cores e estampas diferentes, que foram preenchidos com materiais distintos até se atingir a massa requerida (Figura 14). As massas destes pacotes devem ser descobertas pelos alunos com o desenrolar da sequência didática, ou seja, servindo como o valor desconhecido a ser descoberto.

Figura 14 - Produção dos pacotes

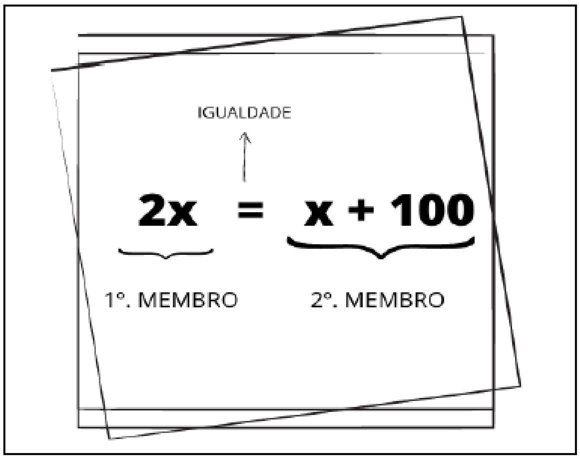


Fonte: Elaboração própria.

➔ **ETAPA 3** – Inicialmente, deve ser trabalhado o conceito de igualdade com equilíbrio entre os pratos, buscando extrair dos alunos as percepções e as razões pelas quais a balança está nivelada ou desnivelada, relacionando com os pesos colocados nos pratos. Após algumas manipulações na balança, o objetivo é obter como conclusão que o equilíbrio na balança é mantido ao retirar ou adicionar objetos de mesma massa em ambos os pratos. Posteriormente, os alunos formalizarão com palavras próprias suas percepções nas questões nº. 2 e 3 da AE.

➔ **ETAPA 4** - Na AC é feita a formalização do que é uma equação de 1º grau, evidenciando seus elementos, conforme esquema elaborado na Figura 15. Em seguida, por meio de exemplos dados na balança, é feita a passagem para linguagem algébrica de forma concomitante com a turma, fortalecendo a nomenclatura dos membros e as razões de igualdade entre eles. Na AE, os alunos devem resolver a questão nº. 4.

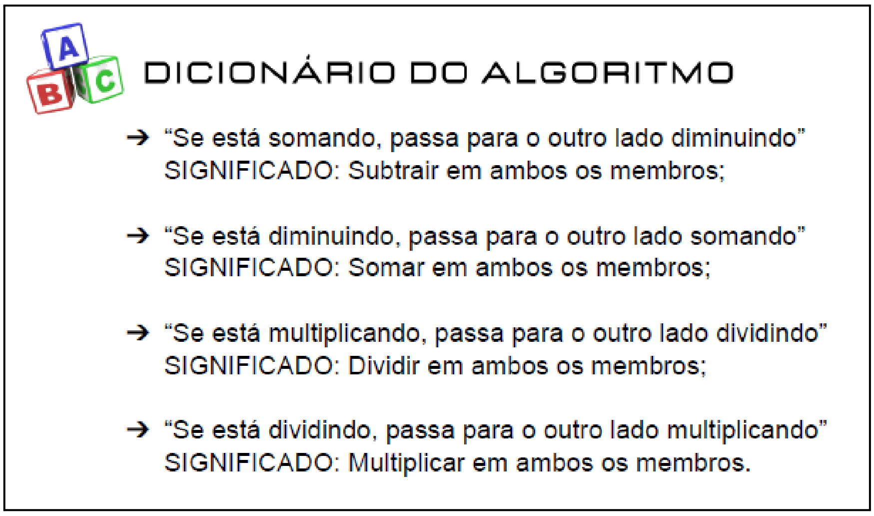
Figura 15 - Esquemático da Equação



Fonte: Elaboração própria.

➔ **ETAPA 5** - Esta fase deve evidenciar as etapas de resolução para determinar o valor da incógnita, que torna a equação verdadeira. Mostrando, por meio de manipulações na balança, que é necessário realizar as mesmas operações em ambos os membros para se manter a igualdade entre eles, assim decodificando o algoritmo resolutivo. Na AC é disponibilizado um "dicionário do algoritmo" (Figura 16). Nesta etapa, as questões nº 5 e 6 podem ser resolvidas na AE.

Figura 16 - Dicionário do Algoritmo



Fonte: Elaboração própria.

➔ **ETAPA 6** - Para finalização da sequência, o objetivo é propor manipulações na balança com enfoque no conjunto solução das equações de 1º. grau: um único valor real, todos os números reais ou nenhum número real que torne a igualdade verdadeira. Nesta etapa, as questões nº 7 e 8 devem ser resolvidas na AE.

Como adendo, é necessário mencionar que a não execução de um teste exploratório nesta fase da pesquisa se deu pelo motivo das questões da Sequência Didática serem as mesmas utilizadas na segunda seção do Questionário Investigativo.

3.2.3 Roda de Conversa

Moura e Lima (2014, p.25) afirmam que "a roda de conversa é, dentro de uma pesquisa narrativa, uma forma de coleta de dados em que o pesquisador se insere como sujeito da pesquisa pela participação na conversa e, ao mesmo tempo, produz dados para discussão".

Esse instrumento será utilizado como último recurso de coleta de dados, realizado logo após a aplicação da sequência didática, a fim de propiciar uma comunicação dinâmica entre os alunos e autores, sobre as percepções acerca da experiência proporcionada com a pesquisa (MELO; CRUZ, 2014).

Pinheiro (2020) afirma que:

> A utilização de rodas de conversa é estabelecida sob o propósito de dar voz aos sujeitos, visando possibilitar sua participação efetiva no processo, à medida que lhes são facultadas falas dialógicas [...]. As rodas de conversa são reputadas também por sua potencialidade na produção de narrativas individuais e/ou coletivas. Então, os depoimentos apresentados nas discussões são tomados para sistematização não só com finalidade devolutiva, mas com o fito de elencar conteúdos e sustentar análises sobre inserções sociais, vivências de práticas específicas, experiências subjetivas em dado tema. (p. 4)

Os critérios e questionamentos norteadores desse processo investigativo complementar foram previamente definidos e tiveram como base: i) captar a opinião dos alunos a respeito da proposta didática aplicada; ii) compreender se o uso da balança contribuiu para a aprendizagem de equações de primeiro grau. A roda de conversa tem como base as seguintes perguntas:

1- Qual o seu grau de satisfação em relação a esta aula de matemática?

2- Você aprendeu algo novo durante esta aula?

3- Você acredita que o uso da balança contribuiu para a aprendizagem de equações de primeiro grau? Informe os motivos.

Além das respostas objetivas dadas pelos alunos, a dinâmica será conduzida de modo a coletar também suas justificativas, sendo este um dos pontos importantes para a posterior análise de resultados.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo apresentam-se os relatos de experiência, análise dos dados coletados e os resultados obtidos a partir deles, buscando sempre uma interpretação sob a perspectiva da literatura e dos objetivos geral e específicos que fundamentam essa pesquisa.

A análise dos erros é um dos pontos importantes, pois evidencia os obstáculos apresentados pelos alunos no processo de ensino, permitindo ao docente um desenvolvimento de propostas didáticas que busquem colaborar com a construção do conhecimento do aluno. Zatti *et al.* (2010, p.117) afirma que:

> [...] ao analisar as respostas dos alunos, o fundamental não é o acerto ou o erro em si, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que podem indicar dificuldades de aprendizagem. Nesse sentido, a análise dos erros é uma alternativa que pode contribuir no estudo das dificuldades encontradas na aprendizagem da Matemática, buscando-se conhecer as dificuldades para então criar alternativas que visem à sua superação.

O processo que envolve a aprendizagem abarca o elemento erro, pois é por meio dele que um saber mal construído ou mal utilizado ficará em destaque, o que não representa necessariamente a ausência do conhecimento, mas sim a necessidade de realinhar e elucidar o processo de raciocínio e as estratégias (SPERAFICO; GOLBERT, 2012).

Assim como a análise do erro, o tratamento de dados nas questões que houve acertos por parte dos estudantes é extremamente válido, pois as diversificadas estratégias matemáticas que levam a processos distintos de resolução de um mesmo problema fazem com que o campo de estudo matemático fique ainda mais rico e vivo (MODTKOSKI, 2016).

As respostas de alunos expostas no decorrer do capítulo é um recorte selecionado como destaque pelos pesquisadores para exemplificar e/ou trazer argumentos necessários para o diagnóstico e conclusão. O tipo de pesquisa garante o anonimato dos sujeitos participantes, por isso os alunos serão chamados por números dados de forma aleatória.

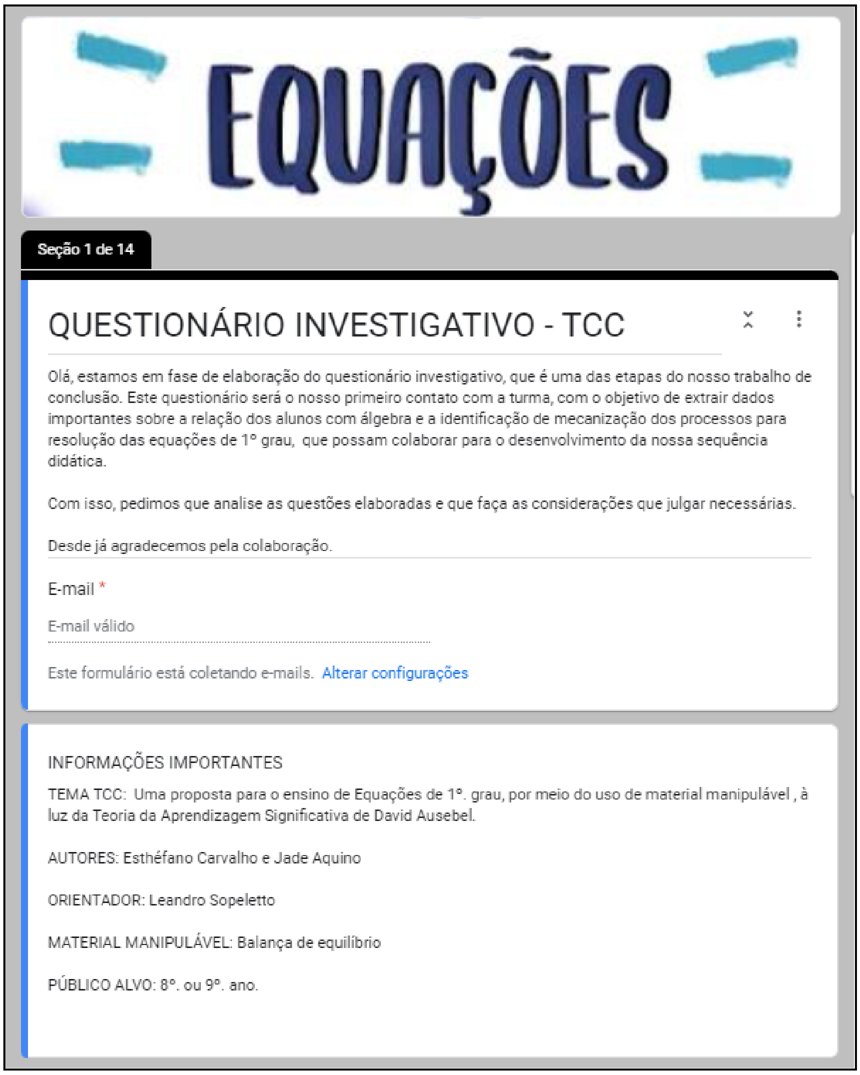
A turma do 9º. ano, a qual a pesquisa foi aplicada, era composta por um total de 37 alunos, dos quais apenas 19 estavam presentes e participaram das duas etapas de aplicação: Questionário Investigativo (QI) e Sequência Didática (SD), ocorridas nos dias 14 de Outubro de 2022 e 11 de Novembro de 2022, respectivamente. Todas as aplicações foram autorizadas pela coordenação da escola e acompanhadas pela professora de matemática da turma.

4.1 Análise Questionário Investigativo

Como forma completar à análise deste subitem, será feita a seguir uma análise sucinta do Teste Exploratório, o qual o QI foi submetido. Ele continha todas as questões e seus objetivos, além de um espaço aberto para respostas, para que os participantes pudessem analisar e fazer as considerações que julgarem necessárias.

O Teste Exploratório foi realizado por meio de um formulário *online* disponibilizado de 21 a 24 de maio de 2022 (Figura 17). O link para acesso foi enviado para os formandos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense *Campus* Campos Centro e para professores que estivessem atuando no 8º. ou 9º. ano do Ensino Fundamental na cidade de Campos dos Goytacazes, visando que fosse possível obter opiniões tanto dos alunos que vivenciaram a mesma Licenciatura dos autores, como de professores que possuem contato com a faixa etária próxima ao público-alvo do trabalho.

Figura 17 - Introdução do Teste Exploratório no Google Formulários



Fonte: Elaboração própria a partir da captura de tela do Google Formulário.

As doze respostas obtidas serviram de base para a validação dos objetivos de cada uma das questões elaboradas e nortearam as alterações expostas abaixo.

Na questão 1 foram feitos alguns comentários em relação à escala apresentada (Figura 18). A sugestão foi pertinente, resultando na substituição da palavra “odiava” por “não gostava”. Na questão 4 houve a percepção de que ficaria melhor alocada na seção 2 do QI, devido ao seu objetivo, com isso passou a ser a sétima questão. O enunciado da questão 10 foi adaptado conforme o comentário de um dos participantes (Figura 19).

Figura 18 - Comentários Questão 1 - TE

Comentários: *

Uma boa questão para a compreensão das possíveis dificuldades, mas acho que seria melhor trocar o amar e odiar por, gostava/não gostava.

Comentários: *

Está ok a pergunta, mas acho "odiar" uma palavra forte KKKKK. Acho que poderia ser Gostava muito/não gostava.

Comentários: *

Não gosto muito da palavra odiava, colocaria (não gostava / amava)

Fonte: Protocolo da pesquisa.

Figura 19 - Comentário Questão 10 - TE

Comentários: *

Analise as resoluções e as soluções das equações abaixo, considerando que podem haver erros em alguma delas. Em seguida, julgue-as como Fato (correto) ou Fake (incorreto) e faça as devidas correções, apresentando as soluções corretas.

Fonte: Protocolo da pesquisa.

Por fim, foi disponibilizado um espaço aberto para qualquer tipo de comentário que os participantes ainda julgassem necessário. Um deles, em destaque na Figura 20, mencionou uma preocupação com relação ao tempo necessário para que algumas questões fossem resolvidas, o que poderia impactar na duração total da aplicação. Logo, levando isso em consideração e em alinhamento com os objetivos do trabalho, foi feita a redução do quantitativo de questões, o que resultou na exclusão das questões 11 e 12.

Figura 20 - Comentários Finais - TE

Use este espaço caso ainda queira fazer alguma sugestão ou comentário:

7 respostas

Adorei o trabalho de vocês, excelente proposta, sei que será sucesso. Boa sorte e que Deus abençoe a aplicação!

Muito bom o questionário investigativo de vocês. Parabéns pela pesquisa, sucesso sempre!

Questões muito bem elaboradas!

O questionário está bem elaborado, sugeri só alguns ajustes para facilitar a compreesão dos estudantes.

Tem que ver bem o tempo para aplicação, porque tem algumas perguntas que vão precisar de bastante tempo, como a que tem que ver se está correto ou incorreto, a de explicar o passo a passo... Espero que tenha conseguido ajudar kkk Parabéns pelo trabalho!!

Trabalho muito bom, interessante a abordagem.

Parabéns pessoal! Sucesso na pesquisa!

Fonte: Protocolo da pesquisa.

Como já mencionado no capítulo anterior, a versão final do Questionário Investigativo pode ser vista no Apêndice A. Posto isso, serão expostas a seguir as experiências e os resultados obtidos com a aplicação do Questionário Investigativo na turma.

Como ponto de partida, é necessário mencionar o singular tempo de tolerância dado pela escola para a entrada dos alunos. As aulas do turno da manhã iniciam às 7h20min, mas a escola permite a entrada até às 8h. Devido à tolerância para atraso tão estendida, os alunos de fato só entram em sala de aula quando este tempo termina. Logo, prejudicando o desenvolvimento dos primeiros tempos de aula, como era o caso da disciplina de matemática ministrada nesta turma.

Em virtude da problemática envolvendo o tempo de tolerância e a chegada dos alunos em sala de aula, a aplicação que inicialmente foi planejada para dois tempos de aula se limitou a apenas um tempo de cinquenta minutos. Como forma de otimização, a fim de garantir que os participantes da pesquisa passassem por todas as questões, foi adotada a estratégia de ler cada uma das perguntas junto aos alunos, esclarecer possíveis dúvidas e proporcionar o tempo suficiente para as respostas, que foram dadas de forma independente e sem interferências dos pesquisadores.

Outro aspecto importante evidenciado nesse primeiro contato foi o alto índice de faltas, confirmado ser recorrente pela professora da turma. Além disso, os alunos, no geral, apresentaram um comportamento tranquilo e receptivo, dispostos a tentar responder o questionário mesmo quando apresentavam alguma dificuldade em determinada questão.

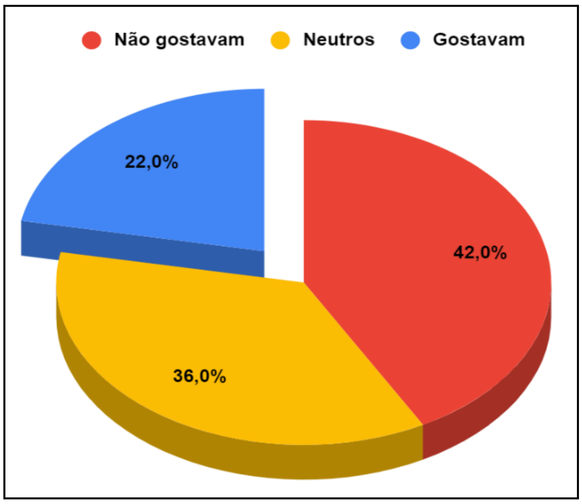
As perguntas iniciais do Questionário Investigativo eram voltadas a investigar as percepções dos alunos em relação ao ensino da matemática, enquanto a segunda seção era para identificar possíveis mecanizações no processo de resolução de equações de 1º. grau com uma incógnita, conforme já explicitado.

Ao final da aplicação, a sensação era de que muitos alunos não conseguiram solucionar as questões, deixando a dúvida se seria possível observar o processo de mecanização, em especial nas questões 9 e 10. Contudo, após uma reunião com o orientador da pesquisa, foi esclarecido que somente a partir das análises seria possível obter uma melhor compreensão deste cenário escolar.

4.1.1 Primeira Seção

A partir da primeira questão do QI, foi elaborado o Gráfico 4, em que todos que marcaram a opção 1 foram classificados como discentes que não gostam de matemática, as opções 2 à 4 classificados como neutros, e por fim a opção 5 como os que gostam de matemática. Portanto, afirma-se que apenas 22% dos alunos afirmaram gostar da matemática antes da álgebra. Dentre os demais, os comentários revelaram como justificativa dificuldades de compreender o conteúdo.

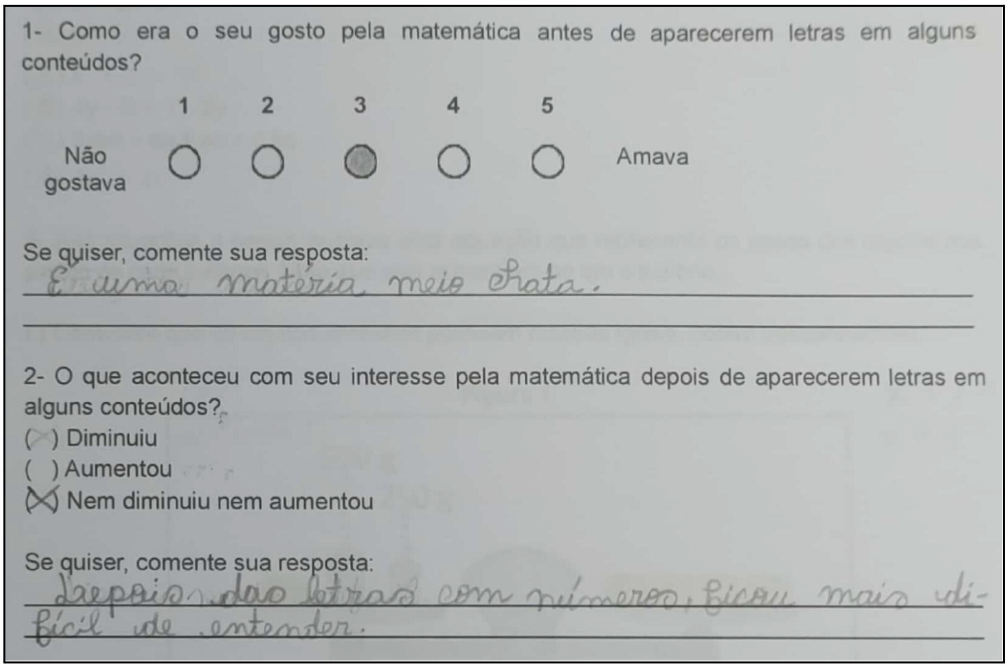
Gráfico 4 - Questão 1 - QI



Fonte: Elaboração própria.

O que já poderia ser considerado um cenário desfavorável mostra-se ainda mais preocupante com a inserção da álgebra na trajetória escolar, restando apenas 5% dos mesmos alunos que gostavam inicialmente. Dentre os demais, os comentários revelaram como justificativa o aumento no grau de dificuldade e a falta de compreensão do conteúdo algébrico (Figuras 21, 22 e 23).

