

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GABRIELA BARRETO MESQUITA MOTTA
JÚLIA NOGUEIRA MONTOVANELLI

A LÓGICA SIMBÓLICA E A ÁLGEBRA DE BOOLE: uma proposta interdisciplinar

Campos dos Goytacazes/RJ

Dezembro – 2024

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GABRIELA BARRETO MESQUITA MOTTA
JÚLIA NOGUEIRA MONTOVANELLI

A LÓGICA SIMBÓLICA E A ÁLGEBRA DE BOOLE: uma proposta interdisciplinar

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos
Centro, como requisito parcial para conclusão do
Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Ana Paula Rangel de
Andrade

Campos dos Goytacazes–RJ

Dezembro – 2024

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

M9211 Motta, Gabriela Barreto Mesquita
A Lógica simbólica e a Álgebra de Boole: uma proposta interdisciplinar /
Gabriela Barreto Mesquita Motta, Júlia Nogueira Montovanelli - 2024.
213 f.: il. color.

Orientadora: Ana Paula Rangel de Andrade

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro,
Curso de Licenciatura em Matemática, Campos dos Goytacazes, RJ, 2024.
Referências: f. 126 a 132.

1. Lógica simbólica. 2. Álgebra de Boole. 3. Ensino Médio Integrado. 4.
Interdisciplinaridade. 5. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. I.
Montovanelli, Júlia Nogueira. II. Andrade, Ana Paula Rangel de, orient.
III. Título.

GABRIELA BARRETO MESQUITA MOTTA
JÚLIA NOGUEIRA MONTOVANELLI

A LÓGICA SIMBÓLICA E A ÁLGEBRA DE BOOLE: uma proposta interdisciplinar

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos
Centro, como requisito parcial para conclusão do
Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 4 de dezembro de 2024.

Banca Examinadora:



Leandro Sopeletto Carreiro
Mestre em Matemática – PROFMAT/UENF
IFFluminense *Campus* Campos Centro



Livia Azeiman de Faria Abreu
Doutora em Ensino e História da Matemática e da Física/UFRJ
IFFluminense *Campus* Campos Centro



Ana Paula Rangel de Andrade
Doutora em Planejamento e Gestão da Cidade/UCAM
IFFluminense *Campus* Campos Centro

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradecemos a Deus, nosso criador e dono de toda sabedoria.

Agradecemos, também, aos nossos familiares, sempre compreensivos e grandes motivadores para a conclusão desta etapa.

Às nossas amigas, Mariana e Thaíza, pelos muitos estudos, risadas e pela lealdade durante todo esse ciclo, e aos demais amigos que tornaram a experiência mais leve.

À nossa excepcional orientadora, Prof^ª. Dr^ª. Ana Paula Rangel de Andrade, pela paciência, estímulo e por todo aconselhamento para a produção deste trabalho, que não seria o mesmo sem sua dedicação. Para nós, você é um modelo de profissional a ser seguido.

À Prof^ª. Dr^ª. Livia Azelman de Faria Abreu, membro da banca examinadora deste trabalho, por ser tão solícita e compreensiva ao nos ceder, com pouca antecedência, seis tempos de suas aulas de Matemática para a aplicação desta pesquisa. Sua bondade e sua empatia nos deixam maravilhadas.

Ao Prof. Me. Leandro Sopeletto Carreiro, segundo membro da banca examinadora deste trabalho, por tantos ensinamentos e conselhos, dentro e fora da sala de aula, desde o início do curso. Você foi nosso primeiro professor e, com suas aulas no primeiro período, nos fez amar a Lógica matemática. Nosso muito obrigada por seu zelo e dedicação.

Aos nossos mestres do curso de Licenciatura em Matemática, que, com sua excelência, nos mostraram que a educação transforma e nos inspiram a fazer o mesmo.

Sem vocês, o caminho até aqui teria sido mais árduo. Somos imensamente gratas por tudo que representam para nós.

Ao contrário da fórmula repetida segundo a qual a nossa liberdade começa quando termina a liberdade do outro, para arriscar fazer interdisciplinaridade, é necessário perceber que a nossa liberdade só começa quando começa a liberdade do outro. Ou seja, temos que dar as mãos e caminhar juntos.

(Olga Pombo)

RESUMO

Os Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio prometem uma formação completa, conciliando conhecimento teórico e prático. No entanto, a falta de sinergia entre as disciplinas da formação geral e da formação técnica limita o potencial dessa modalidade, gerando uma experiência de aprendizado fragmentada. Nessa perspectiva, este trabalho tem como objetivo identificar as contribuições que um estudo da Lógica simbólica, nas aulas de Matemática, pode trazer na introdução da Álgebra de Boole em turmas do Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio. Para alcançar tal objetivo, realizou-se uma pesquisa qualitativa do tipo Intervenção Pedagógica, na qual foi elaborada e aplicada uma sequência didática que buscou integrar, de forma interdisciplinar, o conteúdo de Lógica simbólica, comumente ensinado na disciplina de Matemática, ao conteúdo de Álgebra de Boole, comumente ensinado na disciplina de Eletrônica Digital. A Implementação da ação interventiva ocorreu em três encontros, em um total de oito horas-aula, e foi realizada em uma Instituição Federal de Educação, em uma turma da 1ª. série do Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio que continha 56 alunos, dos quais apenas 27 compareceram a todos os encontros. Durante esses encontros, foram realizadas cinco atividades com os alunos, estando presente, na última delas, o uso de tecnologia digital por meio do software de simulação de circuitos lógicos Logisim. Como instrumentos de coleta de dados, foram utilizados a observação da participação dos alunos no decorrer da aplicação da sequência didática, juntamente com as anotações no diário de campo, as respostas dos alunos às atividades propostas, um questionário final para os estudantes a respeito da abordagem adotada e uma entrevista semiestruturada com o professor da disciplina de Eletrônica Digital da turma selecionada para a Implementação da Intervenção Pedagógica. A análise dos dados coletados foi realizada de acordo com os referenciais teóricos deste trabalho, em especial, a Interdisciplinaridade e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Os resultados deste trabalho mostram que a integração proposta pelos Cursos Técnicos integrados é possível e que, ao ser realizada por meio da interdisciplinaridade, é capaz de propiciar sentido aos conteúdos estudados e auxiliar na formação integral dos estudantes.

Palavras-chave: Lógica simbólica. Álgebra de Boole. Ensino Médio Integrado. Interdisciplinaridade. Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

ABSTRACT

The integration of Technical Courses into the High School curriculum offers the potential for a comprehensive educational experience, combining theoretical and practical knowledge. However, the lack of integration between general education and technical training subjects constrains the potential of this modality, resulting in a fragmented learning experience. In light of the aforementioned considerations, the present study seeks to ascertain the potential contributions of a study of symbolic Logic in Mathematics classes to the introduction of Boolean Algebra in Technical Courses on Electrotechnics integrated into High School curricula. To achieve this objective, a qualitative research study of the Pedagogical Intervention type was conducted. A didactic sequence was developed and implemented with the aim of integrating the content of symbolic Logic, commonly taught in Mathematics, with the content of Boolean Algebra, commonly taught in Digital Electronics, in an interdisciplinary manner. The implementation of the intervention action occurred over the course of three meetings, with a total duration of eight hours. It was conducted at a Federal Educational Institution, in a class of the first-year series of the Technical Course in Electrotechnics integrated into High School, which had a total of 56 students, with only 27 students attending all the meetings. During the meetings, five activities were conducted with the students, culminating in the utilization of digital technology through the logic circuit simulation software Logisim. The data collection instruments included observation of the students' participation during the Implementation of the didactic sequence, along with notes documented in the field diary, the students' responses to the proposed activities, a final questionnaire administered to the students regarding the approach adopted, and a semi-structured interview conducted with the Digital Electronics teacher of the selected class for the Implementation of the Pedagogical Intervention. The data were analyzed in accordance with the theoretical frameworks of this study, particularly Interdisciplinarity and Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers. The findings indicate that the integration proposed by the Integrated Technical Courses is feasible and that, when implemented through interdisciplinary collaboration, it can facilitate the comprehension of the subject matter and contribute to the comprehensive development of students.

Keywords: Symbolic Logic. Boolean Algebra. Integrated High School. Interdisciplinarity. Theory of Semiotic Representation Registers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama de Venn com uma variável.....	29
Figura 2 – Diagrama de Venn com duas variáveis.....	29
Figura 3 – Diagrama de Venn com três variáveis.....	30
Figura 4 – Representação da Função 1.....	35
Figura 5 – Representação da Função 2.....	35
Figura 6 – Representação da Função 3.....	36
Figura 7 – Representação da Função 4.....	36
Figura 8 – Diagrama de Venn.....	37
Figura 9 – Representação da função $y=ac+bc$	37
Figura 10 – Exemplo de formação na Álgebra booleana.....	38
Figura 11 – Exemplo de tratamento na Álgebra booleana.....	38
Figura 12 – Circuito lógico da função $y=ab$	39
Figura 13 – Conversão da Álgebra de Boole para a Lógica simbólica.....	39
Figura 14 – O surgimento da Lógica simbólica.....	44
Figura 15 – As proposições e os conectivos lógicos.....	45
Figura 16 – Conjunção.....	46
Figura 17 – Disjunção.....	47
Figura 18 – Negação.....	48
Figura 19 – Relações na Lógica simbólica.....	48
Figura 20 – Exemplo de proposição composta.....	49
Figura 21 – Atividade 1.....	50
Figura 22 – Atividade 2.....	51
Figura 23 – Atividade Extra.....	52
Figura 24 – Vídeo apresentado na Aula 2.....	53
Figura 25 – A Álgebra de Boole.....	53
Figura 26 – Associação entre 0, 1, F e V.....	54
Figura 27 – Representações na Álgebra de Boole.....	55
Figura 28 – Normas de representação de portas lógicas.....	56
Figura 29 – Atividade 3.....	56
Figura 30 – Item “a” da Atividade 4.....	57
Figura 31 – Apresentação do Logisim.....	58
Figura 32 – Ferramentas.....	59

Figura 33 – Portas lógicas disponíveis.....	60
Figura 34 – Inserindo as entradas.....	61
Figura 35 – Inserindo as portas lógicas.....	61
Figura 36 – Ligando as entradas e as portas.....	62
Figura 37 – Inserindo a saída.....	63
Figura 38 – Testagem do circuito.....	64
Figura 39 – Atividade 5.....	64
Figura 40 – Tela inicial do Logisim.....	65
Figura 41 – Alteração na explicação sobre a operação de negação.....	73
Figura 42 – Exemplo de alteração na explicação das operações lógicas.....	73
Figura 43 – Alteração do “Y” na saída das portas lógicas.....	74
Figura 44 – Alteração do local da explicação acerca do número de linhas da tabela-verdade.....	75
Figura 45 – Alteração da proposição composta do exercício.....	77
Figura 23 – Atividade Extra.....	78
Figura 46 – Acréscimo de outra opção de expressão lógica com duas proposições.....	78
Figura 47 – Alteração da ordem dos circuitos.....	79
Figura 48 – Alteração do local dos exemplos de funções booleanas.....	81
Figura 49 – Alteração da forma de mostrar o símbolo de barrado no corpo do texto.....	82
Figura 50 – Alteração no Quadro 2.....	83
Figura 51 – Ampliação do espaço para escrever os títulos das tabelas-verdade.....	85
Figura 52 – Escrita da expressão booleana correspondente a cada etapa dos circuitos.....	86
Figura 53 – Alteração da ordem dos itens.....	87
Figura 54 – Teste exploratório da aula sobre o Logisim.....	88
Figura 55 – Alteração da legenda das ferramentas do Logisim.....	89
Figura 56 – Alteração da nomeação das entradas para o Passo 2 da elaboração do circuito....	90
Figura 57 – Inserção de informações acerca das portas lógicas disponíveis.....	91
Figura 58 – Acréscimo no texto do nome das ferramentas antes de seus respectivos ícones...91	91
Figura 59 – União do item 4 ao item 3.....	92
Figura 60 – Item excluído da Atividade 5.....	93
Figura 61 – Consideração do licenciando L7 acerca do item (i).....	93
Figura 62 – Consideração do licenciando L1 acerca do item (ii).....	94
Figura 63 – Consideração do licenciando L3 acerca do item (iii).....	94
Figura 64 – Consideração do licenciando L7 acerca do item (iv).....	94
Figura 65 – Consideração do licenciando L3 acerca do item (iv).....	94

Figura 66 – Consideração dos licenciandos L5 e L4 acerca do item (v).....	95
Figura 67 – Consideração dos licenciandos L4 e L3 acerca do item (vi).....	96
Figura 68 – Consideração do licenciando L3 acerca do item (vii).....	96
Figura 69 – Consideração do licenciando L4 acerca do item (viii).....	97
Figura 70 – Tabelas-verdade dos slides antes e depois da alteração.....	98
Figura 71 – Alternativas do questionário antes e depois da alteração.....	98
Figura 72 – O surgimento da Lógica simbólica.....	102
Figura 73 – Relações.....	103
Figura 74 – Árvore de possibilidades.....	103
Figura 75 – Realização da Atividade 1.....	104
Figura 76 – Resolução da Atividade 2.....	105
Figura 77 – Correção da Atividade Extra.....	106
Figura 78 – Exibição do vídeo.....	107
Figura 79 – Apresentação das representações na Álgebra booleana.....	108
Figura 80 – Correção da Atividade 4.....	109
Figura 81 – Construção do circuito da apostila.....	110
Figura 82 – Retirada de dúvidas por uma das autoras.....	111
Figura 83 – Erro recorrente na montagem dos circuitos.....	111
Figura 84 – Registro fotográfico do Logisim.....	112
Figura 85 – Respostas da Questão 1.....	113
Figura 86 – Respostas do aluno A1 à Questão 1.....	114
Figura 87 – Respostas do aluno A2 à Questão 1.....	114
Figura 88 – Respostas da Questão 2.....	115
Figura 89 – Resposta do aluno A3 à Questão 2.....	115
Figura 90 – Resposta dos alunos A1 e A4 à Questão 2.....	115
Figura 91 – Respostas da Questão 3.....	116
Figura 92 – Resposta do aluno A5 à Questão 3.....	116
Figura 93 – Resposta do aluno A6 à Questão 3.....	117
Figura 94 – Resposta dos alunos à Questão 4.....	117
Figura 95 – Resposta dos alunos A1 e A7 à Questão 4.....	118
Figura 96 – Resposta dos alunos à Questão 5.....	118
Figura 97 – Resposta dos alunos A8 e A9 à Questão 5.....	119
Figura 98 – Resposta do aluno A10 à Questão 5.....	119
Figura 99 – Resposta dos alunos à Questão 6.....	120

Figura 100 – Resposta dos alunos A9 e A1 à Questão 5.....	120
Figura 101 – Resposta dos alunos à Questão 7.....	121
Figura 102 – Respostas dos alunos A1, A3 e A5 à Questão 7.....	121

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Situações dicotômicas.....	25
Quadro 2 – Relação entre conectivos, operações lógicas e seus símbolos.....	26
Quadro 3 – Elementos da Lógica simbólica, da Álgebra de Boole e da Teoria dos Conjuntos.....	27
Quadro 4 – Normas MIL.....	34
Quadro 5 – Organização das aulas.....	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela-verdade com uma variável.....	30
Tabela 2 – Tabela-verdade com duas variáveis.....	31
Tabela 3 – Tabela-verdade com três variáveis.....	31
Tabela 4 – Tabela-verdade com quatro variáveis.....	32

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	REVISÃO DA LITERATURA	18
2.1	A Educação Profissional e Tecnológica e o Ensino Médio Integrado	18
2.2	A interdisciplinaridade	22
2.3	A Álgebra de Boole	24
2.4	A Teoria dos Registros de Representação Semiótica	37
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	41
3.1	Caracterização da pesquisa	41
3.2	Detalhamento da Intervenção Pedagógica	43
3.2.1	Planejamento	43
3.2.1.1	Elaboração da sequência didática	43
3.2.1.2	Escolha do software Logisim	65
3.2.1.3	Elaboração do questionário para o teste exploratório com os licenciandos	66
3.2.1.4	Elaboração do questionário dos alunos	67
3.2.1.5	Elaboração dos roteiros de perguntas das entrevistas	67
3.2.1.5.1	Roteiro de perguntas da Entrevista Semiestruturada 1	68
3.2.1.5.2	Roteiro de perguntas da Entrevista Semiestruturada 2	68
3.2.1.6	Testes exploratórios	69
3.2.2	Implementação	70
3.2.3	Avaliação	70
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	71
4.1	Testes exploratórios	71
4.1.1	Aplicação da sequência didática	71
4.1.2	Questionário do teste exploratório	93
4.1.3	Entrevista Semiestruturada 1	99
4.2	Implementação e Avaliação	101
4.2.1	Aplicação da sequência didática	101
4.2.2	Questionário dos alunos	113
4.2.3	Entrevista Semiestruturada 2	121
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	123
	REFERÊNCIAS	126
	APÊNDICES	133

APÊNDICE A – Apostila da Aula 1	134
APÊNDICE B – Slides da Aula 1	142
APÊNDICE C – Atividades 1 e 2	158
APÊNDICE D – Atividade Extra	162
APÊNDICE E – Apostila da Aula 2	164
APÊNDICE F – Slides da Aula 2	169
APÊNDICE G – Atividades 3 e 4	182
APÊNDICE H – Apostila da Aula 3	187
APÊNDICE I – Atividade 5	194
APÊNDICE J – Gabarito da Atividade 5	197
APÊNDICE K – Questionário do teste exploratório	200
APÊNDICE L – Questionário dos alunos	204
APÊNDICE M – Roteiro de perguntas da Entrevista Semiestruturada 1	208
APÊNDICE N – Roteiro de perguntas da Entrevista Semiestruturada 2	211

1 INTRODUÇÃO

A motivação para a escolha do tema deste trabalho se deu a partir de vivências pessoais de uma das autoras durante o Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio e, posteriormente, no curso de Licenciatura em Matemática. Durante esse processo de migração, foi notada a semelhança entre diversos conteúdos, em especial a Eletrônica Digital e a Lógica matemática, o que despertou a curiosidade a respeito de como esses assuntos poderiam se relacionar se fossem trabalhados de forma integrada. Além disso, ambas as autoras possuem grande afinidade com o conteúdo de Lógica matemática estudado no curso de Licenciatura em Matemática e, somado a isso, acreditam ser de suma importância a aplicação da Lógica em outras áreas de conhecimento.

Nesse contexto de integração entre conteúdos, os cursos de nível médio integrados à Educação Profissional e Tecnológica desempenham um papel importante na qualificação e formação de jovens que buscam uma inserção no mercado de trabalho (Freitas; Sá, 2020). Conforme o Art. 15 da resolução CNE/CP n.º 1 de 2021 (Brasil, 2021, p. 6):

Art. 15. A Educação Profissional Técnica de Nível Médio abrange:
I - habilitação profissional técnica, relacionada ao curso técnico;
II - qualificação profissional técnica, como etapa com terminalidade de curso técnico; e
III - especialização profissional técnica, na perspectiva da formação continuada.

Os Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio têm o intuito de oferecer uma formação simultaneamente básica e técnica (Santos, 2012). Nessa modalidade, os alunos possuem aulas de componentes curriculares da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e de disciplinas voltadas para a área técnica, fazendo-se necessária a interdisciplinaridade para a associação dos estudos às atividades técnicas que futuramente serão exercidas (Santos, 2012).

Os autores Freitas e Sá (2020) destacam que a Matemática é considerada uma disciplina descontextualizada, sem relação com as experiências dos alunos e suas perspectivas de trabalho, havendo a necessidade da interação entre os conteúdos curriculares e essa disciplina. Para Ramos (2010), a integração proposta pelos Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio não deve ser tratada meramente como uma junção do Ensino Médio e do Curso Técnico, e, sim, como uma integração para além da dimensão pedagógico-curricular, com destaque na formação completa. Nesse sentido, Pontes (2012) afirma que a unitariedade do Ensino Médio Integrado deve ser explorada por meio da sintetização entre humanismo e

tecnologia, de modo a mirar não somente a profissionalização, mas a inserção crítica na vida social, cultural e artística, desenvolvendo diversos aspectos.

De acordo com Antonello (2018), ao permitir que o ensino seja baseado na interdisciplinaridade, pode-se buscar uma forma de articular conhecimentos e fornecer aprendizagens significativas, de modo a otimizar o processo de ensino e aprendizagem, integrar disciplinas e contribuir para a superação da fragmentação da organização curricular.

Pretende-se, neste trabalho, utilizar a interdisciplinaridade para relacionar a Lógica simbólica, conteúdo comumente ensinado na Matemática, com a Álgebra de Boole, conteúdo comumente presente em cursos técnicos como Eletrotécnica, Eletrônica, Informática e Automação Industrial.

Conforme aponta Rocha (2018), a Lógica passou por diversas transformações ao longo dos séculos. Na metade do século XIX, a noção de Lógica começou a se aproximar progressivamente da Matemática, culminando no que hoje conhecemos como Lógica simbólica, Lógica matemática ou Lógica moderna, de modo a diferenciá-la da Lógica tradicional (antiga e medieval) (Rocha, 2018). Neste trabalho, optou-se pelo uso da expressão Lógica simbólica, pois, em concordância com Rocha (2018, p. 320), acredita-se que esta sugere “um simbolismo coerente e de fácil manuseio” e, por isso, faz-se mais apropriada. Esse autor complementa dizendo que a expressão Lógica matemática refere-se, em geral, à Lógica como uma área dentro da Matemática, assim como a Álgebra e a Aritmética, o que acaba ofuscando o interesse dessa ciência por outras áreas do conhecimento. Quanto à nomenclatura Lógica moderna, Rocha (2018) aponta que esta é utilizada onde o estilo simbólico ainda é algo novo, o que não parece tão conveniente, já que esse estilo possui mais de um século e meio de existência.

Segundo Vieira (2000), George Boole (1815-1864) é considerado o pai da Lógica matemática em razão de ter sido o responsável por introduzir a expressão de processos lógicos por meio de símbolos matemáticos, representando-os com a mesma precisão de uma equação algébrica. Essa autora aponta que a Álgebra de Boole é utilizada nos computadores, materializada em microchips que produzem os resultados das operações utilizando linguagem binária. Para Vieira (2000), os estudos de Boole revolucionaram a ciência lógica e estabeleceram uma nova forma de armazenar e processar informações.

Nessa relação entre a Lógica simbólica e a Álgebra de Boole, é possível perceber diferentes registros de representação. Do ponto de vista epistemológico, a Matemática se difere das demais áreas de conhecimento, as quais estudam fenômenos observáveis na natureza ou em ambientes controlados, como laboratórios (Bonomi, 2007; Duval, 2018). A

Matemática é fruto de construções mentais e compreendida por meio de suas representações, o que ocasiona uma peculiaridade importante: a indissociabilidade entre o objeto de estudo e a forma como ele é representado (Bonomi, 2007). Por esse motivo, é utilizada como referencial teórico deste trabalho a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval.

Diante do que foi apresentado, formulou-se a seguinte questão de pesquisa: Quais as contribuições que o estudo da Lógica simbólica, nas aulas de Matemática, pode trazer na introdução da Álgebra de Boole em turmas do Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio? Para responder a essa questão de pesquisa, traçou-se como objetivo deste trabalho identificar as contribuições que o estudo da Lógica simbólica, nas aulas de Matemática, pode trazer na introdução da Álgebra de Boole em turmas do Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio.

A fim de alcançar esse objetivo, foi adotada como metodologia de pesquisa a qualitativa do tipo Intervenção Pedagógica. Os instrumentos de coleta de dados utilizados consistem na observação da participação dos alunos ao longo da aplicação da sequência didática, acompanhada das anotações realizadas no diário de campo, das respostas dos estudantes às atividades propostas e da aplicação de um questionário final sobre a abordagem adotada. De modo complementar a esse processo, foi realizada uma entrevista semiestruturada com o professor responsável pela disciplina de Eletrônica Digital da turma selecionada para a Implementação da ação interventiva.

Ademais, ressalta-se que parte da sequência didática contou com o uso do software de simulação de circuitos lógicos Logisim. Conforme afirma Boscaroli (2022), as tecnologias digitais são ferramentas poderosas para impulsionar a autonomia, a criatividade e o protagonismo dos estudantes, transformando os processos de ensino e aprendizagem.

Este trabalho está estruturado em quatro capítulos, sendo o primeiro deles a Introdução. O segundo capítulo trata da Revisão da Literatura, subdividindo-se em quatro seções: A Educação Profissional e Tecnológica e o Ensino Médio Integrado; A Interdisciplinaridade; A Álgebra de Boole; e A Teoria dos Registros de Representação Semiótica. O terceiro capítulo refere-se aos Procedimentos Metodológicos, abordando o tipo de pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, o público-alvo, as etapas realizadas no desenvolvimento do trabalho e o detalhamento da Intervenção Pedagógica. O quarto capítulo, por sua vez, apresenta os resultados e discussões acerca dos testes exploratórios e da Implementação da ação interventiva. Por fim, são apresentadas as considerações finais deste trabalho.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo é composto por quatro seções. A primeira traz um breve histórico e reflexões acerca da Educação Profissional e Tecnológica e o Ensino Médio Integrado; a segunda trata acerca da interdisciplinaridade; a terceira, da Álgebra de Boole; e a quarta discorre sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e sua relação com este trabalho.

2.1 A Educação Profissional e Tecnológica e o Ensino Médio Integrado

De acordo com Vieira e Souza Junior (2016), a consolidação da Educação Profissional teve seu início aproximadamente no final do século XVIII, como resultado da Revolução Industrial na Inglaterra. Segundo esses autores, esse período marcou uma transição significativa, na qual os métodos de manufatura evoluíram da produção artesanal para a produção mecanizada. O surgimento de máquinas como os teares gigantes e as locomotivas a vapor não apenas aumentou a velocidade de produção, como também possibilitou o transporte de pessoas e mercadorias de forma mais rápida e econômica que antes (Vieira; Souza Junior, 2016).

No Brasil, durante a fase de descobrimento do ouro em Minas Gerais e da criação das Casas de Fundação e de Moeda, surgiu a necessidade de uma mão-de-obra especializada destinada aos filhos de homens brancos, para os quais a formação foi realizada no próprio ambiente de trabalho, além de ocorrer a criação de Centros de Aprendizagem de Ofícios nos Arsenalis da Marinha (Augusto; Sá; Jordane, 2019). Entretanto, a história da Educação Profissional formal no Brasil iniciou-se somente no ano de 1909, por meio de um decreto sancionado pelo então Presidente da República Nilo Peçanha (Augusto; Sá; Jordane, 2019).

Com esse decreto, passou-se a instituir a Educação Profissional como forma de satisfazer o desenvolvimento industrial do país, surgindo as Escolas de Aprendizes Artífices, as quais possuíam caráter assistencialista, voltadas para as camadas mais pobres da população (Augusto; Sá; Jordane, 2019). Com o crescimento industrial do país, as Escolas de Artífices passaram a ser escolas industriais e técnicas com formação profissional equivalente ao Ensino Médio (Augusto; Sá; Jordane, 2019).

Conforme Escott e Moraes (2012), durante as décadas de 1930 e 1940, observa-se que houve o surgimento de opções de formação para os trabalhadores, já que, até 1932, o ensino primário era complementado por cursos rurais e profissionais com duração de quatro anos.

Após essa etapa, segundo esses autores, os alunos tinham a oportunidade de ingressar em trajetórias educacionais voltadas exclusivamente para o mundo do trabalho no nível ginásial, como os cursos normais, técnicos agrícolas ou técnicos comerciais. Essas opções de formação refletiam as características de uma época em que as atividades secundárias e terciárias eram introdutórias e não garantiam acesso ao ensino superior (Escott; Moraes, 2012). Vale ressaltar que, nesse período, as elites, após concluírem o ensino primário e o secundário preparatório, tinham a possibilidade de seguir para o ensino superior, que estava predominantemente voltado para carreiras profissionais (Escott; Moraes, 2012).

Segundo Augusto, Sá e Jordane (2019), na década de 1940, houve o surgimento do sistema S (Sesi, Sesc, Senai, Senac, Senar, Sebrae), composto de organizações com origens e características semelhantes voltadas para treinamento profissional, assistência social, consultoria, pesquisa e assistência técnica. Conforme esses autores, no ano de 1959, as Escolas Industriais e Técnicas foram transformadas em Escolas Técnicas Federais, que, devido ao processo acelerado de industrialização, intensificaram a formação de técnicos. Já em 1979, as Escolas Técnicas foram gradativamente tornando-se Centros Federais de Educação Tecnológica (CEFET), com o intuito de conferir mais uma atribuição a essas instituições: a de formar engenheiros de operação e tecnólogos (Brasil, [20--]). Em 2004, o Decreto 5.154 permitiu a integração do ensino regular com a Educação Profissional (Augusto; Sá; Jordane, 2019).

Os cursos técnicos integrados ao Ensino Médio surgem com o propósito de articular a educação para vida e a educação para o mercado de trabalho, integrando o Ensino Médio regular, ofertado comumente em três anos, à Educação Profissional, oferecida por meio de cursos técnicos profissionalizantes (Melo; Marques, 2020). Em 2008, com a Lei nº. 11.892, a maioria dos CEFET passaram a se chamar Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, os quais vêm a ser uma síntese do que foi construído ao longo dos anos, amparados pelas leis e políticas da Educação Profissional e Tecnológica do governo federal (Garcia *et al.*, 2018). Nesse mesmo ano, também houve o surgimento, por meio da Lei nº. 11.892, da Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica (RFEPCT), considerada um marco para a Educação Profissional e Tecnológica do país (Brasil, [201-]). As instituições que constituem essa rede são reconhecidas pela qualidade do ensino, diversidade de cursos, atuação junto às empresas locais e utilização do que cada região oferece em termos de trabalho, cultura e lazer (Brasil, [201-]).

Posteriormente, foi promulgado o Plano Nacional de Educação (PNE), com vigência de dez anos a partir de 2014, que, entre duas metas, estabeleceu que o número de matrículas

da Educação Profissional deveria ser duplicado até 2024 (Augusto; Sá; Jordane, 2019). Em 2023, a RFEPCT contava com 48 Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia (IF), 2 Centros Federais de Educação Tecnológica (CEFET), a Universidade Tecnológica do Paraná (UTFPR), 22 escolas técnicas vinculadas às universidades federais e o Colégio Pedro II, totalizando, juntamente com seus campi associados, 679 unidades distribuídas entre as 27 unidades federativas do país (IFS, 2023; IFSP, 2023). A garantia de disponibilidade orçamentária e financeira adequadas à RFEPCT é atribuída à Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica (Setec/MEC), e as instituições que constituem essa rede possuem autonomia administrativa, patrimonial, financeira, didático-pedagógica e disciplinar (Brasil, [201-]).

Atualmente, os IF oferecem cursos técnicos integrados ao Ensino Médio, além dos de qualificação, os quais consistem em cursos superiores de tecnologia, licenciaturas, bacharelados e pós-graduação lato e stricto sensu (Freitas; Sá, 2020). Embora as escolas da rede federal tenham sido as que ofereceram maior apoio de comunicação e tecnologia aos seus alunos no ano de 2021, o qual contou com aulas remotas devido à pandemia de covid-19, o número de matrículas da Educação Profissional sofreu uma interrupção na tendência de crescimento nesse ano (Brasil, 2023). Contudo, essa tendência foi retomada em 2022, quando o número de matrículas aumentou 13,7% (Brasil, 2023).

Considerando esse histórico e a grande relevância que as instituições federais possuem em âmbito nacional, é pertinente um maior entendimento acerca dos Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio. Em relação a essa modalidade, consta no inciso I do Art. 16 da resolução CNE/CP nº. 1 de 2021, a qual define as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Profissional e Tecnológica, que:

Art. 16. Os cursos técnicos serão desenvolvidos nas formas integrada, concomitante ou subsequente ao Ensino Médio, assim caracterizadas:
I - integrada, ofertada somente a quem já tenha concluído o Ensino Fundamental, com matrícula única na mesma instituição, de modo a conduzir o estudante à habilitação profissional técnica ao mesmo tempo em que conclui a última etapa da Educação Básica (Brasil, 2021, p. 7).

Além disso, ainda no Art. 16 dessa mesma resolução, consta no parágrafo 4º. que:

§ 4º Na oferta dos cursos na forma dos incisos II e IV, caso o diagnóstico avaliativo evidencie necessidade, devem ser introduzidos conhecimentos e habilidades inerentes à Educação Básica, para complementação e atualização de estudos, garantindo, assim, o pleno desenvolvimento do perfil profissional de conclusão (Brasil, 2021, p. 7).

Desse modo, os cursos desenvolvidos devem seguir os objetivos da Educação Profissional e Tecnológica, além de atender aos objetivos do Ensino Médio, seguindo suas respectivas diretrizes, em especial a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2021). No que tange à estruturação dos cursos da Escola Profissional Técnica de Nível Médio, o inciso V do Art. 20 da resolução CNE/CP nº. 1 de 2021 prevê “o diálogo com diversos campos do trabalho, da ciência, da cultura e da tecnologia, como referências fundamentais de sua formação” (Brasil, 2021, p. 8).

Ciavatta e Ramos (2011) entendem que a integração referente ao Ensino Médio Integrado sugere que o processo formativo é politécnico e *omnilateral*¹, integrando todas as esferas da vida e possibilitando aos trabalhadores uma melhor percepção das relações sociais de produção e do processo de desenvolvimento das forças produtivas. Ciavatta (2005) aponta ainda que, idealmente, não se deve separar a formação geral da formação profissional, pois a dimensão intelectual precisa ser incorporada ao trabalho produtivo, de modo a formar cidadãos ativos na sociedade. Dessa maneira, é importante que “a teoria ilumine a prática assim como a prática dê significado à teoria” (Sá, 2021, p. 19).

De acordo com Sá (2021), a formação geral e a profissional devem ser integradas para além de uma mera simultaneidade entre as disciplinas. Contudo, uma pesquisa realizada por Silva e Oliveira (2018) mostra que essa integração não é tão simples. Os autores fizeram uma entrevista com três professores de Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio e constataram que nem mesmo os próprios docentes entrevistados possuem grande compreensão acerca da ideia do Ensino Médio Integrado presente nos documentos oficiais.

Na perspectiva da integração, Souza e Delphino (2015 *apud* Freitas; Sá, 2020) trazem que a realidade dos alunos seria melhor compreendida se houvesse a construção de um planejamento que integrasse as áreas do conhecimento, favorecendo o trabalho pedagógico interdisciplinar. Nesse contexto, os incisos VIII e IX do Art. 3 da resolução CNE/CP nº. 1 de 2021 preveem a:

- VIII - interdisciplinaridade assegurada no planejamento curricular e na prática pedagógica, visando à superação da fragmentação de conhecimentos e da segmentação e descontextualização curricular;
- IX - utilização de estratégias educacionais que permitam a contextualização, a flexibilização e a interdisciplinaridade, favoráveis à compreensão de significados, garantindo a indissociabilidade entre a teoria e a prática

¹ De acordo com Frigotto (2012, p. 267), educação *omnilateral* significa “a concepção de educação ou de formação humana que busca levar em conta todas as dimensões que constituem a especificidade do ser humano e as condições objetivas e subjetivas reais para seu pleno desenvolvimento histórico”.

profissional em todo o processo de ensino e aprendizagem (Brasil, 2021, p. 2).

Elaborou-se, neste trabalho, uma sequência didática interdisciplinar envolvendo a Lógica simbólica e a Álgebra de Boole. Na Seção 2.2, o tema interdisciplinaridade será aprofundado.

2.2 A Interdisciplinaridade

Na segunda metade do século XX, o conhecimento possuía um caráter de especialização bastante influenciado por uma epistemologia de tendência positivista enraizada no empirismo, no naturalismo e no mecanicismo científico presentes no início da modernidade (Thiesen, 2008). Em resposta a isso, originou-se o movimento da interdisciplinaridade na Europa, em meados da década de 1960, juntamente com os movimentos estudantis que reivindicavam um novo estatuto de universidade e de escola (Fazenda, 2008). Sua primeira aparição, de acordo com Fazenda (2008), deu-se como uma tentativa de classificação temática das propostas educacionais que surgiam na época. Ao final da década de 1960, chegou ao Brasil o conceito de interdisciplinaridade, o qual posteriormente influenciou na elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e de leis que regem a educação brasileira, como a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) (Terradas, 2011).

Apesar de ser um tema amplamente discutido, o termo interdisciplinaridade não possui definições ou terminologias exatas (Terradas, 2011). De acordo com Santos, Nunes e Viana (2017), a interdisciplinaridade pode ser vista como a interação entre uma ou mais disciplinas, podendo estar ligada tanto a uma comunicação simples de ideias como a uma interação mais abrangente, envolvendo objetivos, conceitos, conteúdos e metodologias. Desse modo, a interdisciplinaridade também pode ser considerada uma forma de corrigir a fragmentação entre as disciplinas (Santos; Nunes; Viana, 2017). Para Terradas (2011), a interdisciplinaridade deve ser uma atitude para superar a fragmentação de nós mesmos, do mundo e do que nos cerca.

Segundo Thiesen (2008), a temática da interdisciplinaridade tem sido tratada em dois campos: o da epistemologia e o da educação. O campo da epistemologia possui enfoque na “produção, reconstrução e socialização; a ciência e seus paradigmas; e o método como mediação entre o sujeito e a realidade” (Thiesen, 2008, p. 545), enquanto, no campo

pedagógico, “discutem-se fundamentalmente questões de natureza curricular, de ensino e de aprendizagem escolar” (Thiesen, 2008, p. 545).

Nesse sentido, tanto na dimensão epistemológica quanto na pedagógica, a interdisciplinaridade está fundamentada em um conjunto de princípios teóricos que sustentam esse movimento e buscam resgatar a totalidade do conhecimento, produzindo impactos profundos no que tange às ciências e, principalmente, à educação (Thiesen, 2008). De acordo com Fazenda (2015), a interdisciplinaridade escolar tem como principal objetivo auxiliar no desenvolvimento do conhecimento, respeitando as individualidades dos alunos e promovendo a integração entre os saberes.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) (Brasil, 2000), a Matemática no Ensino Médio possui caráter formativo e objetiva estruturar pensamentos e o raciocínio dedutivo, de modo a estimular no aluno a capacidade de resolução de problemas e investigação, proporcionando uma visão ampla e científica. Esse documento ainda ressalta que o aprendizado tem seu ponto de partida na vivência dos alunos, e que investigar o meio natural e social pode ocasionar um aprendizado significativo, criando as condições para um diálogo interdisciplinar.

No contexto dos Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio, Antonello (2018) afirma que estes devem levar em conta o panorama integral da vida do estudante, compreendendo os processos e experiências vivenciadas, de modo a agregar conhecimento científico. Para essa autora, essa modalidade de ensino necessita integrar cada vez mais a Educação Básica à Educação Profissional, ultrapassando a tecnicidade desta última e considerando os aspectos culturais, tecnológicos e científicos.

Nessa conjuntura, tem-se que existe uma Matemática fortemente utilizada na área da Eletrotécnica, para dar sentido a conceitos e fenômenos existentes, além de justificar teoremas e procedimentos (Antonello, 2018). Assim, faz-se necessário que os estudantes desse curso consigam estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos e os específicos da área técnica, possibilitando dar significado ao aprendizado (Antonello, 2018).

De modo geral, consoante a Pombo (2005, p. 10), pode-se compreender que “o todo não é a soma das partes” e, portanto, a especialização necessita ser complementada, ou, dependendo do caso, substituída, por uma compreensão interdisciplinar para haver um conhecimento mais aprofundados dos objetos de estudo da ciência.

A Seção 2.3 a seguir tratará do conteúdo da Álgebra de Boole, o qual será trabalhado em um contexto de interdisciplinaridade com a Lógica simbólica na Intervenção Pedagógica proposta por este trabalho.

2.3 A Álgebra de Boole

George Boole, nascido em 2 de novembro de 1815 no condado de Lincoln, na Inglaterra, era o primogênito do casal John Boole e Mary Ann (Janguas, 2019). Durante a infância, teve pouco acesso à escolaridade formal e obteve instrução por parte do seu pai, além de dominar idiomas como grego, latim, francês, alemão e italiano (Sousa, 2008).

Na adolescência, devido à necessidade de auxiliar sua família na questão financeira, Boole começou a trabalhar como professor em uma cidade próxima a Lincoln (Burriss, 2018). Após atuar em algumas instituições de ensino, Boole decidiu, em 1842, retornar à sua cidade natal e fundar sua própria escola (Soares, 2023). Durante os anos seguintes, Boole viu seu círculo intelectual aumentar à medida que discutia ideias e opiniões acerca do trabalho de pesquisadores do Reino Unido por meio de correspondências com estes, o que colaborou com aquilo que viria a publicar (Janguas, 2019).

No período de 1841 a 1845, Boole entrou em uma fase produtiva, escrevendo artigos relacionados à Análise matemática, ao Cálculo e à Álgebra, com vinte e quatro trabalhos publicados no *Cambridge Journal* que abrangeram diversos temas, como Equações Diferenciais, Integração, Lógica, Probabilidade, Geometria e Transformações Lineares (Janguas, 2019).

Como relata Janguas (2019), em 1847, Boole publicou seu primeiro tratado de Lógica, *Análise Matemática da Lógica*², e, em seguida, a sua obra-prima: *As Leis do Pensamento*³ (1854). A proposta de Boole de separar a Lógica da Filosofia, da Metafísica e da linguagem ordinal e de aproximá-la da Matemática utilizando símbolos fica evidenciada com esses dois trabalhos, os quais foram, também, o motivo de Boole ter sido considerado o primeiro autor a obter sucesso na tarefa de relacionar Lógica com Álgebra (Janguas, 2019; Rocha, 2018).

Em relação à Lógica, Daghlian (2008) afirma que o seu desenvolvimento iniciou-se com Aristóteles (384-322 a.C.), quando, em suas discussões, os antigos filósofos gregos passaram a enunciar suas sentenças nas formas afirmativa e negativa, o que gerava resultados claros e mais simplificados, com significativa importância em toda a Matemática. Esse autor aponta ainda que, mais tarde, por volta de 1666, Leibniz (1646-1716) usou ideias da Lógica matemática em vários dos seus trabalhos, apesar de nunca as ter teorizado. Já no século

² Título original: *The Mathematical Analysis of Logic: Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning*.

³ Título original: *An Investigation of the Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*.

XVIII, Leonhard Euler (1707-1783) introduziu a representação das relações entre proposições por meio de gráficos, a qual foi ampliada posteriormente por John Venn (1834-1923), Edward Veitch em 1952 e Maurice Karnaugh em 1953 (Daghlian, 2008).

