MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FABRICIO NUNES PESSANHA

EVIDENCIANDO AS RELAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA E ARTES POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE MOSAICOS: uma proposta para o estudo de quadriláteros notáveis

Campos dos Goytacazes/ RJ

Março – 2023.2

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FABRICIO NUNES PESSANHA

EVIDENCIANDO AS RELAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA E ARTES POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE MOSAICOS: uma proposta para o estudo de quadriláteros notáveis

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense c*ampus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª Me. Carla Antunes Fontes

Campos dos Goytacazes/RJ

Março – 2023.2

Biblioteca
CIP - Catalogação na Publicação

P475e

Pessanha, Fabricio Nunes
EVIDENCIANDO AS RELAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA E ARTES POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE MOSAICOS: uma proposta para o estudo de quadriláteros notáveis / Fabricio Nunes Pessanha - 2023.
146 f.: il. color.

Orientadora: Carla Antunes Fontes

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Curso de Licenciatura em Matemática, Anton Dakitsch, RJ, 2023.
Referências: f. 117 a 124.

1. Quadriláteros notáveis. 2. Mosaicos. 3. Interdisciplinaridade. I. Fontes, Carla Antunes , orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da Biblioteca do IFF com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
RUA DOUTOR SIQUEIRA, 273, None, PARQUE DOM BOSCO, CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ, CEP 28030130
Fone: (22) 2726-2903, (22) 2726-2906

PARECER CACLMCC/DAESLCC/DIRESLCC/DGCCENTRO/IFFLU N° 2

19 de março de 2024

FABRICIO NUNES PESSANHA

EVIDENCIANDO AS RELAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA E ARTES POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE MOSAICOS: uma proposta para o estudo de quadriláteros notáveis

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 07 de março de 2024.

Banca Examinadora:

____

Leandro Sopeletto Carreiro (Examinador)

Mestre em Matemática / UENF

IFFluminense *Campus* Campos Centro

____

Mylane dos Santos Barreto (Examinador)
Doutora em Cognição e Linguagem / UENF

IFFluminense *Campus* Campos Centro

____

Carla Antunes Fontes (Orientador)

Mestre em Matemática Aplicada / UFRJ

IFFluminense *Campus* Campos Centro

Documento assinado eletronicamente por:

- **Carla Antunes Fontes**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, **COORDENACAO ACADEMICA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA**, em 19/03/2024 17:43:02.
- **Mylane dos Santos Barreto**, **CHEFE - RPS - CADLMCC**, **COORDENACAO ACADEMICA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA**, em 19/03/2024 18:21:00.
- **Leandro Sopeletto Carreiro**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, **COORDENACAO ACADEMICA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA**, em 25/03/2024 09:19:20.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 19/03/2024. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.iff.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 535913
Código de Autenticação: 3965808f9f

AGRADECIMENTOS

Elevo uma prece de agradecimento, primeiramente a Deus, por ter me auxiliado durante toda a minha formação e também durante a elaboração deste trabalho de conclusão de curso. Por toda a força que ele me deu, mesmo quando eu achava que não iria dar conta de todos os meus afazeres, ele sempre esteve comigo e me deu forças para tudo.

Agradeço também à minha mãe celestial, Nossa Senhora da Imaculada Conceição Aparecida, por toda a intercessão em minha vida e principalmente durante toda a minha formação acadêmica. Sempre tive a presença dessa boa mãe em minha vida; tudo consagrei a ela e hoje vejo tudo se concretizando graças à sua intercessão.

Dedico um agradecimento especial aos meus pais, por todo o apoio que me deram nos meus estudos, desde as compras dos materiais escolares até os conselhos que sempre me deram da importância do estudo e da formação acadêmica. Agradeço em especial à minha mãe, por todo amor, cuidado e carinho que sempre me prestou, por toda a dedicação da sua vida por mim e pelos meus estudos. Por sempre ter se abdicado de diversos afazeres para me ajudar e hoje, mais do que nunca, colho os frutos das sementes que ela plantou por mim para a realização dos meus sonhos. Eu te amo muito, minha rainha.

Agradeço à minha madrinha Adriana, por todo carinho e incentivo nos meus estudos. Sempre foi uma segunda mãe para mim e eu sou eternamente grato por tudo que fez por mim.

Agradeço e dedico este trabalho aos meus avós Maria Célia dos Santos Nunes e Ari Nunes (in memorian). Sempre fui o orgulho dos dois e hoje sei que, de onde estão, se alegram por mim e pelo meu esforço na busca pelos meus sonhos.

Agradeço ao meu namorado Yarllen, por todos os conselhos, carinho e ajuda que me prestou durante todo o processo de elaboração deste trabalho. Sempre que me via ansioso, me abraçava e me incentivava a acreditar em mim. Hoje vejo o quanto sua presença me ajudou e me trouxe a confiança do quanto sou capaz. Você é o presente mais lindo que o IFF me deu. Eu te amo e sou eternamente grato por tudo.

Agradeço a todos os meus amigos, dentro e fora do IFF, por sempre me aconselharem e me ajudarem em tudo que sempre fiz e por sempre torcerem por mim e pelo meu sucesso. Eu amo todos vocês.

Por fim, agradeço à orientadora deste trabalho, a professora Carla Antunes Fontes, por ter tornado todo o processo deste trabalho mais leve, por todo aprendizado em cada uma das reuniões, por ter me transmitido conhecimentos que vão além da área da Matemática e que levarei sempre em meu coração. Obrigado por tanto.

“A arte é a transformação do ordinário em extraordinário e a Matemática é a maneira de fazer o ordinário chegar ao extraordinário.”

(Antonio Peticov)

RESUMO

Diversos autores destacam os impactos da interdisciplinaridade no processo de ensino e aprendizagem em Matemática. É notório também o abandono do ensino de Geometria, frequentemente relegado aos últimos conteúdos do ano letivo, levando alunos e professores a vivenciarem dificuldades em seu estudo. As Artes, por sua vez, frutos do desejo humano de expressar pensamentos e emoções, têm estado presentes ao longo do desenvolvimento da humanidade, sempre despertando curiosidade e encantamento. A partir desses três aspectos, surge a proposta deste trabalho de conclusão de curso, que tem como objetivo Investigar as contribuições, para o processo de ensino e aprendizagem das classificações dos quadriláteros notáveis, de uma proposta interdisciplinar com Arte que utilize mosaicos. No percurso de elaboração desta pesquisa, buscou-se evidenciar a importância do estudo da Geometria para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, bem como as relações existentes entre as Artes e a Matemática, notadamente a Geometria. Além disso, espera-se contribuir para reflexões acerca da importância da prática pedagógica lúdica para a aprendizagem da Matemática, em especial da Geometria. A fim de alcançar os objetivos elencados, em primeiro lugar fez-se uma revisão bibliográfica e em seguida foi elaborada uma sequência didática, voltada para os anos finais do Ensino Fundamental, abordando a classificação de quadriláteros notáveis a partir de suas características. A fim de trazer o aspecto lúdico para a intervenção, foram utilizados mosaicos como elemento agregador dos conteúdos, tendo como culminância a análise das formas geométricas presentes no quadro “Planos em Superfície Modulada N.º2”, da artista Lygia Clark. Os instrumentos de coleta de dados foram a observação ao longo da aplicação e uma entrevista semiestruturada ao final da mesma. A partir da análise dos dados coletados, foi possível concluir que a presença dos elementos artísticos, na figura dos mosaicos, suscitou um maior engajamento dos alunos participantes, que se mostraram interessados e bastante participativos, contribuindo positivamente para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos relativos aos quadriláteros notáveis.

Palavras-chave: Quadriláteros notáveis. Mosaicos. Interdisciplinaridade.

ABSTRACT

Several authors highlight the impacts of interdisciplinarity on the teaching and learning process in Mathematics. The abandonment of Geometry teaching is also notable, often relegated to the last content of the school year, leading students and teachers to experience difficulties in its study. The Arts, in turn, fruits of the human desire to express thoughts and emotions, have been present throughout the development of humanity, always arousing curiosity and enchantment. From these three aspects, the proposal for this course conclusion work arises, which aims to investigate the contributions, to the process of teaching and learning concepts related to notable quadrilaterals, of an Interdisciplinary proposal with Art that uses mosaics. During the preparation of this research, we sought to highlight the importance of studying Geometry for the development of logical-mathematical reasoning, as well as the relationships between Arts and Mathematics, notably Geometry. Furthermore, it is expected to contribute to reflections on the importance of playful pedagogical practice for learning Mathematics, especially Geometry. In order to achieve the objectives listed, firstly, a bibliographical review was carried out and then a didactic sequence was developed, aimed at the final years of Elementary School, addressing the classification of notable quadrilaterals based on their characteristics. In order to bring a playful aspect to the intervention, mosaics were used as an element that aggregates the content, culminating in the analysis of the geometric shapes present in the painting "Planos em Superfície Modulada N.º2", by artist Lygia Clark. The data collection instruments were observations throughout the application and a semi-structured interview at the end of it. From the analysis of the data collected, it was possible to conclude that the presence of artistic elements, in the form of mosaics, led to greater engagement among participating students, who were interested and very participative, contributing positively to the process of teaching and learning concepts. relating to notable quadrilaterals.

Keywords: Notable quadrilaterals. Mosaics. Interdisciplinarity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Pirâmides do Egito……………………………………………………….….32
Figura 2 - Partenon……………………………………………………….…………..33
Figura 3 - Mona Lisa…………………………………………………………………..34
Figura 4 - Composição 8, Wassily Kandinsky, 1923……………………………......35
Figura 5 - Composição A, Piet Mondrian, 1923………………………………......…36
Figura 6 - Calçadão de Copacabana……………………………………...……….…41
Figura 7 - Fachadas externas do Santuário de Aparecida……………………………41
Figura 8 - Definição de quadriláteros…………………………………………………57
Figura 9 - Exemplos de quadriláteros…………………………………..……………..57
Figura 10 - Quadrilátero convexo e côncavo…………………………………………58
Figura 11 - Definição de quadriláteros notáveis……………………………………...58
Figura 12 - Definição de paralelogramo……………………………………………....59
Figura 13 - Definição de trapézio……………………………………………………...59
Figura 14 - Definições das classificações dos paralelogramos……………………...60
Figura 15 - Definições das classificações dos trapézios………………………………60
Figura 16 - Quadriláteros no cotidiano………………………………………………..61
Figura 17 - Exemplos de quadriláteros……………………………………………….62
Figura 18 - Definição de mosaicos……………………………………………………...62
Figura 19 - Exemplos de mosaicos……………………………………………………..63
Figura 20 - Exemplos de quadros mosaicos pintados por artistas renomados…......63
Figura 21 - Questão 1……………………………………………………………………..64
Figura 22 - Diagrama…………………………………………………………………..…64
Figura 23 - Questão 2……………………………………………………………………65
Figura 24 - Questão 3……………………………………………………………………66
Figura 25 - Perguntas relacionadas à questão 3……………………………………....66
Figura 26 - Alternativas do jogo de palavras cruzadas……………….……………69
Figura 27 - Colunas correspondentes às alternativas……………………...……....69
Figura 28 - Revisando a aula anterior…………………………..………………....70
Figura 29 - História de Lygia Clark…………………………………………………....71
Figura 30 - Características das obras de Lygia Clark…………………………...…72
Figura 31 - Exemplos de obras de Lygia Clark………………...…………………....73
Figura 32 - Explicação da coleção Planos em Superfície Modulada……………..…73

Figura 33 - Apresentação do quadro n.º2……………………………….……………74
Figura 34 - Réplica do quadro Planos em Superfície Modulada N.º2……….………75
Figura 35 - Questões 1 e 2 referentes a lista 2……………………………...….76
Figura 36 - Questão 3 referente a lista 2……………………………........….77
Figura 37 - Questão 4……………….………………………..………………78
Figura 38 - Questão 5………………………………………..…..……………78
Figura 39 - Questão 6…..…………….…………………………………...….79
Figura 40 - Letras “b” e “c” referentes à questão 6………………………...…..80
Figura 41 - Questão com abordagem lúdica…………………….……………80
Figura 42 - Análise das medidas do material manipulável 1……………………..83
Figura 43 - Jogo de palavras cruzadas antes das sugestões……………..………84
Figura 44 - Jogo de palavras cruzadas posterior as sugestões……………...….84
Figura 45 - Questão 3 referente a lista 2 posterior as sugestões……………..….85
Figura 46 - Réplica do quadro sendo utilizada…………………………….....….86
Figura 47 - Questão 7 posterior as sugestões……………………………..….87
Figura 48 - Discentes atentos ao início da aula…………………..………...….89
Figura 49 - Momento da explicação de quadrilátero convexo e côncavo…..……..90
Figura 50 - Momento da explicação das classificações dos paralelogramos…...…92
Figura 51 - Momento da explicação da definição de mosaicos……………...….94
Figura 52 - Apresentação dos mosaicos no cotidinao…………………..……..….95
Figura 53 - Resposta de uma das duplas na questão 1…………………….….97
Figura 54 - Resposta de uma das duplas na questão 2…………………….….99
Figura 55 - Resposta de uma das duplas na questão 3…………………….….99
Figura 56 - Resposta incorreta de uma das duplas na letra “b” da questão 3……100
Figura 57 - Momento em que as duplas estão sendo auxiliadas………….…....102
Figura 58 - Resposta de uma das duplas no jogo de palavras cruzadas..……….103
Figura 59 - Momento da explicação da história de Lygia Clark……………….....104
Figura 60 - Momento em que é apresentado algumas das obras de Lygia Clark..105
Figura 61 - Momento em que é apresentado a réplica do quadro…..……………..106
Figura 62 - Respostas de uma das duplas na questão 1 e 2 referente a lista 2.....107
Figura 63 - Gabarito da questão 3 referente a lista 2..……………….………..108
Figura 64 - Respostas de uma das duplas na questão 3 referente a lista 2…..…..109
Figura 65 - Respostas distintas de duas duplas na questão 4……………………...110

Figura 66 - Momento em que a réplica do quadro é utilizada para responder a questão 4……………………………………………………………………………...…..111
Figura 67 - Resposta de uma das duplas na questão 5 letra “a”…………...….......112
Figura 68 - Resposta de uma outra dupla na questão 5 letra “a”………………..…112
Figura 69 - Resposta correta de uma das duplas na questão 5 letra “b” ..………...113
Figura 70 - Resposta incorreta de uma das duplas na questão 5 letra “b” ...……..113
Figura 71 - Resposta incorreta de uma das duplas na questão 5 letra “c” …...…...114
Figura 72 - Resposta correta de uma das duplas na questão 5 letra “c”…………..114
Figura 73 - Confecções realizadas por duplas durante a aula…………..………..116
Figura 74 - Confecção realizada por uma dupla durante a aula………………..…..117

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Diferenças entre material manipulável estático e dinâmico………...…..44
Quadro 2 - Materiais e objetivos da primeira e segunda etapa………………...……54
Quadro 3 - Perguntas e objetivos referentes a entrevista aberta……………….….…118

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO **25**
2 REVISÃO DA LITERATURA **30**
2.1 Ensino Lúdico 30
2.2 Matemática e Artes 32
2.3 Geometria e Arte na Sala de Aula: Uma Jornada Interdisciplinar na Educação Matemática 36
2.4 As Artes Matemáticas dos Mosaicos: Definições, História e Utilizações 39
2.5 A Contribuição dos Materiais Manipuláveis no Desenvolvimento do Pensamento Matemático 42
2.6 Trabalhos Relacionados 47
2.6.1 A Interdisciplinaridade entre Matemática e Artes: uma proposta de intervenção pedagógica no ensino fundamental 48
2.6.2 Estudo de triângulos e quadriláteros na construção de mosaicos geométricos sob a perspectiva da teoria de van Hiele 49
2.6.3 Mosaicos geométricos: estudo de ângulos e simetrias 50
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS **52**
3.1 Caracterização da pesquisa 52
3.2 Elaboração da sequência didática 53
3.2.1. Primeira etapa: Revisão do conteúdo de quadriláteros notáveis e introdução à relação entre Matemática e Artes. 55
3.2.1.1 Descrição 55
3.2.1.2. Dinâmica 56
3.2.2. Segunda Etapa: Aplicação dos temas principais (Matemática e Artes). 67
3.2.2.1. Descrição 67
3.2.2.2. Dinâmica 68
4 Resultados e discussões **82**
4.1 Teste Exploratório 82
4.2 Aplicação da Sequência didática 87
4.2.1 Instituição e escolha da turma 87
4.2.2 Aplicação da primeira etapa: Revisão do conteúdo de quadriláteros notáveis e introdução à relação entre Matemática e Artes. 88
4.2.3 Aplicação da segunda etapa: Aplicação dos temas principais (Matemática e Artes). 101
4.2.3.1 Entrevista 118
5. Conclusão **123**
REFERÊNCIAS **126**
APÊNDICES **134**
APÊNDICE A – Materiais utilizados na primeira etapa da aplicação da sequência didática **135**
Apêndice B - Materiais utilizados na segunda etapa da aplicação da sequência didática **144**
Apêndice C - Termo de consentimento e roteiro da entrevista **153**

1 INTRODUÇÃO

A Geometria é considerada um dos importantes ramos da Matemática, tendo grande destaque no desenvolvimento histórico dessa ciência. A respeito desse fato, Lorenzato (2008) relata que o homem começou a geometrizar quando os trabalhos com medição tinham grande relevância, como por exemplo: reconstrução de limites em terras, artefatos, moradias, entre outras necessidades da época.