Figura 21 - Aluno 5 - Respostas nas Questões 1 e 2 - QI


1- Como era o seu gosto pela matemática antes de aparecerem letras em alguns conteúdos?

Não gostava 1 2 3 4 5 Amava

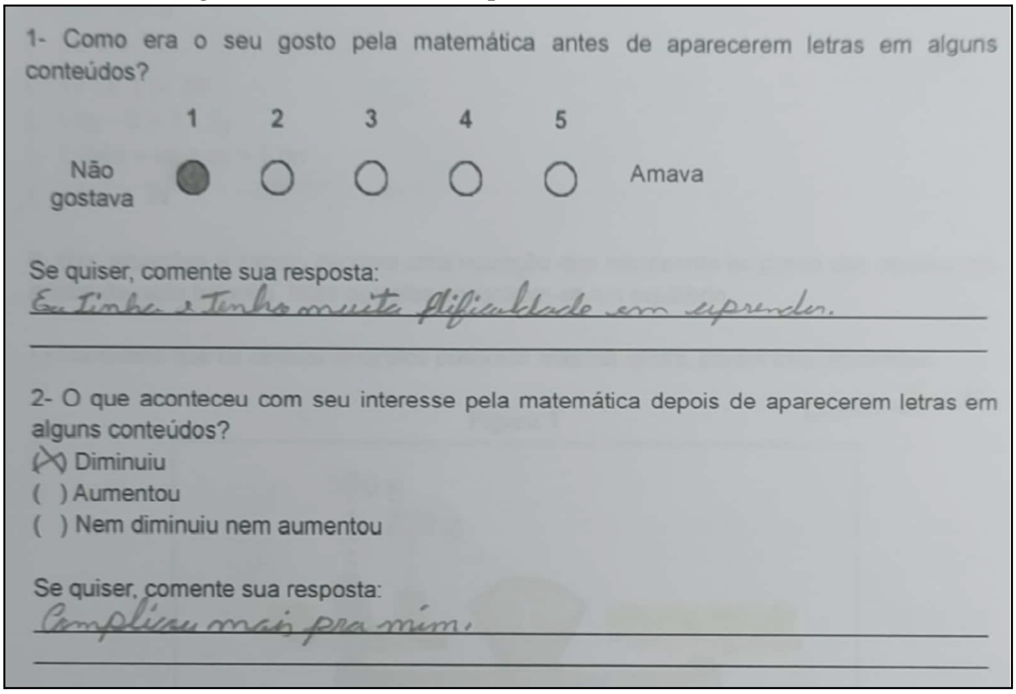
Se quiser, comente sua resposta:
É uma matéria meio chata.

2- O que aconteceu com seu interesse pela matemática depois de aparecerem letras em alguns conteúdos?
( ) Diminuiu
( ) Aumentou
(X) Nem diminuiu nem aumentou

Se quiser, comente sua resposta:
Depois das letras com números, ficou mais difícil de entender.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 22 - Aluno 17 - Respostas nas Questões 1 e 2 - QI


1- Como era o seu gosto pela matemática antes de aparecerem letras em alguns conteúdos?

Não gostava 1 2 3 4 5 Amava

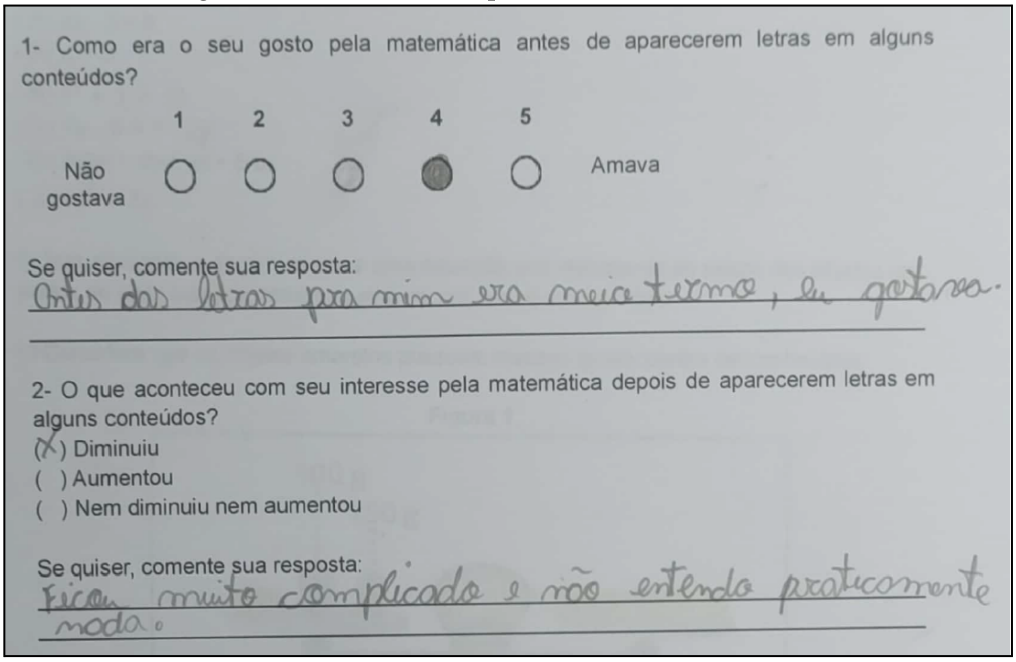
Se quiser, comente sua resposta:
Eu tinha e tenho muita dificuldade em aprender.

2- O que aconteceu com seu interesse pela matemática depois de aparecerem letras em alguns conteúdos?
(X) Diminuiu
( ) Aumentou
( ) Nem diminuiu nem aumentou

Se quiser, comente sua resposta:
Complicou mais pra mim.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 23 - Aluno 33 - Respostas nas Questões 1 e 2 - QI



1- Como era o seu gosto pela matemática antes de aparecerem letras em alguns conteúdos?

Não gostava 1 2 3 4 5 Amava

Se quiser, comente sua resposta: Antes das letras pra mim era meio termo, eu gostava.

2- O que aconteceu com seu interesse pela matemática depois de aparecerem letras em alguns conteúdos?

(X) Diminuiu
( ) Aumentou
( ) Nem diminuiu nem aumentou

Se quiser, comente sua resposta: Ficou muito complicado e não entendo praticamente nada.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Segundo Vale (2002), muitos alunos enxergam a matemática como uma coleção de regras arbitrárias as quais necessitam memorizar para solucionar problemas, repetindo sem encontrar sentido ou imitando o que o professor faz, o que por consequência leva a não afinidade com o conteúdo por falta de identificação.

"Eu e a matemática não nos damos bem" , "nunca fui bom nessa matéria" e "se eu me esforçasse, acho que gostaria mais" são alguns dos relatos que também chamaram a atenção. Os dois primeiros evidenciam um bloqueio adquirido e estabelecido com a disciplina por possíveis experiências negativas vivenciadas. E o último é um relato crítico e sincero do próprio aluno, que enxerga muito bem a relação existente entre empenho versus potencial.

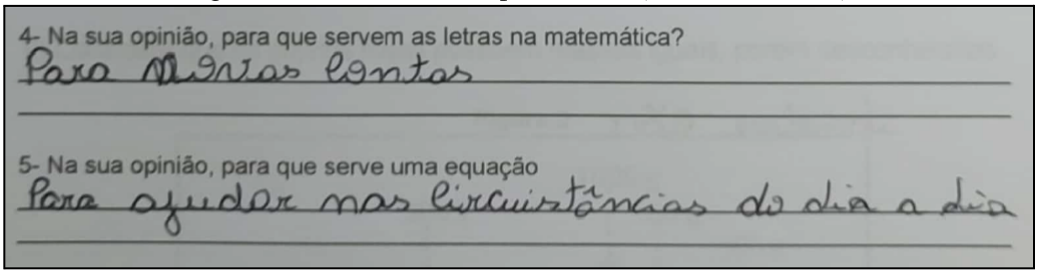
Ainda referente a esse último aluno, é afirmado que o esforço e a predisposição do discente em dar significado aos novos conceitos que irão ser apresentados a partir daqueles que já foram trabalhados em aula, é fundamental para a concretização da aprendizagem (RUFINO; SILVA, 2019), e esta deve ser uma escolha consciente e voluntária (NOVAK; GOWIN, 1999).

Entretanto, o professor desempenha um papel indispensável na tentativa de reverter falas como as citadas acima. O desafio é sair do convencional e da zona de conforto, para propor uma atmosfera de ensino e aprendizagem capaz de trazer de volta aqueles já descrentes com a sua própria capacidade de construir o conhecimento (PINHEIRO, 2019).

Reconhecer as relações existentes entre a educação e a sociedade é crucial. Por isso, os sujeitos participantes também foram questionados sobre relacionar a matemática da sala de aula com situações cotidianas vividas por eles. Os resultados mostram que 53% confirmaram que sim e usaram argumentações que envolviam conjunturas financeiras como, por exemplo, compras no mercado, mas também mencionaram questões de medidas espaciais e porcentagem.

Logo, pode-se perceber que mais da metade da turma consegue sim enxergar a aplicabilidade cotidiana da matemática. Todavia, quanto à aplicação matemática das letras e das equações, os resultados indicaram que apenas 22% dos alunos percebiam alguma utilidade, conforme pode ser visto nas Figuras 24, 25 e 26. Dentre os demais, palavras como "complicar" e "nada" foram fortemente usadas como respostas.

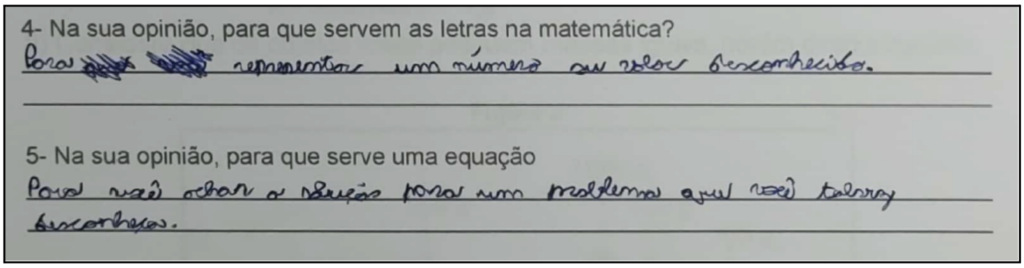
Figura 24 - Aluno 24 - Respostas nas Questões 4 e 5 - QI


4- Na sua opinião, para que servem as letras na matemática?
Para Mintas Contas

5- Na sua opinião, para que serve uma equação
Para ajudar nas circuistâncias do dia a dia

Fonte: Protocolo de pesquisa.

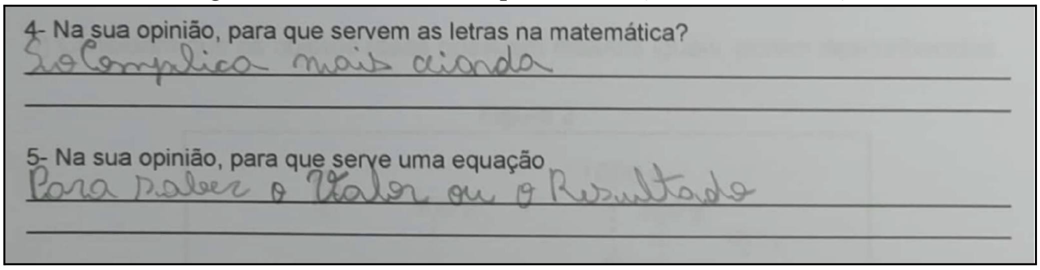
Figura 25 - Aluno 31 - Respostas nas Questões 4 e 5 - QI


4- Na sua opinião, para que servem as letras na matemática?
Para representar um número ou valor desconhecido.

5- Na sua opinião, para que serve uma equação
Para você achar a solução para um problema que você tenha desconhecido.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 26 - Aluno 39 - Respostas nas Questões 4 e 5 - QI


4- Na sua opinião, para que servem as letras na matemática?
Só Complica mais ainda

5- Na sua opinião, para que serve uma equação
Para saber o Valor ou o Resultado

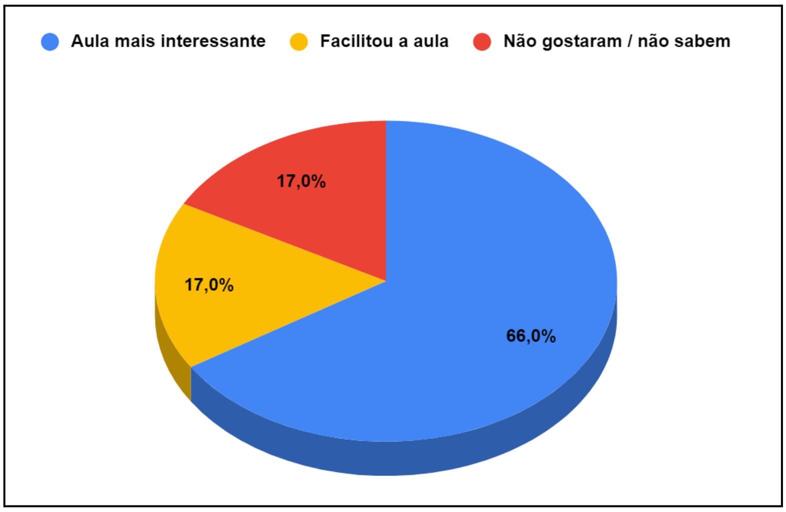
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Destacamos as respostas do aluno 31 e 39, pois a escrita refere-se a equação como forma de solucionar um problema em que temos um valor desconhecido. E esse aspecto remete à maneira com que os exercícios são propostos nas aulas de álgebra, reduzindo a apenas resolução de situação-problema desvinculados da realidade do aluno, ou seja, uma visão limitada da potencialidade das equações e suas aplicações.

Uma das razões, segundo Silva (2021), é que comumente os estudantes são, inconscientemente, preparados para realizar exames seletivos como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). De modo que a álgebra deixa de ser explorada em todas as suas dimensões durante a trajetória escolar (SILVA, 2021).

Em seguida, um importante ponto analisado foi que 42% dos alunos afirmaram ter participado de aulas de matemática com uso de material didático manipulável. O Gráfico 5 mostra a opinião dos que afirmaram ter vivido esta experiência.

Gráfico 5 - Questão 6 - QI



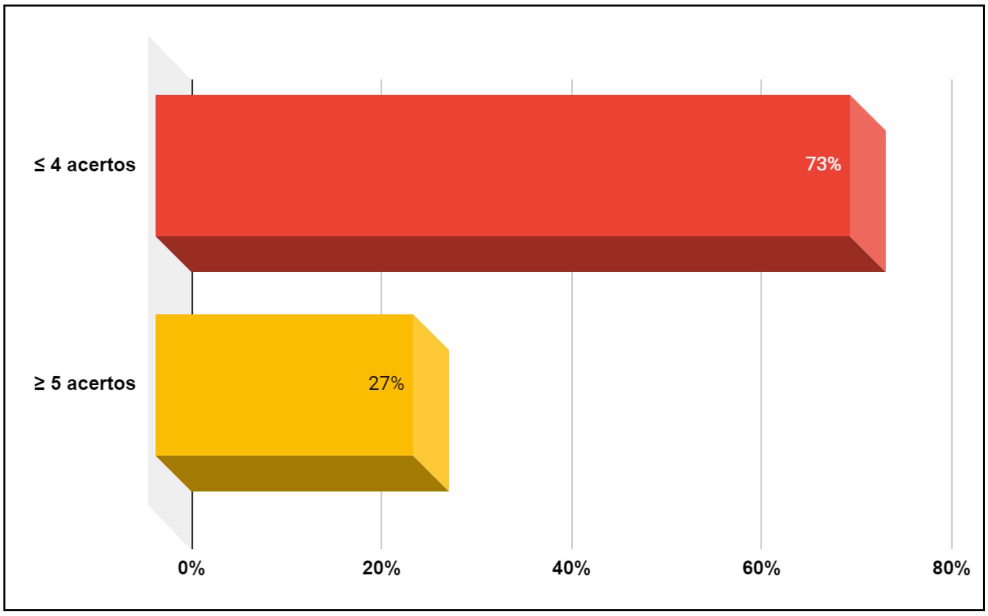
Fonte: Elaboração própria.

Esse resultado trouxe uma certa animação, pois abre espaço para acreditar ainda mais no potencial do uso do material manipulável durante a aplicação da sequência didática, em conjunto com os objetivos da pesquisa. Sendo uma ferramenta utilizada para auxiliar o aluno na construção do conhecimento, por meio da observação, análise, desenvolvimento de raciocínio lógico, crítico e científico (TURRIONI; PEREZ, 2021).

4.1.1 Segunda Seção

Na questão 7, em que se inicia a segunda seção do QI, é solicitado que os alunos classifiquem os seis exemplos dados como expressões algébricas ou equações. Neste sentido, basta o conhecimento de elementos característicos para obter êxito nas correlações. Os dados abaixo mostram os resultados atingidos pelos estudantes (Gráfico 6).

Gráfico 6 - Questão 7 - QI



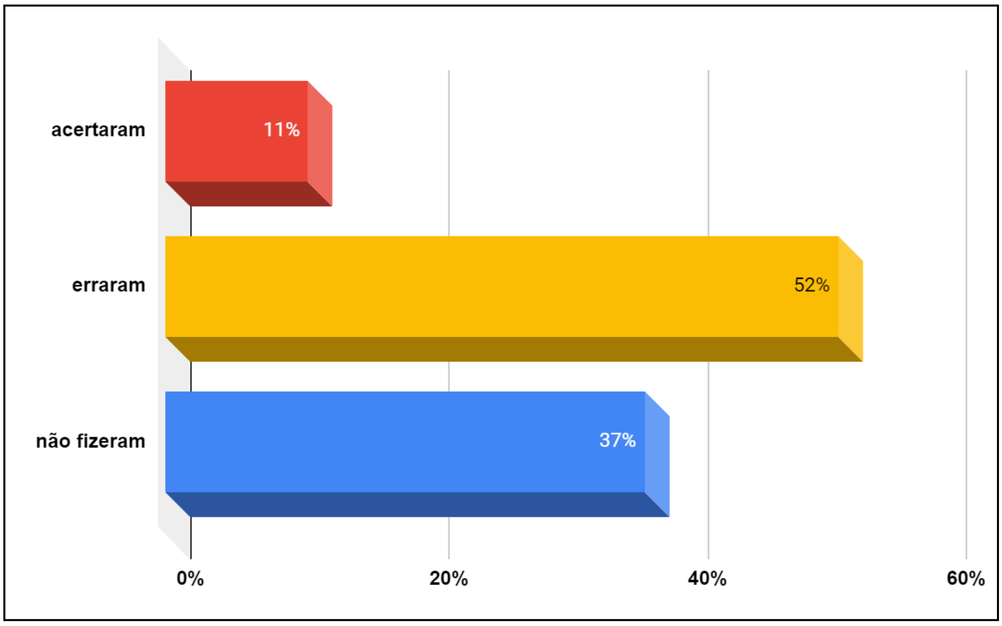
Fonte: Elaboração própria.

O percentual de 27% dos alunos, os quais acertaram 5 ou 6 itens, foi considerado como resultado satisfatório para o objetivo da questão, o que provavelmente reflete um conhecimento prévio adquirido ou uma lógica ao analisar os itens, percebendo a presença ou ausência do sinal de igualdade. Em contrapartida, como os exemplos a serem correlacionados na questão apresentavam o mesmo padrão e nível de complexidade, aqueles que acertaram 4 ou menos itens foram considerados como resultado insuficiente para o objetivo da questão, o que representa 73% da turma.

Em uma pesquisa realizada por Quintiliano (2004), obteve-se resultados similares quanto à discriminação entre o conceito de equação e expressão algébrica. Entre os fatores apontados pelos autores, está a falta de compreensão dos processos cognitivos que ocorrem na passagem do pensamento aritmético para o pensamento algébrico (QUINTILIANO, 2004).

A fim de ter a percepção do aluno de forma mais aprofundada com relação ao sinal de igualdade no sentido de equivalência, a oitava questão apresenta figuras de balanças em equilíbrio, assim como foi feito nos estudos de Lessa (1996), para que o sinal de igual representasse que ambos os pratos fossem equivalentes. O Gráfico 7 elaborado a seguir apresenta os resultados obtidos.

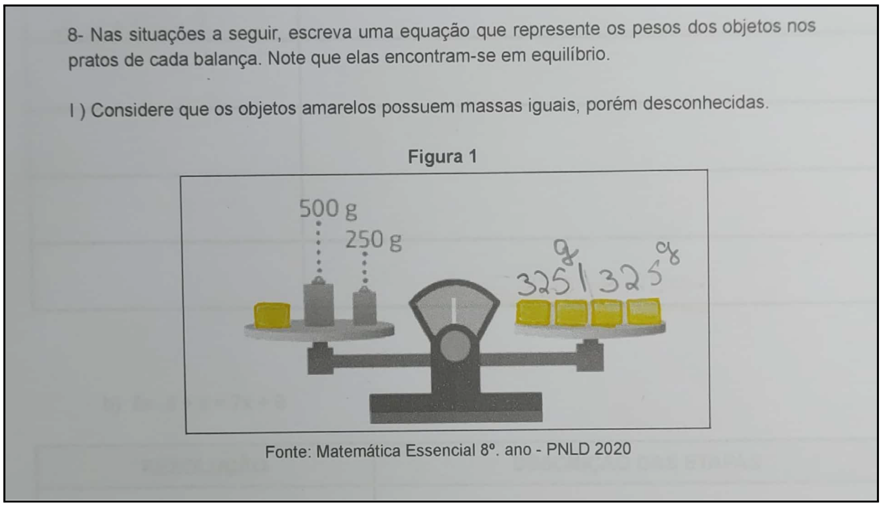
Gráfico 7 - Questão 8 - QI



Fonte: Elaboração própria.