Em 1847, Augustus De Morgan (1806-1871) publicou o tratado *Lógica Formal*⁴ e envolveu-se em um debate público com o filósofo escocês William Hamilton, que escreveu, devido à sua aversão à Matemática: “A Matemática congela e embola a mente; um excessivo estudo da Matemática incapacita a mente para as energias que a filosofia e a vida requerem” (Hamilton, [18--?] *apud* Daghlian, 2008, p. 18). Conforme Daghlian (2008), foi esse debate que despertou o interesse de George Boole e o levou a escrever *Análise Matemática da Lógica* (1847), já mencionada anteriormente, em defesa de seu amigo De Morgan. Muitos foram os estudiosos que, posteriormente, utilizaram o trabalho de Boole, como Lewis Carrol (1896) e Sheffer (1913) (Daghlian, 2008).

Como uma forma de explicar a Lógica matemática, Daghlian (2008) destaca que algumas situações vividas em nosso cotidiano apresentam apenas dois estados que se excluem mutuamente, como nos exemplos do Quadro 1:

Quadro 1 – Situações dicotômicas

Verdadeiro	Falso
Sim	Não
Dia	Noite
Preto	Branco
Ligado	Desligado

Fonte: Adaptada de Daghlian, 2008, p. 17.

De acordo com esse autor, é com esse tipo de situação dicotômica que lida a Lógica matemática, a qual compreende, então, dois princípios fundamentais:

a) Princípio da Não-contradição:

“Uma proposição não pode ser simultaneamente ‘verdadeira e falsa’” (Daghlian, 2018, p. 27).

b) Princípio do Terceiro Excluído:

“Toda proposição ou é só verdadeira, ou só falsa, nunca ocorrendo um terceiro caso” (Daghlian, 2008, p. 28).

⁴ Título original: *Formal Logic*.

Segundo Daghlian (2008, p. 26), “[...] *proposição* é uma sentença declarativa, afirmativa e que deve exprimir um pensamento de sentido completo, podendo ser escrita na *forma simbólica* ou na *linguagem usual*”. Os conectivos lógicos são palavras ou expressões usadas para formar novas proposições a partir de proposições dadas (Daghlian, 2008). A seguir, são apresentados alguns exemplos nos quais as proposições são unidas por diferentes conectivos (sublinhados):

- a: O número 12 é par e o número 7 é primo.
- b: O triângulo ABC é acutângulo ou equilátero.
- c: Se chover amanhã, então eu ficarei em casa.

Na Lógica simbólica, os conectivos usuais são as palavras “e”, “ou”, “não”, entre outras (Alencar Filho, 2002). Tais conectivos são representados no Cálculo Proposicional com operadores lógicos (Quadro 2)⁵:

Quadro 2 – Relação entre conectivos, operações lógicas e seus símbolos

Conectivo	Operação lógica	Símbolo
e	Conjunção	\wedge
ou	Disjunção	\vee
não	Negação	\sim

Fonte: Elaboração própria.

Uma proposição composta é formada por duas ou mais proposições unidas por um conectivo (França, 2021). Dessa maneira, dadas várias proposições simples a , b , c , ..., é possível combiná-las pelos conectivos lógicos e construir proposições compostas, tais como (Alencar Filho, 2002):

- $\sim a \vee (a \wedge b)$;
- $(a \wedge \sim b) \vee b$;
- $(a \vee \sim b \wedge c) \wedge (b \vee (\sim a \wedge c))$.

A Álgebra de Boole possui propriedades em comum com a Lógica simbólica e a Teoria dos Conjuntos, sendo, as três, estruturas matemáticas que, considerando certas regras,

⁵ Para a finalidade deste trabalho, serão utilizados apenas os conectivos mencionados.

estabelecem operações ou relações entre seus elementos (Abar, 2004). No Quadro 3, a , b e c são consideradas variáveis proposicionais para a primeira coluna, elementos de uma Álgebra de Boole para a segunda coluna e conjuntos para a terceira coluna.

Quadro 3 – Elementos da Lógica simbólica, da Álgebra de Boole e da Teoria dos Conjuntos

Lógica simbólica	Álgebra de Boole	Teoria dos Conjuntos ⁶
\sim	'	'
\vee	+	\cup
\wedge	\cdot	\cap
\Leftrightarrow	=	=
F	0	\emptyset (Conjunto vazio)
V	1	U (Conjunto universo)
$(\sim(a \vee b)) \wedge c$	$(a + b)' \cdot c$	$(a \cup b)' \cap c$

Fonte: Elaboração própria a partir de Abar (2004).

Para definir uma Álgebra de Boole, é necessária a compreensão acerca de sistemas algébricos. Segundo Daghlian (2008, p. 105), entende-se por sistema algébrico “[...] um conjunto não vazio munido de um ou mais operadores binários⁷ sobre ele definidos”. Assim, considerando A um conjunto não vazio, e $*$ e \square os operadores definidos sobre A , $+$, $-$, \cdot , \div , podemos ter:

⁶ No aporte teórico deste trabalho, utiliza-se letras minúsculas para representar conjuntos, de modo a facilitar a relação da Álgebra de Boole com a Lógica simbólica. Entretanto, de acordo com Iezzi e Murakami (2013), na Matemática, os conjuntos são indicados, em geral, com letras maiúsculas.

⁷ Operadores binários necessitam de um elemento à sua esquerda e outro à sua direita. Exemplo: $A + B$. (Polidório; Franco; Martins, [20--]).

$(A, *)$ ou (A, \square)

que são álgebras com um operador ou uma operação, e

$(A, *, \Delta)$

que é uma álgebra com dois operadores ou duas operações (Daghlian, 2008, p. 105).

Nessa conjuntura, de acordo com França (2021, p. 31),

Dizemos que o sistema algébrico $(B, +, \cdot)$, em que B é um conjunto não vazio, “+” é uma operação de adição em B , “ \cdot ” é uma operação de multiplicação em B , é uma *Álgebra de Boole* quando $\forall a, b, c \in B$, valem os seguintes axiomas:

A1 (Fechamento da adição) $a + b \in B$.

A2 (Fechamento da multiplicação) $a \cdot b \in B$.

A3 (Comutativa da adição) $a + b = b + a$.

A4 (Comutativa da multiplicação) $a \cdot b = b \cdot a$.

A5 (Distributiva da adição) $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$.

A6 (Distributiva da multiplicação) $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$.

A7 (Elemento neutro da adição) $\exists 0 \in B$ tal que $a + 0 = 0 + a = a$.

A8 (Elemento neutro da multiplicação) $\exists 1 \in B$ tal que $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

A9 (Complemento) $\exists a' \in B$, tal que $a + a' = 1$ e $a \cdot a' = 0$.

O elemento a' chama-se complemento de a .

O trabalho com uma Álgebra de Boole requer a compreensão acerca de funções booleanas. Considerando que cada expressão booleana define uma função, esta é definida por Hirata (2010, p. 5) da seguinte maneira:

Dada uma álgebra booleana $(A, +, \cdot, \bar{}, 0, 1)$, uma expressão booleana em variáveis x_1, x_2, \dots, x_n define uma **função booleana** $f: A^n \rightarrow A$. O valor da função f para um elemento $a = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in A^n$ é calculado substituindo-se cada ocorrência de x_i na expressão por a_i , para $i = 1, 2, \dots, n$, e calculando-se o valor da expressão.

De modo mais simples, assim como há funções na Álgebra, também existem funções na Álgebra booleana, as quais possuem uma ou mais variáveis de entrada e apenas um resultado, dependente desses valores (Vieira, 2000).

Em relação ao símbolo para o complemento da variável a na Álgebra booleana, até o momento, foram mencionados alguns autores como França (2021) e Abar (2004), que utilizam as aspas simples para representá-lo. Entretanto, para este trabalho, será utilizado o símbolo “ $\bar{}$ ” para tal representação, assim como utiliza Hirata (2010). Ademais, a variável y será utilizada para representar $f(a, b, \dots)$.

Segundo França (2021), é possível representar as funções booleanas utilizando os diagramas de Venn, as tabelas-verdade, a representação gráfica, a representação geométrica, a forma binária e a forma decimal. Nesta seção, serão abordadas somente as três primeiras.

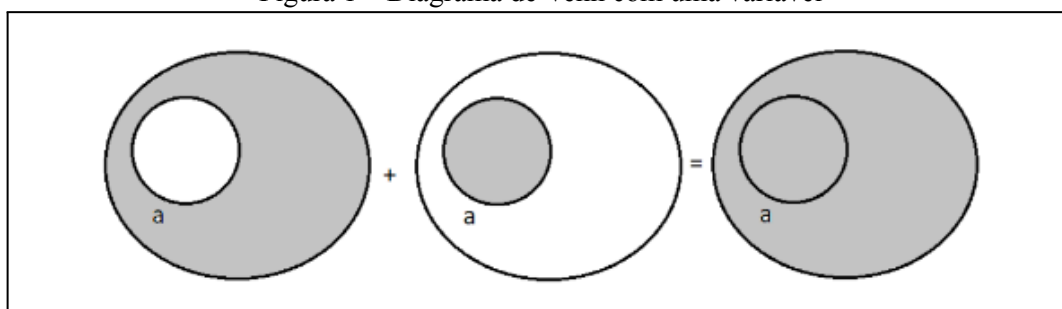
1) Diagrama de Venn

Nas representações das funções abaixo por meio do diagrama de Venn, é possível notar que a multiplicação entre duas ou mais variáveis representa a interseção entre dois ou mais conjuntos, enquanto a soma representa a união. Algumas representações que utilizam esse método serão vistas a seguir.

1.1) Diagrama de Venn com uma variável (Figura 1)

$$y = \bar{a} + a$$

Figura 1 – Diagrama de Venn com uma variável

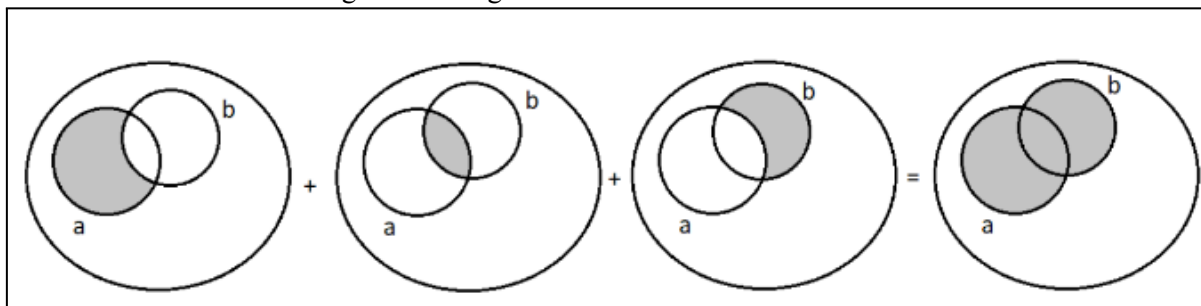


Fonte: França, 2021, p. 40.

1.2) Diagrama de Venn com duas variáveis (Figura 2)

$$y = \bar{a}\bar{b} + ab + \bar{a}b$$

Figura 2 – Diagrama de Venn com duas variáveis

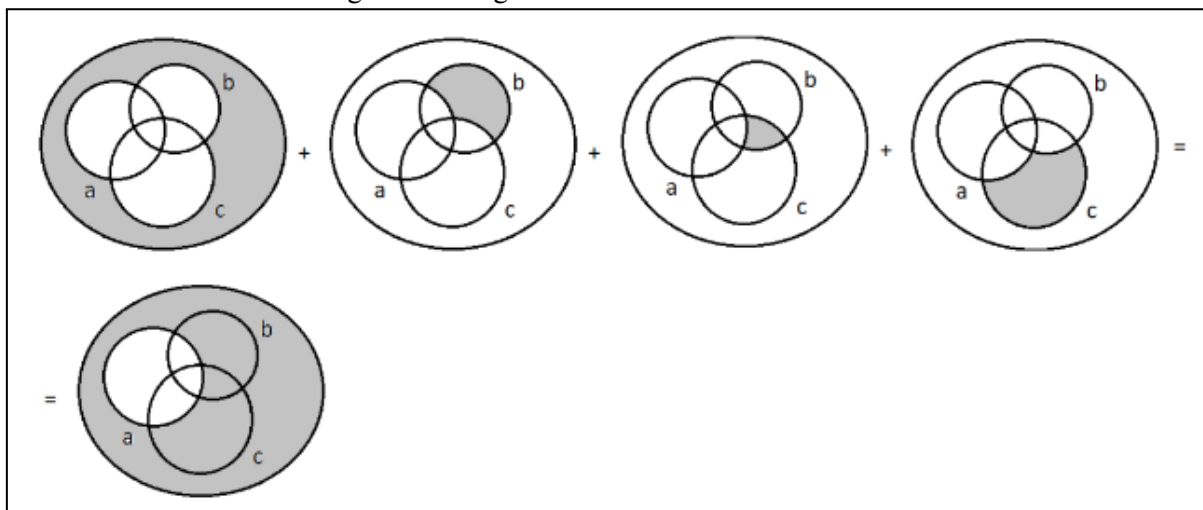


Fonte: França, 2021, p. 41.

1.3) Diagrama de Venn com três variáveis (Figura 3)

$$y = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c$$

Figura 3 – Diagrama de Venn com três variáveis



Fonte: França, 2021, p. 41.

Conforme Daghlian (2008), para representar funções com mais de três variáveis, torna-se difícil o uso dos diagramas de Venn. Por outro lado, a representação de funções booleanas por meio de tabelas-verdade é sempre viável (Daghlian, 2008).

2) Tabelas-Verdade

Algumas representações utilizando esse método serão vistas a seguir⁸.

2.1) Tabela-verdade com uma variável (Tabela 1)

$$y = \bar{a} + a$$

Tabela 1 – Tabela-verdade com uma variável

a	\bar{a}	y
0	1	1
1	0	1

Fonte: Elaboração própria.

⁸ Nesses exemplos, os elementos da tabela-verdade pertencem à estrutura booleana. Nas atividades elaboradas, são trabalhadas tabelas-verdade tanto dentro da Álgebra booleana quanto da Lógica simbólica, com elementos presentes no Quadro 3.

2.2) Tabela-verdade com duas variáveis (Tabela 2)

$$y = \bar{a}\bar{b} + ab + \bar{a}b$$

Tabela 2 – Tabela-verdade com duas variáveis

a	b	\bar{a}	\bar{b}	$\bar{a}\bar{b}$	ab	$\bar{a}b$	y
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1

Fonte: Elaboração própria.

2.3) Tabela-verdade com três variáveis (Tabela 3)

$$y = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}bc + abc$$

Tabela 3 – Tabela-verdade com três variáveis

a	b	c	\bar{a}	\bar{b}	$\bar{a}\bar{b}c$	$\bar{a}bc$	abc	y
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	1	1

Fonte: Adaptada de França, 2021, p. 42.

2.4) Tabela-verdade com quatro variáveis (Tabela 4)

$$y = abcd + \bar{a} b \bar{c} d$$

Tabela 4 – Tabela-verdade com quatro variáveis

a	b	c	d	\bar{a}	\bar{c}	$abcd$	$\bar{a} b \bar{c} d$	y
0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1	0	1

Fonte: Elaboração própria.

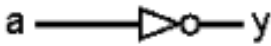
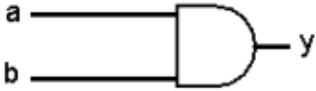

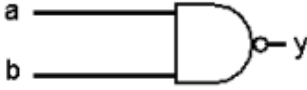

3) Representação gráfica

O presente trabalho busca relacionar a Lógica simbólica com a Álgebra de Boole e suas aplicações na Eletrônica Digital, em especial nos circuitos lógicos. Para isso, foram apresentadas as funções booleanas descritas algebricamente. Entretanto, nos circuitos lógicos,

costuma-se representar tais funções graficamente, de modo a simplificá-las (Daghlian, 2018). A representação gráfica das funções booleanas é feita por meio de portas lógicas, as quais são padronizadas por normas internacionais e são as bases dos circuitos lógicos (França, 2021). A finalidade da utilização das portas lógicas é combinar as diferentes grandezas booleanas de modo a realizar determinada função (Daghlian, 2018).

Serão utilizadas, com esse fim, as normas americanas MIL-STD-806B (*Military Standard*) para a representação dos circuitos lógicos, conforme apresenta o Quadro 4.

Quadro 4 – Normas MIL

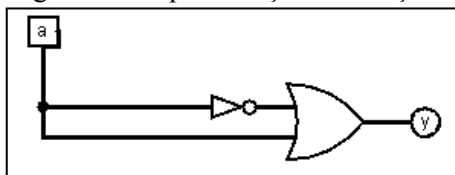
Função Booleana	Tabela-Verdade	Circuito	Portas Lógicas															
$y = \bar{a}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	a	y	0	1	1	0	Inversor (Negação)										
a	y																	
0	1																	
1	0																	
$y = a \cdot b$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	E (AND)	
a	b	y																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
$y = a + b$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	OU (OR)	
a	b	y																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																
$y = \overline{(a \cdot b)}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	NE (NAND)	
a	b	y																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																
$y = \overline{(a + b)}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	a	b	y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	NOU (NOR)	
a	b	y																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021, p. 46.

A seguir, são apresentados alguns exemplos de representação de funções booleanas mediante portas lógicas:

i) Função 1: $y = \bar{a} + a$ (Figura 4)

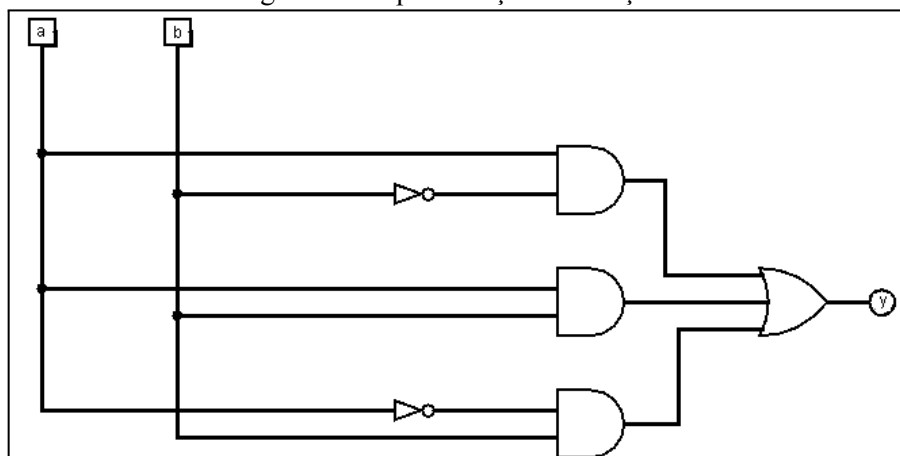
Figura 4 – Representação da Função 1



Fonte: Elaboração própria.

ii) Função 2: $y = a\bar{b} + ab + \bar{a}b$ (Figura 5)

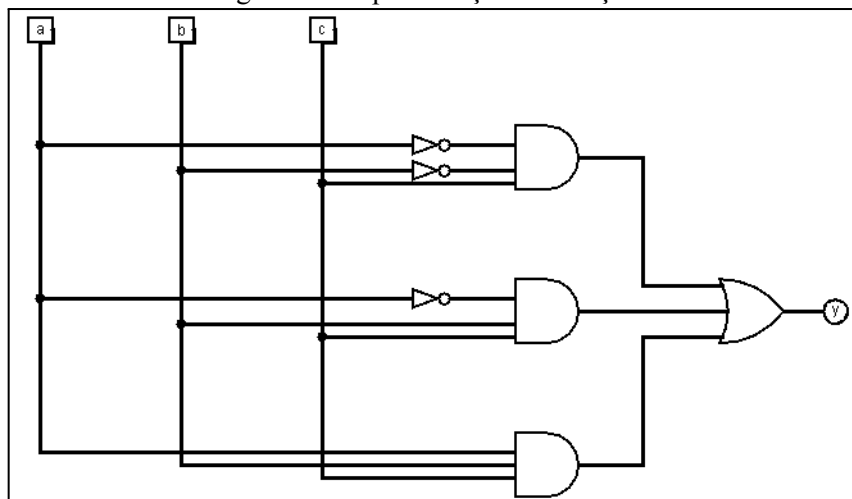
Figura 5 – Representação da Função 2



Fonte: Elaboração própria.

iii) Função 3: $y = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}bc + abc$ (Figura 6)

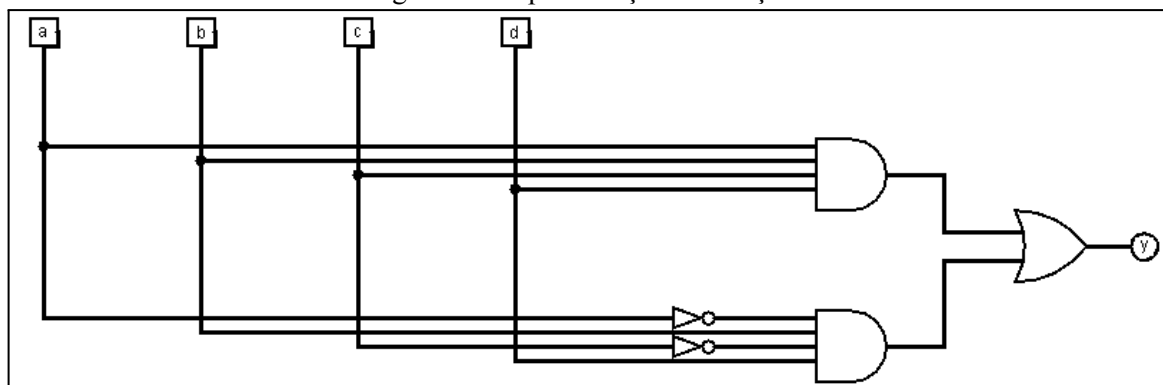
Figura 6 – Representação da Função 3



Fonte: Elaboração própria.

iv) Função 4: $y = abcd + \bar{a}\bar{b}\bar{c}d$ (Figura 7)

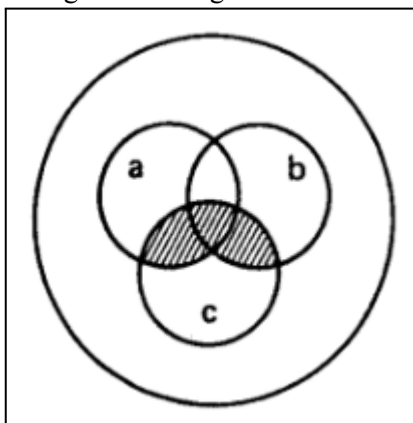
Figura 7 – Representação da Função 4



Fonte: Elaboração própria.

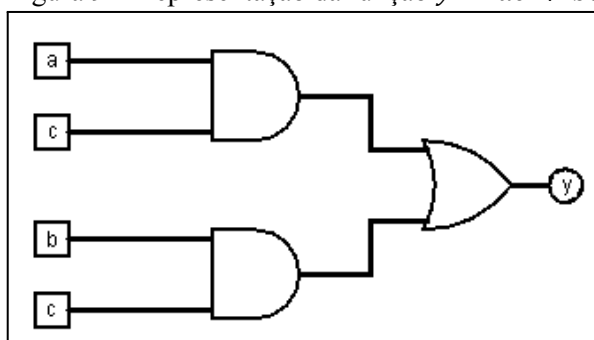
Também é possível encontrar um circuito lógico partindo da representação por diagramas de Venn, conforme mostrado na Figura 8 a seguir:

Figura 8 – Diagrama de Venn



Fonte: Daghlian, 2008, p. 158.

Como a área hachurada trata-se da união das interseções entre a e c e entre b e c , ela pode ser representada pela função $y = ac + bc$ e pelo circuito lógico a seguir (Figura 9):

Figura 9 – Representação da função $y = ac + bc$ 

Fonte: Elaboração própria.

Dada a variedade de representações de um mesmo objeto, a Seção 2.4 tratará da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e de sua importância para as ideias presentes na elaboração deste trabalho.

2.4 A Teoria dos Registros de Representação Semiótica

O filósofo e psicólogo francês Raymond Duval desenvolveu uma teoria cognitiva, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, que se concentra nas mudanças entre diferentes sistemas de representação semiótica durante o processo de pensamento (Bonomi, 2007). Suas obras estabeleceram as bases para uma vasta gama de pesquisas na área da Didática da Matemática e, no Brasil, essa teoria tem sido particularmente influente, servindo como referencial teórico para inúmeros estudos (Bonomi, 2007).

Conforme a BNCC (Brasil, 2018, p. 529), “[...] na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade”. Para Duval (2012, 2018), a produção de representações se dá por meio de dois tipos de sistemas: os sistemas semióticos, caracterizados pela utilização de signos e símbolos (por exemplo, as linguagens natural e matemática), e os não semióticos, que empregam instrumentos para gerar representações visuais de objetos ou fenômenos não acessíveis à percepção direta (por exemplo, os telescópios e microscópios).

Duval (2012) pondera que a cognição humana está intrinsecamente ligada à utilização de diversos registros semióticos de representação. Segundo o autor, a *semiosis* é a produção ou a assimilação de uma representação semiótica, enquanto a *noesis* consiste na compreensão conceitual do objeto. Duval (2012, p. 270) afirma que esses dois processos são indissociáveis e formam o chamado “paradoxo cognitivo do pensamento matemático”.

Em um sistema semiótico constam as três atividades cognitivas fundamentais para a semiose, sendo elas: a formação, o tratamento e a conversão (Duval, 2012). A formação de uma representação identificável pode ser comparada à realização de uma tarefa de descrição (Duval, 2012). Por exemplo, descrever um caso em que aparecem proposições compostas formadas por duas ou mais proposições unidas por um conectivo ou operador lógico, conforme o exemplo da Figura 10.

Figura 10 – Exemplo de formação na Álgebra booleana

$$y = \overline{a \cdot b}$$

Fonte: Elaboração própria.

O tratamento de uma representação consiste na transformação desta no mesmo registro em que foi formada. Por exemplo, ao utilizar as equivalências encontradas na Lógica simbólica ou na Álgebra booleana (Figura 11).

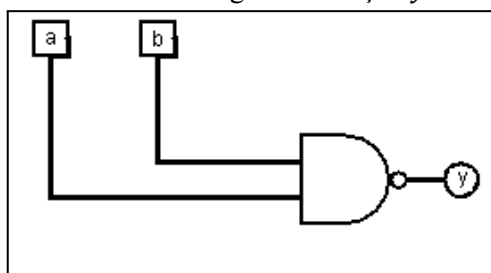
Figura 11 – Exemplo de tratamento na Álgebra booleana

$$y = \overline{a \cdot b} \Leftrightarrow y = \overline{a} + \overline{b}$$

Fonte: Elaboração própria.

Em contrapartida, a conversão de uma representação é a transformação desta em outro registro, mantendo o mesmo objeto matemático (Duval, 2011, 2012). A conversão é uma atividade de transformação representacional crucial, uma vez que ela conduz aos processos fundamentais da compreensão (Duval, 2011). Um exemplo de conversão ocorre ao se representar uma função booleana por meio de um circuito lógico. A Figura 12 representa a conversão da expressão $y = \overline{a \cdot b}$ em circuito lógico.

Figura 12 – Circuito lógico da função $y = \overline{a \cdot b}$



Fonte: Elaboração própria.

Também é possível converter uma expressão na Lógica simbólica em uma expressão na Álgebra de Boole, conforme mostra a Figura 13.

Figura 13 – Conversão da Álgebra de Boole para a Lógica simbólica

$$\overline{a \cdot b} \Leftrightarrow \sim (a \wedge b)$$

Fonte: Elaboração própria.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica é evidenciada na diversidade de situações técnico-científicas em bacharelados, licenciaturas e na educação técnica (Azevêdo, 2020). Nesta última, por exemplo, o aluno pode contar apenas com palavras em um enunciado, sem objetos físicos reais, enquanto, em outros casos, ele pode possuir apenas recursos físicos que podem conter operações internas, como placas e simuladores (Azevêdo, 2020). Azevêdo (2020) afirma que os significados podem ser distorcidos dependendo das representações utilizadas em um registro isolado ou em um experimento. Desse modo, é preciso que um aluno da educação técnica seja capaz de transitar entre os diferentes registros e de relacionar a teoria com a prática.

Conforme Azevêdo (2020), a construção de conceitos complexos como os circuitos elétricos depende da interação entre diversos sistemas de representação, já que um único registro, isoladamente, é insuficiente para capturar a totalidade de um conceito. Esse autor

destaca que, por meio da apropriação e da articulação de diferentes modos de representação – como linguagem natural, símbolos, diagramas e linguagem algébrica –, os alunos estabelecem conexões entre os componentes de um circuito e desenvolvem um entendimento mais profundo do sistema como um todo.

Segundo Duval (2012), para que ocorra a compreensão integral de um objeto matemático, é preciso que haja a compreensão de ao menos dois registros de representação. Para esse autor, o principal caminho para a aprendizagem matemática não está ligado à automatização de tratamentos, visto que a coordenação de registros é condição fundamental para todas as aprendizagens de base.

Duval (1995 *apud* Barros; Agricco Jr., 2019) acredita que a dificuldade em diferenciar o objeto matemático de suas diversas representações constitui um obstáculo significativo para a aprendizagem da Matemática. Essa distinção é crucial para uma compreensão profunda dos conceitos, pois a confusão entre ambos impede a construção de um conhecimento matemático contextualizado (Duval, 1995 *apud* Barros; Agricco Jr., 2019).

Conforme Franzoni (2010), a construção de uma compreensão sólida dos conceitos científicos e matemáticos requer que os estudantes sejam capazes de transitar entre diferentes formas de representação. Esse autor afirma ainda que a dependência de um único modo de representação limita a capacidade dos alunos de estabelecerem conexões mais profundas e abrangentes entre os diversos aspectos de um conceito. Nesse sentido, para Franzoni (2010), a adoção de uma abordagem pedagógica que valorize a multimodalidade revela-se fundamental, uma vez que a ciência, por sua própria natureza, recorre a múltiplas linguagens para comunicar ideias complexas. Ao integrarem diferentes modos de representação, os estudantes são incentivados a desenvolver um pensamento crítico e a construir um conhecimento mais rico e significativo (Franzoni, 2010).

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para facilitar a compreensão do percurso metodológico da pesquisa, evidencia-se o objetivo geral: identificar as contribuições que o estudo da Lógica simbólica, nas aulas de Matemática, pode trazer na introdução da Álgebra de Boole em turmas do Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio.

Este capítulo está dividido em duas seções: (i) a caracterização da pesquisa, na qual são destacados o tipo de pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, o público-alvo e as etapas que serão realizadas; e ii) o detalhamento da Intervenção Pedagógica, realizado por meio do Planejamento, da Implementação da ação interventiva e da Avaliação dos efeitos dessa ação.

3.1 Caracterização da pesquisa

As autoras desta pesquisa optaram por seguir uma abordagem qualitativa do tipo Intervenção Pedagógica, a qual possui três etapas: Planejamento, Implementação e Avaliação. Ainda que alguns possam interpretar a palavra intervenção como algo arbitrário e imposto, neste tipo de pesquisa, o termo em questão possui o sentido de interferência, mudança e inovação, conforme aponta Damiani (2012). Essa autora afirma ainda que:

Tais interferências são planejadas e implementadas com base em um determinado referencial teórico e objetivam promover avanços, melhorias, nessas práticas, além de pôr à prova tal referencial, contribuindo para o avanço do conhecimento sobre os processos de ensino/aprendizagem neles envolvidos (Damiani, 2012, p. 3).

A escolha pela Intervenção Pedagógica se deu pelo intuito das autoras de desenvolverem uma sequência didática a fim de promover melhorias, bem como por tratar-se de uma forma diferente de abordar a Álgebra de Boole em Cursos Técnicos em Eletrotécnica integrados ao Ensino Médio, focando na interdisciplinaridade com a Matemática, já que a compreensão da Lógica simbólica pode contribuir de maneira singular para o avanço do conteúdo em questão.

Ademais, é utilizada a metodologia qualitativa, pois o cerne desta investigação não está na representatividade numérica. Ao contrário, preocupa-se com a análise aprofundada da participação e dos resultados obtidos pelos alunos no decorrer da aplicação da sequência didática (Gerhardt; Silveira, 2009).

Como instrumentos de coleta de dados, há a observação da participação dos alunos no decorrer da aplicação da sequência didática, juntamente com as anotações no diário de campo, as respostas dos alunos às atividades propostas e um questionário final para os estudantes a respeito da abordagem adotada. Além disso, há também uma entrevista semiestruturada com o professor da disciplina de Eletrônica Digital da turma selecionada para a Implementação da Intervenção Pedagógica.

Optou-se pelo uso do questionário para a coleta de dados devido à viabilidade dessa técnica e sua pertinência ao ser empregada para lidar com problemas cujos objetos de pesquisa correspondem a levantar opiniões, interesses, expectativas, percepções, posicionamentos e situações vivenciadas (Chaer; Diniz; Ribeiro, 2011; Gerhardt; Silveira, 2009).

Ademais, foi escolhida a entrevista semiestruturada em razão de sua flexibilidade. Embora esse formato siga um roteiro, ele proporciona ao entrevistado a liberdade de explorar temas que emergem dos tópicos principais, favorecendo uma conversa mais rica e dinâmica (Gerhart; Silveira, 2009).

O público-alvo desta pesquisa são alunos da 1ª. série do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio. Essa escolha foi realizada devido ao conteúdo de Álgebra de Boole estar alocado nessa série.

Para o alcance do objetivo deste trabalho, foram definidas as seguintes etapas:

- 1) A revisão bibliográfica;
- 2) O Planejamento da ação de intervenção com a: (i) elaboração da sequência didática; (ii) escolha do software; (iii) elaboração do questionário para o teste exploratório com os licenciandos; (iv) elaboração do questionário dos alunos; (v) elaboração dos roteiros de perguntas das entrevistas.
- 3) A Implementação da ação interventiva por meio da aplicação da sequência didática para o público-alvo;
- 4) A Avaliação dos efeitos da Implementação com o uso dos instrumentos de coleta de dados.

Os dados serão analisados com base no referencial teórico da pesquisa, em especial a Interdisciplinaridade e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

3.2 Detalhamento da Intervenção Pedagógica

Esta seção consiste no detalhamento da Intervenção Pedagógica a partir do conceito de Damiani (2012), a qual afirma que as interferências planejadas e implementadas com base em um referencial teórico visam promover avanços e melhorias nessas práticas. Desse modo, o detalhamento está organizado em três partes: o Planejamento, a Implementação e a Avaliação.

3.2.1 Planejamento

O Planejamento constitui-se da elaboração da sequência didática; da escolha do software Logisim; da elaboração do questionário do teste exploratório; da elaboração do questionário dos alunos para etapa da Implementação; e da elaboração dos roteiros da primeira e da segunda entrevistas com o professor, de modo que a primeira constitui o teste exploratório realizado com este, e a segunda é utilizada como instrumento de coleta de dados após a Implementação da ação interventiva.

3.2.1.1 Elaboração da sequência didática

A sequência didática está dividida em seis momentos: i) A Lógica simbólica; ii) Atividades 1 e 2 e Atividade Extra; iii) A Álgebra de Boole; iv) Atividades 3 e 4; v) Logisim; e vi) Atividade 5. O Quadro 5 apresenta a organização das aulas, explicitando seus respectivos conteúdos e objetivos. Nesse quadro, utiliza-se “Aula 1”, “Aula 2” e “Aula 3” para referir-se aos momentos de explanação teórica dos conteúdos, os quais são complementados com suas respectivas atividades.

Quadro 5 – Organização das aulas

	Aula 1 + Atividades 1 e 2 + Atividade Extra	Aula 2 + Atividades 3 e 4	Aula 3 + Atividade 5
Conteúdo	A Lógica simbólica	A Álgebra de Boole	Logisim
Objetivo	Compreender as operações lógicas de conjunção, disjunção e negação; construir tabelas-verdade envolvendo essas operações; e associar a Lógica simbólica aos circuitos lógicos.	Compreender as relações entre os elementos da Lógica simbólica e os elementos da Álgebra de Boole.	Construir circuitos lógicos no software Logisim.

Fonte: Elaboração própria.

Em toda a sequência didática, foram utilizadas letras maiúsculas para as proposições e variáveis, tanto no conteúdo de Lógica simbólica quanto no de Álgebra de Boole. Tal escolha pautou-se na utilização de letras maiúsculas no estudo desse último tema pela disciplina de Eletrônica Digital na instituição escolhida, visto que as autoras desejavam aproximar-se do conteúdo ensinado na disciplina em questão.

i) A Lógica simbólica

O primeiro encontro com os alunos tem o início marcado pela explanação da motivação para a elaboração deste trabalho, seguido da entrega de uma apostila (APÊNDICE A) aos estudantes contendo a parte teórica do conteúdo para auxiliar na explanação deste. Com o auxílio de uma apresentação de slides (APÊNDICE B), o conteúdo é iniciado por meio de uma conversa com os alunos sobre o surgimento da Lógica simbólica (Figura 14).

Figura 14 – O surgimento da Lógica simbólica



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, é apresentado aos alunos o conceito de proposição, com exemplos de proposições simples e compostas, e os conectivos lógicos “e”, “ou” e “não”, os quais são utilizados nesta sequência didática (Figura 15).

Figura 15 – As proposições e os conectivos lógicos

As proposições

Proposições são sentenças declarativas e afirmativas, podendo ser escritas na forma simbólica e na linguagem usual.

Exemplos:
 P: O Brasil é um país da Europa.
 Q: 2 é um número par.

Uma proposição ou é **verdadeira**, ou **falsa**, e pode ser simples ou composta.

Exemplo de proposição simples:
 O número 7 é primo.

Exemplo de proposição composta:
 O número 2 é par ou primo.

(Daghlian, 2008) 3

Os conectivos lógicos

Os **conectivos lógicos** são palavras ou expressões utilizadas para conectar uma ou mais expressões, ou formar novas proposições a partir de outras.

Exemplos:
 O quadrado possui 4 lados **e** ângulos de 90°.

O número 6 é ímpar **ou** par.

A circunferência **não** representa um polígono.

(França, 2021; Alencar Filho, 2002) 4

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, são apresentadas aos alunos as operações lógicas dos conectivos apontados, com suas respectivas tabelas-verdade e portas lógicas correspondentes. Mencionam-se as portas lógicas ao falar da Lógica simbólica, pois como afirma Santos (2012), na modalidade dos Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio, a interdisciplinaridade torna-se indispensável, pois os alunos precisam integrar todos os seus estudos às atividades técnicas que desempenharão no futuro.

Ao iniciar a explanação da primeira operação lógica, a conjunção, é explicado o emprego da tabela-verdade e o seu funcionamento (Figura 16). A conjunção é explicada por meio de um exemplo contextualizado à realidade dos alunos, utilizando o sistema de ingresso ao Ensino Médio Integrado do Instituto Federal Fluminense, uma vez que, para adentrar, é

preciso ter concluído o Ensino Fundamental e ser aprovado no processo seletivo e, caso pelo menos uma das duas condições não seja atendida, o ingresso não é possível.

Figura 16 – Conjunção

As operações lógicas

1. CONJUNÇÃO

É usada entre duas proposições, sendo representada pelo conectivo “e” e, simbolicamente, por \wedge .

Exemplo:
A: O valor de x é 3.
B: O valor de z é 5.
 $Y = A \wedge B$: O valor de x é 3 e o valor de z é 5.

A conjunção $A \wedge B$ somente possui resultado **verdadeiro** se **ambas as proposições forem verdadeiras**. Se ao menos uma das proposições for falsa, a conjunção $A \wedge B$ também será falsa.

(Daghlian, 2008; Iezzi; Murakami, 2019) 5

As operações lógicas

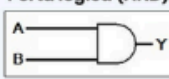
1. CONJUNÇÃO

Tabela-verdade

A **tabela-verdade** é um dispositivo utilizado para realizar operações entre proposições, sendo possível chegar ao **valor lógico final** de acordo com os valores de cada proposição.

A	B	$A \wedge B$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Porta lógica (AND)



(Daghlian, 2008; França, 2021, p. 46) 6

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, é apresentada a disjunção (Figura 17) com a utilização de outro exemplo contextualizado ao universo dos alunos: a entrada ao refeitório da instituição, que só é possível com o uso da carteirinha estudantil ou com o número de pasta do estudante. Caso o aluno possua um dos dois ou ambos, sua entrada é permitida; caso possua nenhum, sua entrada é barrada.

Figura 17 – Disjunção

As operações lógicas

2. DISJUNÇÃO

É usada entre duas proposições, sendo representada pelo conectivo “ou” e, simbolicamente, por \vee .

Exemplo:
 A : O valor de x é 3.
 B : O valor de z é 5.
 $Y = A \vee B$: O valor de x é 3 **ou** o valor de z é 5.

A disjunção $A \vee B$ possui resultado **verdadeiro** se **ao menos uma das proposições for verdadeira**, ou seja, uma disjunção somente será falsa se ambas as proposições forem falsas.

(Daghlian, 2008; Iezzi; Murakami, 2019) 7

As operações lógicas

2. DISJUNÇÃO

Tabela-verdade

A	B	$A \vee B$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Porta lógica (OR)

(França, 2021, p. 46) 8

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, é apresentada a negação (Figura 18) e enfatiza-se aos alunos a existência de outros conectivos lógicos, deixando claro que, durante a sequência didática, são estudados apenas os três conectivos apresentados.

Figura 18 – Negação

As operações lógicas

3. NEGAÇÃO

Corresponde ao **valor lógico oposto** de uma proposição P e é indicado por $\sim P$.

Exemplo:
 A : O valor de x é 3.
 $Y = \sim A$: O valor de x **não** é 3.

A negação $\sim A$ possui o **valor oposto** de A , ou seja, quando A é verdadeira, $\sim A$ é falsa; quando A é falsa, $\sim A$ é verdadeira.

Também é possível negar proposições compostas, por exemplo: a negação de $A \wedge B$ seria $\sim (A \wedge B)$.

(Daghlian, 2008; Iezzi; Murakami, 2019)

9


As operações lógicas

3. NEGAÇÃO

Tabela-verdade

A	$\sim A$
F	V
V	F

Porta lógica (NOT)



(França, 2021, p. 46)

10

Fonte: Elaboração própria.

Para resumir as relações apresentadas, é utilizado um quadro com os conectivos e as operações lógicas, símbolos e portas lógicas correspondentes (Figura 19).