Corroborando essa ideia, Souza (2001, p. 28) afirma tornar-se evidente que "A Geometria é considerada uma ferramenta para a compreensão, descrição e interrelação com o espaço em que vivemos". Para o mesmo autor, desenvolvê-la no âmbito escolar é necessário para que os alunos possam fortalecer o seu pensar geométrico e visual, contribuindo para que sejam capazes de resolver situações da vida que necessitem dos conhecimentos geométricos.

Contudo, a realidade evidenciada pelos estudiosos da Educação Matemática, especificamente no que diz respeito à Geometria nas escolas brasileiras, não é satisfatória. A respeito desse fato, Souza (2001) afirma que:

> O ensino de Geometria comparado com o ensino de outras partes da Matemática, ainda é muito ausente das salas de aula. No Brasil, não apenas na escola elementar, mas também ao longo de todo o Ensino Fundamental e Médio, na prática, seu ensino foi consideravelmente reduzido (Souza, 2001, p. 29).

A autora cita Miguel e Miorin (1986), os quais afirmam existir diversos motivos para o abandono da Geometria nos currículos escolares, dentre eles a marginalização imposta ao seu ensino em nosso país, em virtude do "Movimento Renovador" (surgido na década de 70) conhecido por "Matemática Moderna"[1], e consequentemente, o pouco espaço dedicado a ela nos livros didáticos. São destacados também a ausência nos currículos dos cursos de formação de professores para Ensino Fundamental e Médio e o despreparo e desconhecimento por parte dos professores em relação ao ensino de Geometria (Miguel; Miorim, 1986 *apud* Souza, 2001).

---

[1] O Movimento da Matemática Moderna teve como principal finalidade aproximar a Matemática ensinada na escola secundária com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área, fundamentado principalmente na introdução de novos conteúdos no ensino da Matemática. Esse movimento, desencadeado especialmente entre 1960 e 1970, provocou mudanças significativas nas práticas pedagógicas escolares (Amorim; Oliveira, 2010, p. 1).

Entre os diversos fatores ora mencionados, é de grande importância enfatizar a influência da Matemática Moderna no que diz respeito ao ensino de Geometria vigente nas instituições de ensino nos tempos atuais. Para Meneses (2007), esse movimento contribuiu de forma notória para que o ensino de Geometria ficasse em segundo plano, suscitando grupos de docentes e discentes com poucos conhecimentos e bastante dificuldades em abordar questões que envolvem conhecimentos geométricos.

Os estudos que norteiam a formação dos professores apontam também fortes relações com o descaso no ensino de Geometria, pois, para Santos e Nacarato (2014, p. 15), “o pouco contato dos professores com o conteúdo geométrico, seja na Educação Básica ou formação inicial, propiciou que a sua prática também se tornasse frágil”.

Neste mesmo sentido, Lorenzato (1995) afirma que a falta de conhecimento da Geometria, por parte dos professores, leva ao descaso com a omissão da importância deste componente na formação dos alunos como futuros cidadãos. Em suas palavras:

> Considerando que o professor que não conhece Geometria, também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la (Lorenzato, 1995, p. 3).

Outro motivo que contribuiu para a omissão do ensino de Geometria é a forte influência dos livros didáticos em sala de aula. A respeito da sua utilização, Queiroz e Borges (2022) afirmam que há uma carência de avanços na maneira como os conteúdos de Geometria são apresentados nos livros didáticos. Para os autores ora mencionados, a predominância ainda é a utilização excessiva de fórmulas, sem uma discussão mais aprofundada e fundamentada acerca de sua aplicação.

Além de todos os fatores já elencados, de acordo com Santos e Nunes (2014), a Geometria é trabalhada de forma superficial, sem ligação com o cotidiano dos discentes. No entanto, em diversas formas do mundo físico a Geometria está presente, podendo ser observada na diversidade de contornos que nos cerca. “Muitas destas formas são vistas na natureza com seus desenhos exuberantes nas plantas, na projeção natural de sombras de objetos, nas produções do homem, em especial, na arte[2] em esculturas, pinturas, desenhos, artesanatos etc. [...]" (Santos, Oliveira, 2018, p. 389).

Isto já era sinalizado por Ledur (2004). Segundo o autor, à época, grande parte das escolas impunham aos alunos um ensino mecanizado, tirando-lhes a chance de expressar o que realmente pensavam e sentiam. Considerando essas circunstâncias, a relação entre Arte e Geometria tem potencial para encorajar o aluno a manifestar seus pensamentos e sentimentos. Corroborando essa ideia, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática salientam que:

> O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (Brasil, 1997, p. 39).

Neste sentido, considera-se que a Interdisciplinaridade entre Arte e Matemática venha a contribuir de forma considerável para a aprendizagem de Geometria, tornando o ensino lúdico e prazeroso para os alunos. Alves (2007) evidencia que a Interdisciplinaridade é vista como uma "nova" atitude frente ao conhecimento, com o desejo de um ensino que considera a emoção tanto quanto a razão na busca do sentido do saber.

Devido à existência de múltiplos entendimentos acerca da noção de Interdisciplinaridade, deixaremos clara a concepção adotada neste trabalho. De acordo com Santos, Nunes e Viana (2017), a Interdisciplinaridade pode ser entendida como um método de interação entre disciplinas, podendo ocorrer por meio de "[...] uma simples comunicação de ideias até a integração recíproca de finalidades, objetivos, conceitos, conteúdos e metodologia" (Santos; Nunes; Viana, 2017, p. 162).

---

[2] Neste estudo, o termo "Arte" será utilizado, de acordo com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), referindo-se ao componente curricular. Por sua vez, o termo "Artes" será empregado para abranger as diversas linguagens da Arte, como as Artes Visuais, a dança, a música e o teatro. Este trabalho centrará sua atenção especificamente nas Artes Visuais, conforme preconizado pelas diretrizes da BNCC, que englobam a exploração, apreciação e análise de várias formas de expressão visual, tanto tradicionais quanto contemporâneas. Nessa perspectiva, os mosaicos serão considerados, uma vez que se inserem na categoria de Artes Visuais.

Acerca da importância da Interdisciplinaridade, as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEB) afirmam que, em todas as modalidades de cursos, deve-se adotar a Interdisciplinaridade, relacionando os conteúdos de diferentes disciplinas (neste caso, Matemática e Arte) em atividades ou projetos que possibilitem aos discentes o desenvolvimento de saberes (Brasil, 2013).

A respeito do ensino de Geometria, a BNCC evidencia que este conteúdo envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos, necessários para resolver problemas do cotidiano e das diferentes áreas do conhecimento, desenvolvendo um pensar geométrico. Para os anos finais do Ensino Fundamental a BNCC, em relação ao conteúdo de quadriláteros, regulamenta que os discentes sejam capazes de "Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação à lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles" (Brasil, 2018, p.303).

Para a realização do tipo de estudo preconizado pela BNCC, é de grande relevância aliar as aulas de Matemática às de Arte. No que diz respeito à relação entre Arte e outras áreas de conhecimento, em seus objetivos e habilidades a BNCC também aponta que:

> [...] espera-se que o componente arte contribua com o aprofundamento das aprendizagens nas diferentes linguagens – e no diálogo entre elas e com as outras áreas do conhecimento –, com vistas a possibilitar aos estudantes maior autonomia nas experiências e vivências artísticas (Brasil, 2018, p. 205).

Sobre o ensino de Arte nos anos finais do Ensino Fundamental, a BNCC prescreve em suas habilidades que é necessário "Analisar os elementos constitutivos das Artes visuais (ponto, linha, forma, direção, cor, tom, escala, dimensão, espaço, movimento etc.) na apreciação de diferentes produções artísticas" (Brasil, 2018, p. 207). Desta forma, será possível garantir aos discentes a amplificação dos seus convívios com as manifestações artísticas e culturais.

Considerando o que foi exposto, anteriormente, a respeito da defasagem do ensino de Geometria e das contribuições da Interdisciplinaridade entre as diferentes áreas de conhecimento, delimitou-se a seguinte questão de pesquisa: Quais as contribuições de uma abordagem interdisciplinar com Arte para o estudo das classificações dos quadriláteros notáveis utilizando mosaicos?

A fim de responder à questão de pesquisa, traçou-se o seguinte objetivo geral: investigar as contribuições, para o processo de ensino e aprendizagem das classificações dos quadriláteros notáveis, de uma proposta interdisciplinar com Arte que utilize mosaicos.

Para alcançar o objetivo geral, delinearam-se os seguintes objetivos específicos:

- Evidenciar a importância do estudo da Geometria para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático;
- Evidenciar as relações existentes entre as Artes e a Matemática, notadamente a Geometria;
- Contribuir para reflexões acerca da importância da prática pedagógica lúdica para a aprendizagem da Matemática, em especial da Geometria.

A motivação para esse tema surgiu por meio das pesquisas realizadas na disciplina Laboratório de Ensino de Aprendizagem Matemática (LEAMAT), na linha de pesquisa de Geometria. Durante essa aquisição de conhecimento, foram estudadas as transformações isométricas presentes nas construções das mandalas, o que despertou maior interesse pelas relações existentes entre Artes e Geometria. Outra motivação foi a influência das Artes sacras em minha trajetória pessoal.

Este trabalho está dividido em cinco capítulos: introdução, revisão da literatura, procedimentos metodológicos, resultados e discussões e considerações finais. No capítulo da revisão da literatura, está incluído o aporte teórico, além dos trabalhos relacionados. No capítulo dos procedimentos metodológicos, é abordado o tipo de pesquisa, e são apresentados os instrumentos de coleta de dados, bem como a elaboração da sequência didática. Em "resultados e discussões", são relatados o teste exploratório e a aplicação em sala de aula, fazendo o diálogo com o referencial teórico. Faz parte também deste capítulo a análise das respostas à entrevista aberta. Por fim, no último capítulo, são tecidas as considerações acerca de todo o trabalho monográfico.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, será apresentado o embasamento teórico que fundamenta este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Dentre os fundamentos teóricos abordados, incluem-se: Ensino Lúdico, Matemática e Artes, Geometria e Arte na Sala de Aula: Uma jornada Interdisciplinar na Educação Matemática, As Artes Matemáticas dos Mosaicos: Definições, História e Utilizações, e A Contribuição dos Materiais Manipuláveis no Desenvolvimento do Pensamento Matemático. Há também uma seção dedicada à apreciação de trabalhos relacionados que se assemelham com esta pesquisa.

2.1 Ensino Lúdico

Para muitos alunos, a Matemática é considerada uma disciplina difícil. Conforme relata Silveira (2011), essa concepção a respeito da Matemática, que é proferida pelos alunos, pela mídia e até mesmo por professores, é um reflexo de discursos que marcaram a história da Matemática. Sua propagação contribui para que a maioria dos alunos desenvolvam uma espécie de repulsa à disciplina e consequentemente à sua aprendizagem.

Objetivando melhorar esse cenário, muitos professores optam por jogos e brincadeiras durante as aulas, com o intuito de tornar o ensino lúdico para os alunos. Segundo Cordovil, Souza e Nascimento Filho (2016), o conceito de lúdico em diferentes literaturas é apresentado com certas divergências em sua compreensão. Alguns autores o associam com jogos e brincadeiras, enquanto outros o abordam como atividades diferenciadas, que têm por objetivo deixar as aulas mais dinâmicas e atrativas, porém, o conceito de lúdico não se limita apenas a este sentido. No presente trabalho, adotaremos a abordagem dos autores supracitados. Em suas palavras:

> O lúdico como um recurso didático, está além de ser apenas jogos e brincadeiras, de propor divertimento, suas características são bem mais acentuadas como: desenvolver habilidades motoras e intelectuais, fixar conteúdos de forma prazerosa e envolvente, permitindo assim ao educando construir sua aprendizagem (Cordovil; Souza; Nascimento Filho, 2016, p. 5).

De acordo com Silva e D’Ávila (2020), as atividades que se utilizam de jogos e brincadeiras, por mais que pareçam ser lúdicas, não garantem o estado de ludicidade ao qual se refere Luckesi (2014, p.19) ao afirmar que, “ludicidade tem a ver com experiência interna pessoal, e, ao mesmo tempo e consequentemente, com experiência interna coletiva”. Neste mesmo sentido, Lopes (2014, p. 29) afirma que “a ludicidade é um fenômeno de natureza consequencial à espécie humana. É uma condição de ser [sic], humano que se manifesta e produz uma diversidade de efeitos”.

Segundo Silva e D´Ávila (2020), a utilização das atividades lúdicas no contexto educacional, especificamente na disciplina de Matemática, contribui de forma significativa no processo de ensinar e aprender, pois a Matemática também está ligada à humanidade através de seu progresso, sendo fundamental que os alunos compreendam os aspectos significativos desta disciplina. Porém, aplicar o ensino lúdico em sala de aula não é uma tarefa simples.

Silva e D’Ávila (2020) sinalizam algumas reflexões que devem ser feitas no âmbito escolar na relação entre professor e aluno ao utilizar atividades lúdicas.

Para os autores ora mencionados, dois paradoxos estão relacionados às práticas lúdicas no contexto educacional: o de seriedade/obrigação e o de prazer e atividade livre. De acordo com Silva e D’Ávila (2020), o primeiro diz respeito à seriedade atribuída à atividade lúdica, transformando-a em um exercício de extrema responsabilidade e de obrigatoriedade, levando assim à descaracterizá-la da condição de lúdica.

O segundo refere-se ao equívoco cometido pela escola através da suposição de que o prazer seja garantido no exercício de atividades ditas lúdicas. “No contexto escolar, os jogos e as brincadeiras não podem ser entendidos como atividades lúdicas apenas por apresentarem natureza de jogo e brincadeira” (Silva; D’Ávila, 2020, p. 235). Os autores afirmam ainda, que as atividades propostas precisam fazer com que as crianças se entreguem a elas e essa entrega deve despertar o prazer nas mesmas.

Em concordância com o que foi explicitado anteriormente, Silva e D’Ávila (2020) sinalizam ainda que o prazer é consequência, que ocorre de forma natural por meio da liberdade, escolha e entrega dos discentes à atividades propostas. Sendo assim, determinar que a atividade deva ser prazerosa e consequentemente lúdica acaba levando em desconsideração o fato de que o prazer pode ou não surgir.

Tendo em vista o que foi exibido, torna-se evidente que aplicar atividades com caráter lúdico é uma tarefa bem elaborada, que deve levar em consideração a liberdade dos discentes em sua realização, para que, assim, o prazer na execução da mesma possa surgir de forma natural. Dessa forma, um conteúdo abordado por meio de tais atividades poderá ter sua aprendizagem facilitada e enriquecida.

2.2 Matemática e Artes

As Artes sempre se fizeram presentes na história da humanidade, em diversos contextos. A respeito deste fato, Gomes (2022) afirma que na pré história os acontecimentos da época foram registrados pelo homem por meio das pinturas, esculturas e desenhos em cavernas (pinturas rupestres). No Egito, as Artes eram retratadas nas paredes dos túmulos dos faraós. Já no renascimento, os artistas procuravam aliar às Artes à Ciência, direcionando suas atenções aos estudos sobre a figura humana.

As Artes Egípcias têm fortes relações com a Matemática, como por exemplo, nas construções das pirâmides, que possuíam uma base quadrangular (Figura 1). Conforme relata Mello (2021), as pirâmides eram túmulos que os Faraós construíram para que, ao morrerem, seu corpo fosse depositado neste local. “Estas eram feitas de blocos calcários e para sua construção eram necessários conhecimentos de Geometria básica” (Mello, 2021, p. 21).

Figura 1 - Pirâmides do Egito

Disponível em: https://shre.ink/Qn5Y.

De acordo com Mello (2021), os arquitetos gregos também utilizaram a Matemática em suas construções e, inspirada nas criações egípcias, as Artes gregas buscavam a valorização do homem e de sua racionalidade por meio de esculturas, desenhos e pinturas. Segundo Santos *et al.* (2006), os arquitetos gregos sabiam usar com muita sabedoria e autoridade o "retângulo de ouro", como por exemplo, na construção do Partenon (Figura 2), desvelando, assim, um efeito harmonioso em sua estrutura.

Figura 2 - Partenon

Disponível em: https://shre.ink/QnHt.

O Partenon, templo erguido na Acrópolis no século V a.C, localiza-se em uma montanha no centro da cidade de Atenas. A respeito da arquitetura grega, Alves (2007) também relata que:

> Na arquitetura, os gregos se destacam na construção de grandes templos em homenagem aos deuses. Descobriram que as colunas davam um aspecto mais leve e eram tão resistentes quanto as paredes. Então, constituíram uma série de arcabouços distintos e grandiosos "graças à alternância das zonas cheias e das zonas vazias". Como valorizavam muito a racionalidade, usaram a simetria nas construções e, conseqüentemente [sic], conseguiram efeitos harmônicos em todo o seu segmento arquitetônico (Alves, 2007, p. 29).

Segundo Zago e Flores (2010), as relações existentes entre a Matemática e as Artes têm seu destaque na antiguidade com as Artes gregas, porém, os trabalhos de Leonardo da Vinci, durante o renascimento, contribuíram para que tais relações alcançassem outro patamar, o da ciência. A partir deste fato, a relação entre a Matemática e as Artes foi dividida, e os estudos referentes aos conhecimentos matemáticos, mais especificamente os geométricos, tornaram-se precisos para o bem desenhar, representar e pintar.