O aluno 23 usou a tentativa de encontrar os valores desconhecidos, divergindo do que foi solicitado na questão (Figura 27). Entretanto, é possível que ele tenha alguma percepção de equivalência, já que ele soma os valores conhecidos de um lado da balança e divide dois a dois no lado seguinte. Vale ressaltar que, ainda assim, o resultado não está correto, pois o discente desconsidera a caixa amarela que está no prato ao lado dos pesos de 500g e 250g.

Figura 27 - Aluno 23 - Resposta na Questão 8 - Item I - QI


8- Nas situações a seguir, escreva uma equação que represente os pesos dos objetos nos pratos de cada balança. Note que elas encontram-se em equilíbrio.

I) Considere que os objetos amarelos possuem massas iguais, porém desconhecidas.

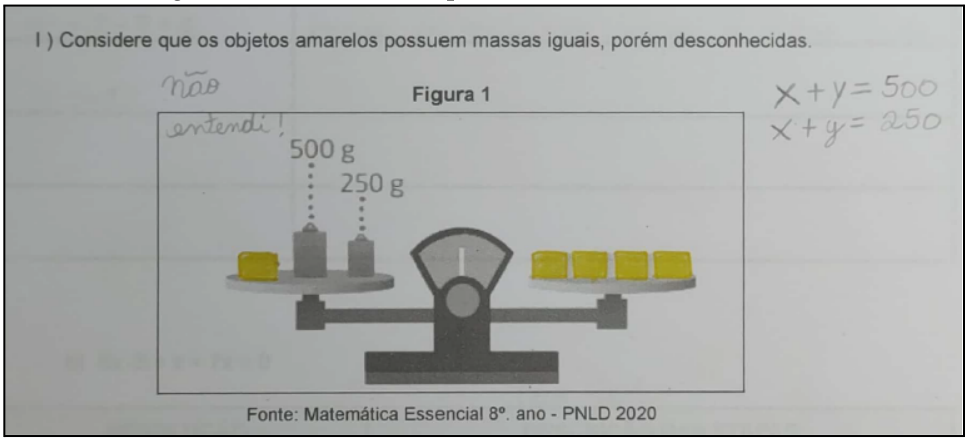
Figura 1

Fonte: Matemática Essencial 8º. ano - PNLD 2020

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno 5 tentou solucionar a questão fazendo uso do sistema de equações, conteúdo que estava sendo abordado naquele bimestre pela professora da turma como se existisse mais uma incógnita na balança (Figura 28).

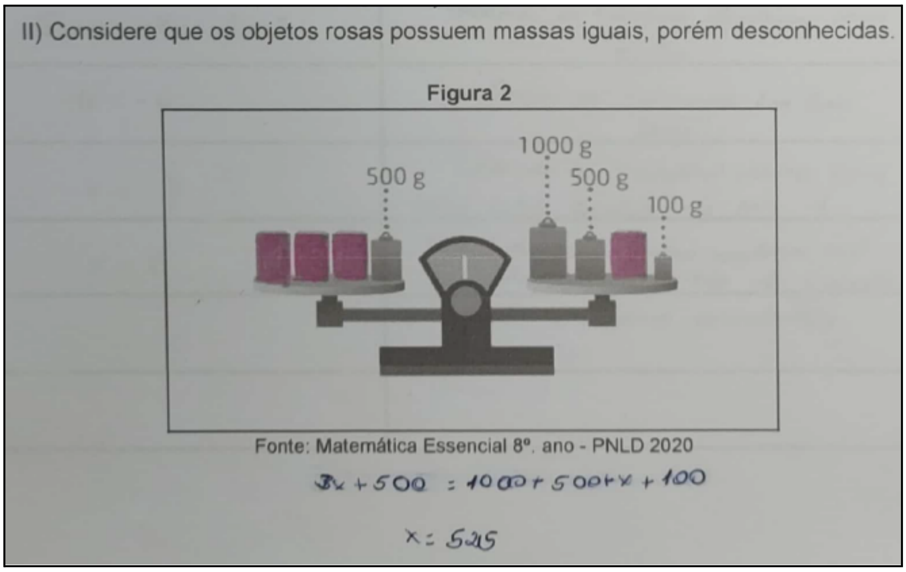
Figura 28 - Aluno 5 - Resposta na Questão 8 - Item I - QI



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno 31 realizou de forma correta o que foi proposto na questão (Figura 29). Em contrapartida, a manipulação do resultado para o valor de x não está correta. Evidencia-se que não foi solicitado o valor do peso desconhecido, mas sim a equação que representa a situação apresentada na balança.

Figura 29 - Aluno 31 - Resposta na Questão 8 - Item II - QI



Fonte: Protocolo de pesquisa.

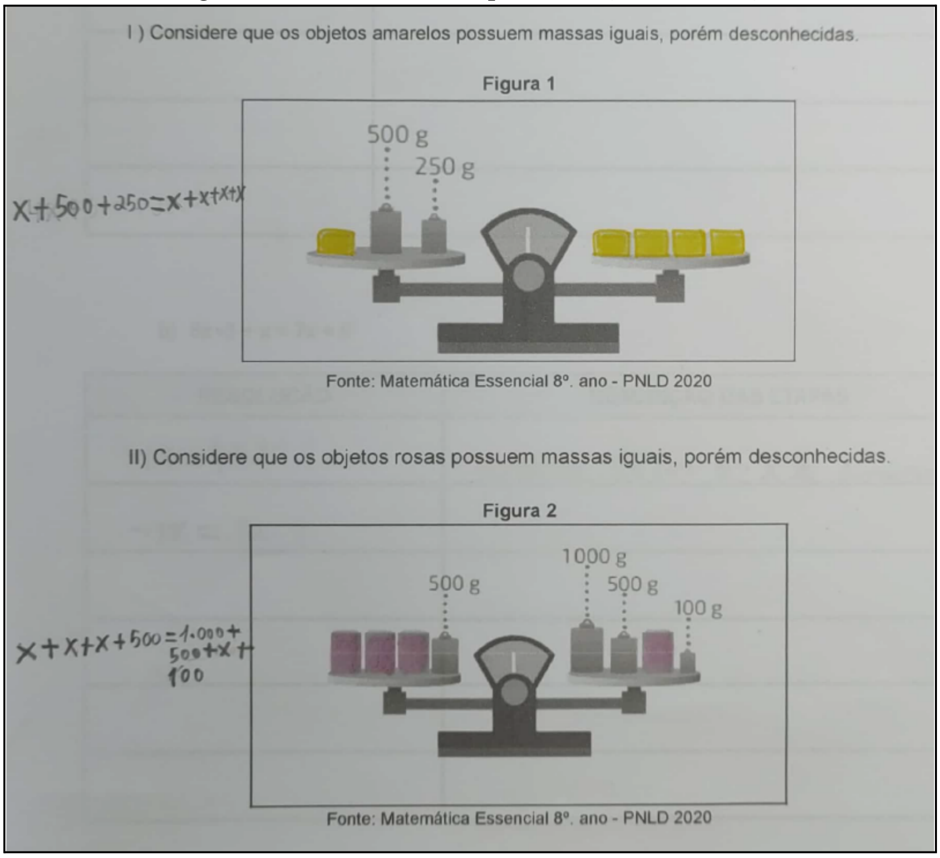
Os erros cometidos pelos alunos 5 e 31 possuem uma característica em comum, ambos realizaram tentativas que refletem um hábito da rotina escolar. De modo geral, as questões realizadas pelos professores estão relacionadas com o conteúdo que está sendo ministrado naquele momento, culminando possivelmente na resposta do aluno 5. Outro aspecto seria a necessidade do aluno 31 em determinar o valor de x. Esse ponto, especificamente, revela como muitas questões no campo algébrico são voltadas a determinar o valor desconhecido, de forma que podemos associar diretamente com à resposta dada pelo mesmo aluno nas questões 4 e 5, já mencionadas anteriormente.

Os resultados, de modo geral, evidenciam que os discentes acabam adquirindo um conceito limitado e insuficiente sobre o significado de igualdade, conforme mencionado por Trivilin e Ribeiro referente ao tratamento dado ao sinal de igualdade:

> No Ensino Fundamental, há uma preocupação quanto ao ensino das operações básicas e ao significado dos símbolos operatórios (+, -, x e :), os quais são abordados e comumente discutidos nas salas de aula. Entretanto, em relação ao sinal de igualdade, aponta-se que é dada uma importância secundária de tal sinal para os alunos, os quais o reconhecem apenas como um sinal que indica o lugar no qual devem colocar o resultado das operações realizadas (2015, p.44).

Em contrapartida, o aluno 37 fez exatamente o proposto na questão, demonstrando conhecimento da igualdade no sentido de equivalência (Figura 30).

Figura 30 - Aluno 39 - Resposta na Questão 8 - QI



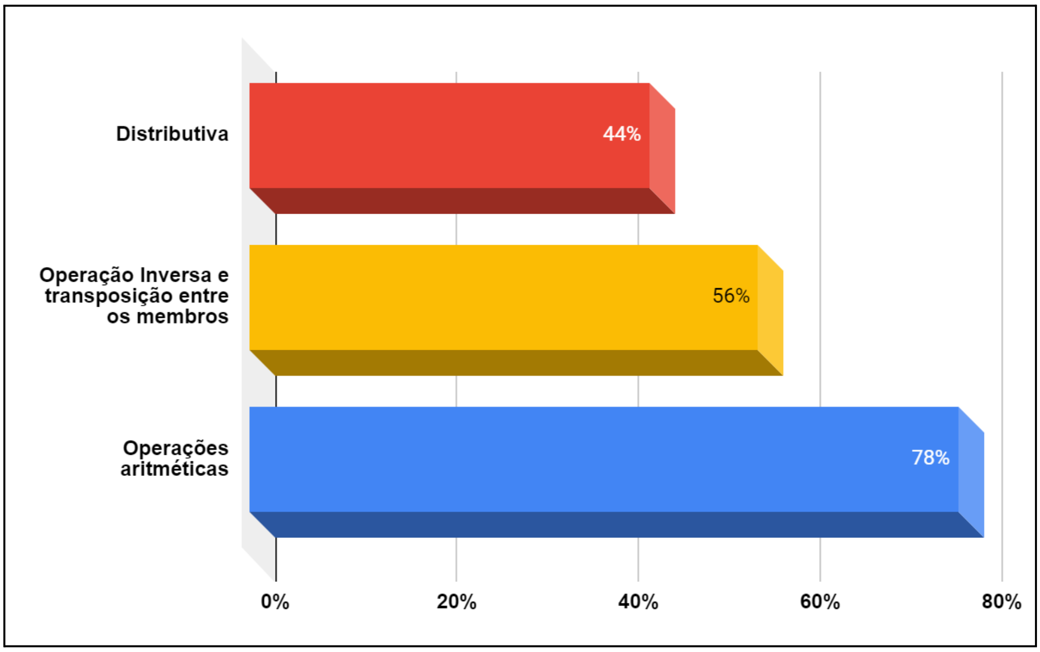
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Das questões elaboradas, a questão 9 é a que foi creditada a maior chance de identificar as possíveis mecanizações. Entretanto, o que mais chamou a atenção foi que apenas 48% dos alunos tentaram fazer a questão. Ainda dentro dessa porcentagem, não obteve-se nenhum acerto no item a e apenas 15% no item b.

Um estudo feito em relação aos livros didáticos, por Nogueira (2008), traz que, por vezes, assuntos substanciais, como a transição da aritmética para o algebrismo, não são vistos com tanto zelo. Sendo assim, quando as equações chegam a um nível mais complexo, o aluno não possui tempo para tratar de modo satisfatório e nem preparar o raciocínio abstrato para receber tais conhecimentos. Levando isto em consideração, foram realizadas as análises nesta questão, as quais seriam de extrema importância para a estruturação da sequência didática.

O Gráfico 8, dividido em três categorias, mostra o percentual de acertos dos alunos que conseguiram cumprir satisfatoriamente o que era necessário naquela etapa da resolução. Importante reforçar que os dados abaixo não representam a totalidade da turma, mas sim o pequeno percentual dos que apresentaram alguma resposta nesta questão.

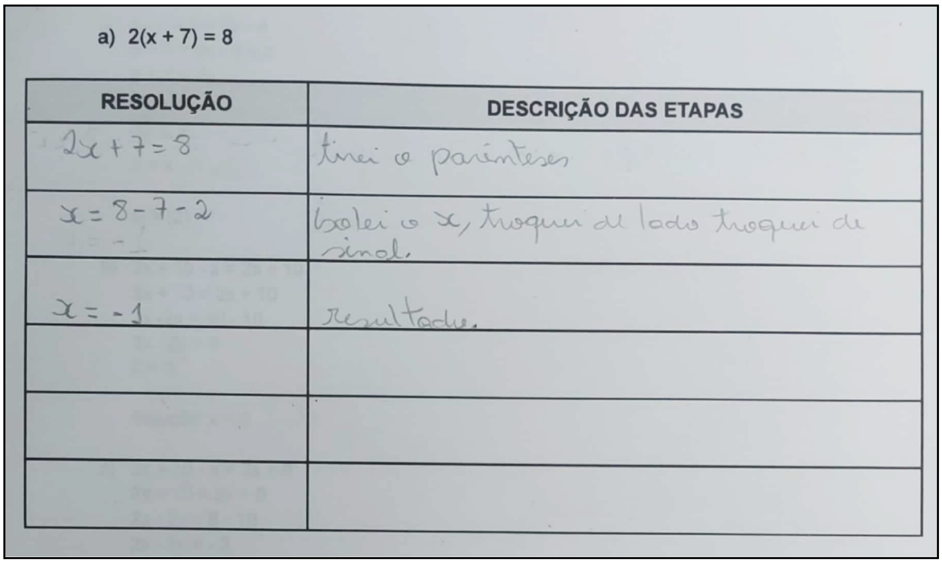
Gráfico 8 - Questão 9 - QI



Fonte: Elaboração própria.

Analisando a resposta do aluno 27, ele realiza a descrição de etapas com uma configuração muito similar com a forma que geralmente ocorre a fala do professor. Entretanto, quando ele escreve “tira o parênteses” é exatamente o que ele faz na resolução, ignorando a operação distributiva (Figura 31).

Figura 31 - Aluno 27 - Resposta na Questão 9 - Item A - QI



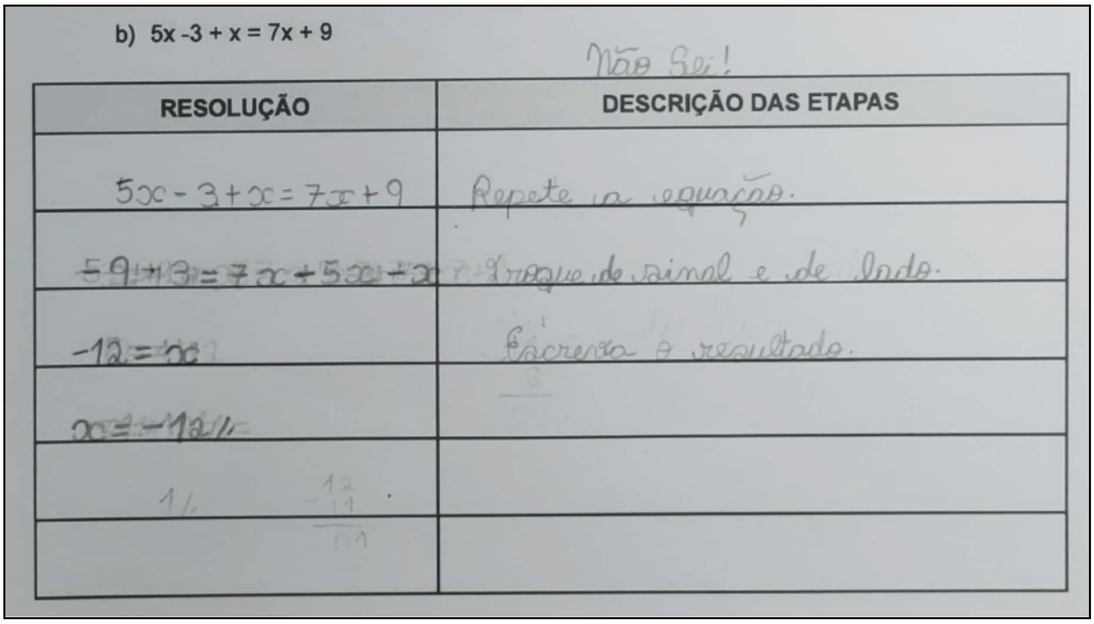
a) 2(x + 7) = 8

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS
2x + 7 = 8	tirei o parinteses
x = 8 - 7 - 2	isolei o x, troquei de lado troquei de sinal.
x = -1	resultado.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno 5 apresenta o resultado correto, tendo também na sua descrição de etapas falas que remetem a um processo mecanizado. Porém, destaca-se outro ponto, o aluno não considera o resultado “-12 = x” como o fim da resolução, ele realiza a inversão dos membros deixando a incógnita do lado esquerdo da igualdade, seguindo uma convenção (Figura 32).

Figura 32 - Aluno 5 - Resposta na Questão 9 - Item B - QI



b) 5x -3 + x = 7x + 9

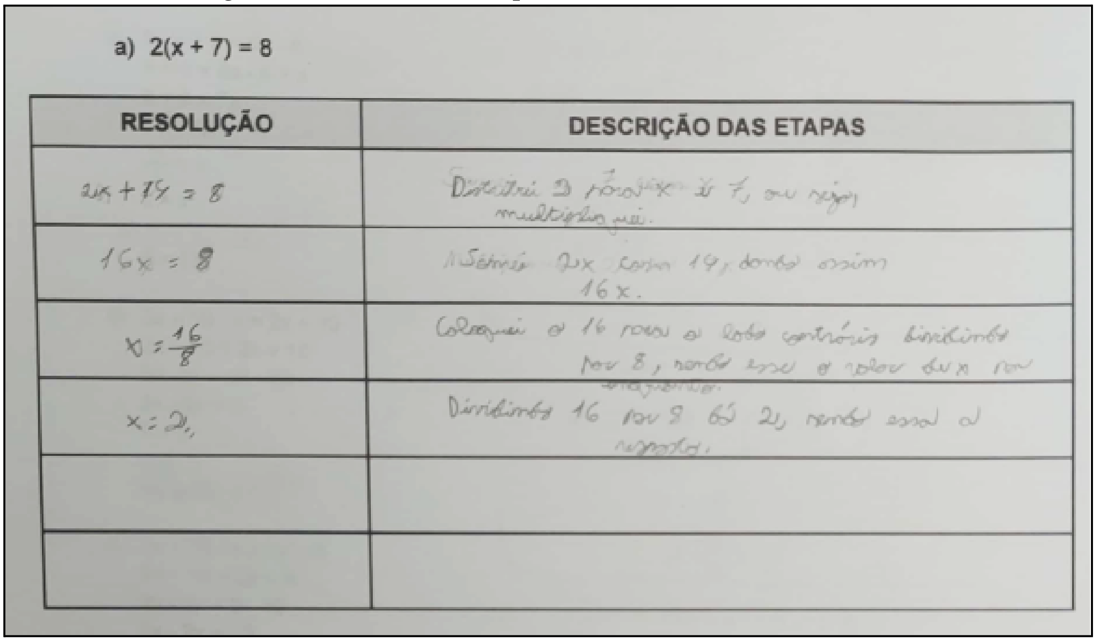
Não Sei!

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS
5x - 3 + x = 7x + 9	Repete a equação.
59 + 3 = 7x + 5x + x	troquei de sinal e de lado.
-12 = x	Escreva o resultado.
x = -12 //	
1//	

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno 31 demonstra ter algum conhecimento nas manipulações algébricas, mesmo que possivelmente de forma mecanizada, entretanto comete erros em ambos os itens. Na item A, ocorre na soma de 2x + 14 resultando 16x e na forma que o 16 “passa para o outro lado”, o numeral deveria ser o denominador do 8 (Figura 33). E no item B, o erro está no “passa o 3 para o outro lado”, mas não é realizada “inversão do sinal” (Figura 34).