Figura 19 – Relações na Lógica simbólica

Conectivo	Operação Lógica	Símbolo	Porta Lógica
e	Conjunção	\wedge	
ou	Disjunção	\vee	
não	Negação	\sim	

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

11

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, é desenvolvido um exemplo com os alunos (Figura 20). Este fornece uma proposição composta na linguagem natural e, a partir dela, é realizada a escrita em linguagem simbólica, a construção da tabela-verdade e a análise do circuito lógico correspondente. A construção da tabela-verdade é feita no quadro por meio da projeção dos slides, a qual contém a estrutura pronta da tabela-verdade que vai sendo completada durante a explicação.

Figura 20 – Exemplo de proposição composta

Um exemplo

Proposições:
A: Maria gosta de lasanha.
B: Maria gosta de pizza.
C: Maria gosta de estrogonofe.

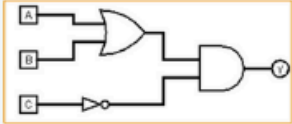
Considere a expressão $(A \vee B) \wedge \sim C$.

Na linguagem natural, temos:
Maria gosta de lasanha ou pizza e não gosta de estrogonofe.

13

Um exemplo

➤ Circuito correspondente à expressão $(A \vee B) \wedge \sim C$:



Fonte: Elaboração própria.

16

Fonte: Elaboração própria.

Durante o desenvolvimento desse exemplo, utiliza-se a árvore de possibilidades com duas e três proposições, a fim de mostrar todas as possíveis combinações de “V” e “F” a serem representadas na tabela-verdade. Neste momento, espera-se que os alunos percebam que o número de linhas de uma tabela-verdade depende da quantidade de proposições simples da expressão, de modo que uma tabela-verdade com quatro proposições simples, por exemplo, possui 2^4 linhas.

ii) Atividades 1 e 2 e Atividade Extra

As Atividades 1 e 2 (APÊNDICE C) são aplicadas ao fim da aula sobre a Lógica simbólica. A Atividade 1 (Figura 21) traz uma proposição composta elaborada a partir de duas simples, a fim de que os alunos a escrevam na linguagem simbólica e completem sua tabela-verdade, cuja estrutura já está disposta na questão. Para essa atividade, é realizada com os alunos a escrita da proposição na linguagem simbólica e a montagem dos títulos da tabela-verdade e, após fornecer um tempo para que os alunos a completem, é feita a correção do exercício.

Figura 21 – Atividade 1

<u>ATIVIDADE 1</u>				
Dadas as proposições simples a seguir, escreva a proposição sublinhada na linguagem simbólica e construa sua tabela-verdade.				
A: Pedro gosta de Matemática.				
B: Pedro gosta de Português.				
<u>Pedro não gosta de Matemática ou não gosta de Português.</u>				
A	B			

Fonte: Elaboração própria.

A Atividade 2 (Figura 22) consiste em relacionar expressões na Lógica simbólica com seus respectivos circuitos. O primeiro item é resolvido juntamente com os alunos, e os demais são feitos por eles e, posteriormente, corrigidos.

Figura 22 – Atividade 2

ATIVIDADE 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

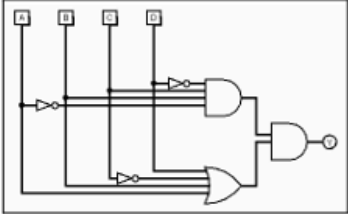
() $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

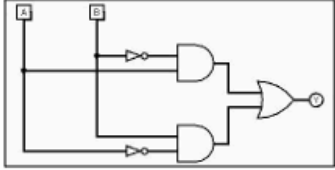
() $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C)$

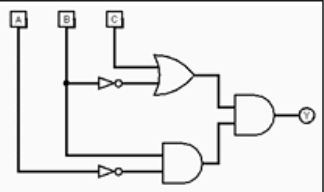
() $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$

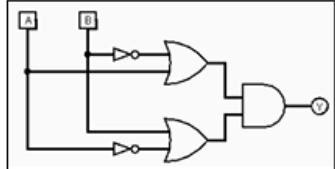
() $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$

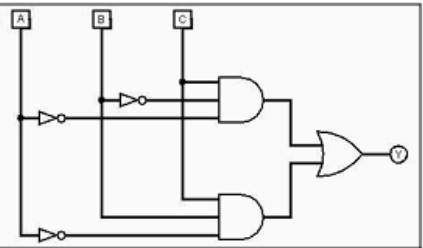
() $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

Fonte: Elaboração própria.

Ao fim do primeiro encontro, é entregue a Atividade Extra (APÊNDICE D), a qual possui como objetivo verificar o aprendizado dos alunos e identificar aspectos que devem ser discutidos no segundo encontro (Figura 23).

Figura 23 – Atividade Extra

ATIVIDADE EXTRA

Construa a tabela-verdade da proposição $Y = (A \wedge \sim B) \vee C$.

A	B	C	$\sim B$	$(A \wedge \sim B)$	$(A \wedge \sim B) \vee C$

Fonte: Elaboração própria.

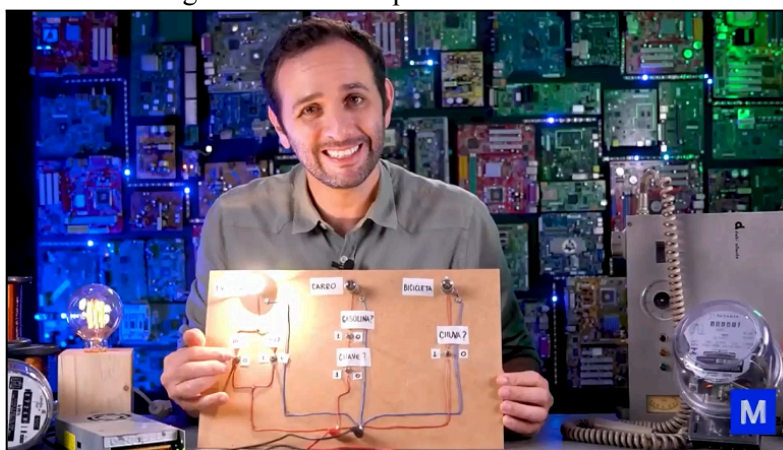
iii) A Álgebra de Boole

Na aula relativa à Álgebra de Boole, também é entregue uma apostila (APÊNDICE E) e utilizada uma apresentação de slides (APÊNDICE F). A aula é iniciada com uma breve correção da Atividade Extra e com comentários acerca de eventuais equívocos cometidos pelos alunos, enfatizando como deveria ser a forma correta. Em seguida, é apresentada parte de um vídeo⁹ para fazer a retomada do conteúdo da aula anterior e introduzir o novo conteúdo: a Álgebra de Boole. Optou-se pelo uso do vídeo, pois conforme Amaral (2014), os vídeos, quando utilizados para iniciar um novo tópico matemático, servem como ponto de partida para debates mais elaborados. Para esse autor, a discussão visual e dinâmica proporcionada pelo vídeo facilita a compreensão inicial do conceito, preparando os alunos para um estudo mais detalhado.

O vídeo apresenta situações nas quais são utilizados os conectivos “e”, “ou” e “não” e mostra a representação dessas situações por meio de um circuito elétrico (Figura 24).

⁹ Vídeo alocado no YouTube, no canal Manual do Mundo. É utilizado o trecho de 5:28 a 9:05. O vídeo está disponível em:
[https://www.youtube.com/watch?v=uQPiyxoCk9E&list=PLYjrJH3e_wDOA5mxhiMxE6yslcIzU5NkX & index=2](https://www.youtube.com/watch?v=uQPiyxoCk9E&list=PLYjrJH3e_wDOA5mxhiMxE6yslcIzU5NkX&index=2).

Figura 24 – Vídeo apresentado na Aula 2



Fonte: Elaboração própria a partir de captura de tela.

Após o vídeo, é conversado com os alunos sobre situações opostas presentes no cotidiano, como: verdadeiro e falso, sim e não, preto e branco, ligado e desligado. Em seguida, é iniciado o conteúdo da Álgebra de Boole, relacionando-o com a Lógica simbólica e mostrando suas equivalências (Figura 25).

Figura 25 – A Álgebra de Boole




A Álgebra de Boole

A Álgebra de Boole utiliza três **operadores lógicos**, também conhecidos como operadores booleanos, sendo eles **AND, OR e NOT (E, OU e NÃO)**.

Na Álgebra de Boole, o conectivo “e” é representado pelo símbolo \cdot e o conectivo “ou” é representado pelo símbolo $+$. Já a negação pode ser representada pelas aspas simples ($'$) ou pelo símbolo de barrado ($\bar{}$).

(Vieira, 2000; França, 2021; Hirata, 2010) 7

A Álgebra de Boole

Conectivo	Operação lógica	Exemplo na Lógica simbólica	Exemplo na Álgebra de Boole	Porta Lógica
não	Negação	$\sim A$	\bar{A}	
e	Conjunção	$A \wedge B$	$A \cdot B$	
ou	Disjunção	$A \vee B$	$A + B$	

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021. 8

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, são apresentadas as funções booleanas e a informação de que, na Álgebra de Boole, utiliza-se 1 como “ligado” (associando-o ao “verdadeiro” da Lógica simbólica) e 0 como “desligado” (associando-o ao “falso” da Lógica simbólica) (Figura 26).

Figura 26 – Associação entre 0, 1, F e V.

A Álgebra de Boole

Exemplos de **funções booleanas**:

$$Y = A\bar{B}$$

$$Y = A\bar{B} + \bar{A}B$$

$$Y = (A + B + C + D) \cdot (E + F)$$

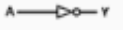




A Álgebra booleana busca representar os circuitos por meio de **portas lógicas** em que as variáveis e funções podem assumir apenas os valores **0 e 1**. Desse modo, na Álgebra booleana, o 1 corresponde ao V (verdadeiro), e o 0, ao F (falso).

(Vieira, 2000; Abar, 2004) 9

Fonte: Elaboração própria

Por fim, é mostrado aos alunos um quadro com as relações entre função booleana, tabela-verdade, circuito e portas lógicas (Figura 27). Durante esta etapa, também é esclarecido aos alunos que é possível utilizar o ponto ou não usar símbolo algum para indicar a operação “AND”.

Figura 27 – Representações na Álgebra de Boole

Representações na Álgebra booleana																		
Função Booleana	Tabela-Verdade	Circuito	Portas Lógicas															
$Y = \bar{A}$	<table border="1"> <thead> <tr><th>A</th><th>Y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	A	Y	0	1	1	0	Inversor (Negação)										
A	Y																	
0	1																	
1	0																	
$Y = A \cdot B$ $Y = AB$	<table border="1"> <thead> <tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	E (AND)	
A	B	Y																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
$Y = A + B$	<table border="1"> <thead> <tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	OU (OR)	
A	B	Y																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																
Representações na Álgebra booleana (cont.)																		
$Y = \overline{(A \cdot B)}$	<table border="1"> <thead> <tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	NE (NAND)	
A	B	Y																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																
$Y = \overline{(A + B)}$	<table border="1"> <thead> <tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	NOU (NOR)	
A	B	Y																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

Fonte: Elaboração própria.

Também são apresentadas aos alunos outras normas para a representação de portas lógicas e é explicado que as normas americanas MIL-STD-806B (*Military Standard*) são as utilizadas durante as aulas desta sequência didática (Figura 28).

Figura 28 – Normas de representação de portas lógicas

Outras representações

CIRCUITO	TABELA-VERDADE	CEI	MIL	DIN															
INVERSOR (NEGAÇÃO)	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>x</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	x	0	1	1	0												
a	x																		
0	1																		
1	0																		
E (AND)	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>x</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	a	b	x	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1			
a	b	x																	
0	0	0																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	1																	
OU (OR)	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>x</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	a	b	x	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1			
a	b	x																	
0	0	0																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	1																	
NE (NAND)	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>x</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	b	x	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0			
a	b	x																	
0	0	1																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	0																	
NOU (NOR)	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>x</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	b	x	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0			
a	b	x																	
0	0	1																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	0																	

Fonte: Daghlian, 2008, p. 155.

Fonte: Elaboração própria.

iv) Atividades 3 e 4

As Atividades 3 e 4 (APÊNDICE G) são aplicadas ao fim da aula sobre a Álgebra de Boole. A Atividade 3 consiste em relacionar as expressões na Lógica simbólica com as expressões na Álgebra de Boole (Figura 29).

Figura 29 – Atividade 3

ATIVIDADE 3	
Relacione cada representação das proposições na Lógica simbólica com sua respectiva representação na Álgebra de Boole.	
1) $\sim(A \wedge B) \vee (A \wedge B)$	() $\overline{A + B} \cdot (A + B)$
2) $(A \vee \sim B) \wedge (A \vee B) \wedge (\sim A \vee B)$	() $\overline{A} \cdot B + (A \cdot B)$
3) $\sim(A \vee B) \wedge (A \vee B)$	() $A\overline{B} + AB + \overline{A}B$
4) $(A \wedge \sim B) \vee (A \wedge B) \vee (\sim A \wedge B)$	() $(A + \overline{B}) \cdot (A + B) \cdot (\overline{A} + B)$

Fonte: Elaboração própria.

A Atividade 4 fornece aos alunos quatro circuitos para que eles escrevam a função booleana e a tabela-verdade correspondente. O primeiro item (Figura 30) é resolvido juntamente com os alunos, e os demais são feitos por eles e, posteriormente, corrigidos.

Figura 30 – Item “a” da Atividade 4

ATIVIDADE 4
Escreva a função booleana e construa a tabela-verdade de cada um dos circuitos abaixo.

a)

A	B	C					

Fonte: Elaboração própria.

As Atividades 3 e 4 utilizam a conversão entre diferentes registros de representação. A Atividade 3 requer que os alunos realizem a conversão da expressão na Lógica simbólica para a expressão na Álgebra de Boole, ao passo que a Atividade 4 requer que os alunos convertam o circuito lógico para a expressão booleana. De acordo com Moretti e Thiel (2012), a Teoria dos Registros de Representação Semiótica mostra que a conversão é o fator que mais contribui para a aprendizagem matemática e, por isso, deve-se enfatizar a coordenação entre diferentes registros no ensino, uma vez que a diversidade de representações e a capacidade de transitar entre elas são fundamentais para a compreensão dos conceitos matemáticos.

v) Logisim

A terceira aula é realizada em um laboratório de informática. Como afirmam Oliveira e Cunha (2021), as tecnologias digitais vieram para enriquecer a educação e, considerando que os alunos da atualidade estão constantemente conectados, é fundamental que os educadores incorporem essas ferramentas em suas práticas pedagógicas.

Para esta aula, é distribuída uma apostila (APÊNDICE H) com instruções para a utilização do software Logisim, com o objetivo de realizar a montagem e testagem de circuitos lógicos. Inicialmente, é apresentado aos alunos o software, bem como sua interface e funcionalidade (Figura 31).

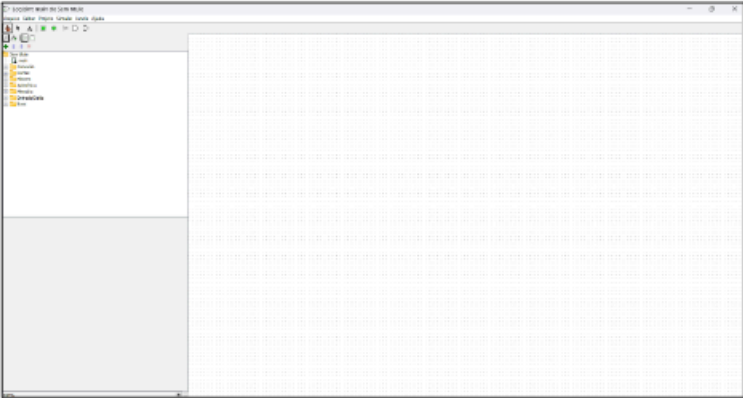
Figura 31 – Apresentação do Logisim

AULA 3 – LOGISIM

O Logisim¹ é um simulador lógico com interface simples que pode ser usado como ferramenta educacional para a simulação digital de circuitos lógicos (Burch, 2005). Trata-se de um *software* gratuito programado inteiramente em Java e que se encontra disponível para os sistemas operacionais Linux, Mac OS X e Windows (Miquelini; Ferrari, 2021). Podemos definir simulação como o procedimento de criar um modelo representativo de um sistema real e realizar experimentos utilizando esse modelo, visando entender o comportamento do sistema ou avaliar diferentes estratégias para o seu funcionamento (Pegden, 1991).

Ao abrir o Logisim, você verá uma janela semelhante à da Figura 1.

Figura 1 – Tela inicial do Logisim



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

Fonte: Elaboração própria.

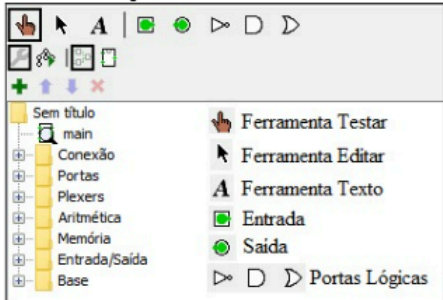
Para iniciar, é solicitado que os alunos abram o software Logisim em seus respectivos computadores e, então, são apresentadas as ferramentas, em especial as utilizadas durante a aula (Figura 32).

Figura 32 – Ferramentas

1) Ferramentas

As ferramentas estão localizadas no canto superior esquerdo da tela. Na Figura 2, estão destacadas as ferramentas da barra de ferramentas que utilizaremos na construção dos circuitos. Para facilitar a visualização, foi adicionada uma legenda para identificá-las. A função “testar” auxilia a conferir se o circuito foi construído corretamente. A função “editar” é usada para mover elementos ou realizar ligações entre eles. A função “texto” é utilizada para nomear os elementos do circuito. A função “entrada” deve ser inserida de acordo com a quantidade de variáveis do circuito. A função “saída” é única para cada circuito. Por fim, encontram-se as portas lógicas NOT, AND e OR, respectivamente.

Figura 2 – Barra de ferramentas



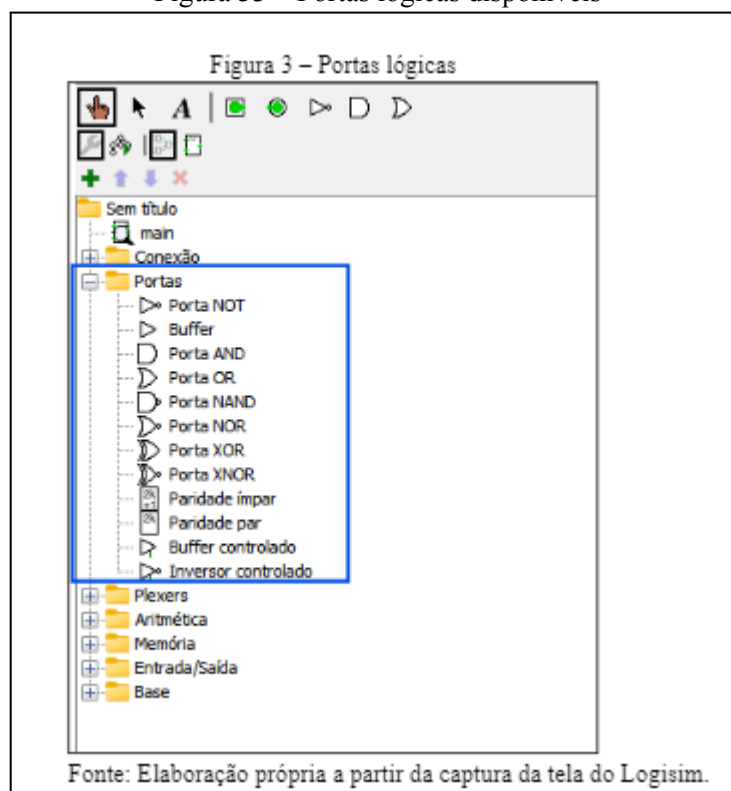
Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

Para adicionar as portas lógicas, é possível selecioná-las clicando nelas diretamente. Caso seja preciso adicionar uma porta diferente das que estão dispostas na barra de ferramentas, basta selecionar a opção “Portas” no canto esquerdo, como mostra a Figura 3.

Fonte: Elaboração própria.

Também é mostrado aos alunos como utilizar outras portas lógicas além das que estão em destaque na barra de ferramentas (Figura 33).

Figura 33 – Portas lógicas disponíveis



Fonte: Elaboração própria.

Após os alunos conhecerem a interface do software, inicia-se a construção de um circuito, que deve ser realizada pelos alunos acompanhando os passos dados pelas autoras, os quais também estão dispostos na apostila. Para iniciar, são adicionadas e nomeadas as entradas do circuito (Figura 34).

Figura 34 – Inserindo as entradas

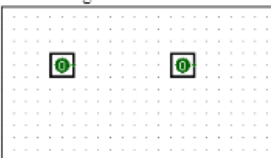
2) Construindo um circuito

Vamos construir o circuito lógico da expressão booleana $Y = A\bar{B} + \bar{A}B$.

2.1 Inserindo as entradas

Como o circuito possui duas variáveis, iremos inserir duas entradas. Para isso, basta selecionar a opção “Entrada” (🟩) e clicar na tela para posicioná-las.

Figura 4 – Passo 1

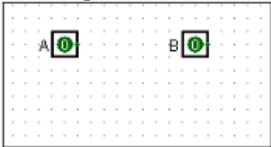


Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

2.2 Nomeando as entradas

Para nomear as entradas e saída do circuito, basta selecionar a ferramenta “Texto” (A) e clicar sobre o que se deseja nomear.

Figura 5 – Passo 2



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

Fonte: Elaboração própria.

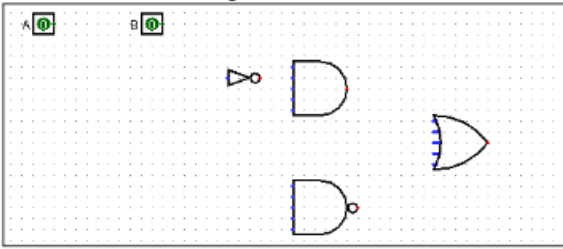
Em seguida, são inseridas as portas lógicas a serem utilizadas, sendo elas “NOT”, “AND”, “OR” e “NAND” (Figura 35).

Figura 35 – Inserindo as portas lógicas

2.3 Inserindo as portas lógicas

Para inserir as portas lógicas necessárias para a construção do circuito, basta selecioná-las na barra de ferramentas, caso ela seja NOT, AND ou OR (▷ ◻ ▷), e posicioná-las na tela, ou clicar na opção “Portas” (📁 Portas) caso seja uma porta diferente das citadas. Neste caso, serão necessárias uma porta AND, uma porta NOT, uma porta NAND e uma porta OR.

Figura 6 – Passo 3

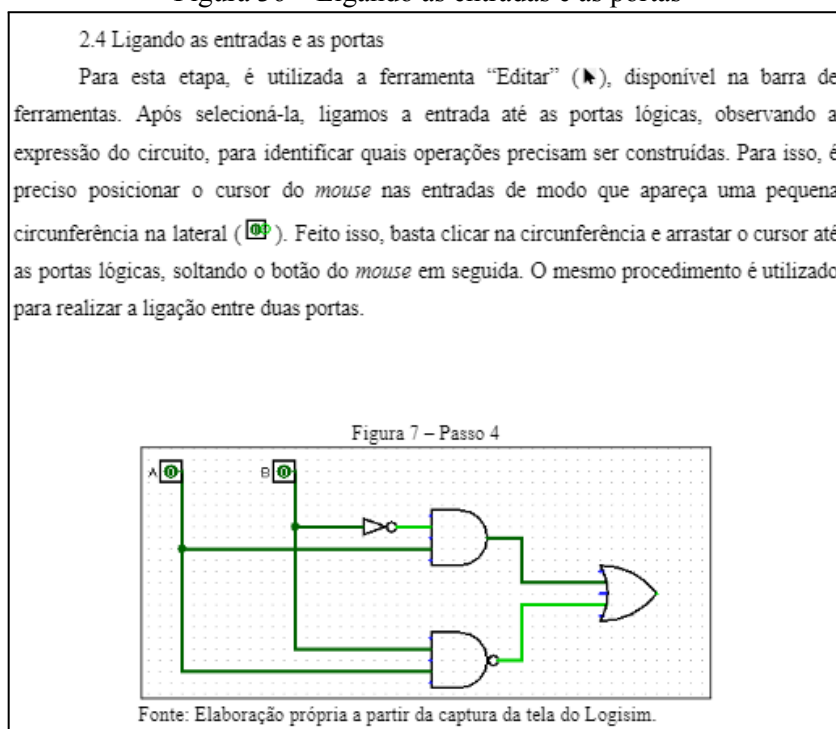


Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, é preciso realizar a ligação entre as entradas e as portas lógicas e entre uma porta e outra (Figura 36).

Figura 36 – Ligando as entradas e as portas



Fonte: Elaboração própria.

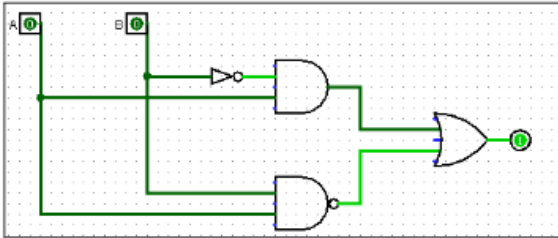
Após realizar a ligação entre os elementos já inseridos, é adicionada e nomeada a saída e realizada a ligação desta com o circuito (Figura 37).

Figura 37 – Inserindo a saída

2.5 Inserindo a saída

Para adicionar a saída e finalizar o circuito, basta selecionar a opção “Saída” (🔌) e posicioná-la no local desejado, ligando-a à última porta lógica utilizada no circuito.

Figura 8 – Passo 5

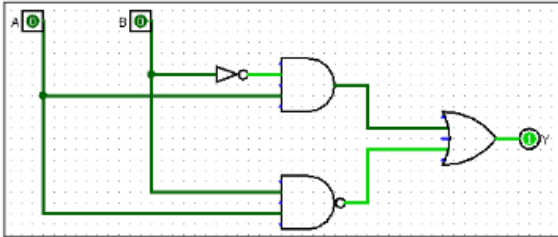


Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

2.6 Nomeando a saída

Para nomear a saída do circuito, basta selecionar a ferramenta “Texto” (A) e clicar sobre a saída.

Figura 9 – Passo 6



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

Fonte: Elaboração própria.

Após a elaboração do circuito, é realizada a sua testagem e, para isso, utiliza-se a ferramenta “Testar” (Figura 38). Essa etapa possui como objetivo verificar se o circuito está correto e condizente com a tabela verdade. É mostrado aos alunos que as linhas mais escuras representam o “desligado” e, as claras, o “ligado”.

Figura 38 – Testagem do circuito

3) Testando o circuito

Para testar o circuito, basta selecionar a ferramenta “Testar” (👉) e clicar sobre as entradas, alterando, assim, seus valores lógicos e analisando os resultados obtidos.

Esta ação nos permite testar se o circuito está correto e condizente com a tabela-verdade, visto que, ao alterar os valores, pode-se obter todos os resultados possíveis. Também é possível observar que os resultados lógicos 1 e 0 possuem colorações diferentes no Logisim, sendo o 1 representado por uma coloração verde-claro e o 0 por uma coloração verde-escuro.

Quadro 1 – Tabela-verdade do circuito $Y = \overline{A} \overline{B} + \overline{A} B$

A	B	\overline{B}	$A \overline{B}$	$A B$	$\overline{A} \overline{B}$	$\overline{A} \overline{B} + \overline{A} B$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0

Fonte: Elaboração própria.

Fonte: Elaboração própria.

vi) Atividade 5

Após a construção do circuito junto às autoras, os alunos realizam uma atividade (APÊNDICE I) na qual são disponibilizadas três expressões booleanas e suas respectivas tabelas-verdade. O objetivo desta atividade é que os alunos consigam construir os circuitos correspondentes a cada uma das expressões e comparem-nos com suas respectivas tabelas-verdade por meio da ferramenta “Testar” do software (Figura 39).

Figura 39 – Atividade 5

AULA 3 – LOGISIM
ATIVIDADES

ATIVIDADE 5
Utilizando o simulador de circuitos Logisim, elabore os circuitos lógicos das funções booleanas a seguir, comparando-os com suas respectivas tabelas-verdade.

a) $Y = A \cdot (\overline{B} + \overline{C})$

A	B	C	$(B + C)$	$(\overline{B} + \overline{C})$	$A \cdot (B + C)$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

b) $Y = \overline{A} B + \overline{A} \overline{B}$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} B$	$\overline{A} \overline{B}$	$\overline{A} B + \overline{A} \overline{B}$
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0

c) $Y = \overline{A} B C + A \overline{B} \overline{C}$

A	B	C	\overline{A}	\overline{B}	\overline{C}	$\overline{A} B C$	$A \overline{B} \overline{C}$	$\overline{A} B C + A \overline{B} \overline{C}$
0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0

Fonte: Elaboração própria.

À medida que os alunos terminam a elaboração dos circuitos, eles recebem um gabarito para a conferência da atividade (APÊNDICE J).

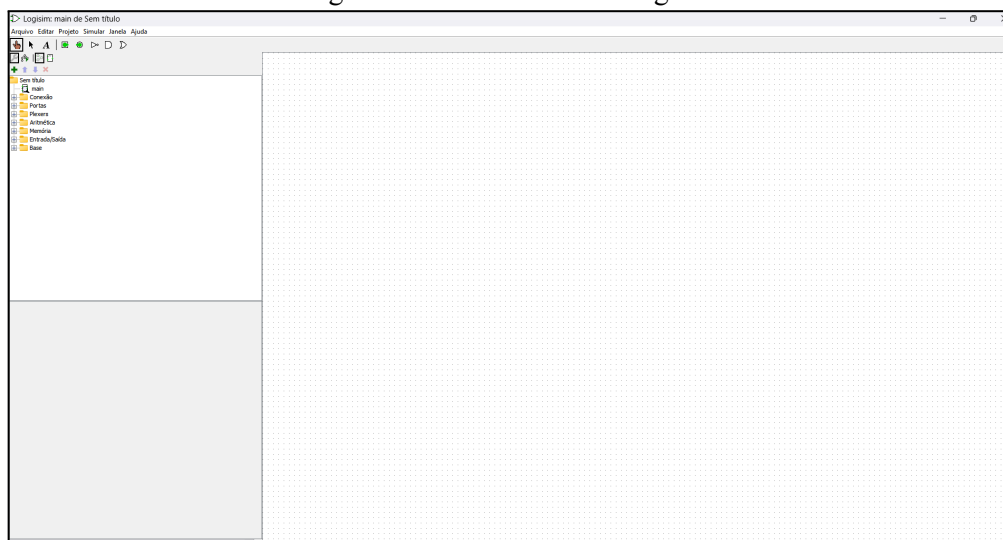
3.2.1.2 Escolha do software Logisim

Com o início da elaboração deste trabalho, iniciou-se a procura por um software para a elaboração de circuitos lógicos. Conforme Oliveira e Cunha (2021), o software educativo estimula a autonomia do aluno, permitindo que ele explore o conteúdo de forma visual e interativa, promovendo a reflexão e a construção de suas próprias conclusões.

Dentre todos os softwares encontrados, o Logisim foi o escolhido devido à sua interface simples e por conter a mesma norma de representação de portas lógicas utilizada pelo professor da disciplina de Eletrônica Digital da turma selecionada.

Ao tomar conhecimento do Logisim e utilizá-lo, surgiu a ideia de apresentá-lo também aos alunos, pois seria uma abordagem diferente daquela vista em sala de aula, podendo colaborar ainda mais para o aprendizado dos estudantes. A Figura 40 mostra o layout da tela inicial do Logisim.

Figura 40 – Tela inicial do Logisim



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

O software Logisim trata-se de um simulador lógico com interface simples que pode ser usado como ferramenta educacional para a simulação digital de circuitos lógicos (Burch, 2005). O Logisim é gratuito, programado inteiramente em Java e encontra-se disponível para os sistemas operacionais Linux, Mac OS X e Windows (Miquelini; Ferrari, 2021), não

havendo versão para celulares. Para aprender mais sobre o software em questão, é possível consultar o “Guia para se tornar usuário do Logisim”¹⁰ (Burch, 2005).

A instituição na qual foi realizada a Intervenção Pedagógica possui laboratórios de informática disponíveis, o que auxiliou na escolha das autoras por um programa que funcionasse em computadores, visto que, caso o aplicativo fosse para celulares e algum aluno não o possuísse, não haveria como fornecer um aparelho. Contudo, existem aplicativos para celular que possuem as mesmas funções do software selecionado, como o Simulador de Circuito Lógico, disponível para *Android*.

3.2.1.3 Elaboração do questionário para o teste exploratório com os licenciandos

O objetivo deste questionário é coletar dos licenciandos, participantes desta etapa, informações a respeito do trabalho. O questionário do teste exploratório (APÊNDICE K) é constituído de seis perguntas. A primeira delas indaga aos licenciandos suas observações acerca de quatro aspectos: os conteúdos apresentados, a estrutura e organização do material, o grau de dificuldade das atividades e o tempo estipulado para cada atividade. A segunda questiona sobre as considerações acerca do vídeo apresentado e se este é capaz de ampliar a visão dos alunos em relação às aplicações do conteúdo tratado. A terceira pergunta traz consigo um dos referenciais teóricos deste trabalho, com uma citação de Ramos (2010) acerca da integração proposta pelos Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio, e questiona aos licenciandos se, na concepção deles, o trabalho colabora de alguma forma para essa integração.

A quarta pergunta indaga aos licenciandos suas considerações em relação ao questionário que será entregue aos alunos ao fim da Implementação. A quinta, assim como a terceira, traz outro referencial teórico deste trabalho, com uma citação de Duval (2012), que aborda a inseparabilidade entre o funcionamento cognitivo do pensamento humano e os registros semióticos de representação, e questiona aos licenciandos se a sequência didática auxilia para que os alunos representem e reconheçam a mesma expressão em vários registros. Por fim, a sexta pergunta averigua se há algum aspecto do material apresentado que carece de modificações para a melhoria do trabalho e que não foi citado anteriormente.

¹⁰ Link de acesso ao guia do software Logisim:
<http://www.cburch.com/logisim/docs/2.7/pt/html/guide/index.html>.

3.2.1.4 Elaboração do questionário dos alunos

Para a coleta de dados da Implementação da sequência didática, também optou-se pelo uso do questionário. O questionário da Implementação (APÊNDICE L) possui sete perguntas, sendo cinco delas utilizando a escala de tipo Likert¹¹ e duas delas utilizando as opções “Sim” ou “Não”, com espaço para justificativa.

A primeira pergunta questiona se os alunos já vivenciaram alguma outra experiência que buscasse aproximar conteúdos que normalmente são estudados na parte de formação geral com conteúdos que geralmente são vistos na área técnica.

A segunda, a terceira e a sexta perguntas utilizam uma escala de “Não importante” a “Muito importante” e indagam aos alunos, respectivamente, sobre a importância de: ter experiências como a proposta pelo trabalho, que busca integrar o Ensino Médio e o Técnico; representar e reconhecer uma mesma expressão em vários registros, neste caso, utilizando a Lógica simbólica e a Álgebra de Boole; e a importância da Matemática para a representação dos conteúdos aprendidos na área técnica.

A quarta pergunta utiliza uma escala de “Muito difícil” a “Muito fácil” e questiona os alunos sobre o nível de dificuldade ao construir os circuitos no Logisim.

A quinta pergunta utiliza uma escala de “Nada provável” a “Muito provável” para indagar quais as chances de o aluno utilizar o Logisim para auxiliar nos seus estudos sobre circuitos. Por fim, a sétima pergunta questiona aos alunos se há alguma consideração que eles gostariam de fazer acerca das aulas e que ainda não foi abordada.

3.2.1.5 Elaboração dos roteiros de perguntas das entrevistas

Neste trabalho foram realizadas duas entrevistas com o professor da disciplina de Eletrônica Digital da turma selecionada para a Implementação da Intervenção Pedagógica. A primeira (Entrevista Semiestruturada 1) foi utilizada no teste exploratório, e a segunda (Entrevista Semiestruturada 2), como instrumento de coleta de dados após a Implementação da sequência didática.

¹¹ Rensis Likert foi um educador e psicólogo que, em seu pós-doutorado em psicologia pela Universidade de Columbia, realizou um levantamento usando uma escala de cinco pontos composta por alternativas que apresentam grau de intensidade (Bermudes *et al.*, 2016). Optou-se pelo uso deste tipo de escala devido a sua clareza e flexibilidade.

3.2.1.5.1 Roteiro de perguntas da Entrevista Semiestruturada 1

A primeira entrevista com o professor constitui parte do teste exploratório, sendo semiestruturada em um roteiro com seis perguntas (APÊNDICE M), com o objetivo de coletar a opinião do docente acerca do material elaborado e suas considerações sobre a sequência didática. A primeira pergunta indaga quais as observações em relação aos conteúdos apresentados, à estrutura e organização do material, ao grau de dificuldade das atividades e ao tempo estipulado. A segunda pergunta investiga se a simbologia utilizada na parte teórica e nas atividades condiz com a utilizada na área técnica e se existe alguma mudança a ser realizada nesse sentido. A terceira traz uma citação de Duval (2012) acerca do funcionamento cognitivo do pensamento humano e questiona se o professor considera que a sequência didática auxilia para que os alunos representem e reconheçam uma mesma expressão em vários registros de representação, neste caso, utilizando a Lógica simbólica, a Álgebra de Boole e os circuitos lógicos.

A quarta pergunta busca saber quais as considerações do professor sobre o vídeo apresentado e se ele acredita que este auxiliará no entendimento do conteúdo. A quinta pergunta traz uma citação de Antonello (2018) sobre a Matemática utilizada na Eletrotécnica para dar sentido a conceitos e fenômenos existentes e indaga se o professor considera que a sequência didática auxiliará nos conteúdos aprendidos pelos alunos posteriormente na disciplina de Eletrônica Digital. Por fim, na sexta pergunta, é questionado se, além dos pontos mencionados, existe algum aspecto do material analisado que o professor gostaria de apontar para a melhoria do trabalho.

3.2.1.5.2 Roteiro de perguntas da Entrevista Semiestruturada 2

Como instrumento de coleta de dados, após a aplicação da sequência didática, é realizada outra entrevista semiestruturada com o professor de Eletrônica Digital da turma, com um roteiro (APÊNDICE N) que visa investigar suas percepções acerca dos resultados da aplicação. A primeira pergunta indaga ao professor se foi possível notar alguma diferença dessa turma em relação às turmas anteriores em termos de compreensão de conteúdo e como ele pôde verificar isso. A segunda pergunta busca saber se o professor trabalhou com algum planejamento diferente para a turma, visto que ele já sabia do conteúdo abordado na sequência didática. A terceira questiona se houve dificuldades que persistiram mesmo após as aulas lecionadas pelas autoras deste trabalho.

A quarta pergunta traz uma citação de Antonello (2018) afirmando que, com o ensino baseado na interdisciplinaridade, é possível buscar uma forma de articular conhecimentos e fornecer aprendizagens significativas, integrando disciplinas e contribuindo para a superação da fragmentação da organização curricular. O intuito dessa pergunta é averiguar se o professor acredita que este trabalho colabora de alguma forma para a integração entre as disciplinas. Por sua vez, a quinta pergunta traz uma citação sobre uma pesquisa realizada por Silva e Oliveira (2018), a qual mostra que a integração entre a formação geral e profissional não é tão simples, e indaga ao professor quais são os desafios, na sua concepção, relacionados ao Ensino Médio Integrado e quais ações a escola pode tomar para sanar problemas ligados a essa integração. Por fim, a sexta pergunta questiona se o professor ouviu dos alunos algum comentário positivo ou negativo acerca do trabalho e quais foram essas observações.

3.2.1.6 Testes exploratórios

O primeiro teste exploratório foi realizado nos dias 22 e 25 de julho de 2024, dividido em quatro horas-aula no primeiro dia, as quais foram utilizadas para a explanação e os exercícios do conteúdo de Lógica simbólica e de Álgebra de Boole, e duas horas-aula no segundo dia, nas quais foi apresentado o software Logisim e foram realizadas atividades com o uso do programa. O público convidado para a realização desse teste foram os licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Federal de Educação que estavam cursando os componentes curriculares Trabalho de Conclusão de Curso II (TCC II) ou TCC III, além dos alunos que haviam finalizado o TCC III no período anterior. A escolha do público se deu pelo fato de esses licenciandos estarem em uma fase mais avançada do curso, possibilitando um olhar mais atento e crítico para a sequência didática, a fim de contribuir com melhorias para o trabalho.

O objetivo desse teste exploratório foi avaliar os conteúdos apresentados, a estrutura e a organização do material, o grau de dificuldade das atividades, o tempo estipulado para estas, o vídeo apresentado e o questionário dos alunos. Ademais, buscou-se avaliar se a sequência didática auxiliaria os alunos a reconhecer e utilizar o mesmo objeto em diferentes registros de representação semiótica, à luz da teoria de Duval, bem como aspectos relacionados à integração dos Cursos Técnicos ao Ensino Médio.

O segundo teste exploratório foi realizado no dia 24 de julho de 2024 com o professor de Eletrônica Digital da turma selecionada para a Implementação da ação interventiva. Esse teste foi realizado por meio da Entrevista Semiestruturada 1 citada na Seção 3.2.1.5.1, com o

objetivo de obter a opinião do docente acerca da organização da sequência didática, da simbologia utilizada, do vídeo apresentado e de aspectos relacionados à Teoria dos Registros de Representação Semiótica e à Interdisciplinaridade.

Os testes também foram importantes para analisar a efetividade em cumprir o objetivo geral da proposta e para trazer à luz possíveis alterações favoráveis ao trabalho, mediante a participação dos licenciandos durante a aplicação, os dados coletados nas atividades e no questionário e as contribuições do professor da turma durante a entrevista.

Os resultados obtidos nesses testes exploratórios e a análise dos dados são apresentados no Capítulo 4, Seção 4.1.

3.2.2 Implementação

A Implementação da ação interventiva ocorreu nos dias 29 de julho, 1 de agosto, 8 de agosto e 9 de agosto de 2024, em uma turma de 56 alunos da 1ª. série do Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio de uma Instituição Federal de Educação localizada em Campos dos Goytacazes, no estado do Rio de Janeiro. A escolha foi realizada devido ao conteúdo de Álgebra de Boole ser lecionado na 1ª. série deste curso, na disciplina de Eletrônica Digital.

Apesar de a sequência didática estar dividida em três etapas, a realização da Implementação foi em quatro dias, pois a última etapa foi realizada com uma metade da turma no dia 8 de agosto e com a outra metade no dia 9 de agosto. Foi necessário fazer essa divisão da turma devido ao fato de o laboratório de informática não comportar todos os alunos da turma ao mesmo tempo.