A utilização dos conceitos matemáticos presentes nas Artes se faz presente, também, na obra de Leonardo da Vinci conhecida como a Mona Lisa (Figura 3).

Figura 3 - Mona Lisa

Disponível em: https://shre.ink/Qnx6.

A respeito da relevância dessa obra artística na relação entre as Artes e a Matemática, Belussi, Geraldini, Prado (2005) ressaltam que:

> Na pintura do renascimento destaca-se um dos quadros mais célebres de Leonardo da Vinci : a Mona Lisa, que apresenta o retângulo de Ouro em múltiplos locais: (a) desenhando um retângulo à volta da face o retângulo resultante é um retângulo de Ouro; (b) dividindo este retângulo por uma linha que passe nos olhos, o novo retângulo obtido também é de Ouro e (c) as dimensões do quadro também representam a razão de Ouro (Belussi; Geraldini; Prado, 2005, p. 3).

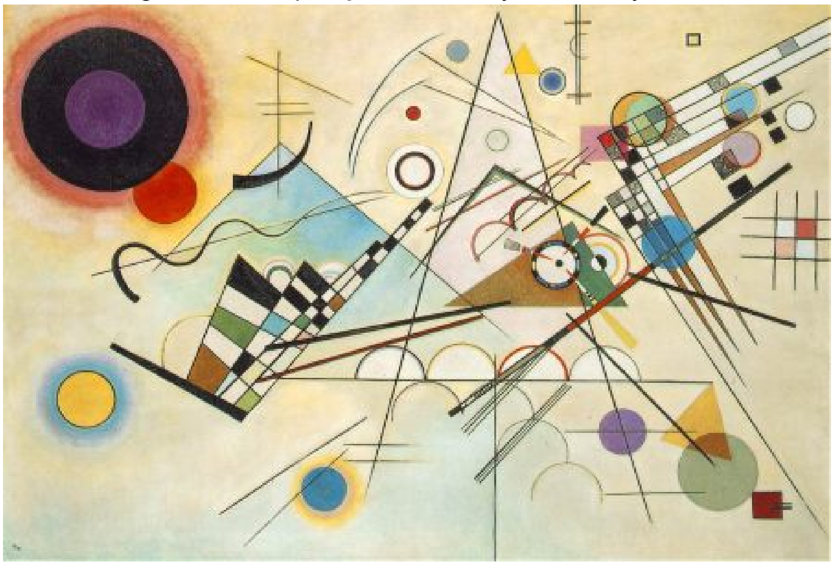
Conforme descrito anteriormente, é possível perceber que a Matemática sempre esteve presente nas Artes em diversos contextos e diferentes épocas. No século XX, o movimento artístico conhecido como Impressionismo teve grande importância nas Artes Visuais. De acordo com Mello (2021), este movimento surgiu no final do século XIX e revolucionou as Artes do século XX. No impressionismo, os pintores não buscavam retratar a realidade, eles utilizavam pinceladas soltas, que foi uma das principais características desta época.

Porém, conforme relata Mello (2021), a maior relação entre a Matemática e as Artes surge com o pintor pós impressionista Paul Cézanne (1839-1906), que foi a ponte para o surgimento de três movimentos que são, até hoje, muito importantes no meio artístico: o Expressionismo, o Fauvismo e o Cubismo. De acordo com Alves (2007), Cézanne, por meio de seus estudos, percebeu que a beleza não estava no objeto retratado, mas sim na impressão pessoal sobre a obra e que, pelas formas multidimensionais, o observador consegue ver aquilo que seu conhecimento prévio determina.

Segundo Mello (2021), dentre os movimentos que foram criados inspirados em Cézanne, o Cubismo é o que mais se utiliza da Matemática. Neste, a imagem é retratada na tela por meio de formas geométricas, possuindo, um mesmo desenho, vários ângulos diferentes a serem observados. Utiliza-se as planificações geométricas, fazendo com que todas as faces fiquem visíveis para quem as observa.

A mesma autora citada no parágrafo anterior, narra ainda que é por meio do cubismo que surge as Artes abstratas. Nesta, a Matemática é claramente utilizada nas obras de Artes de seus principais artistas, como Piet Mondrian e Wassily Kandinsky, que foram os que mais se destacaram nesse movimento. Kandinsky utilizava, em suas obras, retas e outras figuras geométricas para compor as suas imagens (Figura 4).

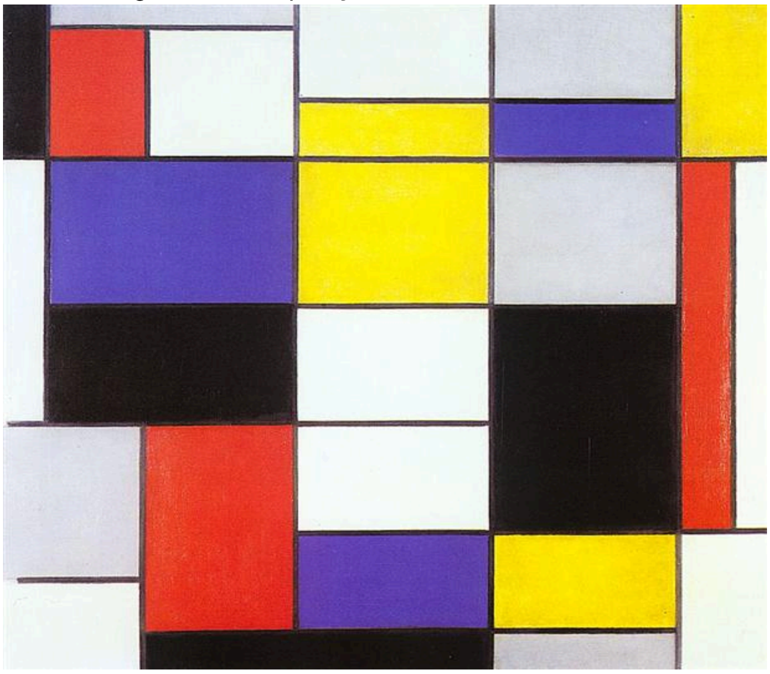
Figura 4 - Composição 8, Wassily Kandinsky, 1923



Disponível em: https://shre.ink/Qn5Y.

Já Mondrian utilizava as retas verticais e horizontais para representar a dualidade presente na natureza (Figura 5).

Figura 5 - Composição A, Piet Mondrian, 1923



Disponível em: https://shre.ink/Qn5Y.

Torna-se evidente, a partir do que foi exposto, que, desde os primórdios, as Artes e a Matemática estiveram relacionadas. Aliar o ensino de Arte ao da Matemática poderá permitir aos discentes a percepção de que essas duas disciplinas, embora sejam ensinadas separadamente, podem, sim, ter estreitas relações.

A Arte, como disciplina, traz o lúdico para o ensino de Matemática, o que pode ser valioso para o processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina.

2.3 Geometria e Arte na Sala de Aula: Uma Jornada Interdisciplinar na Educação Matemática

No cenário educacional, o estímulo ao desenvolvimento cognitivo das crianças é uma prioridade essencial. Nesse contexto, a aprendizagem geométrica emerge como um elemento fundamental para o crescimento intelectual. No tocante a esse fato, Barbosa (2003) salienta que "A aprendizagem geométrica é necessária ao desenvolvimento da criança, pois inúmeras situações escolares requerem percepção espacial, tanto em Matemática (algoritmos, medições, ...) como na leitura e escrita" (Barbosa, 2003, p. 5).

De acordo com Piaget (1993), desde o instante de seu nascimento, a criança integra-se a um ambiente e interage com ele ao criar relações geométricas. Inicialmente, essas relações são espontâneas e focam-se centralmente na própria criança; entretanto, à medida que se desenvolve, ocorre uma descentralização facilitada pela função simbólica, em particular, pela linguagem.

Em consonância com o que foi previamente mencionado, Ribeiro (2021) enfatiza que, desde cedo, o pensamento geométrico existe na criança e se desenvolve primeiramente pela visualização e observação do espaço que existe ao seu redor. Essas vivências precisam ser aprimoradas e desenvolvidas assim que a criança chega à escola. Com o intuito de alcançar esse propósito, a autora afirma ainda que é fundamental adotar abordagens que propiciem uma aprendizagem mais integrada, o que possibilitará ao aluno entender a relação entre Matemática e outras áreas do conhecimento, promovendo a conexão do aprendizado com sua vivência diária.

Nesse contexto, a Interdisciplinaridade se revela como um método propício para facilitar a percepção do aluno em relação à interconexão entre Matemática e outras áreas do conhecimento. De acordo com Bovo (2004), o surgimento da Interdisciplinaridade, no final do século XIX, decorreu da necessidade de enfrentar a fragmentação resultante da concepção positivista, que subdividiu as ciências, originando diversas disciplinas. Após décadas de convívio com o reducionismo científico, a concepção de Interdisciplinaridade surgiu com o intuito de restabelecer um diálogo entre as diversas áreas do conhecimento científico. O mesmo autor destaca ainda que:

> [...] a Interdisciplinaridade pretende garantir a construção de conhecimentos que rompam as fronteiras entre as disciplinas. A Interdisciplinaridade busca também envolvimento, compromisso e reciprocidade diante dos conhecimentos, ou seja, atitudes e condutas interdisciplinares (Bovo, 2004, p. 2).

Contudo, de acordo com Bovo (2004), para ser implementado um trabalho interdisciplinar pelos docentes, é necessário desenvolver uma metodologia que envolva a integração de conhecimentos. Essa abordagem implica na transição de uma concepção fragmentada para uma visão unitária do conhecimento, superando a dicotomia entre ensino e pesquisa. Considera-se essencial abordar o estudo e a pesquisa a partir das contribuições de diversas disciplinas, promovendo, assim, um processo de ensino-aprendizagem centrado na perspectiva de aprendizado ao longo da vida.

Neste contexto, a Geometria evidencia seu potencial facilitador no estabelecimento de conexões com diversas áreas do conhecimento, conforme destacado por Barbosa (2003):

> A Geometria é um excelente apoio às outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem idéias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental que a Geometria teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos (Barbosa, 2003, p. 5).

O autor ora mencionado ainda afirma que a Geometria configura-se como a conexão didático-pedagógica mais eficaz dentro do âmbito da Matemática, pois estabelece interligações tanto com a Aritmética quanto com a Álgebra, uma vez que os objetos e relações geométricos correspondem aos das outras áreas. Dessa maneira, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser esclarecidos por meio da Geometria, proporcionando uma verdadeira tradução para o aprendiz.

Essa visão de incorporação e de Interdisciplinaridade é fortalecida pela análise de Fonseca (2004), que ressalta a relevância da inclusão da Arte no contexto das aulas de Matemática. Nesse viés, a conexão entre a Geometria como instrumento pedagógico na Matemática e a inserção da Arte ressalta a importância de uma abordagem educacional integrada e abrangente. De acordo com Fonseca (2004):

> [...] a integração da Arte nas aulas de Matemática como disciplina torna-se uma força vital na vida dos estudantes, se conseguir ser essencial para o pensamento deles, e construir o caminho pelo qual possam expressar seus sentimentos, propiciando o impulso necessário para uma ação construtiva, dando oportunidade para que cada indivíduo se veja como ser aceitável em busca de novas e harmoniosas organizações, e aprender a confiar em seus próprios meios de expressão (Fonseca, 2004, p.2).

Segundo Zago e Flores (2010), a Arte pode representar o cenário no qual a Matemática encontra seu sentido, seu significado, possivelmente constituindo-se em um ambiente propício para o ensino dessa disciplina. Ao se envolver com a Arte ou utilizar uma obra artística no contexto educacional, surge uma contribuição interessante. Em outras palavras, os discentes têm a oportunidade de perceber a aplicação e desenvolvimento de conhecimentos matemáticos e geométricos essenciais na concepção e criação de obras de Arte em contextos específicos de tempo e cultura.

As autoras supracitadas salientam ainda que os conceitos geométricos, quando ensinados de forma muito distante de suas aplicações práticas, de maneira excessivamente teórica em sala de aula, podem impor restrições ao processo de aprendizado matemático. Além disso, essa abordagem pode dificultar a visualização de relações e formas geométricas. Uma alternativa viável é utilizar a Arte como meio de verificar e aplicar os conceitos matemáticos e geométricos, ou até mesmo como uma prática que estimula a criação de novas ideias e conceitos. Conforme as suas palavras:

> [...] a educação Matemática e a Arte se constituem num campo de pesquisa, bem como, de possibilidades de ensino de Matemática e Geometria a partir do momento em que passamos a olhar tanto os saberes matemáticos construídos historicamente, quanto às obras artísticas como produções humanas, culturais e históricas (Zago e Flores, 2010, p. 342).

Com base no exposto, pode-se inferir que ao integrar o ensino de Geometria e Arte, a experiência educacional se enriquecerá para os alunos, permitindo-lhes discernir a manifestação dos conceitos geométricos em seu cotidiano.

2.4 As Artes Matemáticas dos Mosaicos: Definições, História e Utilizações

As Artes da elaboração de mosaicos tem raízes muito antigas. Segundo Simonini (2017), ao longo da Antiguidade, diversas civilizações com culturas distintas utilizavam elementos decorativos baseados em figuras geométricas em suas construções arquitetônicas, expressões artísticas e até mesmo em utensílios domésticos.

De acordo com Sclovsky (2008), estas Artes originaram-se no oriente e não há consenso quanto à data exata em que surgiu. A autora ora mencionada relata que por volta de 3000 A.C., os Caldeus ergueram paredes de templos e santuários adornadas por um intrigante mosaico de cores vibrantes. Este mosaico consistia em centenas de milhares de cones de argila, cada um pintado na base com tons de preto, vermelho ou amarelo, criando um efeito singular e cativante.

Conforme a autora supracitada, as primeiras instâncias de mosaicos utilizados para pavimentar pisos foram descobertas em Pella, na Macedônia, remontando ao século VI A.C. Nessas composições, seixos rolados em tons de preto e branco foram empregados para criar padrões geométricos. Ao passar dos anos houve uma transição para o uso de pedras coloridas, coincidindo com as primeiras representações de figuras humanas e animais nos mosaicos. Essas formas de representação foram refinadas no final do século I A.C. com a introdução do corte de pedras em cubos, possibilitando maior detalhamento nas figuras.

Segundo Sclovsky (2008), após a conquista da Grécia pelos Romanos, estes absorveram a técnica dos mosaicos gregos e a refinaram. Com a expansão do Império Romano, os mosaicos foram disseminados globalmente, impulsionados por atividades comerciais e influências religiosas.

Ao longo do tempo, em cada cultura, o mosaico desempenhou um papel distinto com funções específicas. Em conformidade com a autora mencionada anteriormente, na Roma Antiga, por exemplo, era comum encontrar mosaicos na decoração de banheiros e residências de pessoas abastadas e influentes, especialmente em salas destinadas a receber e entreter visitantes. Por outro lado, os mosaicos bizantinos tinham um foco quase exclusivo em temas religiosos, sendo utilizados como ornamentação para enaltecer a glória de Deus e também para explicar e ilustrar passagens bíblicas.

De acordo com Simonini (2017), no Brasil, deparamo-nos com mosaicos em igrejas, residências, monumentos, espaços públicos e privados. Um exemplo utilizado pela autora previamente citada é o calçadão de Copacabana que apresenta um padrão de mosaico ondulado, que é considerada uma das calçadas mais vistas no mundo (Figura 6).

Figura 6 - Calçadão de Copacabana

Fonte: https://shre.ink/rZq3.

Um outro exemplo são as fachadas externas do Santuário de Nossa Senhora da Conceição Aparecida, localizado no Vale do Paraíba, no eixo Rio – São Paulo, que é considerado "[...] o maior Santuário mariano do mundo" (Moreno, 2009, p. 33). As fachadas possuem mosaicos de grandes dimensões que representam cenas bíblicas (Figura 7).

Figura 7 - Fachadas externas do Santuário de Aparecida

Fonte: https://shre.ink/rZqq.

Dada a variedade de definições de mosaicos presentes no contexto acadêmico, este estudo recorre a Dantas *et al.* (2013) como referência, o qual conceitua mosaicos como "[...] uma Arte decorativa, que se utiliza de variados tipos de materiais em suas aplicações, a técnica de transformar materiais em fragmentos e uni-los como um quebra cabeças é uma forma de Arte decorativa utilizada ao longo dos tempos" (Dantas *et al*., 2013, p. 6).

De acordo com o autor ora mencionado, os mosaicos, matematicamente, são definidos como pavimentações do plano. Conforme Santos (2006), na Matemática as pavimentações do plano por polígonos referem-se a cobrir uma área plana sem que haja espaços ou sobreposição entre os polígonos. Para a autora citada anteriormente, na prática não conseguimos pavimentar todo o plano devido à sua superfície infinita, o que torna a tarefa impossível. Segundo Santos (2006), pode-se afirmar então que um conjunto finito de polígonos pavimenta o plano parcialmente, ou que é uma pavimentação parcial do plano.

Sobre a utilização dos mosaicos no ensino de Geometria, Gandulfo *et al.* (2013) salienta que:

> O estudo e construções das pavimentações do plano, seus elementos, classificações e propriedades é tema importante na programação escolar pelo seu apelo dinâmico, lúdico e estético para o desenvolvimento de capacidades e habilidades no ensino aprendizagem da Geometria (Gandulfo *et al.,* 2013, p.8).