Figura 33 - Aluno 31 - Resposta na Questão 9 - Item A - QI

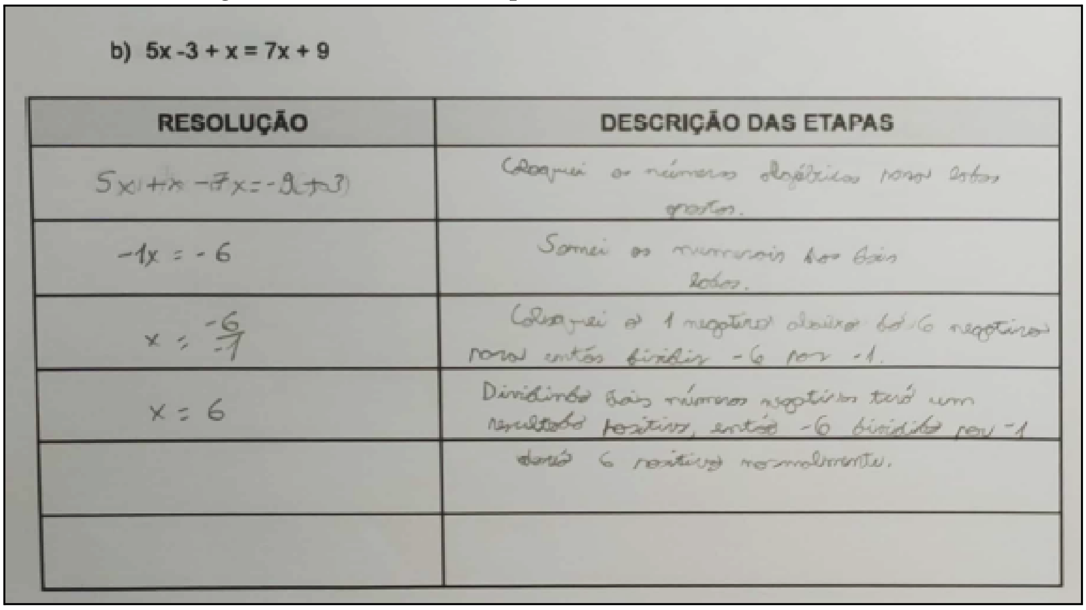


a) 2(x + 7) = 8

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS
2x + 14 = 8	Distribuí 2 para x e 7, ou seja, multipliquei.
16x = 8	Somei 2x com 14, dando assim 16x.
x = $\frac{16}{8}$	Coloquei o 16 para o lado contrário dividindo por 8, sendo esse o valor de x por enquanto.
x = 2	Dividindo 16 por 8 dá 2, sendo essa a resposta.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 34 - Aluno 31 - Resposta na Questão 9 - Item B - QI



b) 5x -3 + x = 7x + 9

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS
5x + x − 7x = −9 + 3	Coloquei os números algébricos para lados opostos.
−1x = − 6	Somei os numerais dos dois lados.
x = $\frac{-6}{-1}$	Coloquei o 1 negativo abaixo do 6 negativo para então dividir −6 por −1.
x = 6	Dividindo dois números negativos terá um resultado positivo, então −6 dividido por −1 dará 6 positivo normalmente.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em todas as respostas é possível identificar, na descrição de etapas, escritas similares: “repete a equação”, “troquei de sinal e de lado”, “isolei o x”, “dividindo números negativos terá resultado positivo”. Essas frases junto aos erros cometidos podem representar um sinal de que os estudantes estão apenas reproduzindo, com viés mecânico, aquilo que lembram ter sido feito durante as aulas, portanto trata-se de memorização limitada.

Somado a isso, pode-se levantar ao menos duas hipóteses com relação aos alunos que não responderam: eles realmente não aprenderam esse conteúdo ou apenas não lembraram. Quanto à primeira, refere-se a muitas variáveis que são investigações não pertencentes ao objeto dessa pesquisa. A segunda, por sua vez, pode representar uma aprendizagem mecanizada ou que não foi significativa para aquele aluno, não criando assim a estabilidade cognitiva.

Segundo Alves (2005), a atenção é a responsável pelo monitoramento, dando continuidade às informações retidas na memória e às informações recebidas pelos sentidos. Nesse contexto, se o aluno retém as informações sem estabelecer relações com as anteriores, culmina em uma aprendizagem mecânica e, consequentemente, em um conhecimento desvinculado, dificultando o processo de aprendizagem (ALVES, 2005). Contrapondo, tem-se a aprendizagem significativa que visa o aumento da estabilidade e da clareza dos novos elementos incorporados à estrutura cognitiva (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980 *apud* ALVES, 2005).

A questão 10, tendo como objetivo observar se os alunos identificam equívocos algébricos e aritméticos na resolução, apresentou resultados interessantes principalmente pela possibilidade de causar, propositalmente, uma estranheza entre o processo de resolução e o conjunto solução apresentado (Figura 35).

Figura 35 - Questão 10 - QI

a) $3 - x + 5 = 6x - 6$	b) $3x + 10 - x = 2x + 10$	c) $3x + 10 - x = 2x + 8$
$3 + 5 = 6x - 6 + x$	$2x + 10 = 2x + 10$	$2x + 10 = 2x + 8$
$8 + 6 = 7x$	$2x - 2x = 10 - 10$	$2x - 2x = 8 - 10$
$14 = 7x$	$2x - 2x = 0$	$2x - 2x = -2$
$\frac{14}{7} = x$	$0 = 0$	$0 = -2$
$2 = x$		Não possui solução
	Solução: $x = 0$	
$S = \{2\}$		

Fonte: Elaboração própria.

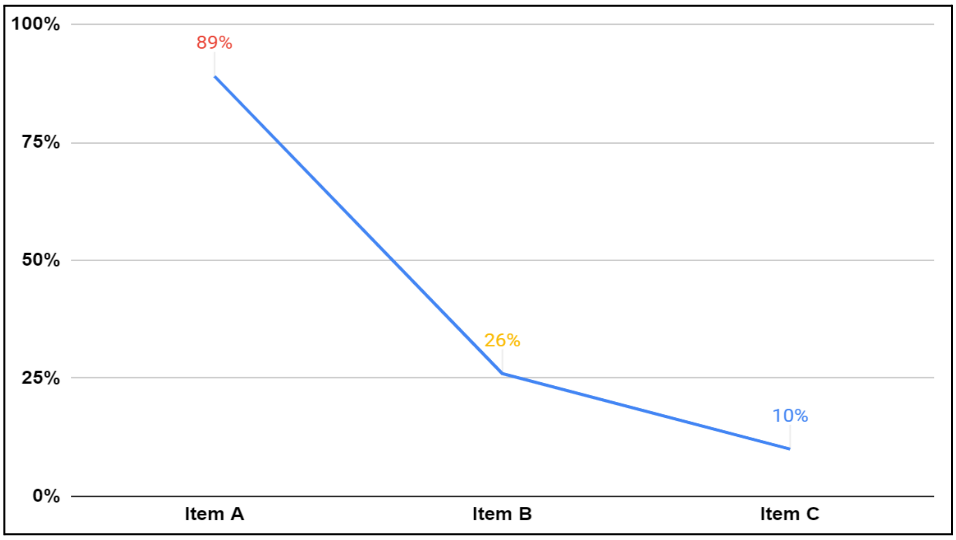
Primeiramente, o item A era uma equação possível e determinada, em que tanto o processo resolutivo quanto o conjunto verdade estavam corretos. Nesse item, o que poderia levar a um desconforto seria o fato de que o valor desconhecido, representado pela letra x, foi manipulado inteiramente no segundo membro.

No item B, a equação escolhida é classificada como possível e indeterminada, o que abrange no conjunto solução todos os números reais ($\mathbb{R}$). O item apresentava a resolução de forma correta , apesar de se chegar a um resultado zero igual a zero. Entretanto, o conjunto solução estava errado.

Por último, o item C é classificado como uma equação impossível dentro do conjunto dos números reais, já que não admite solução, por isso seu conjunto verdade é vazio. No processo de resolução exposto não houve nenhum equívoco, apesar da igualdade final não ser possível.

Portanto, é notório que o nível de dificuldade dos itens foi aumentando gradativamente. Esse fato ficou ainda mais evidente com o Gráfico 9, que expõe a diminuição no percentual de acertos com o passar dos itens.

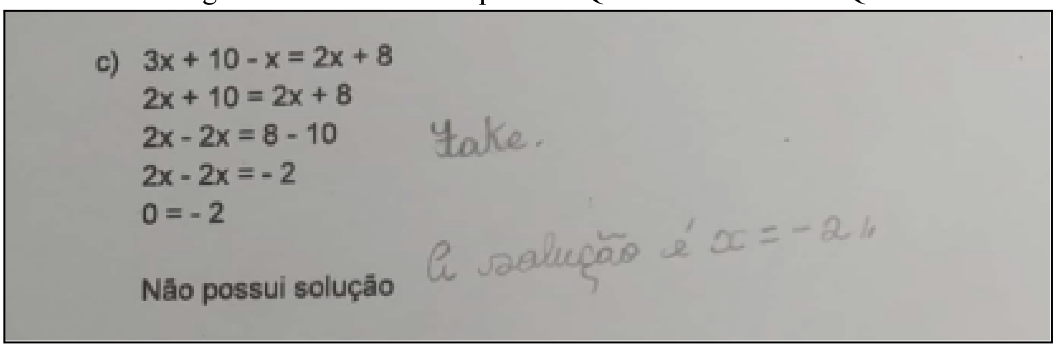
Gráfico 9 - Questão 10 - QI



Fonte: Elaboração própria.

Ao analisar as respostas dos estudantes, o aluno 5 classificou o item C como Falso, possivelmente por se deparar com o resultado “0 = -2” , e por isso apresentou como justificativa o “x = -2”. Esse comportamento expõe mais uma vez a necessidade do aluno de encontrar um valor para a incógnita (Figura 36).

Figura 36 - Aluno 5 - Resposta na Questão 10 - Item C - QI

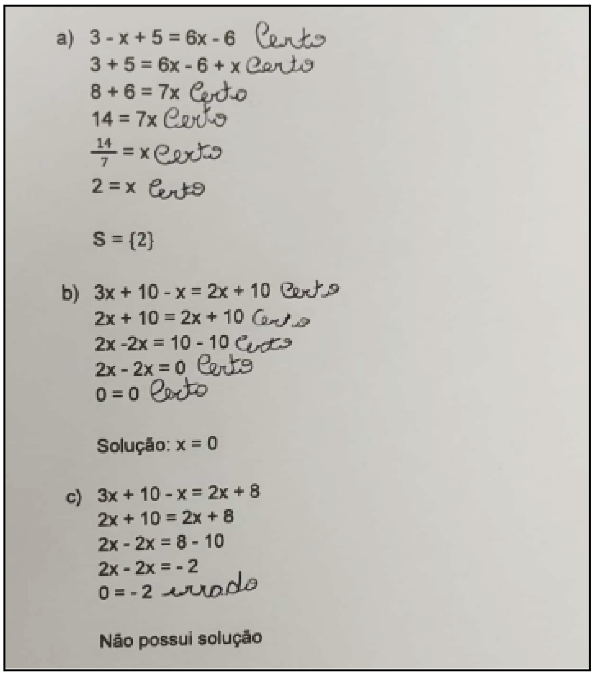


Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno 24 utiliza uma estratégia interessante para se identificar os possíveis erros no processo resolutivo, a partir da checagem linha por linha. Entretanto, aparentemente, esquece de fazer também a verificação do conjunto verdade, o que leva ao erro nos itens B e C. Neste último, o estudante percebe que igualdade encontrada como resultado não é possível, porém não valida o conjunto solução (Figura 37).

O aluno 30 usou como um dos argumentos para invalidar os itens B e C a não separação de membros só com letras e outro com números, fato evidenciado por ele na segunda linha dos respectivos processos de resolução (Figura 38). Mais uma vez, é perceptível que uma prática não convencionada pelo algoritmo promove no estudante a certeza de que há um erro, sem que a totalidade do percurso matemático daquela resolução fosse levado em conta.

Figura 37 - Aluno 24 - Resposta na Questão 10 - QI



a) 3 - x + 5 = 6x - 6 Certo
3 + 5 = 6x - 6 + x Certo
8 + 6 = 7x Certo
14 = 7x Certo
$\frac{14}{7}$ = x Certo
2 = x Certo

S = {2}

b) 3x + 10 - x = 2x + 10 Certo
2x + 10 = 2x + 10 Certo
2x -2x = 10 - 10 Certo
2x - 2x = 0 Certo
0 = 0 Certo

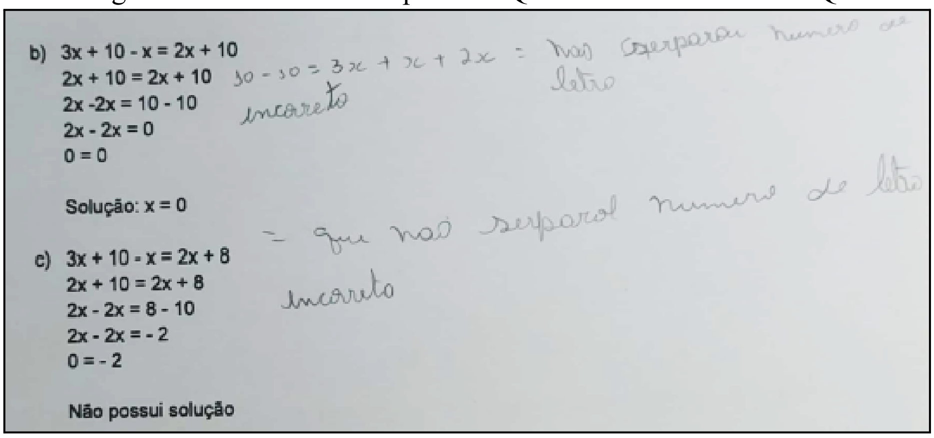
Solução: x = 0

c) 3x + 10 - x = 2x + 8
2x + 10 = 2x + 8
2x - 2x = 8 - 10
2x - 2x = - 2
0 = - 2 errado

Não possui solução

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 38 - Aluno 30 - Resposta na Questão 10 - Item B e C - QI



b) 3x + 10 - x = 2x + 10
2x + 10 = 2x + 10 30 - 10 = 3x + x + 2x = não separou numero de letra
2x -2x = 10 - 10 incorreto
2x - 2x = 0
0 = 0

Solução: x = 0

c) 3x + 10 - x = 2x + 8 = que não separou numero de letra
2x + 10 = 2x + 8 incorreto
2x - 2x = 8 - 10
2x - 2x = - 2
0 = - 2

Não possui solução

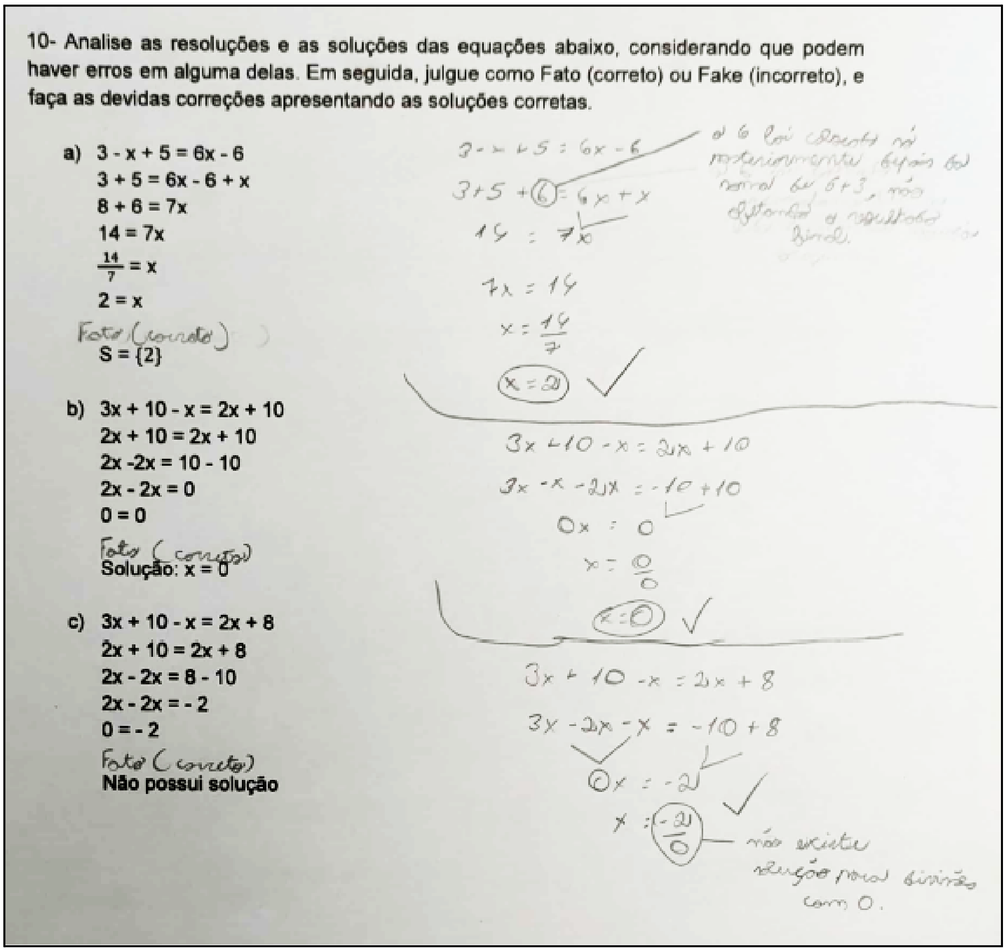
Fonte: Protocolo de pesquisa.

A análise, a estratégia e os argumentos trazidos pelo aluno 31 fazem dele o único que, de forma completa, entregou tudo que foi solicitado pela questão (Figura 39). Em todos os itens, são feitas resoluções separadas das já apresentadas, como forma posterior de comparação e validação. No item A, o aluno percebe que apesar de algumas diferenças entre a resolução já apresentada e a feita por ele, não houve impacto na conclusão e validação desse item como verdadeiro.

No item B, a percepção de que "$2x - 2x$" resulta em "$0x$" foi adequada para se atingir algo que vai além do que foi exposto na resolução trazida pela questão, que é o "$x = \frac{0}{0}$". Entretanto, este resultado é uma indeterminação matemática, o que não resultaria em "$x = 0$", que por consequência, faz com que o item seja falso. Fato não percebido pelo discente.

Por fim, usando a mesma estratégia do "0x" do item anterior, o estudante conclui de forma certeira que a fração "$\frac{-2}{0}$" é indeterminada, levando à conclusão que tanto o processo resolutivo quanto o conjunto solução do item C estão corretos.

Figura 39 - Aluno 31 - Resposta na Questão 10 - QI



10- Analise as resoluções e as soluções das equações abaixo, considerando que podem haver erros em alguma delas. Em seguida, julgue como Fato (correto) ou Fake (incorreto), e faça as devidas correções apresentando as soluções corretas.

a) 3 - x + 5 = 6x - 6
3 + 5 = 6x - 6 + x
8 + 6 = 7x
14 = 7x
$\frac{14}{7}$ = x
2 = x
Fato (correto)
S = {2}

b) 3x + 10 - x = 2x + 10
2x + 10 = 2x + 10
2x -2x = 10 - 10
2x - 2x = 0
0 = 0
Fato (correto)
Solução: x = 0

c) 3x + 10 - x = 2x + 8
2x + 10 = 2x + 8
2x - 2x = 8 - 10
2x - 2x = - 2
0 = - 2
Fato (correto)
Não possui solução

$3 - x + 5 = 6x - 6$
$3 + 5 + 6 = 6x + x$
$14 = 7x$
$7x = 14$
$x = \frac{14}{7}$
$x = 2$

$3x + 10 - x = 2x + 10$
$3x - x - 2x = -10 + 10$
$0x = 0$
$x = \frac{0}{0}$
$x = 0$

$3x + 10 - x = 2x + 8$
$3x - 2x - x = -10 + 8$
$0x = -2$
$x = \frac{-2}{0}$ não existe solução para divisões com 0.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

4.2 Análise Sequência Didática

A proposta didática da sequência elaborada foi estruturada a fim de atingir os objetivos da presente pesquisa, mas também houve um processo dentro da fase de desenvolvimento que visou atender às lacunas notadas após a análise do Questionário Investigativo.

A parcela de alunos que respondeu às questões apresentadas na segunda seção do QI indicavam a presença de um conhecimento prévio, que é o facilitador para a inserção de uma nova informação, também chamado subsunçor (MOREIRA, 2010). Fato que se alinha com as expectativas dos pesquisadores para a elaboração de uma ação interventista que ressignificasse o algoritmo resolutivo das equações 1º. grau com uma incógnita.

Todavia, a parcela restante, a qual não apresentou nenhuma resposta a essas questões, abre uma brecha na análise de dados, que permite suposições variadas como, por exemplo, a ausência do subsunçor ou o saber mal construído (SPERAFICO; GOLBERT, 2012). Este cenário também precisou ser levado em consideração.

A partir do exposto, a proposta potencializou o uso do material manipulável com mais práticas e dinâmicas, com o intuito de favorecer a construção e compreensão do conteúdo, já que é visto como meio facilitador para o desenvolvimento de habilidades e saberes matemáticos (LORENZATO, 2006).

Iniciar pelo concreto, transitar pelo estágio semiconcreto e finalizar no abstrato (VALE, 2002); esses foram os níveis que embasaram as práticas e suas formalizações pelos alunos na apostila de exercícios, possibilitando a avaliação do que está sendo aprendido. Este percurso permite com que o estudante formule ou reformule ideias, expresse e constate percepções, promova ações e faça conclusões (LORENZATO, 2021).