3.2.3 Avaliação

A Avaliação das implicações da interferência proposta foi feita por meio dos seguintes instrumentos de coleta de dados: a observação da participação dos alunos no decorrer da Implementação da sequência didática, as anotações no caderno de campo, as respostas dos alunos às atividades, as respostas dos alunos ao questionário e a Entrevista Semiestruturada 2, realizada com o professor da área técnica.

Os dados coletados foram analisados segundo o referencial teórico adotado neste trabalho e serão apresentados no Capítulo 4, Seção 4.2.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O presente capítulo tem como objetivo descrever e analisar os resultados obtidos nos testes exploratórios e, posteriormente, apresentar os dados coletados nas etapas subsequentes de Implementação e Avaliação.

4.1 Testes exploratórios

Esta seção refere-se à apresentação dos resultados do primeiro teste exploratório, que consiste na aplicação da sequência didática e do questionário realizados com um grupo de licenciandos em Matemática, e do segundo teste exploratório, que consiste na Entrevista Semiestruturada 1 realizada com o professor de Eletrônica Digital da turma, retratando as percepções e sugestões destes, além das alterações advindas da análise e observação das autoras decorrentes do primeiro teste exploratório. As considerações feitas durante a Entrevista Semiestruturada 1 são destacadas na Seção 4.1.2 deste capítulo. Entretanto, para haver clareza quanto à totalidade das alterações feitas nesta etapa, as sugestões do professor que foram acatadas pelas autoras já serão consideradas no decorrer da Seção 4.1.1 a seguir.

4.1.1 Aplicação da sequência didática

Estiveram presentes na aplicação da sequência didática sete licenciandos, os quais serão nomeados por L_1 , L_2 , L_3 , L_4 , L_5 , L_6 e L_7 , a fim de manter o sigilo de suas identidades. A seguir, é relatado o resultado da aplicação de cada etapa da proposta e, ao final de cada uma, são apontadas as alterações advindas das sugestões dos licenciandos, do professor de Eletrônica Digital e da análise das autoras em relação à aplicação do teste exploratório, bem como de uma reavaliação crítica e detalhada de todo o material produzido.

(i) A Lógica simbólica

Durante a explanação sobre a Lógica simbólica e seus componentes, os licenciandos não apresentaram dúvidas. O licenciando L_5 comentou que achou muito bom iniciar a aula abordando a parte histórica do conteúdo. Além disso, esse mesmo licenciando, que já havia cursado Engenharia, salientou que a compreensão da Lógica simbólica esclareceu algumas concepções, dizendo:

Já tinha visto algumas coisas na Engenharia. Hoje, tudo isso faz sentido para mim (Licenciando L₃).

A seguir, serão apresentadas as sugestões realizadas em cada parte do conteúdo lecionado. As sugestões que não estão presentes nas modificações das Seções 4.1.1 e 4.1.2 não foram acatadas pelas autoras ou devido ao tempo disponível, ou por não apresentarem relevância para o êxito do trabalho.

Foram sugeridas as seguintes alterações pelos licenciandos:

1. Trazer, ao final da apostila, um exemplo que gere uma tabela-verdade de quatro linhas, para não iniciar com uma tabela-verdade de oito linhas (sugerido por L₁);
2. No item “Construindo a tabela-verdade”, deixar em branco a tabela-verdade do exemplo para os alunos construírem-na no decorrer da explicação (sugerido por L₁);
3. Iniciar a explicação da tabela-verdade por meio de uma árvore de possibilidades (sugerido por L₁);
4. Ao apresentar a operação lógica de negação, esclarecer que também pode haver negação de proposições compostas, além das proposições simples (sugerido por L₃);
5. Explicar mais detalhadamente a maneira de completar a tabela-verdade, inclusive seus títulos (sugerido por L₅);
6. Explicar a utilização do “Y” como saída da porta lógica (sugerido por L₇).

Após a análise das sugestões e da aplicação do teste exploratório, foram feitas as seguintes alterações:

1. Início da explicação da tabela-verdade por meio de uma árvore de possibilidades;
2. Esclarecimento de que também pode haver negação de proposições compostas, além das proposições simples (Figura 41);

Figura 41 – Alteração na explicação sobre a operação de negação

Antes
A negação $\sim A$ possui o valor oposto de A , ou seja, quando A é verdadeira, $\sim A$ é falsa; quando A é falsa, $\sim A$ é verdadeira (Iezzi; Murakami, 2019).
Depois
A negação $\sim A$ possui o valor oposto de A , ou seja, quando A é verdadeira, $\sim A$ é falsa; quando A é falsa, $\sim A$ é verdadeira (Iezzi; Murakami, 2019). Vale ressaltar que também é possível negar proposições compostas, por exemplo: a negação de $A \wedge B$ é $\sim(A \wedge B)$.

Fonte: Elaboração própria.

3. Explicação mais detalhada da maneira de completar a tabela-verdade, inclusive seus títulos;
4. Explicação da utilização do “Y” como saída da porta lógica;
5. Inclusão do “Y” em todos os exemplos iniciais na explicação de cada operação lógica, para que se evidenciasse a relação entre as proposições e as portas lógicas (Figura 42);

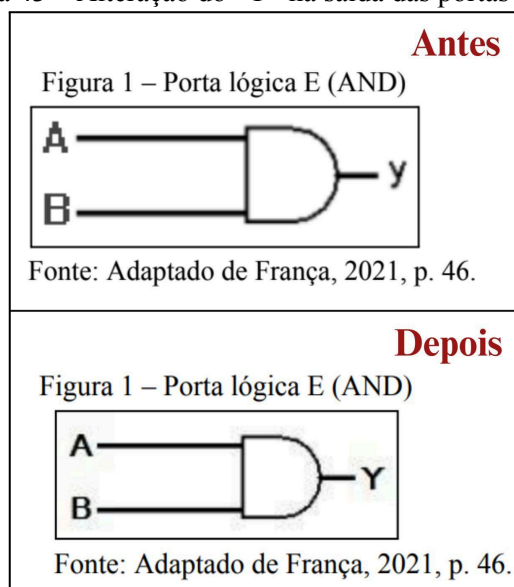
Figura 42 – Exemplo de alteração na explicação das operações lógicas

Antes
<p>➤ Conjunção</p> <p>É usada entre duas proposições, sendo representada pelo conectivo “e” e, simbolicamente, por \wedge (Daghlian, 2008).</p> <p>Exemplo:</p> <p>A: O valor de x é 3.</p> <p>B: O valor de y é 5.</p> <p>$A \wedge B$: O valor de x é 3 e o valor de y é 5.</p>
Depois
<p>➤ Conjunção</p> <p>É usada entre duas proposições, sendo representada pelo conectivo “e” e, simbolicamente, por \wedge (Daghlian, 2008).</p> <p>Exemplo:</p> <p>A: O valor de x é 3.</p> <p>B: O valor de z é 5.</p> <p>$Y = A \wedge B$: O valor de x é 3 e o valor de z é 5.</p>

Fonte: Elaboração própria.

6. Alteração do “Y” como saída das portas lógicas de minúsculo para maiúsculo em toda a sequência didática, para padronizar conforme as variáveis de entrada (Figura 43);

Figura 43 – Alteração do “Y” na saída das portas lógicas



Fonte: Elaboração própria.

7. Alteração de local na apostila, para abaixo do Quadro 5, sobre a explicitação de que o número de linhas da tabela-verdade é identificado por meio do número de proposições. Por exemplo, se uma proposição composta possui três proposições simples, o número de linhas dessa tabela-verdade é 2^3 (Figura 44).

Figura 44 – Alteração do local da explicação acerca do número de linhas da tabela-verdade

Antes

→ Construindo a tabela-verdade:

Como são três proposições, a tabela-verdade terá 2^3 linhas, ou seja, 8 linhas, conforme o Quadro 5.

Quadro 5 – Tabela-verdade correspondente à expressão $A \vee B \wedge \sim C$

A	B	C	$A \vee B$	$\sim C$	$(A \vee B) \wedge \sim C$
F	F	F	F	V	F
F	F	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V
F	V	V	V	F	F
V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	F
V	V	F	V	V	V
V	V	V	V	F	F

Fonte: Elaboração própria.

Depois

→ Construindo a tabela-verdade:

Quadro 5 – Tabela-verdade correspondente à expressão $Y = (A \vee B) \wedge \sim C$

A	B	C	$A \vee B$	$\sim C$	$(A \vee B) \wedge \sim C$
F	F	F	F	V	F
F	F	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V
F	V	V	V	F	F
V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	F
V	V	F	V	V	V
V	V	V	V	F	F

Fonte: Elaboração própria.

Observa-se que o número de linhas de uma tabela-verdade é dado por 2^n , sendo n o número de proposições.

Fonte: Elaboração própria.

(ii) Atividades 1 e 2

No decorrer da Atividade 1, alguns licenciandos manifestaram certa dificuldade para interpretar a proposição composta apresentada. Já na Atividade 2, alguns perceberam que os itens apresentados não demandariam tanto esforço dos alunos para serem solucionados, já que

cada expressão representada na Lógica simbólica seria associada a um circuito, e os alunos poderiam realizar essa associação comparando o número de portas lógicas com o número de variáveis na expressão, ou comparando o tamanho da expressão com o tamanho do circuito.

Em resumo, foram sugeridas as alterações descritas abaixo:

- Na Atividade 1:
 1. Reduzir a proposição composta do exercício (sugerido por L₃ e L₅);
 2. Corrigir a expressão lógica referente à sentença antes de os alunos completarem a tabela-verdade (sugerido por L₁).
- Na Atividade 2:
 1. Acrescentar outro item com duas proposições (sugerido por L₁ e L₃);
 2. Resolver primeiramente com os alunos um exemplo mais complexo, e não o mais simples (sugerido por L₁ e L₅);
 3. Explicar aos alunos a comutatividade entre as expressões quando unidas pelos conectivos “e” ou “ou”, por exemplo, no item “a”, onde a escrita $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$ equivale a $(A \vee B \vee \sim C \vee D) \wedge (\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D)$ (sugerido por L₂);
 4. Resolver todas as questões juntamente com os alunos, de forma dialogada, sem fornecer um tempo para que eles tentem resolver sozinhos (sugerido por L₅);
 5. Acrescentar uma atividade na qual os alunos precisem completar a expressão lógica com os conectivos corretos a partir de um circuito dado (sugerido por L₇);
 6. Acrescentar uma atividade Extra para o caso de sobrar tempo na aula (sugerido pelo professor entrevistado).

Após a análise das sugestões, foram feitas as seguintes alterações:

- Na Atividade 1:
 1. Redução da proposição composta do exercício, trocando “É falso que Pedro não gosta de Matemática ou que não gosta de Português” por “Pedro não gosta de Matemática ou não gosta de Português” (Figura 45);

Figura 45 – Alteração da proposição composta do exercício

<p><u>ATIVIDADE 1</u></p> <p>Dadas as proposições simples a seguir, escreva a proposição sublinhada na linguagem simbólica e construa sua tabela-verdade.</p> <p>A: Pedro gosta de Matemática.</p> <p>B: Pedro gosta de Português.</p> <p><u>É falso que Pedro não gosta de Matemática ou que não gosta de Português.</u></p>	<p>Antes</p>
<p><u>ATIVIDADE 1</u></p> <p>Dadas as proposições simples a seguir, escreva a proposição sublinhada na linguagem simbólica e construa sua tabela-verdade.</p> <p>A: Pedro gosta de Matemática.</p> <p>B: Pedro gosta de Português.</p> <p><u>Pedro não gosta de Matemática ou não gosta de Português.</u></p>	<p>Depois</p>

Fonte: Elaboração própria.

2. Correção da expressão lógica antes de os alunos completarem a tabela-verdade;
3. Acréscimo de uma atividade extra de tabela-verdade para os alunos entregarem, a fim de que as autoras possam ter noção do nível de compreensão dos alunos, de modo a sanar possíveis dúvidas na etapa seguinte (sugerido pelo professor entrevistado) (Figura 46).

Figura 23 – Atividade Extra

ATIVIDADE EXTRA

Construa a tabela-verdade da proposição $Y = (A \wedge \sim B) \vee C$.

A	B	C	$\sim B$	$(A \wedge \sim B)$	$(A \wedge \sim B) \vee C$

Fonte: Elaboração própria.

- Na Atividade 2:
 1. Acréscimo de outra opção de expressão lógica com duas proposições (Figura 46);

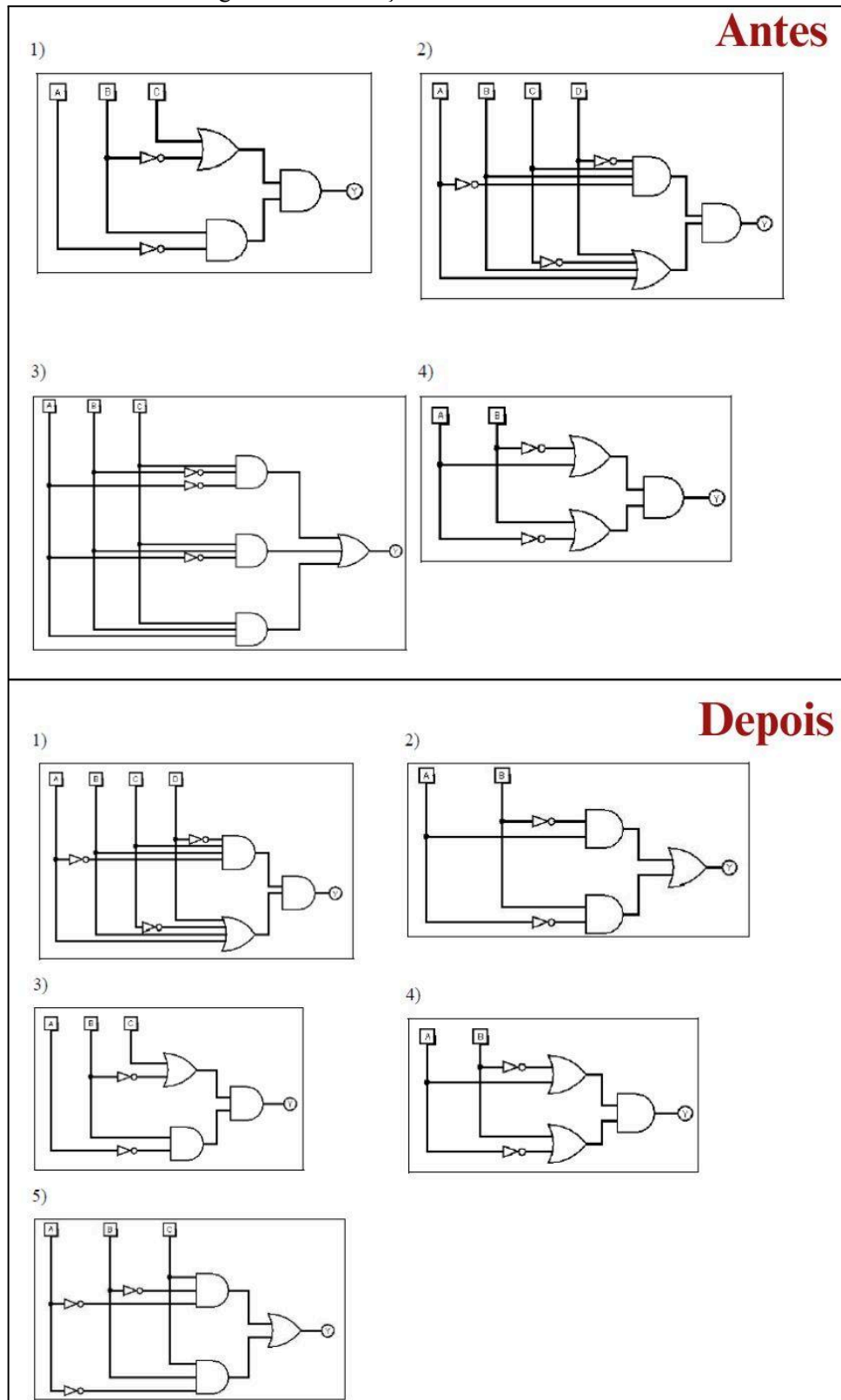
Figura 46 – Acréscimo de outra opção de expressão lógica com duas proposições

Antes
<p><u>ATIVIDADE 2</u></p> <p>Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.</p> <p>() $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$</p> <p>() $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$</p> <p>() $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$</p> <p>() $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$</p>
Depois
<p><u>ATIVIDADE 2</u></p> <p>Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.</p> <p>() $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$</p> <p>() $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C)$</p> <p>() $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$</p> <p>() $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$</p> <p>() $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$</p>

Fonte: Elaboração própria.

2. Troca da ordem dos circuitos, de modo que a única opção com quatro variáveis seja a primeira, para ser resolvida como exemplo para os alunos (Figura 47);

Figura 47 – Alteração da ordem dos circuitos



Fonte: Elaboração própria.

3. Explicação acerca da comutatividade entre as expressões quando unidas pelos conectivos “e” ou “ou”;
4. Entrega das Atividades 1 e 2 separadamente, uma após o término da outra.

(iii) A Álgebra de Boole

Nesta etapa, os licenciandos elogiaram o vídeo utilizado e não apresentaram dificuldade em compreender o conteúdo exposto.

Foram sugeridas as alterações descritas abaixo:

1. Trazer os exemplos de funções booleanas da página 4 para a página 2 (sugerido por L₂);
2. Alterar a forma de mostrar o símbolo de barrado ($\bar{\quad}$) no corpo do texto (sugerido por L₃);
3. No Quadro 2, com as relações entre as representações lógicas, mostrar os símbolos da Lógica simbólica e da Álgebra de Boole com exemplos (sugerido por L₄);
4. Acrescentar outras normas de representação das portas lógicas (sugerido pelo professor entrevistado).

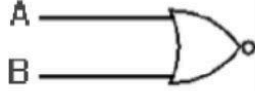
Foram realizadas, então, as seguintes alterações:

1. Troca dos exemplos de funções booleanas da página 4 para a página 2 (Figura 48);

Figura 48 – Alteração do local dos exemplos de funções booleanas

Antes

Quadro 3 – Representações na Álgebra de Boole (continuação)

$y = \overline{(A + B)}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">A</th> <th style="padding: 2px;">B</th> <th style="padding: 2px;">y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	NOU (NOR)	
A	B	y																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

Outros exemplos de funções booleanas:

$$y = A \bar{B}$$

$$y = A \bar{B} + \bar{A} B$$

$$y = (A + B + C + D) \cdot (E + F)$$

Quando o sinal é omitido, subentende-se que há uma operação de conjunção, ou seja, o conectivo “e” (\cdot).

Depois

Na Álgebra de Boole, as letras que chamávamos de proposições podem ser chamadas de variáveis, pois assim como há funções na Álgebra, também existem funções na Álgebra booleana, as quais possuem uma ou mais variáveis de entrada e apenas um resultado dependente desses valores, neste caso, o Y (Vieira, 2000). A Álgebra booleana busca representar os circuitos por meio de portas lógicas em que as variáveis e funções podem assumir apenas os valores 0 e 1 (Vieira, 2000). Desse modo, na Álgebra booleana, o 1 corresponde ao V (verdadeiro), e o 0, ao F (falso) (Abar, 2004). No Quadro 3 é possível observar as representações na Álgebra de Boole.

Exemplos de funções booleanas:

$$Y = A \bar{B}$$

$$Y = A \bar{B} + \bar{A} B$$

$$Y = (A + B + C + D) \cdot (E + F)$$

Quando o sinal é omitido, subentende-se que há uma operação de conjunção, ou seja, o conectivo “e” (\cdot).

No Quadro 3, apresentamos uma relação entre as representações utilizadas na Álgebra de Boole.

Fonte: Elaboração própria.

2. Alteração da forma de mostrar o símbolo de barrado no corpo do texto (Figura 49);

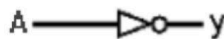
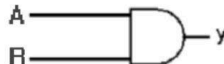
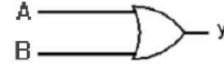
Figura 49 – Alteração da forma de mostrar o símbolo de barrado no corpo do texto

Antes
<p>A Álgebra de Boole utiliza três operadores lógicos, também conhecidos como operadores booleanos, sendo eles AND, OR e NOT (E, OU E NÃO) (Vieira, 2000). Na Álgebra de Boole, a negação pode ser representada como aspas simples (‘) ou pelo símbolo “$\bar{\quad}$” (França, 2021; Hirata, 2010). Neste trabalho, utilizaremos este último símbolo.</p>
Depois
<p>A Álgebra de Boole utiliza três operadores lógicos, também conhecidos como operadores booleanos, sendo eles AND, OR e NOT (E, OU E NÃO) (Vieira, 2000). Na Álgebra de Boole, o conectivo “e” é representado pelo símbolo \cdot e o conectivo “ou” é representado pelo símbolo $+$. Já a negação pode ser representada pelas aspas simples (‘) ou pelo símbolo de barrado ($\bar{\quad}$) (França, 2021; Hirata, 2010). Neste trabalho, utilizaremos este último símbolo.</p>

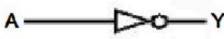
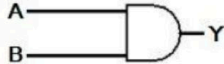

Fonte: Elaboração própria.

3. Explicitação dos símbolos da Lógica simbólica e da Álgebra de Boole com exemplos no Quadro 2 (Figura 50);

Figura 50 – Alteração no Quadro 2

Antes				
Quadro 2 – Relações entre as representações lógicas				
Conectivo	Operação lógica	Símbolo na Lógica simbólica	Símbolo na Álgebra de Boole	Porta Lógica
não	Negação	\sim	$-$	
e	Conjunção	\wedge	\cdot	
ou	Disjunção	\vee	$+$	

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

Depois				
Quadro 2 – Relações entre as representações lógicas				
Conectivo	Operação lógica	Exemplo na Lógica simbólica	Exemplo na Álgebra de Boole	Porta Lógica
não	Negação	$\sim A$	\bar{A}	
e	Conjunção	$A \wedge B$	$A \cdot B$	
ou	Disjunção	$A \vee B$	$A + B$	

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

Fonte: Elaboração própria.

4. Acréscimo de outras normas de representação das portas lógicas (sugerido pelo professor entrevistado) (Figura 28).

Figura 28 – Normas de representação de portas lógicas

Outras representações

CIRCUITO	TABELA-VERDADE	CEI	MIL	DIN															
INVERSOR (NEGAÇÃO)	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>x</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	x	0	1	1	0												
a	x																		
0	1																		
1	0																		
E (AND)	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>x</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	a	b	x	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1			
a	b	x																	
0	0	0																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	1																	
OU (OR)	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>x</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	a	b	x	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1			
a	b	x																	
0	0	0																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	1																	
NE (NAND)	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>x</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	b	x	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0			
a	b	x																	
0	0	1																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	0																	
NOU (NOR)	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>x</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	b	x	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0			
a	b	x																	
0	0	1																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	0																	

Fonte: [Daghlian, 2008, p. 155.](#)

Fonte: Elaboração própria.

(iv) Atividades 3 e 4

Os licenciandos não apresentaram muitos questionamentos na realização dessas atividades e sugeriram as seguintes alterações:

1. Aumentar o espaço para escrever os títulos das tabelas-verdade da Atividade 4 (sugerido por L₁);
2. Durante a correção da Atividade 4, escrever em cada etapa dos circuitos a expressão booleana correspondente e indicar os títulos das tabelas-verdade antes de os alunos responderem (sugerido por L₅).

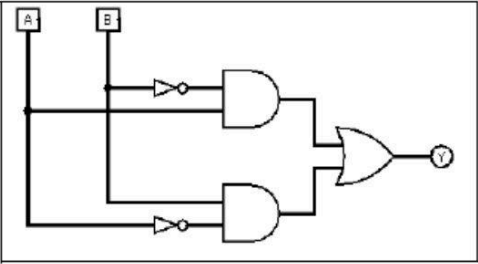
Após a análise das sugestões, foram realizadas as seguintes alterações:

1. Ampliação de alguns espaços para escrever os títulos das tabelas-verdade da Atividade 4 (Figura 51);

Figura 51 – Ampliação do espaço para escrever os títulos das tabelas-verdade

Antes

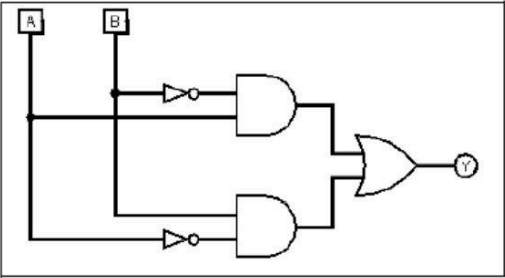
b)



A	B					

Depois

c)



A	B					

Fonte: Elaboração própria.

2. Indicação dos títulos das tabelas-verdade antes de os alunos responderem e escrita da expressão booleana correspondente a cada etapa dos circuitos durante a correção da Atividade 4 (Figura 52);

Figura 52 – Escrita da expressão booleana correspondente a cada etapa dos circuitos

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

1)

$() (\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
 $() (\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
 $() (A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
 $() (A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
 $() (\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

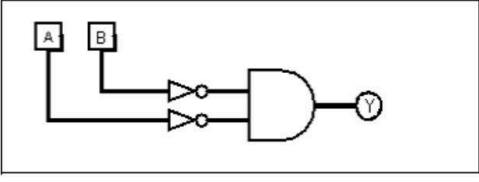
$(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

3. Alteração da ordem dos itens para que o primeiro exemplo a ser resolvido com os alunos seja um exemplo com três variáveis (Figura 53);

Figura 53 – Alteração da ordem dos itens

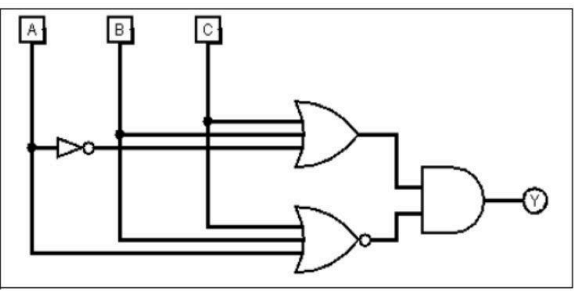
a)



Antes

A	B		

a)



Depois

A	B	C				

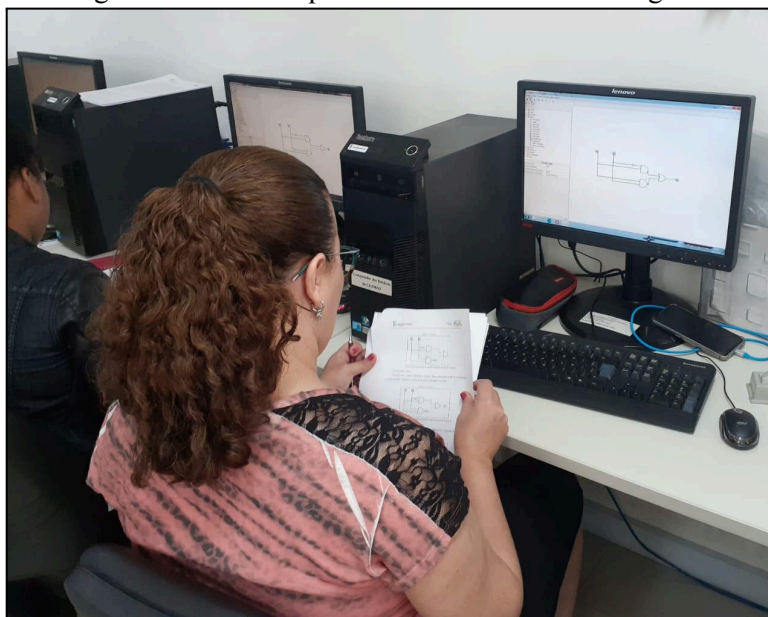
Fonte: Elaboração própria.

4. Entrega das Atividades 3 e 4 separadamente, uma após o término da outra.

(v) Logisim

O teste exploratório com o software Logisim foi bastante satisfatório. Nenhum dos licenciandos conhecia o software, mas, durante o teste, a maioria não teve problemas ao manuseá-lo. A Figura 54 mostra um momento em que os licenciandos manuseavam o programa.

Figura 54 – Teste exploratório da aula sobre o Logisim



Fonte: Protocolo de pesquisa.

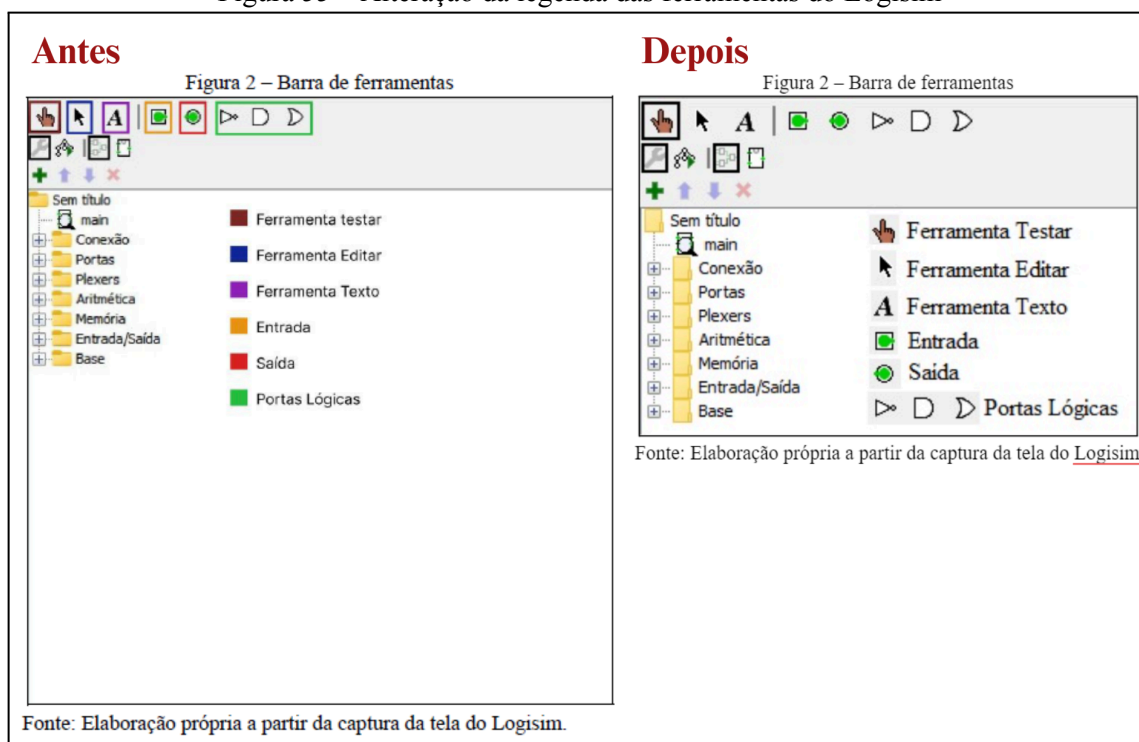
A apostila desta etapa apresentava alguns elementos da barra de ferramentas do Logisim identificados por cores. Contudo, as autoras foram informadas de que o licenciando L₆ era daltônico, o que levou a uma alteração na forma de apresentar tais elementos. Foram sugeridas as seguintes alterações:

1. Identificar os elementos da barra de ferramentas do Logisim por meio de uma legenda contendo cada símbolo, em vez da legenda por cores (sugerido por L₂);
2. Fazer o circuito do exemplo presente na apostila no quadro antes de começar a elaborá-lo no Logisim, para que os alunos tenham uma noção prévia do desenho do circuito (sugerido por L₅);
3. Alterar a nomeação das entradas para o Passo 2 da elaboração do circuito, para que elas sejam mais facilmente identificadas no decorrer dos passos seguintes (sugerido por L₇).

Dessa forma, foram feitas as seguintes alterações:

1. Identificação os elementos da barra de ferramentas do Logisim por meio de uma legenda contendo cada símbolo, em vez da legenda por cores (Figura 55);

Figura 55 – Alteração da legenda das ferramentas do Logisim



Fonte: Elaboração própria.

2. Desenho do circuito do exemplo presente na apostila no quadro antes de começar a elaboração no Logisim;
3. Alteração da nomeação das entradas para o Passo 2 da elaboração do circuito (Figura 56);

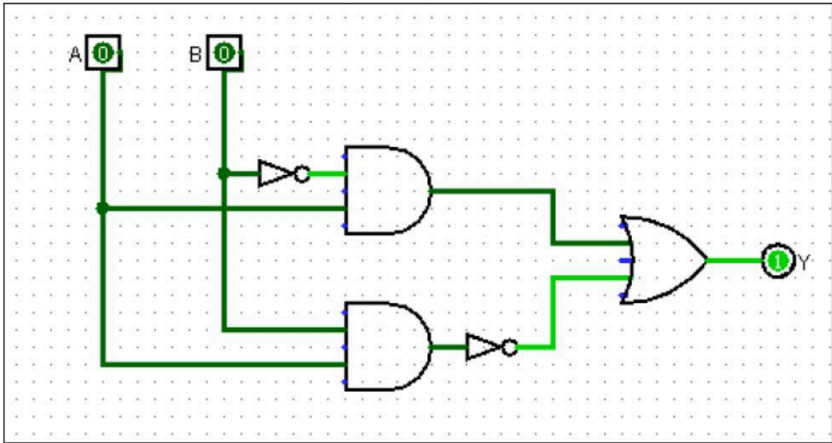
Figura 56 – Alteração da nomenclatura das entradas para o Passo 2 da elaboração do circuito

Antes

2.5 Inserindo texto

Para nomear as entradas e saída do circuito, basta selecionar a ferramenta **A** e clicar sobre o que se deseja nomear.

Figura 7 – Passo 5



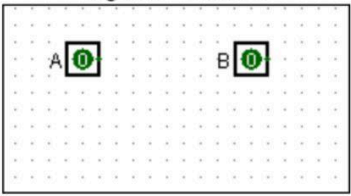
Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

Depois

2.2 Nomeando as entradas

Para nomear as entradas e saída do circuito, basta selecionar a ferramenta “Texto” (**A**) e clicar sobre o que se deseja nomear.

Figura 5 – Passo 2



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

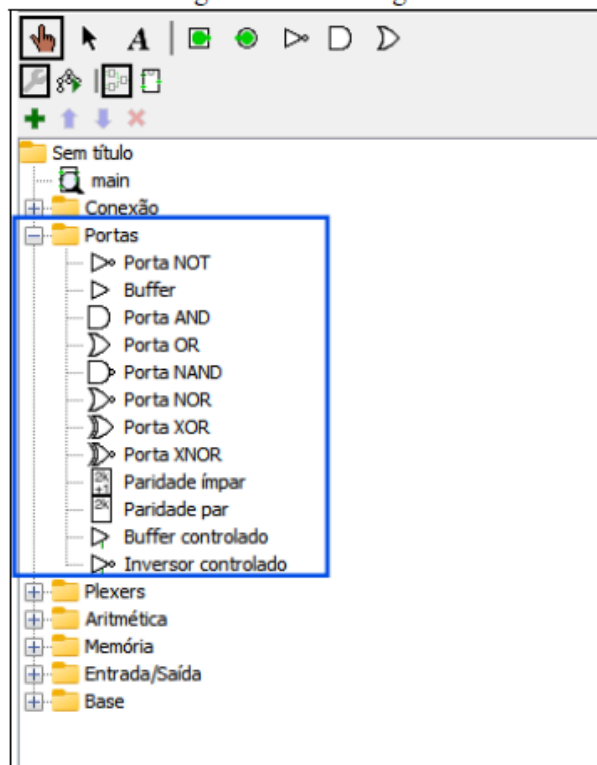
Fonte: Elaboração própria.

4. Inserção de informações acerca de todas as portas lógicas disponíveis no Logisim e de uma imagem para localizá-las (Figura 57);

Figura 57 – Inserção de informações acerca das portas lógicas disponíveis

Para adicionar as portas lógicas, é possível selecioná-las clicando nelas diretamente. Caso seja preciso adicionar uma porta diferente das que estão dispostas na barra de ferramentas, basta selecionar a opção “Portas” no canto esquerdo, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Portas lógicas





Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

Fonte: Elaboração própria.

5. Acréscimo do nome das ferramentas antes de seus respectivos ícones na explicação de cada passo (Figura 58);



Figura 58 – Acréscimo no texto do nome das ferramentas antes de seus respectivos ícones

Antes	<p>2.1 Inserindo as entradas</p> <p>Como o circuito possui duas variáveis, iremos inserir duas entradas. Para isso, basta selecionar a opção  e clicar na tela para posicioná-las.</p>
Depois	<p>2.1 Inserindo as entradas</p> <p>Como o circuito possui duas variáveis, iremos inserir duas entradas. Para isso, basta selecionar a opção “Entrada” () e clicar na tela para posicioná-las.</p>

Fonte: Elaboração própria.

6. União do item 4, “Comparando o circuito e a tabela-verdade”, ao item 3, “Testando o circuito” (Figura 59).

Figura 59 – União do item 4 ao item 3

<p>3) Testando o circuito</p> <p>Para testar o circuito, basta selecionar a ferramenta  e clicar sobre as entradas, alterando, assim, seus valores lógicos e analisando os resultados obtidos.</p> <p>4) Comparando o circuito e a tabela-verdade</p> <p>O passo anterior nos permite testar se o circuito está correto e condizente com a tabela-verdade, visto que, ao alterar os valores, pode-se obter todos os resultados possíveis. Também é possível observar que os resultados lógicos 1 e 0 possuem colorações diferentes no Logisim, sendo o 1 representado pela cor verde-claro e o 0 representado pela cor verde-escuro.</p>	<p>Antes</p>
<p>3) Testando o circuito</p> <p>Para testar o circuito, basta selecionar a ferramenta “Testar” () e clicar sobre as entradas, alterando, assim, seus valores lógicos e analisando os resultados obtidos.</p> <p>Esta ação nos permite testar se o circuito está correto e condizente com a tabela-verdade, visto que, ao alterar os valores, pode-se obter todos os resultados possíveis. Também é possível observar que os resultados lógicos 1 e 0 possuem colorações diferentes no Logisim, sendo o 1 representado por uma coloração verde-claro e o 0 por uma coloração verde-escuro.</p>	<p>Depois</p>

Fonte: Elaboração própria.

(vi) Atividade 5

Nesta etapa, alguns licenciandos apresentaram mais destreza que outros na elaboração de circuitos lógicos com o software Logisim, mas, ao final, todos conseguiram realizar a construção. Nesta atividade, não houve a correção de cada item com os licenciandos, mas cada um recebeu o gabarito para conferir suas construções. Foram feitas as seguintes sugestões:

1. Deixar as tabelas-verdade em branco para que os alunos as completem (sugerido por L₁);

2. Ordenar a sequência dos itens de acordo com o nível de dificuldade de cada um (sugerido por L₂);
3. Corrigir com os alunos o circuito em que eles apresentarem maior dificuldade (sugerido por L₅).

Após avaliação das autoras, decidiu-se não fazer as alterações sugeridas. Contudo, houve a seguinte modificação:

1. Exclusão do item “d” devido ao tempo (Figura 60).

Figura 60 – Item excluído da Atividade 5

d) $y = \overline{A}B + \overline{(A \cdot B)}$

A	B	\overline{A}	$\overline{A}B$	$A \cdot B$	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A}B + \overline{(A \cdot B)}$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0

Fonte: Elaboração própria.

4.1.2 Questionário do teste exploratório

Ao fim da aplicação do teste exploratório, foi entregue aos licenciandos um questionário com perguntas a respeito da sequência didática. Os pontos analisados foram:

(i) Os conteúdos apresentados

Os licenciandos não tiveram objeções quanto aos conteúdos apresentados. O licenciando L₇ elogiou a abordagem dos conteúdos, ressaltando que foram apresentados de forma clara e objetiva, conforme mostra a Figura 61.

Figura 61 – Consideração do licenciando L₇ acerca do item (i)

Os conteúdos foram apresentados de forma clara e objetiva, uma boa abordagem.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

(ii) A estrutura e a organização do material

O licenciando L₁ sugeriu que a fonte das letras e o tamanho das tabelas-verdade nos slides fossem aumentadas, para facilitar a visualização (Figura 62).

Figura 62 – Consideração do licenciando L₁ acerca do item (ii)

Achei muito bem organizado. Podia aumentar a fonte e o tamanho das tabelas nos slides.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

(iii) O grau de dificuldade das atividades

Os licenciandos o consideraram o grau de dificuldade das atividades adequado, e o licenciando L₃ sugeriu que, em casos de intercorrências, as atividades fossem resolvidas juntamente com os alunos (Figura 63).

Figura 63 – Consideração do licenciando L₃ acerca do item (iii)

Depende do nível da turma, se for uma turma regular para boa, as atividades estão boas, caso não seja, creio que é só resolver as questões junto.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

(iv) O tempo estipulado para cada atividade

No geral, os licenciandos consideraram o tempo adequado. Contudo, o licenciando L₇ afirmou que talvez o tempo não seja suficiente (Figura 64).

Figura 64 – Consideração do licenciando L₇ acerca do item (iv)

O tempo das atividades está bom, mas talvez falte um tempinho.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Já o licenciando L₃ salientou que depende da individualidade da turma (Figura 65).

Figura 65 – Consideração do licenciando L₃ acerca do item (iv)

Depende de como será a turma.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

(v) O vídeo apresentado

Os licenciandos gostaram bastante do vídeo, por sua linguagem acessível e pela possível ampliação da visão dos alunos acerca do conteúdo, como afirmam os licenciandos L₅ e L₄ na Figura 66.

Figura 66 – Consideração dos licenciandos L₅ e L₄ acerca do item (v)

Video PERFEITO!	L5
O vídeo apresentado achei com uma linguagem acessível o que possibilita até mesmo o aluno que talvez falte a aula anterior, se localizar acerca do conteúdo. E, para os alunos que seguiram com as duas aulas será possível sim ampliar a visão	L4

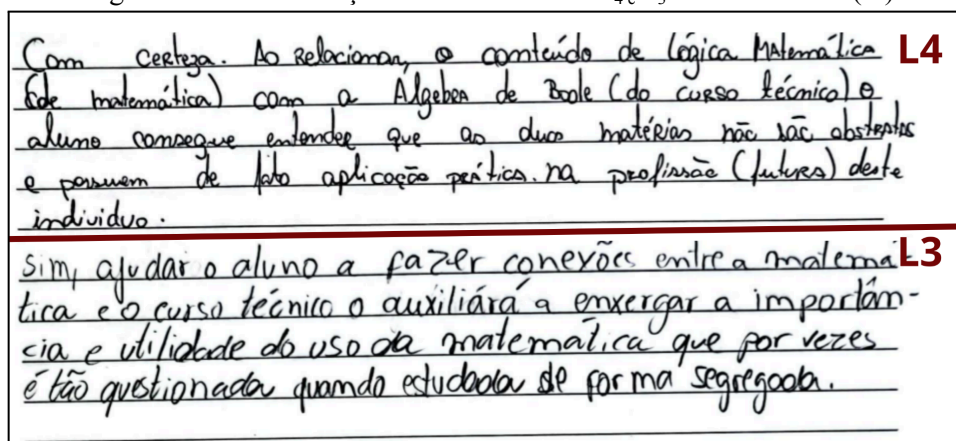
Fonte: Protocolo de pesquisa.