Conclui-se, a partir do que foi exposto, que a utilização dos mosaicos está presente em diversas culturas e que sua aplicação no ensino de Geometria tem potencial para permitir uma aprendizagem lúdica e interdisciplinar. Isso contribui para que os discentes percebam a presença da Matemática em outras áreas do conhecimento, como no caso desta pesquisa nas Artes.

2.5 A Contribuição dos Materiais Manipuláveis no Desenvolvimento do Pensamento Matemático

Nas antigas civilizações, os indivíduos demonstravam consistentemente a necessidade de contar e medir, utilizando diversos instrumentos para organizar suas rotinas. A respeito desse fato, Camacho (2012) enfatiza que a prática inicial de contar o número de ovelhas nos rebanhos envolvia incisões em ossos, paredes e pedaços de madeira, evoluindo para o uso de pedras e, posteriormente, para a amarração de nós em cordas.

De acordo com Camacho (2012), essa manipulação de objetos deu origem a regras, padrões e teorias, ampliando o conceito dos números e resultando em diversos materiais que são fundamentais para o estudo da Matemática. A mesma autora salienta ainda que, “[...] desde então, muitos materiais são desenvolvidos em torno desta ciência e, como tal, na educação são considerados recursos fundamentais para a compreensão e construção do conhecimento matemático” (Camacho, 2012, p. 24).

Para Camacho (2012), os materiais manipuláveis são exemplos de materiais que têm sido empregados ao longo do tempo na construção e na exploração de conceitos. São, assim, objetos que adquiriram uma variedade de significados, e muitos são os profissionais da educação que descrevem suas características, defendendo firmemente sua utilização.

Em razão das várias interpretações sobre o material manipulável, a definição adotada nesta pesquisa está em sintonia com a perspectiva de Lorenzato (2006), que também os designa como Material Didático (MD). Conforme expresso pelo autor citado anteriormente, o material didático é “Qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros” (Lorenzato, 2006, p. 18).

Para Lorenzato (2006), os materiais manipuláveis constituem uma variação do material didático, que se diferenciam em estático ou dinâmico. A definição de cada um, bem como exemplos, utilizados pelo autor, estão no quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - Diferenças entre material manipulável estático e dinâmico

Material manipulável (tipo)	Definição e exemplo
Estático	Refere-se a objetos concretos cuja estrutura física não pode ser alterada por meio da manipulação. Ao empregar esse tipo de material, o aprendiz pode explorar e observar o objeto, identificando suas propriedades. Os sólidos geométricos construídos em madeira ou cartolina são exemplos de materiais manipuláveis estáticos. Contudo, existem materiais que permitem uma participação mais ativa do aluno como por exemplo o ábaco, o material montessoriano, os jogos de tabuleiro entre outros.
Dinâmico	Refere-se a objetos concretos que possibilitam a transformação de sua estrutura física. O autor utiliza como exemplo a estrela construída por 18 palitos ou cotonetes iguais unidos por borrachas, permitindo diferentes dobras. A sua utilização possibilita a exploração de conceitos como simetria, rotação, reflexão, triângulo, hexágono, tetraedro, isometria ótica, e diversos outros assuntos.

Fonte: Elaboração própria.

Dessa forma, compreende-se que os materiais manipuláveis, tanto estáticos como dinâmicos, são objetos concretos que podem ser manuseados, tendo como objetivo auxiliar no ensino e aprendizado dos conceitos matemáticos. A respeito da utilização desses materiais, o Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais, (Brasil, 2001) evidencia que:

> Materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular das que visam promover actividades [sic] de investigação e a comunicação Matemática entre os alunos (Brasil, 2001, p. 71).

No que diz respeito à importância dos materiais manipuláveis, Lorenzato (2010) destaca que o concreto é essencial para a fase inicial de aprendizagem, embora por si só não seja adequado para atingir a abstração Matemática. Assim, o autor enfatiza que mesmo as ações concretas e experienciadas não são o bastante para promover o desenvolvimento do pensamento abstrato matemático, salientando que para “se alcançar a abstração é preciso começar pelo concreto” além disso, ele enfatiza que “[...] este é o caminho para a formação de conceitos” (Lorenzato, 2010, p. 20).

Em vista disso, torna-se evidente que a utilização de materiais didáticos manipuláveis para abordar conceitos matemáticos não assegura automaticamente uma aprendizagem desses conceitos. A respeito desse fato, Facchi (2022) evidencia que a eficácia desses materiais está intrinsecamente ligada à abordagem adotada pelo professor. O autor também destaca que é essencial compreender que, quando empregados de maneira apropriada, esses materiais estimulam o aluno a construir o conhecimento matemático.

Lorenzato (2006) corrobora com o que foi mencionado ao afirmar que é importante lembrarmos constantemente que a simples execução de atividades manipulativas ou visuais não assegura o processo de aprendizagem. O mesmo autor salienta ainda que, para uma aprendizagem eficaz, é essencial a participação ativa do aluno em atividades mentais. Nesse sentido, o MD pode desempenhar um papel significativo como um facilitador para que o aluno construa seu conhecimento matemático.

Considerando o que foi exposto, acredita-se que a questão central relacionada à aplicação desses materiais na educação Matemática está associada à maneira pela qual os professores os utilizam. No tocante a isso, Nacarato (2004-2005) aponta que a utilização inadequada ou pouco exploratória de qualquer material manipulável terá um impacto mínimo ou nenhum na aprendizagem Matemática. Para o autor ora mencionado, a ênfase não reside na utilização desses materiais, mas sim na forma como são empregados.

Entretanto, é importante destacar que quando utilizados adequadamente, os materiais manipuláveis se transformam em uma ferramenta valiosa no processo de ensino de Matemática. Em virtude desse fato, Rêgo e Rêgo (2012) afirmam que a utilização desse tipo de material pode tornar o processo de ensino-aprendizagem de Matemática mais atrativo, minimizando o receio frequentemente associado a ela e despertando o interesse dos estudantes.

Corroborando com o que foi explicitado acima, para Camacho (2012), a aplicação dos materiais manipuláveis também é importante devido à capacidade de despertar o interesse dos alunos pelo conteúdo a ser estudado. Para a autora, esses tipos de materiais contribuem para a compreensão e organização dos conceitos e das ideias Matemáticas, uma vez que envolvem o aluno de forma ativa no processo de aprendizagem. A autora enfatiza, também, que esses materiais auxiliam tanto no esforço do aluno quanto no do professor, promovendo o ritmo da aprendizagem e ampliando a motivação e o interesse do aluno.

Para a autora mencionada anteriormente, ao manusear o material manipulável, o aluno o emprega da seguinte maneira:

> [...] em primeiro lugar, começa por fazer previsões e coloca questões, relacionando o objeto em estudo com as suas vivências. Em seguida, passa à ação, comparando os resultados com as previsões e, por fim, tira conclusões e aceita sugestões, formulando estratégias cada vez mais sofisticadas, recorrendo a várias representações (Camacho, 2012, p. 1).

Do ponto de vista de sua utilização pelo professor, segundo Gomes (2016), o emprego de materiais manipuláveis pode envolver três tipos de ações, sendo a primeira caracterizada como ação motivadora, a segunda como ação auxiliadora e a terceira como ação fixadora. Nesse contexto:

> [...] ação motivadora – pois podem despertar o desejo no aluno de gostar de Matemática através do manuseio dos objetos; ii) ação auxiliadora– na busca de facilitar o entendimento sobre os conteúdos abordado, o uso pode fazer com que as explicações se tornem mais fácil; iii) ação fixadora – no momento em que os alunos estão em constante contato com os Objetos, podem através da prática, fixar o estudo de conteúdos já trabalhados ou que estão sendo propostos no momento (Gomes, 2016, p. 6).

Camacho (2012) destaca que, além das vantagens previamente mencionadas pelo uso de materiais manipuláveis, é fundamental ressaltar que eles facilitam uma articulação mais abrangente e estabelecem vínculos entre os processos de aprendizado, servindo como base para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático. A autora afirma que essa condição se deve ao fato de que esses materiais permitem, entre outros aspectos, que os alunos adquiram conhecimento por meio da combinação e associação de conceitos, ao enfrentarem novas situações e experimentarem por meio de tentativa e erro.

Fica claro, com base no que foi apresentado, que a utilização de materiais manipuláveis não é uma tarefa simples, mas quando empregados de maneira correta, têm o potencial de impactar de forma favorável no processo de aprendizado dos discentes. Assim, este embasamento teórico destaca-se como crucial devido à utilização de materiais manipuláveis ao longo das fases desta pesquisa.

2.6 Trabalhos Relacionados

No dia 12 de janeiro de 2023, foram realizadas duas pesquisas no site *Google* Acadêmico com o objetivo de encontrar trabalhos que se relacionem com o tema deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

Para a primeira busca, foram utilizadas as seguintes palavras-chaves: “Interdisciplinaridade” e “Artes” e “Matemática”. Foram retornados um total de 41.100 trabalhos. A fim de refinar a pesquisa e limitar os trabalhos que possuíssem maiores relações com o tema desta pesquisa, foi aplicado um filtro que busca encontrar trabalhos do ano de 2023 e, a partir do filtro utilizado, obteve-se 25 trabalhos relacionados. Com base nas leituras dos títulos e, também, dos resumos foi selecionado o trabalho que tem como título: “A Interdisciplinaridade entre Matemática e Artes: uma proposta de intervenção pedagógica no ensino fundamental”.

Na segunda busca, realizada no mesmo dia e na mesma plataforma, utilizou-se as seguintes palavras-chaves: “Mosaico” e “Quadriláteros”. Foram retornados 86 trabalhos. Aplicando o filtro: períodos específicos 2019-2020, com objetivo de delimitar o número de trabalhos relacionados, foram retornados 57 trabalhos. A partir das leituras dos títulos e resumos foi selecionado o trabalho que tem como título: “Estudo de triângulos e quadriláteros na construção de mosaicos geométricos sob a perspectiva da teoria de van Hiele”.

No dia 13 de janeiro de 2023, foi realizada uma pesquisa no site catálogo de tese e dissertações do Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), utilizando as seguintes palavras-chaves: “Artes” e “Mosaico” e “Simetrias”, obteve-se 95.950 trabalhos. Com o intuito de delimitar o número de trabalhos, aplicou-se o filtro que especifica a área de conhecimento (Matemática). Obteve-se 65 trabalhos retornados e com base na leitura dos títulos e resumos, foi escolhida a seguinte dissertação de mestrado: “Mosaicos geométricos: estudo de ângulos e simetrias”.

Na busca pelos trabalhos relacionados foram priorizados trabalhos acadêmicos mais aprofundados, como de conclusão de curso e teses de dissertações de mestrado. Isso porque esses tipos de trabalhos são produzidos por pesquisadores que possuem maior conhecimento e experiência na área de estudo.

A seguir serão apresentados os trabalhos selecionados.

2.6.1 A Interdisciplinaridade entre Matemática e Artes: uma proposta de intervenção pedagógica no ensino fundamental

Este trabalho relacionado que tem como título “A Interdisciplinaridade entre Matemática e Artes: uma proposta de intervenção pedagógica no ensino fundamental”, trata-se de um trabalho de conclusão de curso, apresentado no curso superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB).

O trabalho teve como objetivo avaliar como a Matemática e a Arte, através de uma abordagem interdisciplinar, podem favorecer o ensino e a aprendizagem da Matemática em uma turma do Protar do ensino fundamental II de uma escola pública. O Protar é um programa da Prefeitura de Campina Grande que se assemelha a modalidade de ensino de Educação de Jovens e Adultos (EJA), isto é, o Protar é um programa de correção de fluxo, destinado ao público que não completou, abandonou ou não teve acesso à educação formal na idade apropriada. O programa possui dois níveis, o protar 1, que se refere às turmas do 6º e 7º anos do ensino fundamental e o protar 2, que são as turmas do 8º e 9º anos. A pesquisa foi realizada nas turmas do protar 2. A principal meta da pesquisa foi produzir atividades que relacionassem a Geometria com a Arte, mais precisamente fazendo uso de pinturas.

Como metodologia, foi adotada uma abordagem qualitativa, do tipo pesquisa-ação, fundamentada em compreender o que é a Interdisciplinaridade e a relação entre Matemática e Artes. Como instrumento de coleta de dados, foi utilizado um questionário semi estruturado, juntamente com a aplicação de atividades que relacionam a Matemática, mais precisamente a Geometria, e a Arte.

O autor destaca que a Interdisciplinaridade facilita a aprendizagem, quebrando, assim, as fronteiras existentes entre a Matemática e a Arte. Este fato permitiu estabelecer um relacionamento positivo dos alunos com a Matemática, favorecendo a aprendizagem. A maioria dos alunos participaram das atividades e fizeram questionamentos durante a aplicação, mostrando assim uma visão mais crítica e contextualizada da Matemática.

O autor afirma ainda que, por meio das atividades propostas na pesquisa, foi possível perceber que ao realizar uma abordagem contextualizada entre Matemática e Arte, essas ciências contribuíram para maior compreensão e participação em sala de aula.

Este trabalho se assemelha com esta pesquisa, pois o autor utilizou a Interdisciplinaridade entre Matemática e Arte e em suas atividades abordou a utilização dos quadriláteros nas obras de Lygia Clark e Mondrian.

Como diferença, o autor não utiliza e também não comenta sobre a utilização dos mosaicos nas obras de Artes.

2.6.2 Estudo de triângulos e quadriláteros na construção de mosaicos geométricos sob a perspectiva da teoria de van Hiele

Este trabalho relacionado que tem como título “Estudo de triângulos e quadriláteros na construção de mosaicos geométricos sob a perspectiva da teoria de van hiele”, trata-se de uma dissertação de mestrado, apresentada ao programa de Pós-graduação em Matemática em rede nacional (PROFMAT), da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

O trabalho relata uma experiência realizada em uma escola pública do Município do Rio de Janeiro, em duas turmas do sétimo ano do Ensino Fundamental em 2019, chamadas pelo autor de turmas A e B. Nestas, foram trabalhados os conteúdos de Geometria, triângulos e quadriláteros, sua classificação, características principais e soma dos ângulos internos. Em uma das turmas, o estudo foi feito de forma tradicional, com conceitos, figuras e definições (turma B). Na turma A, utilizou-se a manipulação das figuras e construção de mosaicos geométricos por meio de material concreto, sendo aplicada a teoria de Van Hiele. O objetivo era comparar as duas abordagens e verificar o interesse, desempenho e aproveitamento das turmas.

Como metodologia, foi adotado o estudo de campo, através do olhar pedagógico qualitativo e quantitativo. O autor destaca que os objetivos da pesquisa foram alcançados, pois ficaram evidenciadas as diferenças de interesse e aproveitamento das turmas trabalhadas. Para o autor, a aplicação da Teoria de Van Hiele foi satisfatória, pois a turma evoluiu bem dentro dos níveis. Isto fez com que a visão da Matemática que alguns possuíam fosse, aos poucos, se extinguindo e, com isso, se deu a estimulação da curiosidade por parte dos alunos, acreditando assim que os objetivos da pesquisa foram cumpridos.

Este trabalho se assemelha com esta pesquisa, pois o autor utilizou os quadriláteros notáveis na construção dos mosaicos e, também, explicou para a turma as suas classificações.

Como diferença, o autor utiliza a teoria de van Hiele em uma das turmas e faz um comparativo entre as turmas A e B. Além dos quadriláteros, é utilizado também os triângulos na construção dos mosaicos.

2.6.3 Mosaicos geométricos: estudo de ângulos e simetrias

Este trabalho relacionado que tem como título **“**Mosaicos geométricos: estudo de ângulos e simetrias”, trata-se de uma dissertação de mestrado, apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro.

O trabalho tem por objetivo relatar a experiência realizada com alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental sobre o estudo de ângulos e os tipos de simetria (reflexão, rotação e translação). Durante as aulas, os alunos por meio de atividades lúdicas como tangram, e utilizando-se de materiais concretos acessíveis, puderam construir e formalizar os conceitos matemáticos. Outras atividades baseadas em algumas obras de Escher foram também inseridas. A pesquisa foi realizada na Escola Municipal Getúlio Vargas, na localidade de Tocos, décimo sétimo distrito de Campos dos Goytacazes.

Como metodologia, a pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa. O estudo foi desenvolvido através do contato direto da pesquisadora com o ambiente físico e social dos alunos por meio do trabalho intensivo de campo.

A autora destaca que os alunos possuíam falta de conhecimentos básicos para a realização de algumas atividades que foram propostas, nas quais era necessária a utilização do transferidor e da régua. O trabalho acabou exigindo mais tempo do que o previsto. Como destaque positivo, notou-se um avanço significativo em relação à linguagem dos alunos na classificação dos polígonos. As atividades lúdicas de rotação e as atividades de Escher, apesar de terem exigido mais de uma aula, foram realizadas cuidadosamente. Por receio de errar, muitos ficaram inseguros no início, porém, ao longo da tarefa, conquistaram mais confiança.

Nas atividades de simetria de translação, por serem mais fáceis de executar, os alunos conseguiram criar desenhos bem diferentes, obtendo um efeito bastante criativo na elaboração dos moldes. Para a autora, os resultados alcançados com a aplicação das atividades, foram satisfatórios.

Este trabalho se assemelha com esta pesquisa pois foram utilizados os mosaicos geométricos para a execução das atividades.