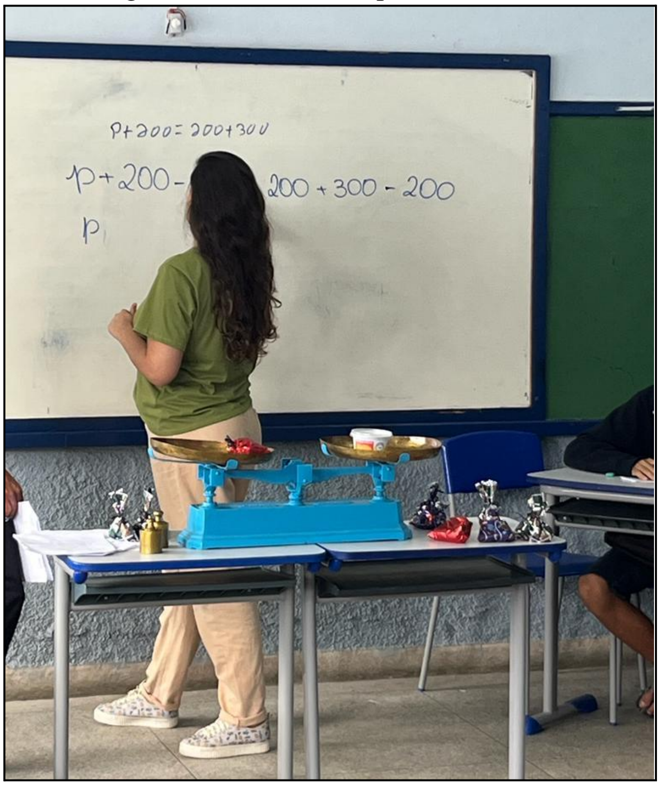
É importante mencionar como relato de experiência que, para driblar os problemas notados em relação ao tempo no primeiro contato com a turma, foi acordada uma inversão de horários com a professora subsequente à aula da disciplina de matemática, assim evitando que a aplicação tivesse menos tempo do que o programado. Entretanto, mesmo com essa estratégia, o tempo mostrou-se insuficiente pela defasagem dos alunos, o que gerou a necessidade de mais carga horária em algumas manipulações, adaptações na etapa final da aula e a sensação de incapacidade de fornecer atendimento individualizado a todo momento.

Apesar disso, os discentes mostraram-se muito participativos e engajados durante todas as etapas da sequência. A organização do ambiente também foi um dos fatores favoráveis. A sala de aula foi organizada com cadeiras em formato circular e com a balança no centro, o que facilitou as dinâmicas propostas e também as interações com e entre os alunos. Abaixo, algumas fotos do dia da aplicação da SD (Figuras 40 e 41).

Figura 40 - Foto 1 da Aplicação da SD

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 41 - Foto 2 da Aplicação da SD



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Conforme o processo mencionado e descrito no capítulo anterior, a proposta está estruturada em seis etapas e, a seguir, serão apresentadas as análises de dados de cada uma delas.

4.2.1 Primeira Etapa

No questionário investigativo foi identificado que uma parte considerável dos alunos não conseguiu efetuar a diferenciação entre expressões algébricas e equações. Como forma de construir esse pré-requisito, os principais conceitos foram abordados dentro da nuvem de palavras. Essa maneira de trazer o conteúdo visou que todos os alunos participassem da dinâmica, gerando assim a aproximação com o aluno.

As principais dúvidas dos discentes foram em torno dos termos: variável e incógnita. Entretanto, uma fala referente à igualdade chamou a atenção: “é só ver se tem o sinal de igual”, e esse foi um momento oportuno para fazer uma breve introdução sobre o sinal de igualdade como equivalência entre expressões algébricas, tópico que será tratado posteriormente.

Ao final dessa etapa, foi solicitado que os alunos respondessem à questão 1, atingindo um total de 100% de acertos nos quatro itens propostos. Esse resultado foi creditado pela possibilidade de sanar as dúvidas dos alunos de forma objetiva.

4.2.2 Segunda Etapa

Neste momento, o diálogo proposto com os alunos foi direcionado para discutir exemplificações de aplicabilidade matemática no cotidiano, levantadas pelos próprios alunos no QI. Entretanto, o ponto focal desta conversa foi levar aos alunos exemplos reais em que se enxergava a presença das equações, já que nenhuma experiência foi compartilhada na fase de investigação da pesquisa.

O texto elaborado na AC e utilizado como base nessa etapa citou dois exemplos que chamaram bastante atenção dos alunos: os aplicativos de transporte e os aplicativos de entrega de comida (cálculo do valor da entrega). A surpresa dos discentes foi pelo fato de não entenderem como o conteúdo está relacionado a equações de primeiro grau.

Ainda sem utilizar de uma explicação mais formal, foi conduzida a conversa a fim de explicar que os valores calculados por estas plataformas de serviços levam em consideração o fator distância, que seria considerado como o valor desconhecido da equação ou o valor de x. Os alunos compreenderam que quanto maior/menor a distância, maior/menor seria o valor a ser pago nestes aplicativos.

Em seguida, foi feita uma breve contextualização histórica do surgimento da equação e da balança de pratos. Durante essa exposição, apenas dois estudantes mencionaram já terem visto uma balança deste modelo presencialmente, apesar de não terem tido a oportunidade de manipular os pesos.

Desde o início, o objeto exposto no centro da sala despertou bastante curiosidade da turma. Isso evidencia o potencial catalisador destes recursos manipuláveis para o processo de aprendizagem, pois quando utilizados de forma correta e planejada, atraem a atenção do público e promovem estímulos importantes (JESUS; FINI, 2005).

4.2.3 Terceira Etapa

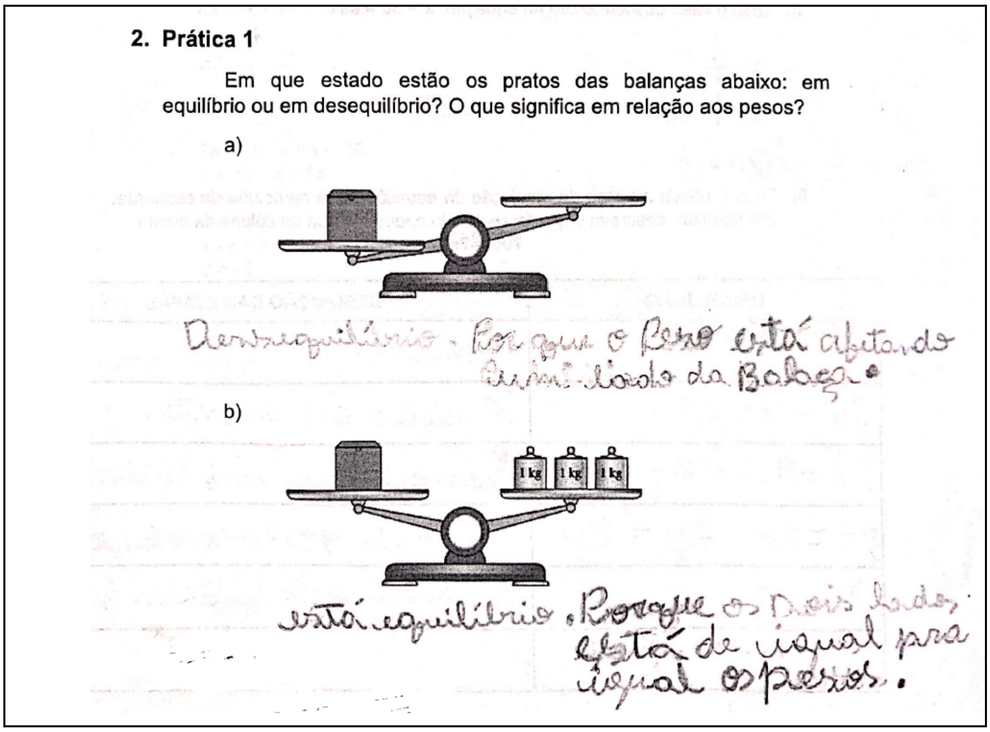
Os diferentes tipos de visualização de que o aluno necessita estão relacionados com à capacitância de criar, manipular e ler imagens mentais; visualizar informações espaciais e quantitativas e interpretar visualmente as informações que lhes são expostas; revisar e analisar situações anteriores com materiais manipuláveis (PASSOS, 2021).

Desse modo, a participação dos alunos é parte crucial, objetivo que foi atingido. Afinal, todos participaram das argumentações durante a dinâmica. Devido a balança ser algo muito visual, de rápida percepção e palpável, presume-se que tal ponto minimizou o espaço da vergonha causado muitas vezes pela possibilidade de fornecer uma resposta errada.

O resultado da questão 2 é considerado excelente pelos pesquisadores, em que todos participantes acertaram o item A, e apenas quatro alunos apresentaram respostas insatisfatórias no item B. Ressalta-se que foi adotado como fator insatisfatório as respostas que obtiveram ausência na escrita da percepção de pesos iguais em ambos os pratos.

A Figura 42 apresenta as respostas consideradas satisfatórias dadas pelo aluno 20 e a Figura 43 ressalta a resposta insatisfatória apresentada pelo aluno 12 no item B. Destaca-se que as respostas em que não obtivemos de forma clara, no item B, que os pesos eram iguais ou de massas equivalentes, foram consideradas insatisfatórias pelos pesquisadores, por considerar um ponto relevante para a construção do conhecimento.

Figura 42 - Aluno 20 - Resposta na Questão 2 - SD


2. Prática 1

Em que estado estão os pratos das balanças abaixo: em equilíbrio ou em desequilíbrio? O que significa em relação aos pesos?

a)

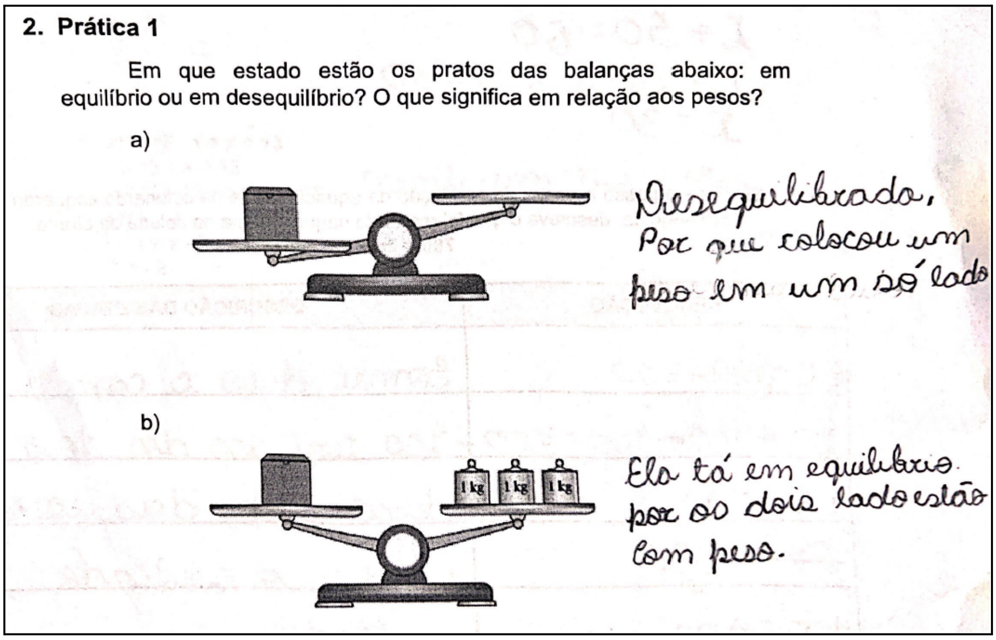
Desequilíbrio. Por que o Peso está afetando um lado da Balança.

b)

está equilíbrio. Porque os Dois lados está de igual pra igual os pesos.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 43 - Aluno 12 - Resposta na Questão 2 - SD


2. Prática 1

Em que estado estão os pratos das balanças abaixo: em equilíbrio ou em desequilíbrio? O que significa em relação aos pesos?

a)

Desequilibrado, Por que colocou um peso em um só lado

b)

Ela tá em equilíbrio por os dois lado estão com peso.

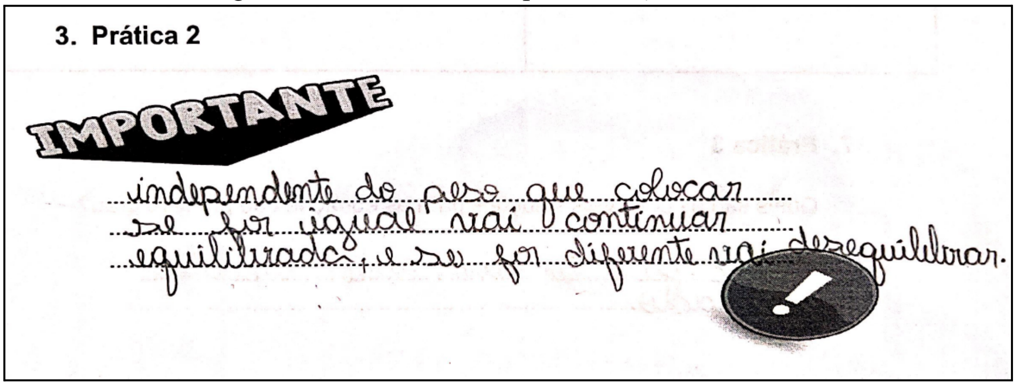
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ainda dentro dessa etapa, solicita-se que grupos de alunos comecem a manipular a balança, acrescentado e retirando pesos de massas iguais, de modo que eles observem o comportamento da balança. É importante mencionar que todos os alunos participaram da dinâmica, para que se desenvolvesse o raciocínio em relação à prática. Ao retirar e colocar pesos iguais em ambos os lados da balança, o que mantém o seu equilíbrio, obtém-se uma compreensão importante para se entender conceitos por trás do processo mecanizado de “passar pro outro lado”.

Dessa forma, é possível que o aluno estabeleça relações para uma educação significativa (TINOCO, 2013), incluindo todas as etapas para encontrar o resultado a fim de atingir o progresso e aumentar as condições para apropriação do conhecimento (SPERAFICO; GOLBERT, 2012).

Nessa circunstância, o resultado da questão 3 alcança o objetivo proposto, resultando em apenas duas respostas consideradas insuficientes. Ressalta-se que as conclusões insatisfatórias foram as que não obtiveram ambas percepções referentes ao acréscimo e decréscimo de pesos, já as satisfatórias são análogas à resposta do aluno 29 (Figura 44).

Figura 44 - Aluno 29 - Resposta na Questão 3 - SD



Fonte: Protocolo de pesquisa.

4.2.4 Quarta Etapa

Baseado no progresso satisfatório alcançado na etapa anterior, em que o sentido de equivalência foi estabelecido, este momento deu continuidade ao percurso de desenvolvimento do aluno quanto à formalização dos membros da equação, utilizando o esquemático na AC, o quadro e as manipulações na balança com a participação ativa dos estudantes.

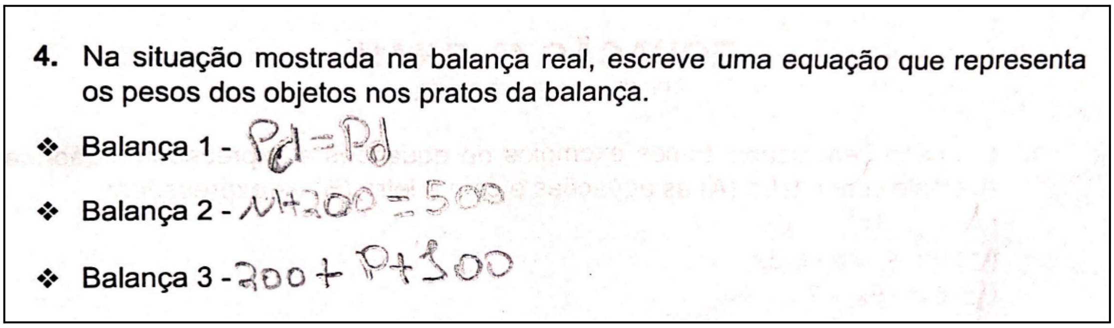
Na balança eram dispostos os pesos em ambos os pratos mantendo o equilíbrio e nomeando cada um deles como 1º. ou 2º. membro da equação. Em seguida, os alunos transcreviam no quadro a situação proposta na balança em uma equação. Os discentes foram incentivados a não utilizar a letra x para o peso desconhecido da equação, apenas para desmistificar o seu uso, que ficou muito evidente no QI.

Para a resolução da questão 4, a dinâmica foi exatamente a mesma, a diferença foi que os alunos não faziam mais a passagem para linguagem algébrica no quadro, mas individualmente na AE. O resultado obtido foi muito satisfatório, pois apresentou uma média de 89% de acertos nas balanças apresentadas.

Importante destacar que o sucesso do percurso dessa etapa, que atinge a formalização no abstrato pelo aluno, refere-se diretamente aos já mencionados estágios e potencialidades no uso do material manipulável (VALE, 2002).

Como destaque nas respostas trazemos o aluno 23, que transcreve o valor desconhecido em cada uma das balanças usando letras diferentes. O caso mais curioso foi na Balança 1, em que coloca como “Pd”, fazendo referência a peso desconhecido. Na equação da balança 3, parece que apenas por descuido, ele não utiliza o sinal de igualdade entre os membros (Figura 45).

Figura 45 - Aluno 23 - Resposta na Questão 4 - SD



4. Na situação mostrada na balança real, escreve uma equação que representa os pesos dos objetos nos pratos da balança.

❖ Balança 1 - Pd = Pd

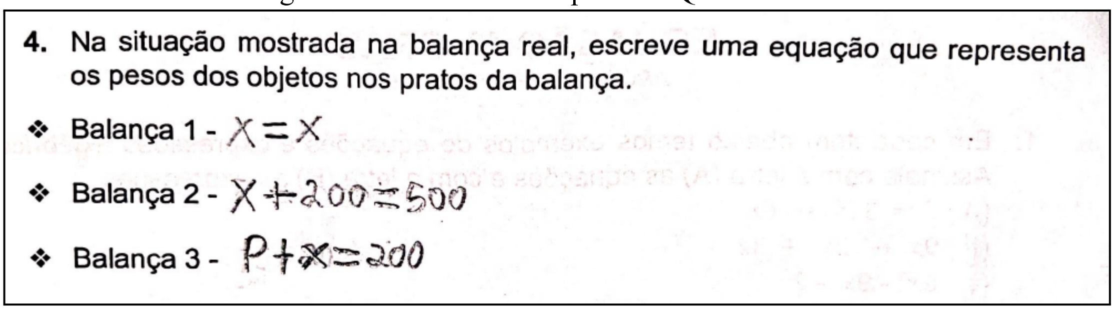
❖ Balança 2 - M+200 = 500

❖ Balança 3 - 200 + P+100

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em relação ao aluno 37, o destaque fica para resolução trazida também na balança 3, em que ele utiliza equivocadamente duas incógnitas na equação (Figura 46). Umas das razões analisadas pode ser pelo fato do estudante não ter entendido que um dos pesos dispostos na balança tinha 100g, então considerou que ele pesava P, o que de certa forma validaria a sua resposta e o seu raciocínio.

Figura 46 - Aluno 37 - Resposta na Questão 4 - SD



4. Na situação mostrada na balança real, escreve uma equação que representa os pesos dos objetos nos pratos da balança.

❖ Balança 1 - X = X

❖ Balança 2 - X + 200 = 500

❖ Balança 3 - P + X = 200

Fonte: Protocolo de pesquisa.

4.2.5 Quinta Etapa

A presente fase já foi elaborada com a previsão de ser a mais longa e de maior relevância para possibilitar a ressignificação do algoritmo. Na prática, com o desenvolvimento da aula, identificou-se a necessidade de investir mais tempo do que previsto inicialmente.

A predisposição dos alunos nesta parte da pesquisa foi ainda mais favorável do que as demais. Eles se mostraram ainda mais engajados, participativos e atentos a todos os detalhes das manipulações, de forma consciente e voluntária (NOVAK; GOWIN, 1999). Logo, esse momento foi explorado o máximo possível, ampliando as dinâmicas previstas, os exemplos e a participação dos alunos.

No primeiro momento, com a intenção de iniciar a discussão do que seria resolver uma equação, foi usada a mesma estratégia da etapa anterior (exemplo na balança e pedir a transição para a linguagem algébrica). Um aluno voluntário, em seguida, foi desafiado a resolver a equação e o fez pelo algoritmo.

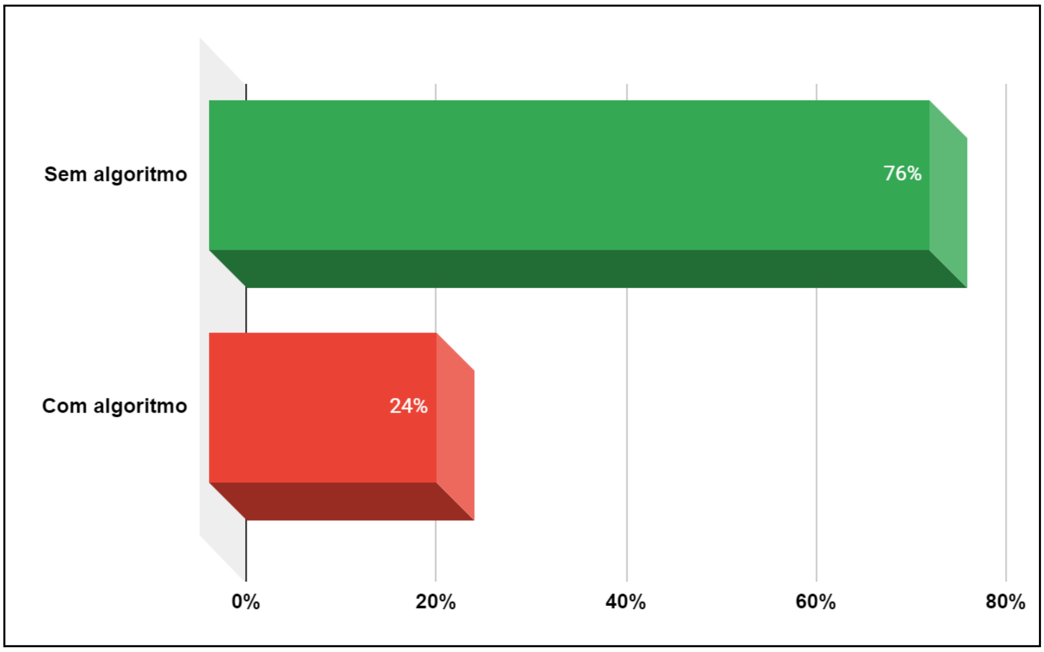
Assim como no Questionário Investigativo, respostas como “para descobrir o valor de x” foram as mais usadas durante esta conversa. Levando isso em consideração, o momento foi utilizado para formalizar para os alunos que este valor desconhecido, encontrado por meio do processo resolutivo, representa aquele que é capaz de manter a relação de equivalência na equação dada.