A afirmação dos licenciandos vai ao encontro do que afirmam Pariz e Machado (2011), pois, segundo esses autores, a associação de vídeos educativos ao ensino possibilita que o aprendizado ocorra de maneira indissociável e interdisciplinar, permitindo ao estudante adquirir o conhecimento de forma contextualizada e integrada.

(vi) A colaboração da sequência didática na integração proposta pelos Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio

Quando indagados sobre o papel da sequência didática em relação à integração proposta pelos Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio, os licenciandos consideraram que o trabalho colabora para esta e auxilia o aluno a enxergar a aplicação prática do conteúdo trabalhado, além de enfatizarem a importância da Matemática para a compreensão destes assuntos (Figura 67).

Figura 67 – Consideração dos licenciandos L₄ e L₃ acerca do item (vi)



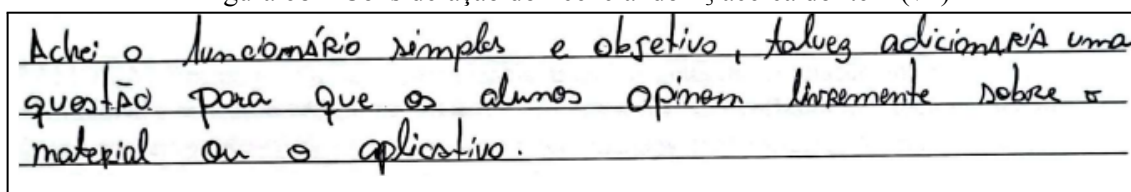
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Esses comentários estão de acordo com Ramos (2010), que afirma que a integração dos Cursos Técnicos ao Ensino Médio transcende a simples soma de conhecimentos, promovendo uma formação abrangente que une teoria e prática, preparando os estudantes e desenvolvendo competências para a vida profissional.

(vii) O questionário dos alunos da turma da Implementação

Foi sugerido pelo licenciando L₃ que os alunos tivessem mais espaço para opinar sobre a sequência didática (Figura 68).

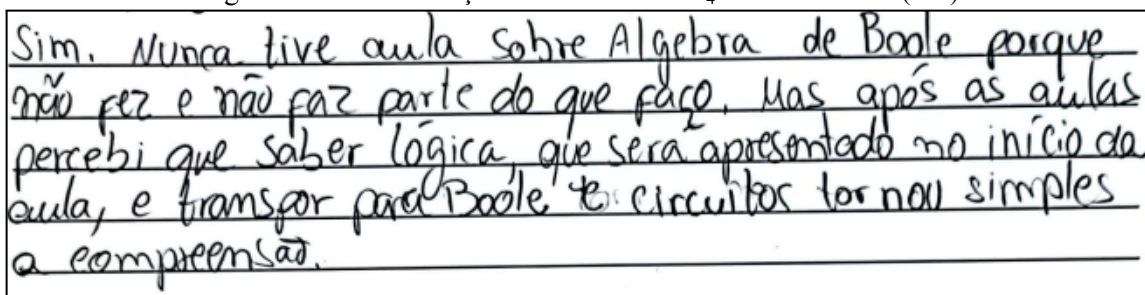
Figura 68 – Consideração do licenciando L₃ acerca do item (vii)



Fonte: Protocolo de pesquisa.

(viii) A colaboração da sequência didática para a compreensão de uma mesma expressão em diferentes registros semióticos de representação

Quando indagados se a sequência didática auxilia para a representação e o reconhecimento de uma mesma expressão em diferentes registros, os licenciandos afirmaram que a sequência didática colabora para tal. O licenciando L₄ afirmou que os conhecimentos da Lógica simbólica auxiliaram na transposição para a Álgebra de Boole e para os circuitos lógicos (Figura 69).

Figura 69 – Consideração do licenciando L₄ acerca do item (viii)


Sim. Nunca tive aula sobre Algebra de Boole porque não fez e não faz parte do que faço. Mas após as aulas percebi que saber lógica, que sera apresentado no início da aula, e transpor para Boole e circuitos tornou simples a compreensão.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Essa percepção vai ao encontro do que aponta Duval (2012, p. 270) quando este diz que “O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação”.

(ix) Outros aspectos para a melhoria do trabalho

Neste campo, não houve sugestões. Os licenciandos argumentaram que as considerações já haviam sido realizadas nas demais perguntas do questionário e nas apostilas e atividades.

Após a análise de todo o questionário, com base nas recomendações apresentadas pelos licenciandos, foram realizadas as seguintes modificações:

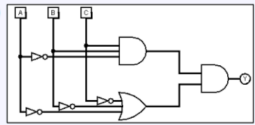
1. Aumento das fontes e das tabelas-verdade nos slides.

As fontes foram aumentadas e colocadas em uma cor mais forte, e as tabelas-verdade que possuíam um número grande de linhas e colunas foram colocadas em um slide à parte (Figura 70).

Figura 70 – Tabelas-verdade dos slides antes e depois da alteração

Atividade 4 **Antes**

Escreva a função booleana e construa a tabela-verdade de cada um dos circuitos abaixo.

d) 

$Y = (\bar{A} \cdot B \cdot C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$

A	B	C	\bar{A}	\bar{B}	\bar{C}	$(\bar{A} \cdot B \cdot C)$	$(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$	$(\bar{A} \cdot B \cdot C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$
0	0	0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0

Atividade 4d) **Depois**

A	B	C	\bar{A}	\bar{B}	\bar{C}	$\bar{A} \cdot B \cdot C$	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$	$(\bar{A} \cdot B \cdot C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$
0	0	0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0

Fonte: Elaboração própria.

2. Acréscimo de linhas no questionário dos alunos, para que eles tenham mais espaço para expressar suas opiniões (Figura 71).

Figura 71 – Alternativas do questionário antes e depois da alteração

<input type="checkbox"/> Não importante <input type="checkbox"/> Pouco importante <input type="checkbox"/> Mediano <input type="checkbox"/> Importante <input type="checkbox"/> Muito importante	Antes
<input type="checkbox"/> Não importante <input type="checkbox"/> Pouco importante <input type="checkbox"/> Mediano <input type="checkbox"/> Importante <input type="checkbox"/> Muito importante Comentários (opcional): <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>	Depois

Fonte: Elaboração própria.

4.1.3 Entrevista Semiestruturada 1

A primeira entrevista semiestruturada com o professor de Eletrônica Digital da turma selecionada para Implementação da Intervenção Pedagógica ocorreu no dia 24 de julho de 2024. A primeira pergunta buscou obter a opinião do professor a respeito dos seguintes aspectos:

Conteúdos apresentados

O conteúdo foi tido como adequado, atendendo às necessidades do nível técnico. Além disso, o professor elogiou a fundamentação teórica presente na introdução do material, bem como a explanação do conteúdo e sua complementação com exercícios e slides com a correção destes, considerando esta uma boa didática.

Achei o material bem detalhado, não consegui encontrar falhas.

Estrutura e organização do material

Na concepção do professor, o material ficou muito bem organizado.

Grau de dificuldade das atividades e tempo estipulado

As atividades não foram consideradas difíceis, mas, sim, com uma sequência adequada, iniciando com exemplos mais fáceis e dificultando aos poucos, chegando ao último exemplo um pouco mais complexo, com algum agrupamento maior de uma sequência lógica.

Em relação ao tempo estipulado para as aulas e atividades, o professor também considerou adequado, especialmente para atender alunos com mais dificuldade, já que, para ele, o conteúdo em si não é tão extenso. Neste momento, o professor sugeriu o acréscimo de uma atividade extra para que, caso alguns alunos terminassem as atividades mais rapidamente, eles tivessem outra atividade para resolver. Essa sugestão foi acatada, conforme mencionado na Seção 4.1.1.

A segunda pergunta buscou investigar se a simbologia utilizada na parte teórica e nas atividades condiz com a utilizada na área técnica, e se existiria alguma mudança a ser realizada nesse sentido. O professor considerou a simbologia técnica apropriada, ressaltando que a norma de representações das portas lógicas escolhida para a sequência didática é a mais difundida e, na opinião dele, a mais fácil de ser compreendida, sendo inclusive a que ele utiliza em suas aulas. No entanto, ele apontou que alguns concursos públicos podem utilizar

outras normas e sugeriu mostrar aos alunos, a título de conhecimento, que existem normas com outras simbologias. Devido a essa sugestão, foi feito esse acréscimo nos slides da sequência didática, também mencionado na Seção 4.1.1.

A terceira questiona se o professor considera que a sequência didática auxilia para que os alunos representem e reconheçam uma mesma expressão em vários registros de representação semiótica. Ele respondeu que sim, e que os alunos vão precisar dessa base para fazer a relação entre os estudos, já que a progressão da absorção do conhecimento depende de saber fazer associações. Essa resposta está em consonância com Duval (2009 *apud* Almeida, 2015), o qual afirma que a compreensão dos conceitos matemáticos está intrinsecamente ligada à capacidade de estabelecer conexões significativas entre diferentes formas de representação desses conceitos.

A quarta pergunta buscou saber quais as considerações do professor sobre o vídeo apresentado e se ele acredita que este auxiliará no entendimento do conteúdo. Ele respondeu que não conseguiu assistir ao vídeo em questão, mas reconheceu que era do canal Manual do Mundo, o qual considera bom e confiável.

A quinta indagou se o professor considera que a sequência didática auxiliará nos conteúdos aprendidos pelos alunos posteriormente na disciplina de Eletrônica Digital. A resposta foi positiva, pois os circuitos subsequentes dependem da associação entre variáveis de entrada. Dessa forma, para o aluno progredir no projeto de circuitos, ele precisa entender a associação entre as variáveis feita na Álgebra de Boole.

Eu utilizo a Álgebra de Boole não só como o conceito inicial de Lógica, mas também como simplificação de circuitos. É interessante, porque, dependendo do aluno, ele até prefere (são casos raros) usar a Álgebra de Boole para poder simplificar circuitos.

Tal colocação corrobora com a afirmação de Santos (2012) de que, de modo geral, é possível integrar os conhecimentos matemáticos aos conteúdos específicos das áreas técnicas, utilizando a Matemática como base para a compreensão de conceitos mais complexos.

Por fim, o professor foi questionado se havia algum outro aspecto que ele gostaria de apontar para a melhoria do trabalho além dos pontos mencionados anteriormente. Nesse sentido, ele elogiou o software escolhido, dizendo que já o havia utilizado em aula e que é um programa que serve bem para o ensino da Álgebra de Boole em associação à simbologia. O único ponto levantado por ele foi que, muitas vezes, os alunos não têm acesso a um computador ou notebook em casa e, por isso, acabam se interessando mais por aplicativos de

celular. Por isso, se fosse possível encontrar um aplicativo que atendesse às necessidades do trabalho e fazer, também, um tutorial desse aplicativo, seria uma boa alternativa para atender esse público. Contudo, não foi possível acatar essa sugestão, pois o tempo seria insuficiente para tal.

4.2 Implementação e Avaliação

Esta seção discorre acerca das etapas de Implementação e Avaliação da ação interventiva, considerando a aplicação da sequência didática na turma selecionada e a análise dos instrumentos de coleta de dados deste trabalho.

4.2.1 Aplicação da sequência didática

A Implementação da ação interventiva ocorreu em uma turma da 1ª. série do Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio com a participação de 56 alunos ao todo, sendo disponibilizadas oito horas-aula para a Implementação. É importante ressaltar que a sequência didática foi aplicada antes de a turma ter o primeiro contato com a Álgebra de Boole na disciplina de Eletrônica Digital.

Para a organização desta seção, a escrita será dividida em: Encontro 1, o qual inclui a Aula 1, Atividades 1 e 2 e a Atividade Extra; Encontro 2, o qual inclui a Aula 2 e Atividades 3 e 4; e Encontro 3, o qual inclui a Aula 3 e Atividade 5.

Encontro 1

A primeira aula ocorreu no dia 29 de julho de 2024 e apresentou aos alunos o conteúdo de Lógica simbólica. A aula ocupou os dois tempos logo após o almoço e, por esse motivo, houve muitos atrasos, fazendo com seu início atrasasse vinte minutos. A aula começou pela motivação para a elaboração deste trabalho, relatando aos alunos as experiências de uma das autoras durante o Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio e, posteriormente, no curso de Licenciatura em Matemática, e como ela acredita que ter aprendido sobre Lógica simbólica teria sido de grande ajuda na compreensão da Álgebra de Boole. Em seguida, foi conversado com os alunos sobre o surgimento da Lógica, o que é a Lógica simbólica e o porquê de estudá-la (Figura 72).

Figura 72 – O surgimento da Lógica simbólica



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após esse momento, foi iniciada a explanação do conteúdo acerca dos elementos da Lógica simbólica, abrangendo as proposições, os conectivos e as tabelas-verdade. Durante a explicação dos conectivos “e” e “ou”, o uso dos exemplos contextualizados à realidade dos estudantes foi de grande valia, pois facilitou a compreensão das operações de conjunção e disjunção, o que foi possível perceber devido à participação e respostas dos alunos aos questionamentos levantados.

É importante ressaltar que, durante a aula de Lógica simbólica, foram apresentadas aos alunos as portas lógicas juntamente aos conectivos a que se relacionam e, ao fim da parte teórica, foi apresentado um quadro com as relações apresentadas, de modo a enfatizá-las, conforme ilustra a Figura 73.

Figura 73 – Relações

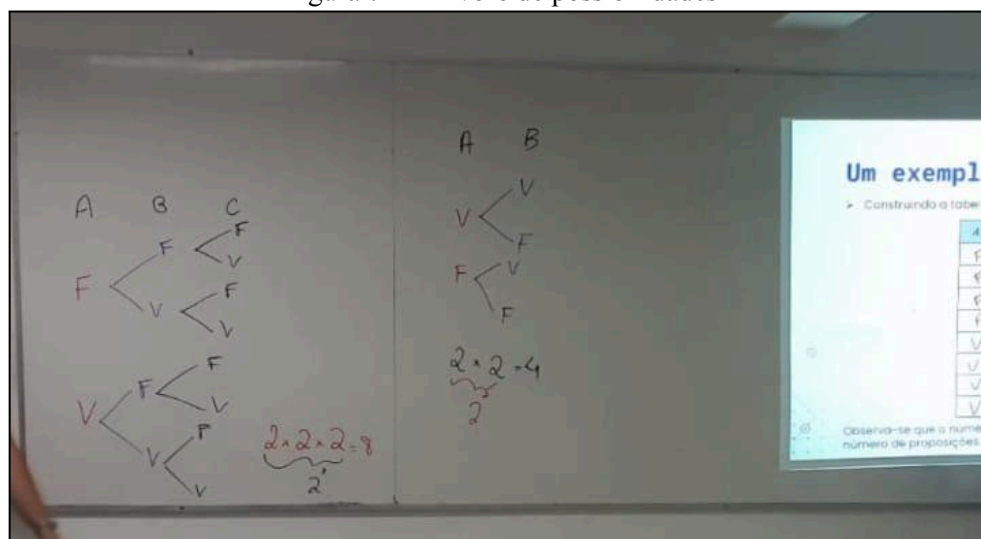
Conectivo	Operação Lógica	Símbolo	Porta Lógica
e	Conjunção	\wedge	
ou	Disjunção	\vee	
não	Negação	$-$	

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para a explicação sobre as tabelas-verdade, foram construídas árvores de possibilidades com os alunos (Figura 74), a fim de que eles pudessem compreender a forma de organizar os elementos “V” e “F” na tabela-verdade, de modo a abranger todas as possibilidades possíveis.

Figura 74 – Árvore de possibilidades



Fonte: Protocolo de pesquisa.

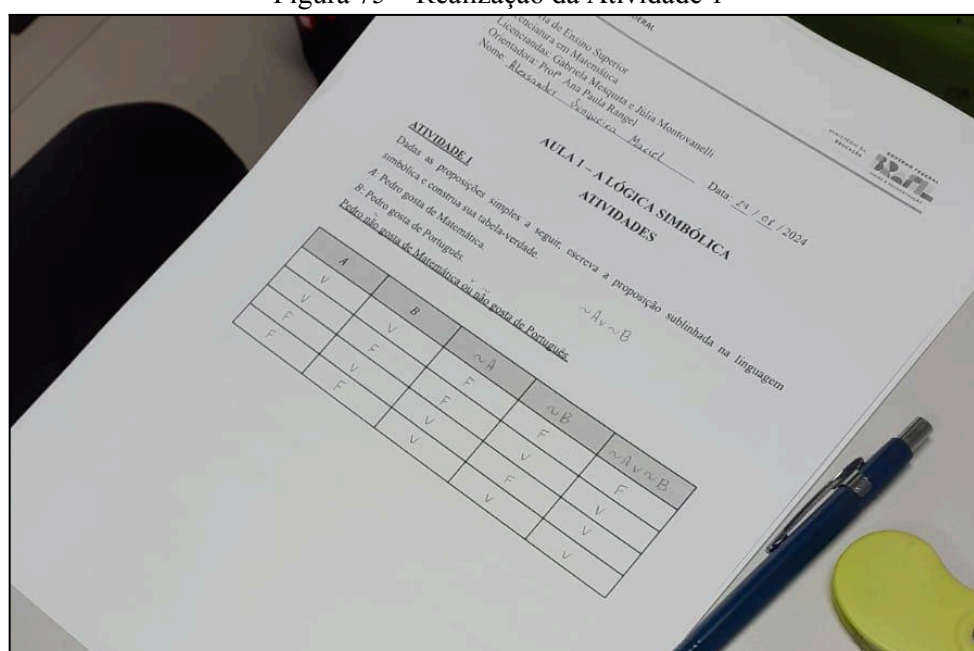
Concluída a elaboração das árvores de possibilidades para duas e três proposições, os alunos foram instigados a identificar padrões no número de linhas das respectivas tabelas-verdade. Ao serem desafiados a prever o número de linhas de uma tabela-verdade com quatro proposições simples, um aluno respondeu:

São potências de dois. Para saber, é só fazer dois elevado a quatro.

Com a afirmação do aluno, foi confirmado para a turma que ele estava correto e que poderiam usar tal recurso para descobrir o número de linhas de quaisquer tabelas-verdade dado o número de proposições.

Após o término da parte teórica, foi entregue aos alunos a Atividade 1. A montagem dos títulos da tabela-verdade foi feita juntamente com eles e, em seguida, foi disponibilizado um tempo para a realização da atividade (Figura 75).

Figura 75 – Realização da Atividade 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

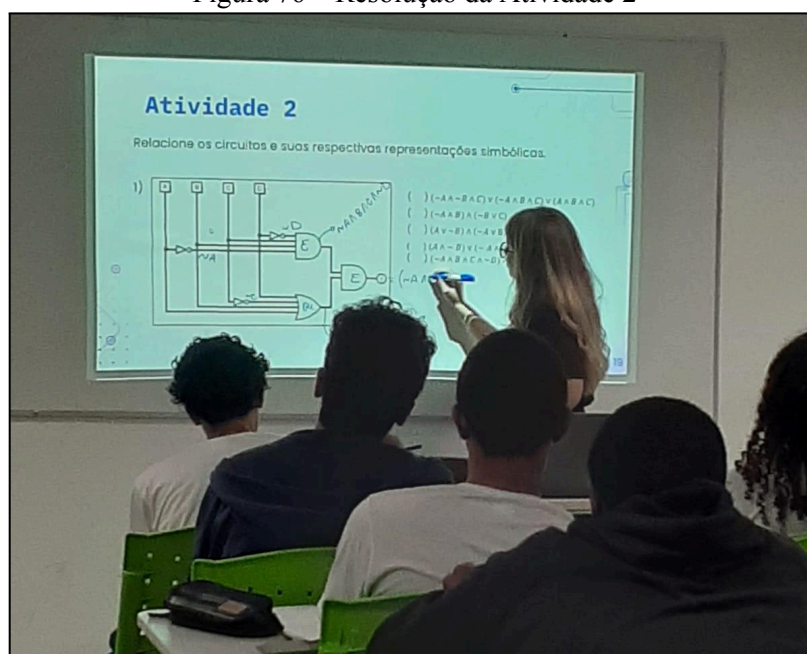
Durante a realização da atividade, as autoras se colocaram à disposição para auxiliar e tirar dúvidas e foram chamadas várias vezes. Nas idas às carteiras dos alunos, as dúvidas recorrentes eram em relação à montagem da tabela-verdade, pois mesmo com a construção da árvore de possibilidades, os alunos ainda estavam confusos em como posicionar o V e o F de modo a abarcar todas as possibilidades. Outra dúvida frequente foi em relação ao “e” e “ou” e suas combinações na tabela-verdade, já que muitos confundiam as operações de conjunção e disjunção.

Ao movimentarem-se pela sala, as autoras perceberam que os alunos estavam com outras apostilas em cima da carteira e, ao indagá-los do que se tratava, eles afirmaram que, após a aula, realizariam uma prova e estavam estudando para ela. Foi possível notar que, por esse motivo, alguns alunos não tentaram realizar as atividades.

Posterior ao tempo disponibilizado, foi feita no quadro a correção da atividade. Apesar de as dúvidas citadas anteriormente terem sido retiradas na ida às carteiras dos alunos, as autoras esclareceram com a turma alguns pontos importantes, como o preenchimento da tabela-verdade, o qual não possui uma única forma de ser feito, desde que todas as possibilidades sejam contempladas. Também foi explicado a eles que, caso preferissem, poderiam utilizar um padrão para esse preenchimento.

Em seguida, foi entregue a Atividade 2. Para esta segunda atividade, foi respondido juntamente com os alunos o item “a” e, novamente, disponibilizado um tempo para que eles buscassem solucionar os demais itens. No decorrer da realização desta atividade, novamente as autoras colocaram-se à disposição para auxiliá-los, e foi possível perceber que havia uma confusão entre a porta lógica “e” e a porta lógica “ou”. Decorrido o tempo, as autoras reforçaram a explicação sobre a diferença entre as portas lógicas, tentando fazer correlações entre elas e os símbolos, como ao dizer que a porta lógica “AND” assemelha-se à letra “D”, e a porta lógica “OR”, a uma flecha. Posteriormente, foram discutidos os itens restantes no quadro, conforme mostra a Figura 76.

Figura 76 – Resolução da Atividade 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Vale ressaltar que as atividades foram entregues em momentos diferentes para que fosse realizada uma de cada vez, e os alunos pudessem prestar atenção na correção da primeira sem estarem focados no desenvolvimento da segunda. Após a correção das atividades, nos minutos finais da aula, foi entregue aos alunos a Atividade Extra, a qual foi

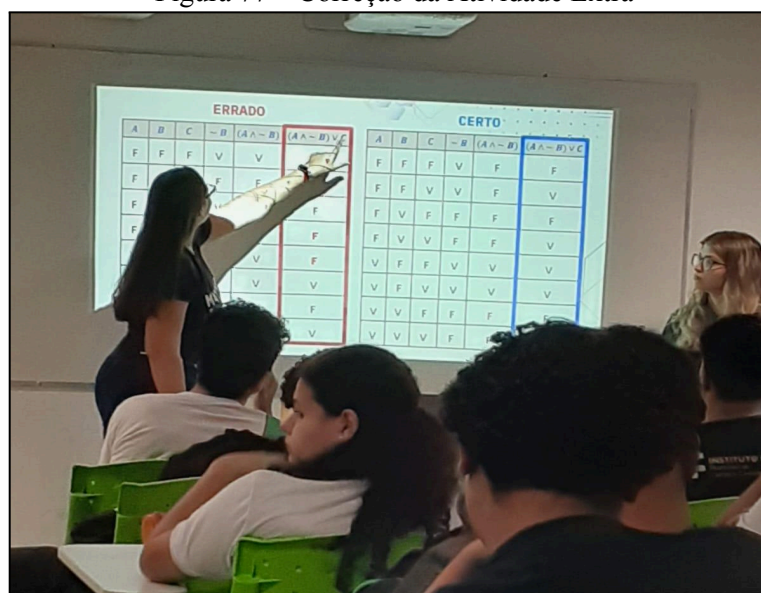
realizada sem o auxílio das autoras. Tal atividade teve como objetivo investigar se os alunos haviam compreendido o conteúdo e verificar quais eram os possíveis erros comuns. Ao fim da aula, a atividade foi recolhida para ser comentada no encontro seguinte.

Encontro 2

O segundo encontro ocorreu no dia 1 de agosto de 2024, em um horário semelhante ao primeiro, ocupando os dois primeiros tempos após o almoço, o que novamente ocasionou o atraso dos alunos.

A aula iniciou-se com os comentários acerca da Atividade Extra, mostrando aos alunos alguns erros cometidos, bem como qual seria a forma correta de resolver a atividade. É importante salientar que os erros percebidos foram escritos pelas autoras em um slide, para que nenhuma identidade fosse exposta (Figura 77).

Figura 77 – Correção da Atividade Extra



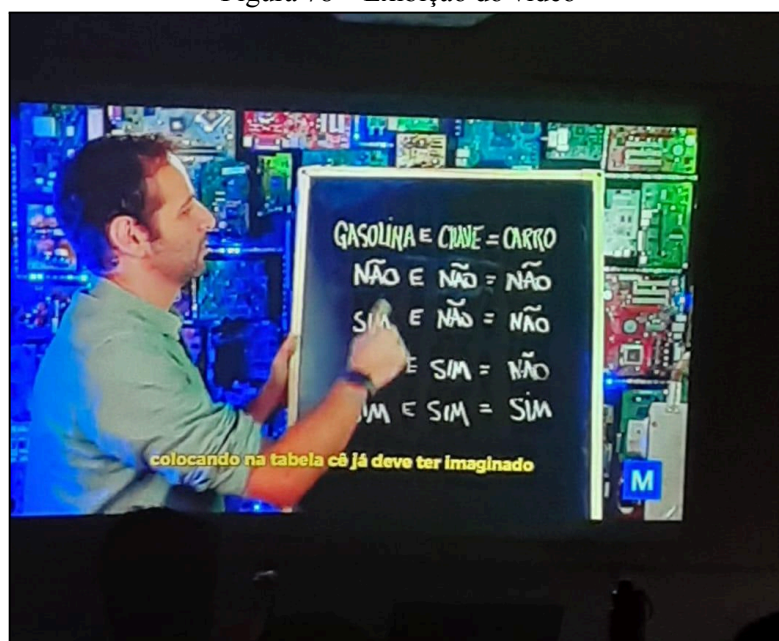
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os erros mais comuns nessa atividade foram:

- Muitos não contemplaram todas as possibilidades da tabela-verdade ao completarem as colunas das proposições simples e, com isso, não obtiveram o resultado correto;
- Alguns confundiram a conjunção com a disjunção e vice-versa.

Após a correção dessa atividade, foi apresentado à turma o vídeo alocado na Aula 2, como mostra a Figura 78.

Figura 78 – Exibição do vídeo

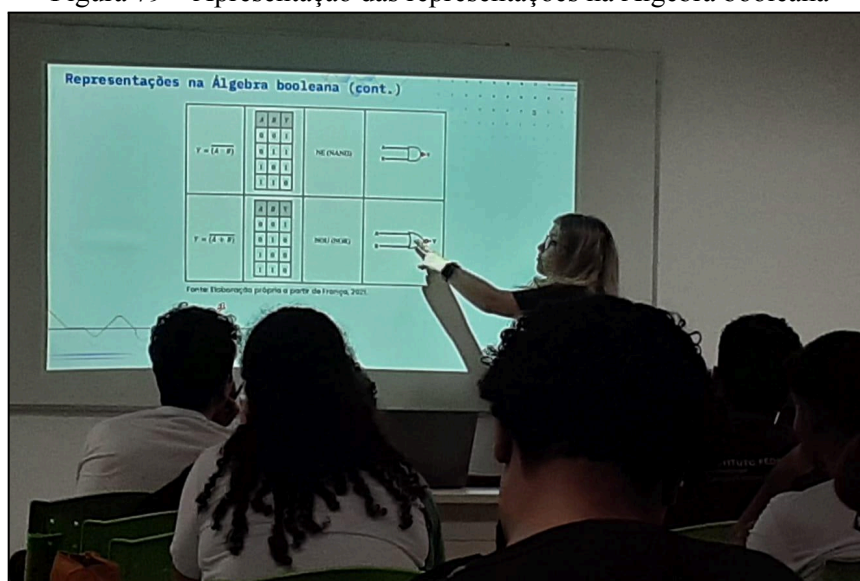


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao término da exibição, os alunos foram questionados sobre suas impressões acerca do conteúdo apresentado. A maioria demonstrou aprovação, mencionando familiaridade com o canal e destacando os diversos aprendizados obtidos por meio dele. A utilização dos vídeos em sala de aula enriquece o processo de ensino e aprendizagem ao utilizar uma linguagem diferenciada, a qual atrai a atenção dos estudantes e proporciona experiências que não são comumente vivenciadas na sala de aula (Paradella *et al.*, 2020).

Em seguida, foi iniciada a apresentação do conteúdo, explicando à turma quais eram as semelhanças e diferenças entre a Lógica simbólica e a Álgebra de Boole, bem como as representações utilizadas na Álgebra booleana (Figura 79).

Figura 79 – Apresentação das representações na Álgebra booleana



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a explanação da parte teórica, foi entregue a Atividade 3, a qual procedeu da mesma forma que a Atividade 2 do Encontro 1, realizando-se o primeiro item com os alunos, deixando-os realizar os demais sozinhos e, posteriormente, corrigindo-os.

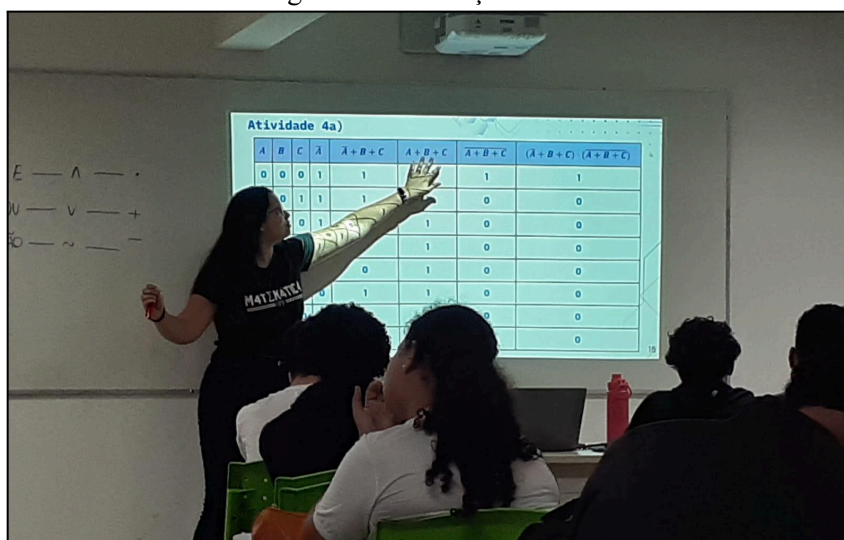
A Atividade 3 foi realizada rapidamente pelos alunos, os quais informaram que haviam terminado antes do tempo previsto e sem grandes dificuldades. Essa atividade consistiu em relacionar as representações na Lógica simbólica com as representações na Álgebra de Boole, visto que é fundamental a coordenação de diferentes registros de representação para a aprendizagem de conteúdos matemáticos (Duval, 2012).

Após a sua correção, foi entregue a Atividade 4. Para a sua realização, as autoras montaram juntamente com os alunos as expressões com base nos circuitos lógicos e deixaram que eles completassem as tabelas-verdade sozinhos. Novamente, as autoras colocaram-se à disposição para auxiliá-los na realização da atividade e para a retirada de dúvidas.

Enquanto as autoras iam às carteiras, perceberam que muitos alunos seguiam utilizando V e F para a montagem da tabela-verdade, entretanto, como o tema dessa aula era a Álgebra de Boole, o correto seria utilizar 1 e 0. Outro problema recorrente foi em relação a diferenciar quando a negação era nas entradas e quando era na saída das portas lógicas, confundindo, por exemplo, a expressão $Y = \bar{A} \cdot \bar{B}$ com a expressão $Y = \overline{AB}$.

Após o tempo disponibilizado para a realização da atividade, as autoras deram início à sua correção (Figura 80).

Figura 80 – Correção da Atividade 4



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Durante a correção, as autoras perceberam que, ao indagá-los sobre a resolução, eles se referiam ao “e” com o uso da palavra “vezes” e, ao “ou”, com o uso da palavra “mais”, já que os símbolos lembram essas operações matemáticas. Por esse motivo, foi enfatizado aos alunos que, ainda que o sinal utilizado seja o mesmo, para o conteúdo da Álgebra de Boole, leríamos “e” e “ou” respectivamente para os sinais “.” e “+”.

Com o fim da realização das atividades, foi explicado que o Encontro 3 seria realizado em um laboratório de informática e que a turma seria dividida em dois grupos, devido ao laboratório não comportar todos os alunos. Desse modo, um dos grupos teve aula na quinta-feira e, o outro, na sexta-feira da mesma semana. A separação dos grupos ocorreu de forma simples, uma vez que a turma já se dividia em Grupo 1 (G1) e Grupo 2 (G2) nas disciplinas do Curso Técnico.

Encontro 3

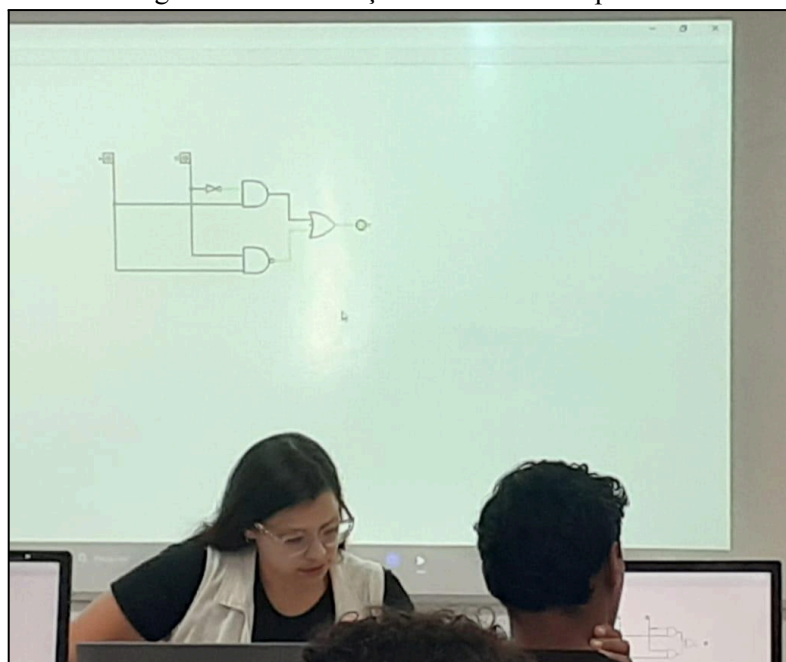
O Encontro 3 ocorreu nos dias 8 de agosto de 2024 com o G1 e 9 de agosto de 2024 com o G2, em um horário semelhante ao dos outros encontros.

Em ambos os dias, a aula lecionada teve a mesma estrutura, sendo iniciada com a distribuição da apostila da Aula 3 e a apresentação do software Logisim. Nesse momento, foi solicitado aos alunos que abrissem o software em seus respectivos computadores para que acompanhassem o que seria realizado pelas autoras e apresentado no projetor multimídia.

Primeiramente, foram apresentadas as ferramentas do Logisim e, em seguida, foi elaborado um circuito juntamente com a turma, o qual foi desenhado no quadro antes de ser

construído no programa, para que os alunos tivessem uma noção de como ficaria disposto cada elemento. Durante a montagem desse circuito, enquanto uma das autoras construía no Logisim e dava os comandos aos alunos (Figura 81), a outra auxiliava os estudantes que apresentavam alguma dúvida ou dificuldade, como a forma de ligar as entradas às portas lógicas, o que fazer quando a ligação apresentava as cores vermelha ou azul e como excluir algum procedimento feito de maneira errada.

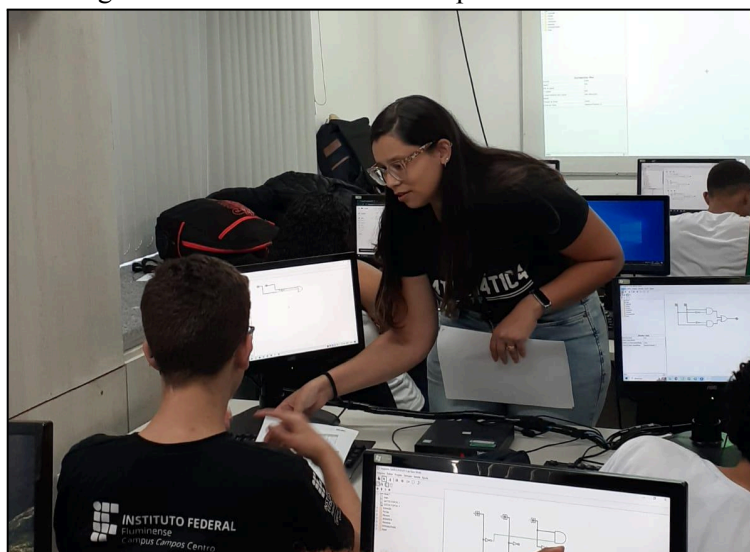
Figura 81 – Construção do circuito da apostila



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a construção do circuito, foi entregue a Atividade 5. Para essa atividade, as autoras informaram que os alunos a realizariam sozinhos e que elas estariam à disposição para sanar eventuais dúvidas, conforme mostra a Figura 82.

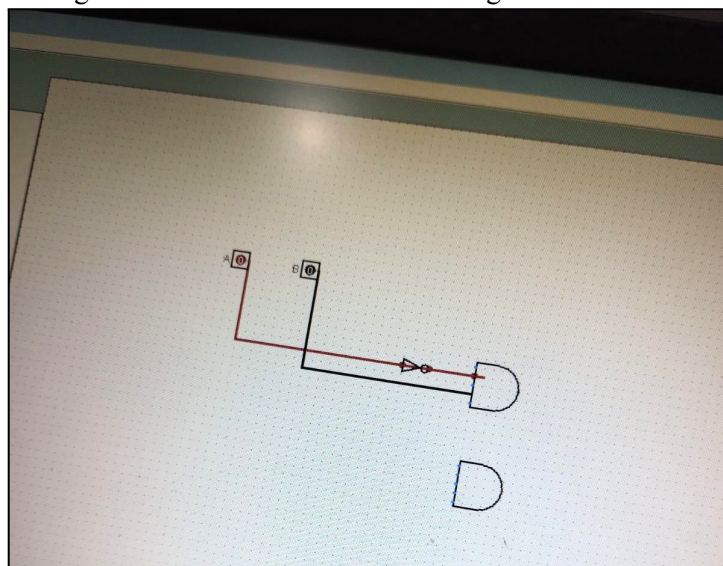
Figura 82 – Retirada de dúvidas por uma das autoras



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Inicialmente, os alunos apresentaram algumas dificuldades em comum, como nas ligações entre as entradas e as portas, bem como entre uma porta e outra, conforme ilustra a Figura 83.

Figura 83 – Erro recorrente na montagem dos circuitos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após notar que muitos alunos estavam cometendo um mesmo equívoco, realizando as ligações por cima das portas lógicas dispostas no circuito, sem respeitar sua entrada e saída, as autoras entrevistaram e explicaram para a turma que a forma correta seria interromper a ligação na entrada da porta lógica e continuá-la na saída desta, sem que a linha atravessasse a porta

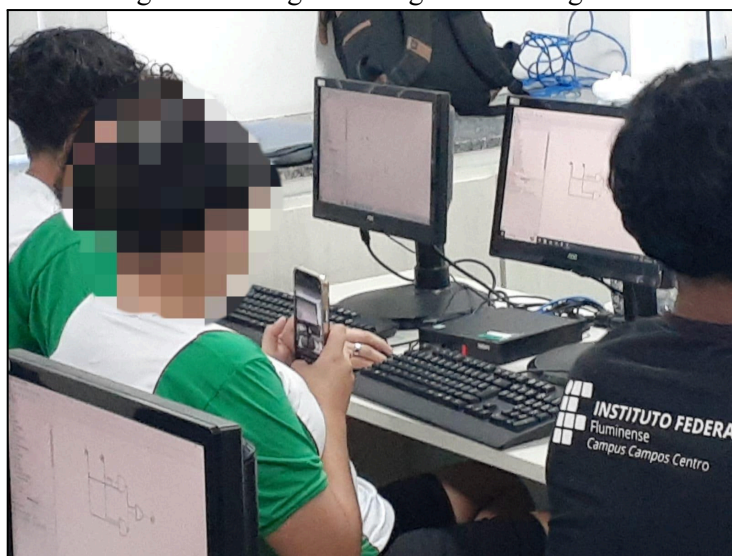
lógica. Ressaltou-se também que, ao aparecer uma coloração vermelha ou azul em alguma parte do circuito, significava que havia algum erro na ligação.

Outro equívoco apresentado por um aluno foi que, no item “b” da Atividade 5, cuja função booleana era dada por $Y = \overline{A}B + A\overline{B}$, havia apenas as variáveis A e B , logo, para a construção do circuito, seria necessário inserir apenas duas entradas. No entanto, o aluno em questão imaginou que também seria necessário inserir a negação de cada uma dessas variáveis como entrada, totalizando quatro entradas. Em razão disso, foi explicado a esse aluno que a negação de uma variável não implica em uma nova entrada, mas deve ser feita inserindo a porta lógica “NOT” e conectando-a com a variável.

À medida que os alunos iam terminando a atividade, as autoras entregavam o gabarito para que eles fizessem a conferência. Vale ressaltar que a Atividade 5 possui, em todos os itens, a tabela-verdade de cada expressão booleana, a fim de possibilitar aos alunos o uso da ferramenta “Testar” do Logisim para checar se o seu circuito construído está correto e condizente com a tabela-verdade.