Como diferença, o foco do trabalho foi abordar as simetrias de reflexão, rotação e translação na oitava série do ensino fundamental.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 Caracterização da pesquisa

A fim de traçar os procedimentos metodológicos que serão adotados nesta pesquisa, evidencia-se, novamente, o objetivo deste trabalho: Investigar as contribuições, para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos relativos aos quadriláteros notáveis, de uma proposta interdisciplinar com Arte que utilize mosaicos.

O presente trabalho tem caráter qualitativo, do tipo intervenção pedagógica. Conforme afirmam Gerhardt e Silveira (2009), a pesquisa qualitativa tem, por finalidade, um cuidado, com o aprofundamento, em relação a compreensão de um determinado grupo, buscando explicar o porquê das coisas. Este tipo de pesquisa, "[...] preocupa-se, portanto, com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais" (Silveira; Córdova, 2009, p. 34).

A pesquisa reportada neste trabalho apoia-se nesta metodologia, pois busca se aprofundar nas contribuições da Interdisciplinaridade entre a Arte e a Matemática para o estudo de quadriláteros notáveis. Desta forma, não será levado em consideração o valor quantitativo e sim o qualitativo dos dados obtidos.

O modelo escolhido para esta pesquisa é do tipo intervenção pedagógica. Para Damiani *et al.* (2013), as pesquisas do tipo intervenção pedagógica são aplicadas com o objetivo de contribuir para a solução de problemas práticos. Em suas palavras, as pesquisas do tipo intervenção pedagógica são:

> [...] investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências (Damiani *et al*., 2013, p. 58).

Os autores supracitados esclarecem ainda que, as pesquisas do tipo intervenção pedagógica devem ser elaboradas de forma detalhada, por meio de relatórios que contenham as características investigativas e o rigor da pesquisa, para que não sejam confundidas com relatos de experiências pedagógicas.

Este trabalho caracteriza-se por intervenção pedagógica, pois o seu objetivo é buscar inovações de modo a contribuir com a aprendizagem do conteúdo de quadriláteros notáveis, por meio da interdisciplinaridade entre a Matemática e a Arte. Possibilitando aos discentes um novo olhar para o conteúdo e, também, para que percebam a relação dessa disciplina com outras áreas de conhecimento.

Como instrumento de coleta de dados, serão adotados o diário de campo e a entrevista aberta. De acordo com Araújo *et al*. (2013), o diário de campo é utilizado para retratar os procedimentos de análise do material empírico, as reflexões dos pesquisadores e as decisões na condução da pesquisa, sendo empregado como modo de apresentação, descrição e ordenação das vivências e narrativas dos sujeitos do estudo, evidenciando, assim, os acontecimentos em pesquisa do delineamento inicial de cada estudo ao seu término. Ele será alimentado ao longo da aplicação da sequência didática, com foco na reação dos alunos à apresentação dos materiais elaborados, bem como no interesse por eles demonstrado.

Já no que diz respeito à entrevista aberta, Boni e Quaresma (2010) afirmam que a técnica de entrevistas abertas é amplamente utilizada para explorar questões e detalhar conceitos relacionados, além de permitir que o entrevistado discorra livremente sobre o tema sugerido após sua introdução pelo entrevistador. Nesta pesquisa, a entrevista será realizada ao final da aplicação da sequência didática, contemplando todos os alunos participantes. As perguntas elaboradas buscam averiguar como a aplicação da sequência didática proposta impactou seus conhecimentos sobre quadriláteros notáveis e suas classificações, bem como sua percepção das relações existentes entre Matemática e Arte.

Esta pesquisa tem, como público alvo, alunos do sexto ano do ensino fundamental e está dividida nas seguintes etapas: i) definição do tema; ii) revisão de literatura; iii) elaboração da sequência didática; iv) aplicação do teste exploratório; v) análise das sugestões do teste e correções; vi) aplicação em sala de aula; vii) análise dos resultados; viii) finalização da monografia.

3.2 Elaboração da sequência didática

O processo de elaboração do material que será utilizado durante a aplicação da sequência didática foi iniciado em junho de 2023. A aplicação da sequência didática será dividida em duas etapas. Cada uma corresponderá a um encontro de duas horas aula. As etapas, bem como as atividades propostas em cada uma e seus objetivos estão representadas no quadro 2 e serão detalhadas em seguida.

Quadro 2 - Materiais e objetivos da primeira e segunda etapa

Etapas	Materiais	Objetivos
1ª. Etapa: Revisão do conteúdo de quadriláteros notáveis e introdução à relação entre Matemática e Artes.	• Apostila 1; • Figuras dos quadriláteros produzidas em material de borracha Etil, Vinil e Acetato (E.V.A) para serem utilizadas pelo pesquisador; • Quadro confeccionado, feito com placas de isopor, para dispor as figuras dos quadriláteros em E.V.A.; • Nome dos quadriláteros notáveis impressos em folha de papel cartão; • Apresentação de slides 1, elaborado no aplicativo Canva; • Lista 1 (Exercícios); • Material manipulável 1 (Quadriláteros recortados em papel cartão para a realização da questão 1, referente à Lista 1); • Régua.	Essa etapa tem como objetivo principal a revisão do conteúdo de quadriláteros notáveis. Os materiais foram cuidadosamente selecionados para auxiliar no processo de aprendizagem, oferecendo uma abordagem prática e interativa. A apostila contém informações teóricas fundamentais, enquanto as figuras dos quadriláteros em E.V.A. proporcionam uma representação visualmente atraente. As figuras serão dispostas no quadro, feito com placas de isopor. Adicionalmente, durante a explicação dos conteúdos, os nomes dos quadriláteros serão colocados abaixo de cada figura. Os slides fornecem uma apresentação dinâmica do conteúdo, enquanto a lista 1 de exercícios oferece a oportunidade de aplicar os conhecimentos adquiridos. Além disso, o material manipulável, com quadriláteros recortados em folhas de papel cartão, permite que os alunos realizem a questão 1 de forma prática e interativa, consolidando ainda mais o entendimento dos conceitos relativos aos quadriláteros notáveis. A utilização da régua é fundamental para que os discentes possam medir os lados dos quadriláteros e verificar o tamanho aproximado de cada lado.
2ª. Etapa: Aplicação dos temas principais (Matemática e Artes).	• Atividade para retomada do conteúdo; • Apresentação em slides 2, elaborado no aplicativo Canva; • Réplica do quadro mosaico “Planos em Superfície Modulada N.º 2” da artista Lygia Clark; • Lista 2 (Exercícios); • Material manipulável 2 (Quadriláteros recortados em papel cartão que correspondem aos mesmos presentes no	Nesta etapa, o objetivo é destacar as relações entre a Matemática e as Artes por meio de mosaicos feitos com quadriláteros. A atividade de revisão tem como propósito relembrar os conceitos abordados no primeiro encontro. A apresentação em slides fornecerá um breve resumo da história da renomada artista brasileira Lygia Clark, com ênfase especial em sua obra intitulada "Planos em Superfície Modulada N.º 2". Ao longo de toda a aula, os alunos direcionarão sua atenção para a observação dessa obra. A réplica do quadro desempenhará um papel crucial, permitindo que os alunos explorem detalhadamente a obra. Na lista 2 de exercícios, serão

	quadro Planos em Superfície Modulada N.º2); ● Cola; ● Régua; ● Atividade lúdica envolvendo os conceitos estudados.	apresentadas perguntas que exigirão respostas baseadas na observação do quadro. Os quadriláteros recortados em folhas de papel cartão, serão utilizados para responder a algumas das questões, e a cola também será utilizada durante o processo de manipulação desse material. Além disso, os alunos receberão a régua para que possam medir os lados dos quadriláteros que irão receber. Ao término da aula, os alunos farão uma atividade que versará sobre os conceitos abordados em aula, com o propósito de estimular a expressão de sua criatividade. Dessa forma, esta etapa da aula terá como objetivo proporcionar uma abordagem prática e envolvente para a compreensão dos conceitos matemáticos e artísticos, destacando as incríveis interseções entre essas duas áreas de conhecimento.

Fonte: Elaboração própria.

3.2.1. Primeira etapa: Revisão do conteúdo de quadriláteros notáveis e introdução à relação entre Matemática e Artes.

3.2.1.1 Descrição

No primeiro encontro, será aplicada a primeira etapa, que tem como objetivo a revisão de conceitos relativos aos quadriláteros notáveis. Para isso, será entregue aos discentes uma apostila na qual constam as definições acerca do conteúdo (Apostila 1 - Apêndice A). A explicação das definições ocorrerá com o auxílio das figuras dos quadriláteros, produzidas em E.V.A., que serão dispostas em um quadro confeccionado com placas de isopor. Além disso, o nome atribuído a cada quadrilátero notável será colocado abaixo de cada figura durante a explicação, a fim de tornar mais dinâmica a compreensão do conteúdo.

A aula contará, também, com uma apresentação em slides que terá exemplos de quadriláteros encontrados no cotidiano, destacando especialmente sua presença nas obras de Artes por meio dos mosaicos (Apresentação em slides 1 - Apêndice A).

Ao fim da apresentação, os discentes irão receber uma folha (Lista 1 - Apêndice A) que apresentará três questões que envolvem o conteúdo estudado, juntamente com a régua e o material manipulável que será necessário para realização da questão 1 (Material manipulável 1 - Apêndice A). A aula será concluída após a realização das três questões da Lista 1.

Os conceitos apresentados na Apostila 1 foram extraídos de quatro importantes livros: “Teláris Matemática 6º. ano ensino fundamental, anos finais” (Autor: Luiz Roberto Dante), “Fundamentos da Matemática Elementar - Geometria plana (Vol 9)” (Autores: José Nicolau Pompeo e Osvaldo Dolce) “Matemática essencial 6º. ano: ensino fundamental anos finais” (Autores: Patricia Moreno Pataro e Rodrigo Balestri), “A conquista da Matemática” (Autores: José Ruy Giovanni e Benedito Castrucci). Tais coleções foram escolhidas pelo fato de seus autores serem considerados referências em livros didáticos de Matemática. Já as figuras dos quadriláteros presentes na apostila, bem como os que serão utilizados como material manipulável, foram elaboradas utilizando o software *Geogebra*, garantindo uma representação visual precisa. As questões propostas na Lista 1 são de autoria própria.

3.2.1.2. Dinâmica

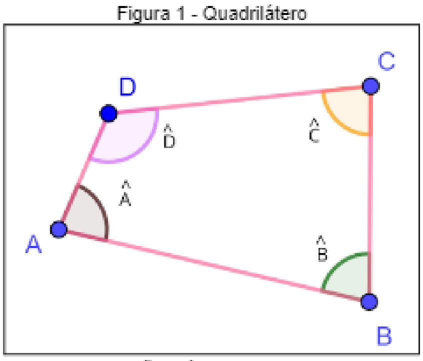
No início da aula, será entregue a apostila, e em seguida, será realizada a leitura da mesma juntamente com os discentes. Antes de adentrar o conteúdo de quadriláteros notáveis, é necessário um entendimento inicial do que é um quadrilátero e quais são seus principais elementos. Dessa forma, a apostila 1 apresenta a seguinte definição de quadriláteros (Figura 8).

Figura 8 - Definição de quadriláteros

O que são quadriláteros?

Quadriláteros são polígonos de 4 lados e, consequentemente, de 4 vértices e 4 ângulos internos.

Figura 1 - Quadrilátero



Fonte: Elaboração própria

Fonte: Elaboração própria.

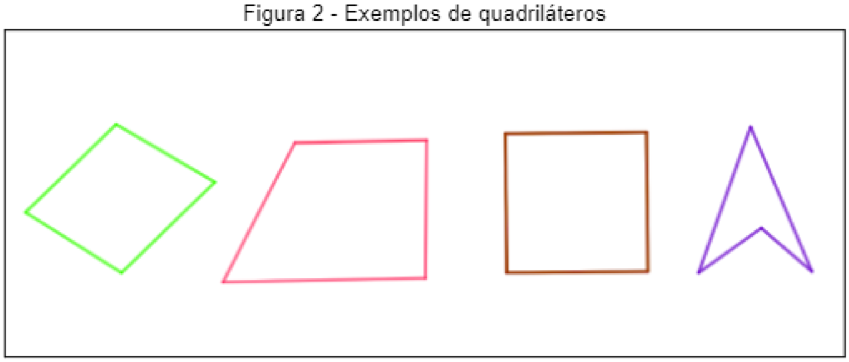
Após a leitura da definição, serão apresentados os principais elementos de um quadrilátero: lados, vértices, e ângulos internos. Para evidenciar tais elementos, será tomado como base o próprio quadrilátero que consta na figura anterior.

Para uma melhor compreensão do que é um quadrilátero, serão apresentados outros exemplos (Figura 9).

Figura 9 - Exemplos de quadriláteros

Todas estas figuras abaixo também são exemplos de quadriláteros.

Figura 2 - Exemplos de quadriláteros

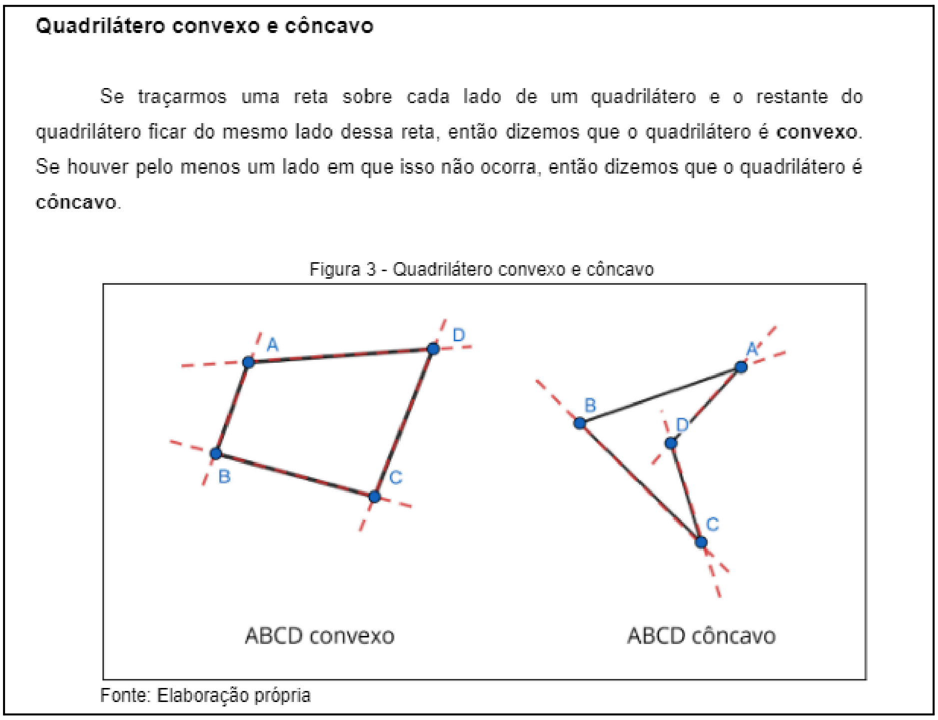


Fonte: Elaboração própria

Fonte: Elaboração própria.

Na sequência, será definido o que é quadrilátero convexo e côncavo. Essas definições são relevantes, uma vez que a apostila adota o critério de que os quadriláteros notáveis sejam, por definição, convexo. A apostila disponibiliza a seguinte definição para esclarecer os conceitos de quadrilátero convexo e côncavo (Figura 10).

Figura 10 - Quadrilátero convexo e côncavo



Quadrilátero convexo e côncavo

Se traçarmos uma reta sobre cada lado de um quadrilátero e o restante do quadrilátero ficar do mesmo lado dessa reta, então dizemos que o quadrilátero é **convexo**. Se houver pelo menos um lado em que isso não ocorra, então dizemos que o quadrilátero é **côncavo**.

Figura 3 - Quadrilátero convexo e côncavo

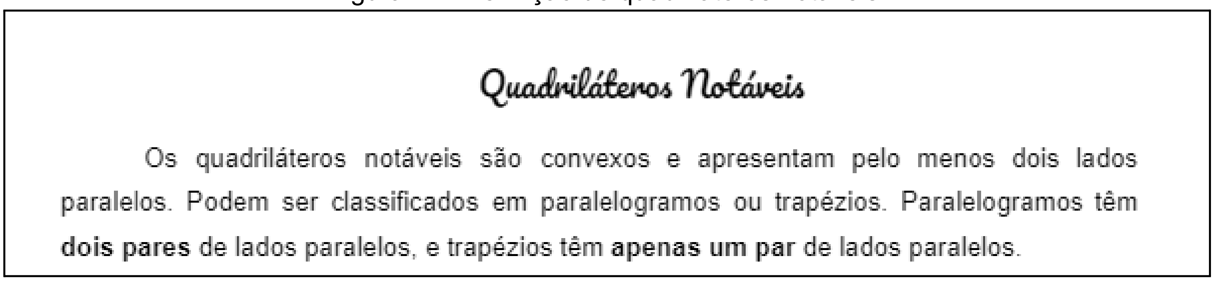
Fonte: Elaboração própria

Fonte: Elaboração própria.

Para esclarecer os conceitos de quadrilátero convexo e côncavo, serão empregadas figuras de quadriláteros em E.V.A. semelhantes aos da apostila, na lousa, além do uso de barbante para representar as retas mencionadas na definição. Isso visa proporcionar uma compreensão mais clara desses conceitos aos alunos.