Como forma de constatação da informação trazida, foi solicitado que outro voluntário fizesse a substituição do peso desconhecido no exemplo inicial dado na balança, pelo peso encontrado na resolução do quadro. A balança permaneceu em equilíbrio. Com isso, foi reforçado com eles, de quando surgir dúvida a respeito do valor encontrado para a incógnita, a estratégia é substituí-lo na equação principal e verificar a equivalência.

As práticas seguintes para resolução das equações associavam as etapas do algoritmo com a balança. Os exemplos mostravam que para se achar o peso desconhecido, era necessário fazer as mesmas manipulações em ambos os membros, o que validava o equilíbrio e sentido de equivalência.

Após a realização dos exemplos, foi solicitado que os alunos solucionassem a quinta questão. Ressalta-se que todos os discentes apresentaram alguma resposta, os quais apenas dois erraram e os demais realizaram o processo resolutivo de acordo com o exposto no Gráfico 10.

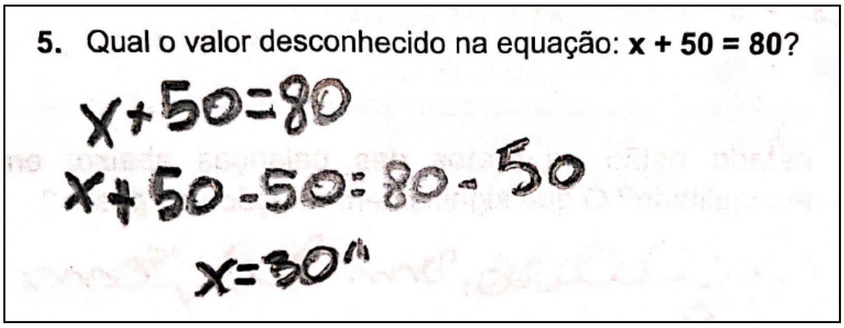
Gráfico 10 - Questão 5 - SD



Fonte: Elaboração própria.

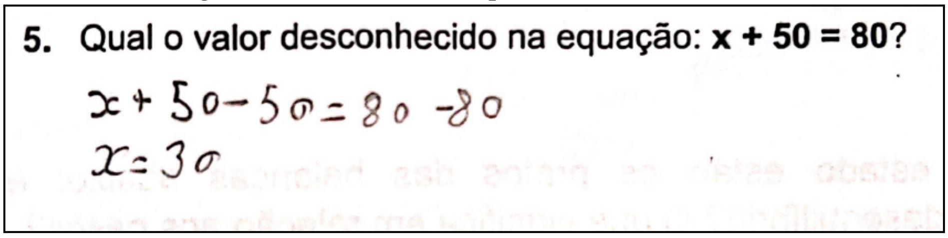
O aluno 11 solucionou a questão não utilizando o algoritmo, de modo que o aulista subtraiu cinquenta em ambos os membros, conforme o esperado (Figura 47). Diferentemente do aluno 17, que expôs um entendimento equivocado do que seria subtrair nos dois membros (Figura 48).

Figura 47 - Aluno 11 - Resposta na Questão 5 - SD



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 48 - Aluno 17 - Resposta na Questão 5 - SD



5. Qual o valor desconhecido na equação: x + 50 = 80?

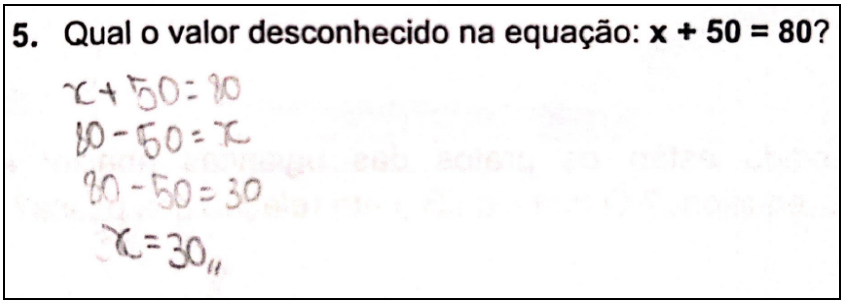
$x + 50 - 50 = 80 - 80$

$x = 30$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Já o aluno 34 utiliza o algoritmo para efetuar a resolução (Figura 49). É interessante observar a transição que o aluno faz entre sentido da igualdade como equivalência para igualdade como resultado, exposto na segunda e terceira linhas, respectivamente. A dúvida remanescente é se este método atingiria o resultado correto em questões mais complexas.

Figura 49 - Aluno 34 - Resposta na Questão 5 - SD



5. Qual o valor desconhecido na equação: x + 50 = 80?

$x + 50 = 80$

$80 - 50 = x$

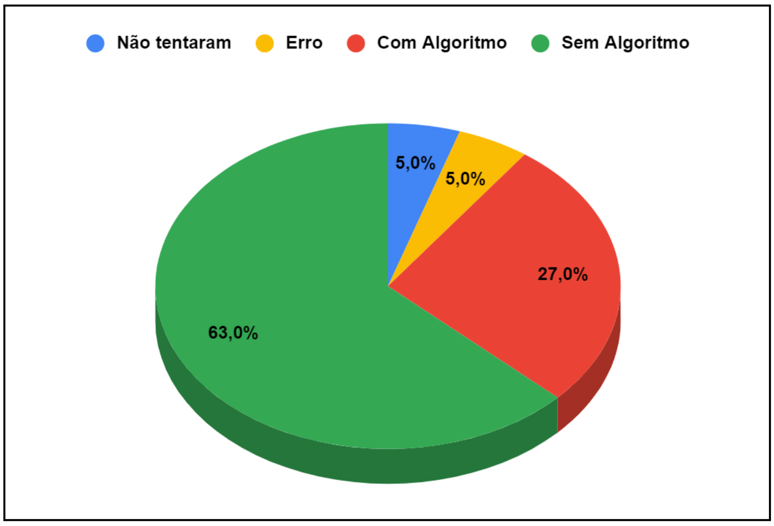
$80 - 50 = 30$

$x = 30$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em sequência, montamos uma nova equação na balança, solicitando que os alunos a resolvessem. Alguns deles tentaram manipular os pesos para chegar ao resultado, mas sem sucesso. A partir desse ponto, explicamos a limitação da balança para o conteúdo de equação de primeiro grau e como resolver a questão no quadro. Em seguida, os alunos são submetidos à questão 6, apresentando o resultado elaborado no Gráfico 11.

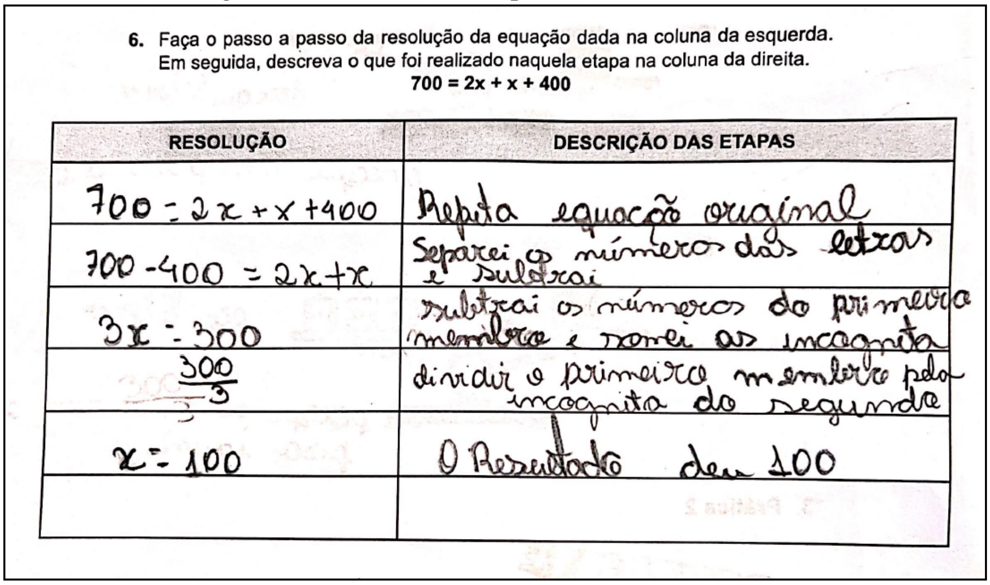
Gráfico 11 - Questão 6 - SD



Fonte: Elaboração própria.

Como amostra de resposta pelo algoritmo, foi selecionado o aluno 33 (Figura 50). Apesar de um desvio na quarta linha da descrição de etapas, o resultado foi considerado satisfatório. Já os alunos 12, 20 e 22 são uma amostra dos resultados satisfatórios obtidos, tanto na resolução quanto na descrição de etapas, por meio da não utilização do algoritmo (Figura 51).

Figura 50 - Aluno 33 - Resposta na Questão 6 - SD

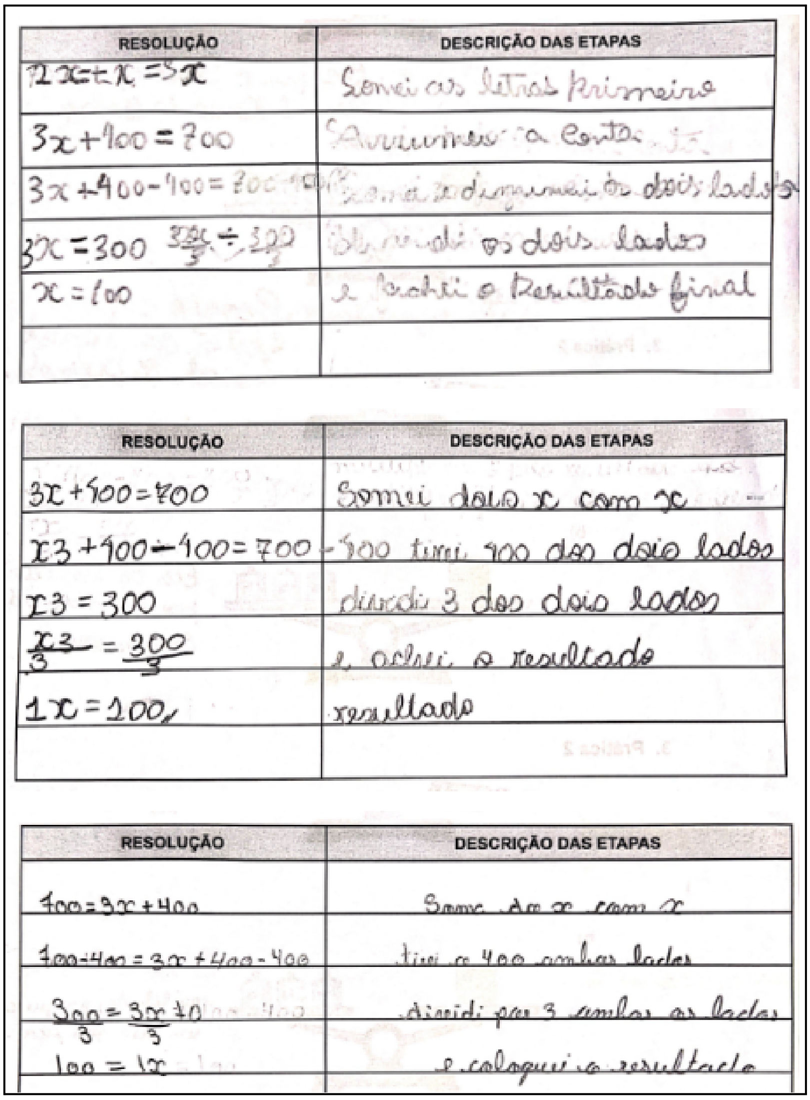


6. Faça o passo a passo da resolução da equação dada na coluna da esquerda. Em seguida, descreva o que foi realizado naquela etapa na coluna da direita.
700 = 2x + x + 400

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS
700 = 2x + x + 400	Repita equação original
700 - 400 = 2x + x	Separei os números das letras e subtrai
3x = 300	subtrai os números do primeiro membro e somei as incognita
300/3	dividir o primeiro membro pela incognita do segundo
x = 100	O Resultado deu 100

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 51 - Alunos 12, 20 e 22 - Resposta na Questão 6 - SD



RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS
2x+x=3x	Somei as letras primeiro
3x+400=700	Arrumei a conta
3x+400-400=700-400	somei e diminuí os dois lados
3x=300 3x/3 ÷ 300/3	dividi os dois lados
x=100	e achei o resultado final

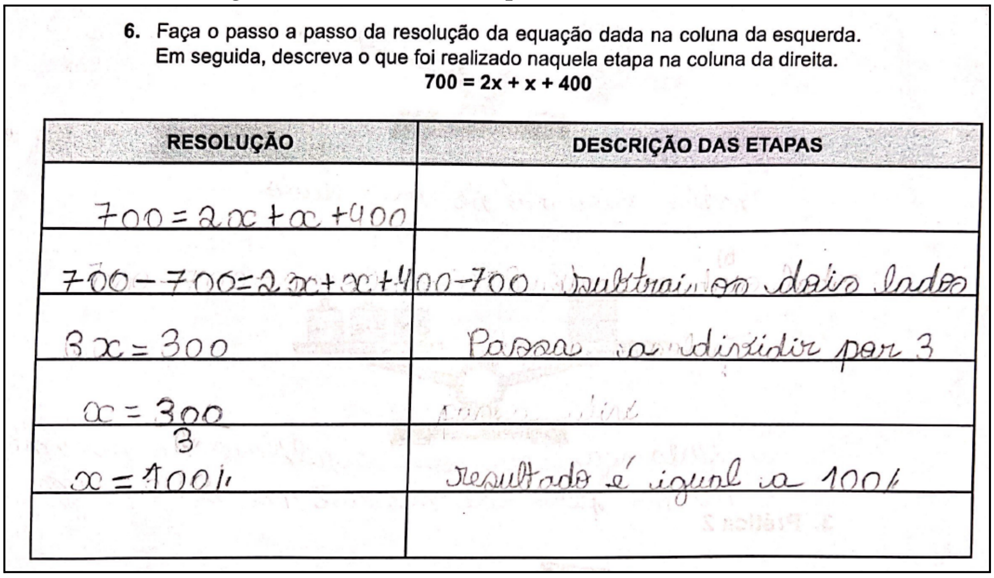
RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS
3x+400=700	Somei dois x com x
x3+400-400=700-400	tirei 400 dos dois lados
x3=300	dividi 3 dos dois lados
x3/3 = 300/3	e achei o resultado
1x=100	resultado

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS
700=3x+400	Somei dos x com x
700-400=3x+400-400	tirei o 400 ambos lados
300/3=3x/3+0	dividi por 3 ambos os lados
100=1x	e coloquei o resultado

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Um caso curioso de resolução é o do Aluno 5 (Figura 52). Inicialmente, ele utilizou como estratégia a resolução sem o algoritmo, conforme pode-se observar na segunda linha. Porém, na análise dos pesquisadores, dentro das possíveis vertentes de raciocínio, entende-se que ao deparar-se com a intrínseca etapa “0=3x-300”, preferiu voltar para o algoritmo, a partir da terceira linha.

Figura 52 - Aluno 5 - Resposta na Questão 6 - SD



6. Faça o passo a passo da resolução da equação dada na coluna da esquerda.
Em seguida, descreva o que foi realizado naquela etapa na coluna da direita.
700 = 2x + x + 400

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS
$700 = 2x + x + 400$	
$700 - 700 = 2x + x + 400 - 700$	subtraiu os dois lados
$3x = 300$	Passa a dividir por 3
$x = \frac{300}{3}$	
$x = 100$	resultado é igual a 100

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Como importante fato observado durante a aplicação dessa etapa, destacamos que dois alunos responderam às questões antes das manipulações e dinâmicas. O episódio foi confessado por eles e ao checar as resoluções, ambos fizeram pelo algoritmo. Com isso, os resultados obtidos nas questões 5 e 6, realizados sem o uso do algoritmo, poderiam ser ainda maiores.

Essas conclusões são evidências de que com o uso do material manipulável, as intervenções realizadas, uso adequado do subsunçores e a predisposição do aluno, é possível transitar da aprendizagem mecanicista para a aprendizagem significativa de forma mais linear (MOREIRA, 2010). O que pode ser observado com o elevado índice de respostas nessa etapa em comparação com o QI, fato corroborado pela descrição de etapas realizada pelos alunos, atingindo por completo o objetivo da questão.

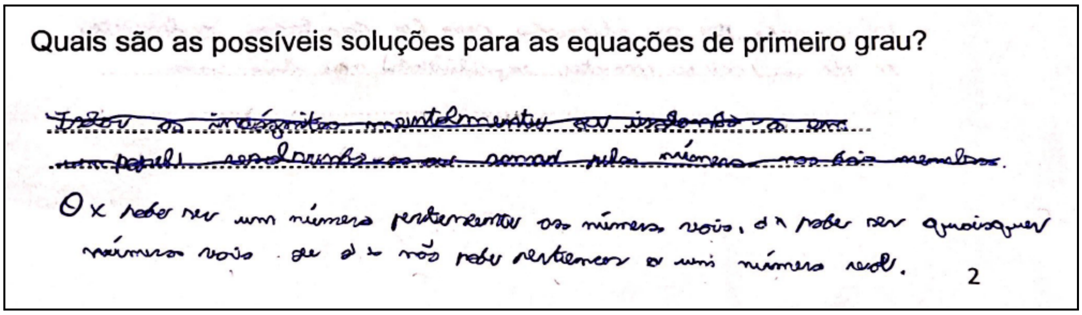
4.2.6 Sexta Etapa

A etapa 6 ficou aquém dos objetivos que pretendia-se atingir inicialmente, fato atribuído ao insuficiente tempo de aula restante, acrescido das dificuldades apresentadas pelos alunos nessa fase.

Como analisado anteriormente, os discentes possuem muito bem definida a temática sobre atribuir um único valor para x, a ponto que apresentaram certa resistência para aceitar outras soluções, mesmo após todas as manipulações previstas na balança sendo executadas. Nesse quesito, fica muito evidente que nem todo conhecimento prévio é um facilitador do conhecimento, podendo agir como um bloqueador de novos conhecimentos (SILVA, 2019).

Os pontos retratados acima refletiram nitidamente no resultado da sétima questão, em que obteve-se apenas 52% das respostas consideradas como satisfatórias, ou seja, panorama que incluía as três opções de soluções para equações de 1º. grau com uma incógnita. Como amostra, foi selecionada a resposta correta do aluno 31 (Figura 53).

Figura 53 - Aluno 31 - Resposta na Questão 7 - SD


Quais são as possíveis soluções para as equações de primeiro grau?

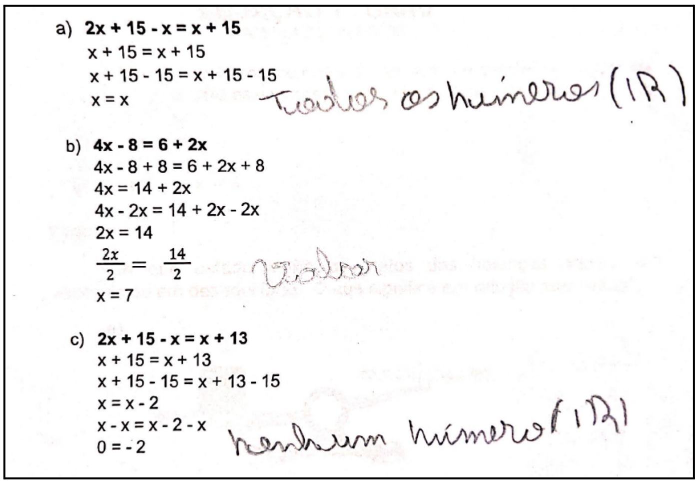
O x pode ser um número pertencente aos números reais, ele pode ser quaisquer números reais. Ou ele não pode pertencer a um número real.

2

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A dificuldade apresentada pelos alunos evidenciada pelo resultado anterior foi perceptível no momento da aplicação. Sendo assim, ocorreu um impasse: solicitar que eles resolvessem sozinhos a questão 8, conforme o planejamento, ou realizar essa questão em conjunto abrindo espaço para sanar algumas dúvidas que tinham permanecido. A segunda opção foi a escolha adotada visando priorizar o aprendizado dos discentes. Portanto, como amostra, as respostas seguiram o padrão do aluno 23, conforme apresentado na Figura 54.