Durante o Encontro 3, foi notável o entusiasmo dos alunos ao manusearem o software e seu interesse em aprender a utilizá-lo. Naturalmente, alguns alunos apresentaram maior facilidade que outros na realização dessa atividade e a concluíram em poucos minutos, talvez por terem uma afinidade maior com softwares em geral. Também foi possível observar que alguns alunos registraram os circuitos construídos por meio de fotos no celular, como mostra a Figura 84.

Figura 84 – Registro fotográfico do Logisim



Fonte: Protocolo de pesquisa,

Vale ressaltar que um dos objetivos ao utilizar as tecnologias digitais como recurso didático era trabalhar o conteúdo de forma atraente e estimular a capacidade de pensar do aluno, visto que seu uso motiva o estudante a aprender de maneira dinâmica (Oliveira; Cunha, 2021). De acordo com Oliveira e Cunha (2021), ao utilizar um software, possibilita-se que o aluno tire suas próprias conclusões sobre o conteúdo exposto e aprenda a pensar de forma ativa.

Com o fim dessa etapa, os alunos receberam um questionário, que integra os instrumentos de coleta de dados deste trabalho.

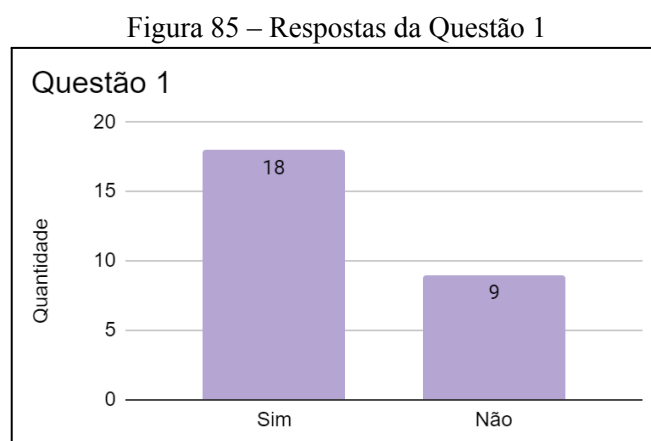
4.2.2 Questionário dos alunos

A turma em questão possuía 56 alunos matriculados, contudo, apenas 27 alunos participaram das três etapas da sequência didática. Para fins de obter uma coleta de dados mais precisa de acordo com a proposta desta pesquisa, serão considerados apenas os questionários desses 27 alunos, os quais serão nomeados de A_1 a A_{27} , para manter o sigilo de suas identidades.

Ao fim da Implementação, foi entregue aos alunos um questionário com sete perguntas a respeito da sequência didática, de modo a analisar os seguintes pontos:

(i) Vivências anteriores que buscavam aproximar conteúdos da formação geral com outros da formação técnica

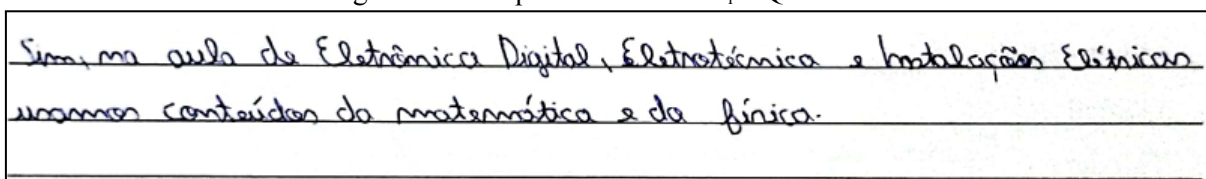
Ao questionar se os alunos já haviam vivenciado experiências que buscassem aproximar conteúdos da formação geral e da formação técnica, 9 alunos afirmaram que não e 18 afirmaram que sim (Figura 85).



Fonte: Elaboração própria.

Entretanto, parte dos alunos entendeu que a pergunta referia-se especificamente à Álgebra de Boole e à Lógica simbólica. Dado esse fator, no espaço para escrita, 8 alunos afirmaram já ter estudado o conteúdo na aula da disciplina de Eletrônica Digital. O aluno A₁, porém, afirmou ter vivenciado essa experiência nas disciplinas de Eletrônica Digital, Eletrotécnica e Instalações Elétricas, já que são disciplinas nas quais o uso da Matemática e da Física está bem presente (Figura 86).

Figura 86 – Respostas do aluno A₁ à Questão 1

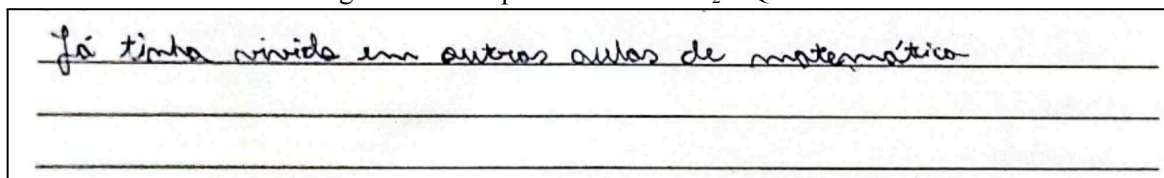


Sim, na aula de Eletrônica Digital, Eletrotécnica e Instalações Elétricas usamos conteúdos da matemática e da física.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por outro lado, o aluno A₂ informou ter vivido essas experiências em outras aulas de Matemática, porém não indicou o conteúdo nem a outra disciplina com a qual houve tal relação (Figura 87).

Figura 87 – Respostas do aluno A₂ à Questão 1



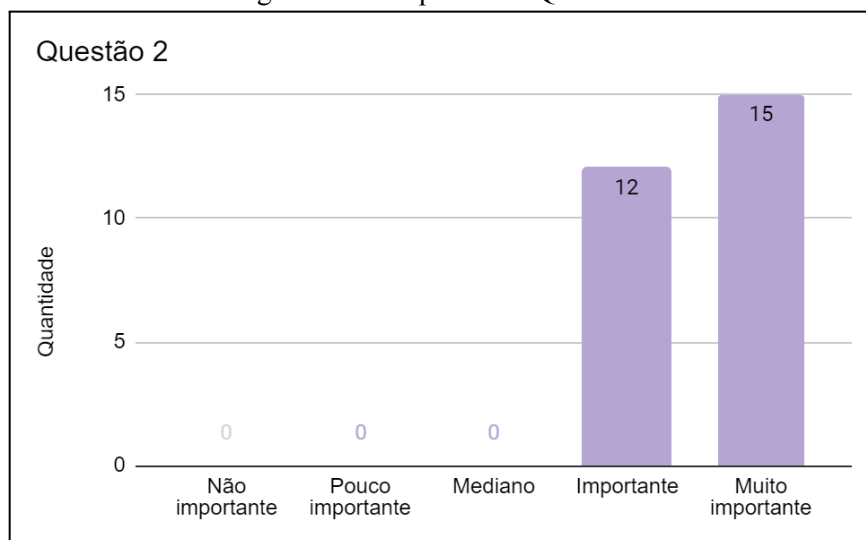
já tinha vivido em outras aulas de matemática

Fonte: Protocolo de pesquisa.

(ii) A importância de experiências como a proposta por este trabalho, que buscam integrar os Cursos Técnicos ao Ensino Médio

Ao perguntar aos alunos o quão importante são as experiências como a proposta por este trabalho, 12 afirmaram ser importante e 15 afirmaram ser muito importante (Figura 88).

Figura 88 – Respostas da Questão 2



Fonte: Elaboração própria.

O aluno A₃ relatou que, além de ser legal, a proposta ajuda em outras disciplinas, como a Eletrônica Digital (Figura 89).

Figura 89 – Resposta do aluno A₃ à Questão 2

Além de ser muito legal, ajuda muito em outras matérias como Eletrônica digital (na hora dessa matéria).

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno A₁ mencionou acreditar na importância de como os conteúdos se interligam, e o aluno A₄ afirmou que assuntos relacionados ao Curso Técnico são de grande auxílio (Figura 90).

Figura 90 – Resposta dos alunos A₁ e A₄ à Questão 2

Acredito que seja importante mesmo como os conteúdos se interligam. **A1**

Qualquer coisa relacionada ao curso Técnico ajuda muito. **A4**

Fonte: Protocolo de pesquisa.

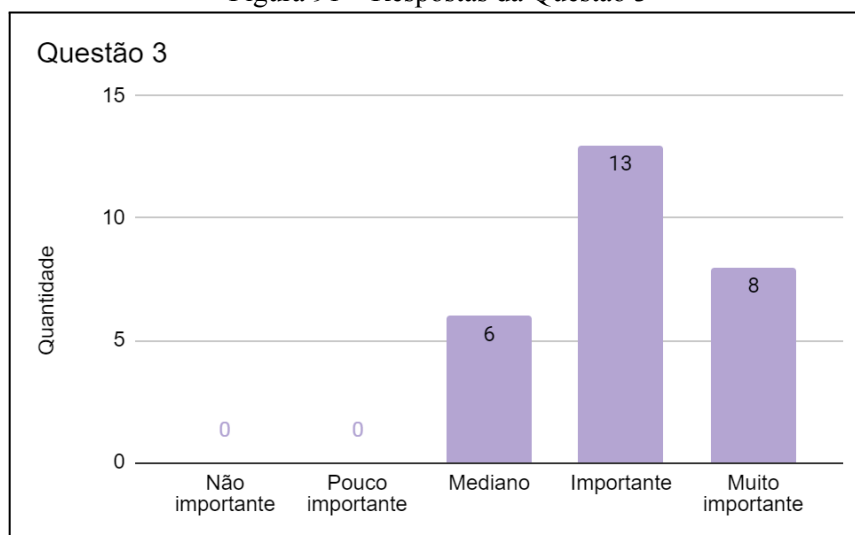
Os comentários dos alunos reiteram os ideais deste trabalho no que tange à interdisciplinaridade, pois como afirma Terradas (2011), essa abordagem busca integrar as

disciplinas sem desvalorizar sua importância individual, retirando de cada qual sua contribuição.

(iii) A importância de representar e reconhecer uma mesma expressão em vários registros de representação

Ao indagar aos alunos o quão importante é saber representar e reconhecer uma mesma expressão em vários registros de representação, 6 afirmaram ser mediano, 13 afirmaram ser importante e 8 afirmaram ser muito importante (Figura 91).

Figura 91 – Respostas da Questão 3



Fonte: Elaboração própria.

O aluno A₅ atribuiu imensa importância à representação de expressões em vários registros para os estudantes de Eletrotécnica e reiterou que essas representações ajudam a exercitar a mente para atividades como as que foram propostas (Figura 92).

Figura 92 – Resposta do aluno A₅ à Questão 3

Principalmente para mim que sou estudante de eletrotécnica é de imensa importância eu saber associar bem esses símbolos, além de ajudar exercitar a mente para outras atividades como essa.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por outro lado, o aluno A₆ afirmou que a importância seria mediana, pois, em alguns momentos, as diversas representações se tornam confusas (Figura 93).

Figura 93 – Resposta do aluno A₆ à Questão 3

Pois as vezes fica mais fácil para aprender sobre, mas as vezes
Também pode ficar muito confuso

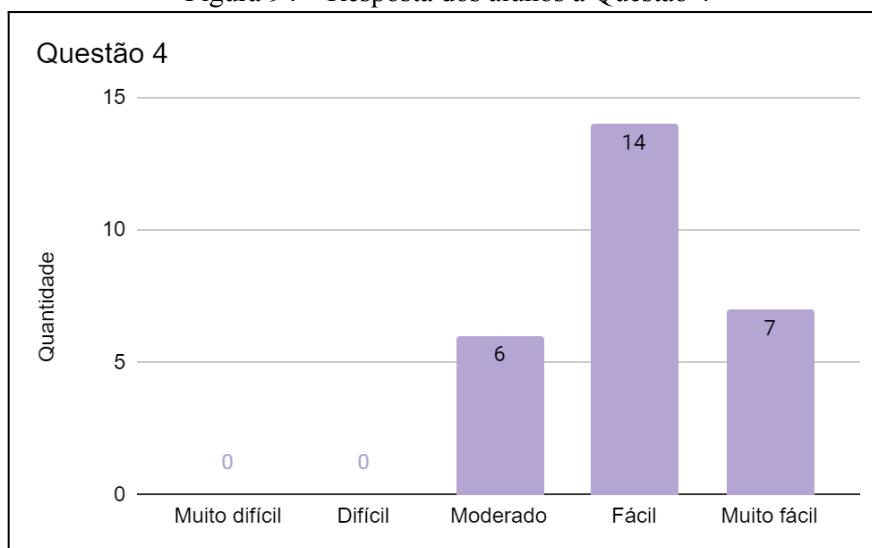
Fonte: Protocolo de pesquisa.

De acordo com Duval (2012), a apreensão completa de um objeto matemático pressupõe a compreensão de, no mínimo, dois registros de representação distintos. Essa ideia apoia-se também em Franzoni (2010), o qual reitera que, para a compreensão dos conceitos científicos matemáticos ser consolidada, é essencial que os estudantes compreendam as diversas maneiras de representá-los.

(iv) O nível de dificuldade ao construir os circuitos lógicos no software Logisim

Ao questionar os alunos sobre o nível de dificuldade encontrado durante a utilização do Logisim, 6 afirmaram ser moderado, 14 afirmaram ser fácil e 7 afirmaram ser muito fácil (Figura 94).

Figura 94 – Resposta dos alunos à Questão 4



Fonte: Elaboração própria.

O aluno A₁ afirmou que, dada sua facilidade com o uso de computadores, o software despertou seu interesse, e o aluno A₇ afirmou que considerou a construção dos circuitos no Logisim fácil e legal, devido à abordagem mais dinâmica (Figura 95).

Figura 95 – Resposta dos alunos A₁ e A₇ à Questão 4

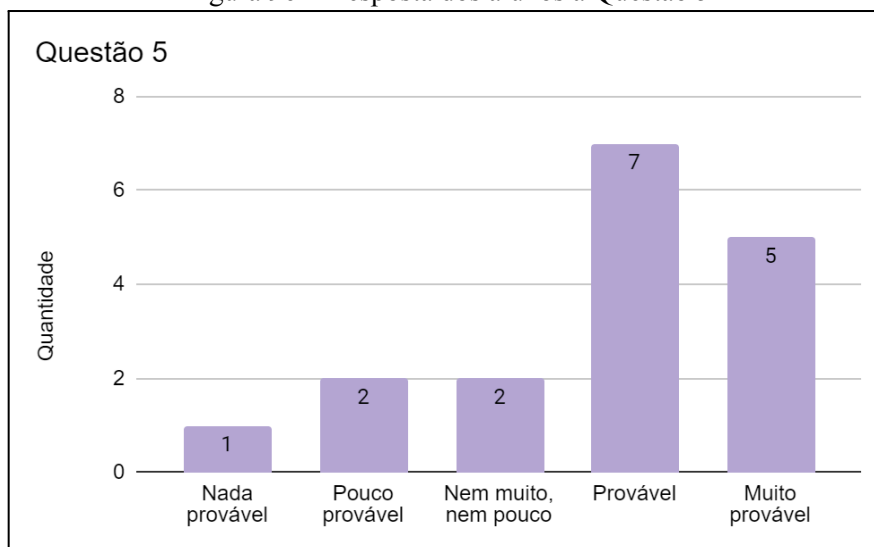
<p>Por ter facilidade e gosto com computadores, me interessei por entender o programa.</p>	A1
<hr/>	
<p>Peguei fácil e muito legal, algo mais dinâmico.</p>	A7
<hr/>	
<hr/>	

Fonte: Protocolo de pesquisa.

(v) As chances de utilização do software Logisim para auxiliar nos estudos

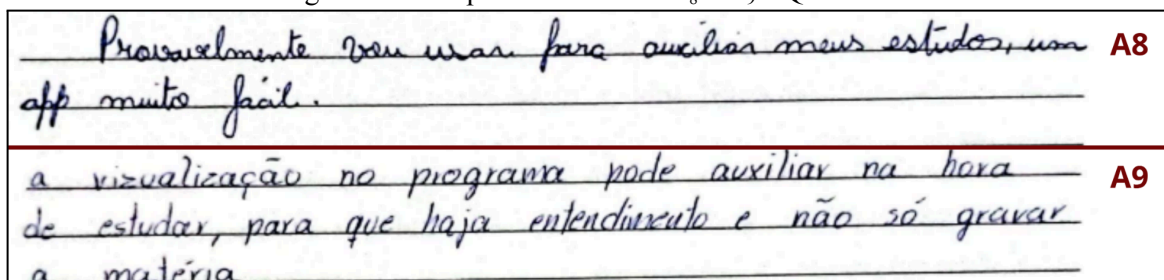
Em relação às chances de utilização do software Logisim para auxiliar nos estudos, 1 aluno afirmou ser nada provável, 2 afirmaram ser pouco provável, 3 afirmaram que nem muito, nem pouco provável, 7 afirmaram ser provável e 5 afirmaram ser muito provável (Figura 96).

Figura 96 – Resposta dos alunos à Questão 5



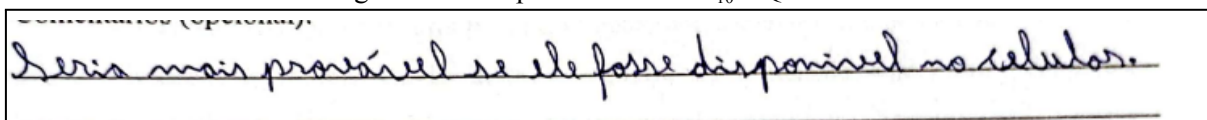
Fonte: Elaboração própria.

O aluno A₈, que assinalou a opção “Muito provável”, informou que provavelmente usará o software em seus estudos, dada a facilidade de uso. Já o aluno A₉, que assinalou a opção “Provável”, afirmou que a visualização do programa pode auxiliar no entendimento do conteúdo (Figura 97).

Figura 97 – Resposta dos alunos A₈ e A₉ à Questão 5

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Como explicado anteriormente, um dos aspectos que levaram à escolha do software Logisim foi o fato de a instituição disponibilizar laboratórios de informática para as aulas. Contudo, o aluno A₁₀, que assinalou a opção “Provável”, sinalizou que seria mais provável usar o Logisim caso ele fosse disponível para celulares (Figura 98).

Figura 98 – Resposta do aluno A₁₀ à Questão 5

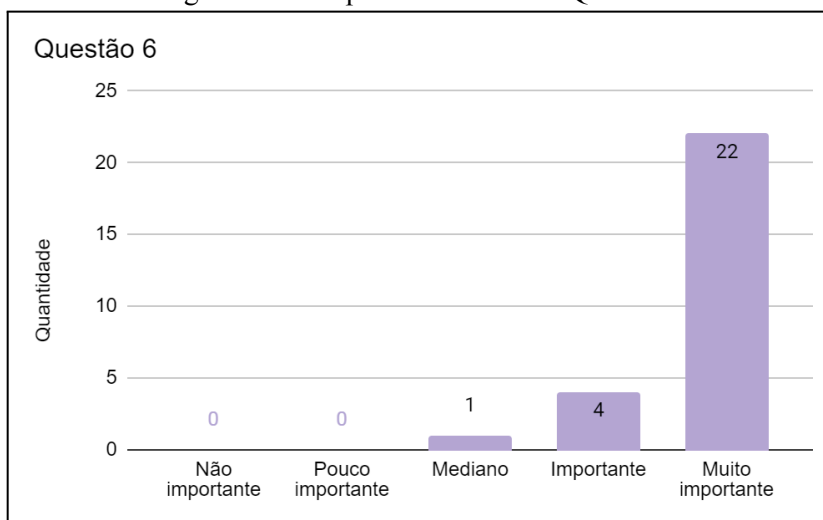
Fonte: Protocolo de pesquisa

Os alunos que assinalaram as opções “Nada provável”, “Pouco provável” e “Nem muito, nem pouco” não teceram comentários acerca deste questionamento.

(vi) A importância da Matemática para a compreensão dos conteúdos aprendidos na área técnica

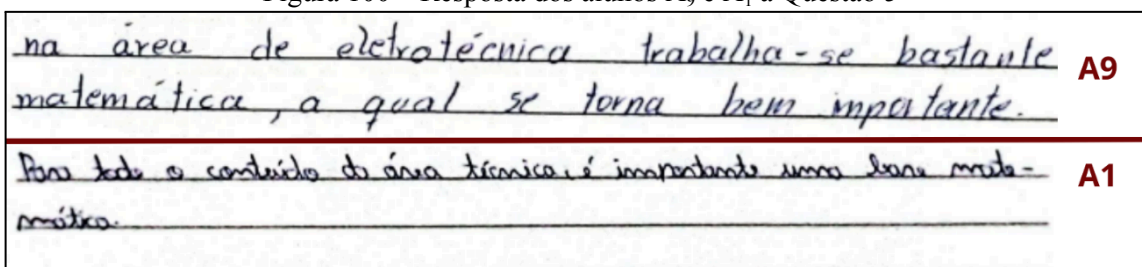
No que se refere à importância da Matemática para a compreensão dos conteúdos aprendidos na área técnica, 1 aluno afirmou que a importância é mediana, 4 afirmaram ser importante e 22 afirmaram ser muito importante (Figura 99).

Figura 99 – Resposta dos alunos à Questão 6



Fonte: Elaboração própria.

O aluno A₉, que assinalou a opção “Muito importante”, destacou a importância da Matemática por ser um conteúdo trabalhado na área de Eletrotécnica. O aluno A₁, que assinalou a mesma opção, foi além, ressaltando que uma base matemática é importante para todo o conteúdo da área técnica (Figura 100).

Figura 100 – Resposta dos alunos A₉ e A₁ à Questão 5

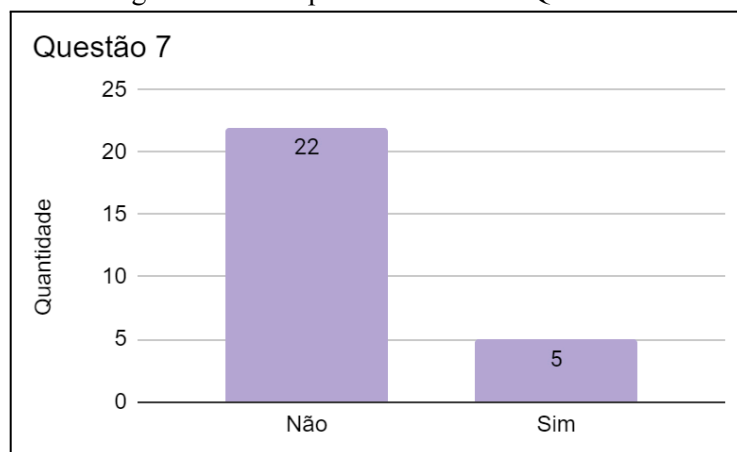
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para desenvolver variadas habilidades técnicas em seus alunos, toda instituição de ensino deve promover um aprimoramento acadêmico intenso e rigoroso – mas também adaptável – com forte enfoque na Matemática, devido ao papel central desta em todos os níveis de ensino, incluindo a Educação Técnica e Profissional (Soares *et al.*, 2020).

(vii) As considerações em relação às aulas

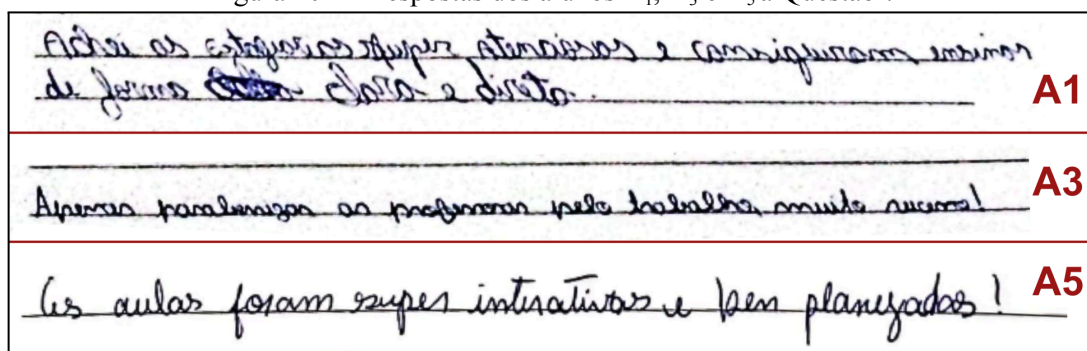
Ao indagar aos alunos se havia alguma consideração sobre as aulas que eles gostariam de realizar, 22 afirmaram que não e apenas 5 realizaram alguma consideração (Figura 101).

Figura 101 – Resposta dos alunos à Questão 7



Fonte: Elaboração própria.

Todas as considerações realizadas giraram em torno do mesmo assunto, com elogios às autoras e ao material elaborado, como opinaram os alunos A_1 , A_3 e A_5 (Figura 102).

Figura 102 – Respostas dos alunos A_1 , A_3 e A_5 à Questão 7

Fonte: Protocolo de pesquisa.

4.2.3 Entrevista Semiestruturada 2

A segunda entrevista semiestruturada com o professor de Eletrônica Digital da turma selecionada para Implementação da Intervenção Pedagógica ocorreu no dia 11 de setembro de 2024.

A primeira pergunta buscou saber do professor se foi possível notar alguma diferença dessa turma em relação às turmas anteriores, para as quais ele já havia lecionado a mesma disciplina, em termos de compreensão de conteúdo, e, em caso positivo, como ele pôde verificar essa diferença. A resposta foi positiva, já que, segundo o docente, por terem visto Álgebra de Boole nas aulas de Matemática durante a Implementação, os alunos tiveram um progresso de absorção do conteúdo mais rápido em comparação com turmas anteriores. Esse

fator foi possível ser verificado não apenas no decorrer das aulas de Eletrônica Digital, mas também pelos resultados de atividades avaliativas posteriores. Segundo o professor, a média das notas dessa turma foi mais alta, o que ele atribui às aulas provenientes deste trabalho.

A segunda pergunta visou saber se o professor trabalhou com algum planejamento de aula diferente para a turma, uma vez que já sabia do conteúdo que seria abordado na sequência didática. Quanto a isso, não houve alteração da parte dele, que usou o mesmo padrão de aula que já costumava usar: em primeiro lugar, foram apresentadas as portas lógicas; em seguida, foi passado um exercício para que os alunos pudessem memorizar as operações associadas às portas lógicas, o que foi seguido da aplicação das provas.

A terceira pergunta indagou se houve dificuldades dos alunos que persistiram mesmo após as aulas da Implementação. O professor respondeu que notou dificuldade de alguns alunos com a absorção da tabela-verdade e com a associação dos símbolos às expressões booleanas, o que ele acredita estar relacionado com dificuldades pessoais que esses alunos possuem com matérias da área de exatas, talvez advindas de defasagem escolar ou de uma resistência maior ao conteúdo. Apesar disso, o docente disse acreditar que essa compreensão seja uma questão de tempo, pois houve alunos que, mesmo após as aulas com ele, pediram indicação de videoaulas que auxiliassem no entendimento do conteúdo, o que também trouxe bons resultados.

A quarta pergunta buscou averiguar se o professor acredita que este trabalho colabora de alguma forma para a integração entre as disciplinas, no âmbito da interdisciplinaridade. Ele respondeu que acredita que colabora muito, não apenas pelos resultados obtidos, como também pela forma como os alunos se comportaram durante as suas aulas. Como eles já estavam habituados ao conteúdo, não houve um primeiro impacto durante a aula do professor, o que facilitou na absorção e até mesmo na autoconfiança do aluno com relação ao conteúdo, tornando mais fácil, também, a compreensão da aplicação.

Essa resposta vai ao encontro do que aponta Santos (2012) quando este diz que a modalidade de Ensino Médio Integrado requer uma abordagem interdisciplinar para garantir que os alunos desenvolvam competências que transcendem as disciplinas isoladas, preparando-os para uma atuação profissional eficaz. Ademais, conforme afirma Soares *et al.* (2020), a disseminação dos conceitos matemáticos é uma demanda crucial na Educação Profissional e Tecnológica, visto que a Matemática está presente em todas as áreas do saber.

A quinta pergunta buscou saber do professor quais são os desafios relacionados ao Ensino Médio Integrado e quais ações a escola pode tomar para sanar os problemas ligados à integração. Para ele, o maior desafio é justamente a integração, que, ao seu entendimento,

consiste em aulas em que, no mesmo horário, professores de diferentes disciplinas, da área propedêutica e da área técnica, estariam atuando na mesma turma. O professor comentou que já viu o Ensino Médio Integrado de outros campi do Instituto Federal funcionando dessa maneira, o que, na opinião dele, auxilia para que os alunos tenham um suporte maior para o caso de algum déficit específico. Quanto às ações a serem tomadas pela escola, o docente acredita que é preciso mudar a estrutura de organização interna para poder ocorrer, de fato, a integração esperada, pois o que ocorre até então não é uma integração, mas, sim, disciplinas lecionadas separadamente.

Nesse sentido, Freitas e Sá (2020) afirmam que, a fim de estabelecer um diálogo mais efetivo entre os conhecimentos escolares e as experiências dos alunos, é imprescindível promover uma revisão curricular que valorize a interdisciplinaridade e supere a fragmentação do saber.

Por fim, a sexta pergunta questiona se o professor ouviu dos alunos algum comentário, positivo ou negativo, acerca do trabalho e quais foram essas observações. Quanto a isso, o professor respondeu que ouviu apenas comentários positivos, dizendo que gostaram muito da matéria, apontando também que alguns alunos não deram importância às aulas da Implementação por saberem que o mesmo conteúdo seria lecionado na aula de Eletrônica Digital. Porém, segundo o docente, quem assistiu às aulas deste trabalho se sentiu mais confiante ao lidar com o mesmo conteúdo nas aulas dele, inclusive fazendo comparações entre o que era visto em suas aulas e o que foi visto na fase de Implementação. O professor comentou também que viu, em provas, alguns alunos utilizando “V” ou “F” em vez de “1” ou “0” para completar a tabela-verdade do conteúdo de Álgebra de Boole. Além disso, os alunos também comentaram que gostaram bastante do software Logisim e perguntaram se o professor também iria utilizá-lo em suas aulas, ressaltando que um dos alunos não tinha computador, mas baixou no celular um aplicativo com funções parecidas com as do programa. O aplicativo mostrado ao professor pelo aluno foi o mesmo mencionado na Seção 3.2.1.2.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como motivação vivências pessoais de uma das autoras durante o Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio e, posteriormente, no curso de Licenciatura em Matemática, além da afinidade de ambas as autoras com o conteúdo de Lógica matemática, presente no curso de Licenciatura em Matemática. Assim, considerando a importância da interdisciplinaridade para a integração proposta pelos Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio e a necessidade do uso de vários registros de representação para a compreensão de um objeto matemático, optou-se por utilizar a Interdisciplinaridade e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como dois dos referenciais teóricos.

A metodologia utilizada para a elaboração deste trabalho foi a qualitativa do tipo Intervenção Pedagógica, a qual possui três etapas: Planejamento, Implementação e Avaliação. Durante este trabalho, desenvolveu-se uma sequência didática que foi aplicada em uma turma da primeira série do Curso Técnico integrado ao Ensino Médio, a qual possibilitou aos alunos conhecerem a respeito da Lógica simbólica, conteúdo comumente ensinado na Matemática, e sua relação com a Álgebra de Boole, conteúdo comumente ensinado na Eletrônica Digital.

A sequência didática passou por dois testes exploratórios antes de sua Implementação. O primeiro deles foi realizado com alguns licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática e, o segundo, com o professor regente da disciplina de Eletrônica Digital da turma selecionada para a Implementação. Ambos os testes contribuíram de forma significativa para o aperfeiçoamento do trabalho.

No decorrer da aplicação da sequência didática, trabalhou-se com as proposições, os conectivos lógicos, as tabelas-verdade e seus semelhantes, presentes na Álgebra de Boole, utilizando as portas e circuitos lógicos. Vale ressaltar que, além das apostilas e slides preparados para as aulas, foi utilizado um vídeo para trazer à luz a conexão entre conceitos da Lógica simbólica com a Álgebra de Boole. Houve também a utilização de um software para a simulação de circuitos lógicos. Ao fim desse processo, os alunos foram capazes de representar e reconhecer uma mesma expressão em vários registros de representação e reconhecer o papel da Matemática por detrás do conteúdo estudado. Também é importante evidenciar que a sequência didática foi aplicada em oito horas-aula, e que isso só foi possível com a disponibilização de seis horas-aula pela professora regente de Matemática e duas horas-aula pela professora regente de Física, as quais foram imensamente compreensivas e solícitas, colaborando sobremaneira para a realização deste trabalho.

Dessa forma, acredita-se que o objetivo geral da pesquisa, o qual consistiu em identificar as contribuições que o estudo da Lógica simbólica, nas aulas de Matemática, pode trazer na introdução da Álgebra de Boole em turmas do Curso Técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio, foi alcançado. Tal afirmação pode ser embasada na observação das autoras durante as aulas, nas respostas ao questionário dos alunos e pela segunda entrevista realizada com o professor regente de Eletrônica Digital, o qual reiterou os impactos deixados por este trabalho. A sequência didática desenvolvida mostrou-se eficaz em promover uma aprendizagem significativa e o desenvolvimento de habilidades essenciais para a formação dos estudantes.

De modo geral, a pesquisa contribuiu demasiadamente para a formação das autoras, possibilitando que estas: i) aprofundassem seus conhecimentos sobre os conteúdos apresentados; ii) compreendessem a importância da interdisciplinaridade para a integração proposta pelo Ensino Médio Integrado e as dificuldades de sua implementação; iii) aprimorassem habilidades de pesquisa, leitura e escrita; e iv) pudessem vivenciar a integração na prática.

Durante este trabalho, as autoras adquiriram conhecimentos não apenas teóricos, mas também práticos acerca da integração proposta pelos Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio, seus desafios e possibilidades, e puderam comprovar que essa integração é possível por meio da prática interdisciplinar. No entanto, a efetivação da interdisciplinaridade em larga escala ainda requer um esforço conjunto de professores, gestores e pesquisadores, a fim de superar os desafios e construir um currículo mais integrado e relevante para o desenvolvimento integral dos indivíduos.

Para trabalhos futuros, sugere-se realizar outras integrações entre conteúdos, como a Função Trigonométrica Seno e os Números Complexos relacionados aos circuitos de corrente alternada, e os Sistemas Lineares relacionados às Leis de Kirchhoff. Também deixa-se evidenciada a importância da interdisciplinaridade entre outros conteúdos da formação geral e da formação técnica do Ensino Médio Integrado.

REFERÊNCIAS

- ABAR, C. **Noções de álgebra booleana**. 2004. Disponível em: <https://www4.pucsp.br/~logica/Booleana.htm>. Acesso em: 27 nov. 2023.
- ALENCAR FILHO, E. de. **Iniciação à lógica matemática**. São Paulo: Nobel, 2002.
- ALMEIDA, A. M. F. B. de. **Registros de representações semióticas no estudo de polinômios usando aplicativos em tablets**. 2015. 213 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, Laboratório de Ciências Matemáticas, Campos dos Goytacazes, 2015. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/27082015Ana-Mary-Fonseca-Barreto-de-Almeida.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2024.
- AMARAL, R. B. Vídeo na sala de aula de Matemática: que possibilidades?. **Educação Matemática em Revista**, [s. l.], v. 18, n. 40, p. 38-47, set/dez. 2014. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/298>. Acesso em: 20 nov. 2024.
- ANTONELLO, S. B. **Curso técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio: a Matemática na corrente da interdisciplinaridade**. 2018. 298 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/18663>. Acesso em: 15 fev. 2024.
- AUGUSTO, K. F.; SÁ, L. C.; JORDANE, A. Educação matemática crítica na educação profissional técnica de nível médio: algumas reflexões sobre currículo e ensino. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica (DECT)**, Vitória, v. 9, n. 1, p. 346-360, 2019. Disponível em: <https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/1281>. Acesso em: 14 dez. 2023.
- AZEVÊDO, W. V. da S. **Investigando dificuldades de aprendizagem sobre circuitos elétricos: contribuições a partir de concepções, dos registros de representação e domínios tecnológicos**. 2020. 353 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação, Recife, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/55229/1/TESE%20Wilker%20Victor%20Da%20Silva%20Azev%C3%AAdo.pdf>. Acesso em: 4 set. 2024.
- BARROS, L. G. X. de; AGRICCO JUNIOR., R. C. Números complexos e grandezas elétricas vetoriais sob a ótica da Teoria dos Registros das Representações Semióticas. **Revemop**, Ouro Preto, v. 1, n. 2, p. 183-206, maio/ago. 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/1743>. Acesso em: 25 ago. 2024.
- BERMUDES, W. L. *et al.* Tipos de escalas utilizadas em pesquisas e suas aplicações. **Revista Vértices**, [s. l.], v. 18, n. 2, p. 7-20, 2016. Disponível em: <https://editoraessentia.iff.edu.br/index.php/vertices/article/view/1809-2667.v18n216-01>. Acesso em: 21 set. 2024.

BONOMI, M. C. Matemática: objetos e representações. *In*: SEMINÁRIOS DE ESTUDO EM EPISTEMOLOGIA E DIDÁTICA (SEED), 2007, São Paulo. **Resumos** [...]. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2007. Disponível em: <https://nilsonjosemachado.net/20070525.pdf>. Acesso em: 24 ago. 2024.

BOSCARIOLI, C. Educação com Tecnologias Digitais na Educação Básica: reflexões, anseios e distâncias pela formação docente. **Revista de Educação Pública**, [s. l.], v. 31, p. 1-12, jan./dez. 2022. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/13391>. Acesso em: 18 nov. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, SEB, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Censo escolar da educação básica 2022**: Notas Estatísticas. Brasília, 2023. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_escolar_2022.pdf. Acesso em: 21 dez. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Centenário da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica**. Brasília, [20--]. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pet/190-secretarias-112877938/setec-1749372213/13175-centenario-da-rede-federal-de-educacao-profissional-e-tecnologica>. Acesso em: 20 dez. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, SEB, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica**. Brasília, [201-]. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/rede-federal-inicial/>. Acesso em: 11 dez. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução CNE/CP nº 1**. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Profissional e Tecnológica. Brasília, 2021. Disponível em: <https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/resolucao-cne/cp-n-1-de-5-de-janeiro-de-2021-297767578>. Acesso em: 21 dez. 2023.

BURCH, C. **Guia para se tornar usuário do Logisim**. 2005. Disponível em: <http://www.cburch.com/logisim/docs/2.7/pt/html/guide/index.html>. Acesso em: 23 abr. 2024.

BURRIS, S. George Boole. *In*: ZALTA, E.N. (ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2018 Edition)**. Stanford: Edward N. Zalta, 2018. *E-book*. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/sum2018/entries/boole/>. Acesso em: 24 maio 2024.

CHAER, G.; DINIZ, R. R. P.; RIBEIRO, E. A. A técnica do questionário na pesquisa educacional. **Evidência**, Araxá, v. 7, n. 7, p. 251-266, 2011. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/maio2013/sociologia_artigos/pesquisa_social.pdf. Acesso em: 24 jan. 2024.

CIAVATTA, M. A formação integrada: a escola e o trabalho como lugares de memória e de identidade. **Revista Trabalho Necessário**, Núcleo de Estudos, Documentação e Dados sobre Trabalho e Educação (NEDDATE), [s. l.], v. 3, n. 3, p. 1-20, 2005. Disponível em: <https://periodicos.uff.br/trabalhonecessario/article/view/6122>. Acesso em: 20 dez. 2023.

CIAVATTA, M.; RAMOS, M. Ensino Médio e Educação Profissional no Brasil: dualidade e fragmentação. **Revista Retratos da Escola**, Brasília, v. 5, n. 8, p. 27-41, jan./jun. 2011. Disponível em: <https://retratosdaescola.emnuvens.com.br/rde/article/view/45>. Acesso em: 25 mar. 2024.

DAGHLIAN, J. **Lógica e álgebra de Boole**. 4. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2008.

DAMIANI, M. F. Sobre pesquisas do tipo intervenção. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais [...]**. São Paulo: UNICAMP, 2012. p. 1-9.

DUVAL, R. Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática?. Tradução: Mérciles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 13, n. 2, p.1-27, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/1981-1322.2018v13n2p1/38031/207206>. Acesso em: 25 ago. 2024.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112, maio 2011. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2011v6n2p96>. Acesso em: 11 set. 2024.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Mérciles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, dez. 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 23 ago. 2024.

ESCOTT, C. M.; MORAES, M. A. C. História da educação profissional no Brasil: as políticas públicas e o novo cenário de formação de professores nos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS “HISTÓRIA, SOCIEDADE E EDUCAÇÃO NO BRASIL”, 9., 2012, João Pessoa. **Anais eletrônicos [...]**. João Pessoa: UFPB, 2012. Disponível em: http://www.histedbr.fe.unicamp.br/acer_histedbr/seminario/seminario9/PDFs/2.51.pdf. Acesso em: 18 mar. 2024.

FAZENDA, I. C. A. Interdisciplinaridade: didática e prática de ensino. **Interdisciplinaridade**, São Paulo, v. 1, n. 6, p. 9-17, abr. 2015. Disponível em: <https://www5.pucsp.br/gepi/downloads/revistas/revista-6-gepi-abril15.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2024.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa**. 15. ed. Campinas: Papirus Editora, 2008.

FRANÇA, F. J. de A. **Álgebras de Boole e aplicações**. 2021. 69 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Florestal, 2021. Disponível em: <https://www.locus.ufv.br/handle/123456789/27986>. Acesso em: 16 fev. 2024.

FRANZONI, G. **Múltiplas representações aplicadas na aprendizagem de circuitos elétricos**. 2010. 166 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010. Disponível em: <https://pos.uel.br/pecem/teses-dissertacoes/multiplas-representacoes-aplicadas-na-aprendizagem-de-circuitos-eletrico/>. Acesso em: 4 set. 2024.

FREITAS, I. A. F.; SÁ, L. C. Os bastidores de práticas interdisciplinares da educação profissional técnica de nível médio: o que dizem os professores que ensinam matemática?. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia (RBECT)**, Ponta Grossa, v. 13, n. 1, p. 333-348, jan./abr. 2020. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/9888>. Acesso em 21 dez. 2023.

FRIGOTTO, G. Educação omnilateral. In: CALDART, R. S. *et al.* (org.). **Dicionário da Educação do Campo**. Rio de Janeiro, São Paulo: Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio, Expressão Popular, 2012. p. 267-274.