Após, será definido o que são os quadriláteros notáveis. A definição utilizada será a seguinte, conforme mostra a (Figura 11).

Figura 11 - Definição de quadriláteros notáveis



Quadriláteros Notáveis

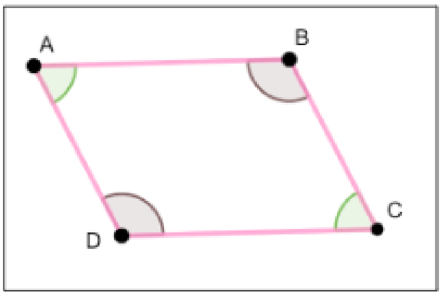
Os quadriláteros notáveis são convexos e apresentam pelo menos dois lados paralelos. Podem ser classificados em paralelogramos ou trapézios. Paralelogramos têm **dois pares** de lados paralelos, e trapézios têm **apenas um par** de lados paralelos.

Fonte: Elaboração própria.

Após a leitura da definição de quadriláteros notáveis, os discentes irão acompanhar nos quadros confeccionados e feitos com placas de isopor, com o auxílio das figuras que foram elaboradas em E.V.A., as explicações a respeito do paralelogramo e trapézio e quais são as suas classificações. A apostila apresenta as seguintes definições de paralelogramo e trapézio (Figuras 12 e 13).

Figura 12 - Definição de paralelogramo

- **Paralelogramo**



Quadrilátero que tem dois pares de lados paralelos.

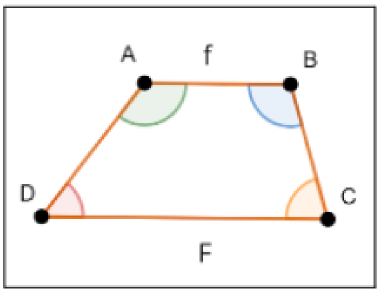
$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ e $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

Nesse caso, os ângulos internos opostos têm medidas iguais e os lados opostos têm a mesma medida de comprimento, ou seja: $\overline{AB} = \overline{DC}$ e $\overline{AD} = \overline{BC}$.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 13 - Definição de trapézio

- **Trapézio**



Diferente dos paralelogramos, o trapézio é um quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

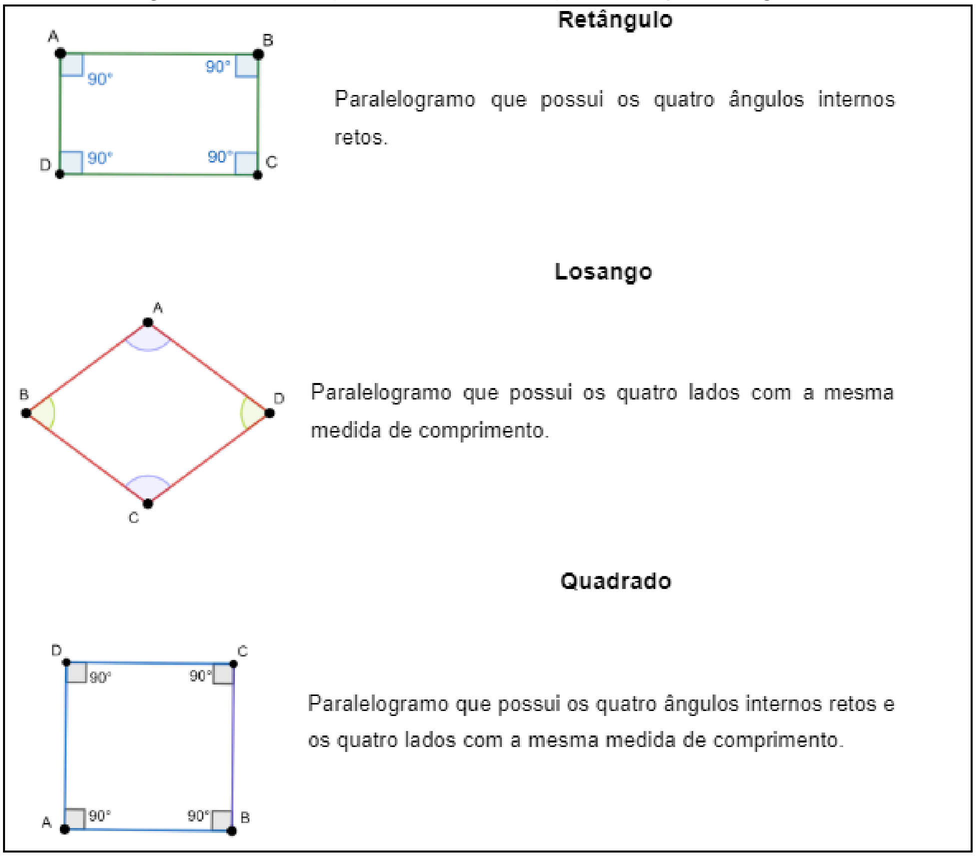
Os lados paralelos do trapézio são conhecidos como base maior (F) e base menor (f). Já os lados não paralelos são chamados de oblíquos ($\overline{AD}$ e $\overline{BC}$).

Fonte:Elaboração própria.

Após serem explicadas as definições do paralelogramo e trapézio, será prosseguida a explicação das classificações que compreendem esses quadriláteros. Esse processo ocorrerá, novamente, com o auxílio das figuras em E.V.A., o que facilitará a compreensão visual dos conceitos. Além disso, para tornar a aprendizagem mais dinâmica, os nomes correspondentes a cada uma dessas classificações, serão dispostos no quadro assim que concluirmos a definição de cada um desses quadriláteros.

Os primeiros quadriláteros notáveis a serem definidos serão os paralelogramos, que têm como subconjuntos os retângulos, os losangos e a interseção destes, os quadrados (Figura 14).

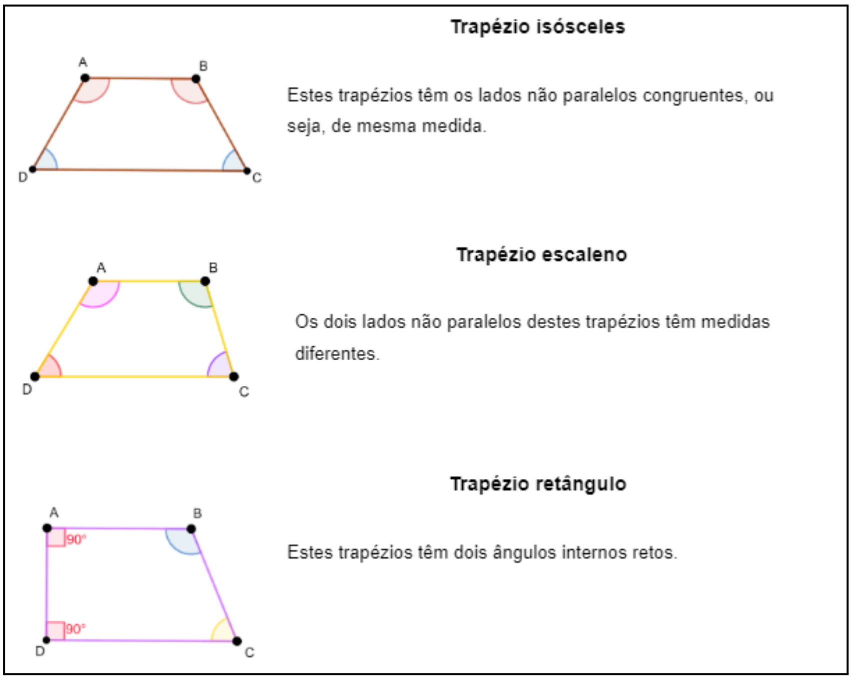
Figura 14 - Definições das classificações dos paralelogramos



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, serão abordados as definições dos trapézios, que se classificam como: isósceles, escaleno e retângulo (Figura 15).

Figura 15 - Definições das classificações dos trapézios



Fonte: Elaboração própria.

Após essa etapa, os alunos acompanharão uma apresentação em slides que explorará a presença dos quadriláteros no cotidiano, destacando, de forma especial, sua presença nas Artes por meio de mosaicos. A apresentação possui o seguinte título: “A presença dos quadriláteros no cotidiano e nas Artes.”

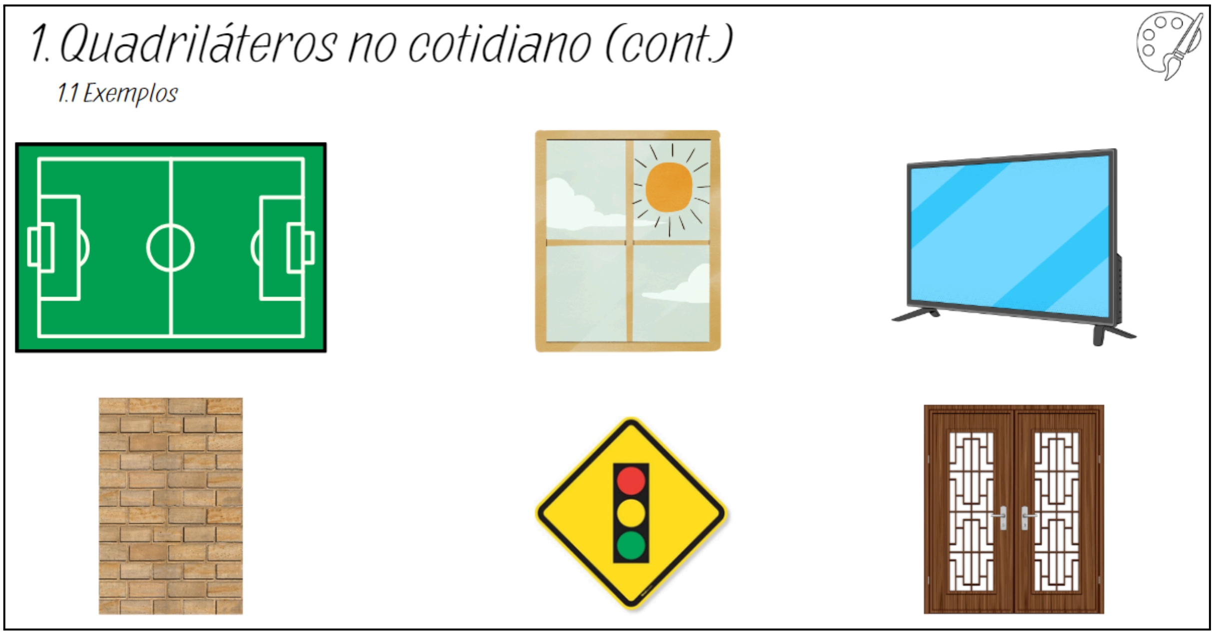
No início da apresentação, será proposto aos discentes que compartilhem com a turma as diversas situações em que podemos identificar quadriláteros em nosso cotidiano (Figura 16). Esse momento promoverá uma valiosa troca de ideias entre os próprios alunos, enriquecendo a compreensão e o conhecimento coletivo sobre o tema.

Figura 16 - Quadriláteros no cotidiano

Fonte: Elaboração própria.

Prosseguindo com a apresentação, após o momento em que os alunos compartilharem suas opiniões, serão apresentados exemplos de onde podemos identificar quadriláteros em nosso cotidiano (Figura 17).

Figura 17 - Exemplos de quadriláteros



Fonte: Elaboração própria.

Logo após, serão apresentados aos alunos não apenas os exemplos que eles compartilharam anteriormente, mas também a presença dos quadriláteros em obras de artistas famosos por meio de mosaicos. Antes de exibir as imagens dessas obras, será feita uma explicação sobre o que são mosaicos, além de apresentar exemplos de onde podemos encontrá-los (Figuras 18 e 19).

Figura 18 - Definição de mosaicos

Fonte: Elaboração própria.

Figura 19 - Exemplos de mosaicos

Fonte: Elaboração própria.

Depois da explicação e exibição dos exemplos de mosaicos, serão apresentadas as imagens de quadros de três artistas renomados que incorporaram quadriláteros em algumas de suas obras. Será um momento de interação com toda a turma, pois os alunos serão convidados a identificar os quadriláteros presentes em cada uma das obras que estão sendo apresentadas. As imagens das obras são as seguintes: "Composição em vermelho, amarelo e azul" do artista Piet Mondrian, "Fuga e contraponto para 16 vozes" do artista Gonçalo Ivo e "Planos em superfície modulada N.º 2" da artista Lygia Clark. Após essa etapa, será encerrada a apresentação em slides (Figura 20).

Figura 20 - Exemplos de quadros mosaicos pintados por artistas renomados

Fonte: Elaboração própria.

Após a finalização da apresentação de slides, os alunos receberão a lista 1 de exercícios, bem como o material manipulável, régua e a folha contendo um diagrama (Apêndice A) que será utilizado para a resolução da questão 1 (Figura 21).

Figura 21 - Questão 1

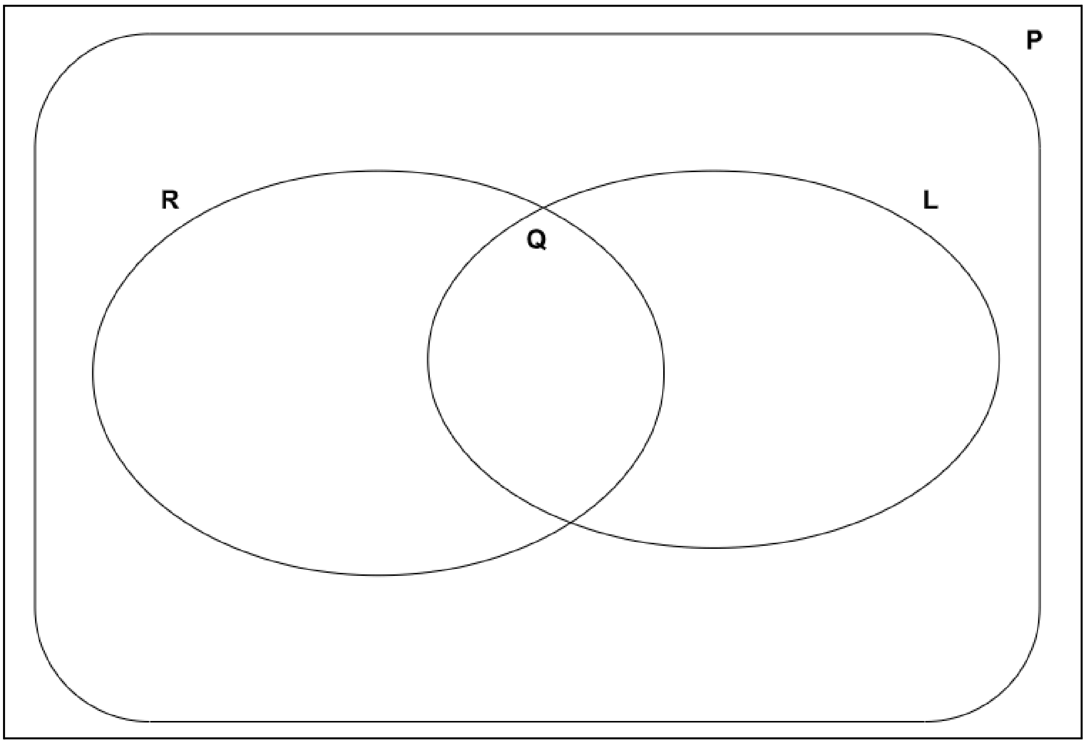
1) Você recebeu uma folha com o desenho de um diagrama e também vários paralelogramos recortados. Cole as figuras que você recebeu na região correta.

P: Paralelogramos que não são retângulos e nem losangos;
R: Paralelogramos que possuem os quatro ângulos internos retos;
L: Paralelogramos que possuem os quatro lados com a mesma medida de comprimento;
Q: Paralelogramos que possuem os quatro ângulos internos retos e os quatro lados com a mesma medida de comprimento.

Fonte: Elaboração própria.

O material manipulável 1 é composto por figuras de paralelogramos impressas em papel cartão, que já serão entregues aos discentes recortados. Cada aluno receberá um total de 9 figuras adicionadas em um envelope. No diagrama (Figura 22), cada figura deverá ser colada no local correspondente.

Figura 22 - Diagrama



Fonte: Elaboração própria.

Nesta atividade, os alunos serão incentivados a utilizar a régua para medir os lados dos paralelogramos que serão entregues, o que permitirá que eles visualizem e compreendam as dimensões das figuras. O objetivo da questão 1 é avaliar a compreensão dos alunos em relação à classificação dos paralelogramos - retângulos (representados pela letra R), losangos (representados pela letra L), quadrados (representados pela letra Q) e paralelogramos que não se enquadram nas categorias de retângulos e losangos (representados pela letra P).

Na questão 2 (Figura 23), os discentes deverão responder verdadeiro (V) ou falso (F) para cada uma das afirmações da letra “a” até a letra “e”. Cada uma das opções corresponde a uma definição de trapézio e suas classificações, quais sejam: isósceles, escaleno e retângulo.

Figura 23 - Questão 2

2) Classifique cada item abaixo como verdadeiro (V) ou falso (F).

a) (   ) O trapézio é um quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.
b) (   ) Os lados paralelos do trapézio são conhecidos como lados oblíquos. Já os lados não paralelos são chamados de base maior e base menor.
c) (   ) O trapézio retângulo é um trapézio que tem apenas um ângulo reto.
d) (   ) Os dois lados não paralelos do trapézio escaleno têm suas medidas iguais.
e) (   ) O trapézio isósceles tem os lados não paralelos congruentes.