Figura 54 - Aluno 23 - Resposta na Questão 8 - SD


a) **2x + 15 - x = x + 15**

x + 15 = x + 15

x + 15 - 15 = x + 15 - 15

x = x Todos os números (IR)

b) **4x - 8 = 6 + 2x**

4x - 8 + 8 = 6 + 2x + 8

4x = 14 + 2x

4x - 2x = 14 + 2x - 2x

2x = 14

$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$ Valor

x = 7

c) **2x + 15 - x = x + 13**

x + 15 = x + 13

x + 15 - 15 = x + 13 - 15

x = x - 2

x - x = x - 2 - x

0 = - 2 nenhum número (IR)

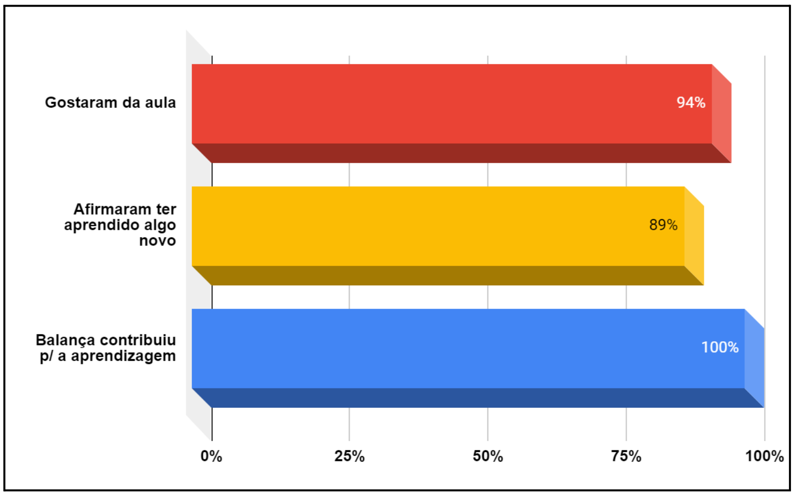
Fonte: Protocolo de pesquisa.

4.3 Análise Roda de Conversa

A interação é o aspecto substancial da Roda de Conversa, pois a partilha de experiências e o desenvolvimento de reflexões sobre as práticas educativas dos sujeitos é imprescindível para uma boa coleta de dados (MOURA; LIMA, 2014). Entre adolescentes, como é o caso do público da pesquisa, esse aspecto se apresenta como um desafio. Entretanto, como já era o segundo encontro com a turma, a timidez inicial já havia sido superada, o que gerou um ambiente favoravelmente descontraído e aberto ao diálogo.

Este instrumento de coleta de dados foi elaborado para ser feito ao final da aplicação. Todavia, como já mencionado, o tempo disponível para a fase final da pesquisa ficou bem comprometido. Como estratégia que garantisse a participação de todos, um dos pesquisadores fez as perguntas para que os alunos apenas levantassem as mãos, enquanto o outro fazia as devidas anotações. Os resultados obtidos foram refletidos no Gráfico 12.

Gráfico 12 - Resultado das Perguntas da Roda de Conversa



Fonte: Elaboração própria.

Por fim, foi proposto um espaço para comentários abertos dos alunos que resultou nas seguintes falas:

A. "A aula foi muito legal! Gostei de brincar com a balança."
B. "A equação é complicada, mas deu para entender bastante coisa hoje."
C. "Foi bom aprender o que é passar pro outro lado."
D. "Achei muito louco ter esse tanto de solução para as equações."

É entendido que, apesar do fator tempo ter sido desfavorável e que este instrumento de coleta de dados poderia ter sido mais explorado, os resultados trazidos nessa fase colaboraram de forma complementar e qualitativa para a conclusão da pesquisa (DIAS, 2000).

5 CONCLUSÃO

Neste capítulo, apresenta-se uma síntese que aprofunda importantes reflexões anteriormente feitas, corroborando as conclusões desta pesquisa.

Inicialmente, a realização da revisão bibliográfica fundamentou as bases norteadoras para o desenvolvimento das etapas da pesquisa e fomentou ainda mais as características do professor pesquisador que busca o aperfeiçoamento de metodologias e o enriquecimento do próprio trabalho docente. Caráter este que também foi alimentado por todo percurso de formação profissional proporcionado pela instituição de ensino dos agentes desta pesquisa.

Os referenciais teóricos permitiram a compreensão da importância que o material didático manipulável tem na construção de conceitos matemáticos fundamentados na significação de processos que, por muitas das vezes, são apenas algoritzados.

Portanto, o objetivo geral da pesquisa procurou investigar as contribuições do uso de material manipulável, no processo de ensino e aprendizagem de equações de 1º. grau com uma incógnita, à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. A investigação foi realizada por meio de uma proposta-didática qualitativa e intervencionista, aplicada para uma turma do 9º. ano do Ensino Fundamental, utilizando como ferramenta principal uma balança de pratos.

As análises de dados do Questionário Investigativo (Cap.4 , subitem 4.1) permitiram alcançar o objetivo desta primeira fase da pesquisa, promovendo um diálogo com as bases teóricas estudadas, em especial com os estudos da álgebra e a Teoria da Aprendizagem Significativa.

O objetivo específico alcançado foi o que mencionava investigar a presença da aprendizagem mecanicista, em relação às manipulações realizadas no processo de resolução das equações de 1º. grau com uma incógnita, em um grupo de alunos do 9º. ano. A investigação constatou a presença de processos mecanizados de resolução nos alunos que, evidentemente, apresentaram algum tipo de resposta na segunda seção do questionário, principalmente nas questões 8 e 9.

O alto índice de questões deixadas sem resposta e com respostas insatisfatórias evidenciou para os pesquisadores que a defasagem matemática dos alunos era maior do que a esperada inicialmente, mesmo com as mudanças realizadas no público-alvo, o que impactou diretamente no processo de elaboração e aplicação da Sequência Didática.

Os discentes que responderam à oitava questão do QI, além das dificuldades em realizar operações puramente aritméticas como a propriedade distributiva, tiveram problemas relacionados às técnicas de transposição entre os membros, que visam manipular os termos em "x" em um dos membros da equação, enquanto no outro, ficariam os termos independentes. Apesar das falas imperativas e clássicas como "Passa para o outro lado e muda o sinal" estarem presentes na descrição de etapas resolutivas de maioria dos alunos, a execução é feita de forma ineficiente, com muitos erros voltados a não alteração do sinal.

Portanto, foi possível concluir que os estudantes interiorizam parte da técnica mecanizada pela memorização de frases, sem qualquer compreensão de conceitos matemáticos completos que expliquem o que seria uma equação e como resolvê-las, ou seja, evidencia que não houve uma significação do algoritmo reproduzido.

Além disso, foram percebidos indícios da presença do Contrato Didático[1] nas respostas dadas pelos estudantes, como, por exemplo, determinar o primeiro membro da equação somente para as letras e a necessidade de achar um único número como resultado da incógnita, fato evidenciado pelo desconforto causado pela décima questão do questionário.

Em seguida, com a análise dos resultados da Sequência Didática e da Roda de Conversa (Cap.4, subitens 4.2 e 4.3 respectivamente), somadas às experiências e percepções dos relatos feitos pelos pesquisadores, promoveu-se uma conversa direta com todas as bases teóricas desta pesquisa e o alcance do segundo objetivo específico.

A proposta-didática aplicada cumpriu seu objetivo de mostrar, de forma concreta por meio da balança, regras formais de resolução que usem o princípio da manutenção da igualdade no sentido de equivalência e a significação do algoritmo pela aplicação do princípio da existência do elemento oposto aditivo ou do inverso multiplicativo.

Foi possível constatar também que os recursos manipuláveis utilizados interferiram na capacidade do aluno de organizar suas ideias e entender o conteúdo, ou seja, a balança mostrou-se como um material potencial significativo no percurso entre a aprendizagem mecânica para a aprendizagem significativa (MOREIRA, 2010).

Em suma, em resposta ao último objetivo específico, acredita-se que foi pelo seu caráter tangível que o material didático manipulável proporcionou o engajamento, a motivação e a possibilidade da transição do visual para o abstrato, por meio da experiência e da representação de ideias (SCOLARO, 2008). São notórias também as conexões estabelecidas pelos próprios alunos para se atingir a apreensão de significados do conteúdo proposto, alcançando o conhecimento no seu próprio ritmo. Lorenzato (2021) reforça que:

[1] Proposto por Guy Brousseau, no início dos anos 1980, o contrato didático objetiva descrever um conjunto de fatores que tratam das relações didáticas destinadas a definir as responsabilidades e comportamentos que cada sujeito deve ter na prática em relação ao outro para possibilitar a apropriação do saber (BELTRÃO; SOUZA; SILVA, 2010).

> Para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar (2021, p.25).

Os resultados comparativos entre o Questionário Investigativo e a Sequência Didática indicam que foi dado apenas início no processo de significação do algoritmo resolutivo, pois seria muito ingênuo acreditar que esta pesquisa percorre a trajetória completa e alcança a aprendizagem significativa utilizando, insuficientes, dois tempos de aula.

É importante destacar que o presente trabalho não faz uma condenação ao método de resolução por meio de algoritmos, mas teve a intenção de trazer reflexões acerca do seu uso em detrimento e dissociado da assimilação dos conceitos e saberes matemáticos.

Por conseguinte, todas as conclusões expostas acima respondem a questões de pesquisa e cumprem satisfatoriamente o seu objetivo geral.

Assim sendo, sugere-se como pesquisa póstera, a aplicação da mesma sequência didática dividida em pelos menos quatro tempos de aulas, a fim de trabalhar as possibilidades de soluções das equações com a atenção necessária. Outra sugestão é o desenvolvimento de um estudo voltado às inequações do primeiro grau, que também podem usar como recurso a balança de pratos.

Por fim, é entendido que como um trabalho de pesquisa, este não tem um fim em si mesmo, existindo novos percursos e investigações por fazer e novas hipóteses para questionar.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. J. O Planejamento de Pesquisas Qualitativas em Educação. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 77, p. 53-61, 1991.

ALVES, E. V. **Um estudo exploratório das relações entre memória, desempenho e os procedimentos utilizados na solução de problemas matemáticos**. 2005. Tese de Doutorado. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil.

ALVES, L. A importância da matemática nos anos iniciais. **XXII Erematsul** - Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul. Centro Universitário Campos de Andrade, Paraná, 2016. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/geemai/files/2017/11/A-IMPORT%C3%82NCIA-DA-MATEM%C3%81TICA-NOS-ANOS-INICIAS.pdf. Acesso: 20 jan. 2023

ALVES, T., FARENZENA, N., SILVEIRA, A. A. D., PINTO, J. M. do R. Implicações da pandemia do COVID-19 para o financiamento da educação básica. **Revista de Administração Pública**, 54, 2020.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.** Tradução: Lígia T. 1 ed. Lisboa: Paralelo Editora, 2000. 243 p. Disponível em: http://files.mestrado-em-ensino-de-ciencias.webnode.com/200000007-610f46208a/ausebel.pdf. Acesso em: 2 nov. 2021.

AUSUBEL, D. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. 1. ed. Lisboa: Plátano, 2003.

BAUER, Martin W. GASKELL, George. **Pesquisa Qualitativa com Texto, Imagem e Som:** um manual prático. Petrópolis: Vozes, 2002, 516p.

BELTRÃO, Rinaldo Cesar; SOUZA, Carla Maria Pinto; SILVA, Cláudia Patricia Silverio. Contrato didático e suas influências na sala de aula. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 12, n. 2, 2010.

BEZERRA, M. J. **Recreações e material didático de matemática.** Rio de Janeiro, MEC/ Caderno CEDES, 1962.

BIASOTTO, L. C., FIM, C. F., KRIPKA, R. M. L. A teoria da aprendizagem significativa de David Paul Ausubel: uma alternativa didática para a educação matemática. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 6, n.10, p.83187-83201, 2020.

BRASIL. **Currículo Nacional do Ensino Básico**. Competências Essenciais. Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica. 2001. Disponível em: https://www.cfaematosinhos.eu/NPPEB_01_CN.pdf. Acesso em: 05 nov. 2021.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira** (INEP). [S.l.]. gov.br. Publicado em 31 out 2022. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/saeb/mec-e-inep-divulgam-resultados-do-saeb-e-do-ideb-2021. Acesso em: 21 jan 2023.

BRASIL. Secretária de Estado de Educação. **SEDUC Nº. 5879**, 13 de out. 2020. Estado do Rio de Janeiro. Diário Oficial do Estado, 2020. Disponível em: https://www.legisweb.com.br/legislacao/?id=402687. Acesso em: 20 nov. 2022.

BRASIL. Secretária de Estado de Educação. **SEDUC Nº. 6015**, 10 de dez. 2021. Estado do Rio de Janeiro. Diário Oficial do Estado, 2021. Disponível em: http://normaseducacionaisrj.blogspot.com/2021/12/resolucao-6015-2021-regula-finalizacao.html. Acesso em: 20 nov. 2022.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática: terceiro e quarto ciclos. Brasília - MEC/SEF, 1998. 148p. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/introducao.pdf. Acesso em: 28 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 30 out. 2021.

COELHO, F. U., AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados** 32 (94). 2018. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/abstract/?lang=pt. Acesso em: 01 nov. 2021.

DAMIANI, M. F, ROCHEFORT, R. S., CASTRO, R. F., DARIZ, M. R., PINHEIRO, S.S. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Revista Cadernos de Educação**, nº 45, 2013, p. 57-67. Disponível em: https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822. Acesso em: 16 out. 2021.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática,** 1a. a 5a. séries: para estudantes do curso de Magistério e professores do 1o. grau. Ática, 2003.

DESLAURIERS, J.-P. (1991). Recherche qualítative- Guide pratique. Montréal.

FARIAS, Antonio J. Ornellas. A psicologia educacional da aprendizagem significativa aplicada a programação escolar. **Psicologia & Saberes**, v.7, n. 8, 2018. Disponível em: https://revistas.cesmac.edu.br/psicologia/article/view/772. Acesso em: 09 jan. 2023.

FERREIRA, M. L. A álgebra e suas diferentes manifestações. *In:* Conferência Interamericana de Educação Matemática, 8., 2011, Recife. **Resumo** [...]. Disponível em: https://pt.scribd.com/document/213684078/A-Algebra-e-Suas-Diferentes-Manifestacoes. Acesso em: 27 ago. 2021.

FERRO, M., PAIXÃO, M. **Psicologia da aprendizagem:** fundamentos teórico-metodológicos dos processos de conhecimento. Teresina: EDUFPI, 2017. Disponível: https://www.ufpi.br/arquivos_download/arquivos/ppged/arquivos/files/LIVRO%20PSICOLOGIA%20DA%20APRENDIZAGEM_e-book_.pdf. Acesso: 15 jan. 2023

FIORENTINI, D., FERNANDES, F. L. P., CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas do desenvolvimento do pensamento algébrico**. Faculdade de Educação, São Paulo, 2005. Disponível em: https://docplayer.com.br/22745949-Um-estudo-das-potencialidades-pedagogicas-das-investigacoes-matematicas-no-desenvolvimento-do-pensamento-algebrico-1.html. Acesso em: 17 ago. 2021.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A., MIGUEL, A. Contribuição para um repensar… a educação algébrica elementar. **Revista Pro-Posições**, v. 4, nº. 1 [10], 1993, p. 78-91. Disponível: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384. Acesso em: 24 out. 2021.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.

GARNICA, A. V. M. **Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática):** de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. Mimesis, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

JESUS, M., FINI, L. Uma proposta de aprendizagem significativa de matemática através de jogos. *In:* BRITO, M. (Org.). **Psicologia da Educação Matemática:** teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005, p. 129-146.

LEMOS, E. S. **A aprendizagem significativa:** estratégias facilitadoras e avaliação. 2011. Versão revisada do texto originalmente publicado na revista Série-Estudos: Periódicos do Mestrado em Educação da UCDB, Campo Grande: n.21, p. 53-66, jan./jun.,2006.

LESSA, M. M. L. **Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à Álgebra:** um estudo comparativo. 1996. 236f, Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife-PE, 1996

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** Livro. Para Aprender Matemática, Campinas: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais manipuláveis.** Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores [livro eletrônico], 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2021.

LUCENA, R. S. **Laboratório de ensino de matemática.** Fortaleza: UAB/IFCE. 2017.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da matemática.** Lisboa, Portugal, Universidade Aberta, 1996.

MELO, M. C. H.; CRUZ, G. C. Roda de conversa: uma proposta metodológica para a construção de um espaço de diálogo no ensino médio. **Imagens da Educação**, v. 4 n. 2, p. 31-39, 2014. Disponível em: https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ImagensEduc/article/view/22222. Acesso em: 17 jul.

2023.

MODTKOSKI, H. M. **Conceito matemático x algoritmo:** construção do conhecimento ou simples mecanização. 2016. 158 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016. Disponível em: https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/46146. Acesso em: 25 out. 2021.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal aprendizagem significativa?.** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso. Cuiabá, 2010. Aceito para publicação, *Qurruculum,* La Laguna, Espanha, 2012. Disponível em: http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf. Acesso em: 14 ago. 2021.

MOREIRA, M. A. A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel. *In:* MOREIRA, M. A. **Ensino e aprendizagem:** enfoques teóricos. São Paulo: Editora Moraes, 1995, cap. 11, p. 159-173.

MOREIRA, M. A. **Linguagem e Aprendizagem significativa**.Conferência de encerramento do IV Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Maragogi, 2003. Versão revisada e ampliada de participação em mesa redonda sobre Linguagem e Cognição na Sala de Aula de Ciências, realizada durante o II Encontro Internacional Linguagem, Cultura e Cognição, Belo Horizonte, 2003. Disponível: https://www.if.ufrgs.br/~moreira/linguagem.pdf. Acesso: 21 jan. 2023.

MOURA, A.B.F.; LIMA, M.G.S.B. A reinvenção da roda: roda de conversa, um instrumento metodológico possível. **Interfaces da Educação,** Paranaíba, v. 5, n. 15, p. 24-35, 2014. Disponível em: https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/448. Acesso em: 17 jul. 2023.

NASCIMENTO, A. Wesley R., COSTA, A. E. R. **Os Desafios do ensino remoto em tempos de pandemia no Brasil.** Conedu VII congresso Nacional de Educação 15,16 e 17 de outubro, Centro Cultural de Exposições Ruth Cardoso, Maceió- AL, 2020.

NOGUEIRA, R. C. S. **A álgebra nos livros didáticos do ensino fundamental: uma análise praxeológica**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2008. Disponível em: https://repositorio.ufms.br/bitstream/123456789/1543/1/Rosane%20Corsini.pdf. Acesso em: 01 mai. 2023.

NOVAK, J. D., GOWIN, D. B. **Aprediendo a aprender.** 1988. Martínez Roca. Barcelona. Disponível em: https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/38678866/Libro_de_Novak-libre.pdf?1441516619=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DLibro_de_Novak.pdf&Expires=1685362071&Signature=KYhJl8hRXkY7vr63ce9eavnM-MM6zecmnGlONmueDEAG66zn98TWxbHUM2P4q-oGP2-kxy2V8HTQryeRYQlCfuQNb9htoqZdK4GwKa9F-tXjexock6M8Um1nugN8GNlUDSF72MQhl8ijOnPFFkqD7APmnjv3GHjEOOu2fvbxtNFNiPWjSeIxOka2473mlF

p1ca7T~vqUe5B9QXrVx~DT9TOk-G~0lLiSuxZJwIfIZ2kMRR~oVr~H8zPWisOyeJreUOjRn6BnSEDEysYPPZ9IBB4IWqhs-ZcQmo3RvHolS3ZjLnLcruXfZKjcXwtDQNVhm13xmtFyQdcxOLV91iTybA__&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA. Acesso em: 04 abr 2022.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

PASSOS, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática.** Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores [livro eletrônico], 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2021.

PELIZZARI, Adriana et al. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **revista PEC**, v. 2, n. 1, p. 37-42, 2002.

PEREIRA, Jamerson dos Santos; OLIVEIRA, Andreia Maria Pereira de. Materiais manipuláveis e engajamento de estudantes nas aulas de matemática envolvendo tópicos de geometria. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 22, p. 99-115, 2016.

PINHEIRO, L. R. Rodas de conversa e pesquisa: reflexões de uma abordagem etnográfica. **Pro-Posições**, v. 31, 2020. Campinas, SP. Disponível em: https://www.scielo.br/j/pp/a/jxjfFR8ZtfFkHNJ36CX6mFp/?lang=pt. Acesso em: 10 jul. 2023.

PINHEIRO, P. V. **Uma proposta para o ensino e aprendizagem de equações e inequações do 1º grau através de recursos lúdicos e manipuláveis.** 2019. 148 p. Dissertação (Mestrado em Matemática Rede Nacional) -Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, Campos dos Goytacazes, 2019. Disponível em: https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2020/02/170461445_PRISCIANE_DA_SILVA_VALLERIOTE.pdf. Acesso em: 21 out. 2021.

PONTE, J. P. **Estudos de caso em educação matemática.** Bolema 25, 105-132. Versão revisada de: PONTE, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação matemática. Quadrante, 3 (1), 3-18. (republicado com autorização. 2006.

PONTE, J. P., MATOS, A., BRANCO, N. **Sequências e funções: materiais de apoio ao professor.** Tarefas para o 3º. ciclo - 7º. ano. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC-ME. 2008.

QUINTILIANO, L. C. Equações e expressões: uma análise dos fatores envolvidos na solução de atividades algébricas. **VII Encontro Nacional de Educação Matemática.** Universidade Federal de Pernambuco, 2004. Disponível: http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/03/CC26286839895.pdf. Acesso em: 27 abr. 2023.

RÊGO, R. M., RÊGO, R. G. **Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática.** O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores [livro eletrônico], 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2021.

RODRIGUES, F.C.; GAZIRE, E. S. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revemat: Revista Eletrônica de**

Educação Matemática, 7 (2), 187-196. 2012.

RUFINO, M., SILVA, J. Aprendizagem significativa de probabilidade: um olhar sobre a compreensão dos professores do ensino fundamental. *In:* **Revista Dynamis,** v. 25, nº. 3, 2019, p. 115-137. Disponível: https://bu.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/8524. Acesso em: 11 jan. 2023.

SANTOS, L. M. **Concepções do professor de matemática sobre o ensino de álgebra.** 2005. 122 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/10986. Acesso em: 26 out. 2021.