GARCIA, A. C. *et al.* Educação Profissional no Brasil: origem e trajetória. **Revista Vozes dos Vales**, Mucuri, n. 13, p. 1-18, 2018. Disponível em: <http://site.ufvjm.edu.br/revistamultidisciplinar/files/2018/05/Edilene1502.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2023.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: UFRGS Editora, 2009. (Série Educação à Distância). Disponível em: <https://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso em: 24 jan. 2024.

HIRATA, N. S. T. **Notas de aula de álgebra booleana e aplicações**. 2010. Disponível em: <http://vision.ime.usp.br/~nina/cursos/mac0329/>. Acesso em: 3 dez. 2023.

IEZZI, G; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar: conjuntos, funções**. 9. ed., v. 1. São Paulo: Atual, 2013.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE – IFS. **Assessoria de Relações Internacionais (ASSRI)**. 2023. Disponível em: <https://www.ifs.edu.br/conheca-a-identidade-digital-do-governo/517-assri>. Acesso em: 22 dez. 2023.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO – IFSP. **MEC anuncia 2,44 bilhões para universidades e institutos federais**. 2023. Disponível em:

<https://www.ifsp.edu.br/component/content/article/17-ultimas-noticias/3684-mec-anuncia-2-4-4-bilhoes-para-universidades-e-institutos-federais>. Acesso em: 22 dez. 2023.

JANGUAS, C. C. di G. **Um estudo sobre a “lógica do pensamento dedutivo” proposta por George Boole no contexto da algebrização Lógica do século XIX**. 2019. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/22300>. Acesso em: 25 mar. 2024.

MELO, S. A.; MARQUES, W. O conceito de Ensino Médio Integrado: um confronto entre docentes licenciados e docentes bacharéis. **Revista Contexto & Educação**, [s. l.], v. 35, n. 112, p. 102-116, set./dez. 2020. Disponível em: <https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/9650>. Acesso em: 20 dez. 2023.

MIQUELINI, R. A. A. ; FERRARI, H. O. Logisim: Ferramenta para simulação de circuitos combinacionais e sequenciais digitais. **Intercursos Revista Científica**, Ituiutaba, v. 20, n. 2, p. 79-93, jul./dez. 2021. Disponível em: <https://revista.uemg.br/index.php/intercursosrevistacientifica/article/view/6319>. Acesso em: 23 abr. 2024.

MORETTI, M. T.; THIEL, A. A. O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. **Práxis Educativa**, [s. l.], v. 7, n. 2, p. 379–396, 2012. Disponível em: <https://revistas.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/4144>. Acesso em: 17 nov. 2024.

OLIVEIRA, E. R.; CUNHA, D. S. O uso da tecnologia no ensino da Matemática: contribuições do software Geogebra no ensino de função do 1º grau. **Revista Educação Pública**, [s. l.], v. 21, n. 36, set. 2021. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/36/o-uso-da-tecnologia-no-ensino-da-matematica-contribuicoes-do-software-geogebra-no-ensino-da-funcao-do-1-grau>. Acesso em: 16 nov. 2024.

PARADELLA, A. M. *et al.* O uso do vídeo como método de ensino e recurso didático. **Revista Inova Educ**, Campinas, n. 6, p. 1-17, ago. 2020. Disponível em: <https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/inovaeduc/article/view/15324/10200>. Acesso em: 16 nov. 2024.

PARIZ, E.; MACHADO, P. F. L. Martelando materiais e ressignificando o ensino de ligações químicas. *In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS*, 8., 2011, Campinas. **Anais eletrônicos** [...]. São Paulo: Unicamp, 2011. Disponível em: https://abrapec.com/atas_enpec/viii/enpec/resumos/R1045-1.pdf. Acesso em: 12 nov. 2024.

POLIDÓRIO, A. M.; FRANCO, C.; MARTINS, N. **Notas de aula de operadores e expressões**. cap. 4. [20--]. Disponível em: <http://www.din.uem.br/~yandre/7239.htm>. Acesso em: 20 dez. 2023.

POMBO, O. Interdisciplinaridade e integração dos saberes. **Liinc em Revista**, [s. l.], v. 1, n. 1, p. 3-15, mar. 2005. Disponível em: <https://revista.ibict.br/liinc/article/view/3082>. Acesso em: 15 fev. 2024.

PONTES, A. P. F. S. **Ensino Médio Integrado**: formação politécnica como horizonte?. 2012. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/12990>. Acesso em: 6 fev. 2024.

RAMOS, M. Ensino médio integrado: ciência, trabalho e cultura na relação entre educação profissional e educação básica. In: MOLL, J. *et al.* **Educação profissional e tecnológica no Brasil contemporâneo**: desafios, tensões e possibilidades. Porto Alegre: Artmed, 2010. p. 42-57. Disponível em: <https://www.bts.senac.br/bts/article/view/170>. Acesso em: 8 fev. 2024.

ROCHA, A. C. da. Boole e a lógica vista como álgebra das operações do pensamento. **Coletânea**, Rio de Janeiro, v. 17, n. 34, p. 307-322, jul./dez. 2018. Disponível em: <https://www.revistacoletanea.com.br/index.php/coletanea/article/view/151>. Acesso em: 16 fev. 2024.

SÁ, L. C. de. **Educação matemática na educação profissional e tecnológica**: contribuições para uma formação integral em resistência à precarização do trabalho. 2021. 122 f. Tese (Doutorado em Ensino e História da Matemática e da Física) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Rio de Janeiro, 2021. Disponível em: <https://encurtador.com.br/6Uh3P>. Acesso em: 22 dez. 2023.

SANTOS, F. P. **Ensino médio integrado ao técnico**: uma análise da disciplina matemática. 2012. 115 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/3002>. Acesso em: 15 fev. 2024.

SANTOS, F. P.; NUNES, C. M. F.; VIANA, M. C. V. Currículo, interdisciplinaridade e contextualização na disciplina de Matemática. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 157-181, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/33080>. Acesso em: 15 fev. 2024.

SILVA, E. S. da; OLIVEIRA, A. T. de C. C. de. Ensino Médio Integrado sob diferentes perspectivas para o ensino de Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 26, n. 2, p. 423-438, maio/ago. 2018. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648751>. Acesso em: 15 fev. 2024.

SOARES, A. M. L. *et al.* A Matemática, o professor de Matemática e a Educação Profissional e Tecnológica: uma relação de potencialidades. **Revista Brasileira de Educação Profissional e Tecnológica (RBEPT)**, [s. l.], v. 13, n. 18, p. 333-348, mar. 2020. Disponível em: <https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/RBEPT/article/view/8402>. Acesso em: 11 nov. 2024.

SOARES, E. (ed.). **Lógica Formal**: da lógica aristotélica ao cálculo sentencial bivalente. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2023. *E-book* (312 p.). Disponível em: https://ebooks.marilia.unesp.br/index.php/lab_editorial/catalog/book/412. Acesso em: 14 dez. 2023.

SOUSA, G. C de. **Um estudo sobre as origens da Lógica Matemática**. 2008. 194 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2008. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/14129?mode=full>. Acesso em: 25 mar. 2024.

TERRADAS, R. D. A importância da interdisciplinaridade na educação matemática. **Revista da Faculdade de Educação**, Mato Grosso, n. 16, p. 95-114, jul./dez. 2011. Disponível em: <https://periodicos.unemat.br/index.php/ppgedu/article/view/3901/3094>. Acesso em: 15 fev. 2024.

THIESEN, J. S. A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. **Revista Brasileira de Educação**, [s. l.], v. 13, n. 39, p. 545-554, set./dez. 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/swDcnzst9SVpJvpx6tGYmFr/?lang=pt>. Acesso em: 15 fev. 2024.

VIEIRA, A. M. D. P.; SOUZA JUNIOR, A. de. A educação profissional no Brasil. **Revista Interações**, [s. l.], n. 40, p. 152-169, 2016. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/10691>. Acesso em: 18 mar. 2024.

VIEIRA, F. M. S. Álgebra booleana. **Revista do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais**, Belo Horizonte, v. 4, n.1, p. 10-12, jan./jun. 2000. Disponível em: <https://seer.dppg.cefetmg.br/index.php/revista-et/article/view/341>. Acesso em: 24 jan. 2024.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Apostila da Aula 1

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli

Orientadora: Prof^ª. Ana Paula Rangel

Nome: _____ Data: ____ / ____ / 2024

AULA 1 – A LÓGICA SIMBÓLICA

O surgimento da Lógica simbólica

A Lógica teve seu início associado à Filosofia, por meio de Aristóteles (384-322 a.C.) e os antigos filósofos gregos, os quais utilizavam, em suas discussões, sentenças enunciadas de forma positiva e negativa, objetivando simplificação e clareza (Daghlian, 2008). A Lógica matemática analisa as sentenças, conhecidas como proposições, em busca de identificar se elas representam uma afirmação verdadeira ou falsa, e passou a ser uma área da Matemática a partir dos trabalhos de George Boole (1815-1864) e Augustus De Morgan (1806-1871) (França, 2021).

Ao longo dos séculos, a Lógica passou por diversas transformações e começou a se aproximar progressivamente da Matemática em meados do século XIX, culminando no que conhecemos hoje como Lógica simbólica, Lógica matemática ou Lógica moderna (Rocha, 2018). Neste trabalho, optou-se pelo uso da expressão Lógica simbólica.

George Boole (1815-1864) foi um matemático que buscou introduzir o conceito de Lógica simbólica, sendo o responsável por mostrar que é possível representar a lógica por meio de símbolos matemáticos (Vieira, 2000). Segundo Vieira (2000), a Álgebra de Boole é utilizada nos computadores, materializada em *microchips* que produzem os resultados das operações utilizando linguagem binária. De acordo com essa autora, os estudos de Boole revolucionaram a ciência lógica e estabeleceram uma nova forma de armazenar e processar informações.

Vamos aprender um pouco mais sobre a Lógica simbólica e a sua relação com a Álgebra de Boole!

As proposições

As proposições são sentenças declarativas e afirmativas, podendo ser escritas na forma simbólica e na linguagem usual (Daghlian, 2008). Uma proposição ou é verdadeira, ou falsa, não podendo assumir as duas características simultaneamente (Daghlian, 2008). Neste trabalho, as proposições serão representadas por letras maiúsculas.

Exemplos:

P: O Brasil é um país da Europa.

Q: 2 é um número par.

As proposições podem ser simples ou compostas. As proposições simples são aquelas integradas por apenas uma proposição, e as compostas são integradas por duas ou mais (França, 2021).

Exemplo de proposição simples: O número 7 é ímpar.

Exemplo de proposição composta: O número 2 é par ou primo.

Os conectivos lógicos

Os conectivos lógicos são palavras ou expressões utilizadas para conectar uma ou mais expressões, ou formar novas proposições a partir de outras (França, 2021; Alencar Filho, 2002). Nesta aula, daremos um enfoque maior aos conectivos “e”, “ou” e “não” (negação).

Exemplos:

O quadrado possui quatro lados **e** ângulos de 90° .

O número 6 é ímpar **ou** par.

A circunferência **não** representa um polígono.

As operações lógicas

➤ **Conjunção**

É usada entre duas proposições, sendo representada pelo conectivo “e”, simbolicamente, por \wedge (Daghlian, 2008).

Exemplo:

A: O valor de x é 3.

B: O valor de z é 5.

$Y = A \wedge B$: O valor de x é 3 **e** o valor de z é 5.

A conjunção $A \wedge B$ somente possui resultado verdadeiro se ambas as proposições forem verdadeiras. Se ao menos uma das proposições for falsa, a conjunção $A \wedge B$ também será falsa (Iezzi; Murakami, 2019).

- **Tabela-verdade**

A tabela-verdade é um dispositivo utilizado para realizar operações entre proposições, sendo possível chegar ao valor lógico final de acordo com os valores de cada proposição (França, 2021; Daghlian, 2008).

Quadro 1 – Tabela-verdade da conjunção

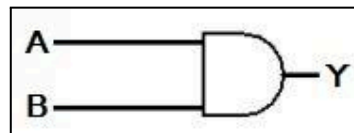
A	B	$A \wedge B$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Fonte: Elaboração própria.

- **Porta Lógica: E (AND)**

A representação gráfica das funções booleanas é feita por meio de portas lógicas, as quais são padronizadas por normas internacionais e são as bases dos circuitos lógicos. A finalidade da utilização das portas lógicas é combinar as diferentes grandezas booleanas de modo a realizar determinada função (Daghlian, 2008).

Figura 1 – Porta lógica E (AND)



Fonte: Adaptado de França, 2021, p. 46.

➤ **Disjunção**

É usada entre duas proposições, sendo representada pelo conectivo “ou” e, simbolicamente, por \vee (Daghlian, 2008).

Exemplo:

A: O valor de x é 3.

B: O valor de z é 5.

$Y = A \vee B$: O valor de x é 3 **ou** o valor de z é 5.

A disjunção $A \vee B$ possui resultado verdadeiro se ao menos uma das proposições for verdadeira, ou seja, uma disjunção somente será falsa se ambas as proposições forem falsas (Iezzi; Murakami, 2019).

- **Tabela-Verdade**

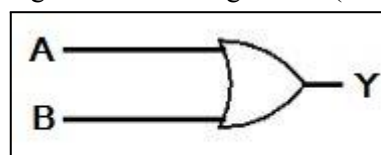
Quadro 2 – Tabela-verdade da disjunção

A	B	$A \vee B$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Fonte: Elaboração própria.

- **Porta Lógica: OU (OR)**

Figura 2 – Porta lógica OU (OR)



Fonte: Adaptado de França, 2021, p. 46.

➤ **Negação**

Corresponde ao valor lógico oposto de uma proposição P e é indicado por $\sim P$ (Daghlian, 2008).

Exemplo:

A: O valor de x é 3.

$Y = \sim A$: O valor de x **não** é 3.

A negação $\sim A$ possui o valor oposto de A , ou seja, quando A é verdadeira, $\sim A$ é falsa; quando A é falsa, $\sim A$ é verdadeira (Iezzi; Murakami, 2019). Vale ressaltar que também é possível negar proposições compostas, por exemplo: a negação de $A \wedge B$ é $\sim(A \wedge B)$.

- **Tabela-verdade**

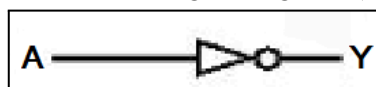
Quadro 3 – Tabela-verdade da negação

A	$\sim A$
F	V
V	F

Fonte: Elaboração própria.

- **Porta Lógica: Negação (NOT)**

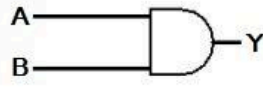
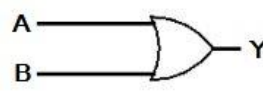

Figura 3 – Porta Lógica Negação (NOT)



Fonte: Adaptado de França, 2021, p. 46.

Unindo as informações apresentadas anteriormente, é possível realizar as relações apresentadas no Quadro 4.

Quadro 4 – Relação entre conectivos, operações lógicas, seus símbolos e as portas lógicas

Conectivo	Operação lógica	Símbolo	Porta Lógica
e	Conjunção	\wedge	
ou	Disjunção	\vee	
não	Negação	\sim	

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

Para entender melhor os conteúdos apresentados, observe as proposições abaixo:

A: Maria gosta de lasanha.

B: Maria gosta de pizza.

C: Maria gosta de estrogonofe.

Considere a seguinte expressão na linguagem simbólica: $Y = (A \vee B) \wedge \sim C$.

Escrevendo essa expressão na linguagem natural, temos: Maria gosta de lasanha ou pizza e não gosta de estrogonofe.

→ Construindo a tabela-verdade:

Quadro 5 – Tabela-verdade correspondente à expressão $Y = (A \vee B) \wedge \sim C$

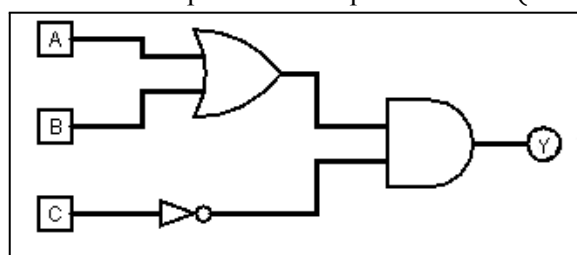
A	B	C	$A \vee B$	$\sim C$	$(A \vee B) \wedge \sim C$
F	F	F	F	V	F
F	F	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V
F	V	V	V	F	F
V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	F
V	V	F	V	V	V
V	V	V	V	F	F

Fonte: Elaboração própria.

Observa-se que o número de linhas de uma tabela-verdade é dado por 2^n , sendo n o número de proposições.

Na Figura 4, temos a representação do circuito referente à expressão anterior.

Figura 4 – Circuito correspondente à expressão $Y = (A \vee B) \wedge \sim C$



Fonte: Elaboração própria.

REFERÊNCIAS

ALENCAR FILHO, E. de. **Iniciação à lógica matemática**. São Paulo: Nobel, 2002.

DAGHLIAN, J. **Lógica de álgebra de Boole**. 4. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2008.

FRANÇA, F. J. de A. **Álgebras de Boole e aplicações**. 2021. 69 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Florestal, 2021. Disponível em: <https://www.locus.ufv.br/handle/123456789/27986>. Acesso em: 3 abr. 2024.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar**. Vol. 1 – Conjuntos, funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2019.

ROCHA, A. C. da. Boole e a lógica vista como álgebra das operações do pensamento. **Coletânea**, Rio de Janeiro, v. 17, n. 34, p. 307-322, jul./dez. 2018. Disponível em: <https://www.revistacoletanea.com.br/index.php/coletanea/article/view/151>. Acesso em: 6 abr. 2024.

VIEIRA, F. M. S. Álgebra booleana. **Revista do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais**, Belo Horizonte, v. 4, n.1, p. 10-12, jan./jun. 2000. Disponível em: <https://seer.dppg.cefetmg.br/index.php/revista-et/article/view/341>. Acesso em: 10 abr. 2024.

APÊNDICE B – Slides da Aula 1

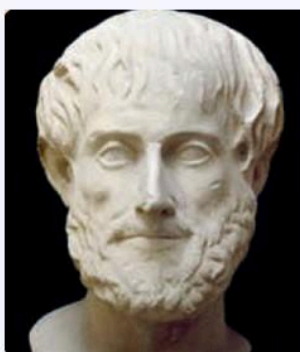
Aula 1

A Lógica simbólica

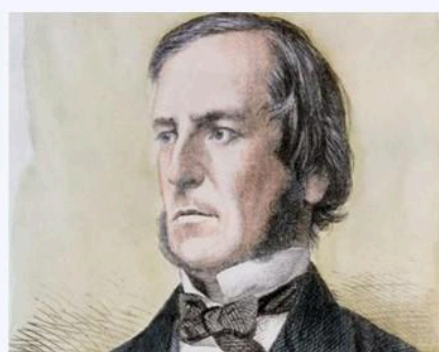
Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli

Orientadora: Prof^a. Ana Paula Rangel

0 surgimento da Lógica simbólica



Fonte: Chauí, 2013, p. 360.



Fonte: Janguas, 2019, p. 27.

As proposições

Proposições são sentenças declarativas e afirmativas, podendo ser escritas na forma simbólica e na linguagem usual.

Exemplos:

P: O Brasil é um país da Europa.

Q: 2 é um número par.

Uma proposição ou é **verdadeira**, ou **falsa**, e pode ser simples ou composta.

Exemplo de proposição simples:

O número 7 é primo.

Exemplo de proposição composta:

O número 2 é par ou primo.

(Daghlian, 2008)

3

Os conectivos lógicos

Os **conectivos lógicos** são palavras ou expressões utilizadas para conectar uma ou mais expressões, ou formar novas proposições a partir de outras.

Exemplos:

O quadrado possui 4 lados **e** ângulos de 90°.

O número 6 é ímpar **ou** par.

A circunferência **não** representa um polígono.

(França, 2021; Alencar Filho, 2002)

4

As operações lógicas

1. CONJUNÇÃO

É usada entre duas proposições, sendo representada pelo conectivo “e” e, simbolicamente, por \wedge .

Exemplo:

A: O valor de x é 3.

B: O valor de z é 5.

$Y = A \wedge B$: O valor de x é 3 e o valor de z é 5.

A conjunção $A \wedge B$ somente possui resultado **verdadeiro** se **ambas as proposições forem verdadeiras**. Se ao menos uma das proposições for falsa, a conjunção $A \wedge B$ também será falsa.

(Daghlian, 2008; Iezzi; Murakami, 2019)

5

As operações lógicas

1. CONJUNÇÃO

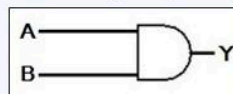
Tabela-verdade

A **tabela-verdade** é um dispositivo utilizado para realizar operações entre proposições, sendo possível chegar ao **valor lógico final** de acordo com os valores de cada proposição.

Tabela-verdade

A	B	$A \wedge B$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Porta lógica (AND)



(Daghlian, 2008; França, 2021, p. 46)

6

As operações lógicas

2. DISJUNÇÃO

É usada entre duas proposições, sendo representada pelo conectivo “ou” e, simbolicamente, por \vee .

Exemplo:

A: O valor de x é 3.

B: O valor de z é 5.

$Y = A \vee B$: O valor de x é 3 **ou** o valor de z é 5.

A disjunção $A \vee B$ possui resultado **verdadeiro** se **ao menos uma das proposições for verdadeira**, ou seja, uma disjunção somente será falsa se ambas as proposições forem falsas.

(Daghlian, 2008; Iezzi; Murakami, 2019)

7

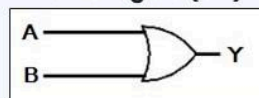
As operações lógicas

2. DISJUNÇÃO

Tabela-verdade

A	B	$A \vee B$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Porta lógica (OR)



(França, 2021, p. 46)

8

As operações lógicas

3. NEGAÇÃO

Corresponde ao **valor lógico oposto** de uma proposição P e é indicado por $\sim P$.

Exemplo:

A : O valor de x é 3.

$Y = \sim A$: O valor de x **não** é 3.

A negação $\sim A$ possui o **valor oposto** de A , ou seja, quando A é verdadeira, $\sim A$ é falsa; quando A é falsa, $\sim A$ é verdadeira.

Também é possível negar proposições compostas, por exemplo: a negação de $A \wedge B$ seria $\sim (A \wedge B)$.

(Daghlian, 2008; Iezzi; Murakami, 2019)

9

As operações lógicas

3. NEGAÇÃO

Tabela-verdade

A	$\sim A$
F	V
V	F

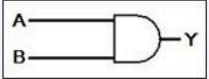
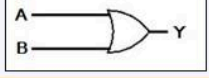

Porta lógica (NOT)



(França, 2021, p. 46)

10

Relações

Conectivo	Operação Lógica	Símbolo	Porta Lógica
e	Conjunção	\wedge	
ou	Disjunção	\vee	
não	Negação	\sim	

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

Um exemplo

Proposições:

A: Maria gosta de lasanha.

B: Maria gosta de pizza.

C: Maria gosta de estrogonofe.

Considere a expressão $(A \vee B) \wedge \sim C$.

Um exemplo

Proposições:

A: Maria gosta de lasanha.

B: Maria gosta de pizza.

C: Maria gosta de estrogonofe.

Considere a expressão $(A \vee B) \wedge \sim C$.

Na linguagem natural, temos:

Maria gosta de lasanha ou pizza e não gosta de estrogonofe.

13

Um exemplo

➤ Construindo a tabela-verdade: $(A \vee B) \wedge \sim C$

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>			

14

Um exemplo

- Construindo a tabela-verdade: $(A \vee B) \wedge \sim C$

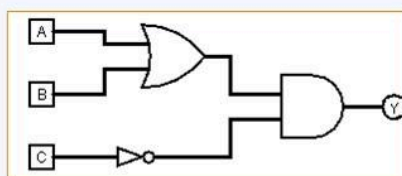
A	B	C			

Observa-se que o número de linhas de uma tabela-verdade é dado por 2^n , sendo n o número de proposições.

15

Um exemplo

- Circuito correspondente à expressão $(A \vee B) \wedge \sim C$:



Fonte: Elaboração própria.

16

Atividade 1

Dadas as proposições simples a seguir, escreva a proposição sublinhada na linguagem simbólica e construa sua tabela-verdade.

A: Pedro gosta de Matemática.

B: Pedro gosta de Português.

Pedro não gosta de Matemática ou não gosta de Português.

17

Atividade 1

Pedro não gosta de Matemática ou não gosta de Português.

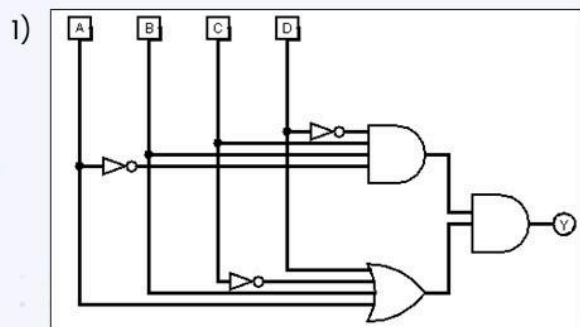
$$\sim A \vee \sim B$$

<i>A</i>	<i>B</i>			

18

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

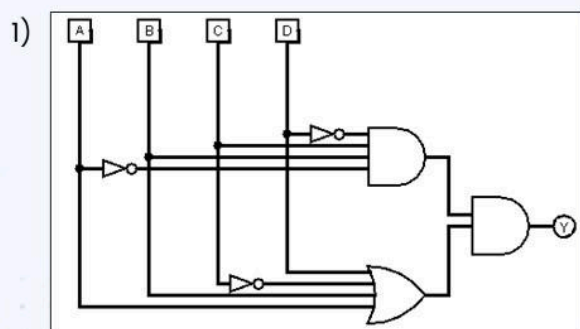


- () $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
 () $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
 () $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
 () $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
 () $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

19

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

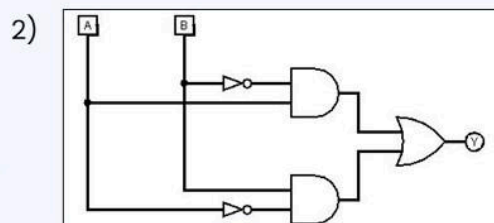


- () $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
 () $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
 () $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
 () $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
 (**1**) $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

20

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

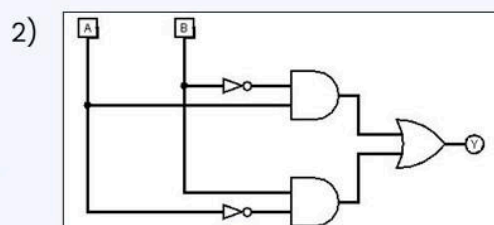


- () $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
 () $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
 () $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
 () $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
 (**1**) $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

21

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

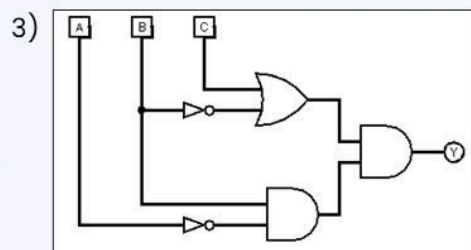


- () $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
 () $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
 () $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
 (**2**) $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
 (**1**) $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

22

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

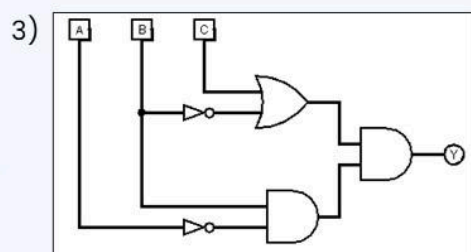


- () $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
 () $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
 () $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
 (**2**) $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
 (**1**) $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

23

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

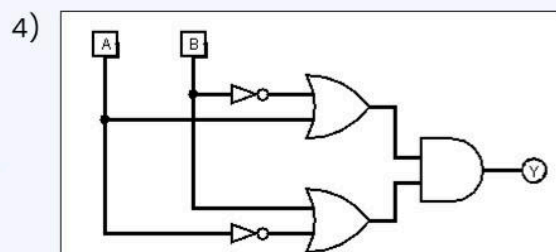


- () $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
 (**3**) $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
 () $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
 (**2**) $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
 (**1**) $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

24

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

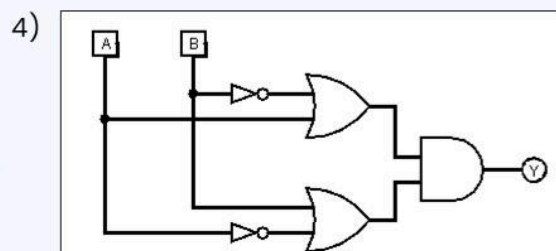


- () $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
(3) $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
 () $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
(2) $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
(1) $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

25

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

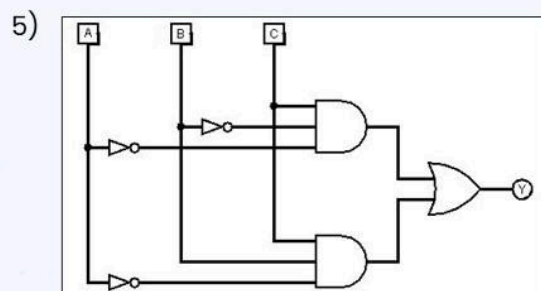


- () $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
(3) $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
(4) $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
(2) $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
(1) $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

26

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

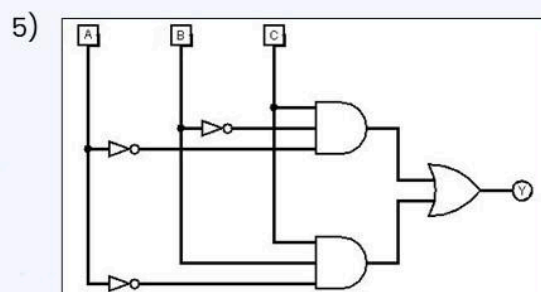


- () $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
 (3) $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
 (4) $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
 (2) $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
 (1) $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

27

Atividade 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.



- (5) $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$
 (3) $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$
 (4) $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$
 (2) $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$
 (1) $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

28

Referências

ALENCAR FILHO, E. de. **Iniciação à lógica matemática**. São Paulo: Nobel, 2002.

CHAUI, M. **Iniciação à Filosofia**: Ensino Médio. Volume único. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

DAGHLIAN, J. **Lógica de álgebra de Boole**. 4. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2008.

FRANÇA, F. J. de A. **Álgebras de Boole e aplicações**. 2021. 69 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Florestal, 2021. Disponível em: <https://www.locus.ufv.br/handle/123456789/27986>. Acesso em: 3 abr. 2024.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar**. Vol. 1 – Conjuntos, funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2019.

29

Referências

JANGUAS, C. C. di G. **Um estudo sobre a “lógica do pensamento dedutivo” proposta por George Boole no contexto da algebrização Lógica do século XIX**. 2019. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/22300>. Acesso em: 20 abr. 2024.

VIEIRA, F. M. S. Álgebra booleana. **Revista do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais**, v. 4, n.1, p. 10-12, jan./jun. 2000. Disponível em: <https://seer.dppg.cefetmg.br/index.php/revista-et/article/view/341>. Acesso em: 10 abr. 2024.

30

APÊNDICE C – Atividades 1 e 2

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli

Orientadora: Prof^a. Ana Paula Rangel

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2024

AULA 1 – A LÓGICA SIMBÓLICA

ATIVIDADES

ATIVIDADE 1

Dadas as proposições simples a seguir, escreva a proposição sublinhada na linguagem simbólica e construa sua tabela-verdade.

A: Pedro gosta de Matemática.

B: Pedro gosta de Português.

Pedro não gosta de Matemática ou não gosta de Português.

<i>A</i>	<i>B</i>			

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli
Orientadora: Prof^ª. Ana Paula Rangel
Nome: _____

Data: ___ / ___ / 2024

AULA 1 – A LÓGICA SIMBÓLICA

ATIVIDADES

ATIVIDADE 2

Relacione os circuitos e suas respectivas representações simbólicas.

() $(\sim A \wedge B \wedge C \wedge \sim D) \wedge (A \vee B \vee \sim C \vee D)$

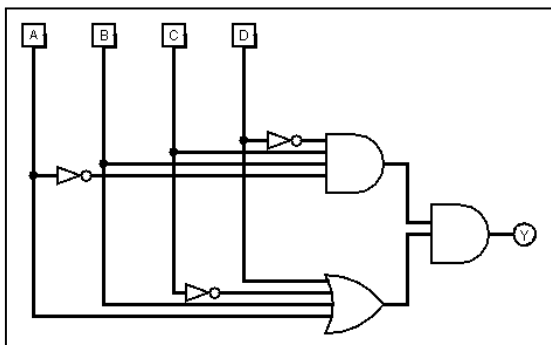
() $(\sim A \wedge \sim B \wedge C) \vee (\sim A \wedge B \wedge C)$

() $(\sim A \wedge B) \wedge (\sim B \vee C)$

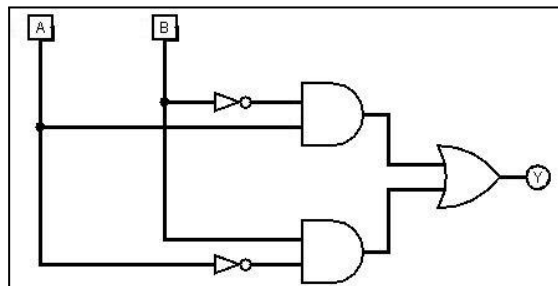
() $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$

() $(A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$

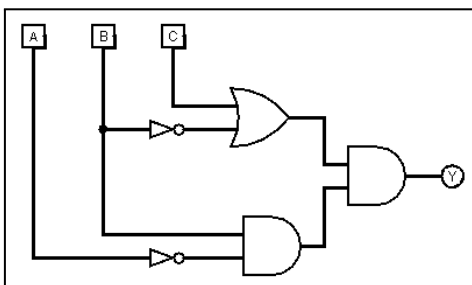
1)



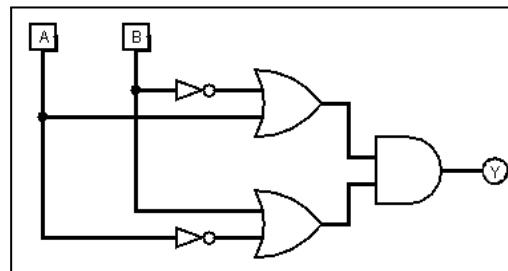
2)



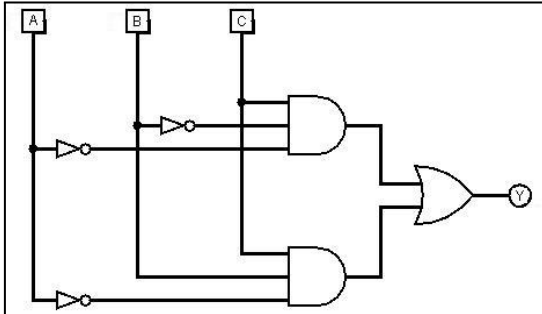
3)



4)



5)



APÊNDICE D – Atividade Extra

APÊNDICE E – Apostila da Aula 2

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli
Orientadora: Prof^a. Ana Paula Rangel
Nome: _____

Data: ___ / ___ / 2024

AULA 2 – A ÁLGEBRA DE BOOLE

Boole (1815-1864) buscou representar a Lógica por meio de símbolos matemáticos. Como uma forma de explicar a Álgebra booleana, Daghlian (2008) destaca que algumas situações vividas em nosso cotidiano apresentam apenas dois estados que se excluem mutuamente, como nos exemplos do Quadro 1:

Quadro 1 – Situações dicotômicas


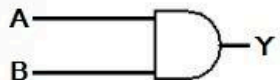

Verdadeiro	Falso
Sim	Não
Dia	Noite
Preto	Branco
Ligado	Desligado

Fonte: Adaptada de Daghlian, 2008, p. 17.

A Álgebra de Boole utiliza três operadores lógicos, também conhecidos como operadores booleanos, sendo eles AND, OR e NOT (E, OU E NÃO) (Vieira, 2000). Na Álgebra de Boole, o conectivo “e” é representado pelo símbolo \cdot e o conectivo “ou” é representado pelo símbolo $+$. Já a negação pode ser representada pelas aspas simples ($'$) ou pelo símbolo de barrado ($\bar{\quad}$) (França, 2021; Hirata, 2010). Neste trabalho, utilizaremos este último símbolo.

Ao associar os elementos apresentados na Aula 1 com os operadores booleanos, é possível realizar as relações apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Relações entre as representações lógicas

Conectivo	Operação lógica	Exemplo na Lógica simbólica	Exemplo na Álgebra de Boole	Porta Lógica
não	Negação	$\sim A$	\bar{A}	
e	Conjunção	$A \wedge B$	$A \cdot B$	
ou	Disjunção	$A \vee B$	$A + B$	

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

Na Álgebra de Boole, as letras que chamávamos de proposições podem ser chamadas de variáveis, pois assim como há funções na Álgebra, também existem funções na Álgebra booleana, as quais possuem uma ou mais variáveis de entrada e apenas um resultado dependente desses valores, neste caso, o Y (Vieira, 2000). A Álgebra booleana busca representar os circuitos por meio de portas lógicas em que as variáveis e funções podem assumir apenas os valores 0 e 1 (Vieira, 2000). Desse modo, na Álgebra booleana, o 1 corresponde ao V (verdadeiro), e o 0, ao F (falso) (Abar, 2004). No Quadro 3 é possível observar as representações na Álgebra de Boole.

Exemplos de funções booleanas:

$$Y = A \bar{B}$$

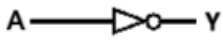
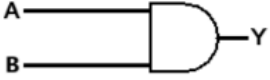

$$Y = A \bar{B} + \bar{A} B$$

$$Y = (A + B + C + D) \cdot (E + F)$$

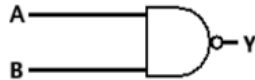
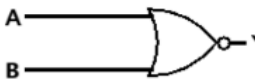
Quando o sinal é omitido, subentende-se que há uma operação de conjunção, ou seja, o conectivo “e” (\cdot).

No Quadro 3, apresentamos uma relação entre as representações utilizadas na Álgebra de Boole.

Quadro 3 – Representações na Álgebra de Boole

Função Booleana	Tabela-Verdade	Circuito	Portas Lógicas															
$Y = \bar{A}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	A	Y	0	1	1	0	Inversor (Negação)										
A	Y																	
0	1																	
1	0																	
$Y = A \cdot B$ $Y = AB$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	E (AND)	
A	B	Y																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
$Y = A + B$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	OU (OR)	
A	B	Y																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																

Quadro 3 – Representações na Álgebra de Boole (continuação)

$Y = \overline{(A \cdot B)}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	<p>NE (NAND)</p>	
A	B	Y																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																
$Y = \overline{(A + B)}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	<p>NOU (NOR)</p>	
A	B	Y																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

REFERÊNCIAS

- ABAR, C. **Noções de álgebra booleana**. 2004. Disponível em: <https://www4.pucsp.br/~logica/Booleana.htm>. Acesso em: 3 abr. 2024.
- DAGHLIAN, J. **Lógica de álgebra de Boole**. 4. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2008.
- FRANÇA, F. J. de A. **Álgebras de Boole e aplicações**. 2021. 69 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Florestal, 2021. Disponível em: <https://www.locus.ufv.br/handle/123456789/27986>. Acesso em: 9 abr. 2024.
- HIRATA, N. S. T. **Notas de aula de Álgebra Booleana e Aplicações**. 2010. Disponível em: <http://vision.ime.usp.br/~nina/cursos/mac0329/>. Acesso em: 15 abr. 2024.
- VIEIRA, F. M. S. Álgebra booleana. **Revista do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais**, v. 4, n.1, p. 10-12, jan./jun. 2000. Disponível em: <https://seer.dppg.cefetmg.br/index.php/revista-et/article/view/341>. Acesso em: 25 abr. 2024.

APÊNDICE F – Slides da Aula 2

Aula 2

A Álgebra de Boole

Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli

Orientadora: Prof^a. Ana Paula Rangel

ERRADO

A	B	C	$\sim B$	$(A \wedge \sim B)$	$(A \wedge \sim B) \vee C$
F	F	F	V		
F	F	V	F		
F	V	F	V		
F	V	V	F		
V	F	F	V		
V	F	V	F		
V	V	F	V		
V	V	V	F		

CERTO

A	B	C	$\sim B$	$(A \wedge \sim B)$	$(A \wedge \sim B) \vee C$
F	F	F	V		
F	F	V	V		
F	V	F	F		
F	V	V	F		
V	F	F	V		
V	F	V	V		
V	V	F	F		
V	V	V	F		

ERRADO						CERTO					
A	B	C	$\sim B$	$(A \wedge \sim B)$	$(A \wedge \sim B) \vee C$	A	B	C	$\sim B$	$(A \wedge \sim B)$	$(A \wedge \sim B) \vee C$
F	F	F	V	V		F	F	F	V	F	
F	F	V	F	F		F	F	V	V	F	
F	V	F	V	V		F	V	F	F	F	
F	V	V	F	F		F	V	V	F	F	
V	F	F	V	V		V	F	F	V	V	
V	F	V	F	V		V	F	V	V	V	
V	V	F	V	V		V	V	F	F	F	
V	V	V	F	V		V	V	V	F	F	

3

ERRADO						CERTO					
A	B	C	$\sim B$	$(A \wedge \sim B)$	$(A \wedge \sim B) \vee C$	A	B	C	$\sim B$	$(A \wedge \sim B)$	$(A \wedge \sim B) \vee C$
F	F	F	V	V	F	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	F	F	V	V	F	V
F	V	F	V	V	F	F	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	F	F	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	V	F	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	F	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V	F	F	F	F
V	V	V	F	V	V	V	V	V	F	F	V

4

Vídeo



5

A Álgebra de Boole

Situações opostas

Verdadeiro	Falso
Sim	Não
Dia	Noite
Preto	Branco
Ligado	Desligado

Fonte: Adaptada de Daghlian, 2008, p. 17.

6

A Álgebra de Boole


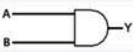
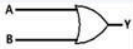
A Álgebra de Boole utiliza três **operadores lógicos**, também conhecidos como operadores booleanos, sendo eles **AND, OR e NOT (E, OU e NÃO)**.

Na Álgebra de Boole, o conectivo “e” é representado pelo símbolo \cdot e o conectivo “ou” é representado pelo símbolo $+$. Já a negação pode ser representada pelas aspas simples ($'$) ou pelo símbolo de barrado ($\bar{}$).