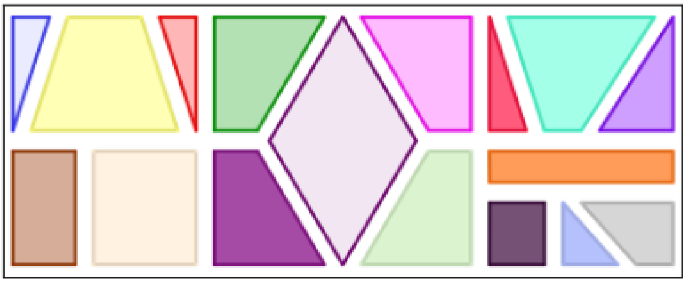
Fonte: Elaboração própria.

Com essa abordagem, a questão 2 tem o objetivo de verificar se os discentes compreenderam o conceito de trapézio e suas classificações.

Na questão 3, os alunos terão a tarefa de observar o quadro mosaico e responder às perguntas apresentadas, abrangendo da letra “a” até a letra “d” (Figuras 24 e 25).

Figura 24 - Questão 3

3) Francisco foi a uma galeria de arte e comprou, para a sala da sua casa, um quadro mosaico composto por formas geométricas, conforme mostra a figura abaixo.



Fonte: Elaboração própria

Observando o quadro representado na figura acima, responda:

Fonte: Elaboração própria.

Figura 25 - Perguntas relacionadas à questão 3

a) O quadro é composto apenas por quadriláteros? Justifique.

b) Você identifica algum paralelogramo presente nesse quadro? Caso identifique, qual a classificação de cada um?

c) Quantos trapézios são utilizados nessa obra de arte?

d) Nos parênteses abaixo, diga quantos são os trapézios utilizados no quadro, de acordo com a sua classificação.

( ) Trapézio retângulo.

( ) Trapézio isósceles.

( ) Trapézio escaleno.

Fonte: Elaboração própria.

Na letra “a”, os alunos devem realizar uma análise do quadro mosaico e determinar se ele contém apenas quadriláteros. Eles devem apresentar uma justificativa para a sua resposta.

Já na letra “b”, os discentes devem responder se o quadro mosaico possui paralelogramos. Se a resposta for afirmativa, eles devem identificar a classificação de cada paralelogramo presente no quadro em retângulo, losango ou quadrado.

Na letra “c”, deve ser respondido quantos trapézios são utilizados no quadro.

Na última alternativa, letra “d”, os discentes devem inserir, em cada um dos parênteses, o número correspondente à classificação de cada trapézio utilizado no quadro mosaico. Para realizar essa tarefa, é necessário utilizar a régua a fim de conferir o tamanho dos lados dos quadriláteros apresentados no quadro.

Portanto, a questão 3 engloba todo o conteúdo estudado na aula, abordando a classificação de quadriláteros em geral, com ênfase nos quadriláteros notáveis. Isso permite que os alunos pratiquem o conteúdo aprendido, e se preparem para o próximo encontro, a aula 2, que tratará sobre as relações entre a Matemática e as Artes por meio de mosaicos elaborados com quadriláteros notáveis.

Após a conclusão da questão 3, a aula será encerrada.

3.2.2. Segunda Etapa: Aplicação dos temas principais (Matemática e Artes).

3.2.2.1. Descrição

A segunda etapa tem como objetivo principal evidenciar aos alunos as relações entre a Matemática e as Artes por meio dos mosaicos feitos com quadriláteros. A aula ocorrerá tendo como foco a observação do quadro mosaico da artista brasileira Lygia Clark, intitulado "Planos em Superfície Modulada N.º 2".

Antes de ser abordado o tema principal da aula, os discentes irão receber uma folha de atividade que tem como objetivo retornar ao conteúdo que foi abordado na primeira etapa (Revisão do conteúdo de quadriláteros notáveis). A atividade será um jogo de palavras cruzadas.

Em seguida, os alunos acompanharão uma apresentação em slides (Apresentação em slides 2 - Apêndice B), que irá abordar um resumo da história da vida da artista Lygia Clark, suas obras e principais características, com um foco maior em sua coleção artística conhecida como "Planos em Superfície Modulada". Após a apresentação em slides, os alunos participarão de uma sequência de atividades.

Primeiro, terão a oportunidade de observar uma réplica do quadro "Planos em Superfície Modulada N.º 2". Em seguida, receberão a lista 2 de exercícios e o material manipulável 2, que consiste em 10 figuras dos mesmos quadriláteros presentes na obra de Lygia Clark, sendo eles: quatro retângulos, quatro trapézios retângulos e dois paralelogramos. Além disso, receberão a régua que será utilizada para responder a questão 3 e a cola para a realização da questão 4.

A lista 2 possui um total de sete perguntas, as quais deverão ser respondidas utilizando tanto as observações feitas na réplica do quadro quanto o material manipulável disponível, bem como os conhecimentos adquiridos sobre quadriláteros notáveis.

As questões apresentadas na lista 2 foram criadas especificamente para esta atividade, com exceção das questões 4 e 6, que foram adaptadas a partir do produto educacional intitulado "Atividades Interdisciplinares Envolvendo Matemática e Arte", (Autor: Rosiney de Jesus Ferreira). A réplica do quadro "Planos em Superfície Modulada N.º 2" foi elaborada de forma original utilizando isopor e E.V.A. As figuras dos quadriláteros usadas como material manipulável também são de autoria própria e foram criadas no Software *Word.*

Como último momento da aula, pretende-se propor uma atividade lúdica envolvendo os conceitos estudados e a Interdisciplinaridade com Arte. A definição da proposta dependerá do tempo despendido no teste exploratório e também das sugestões a respeito, colhidas durante sua aplicação.

3.2.2.2. Dinâmica

No início da aula, os alunos receberão a folha de atividade, que consiste em um jogo de palavras cruzadas. Deverão ler a questão e responder as seis alternativas que correspondem ao conteúdo de quadriláteros notáveis. Cada alternativa está associada a uma resposta específica, que deverá ser preenchida na coluna correspondente no jogo de palavras cruzadas, de acordo com a numeração atribuída. As questões, juntamente com o jogo, foram elaboradas conforme apresentado nas Figuras 26 e 27, a seguir.

Figura 26 - Alternativas do jogo de palavras cruzadas

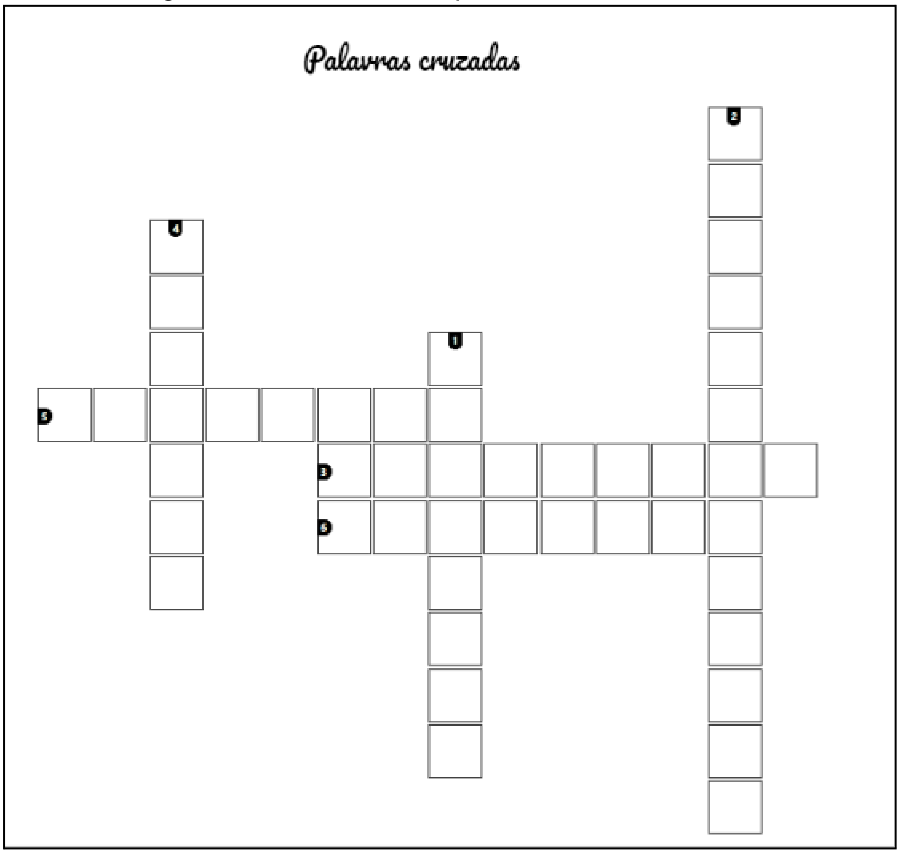
Palavras cruzadas

Leia, atentamente, cada uma das dicas abaixo e responda o jogo de palavras cruzadas de acordo com a numeração de cada dica.

1- Qual é a classificação dos quadriláteros convexos que apresentam pelo menos dois lados paralelos?
2- Nome que é dado a todo quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos.
3- Paralelogramo que possui os 4 ângulos internos retos (90º).
4- Paralelogramo que possui os 4 lados com a mesma medida de comprimento.
5- Paralelogramo que é considerado retângulo e losango ao mesmo tempo.
6- Nome que é dado a todo quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 27 - Colunas correspondentes às alternativas



Fonte: Elaboração própria.

Nesse contexto, a questão tem como intuito realizar uma revisão abrangente dos conceitos de quadriláteros notáveis que foram abordados durante o primeiro encontro. Isso é de extrema importância para garantir que os alunos mantenham o entendimento desse conteúdo, visto que ele será utilizado de forma contínua ao longo da segunda etapa.

Após a realização da questão, os alunos irão acompanhar a apresentação em slides, que tem como título: “Geometria e Artes em perfeita sintonia: os quadriláteros nos mosaicos de Lygia Clark.” A apresentação irá abordar, em seu início, uma revisão do que foi apresentado no primeiro encontro acerca da presença dos quadriláteros nos mosaicos dos renomados artistas: Piet Mondrian, Gonçalo Ivo e Lygia Clark (Figura 28).

Figura 28 - Revisando a aula anterior

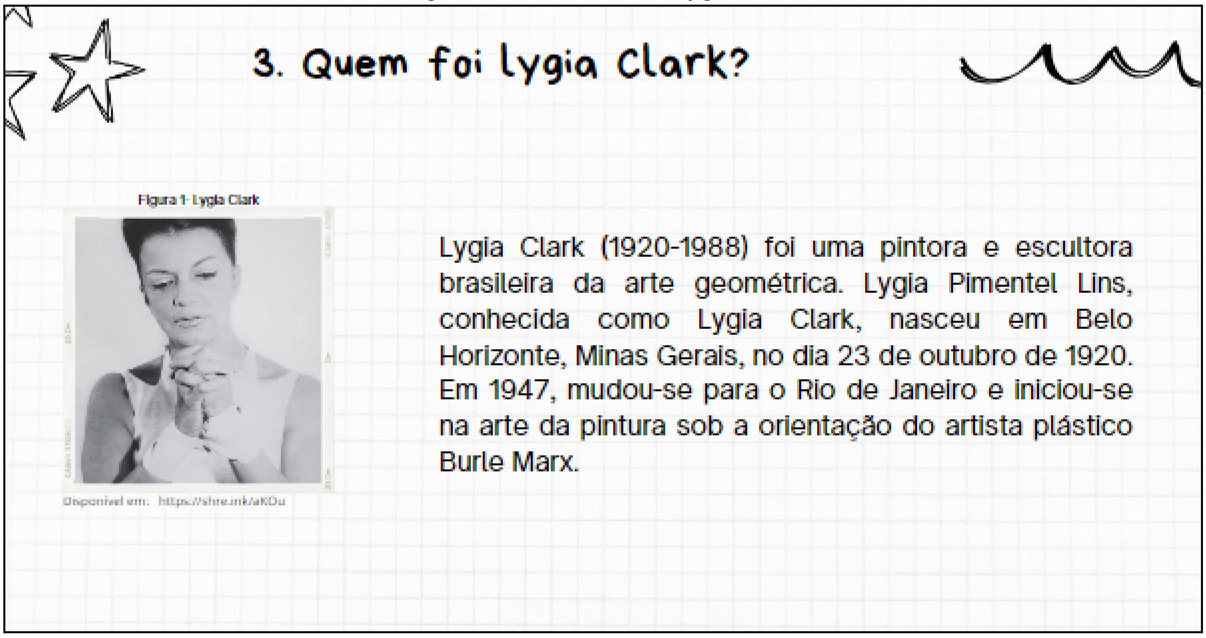
Fonte: Elaboração própria.

Após os alunos serem orientados a relembrar a presença dos quadriláteros nos mosaicos dos artistas citados anteriormente, a aula dará continuidade a essa temática, mas dessa vez por meio da obra da artista Lygia Clark. Os alunos terão a oportunidade de explorar não apenas a Geometria intrínseca aos quadriláteros, mas também compreender como essas formas geométricas podem ser expressas artisticamente, promovendo uma apreciação mais profunda tanto pela Matemática quanto pela Arte.

A escolha de trabalhar com Lygia Clark como artista em destaque na aula se deve ao fato de ela ser uma renomada artista brasileira. Deseja-se que os discentes percebam que o Brasil abriga talentos artísticos excepcionais, e Lygia Clark é um exemplo notável dessa riqueza criativa em nossa cultura. Além disso, explorar a obra de uma artista brasileira como Lygia Clark também oferece a oportunidade de promover um sentimento de identificação e conexão com a história e as Artes do nosso país, inspirando um maior apreço pelo talento artístico nacional.

Dando prosseguimento à aula, os alunos irão observar, na mesma apresentação em slides, um resumo da história da artista Lygia Clark. Esse momento será de extrema importância para que os discentes entendam quem foi essa artista e, assim, possam contextualizar melhor suas obras e sua contribuição para o mundo das Artes. Compreender a trajetória de Lygia Clark permitirá aos alunos apreciar não apenas os aspectos geométricos de suas criações, mas também a evolução de seu pensamento artístico ao longo do tempo (Figura 29).

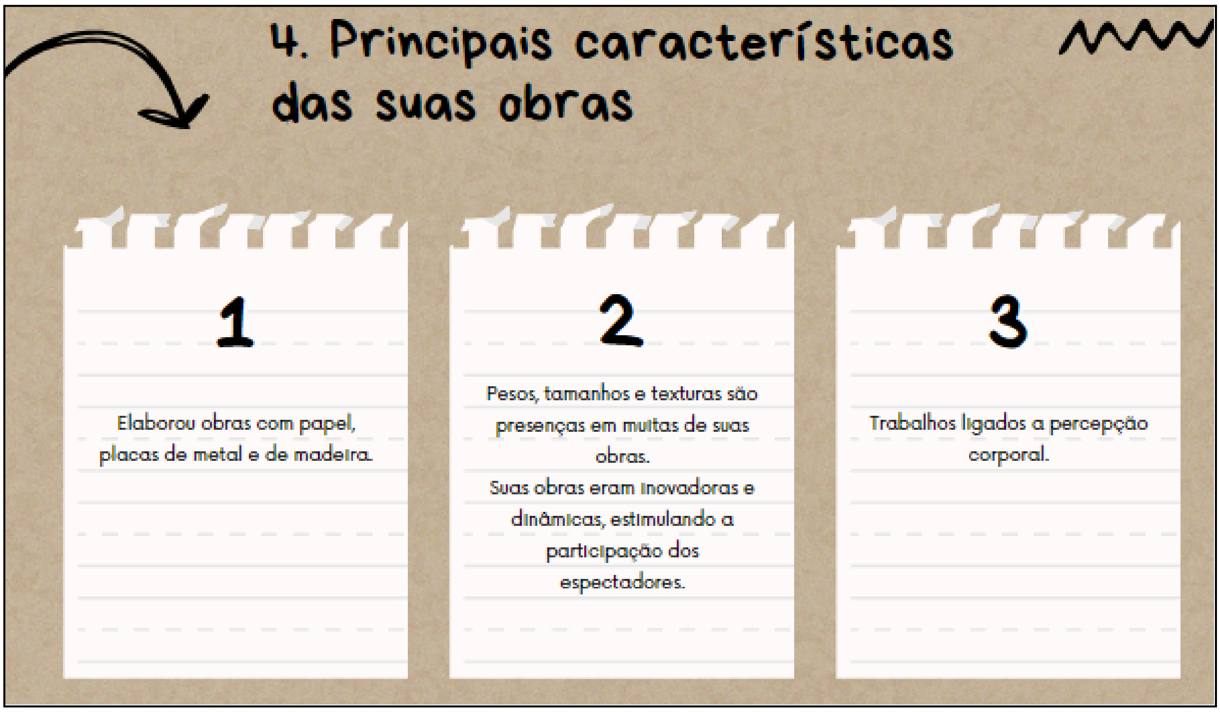
Figura 29 - História de Lygia Clark



Fonte: Elaboração própria.

Após os alunos conhecerem um pouco da história de Lygia Clark, eles irão acompanhar quais eram as características de suas obras e quais materiais eram utilizados por ela para confeccioná-las. Isso fornecerá uma visão abrangente das diferentes fases de sua carreira artística, desde suas obras mais abstratas e geométricas até suas criações interativas e sensoriais. Compreender as técnicas e materiais que a artista empregava em suas obras ajudará os alunos a apreciar ainda mais a complexidade e a inovação que permeiam o trabalho de Lygia Clark. Essa análise detalhada contribuirá para uma experiência de aprendizado enriquecedora (Figura 30).