SCOLARO, M. A. **O uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de matemática.** 2008. Habilitação Matemática- FUNESP. Paraná, 2008. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1666-8.pdf. Acesso em: 12 dez. 2021.

SILVA, J. B. **A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel: uma análise das condições necessárias.** Research, Society and Development, v. 9, n. 4. ISSN 2525-3409. 2020. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/2803. Acesso em: 04 abr 2022.

SILVA, L. D. S. **Uma sequência didática para o ensino de evolução humana no ensino médio.** 2019. 93 p. Dissertação (Mestrado em profissional), Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá. Disponível em: https://www.profbio.ufmg.br/wp-content/uploads/2021/01/Lourizelma-Silva-TCM.pdf. Acesso em: 09 jan. 2023.

SILVA, R. M. **Análise das questões de álgebra no Exame Nacional do Ensino Médio**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/43653/1/SILVA%2C%20Rayssa%20Maria%20da.pdf. Acesso em: 01 mai. 2023.

SPERAFICO, Y.L.S., GOLBERT, C.S., Análise de erros na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau. *In:* ANPED Sul, 6., Curitiba, 2012. **Anais** [...]. Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2012. Disponível em: http://www.ucs.br/etc/conferencias/index/paper/viewFile/35/255.Acesso em: 01 nov. 2021.

TAVARES, R. **Aprendizagem Significativa.** Departamento de Física e Programa de Pós-Graduação em Educação. 2004. Disponível em: https://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1227265963609_1109896658_6327/AprendizagemSignificativaConceitos.pdf. Acesso em: 11 mar 2022.

TINOCO, L. A. A., *et al.* Álgebra é mais do que algebrismo. *In:* Encontro Nacional de

Educação Matemática, 6., 2013, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2017. Disponível em: http://docplayer.com.br/73939-Algebra-e-mais-do-que-algebrismo. Acesso em: 30 out. 2021.

TRIVILIN, L. R., RIBEIRO, A. J. (2015). Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema,** 29 (51), 38-59.

TURRIONI, A. M. S., PEREZ, G. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores.** O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores [livro eletrônico], 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2021.

VALADARES, J. A teoria da aprendizagem significativa como teoria construtivista. *In:* **Aprendizagem Significativa em Revista,** v; 1 [1], 2011, p. 36-57. Disponível: http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID4/v1_n1_a2011.pdf. Acesso: 15 jan. 2023.

VALE, I. Materiais Manipuláveis. **Edição do Laboratório de Educação Matemática (LEM)**, ed. 1, t. 2, 2002. Instituto Politécnico de Viana. Disponível: https://www.academia.edu/6307061/Materiais_Manipul%C3%A1veis. Acesso: 15 jan. 2023.

VYGOTSKI, Lev Semenovich (1927). **Obras Escogidas.** v. 1, 2ed., Moscú: Editorial Pedagóguika, 1997, 495p.

WERNECK, A. P. T. **Euclides Roxo e a Reforma Francisco Campos: a gênese do primeiro programa de ensino de matemática brasileiro.** 2003. 122f. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2003. Disponível em: https://repositorio.pucsp.br/handle/handle/11192. Acesso em: 11 nov. 2021.

ZANELLA, L. A aprendizagem uma Introdução. *In:* ROSA, J. L. **Psicologia da Educação: o significado do aprender**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1999.

ZATTI, F; AGRANIONIH, N.T; ENRICONE, J.R.B. Aprendizagem Matemática: desvendando dificuldades de cálculos dos alunos. **Perspectiva Erechim**, v.34, n.128, p. 115-132, dez., 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Questionário Investigativo

QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO

1- Como era o seu gosto pela matemática antes de aparecerem letras em alguns conteúdos?

	1	2	3	4	5	
Não gostava	○	○	○	○	○	Amava

Se quiser, comente sua resposta:

____

____

2- O que aconteceu com seu interesse pela matemática depois de aparecerem letras em alguns conteúdos?

( ) Diminuiu

( ) Aumentou

( ) Nem diminuiu nem aumentou

Se quiser, comente sua resposta:

____

____

3- Você já utilizou algum conteúdo, que estudou nas aulas de matemática, em uma situação do seu dia a dia?

( ) Sim. Cite exemplos: ____

( ) Não.

4- Na sua opinião, para que servem as letras na matemática?

____

____

5- Na sua opinião, para que serve uma equação?

____

____

6- Você já participou de alguma aula de matemática que fizesse o uso de materiais didáticos manipuláveis?

( ) Sim ( ) Não

Caso assinalado que sim, como foi a experiência?

____

____

7- Em cada item abaixo temos exemplos de equações e expressões algébricas. Assinale com a letra (A) as equações e com a letra (B) as expressões algébricas.

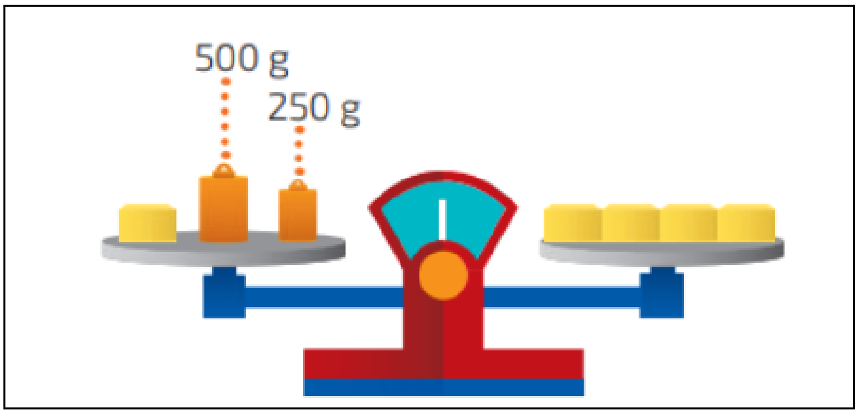
(A) Equação
(B) Expressão Algébrica

( ) $8x - 3 = 5$
( ) $x + 5$
( ) $x^2 + 1 = 10$
( ) $4y - 9 = 1 - 2y$
( ) $3abc + ab + ac + 5\,bc$
( ) $3x^3 + 2x$

8- Nas situações a seguir, escreva uma equação que represente os pesos dos objetos nos pratos de cada balança. Note que elas encontram-se em equilíbrio.

I) Considere que os objetos amarelos possuem massas iguais, porém desconhecidas.

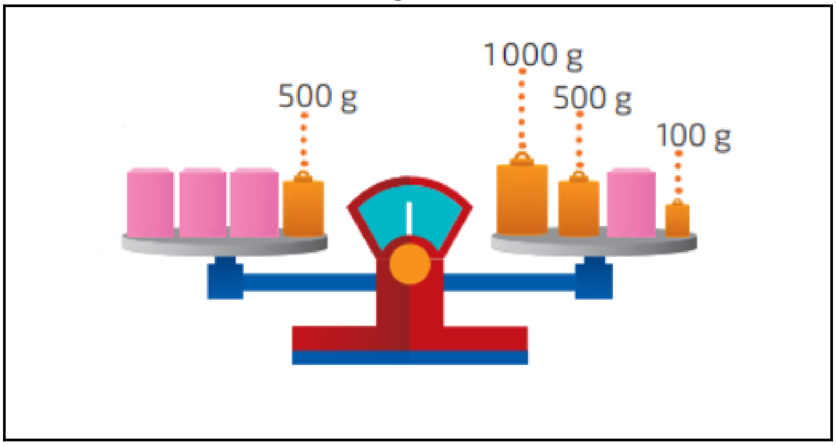
Figura 1



Fonte: Matemática Essencial 8º. ano - PNLD 2020

II) Considere que os objetos rosas possuem massas iguais, porém desconhecidas.

Figura 2



Fonte: Matemática Essencial 8º. ano - PNLD 2020

9- Faça o passo a passo da resolução de cada equação dada na coluna da esquerda. Em seguida, descreva o que foi realizado naquela etapa na coluna da direita.

a) $2(x + 7) = 8$

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS

b) $5x - 3 + x = 7x + 9$

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS

10- Analise as resoluções e as soluções das equações abaixo, considerando que podem haver erros em alguma delas. Em seguida, julgue como Fato (correto) ou Fake (incorreto), e faça as devidas correções, apresentando as soluções corretas.

a) $3 - x + 5 = 6x - 6$
$3 + 5 = 6x - 6 + x$
$8 + 6 = 7x$
$14 = 7x$
$\frac{14}{7} = x$
$2 = x$

$S = \{2\}$

b) $3x + 10 - x = 2x + 10$
$2x + 10 = 2x + 10$
$2x -2x = 10 - 10$
$2x - 2x = 0$
$0 = 0$

Solução: $x = 0$

c) $3x + 10 - x = 2x + 8$
$2x + 10 = 2x + 8$
$2x - 2x = 8 - 10$
$2x - 2x = - 2$
$0 = - 2$

Não possui solução

APÊNDICE B - Apostila de Conteúdo

EQUAÇÃO 1º. GRAU

APOSTILA DE CONTEÚDO

I - Expressão x Equação

EQUAÇÃO	EXPRESSÃO

II – Aplicabilidade

Perceber a importância da matemática no dia a dia é fácil: ela está presente quando vemos as horas ao acordar, compramos alguma coisa, jogamos videogame, usamos aplicativos de transporte, ouvimos música, cozinhamos ou fazemos um pedido pelo delivery.

Agora que você já conhece alguns exemplos de onde e como usar a matemática no dia a dia, é hora de ir além e se perguntar: **por que isso é importante?**

Usar o raciocínio lógico-matemático é fundamental para entender melhor o mundo onde vivemos. Ter esta consciência torna tudo mais leve, não é mesmo? A matemática deixa de ser algo assustador para se transformar em uma coisa prática e viva, que faz parte de nossas vidas e está sempre ao nosso lado.

VOCÊ SABIA?

A História da Equação

A balança tem uma história com sete mil anos. Foi inventada em 5000 a.C., no Egito, porque os egípcios ansiavam por um utensílio que lhes permitisse pesar o ouro. No entanto, rapidamente compreenderam as inúmeras utilidades do objeto, adotando-o para tornar as trocas comerciais mais justas. Em seguida, no ano de 1650 a.C., surge o primeiro indício do uso de equações relacionado ao documento denominado Papiro de Rhind.

Na Grécia, foi Diofanto de Alexandria que contribuiu de forma satisfatória na elaboração de conceitos teóricos e práticos para a solução de equações, que eram resolvidas com o auxílio de símbolos que expressavam o valor desconhecido. Observe o seguinte problema:

"Aha, seu total, e sua sétima parte, resulta 19".

Note que a expressão Aha indica o valor desconhecido, atualmente esse problema seria escrito com o auxílio de letras, as mais comuns x, y e z. Veja a representação do problema utilizando letras: $\mathbf{x + x/7 = 19}$.

III – Conceituação

Dada uma equação do primeiro grau qualquer, o conjunto de números, incógnitas e operações disposto à esquerda da igualdade é conhecido como **primeiro membro** da equação; e o que está à direita da **igualdade** é chamado de **segundo membro** da equação.

IGUALDADE

$$\underbrace{2x}_{1^{\circ}.\ \text{MEMBRO}} \overset{\uparrow}{=} \underbrace{x + 100}_{2^{\circ}.\ \text{MEMBRO}}$$

COMO RESVOLVER ?

As etapas de resolução são:

1. Realizar as mesmas operações em ambos os membros;
2. Manter a igualdade entre os membros;
3. Determinar o valor da incógnita, que tornará a equação verdadeira.

DICIONÁRIO DO ALGORITMO

➔ "Se está somando, passa para o outro lado diminuindo"
SIGNIFICADO: Subtrair em ambos os membros;

➔ "Se está diminuindo, passa para o outro lado somando"
SIGNIFICADO: Somar em ambos os membros;

➔ "Se está multiplicando, passa para o outro lado dividindo"
SIGNIFICADO: Dividir em ambos os membros;

➔ "Se está dividindo, passa para o outro lado multiplicando" SIGNIFICADO: Multiplicar em ambos os membros.

APÊNDICE C - Apostila de Exercício

EQUAÇÃO 1º. GRAU

APOSTILA DE EXERCÍCIO

1. Em cada item abaixo temos exemplos de equações e expressões algébricas. Assinale com a letra (A) as equações e com a letra (B) as expressões:

( ) $7 = 3x^3 - 6x$

( ) $9x + 2y + 3z$

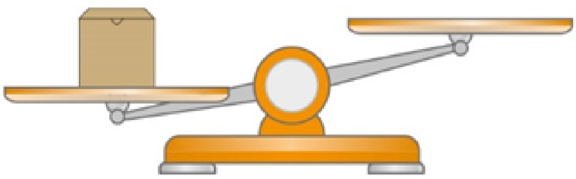
( ) $6x^3 - 9x - 2$

( ) $x^3 + 4x^2 = 3x - 5$

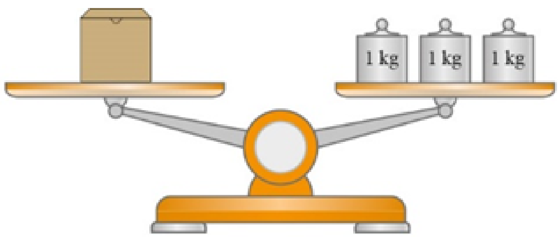
2. Prática 1

Em que estado estão os pratos das balanças abaixo: em equilíbrio ou em desequilíbrio? O que significa em relação aos pesos?

a)



b)



3. Prática 2

IMPORTANTE

4. Na situação mostrada na balança real, escreva uma equação que representa os pesos dos objetos nos pratos da balança.

- ❖ Balança 1 -
- ❖ Balança 2 -
- ❖ Balança 3 -

5. Qual o valor desconhecido na equação: **x + 50 = 80**?

6. Faça o passo a passo da resolução da equação dada na coluna da esquerda. Em seguida, descreva o que foi realizado naquela etapa na coluna da direita.

700 = 2x + x + 400

RESOLUÇÃO	DESCRIÇÃO DAS ETAPAS

7. Prática 3

Quais são as possíveis soluções para as equações de primeiro grau?

....

....

8. Determine o conjunto solução das equações abaixo:

a) **2x + 15 - x = x + 15**
x + 15 = x + 15
x + 15 - 15 = x + 15 - 15
x = x

b) **4x - 8 = 6 + 2x**
4x - 8 + 8 = 6 + 2x + 8
4x = 14 + 2x
4x - 2x = 14 + 2x - 2x
2x = 14
$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$
x = 7

c) **2x + 15 - x = x + 13**
x + 15 = x + 13
x + 15 - 15 = x + 13 - 15
x = x - 2
x - x = x - 2 - x
0 = - 2

APÊNDICE D - Escaleta da Sequência Didática

ESCALETA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Material de Apoio dos pesquisadores durante a aplicação da Sequência Didática

ETAPA 1

➔ **APOSTILA DE CONTEÚDO:**

1. Separar duas colunas no quadro e junto com os alunos separar as palavras da nuvem (forma de votação). **Vamos começar pelos exemplos.**
2. ***NÚMEROS -> LETRAS -> OPERAÇÕES -> IGUALDADE -> EQUILÍBRIO -> VARIÁVEL -> INCÓGNITA***

EQUAÇÃO	EXPRESSÃO
$x^2+1=10$	x^3+2x
IGUALDADE	VARIÁVEL
EQUILÍBRIO	NÚMEROS
INCÓGNITA	OPERAÇÕES
NÚMEROS	LETRAS
OPERAÇÕES	
LETRAS	

➔ **APOSTILA DE EXERCÍCIOS:**

1. Solicitar que os alunos respondam a questão 1.

ETAPA 2

➔ **APOSTILA DE CONTEÚDO:**

1. Conversar sobre aplicações no dia a dia e a importância da matemática.
2. Trazer, como curiosidade, a história da balança/equação.

ETAPA 3

➔ **PRÁTICA NA BALANÇA - EQUILÍBRIO DOS PRATOS (colocar no quadro o valor dos pesos descobertos)**

1. Apresentar a balança e os seus pesos.
2. Colocar o pacote Mar (200g) - Pergunte aos alunos o motivo dos pratos da balança estarem desnivelados.
3. **Apostila de Exercício** - pedir aos alunos para responderem a Balança A da Prática 1 (formalizar o conhecimento obtido).
4. Pergunte: O que fazer para equilibrá-los?
5. Peça a um aluno para equilibrar a balança.
6. Pergunte: Por que os pratos estão equilibrados? Chegar a conclusão que ambos os pratos têm o mesmo peso e o qual é o valor do peso do pacote mar.
7. **Apostila de Exercício** - pedir aos alunos para responderem a Balança B da Prática 1 (formalizar o conhecimento obtido).
8. Repetir o procedimento com o pacote vermelho, com um aluno diferente.

➔ **PRÁTICA NA BALANÇA - MANIPULAR PESOS**

1. Acrescentar pacotes Mar em ambos os lados.
2. Pergunte: Qual é a diferença da balança anterior para atual? Ela se mantém nivelada?
3. Tirar um pacote Mar – resposta balança desnivelada.
4. Tirar o mesmo pacote do lado oposto – resposta balança nivelada.
5. Concluir que a balança voltou às condições iniciais.
6. Acrescentar pacotes herói (valor desconhecido) em ambos os lados.
7. Evidenciar que manteve o equilíbrio.
8. **Conclusão** - É mantido o equilíbrio na balança ao retirar ou adicionar objetos de mesma massa em ambos os lados.
9. **Apostila de Exercício -** pedir aos alunos para responderem a Prática 2.

ETAPA 4

➔ **APOSTILA DE CONTEÚDO / QUADRO / BALANÇA:**

1. Formalizar Equação - Membros e igualdade (sentido de equivalência).
2. Colocar na balança: 2 pacotes Herói = 100g + pacote Herói. Montar a equação junto com os alunos.
3. Colocar no quadro a equação $2x = x + 100$. Relacionar no quadro os membros da equação (1º. e 2º. membros) com o exemplo na balança.
4. Fazer um novo exemplo - Pacote herói + 500g = pacote vermelho + 200g + 100g (pedir para eles transcrever algebricamente e pedir para relacionarem os membros_.

➔ **APOSTILA DE EXERCÍCIO:**

1. Pedir para os alunos resolverem a questão 4 baseado nos exemplos abaixo dados na balança real:

   Balança 1 - pacote herói = pacote herói.

   Balança 2 - manteiga + pacote mar (200g) = peso 500g

   Balança 3 - peso 200g = pacote herói + peso 100g

ETAPA 5

➔ **PRÁTICA NA BALANÇA - ALGORITMO**

1. Mostrar na balança e no quadro o que de fato significa essa resolução.
2. Falar sobre o que representa o valor de “x” que foi encontrado. **Dica**: sempre que tiver dúvida sobre o valor desconhecido, substituir na equação principal.
3. **Exemplo 1:** Manteiga + Pacote Mar = Pacote Vermelho + Pacote Mar (escrever equação em conjunto com os alunos).
4. Perguntar se algum aluno tem alguma sugestão para descobrir o peso da manteiga → pode ser no quadro ou na balança.
5. **Dica**: Preciso isolar a manteiga ou “x”.

6. Diminuir 200g (em ambos os membros) - retirar os pacotes mar.
7. Resposta: Manteiga = Pacote vermelho (300g)
8. Substituir a manteiga pelos pesos de 200g e 100g. Verificar que o resultado é x = 300.
9. **Exemplo 2:** Pote verde + peso 100g = peso 500g
10. Mesmo procedimento do exemplo anterior → começar pelo quadro.
11. Para fazer na balança → substituir o peso 500g por pacote vermelho + pacote Mar.

➔ **APOSTILA DE CONTEÚDO:**

1. Formalizar para o aluno “o que é resolver uma equação”.
2. Falar sobre as etapas de resolução - realizar as operações em ambos os membros.

➔ **APOSTILA DE EXERCÍCIO:**

1. Pedir para os alunos resolverem a questão 5.

   Equação: x + 50 = 80

➔ **PRÁTICA NA BALANÇA - ALGORITMO**

1. Colocar o seguinte exemplo na balança: 2 pacotes herói + peso 200g + peso 100g = peso 500g
2. Perguntar como os alunos resolveriam.
3. Falar sobre a limitação da balança sobre esse caso.
4. Tratar do algoritmo (**dicionário do algoritmo**).
5. Resolver a questão algebricamente + detalhar verbalmente as etapas de resolução (não algoritmo) + provar resultado na balança.
6. Pedir para os alunos resolverem a questão 6.

ETAPA 6

➔ **APOSTILA DE CONTEÚDO / QUADRO / BALANÇA:**

1. **Um único valor real**: relembrar sobre exemplos anteriores em que determinamos um único valor para o "x".

2. **Todos os números reais**:

   a) Balança: pacote prata + peso 100g + peso 200g = pacote prata + pacote vermelho.
   b) Tentar solucionar a equação algebricamente: x = x .
   c) Passar para a balança: fazer tentativa e erro com valores conhecidos.
   d) Discutir com eles sobre os resultados possíveis e diferentes.
   e) Concluir que “x” pode assumir o valor de todos os números reais.

3. **Nenhum número real**:

   a) Balança: pacote prata + peso 100g = peso 500g.
   b) Evidenciar que a balança está em desequilíbrio.
   c) Sugerir resolver algebricamente.
   d) Propor tentativa e erro.
   e) Concluir que não existe um número para “x” que satisfaça a igualdade. Conjunto solução: vazio.

4. **Apostila de Exercício -** Formalizar as possíveis soluções para equação de primeiro grau na questão 7. Em seguida, resolver a questão 8.