(Vieira, 2000; França, 2021; Hirata, 2010)

7

A Álgebra de Boole

Conectivo	Operação lógica	Exemplo na Lógica simbólica	Exemplo na Álgebra de Boole	Porta Lógica
não	Negação	$\sim A$	\bar{A}	
e	Conjunção	$A \wedge B$	$A \cdot B$	
ou	Disjunção	$A \vee B$	$A + B$	

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

8

A Álgebra de Boole

Exemplos de **funções booleanas**:

$$Y = A\bar{B}$$

$$Y = AB + \bar{A}B$$

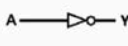

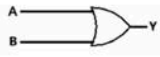
$$Y = (A + B + C + D) \cdot (E + F)$$

A Álgebra booleana busca representar os circuitos por meio de **portas lógicas** em que as variáveis e funções podem assumir apenas os valores **0 e 1**. Desse modo, na Álgebra booleana, o 1 corresponde ao V (verdadeiro), e o 0, ao F (falso).

(Vieira, 2000; Abar, 2004)

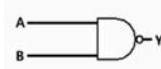
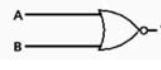
9

Representações na Álgebra booleana

Função Booleana	Tabela-Verdade	Circuito	Portas Lógicas															
$Y = \bar{A}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	A	Y	0	1	1	0	Inversor (Negação)										
A	Y																	
0	1																	
1	0																	
$Y = A \cdot B$ $Y = AB$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	E (AND)	
A	B	Y																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
$Y = A + B$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	OU (OR)	
A	B	Y																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																
















10

Representações na Álgebra booleana (cont.)

$Y = \overline{(A \cdot B)}$	<table border="1"><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	NE (NAND)	
	A	B	Y															
	0	0	1															
	0	1	1															
	1	0	1															
1	1	0																
<table border="1"><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	NOU (NOR)		
A	B	Y																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																
<table border="1"><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0			
A	B	Y																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																
<table border="1"><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0			
A	B	Y																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																
<table border="1"><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0			
A	B	Y																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																

Fonte: Elaboração própria a partir de França, 2021.

Outras representações

CIRCUITO	TABELA-VERDADE	CEI	MIL	DIN															
INVERSOR (NEGAÇÃO)	<table border="1"><tr><th>a</th><th>x</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	a	x	0	1	1	0												
a	x																		
0	1																		
1	0																		
E (AND)	<table border="1"><tr><th>a</th><th>b</th><th>x</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	a	b	x	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1			
a	b	x																	
0	0	0																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	1																	
OU (OR)	<table border="1"><tr><th>a</th><th>b</th><th>x</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	a	b	x	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1			
a	b	x																	
0	0	0																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	1																	
NE (NAND)	<table border="1"><tr><th>a</th><th>b</th><th>x</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	a	b	x	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0			
a	b	x																	
0	0	1																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	0																	
NOU (NOR)	<table border="1"><tr><th>a</th><th>b</th><th>x</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	a	b	x	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0			
a	b	x																	
0	0	1																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	0																	

Fonte: Daghlian, 2008, p. 155.

Atividade 3

Relacione cada representação das proposições na Lógica simbólica com sua respectiva representação na Álgebra de Boole.

- | | |
|---|---|
| 1) $\sim (A \wedge B) \vee (A \wedge B)$ | () $\overline{A+B} \cdot (A+B)$ |
| 2) $(A \vee \sim B) \wedge (A \vee B) \wedge (\sim A \vee B)$ | () $\overline{A \cdot B} + (A \cdot B)$ |
| 3) $\sim (A \vee B) \wedge (A \vee B)$ | () $AB + AB + \dot{A}B$ |
| 4) $(A \wedge \sim B) \vee (A \wedge B) \vee (\sim A \wedge B)$ | () $(A + \dot{B}) \cdot (A + B) \cdot (\dot{A} + B)$ |

13

Atividade 3

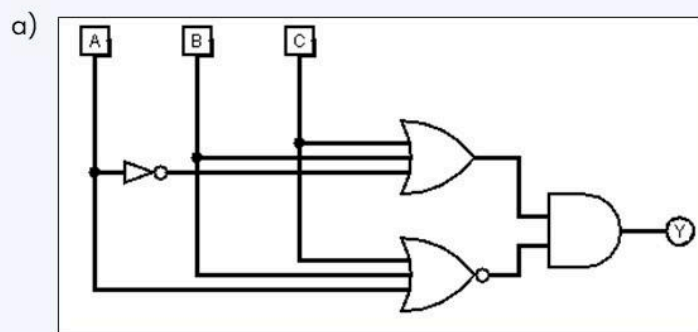
Relacione cada representação das proposições na Lógica simbólica com sua respectiva representação na Álgebra de Boole.

- | | |
|---|--|
| 1) $\sim (A \wedge B) \vee (A \wedge B)$ | (3) $\overline{A+B} \cdot (A+B)$ |
| 2) $(A \vee \sim B) \wedge (A \vee B) \wedge (\sim A \vee B)$ | (1) $\overline{A \cdot B} + (A \cdot B)$ |
| 3) $\sim (A \vee B) \wedge (A \vee B)$ | (4) $AB + AB + \dot{A}B$ |
| 4) $(A \wedge \sim B) \vee (A \wedge B) \vee (\sim A \wedge B)$ | (2) $(A + \dot{B}) \cdot (A + B) \cdot (\dot{A} + B)$ |

14

Atividade 4

Escreva a função booleana e construa a tabela-verdade de cada um dos circuitos abaixo.



15

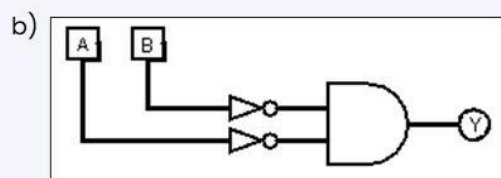
Atividade 4a)

A	B	C	\bar{A}	$A+B+C$	$\overline{A+B+C}$	$\overline{A+B+C}$	$(A+B+C) \cdot \overline{A+B+C}$
0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0	0

16

Atividade 4

Escreva a função booleana e construa a tabela-verdade de cada um dos circuitos abaixo.



17

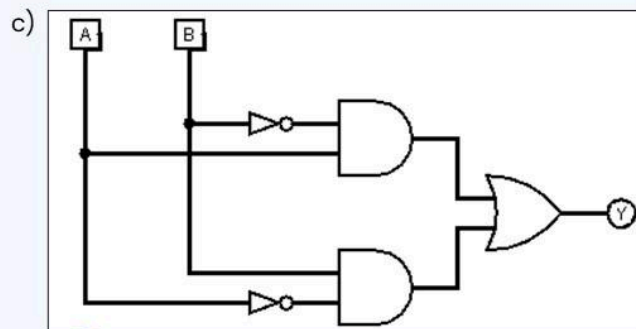
Atividade 4b)

A	B	A	B	$A \cdot B$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

18

Atividade 4

Escreva a função booleana e construa a tabela-verdade de cada um dos circuitos abaixo.



19

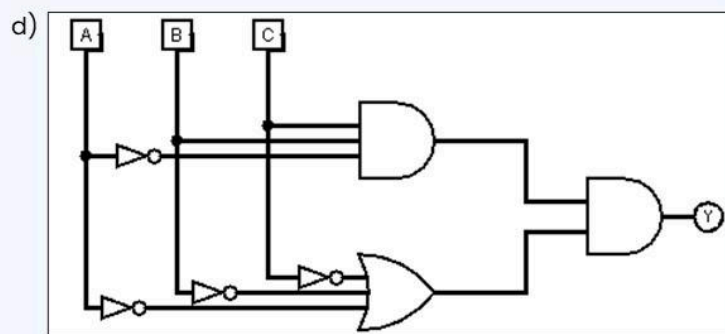
Atividade 4c)

A	B	A	B	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$	$(A \cdot B) + (A \cdot \bar{B})$
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0

20

Atividade 4

Escreva a função booleana e construa a tabela-verdade de cada um dos circuitos abaixo.



21

Atividade 4d)

A	B	C	A	B	C	$A \cdot B \cdot C$	$A + B + C$	$(A \cdot B \cdot C) \cdot (A + B + C)$
0	0	0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0

22

Referências

ABAR, C. **Noções de álgebra booleana**. 2004. Disponível em: <https://www4.pucsp.br/~logica/Booleana.htm>. Acesso em: 3 abr. 2024.

DAGHLIAN, J. **Lógica de álgebra de Boole**. 4. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2008.

FRANÇA, F. J. de A. **Álgebras de Boole e aplicações**. 2021. 69 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Florestal, 2021. Disponível em: <https://www.locus.ufv.br/handle/123456789/27986>. Acesso em: 9 abr. 2024.

HIRATA, N. S. T. **Notas de aula de Álgebra Booleana e Aplicações**. 2010. Disponível em: <http://vision.ime.usp.br/~nina/cursos/mac0329/>. Acesso em: 15 abr. 2024.

VIEIRA, F. M. S. Álgebra booleana. **Revista do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais**, v. 4, n.1, p. 10-12, jan./jun. 2000. Disponível em: <https://seer.dppg.cefetmg.br/index.php/revista-et/article/view/341>. Acesso em: 25 abr. 2024.

APÊNDICE G – Atividades 3 e 4

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli
Orientadora: Prof^ª. Ana Paula Rangel
Nome: _____

Data: ___ / ___ / 2024

AULA 2 – A ÁLGEBRA DE BOOLE

ATIVIDADES

ATIVIDADE 3

Relacione cada representação das proposições na Lógica simbólica com sua respectiva representação na Álgebra de Boole.

1) $\sim(A \wedge B) \vee (A \wedge B)$

() $\overline{A + B} \cdot (A + B)$

2) $(A \vee \sim B) \wedge (A \vee B) \wedge (\sim A \vee B)$

() $\overline{A \cdot B} + (A \cdot B)$

3) $\sim(A \vee B) \wedge (A \vee B)$

() $A\bar{B} + AB + \bar{A}B$

4) $(A \wedge \sim B) \vee (A \wedge B) \vee (\sim A \wedge B)$

() $(A + \bar{B}) \cdot (A + B) \cdot (\bar{A} + B)$

Diretoria de Ensino Superior
 Licenciatura em Matemática
 Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli
 Orientadora: Prof^ª. Ana Paula Rangel
 Nome: _____

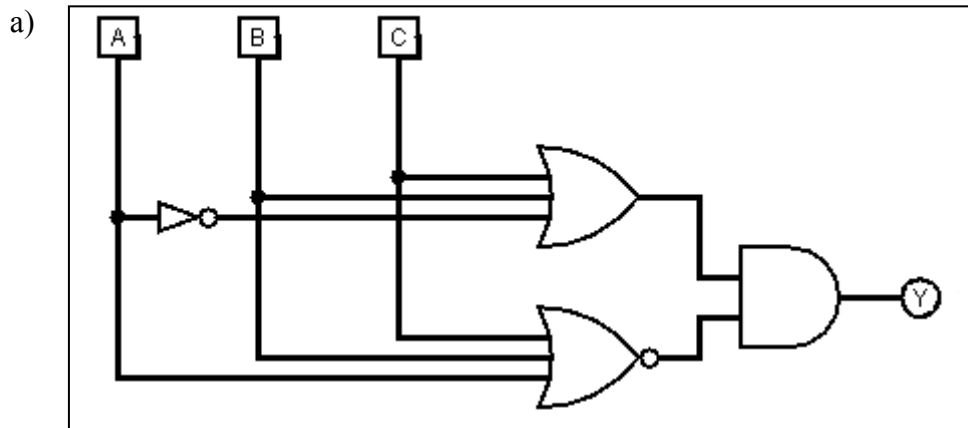
Data: ___ / ___ / 2024

AULA 2 – A ÁLGEBRA DE BOOLE

ATIVIDADES

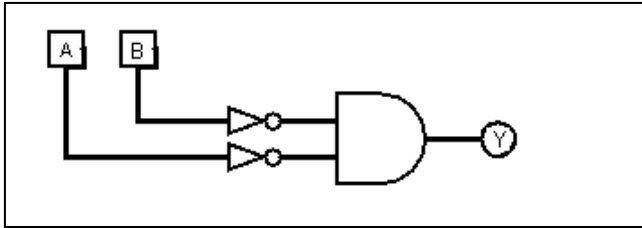
ATIVIDADE 4

Escreva a função booleana e construa a tabela-verdade de cada um dos circuitos abaixo.



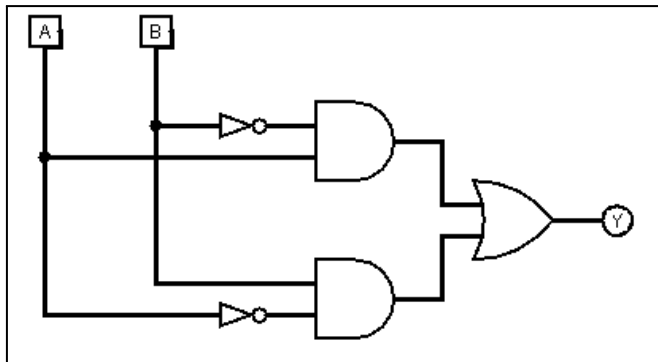
A	B	C					

b)



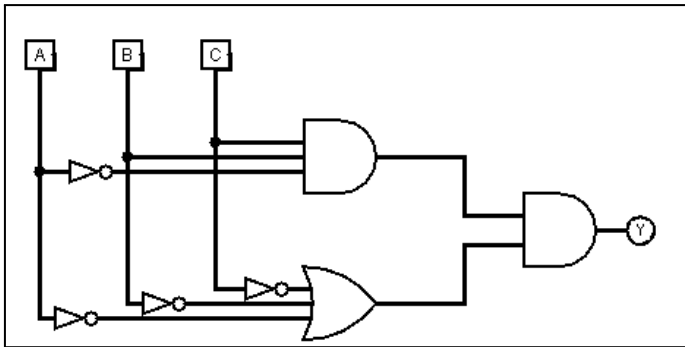
A	B			

c)



A	B					

d)



A	B	C						

APÊNDICE H – Apostila da Aula 3

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli

Orientadora: Prof^ª. Ana Paula Rangel

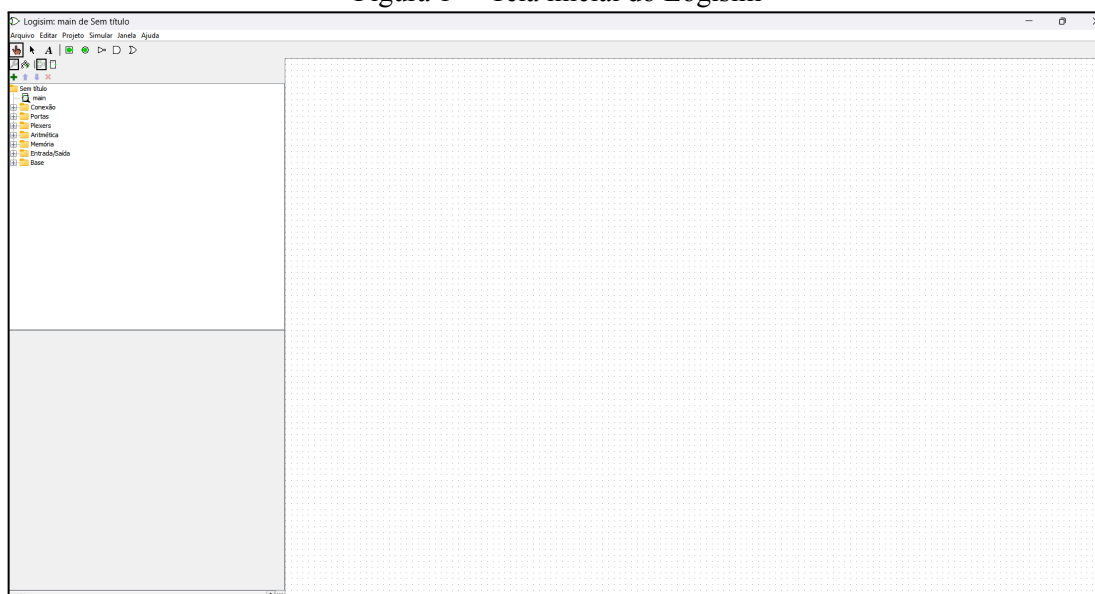
Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2024

AULA 3 – LOGISIM

O Logisim¹² é um simulador lógico com interface simples que pode ser usado como ferramenta educacional para a simulação digital de circuitos lógicos (Burch, 2005). Trata-se de um *software* gratuito programado inteiramente em Java e que se encontra disponível para os sistemas operacionais Linux, Mac OS X e Windows (Miquelini; Ferrari, 2021). Podemos definir simulação como o procedimento de criar um modelo representativo de um sistema real e realizar experimentos utilizando esse modelo, visando entender o comportamento do sistema ou avaliar diferentes estratégias para o seu funcionamento (Pegden, 1991).

Ao abrir o Logisim, você verá uma janela semelhante à da Figura 1.

Figura 1 – Tela inicial do Logisim



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

¹²Link do guia do Logisim: <http://www.cburch.com/logisim/docs/2.7/pt/html/guide/index.html>.

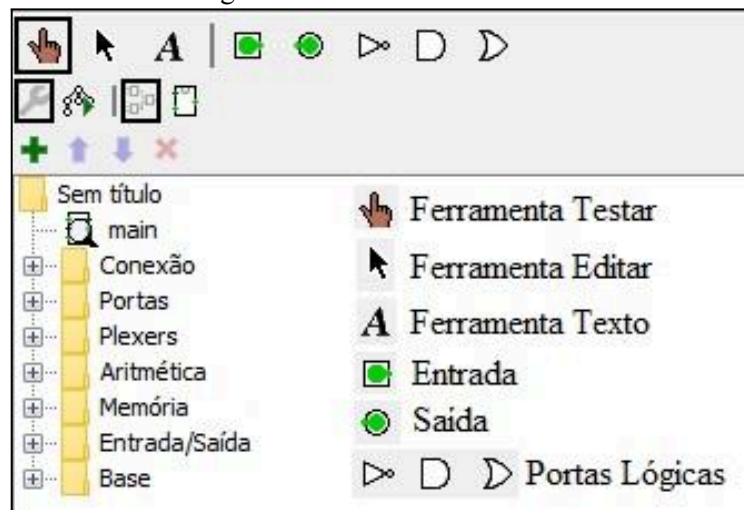
Link para download: <https://sourceforge.net/projects/circuit/>.

Para entender o funcionamento do programa, dividimos o texto abaixo em quatro tópicos, sendo eles: (1) Ferramentas; (2) Construindo um circuito; (3) Testando um circuito; e (4) Comparando o circuito e a tabela-verdade.

1) Ferramentas

As ferramentas estão localizadas no canto superior esquerdo da tela. Na Figura 2, estão destacadas as ferramentas da barra de ferramentas que utilizaremos na construção dos circuitos. Para facilitar a visualização, foi adicionada uma legenda para identificá-las. A função “testar” auxilia a conferir se o circuito foi construído corretamente. A função “editar” é usada para mover elementos ou realizar ligações entre eles. A função “texto” é utilizada para nomear os elementos do circuito. A função “entrada” deve ser inserida de acordo com a quantidade de variáveis do circuito. A função “saída” é única para cada circuito. Por fim, encontram-se as portas lógicas NOT, AND e OR, respectivamente.

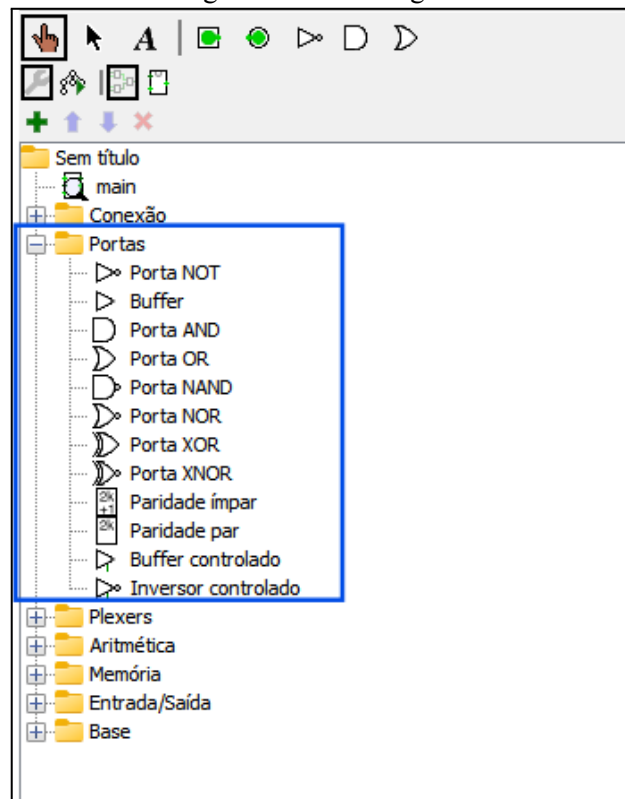
Figura 2 – Barra de ferramentas



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

Para adicionar as portas lógicas, é possível selecioná-las clicando nelas diretamente. Caso seja preciso adicionar uma porta diferente das que estão dispostas na barra de ferramentas, basta selecionar a opção “Portas” no canto esquerdo, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Portas lógicas



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

2) Construindo um circuito

Vamos construir o circuito lógico da expressão booleana $Y = A\bar{B} + \bar{A}B$.

2.1 Inserindo as entradas


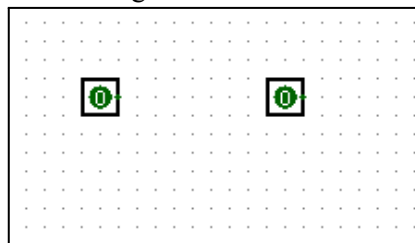
Como o circuito possui duas variáveis, iremos inserir duas entradas. Para isso, basta selecionar a opção “Entrada” () e clicar na tela para posicioná-las.

Figura 4 – Passo 1



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

2.2 Nomeando as entradas


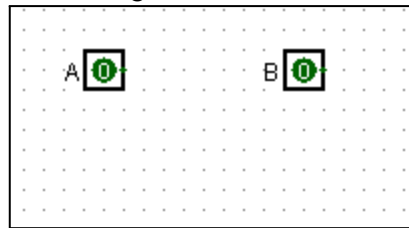
Para nomear as entradas e saída do circuito, basta selecionar a ferramenta “Texto” () e clicar sobre o que se deseja nomear.

Figura 5 – Passo 2



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

2.3 Inserindo as portas lógicas


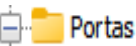
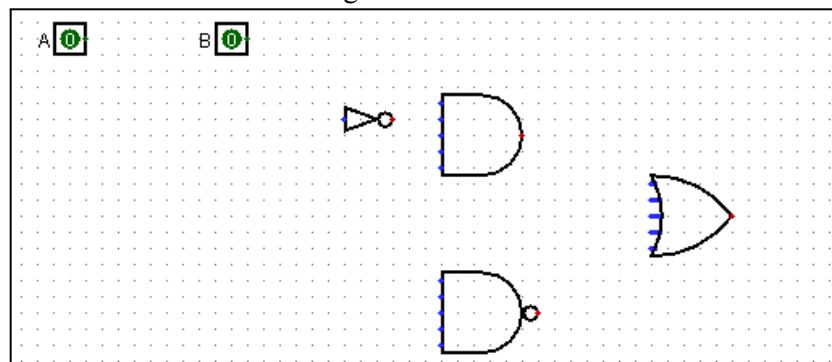
Para inserir as portas lógicas necessárias para a construção do circuito, basta selecioná-las na barra de ferramentas, caso ela seja NOT, AND ou OR (), e posicioná-las na tela, ou clicar na opção “Portas” ( Portas) caso seja uma porta diferente das citadas. Neste caso, serão necessárias uma porta AND, uma porta NOT, uma porta NAND e uma porta OR.

Figura 6 – Passo 3



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

2.4 Ligando as entradas e as portas



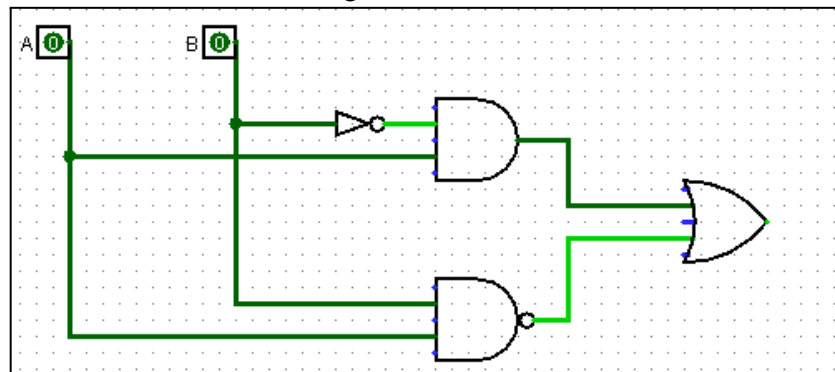
Para esta etapa, é utilizada a ferramenta “Editar” (), disponível na barra de ferramentas. Após selecioná-la, ligamos a entrada até as portas lógicas, observando a expressão do circuito, para identificar quais operações precisam ser construídas. Para isso, é preciso posicionar o cursor do *mouse* nas entradas de modo que apareça uma pequena circunferência na lateral (). Feito isso, basta clicar na circunferência e arrastar o cursor até as portas lógicas, soltando o botão do *mouse* em seguida. O mesmo procedimento é utilizado para realizar a ligação entre duas portas.

Figura 7 – Passo 4

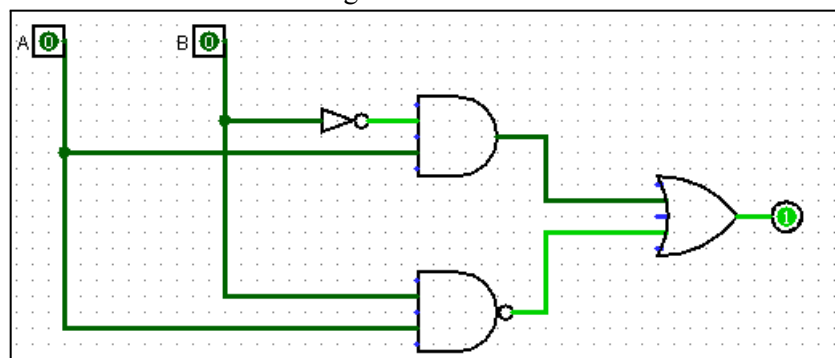


Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

2.5 Inserindo a saída

Para adicionar a saída e finalizar o circuito, basta selecionar a opção “Saída” (🟢) e posicioná-la no local desejado, ligando-a à última porta lógica utilizada no circuito.

Figura 8 – Passo 5

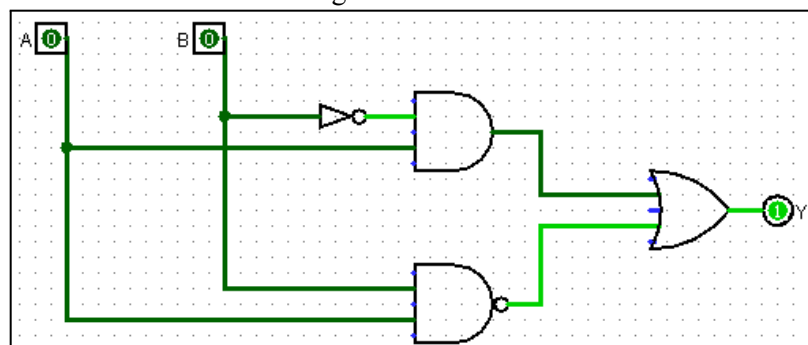


Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

2.6 Nomeando a saída


Para nomear a saída do circuito, basta selecionar a ferramenta “Texto” (A) e clicar sobre a saída.

Figura 9 – Passo 6



Fonte: Elaboração própria a partir da captura da tela do Logisim.

3) Testando o circuito

Para testar o circuito, basta selecionar a ferramenta “Testar” () e clicar sobre as entradas, alterando, assim, seus valores lógicos e analisando os resultados obtidos.

Esta ação nos permite testar se o circuito está correto e condizente com a tabela-verdade, visto que, ao alterar os valores, pode-se obter todos os resultados possíveis. Também é possível observar que os resultados lógicos 1 e 0 possuem colorações diferentes no Logisim, sendo o 1 representado por uma coloração verde-claro e o 0 por uma coloração verde-escuro.

Quadro 1 – Tabela-verdade do circuito $Y = A\bar{B} + \bar{A}B$

A	B	\bar{B}	$A\bar{B}$	$\bar{A}B$	$A\bar{B}$	$A\bar{B} + \bar{A}B$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0

Fonte: Elaboração própria.

REFERÊNCIAS

BURCH, C. **Guia para se tornar usuário do Logisim**. 2005. Disponível em: <http://www.cburch.com/logisim/docs/2.7/pt/html/guide/index.html>. Acesso em 23 abr. 2024.

MIQUELINI, R. A. A. ; FERRARI, H. O. Logisim: Ferramenta para simulação de circuitos combinacionais e sequenciais digitais. **Intercursos Revista Científica**, Ituiutaba, v. 20, n. 2, p. 79 - 93, jul./dez. 2021. Disponível em: <https://revista.uemg.br/index.php/intercursosrevistacientifica/article/view/6319>. Acesso em: 23 abr. 2024.

PEGDEN, C.D., SHANNON, R.E., SADOWSKI, R.P. **Introduction to simulation using Siman**. New York: McGraw - Hill, v. 2. 1995.

APÊNDICE I – Atividade 5

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli
Orientadora: Prof^ª. Ana Paula Rangel
Nome: _____

Data: ___ / ___ / 2024

AULA 3 – LOGISIM

ATIVIDADES

ATIVIDADE 5

Utilizando o simulador de circuitos Logisim, elabore os circuitos lógicos das funções booleanas a seguir, comparando-os com suas respectivas tabelas-verdade.

a) $Y = A \cdot \overline{(B + C)}$

A	B	C	$(B + C)$	$\overline{(B + C)}$	$A \cdot \overline{(B + C)}$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

b) $Y = \bar{A}B + A\bar{B}$

A	B	\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A}B$	$A\bar{B}$	$\bar{A}B + A\bar{B}$
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0

c) $Y = \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$

A	B	C	\bar{A}	\bar{B}	\bar{C}	$\bar{A}BC$	$A\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$
0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0

APÊNDICE J – Gabarito da Atividade 5

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli
Orientadora: Prof^ª. Ana Paula Rangel

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2024

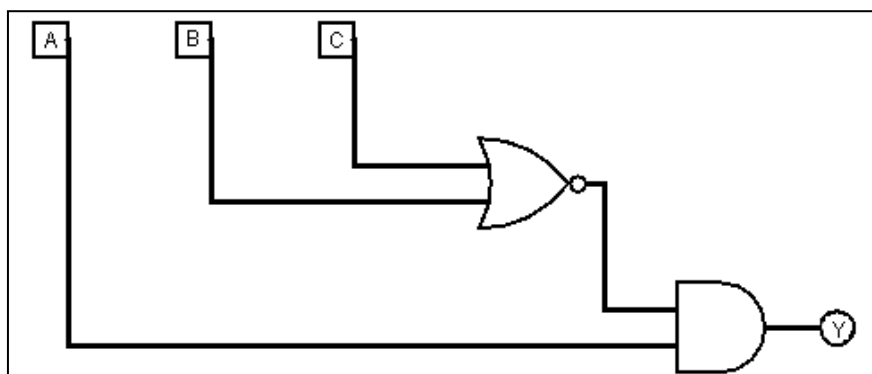
AULA 3 – LOGISIM

ATIVIDADES (GABARITO)

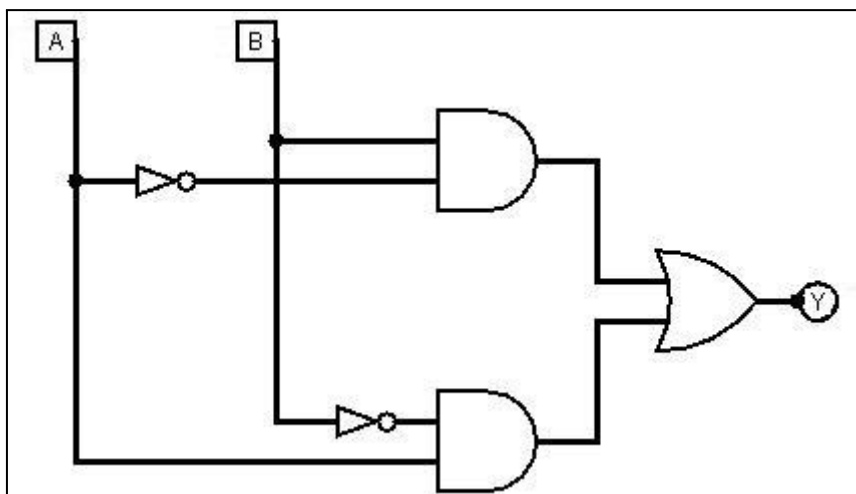
ATIVIDADE 5

Utilizando o simulador de circuitos Logisim, elabore os circuitos lógicos das funções booleanas a seguir, comparando-os com suas respectivas tabelas-verdade.

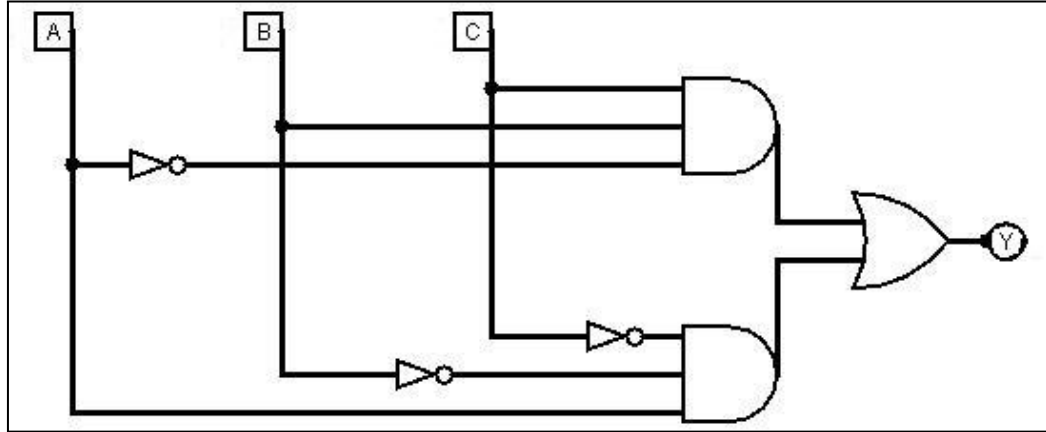
a) $Y = A \cdot \overline{(B + C)}$



b) $Y = \overline{A}B + A\overline{B}$



c) $Y = \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$



APÊNDICE K – Questionário do teste exploratório

Questionário para o teste exploratório

1. Quais são as suas observações em relação:

a) aos conteúdos apresentados?

b) à estrutura e organização do material?

c) ao grau de dificuldade das atividades?

d) ao tempo estipulado para cada atividade?

2. Quais são as suas considerações acerca do vídeo apresentado? Acredita que ele ampliará a visão dos alunos em relação às aplicações no cotidiano?

3. Para Ramos (2010), a integração proposta pelos Cursos Técnicos integrados ao Ensino Médio não deve ser tratada meramente como uma junção do Ensino Médio e do Curso Técnico, e, sim, como uma integração para além da dimensão pedagógico-curricular, com destaque na formação completa. Você acredita que este trabalho colabora, de alguma forma, para essa integração?

4. Quais são suas observações em relação ao questionário que será entregue aos alunos?

5. Segundo Duval (2012, p. 270), “O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação”. Você acredita que a sequência didática auxilia para que os alunos representem e reconheçam uma mesma expressão em vários registros, neste caso, utilizando a Lógica simbólica, a Álgebra de Boole e os circuitos?

6. Além dos pontos que já foram mencionados, existe algum aspecto do material analisado que você gostaria de apontar, para a melhoria do trabalho?

REFERÊNCIAS

RAMOS, M. Ensino médio integrado: ciência, trabalho e cultura na relação entre educação profissional e educação básica. *In: MOLL, J. et al. Educação profissional e tecnológica no Brasil contemporâneo: desafios, tensões e possibilidades.* Porto Alegre: Artmed, 2010. p. 42-57. Disponível em: <https://www.bts.senac.br/bts/article/view/170>. Acesso em: 8 fev. 2024.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução Mérciles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 24 jul. 2024.

APÊNDICE L – Questionário dos alunos

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Licenciandas: Gabriela Mesquita e Júlia Montovanelli
Orientadora: Prof^ª. Ana Paula Rangel

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2024

QUESTIONÁRIO

Este questionário integra uma pesquisa acadêmica desenvolvida pelas alunas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Gabriela Barreto Mesquita Motta e Júlia Nogueira Montovanelli, sob a orientação da professora Ana Paula Rangel de Andrade. As informações fornecidas serão tratadas somente para fins acadêmicos. Agradecemos a sua colaboração.

1. Em nossas três aulas, buscamos aproximar um conteúdo que geralmente é trabalhado na Matemática (Lógica simbólica) com um outro, mais visto na área técnica (Álgebra de Boole). Você já vivenciou alguma experiência como essa, nesta ou em outra disciplina? Em caso afirmativo, comente.

() Sim.

() Não.

2. Em uma escala de “Não importante” a “Muito importante”, o quanto você considera importante ter outras experiências como a proposta por este trabalho, que buscam integrar o Ensino Médio e o Técnico?

() Não importante

() Pouco importante

() Mediano

() Importante

() Muito importante

Comentários (opcional):

3. Em uma escala de “Não importante” a “Muito importante”, o quanto você considera importante representar e reconhecer uma mesma expressão em vários registros, neste caso, utilizando a Lógica simbólica, a Álgebra de Boole e os circuitos?

- Não importante
- Pouco importante
- Mediano
- Importante
- Muito importante

Comentários (opcional):

4. Na última etapa da sequência didática, foi utilizado o simulador lógico Logisim. Em uma escala de “Muito difícil” a “Muito fácil”, qual a sua opinião em relação ao nível de dificuldade de construir circuitos no Logisim?

- Muito difícil
- Difícil
- Moderado
- Fácil
- Muito fácil

Comentários (opcional):

5. Em uma escala de “Nada provável” a “Muito provável”, quais as chances de você utilizar o Logisim para auxiliar nos seus estudos sobre circuitos?

- Nada provável
- Pouco provável
- Nem muito, nem pouco
- Provável
- Muito provável

Comentários (opcional):

6. Em uma escala de “Não importante” a “Muito importante”, o quanto você acredita que a Matemática é importante para a compreensão dos conteúdos aprendidos na área técnica?

- Não importante
- Pouco importante
- Mediano
- Importante
- Muito importante

Comentários (opcional):

7. Existe alguma consideração que você deseja fazer acerca das aulas que ainda não foi abordada neste questionário?

- Não.
- Sim.

APÊNDICE M – Roteiro de perguntas da Entrevista Semiestruturada 1

Roteiro da Entrevista Semiestruturada 1

1. Quais são as suas observações em relação:
 - a) aos conteúdos apresentados?
 - b) à estrutura e organização do material?
 - c) ao grau de dificuldade das atividades?
 - d) ao tempo estipulado?

2. A simbologia utilizada na parte teórica e nas atividades condiz com a que é utilizada na área técnica? Existe alguma mudança a ser realizada neste sentido?

3. Segundo Duval (2012, p. 270), “O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação”. Você acredita que a sequência didática auxilia para que os alunos representem e reconheçam uma mesma expressão em vários registros, neste caso, utilizando a Lógica simbólica, a Álgebra de Boole e os circuitos?

4. Quais são as suas considerações acerca do vídeo apresentado? Acredita que ele auxiliará no entendimento do conteúdo?

5. Antonello (2018) afirma que há uma Matemática fortemente utilizada na área da Eletrotécnica para dar sentido a conceitos e fenômenos existentes, desse modo, faz-se necessário que os estudantes desse curso consigam estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos e os específicos da área técnica. Você considera que a sequência didática auxiliará nos conteúdos que serão aprendidos pelos alunos posteriormente na disciplina de Eletrônica Digital?

6. Além dos pontos que já foram mencionados, existe algum aspecto do material analisado que você gostaria de apontar, para a melhoria do trabalho?

REFERÊNCIAS

ANTONELLO, S. B. **Curso técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio: a Matemática na corrente da interdisciplinaridade**. 2018. 298 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/18663>. Acesso em: 15 fev. 2024.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Mérciles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, dez. 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 23 ago. 2024.

APÊNDICE N – Roteiro de perguntas da Entrevista Semiestruturada 2

Roteiro da Entrevista Semiestruturada 2

1. Como você já leciona esse conteúdo há um tempo considerável, você percebeu alguma diferença dessa turma para as suas turmas anteriores em termos de compreensão do conteúdo? De que maneira você pôde verificar isso (exercícios, participação em aula, etc.)?

2. Você trabalhou com um planejamento diferente de aulas para esta turma, já que sabia do conteúdo abordado em nossas aulas? Em caso afirmativo, houve pontos que não precisaram ser abordados por já terem sido trabalhados em nossas aulas?

3. Na sua percepção, houve dificuldades apresentadas pelos alunos que persistiram mesmo após as nossas aulas?

4. De acordo com Antonello (2018), ao permitir que o ensino seja baseado na interdisciplinaridade, pode-se buscar uma forma de articular conhecimentos e fornecer aprendizagens significativas, de modo a otimizar o processo de ensino e aprendizagem, integrar disciplinas e contribuir para a superação da fragmentação da organização curricular. Você acredita que este trabalho colabora, de alguma forma, para essa integração?

5. Uma pesquisa realizada por Silva e Oliveira (2018) mostra que a integração entre a formação geral e a profissional não é tão simples, visto que nem mesmo os próprios docentes entrevistados por eles possuíam grande compreensão acerca da ideia do Ensino Médio Integrado presente nos documentos oficiais. Diante disso, na sua concepção, quais são os desafios relacionados ao Ensino Médio Integrado? Quais as ações que a escola pode tomar para sanar problemas ligados a essa integração?

6. Você ouviu dos alunos algum comentário, positivo ou negativo, acerca do trabalho? Em caso afirmativo, qual foi?

REFERÊNCIAS

ANTONELLO, S. B. **Curso técnico em Eletrotécnica integrado ao Ensino Médio: a Matemática na corrente da interdisciplinaridade**. 2018. 298 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/18663>. Acesso em: 15 fev. 2024.

SILVA, E. S. da; OLIVEIRA, A. T. de C. C. de. Ensino Médio Integrado sob diferentes perspectivas para o ensino de Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 26, n. 2, p. 423-438, mai./ago. 2018. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648751>. Acesso em: 15 fev. 2024.