Figura 30 - Características das obras de Lygia Clark



Fonte: Elaboração própria.

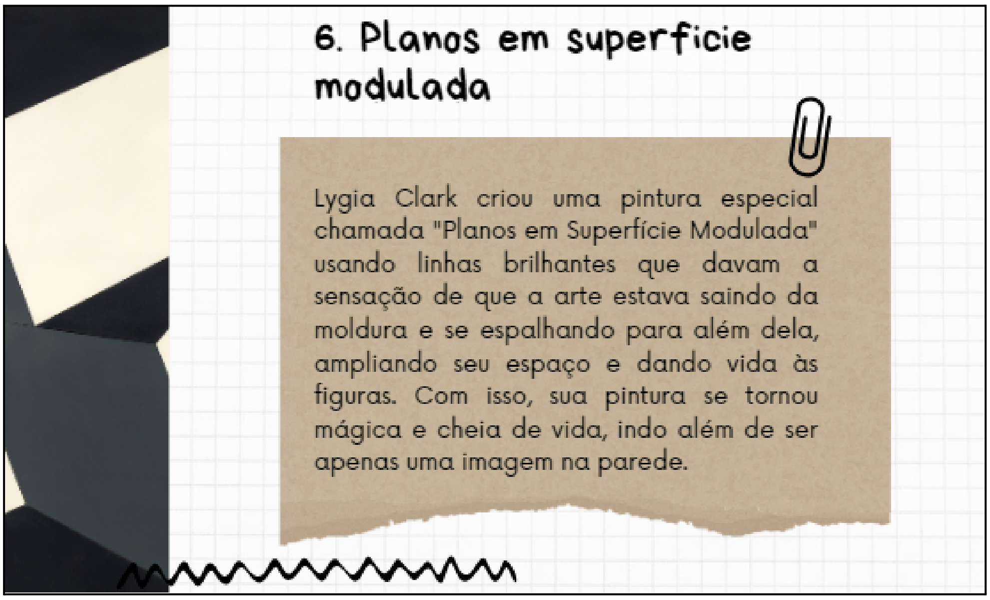
O próximo slide trará três exemplos de algumas das obras famosas de Lygia Clark: "Bichos" (1960), "Trepantes" (1963) e "Planos em Superfície Modulada" (1957). Neste momento, será explicado aos discentes um pouco sobre cada obra. Os alunos serão incentivados a prestar atenção aos detalhes e às características, destacando a relação entre a Geometria e as Artes (Figura 31). Especial ênfase será dada ao "Planos em Superfície Modulada", com perguntas direcionadas aos discentes para saber se conseguem reconhecer algum quadrilátero presente na obra, já que esta coleção será o ponto central da aula, explorando de forma mais aprofundada a presença dessas formas geométricas nas criações de Lygia Clark.

Figura 31 - Exemplos de obras de Lygia Clark

Fonte: Elaboração própria.

Dando prosseguimento à apresentação, o próximo slide trará uma explicação acerca da coleção "Planos em Superfície Modulada" e qual era a sensação que a artista queria transmitir aos espectadores ao olhar os quadros dessa coleção. Os alunos terão a oportunidade de aprofundar seu entendimento sobre o conceito por trás dessa série de obras, que busca envolver o observador em uma experiência visual única. Será destacado como a interação com essa coleção artística pode evocar sensações de movimento, transformação e tridimensionalidade, convidando os espectadores a explorarem ativamente as possibilidades e perspectivas dessa coleção (Figura 32).

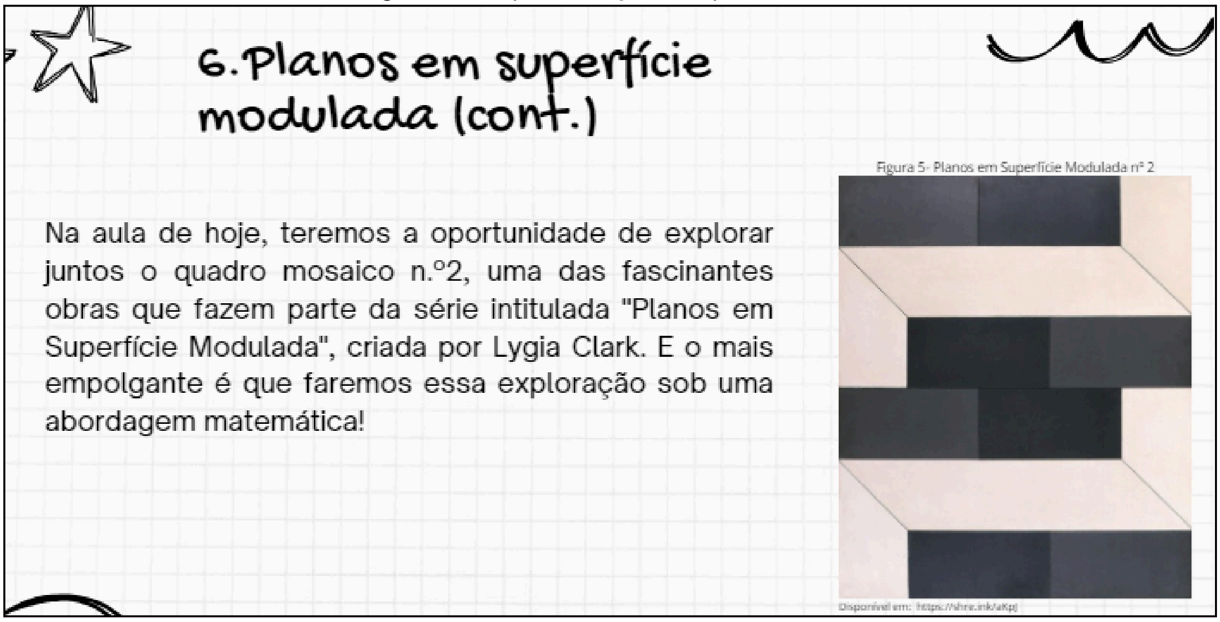
Figura 32 - Explicação da coleção Planos em Superficie Modulada



Fonte: Elaboração própria.

No próximo slide, e último, será apresentado aos alunos que, nesse momento, iremos analisar detalhadamente o quadro N.º2 da coleção "Planos em Superfície Modulada". Este será o ponto central da aula, onde mergulhar-se-á profundamente na análise dessa obra. Serão exploradas suas características geométricas, as sensações que ela desperta e como Lygia Clark incorporou elementos de quadriláteros e Geometria em sua criação. A intenção é examinar essa obra, permitindo que os discentes apreciem a combinação única entre Artes e Matemática que caracteriza o trabalho de Lygia Clark (Figura 33).

Figura 33 - Apresentação do quadro n.º 2

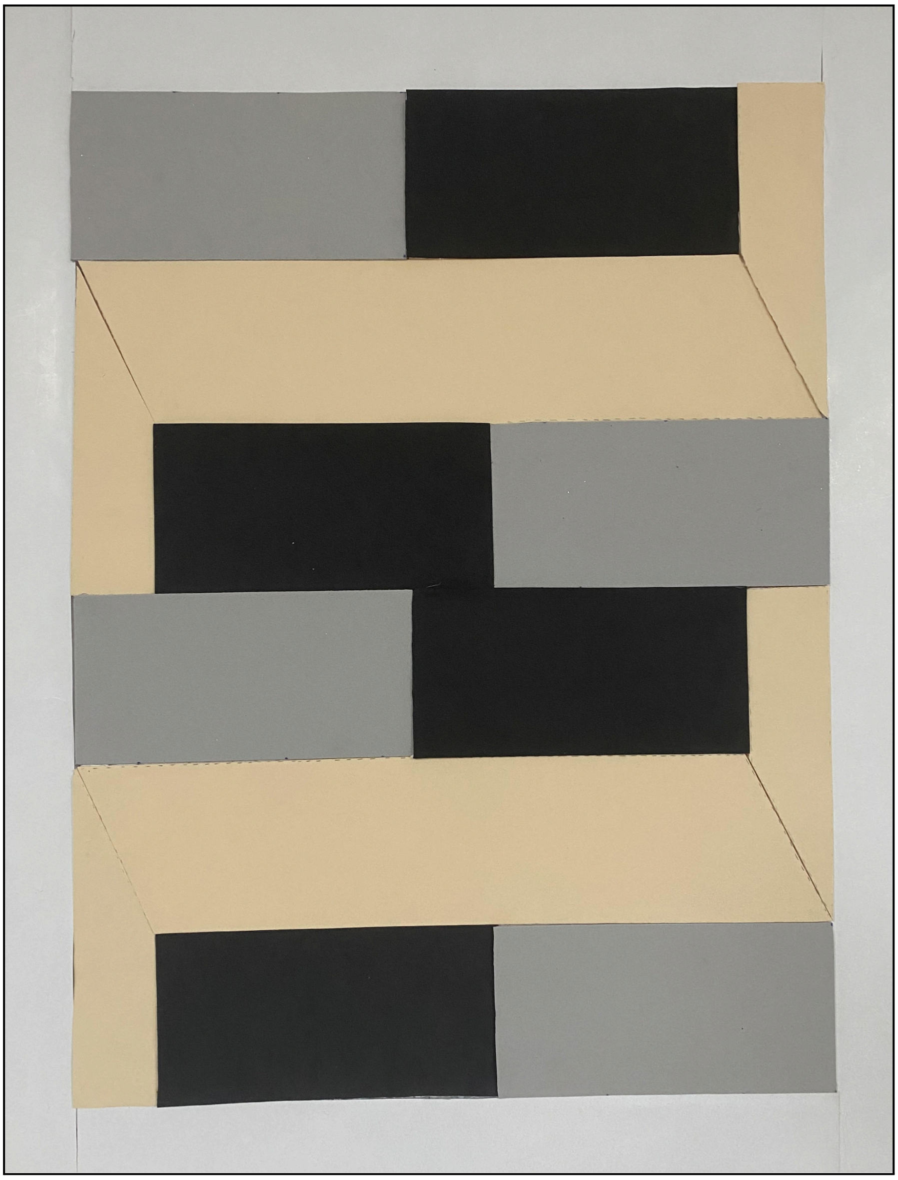


Fonte: Elaboração própria.

Toda apresentação em slides será conduzida de maneira ágil, pois a prioridade da aula reside na aplicação prática dos conhecimentos previamente adquiridos sobre quadriláteros notáveis.

Após concluir a apresentação de slides, será exibido aos alunos uma réplica do quadro "Planos em Superfície Modulada N.º 2”, a fim de proporcionar uma melhor visualização. Ao apresentar esta obra, serão feitas perguntas aos discentes para verificar se conseguem identificar algum quadrilátero notável nela presente. Além disso, será explicado por que esse quadro é considerado um mosaico, de acordo com a definição adotada nesta pesquisa por Dantas *et al.* (2013), o quadro em questão utiliza quadriláteros em sua composição, sendo estes conectados de maneira análoga a um quebra-cabeça (Figura 34).

Figura 34 - Réplica do quadro Planos em Superficie Modulada N.º 2



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, os alunos receberão a lista 2 de exercícios, durante a resolução, contarão com a assistência do autor enquanto realizam as questões. As duas primeiras questões apresentadas nesta lista são as seguintes (Figura 35).

Figura 35 - Questões 1 e 2 referentes a lista 2

1) A obra "Plano em superfícies moduladas nº 2", criada pela artista Lygia Clark, é composta por figuras geométricas de quatro lados. Qual a classificação dos quadriláteros presentes nesta obra?

___

2) Na obra em questão, Lygia Clark utiliza algum quadrado em sua composição?

___

Fonte: Elaboração própria.

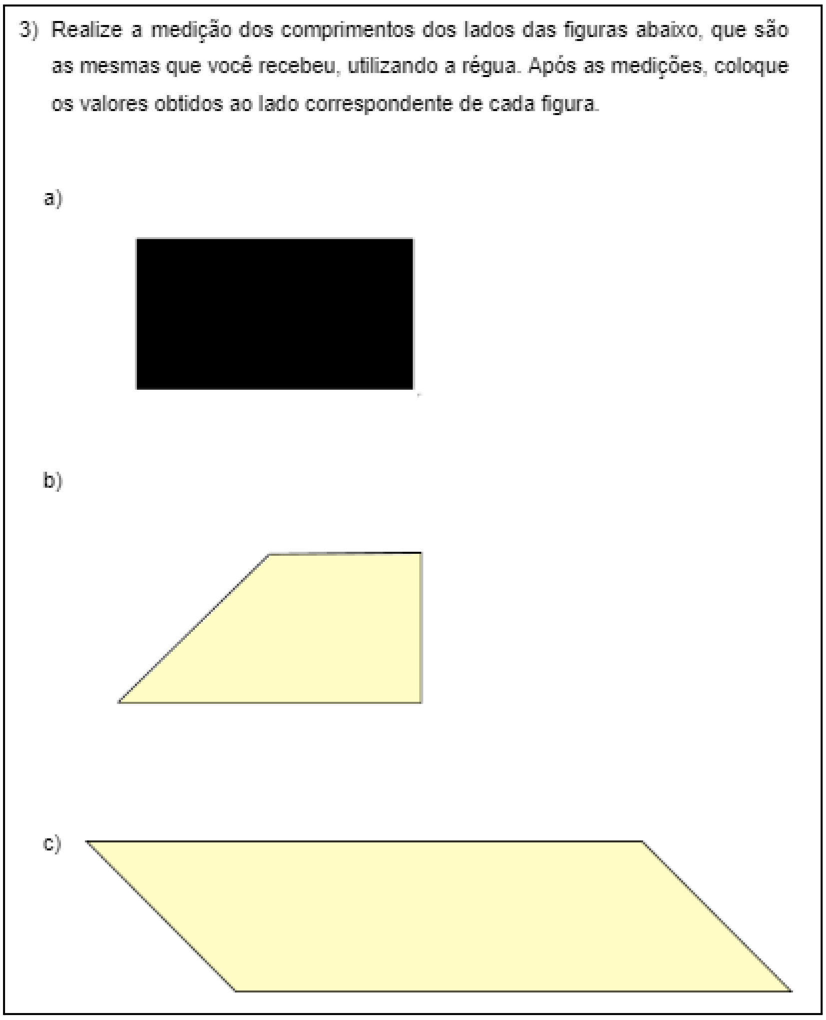
A questão 1, tem como objetivo que os alunos identifiquem a classificação dos quadriláteros presentes na obra. Será considerado correto tanto se eles indicarem as classificações específicas, como paralelogramo, retângulo e trapézio retângulo, quanto se optarem por mencionar que se classificam em quadriláteros notáveis.

Já na questão 2, os alunos deverão indicar se há a presença de algum quadrado na obra.

Nas questões 3, 4, 5 e 6, os alunos deverão fornecer respostas com base nos quadriláteros que serão disponibilizados dentro de um envelope (Material Manipulável 2). Nesse momento, também receberão uma régua que será usada para responder às questões e a cola para a realização da questão 4.

Na questão 3, será solicitado que seja medido os comprimentos dos lados das figuras fornecidas, as quais estarão identificadas nas letras “a”, “b” e “c”. Estas figuras incluirão um retângulo, um trapézio retângulo e um paralelogramo. Para realizar essa tarefa, deverá ser utilizada a régua. Vale ressaltar que no material manipulável, estarão disponíveis quatro retângulos, quatro trapézios retângulos e dois paralelogramos, cada uma dessas figuras foi elaborada de forma a possuir o mesmo tamanho de acordo com sua classificação (Figura 36).

Figura 36 - Questão 3 referente a lista 2



Fonte: Elaboração própria.

Dessa forma, a questão 3 tem por objetivo que os alunos coloquem em prática o que aprenderam acerca da classificação dos quadriláteros notáveis, relacionando essa classificação com as medidas dos lados dessas figuras geométricas.

Na questão 4, os alunos precisarão usar o material manipulável para construir os quadriláteros que serão requeridos. Os discentes realizaram essa construção em uma folha em branco que será disponibilizada, pois isso proporcionará mais espaço para executar a tarefa (Figura 37).

Figura 37 - Questão 4

4) (Adaptada de Ferreira, 2015) A partir das figuras que você recebeu, monte na folha em branco:

a) Com duas figuras, um quadrado.
b) Com duas figuras, um paralelogramo.
c) Com dois trapézios, um retângulo.

Fonte: Elaboração própria.

Assim, a questão 4 tem como objetivo que os alunos compreendam por que a combinação das figuras resulta no quadrilátero solicitado. Neste momento, será utilizado a réplica do quadro, mais especificamente os quadriláteros que o constituem, para que os alunos entendam de forma clara como se montam as figuras que foram pedidas. Será explicado também, que nem sempre é possível montar as figuras solicitadas, mas, neste caso, será possível devido ao fato de que as medidas dos lados foram cuidadosamente construídas para se encaixarem perfeitamente na formação dos quadriláteros.

A questão 5 solicitará aos alunos que demonstrem, por meio de uma ilustração, o processo que seguiram para cumprir a tarefa estabelecida na questão 4 (Figura 38). É importante ressaltar que, para a questão 5, os alunos serão instruídos a utilizar pares de esquadros e compasso para realizar o desenho solicitado.

Figura 38 - Questão 5

5) Selecione uma das alternativas que você montou na pergunta anterior e mostre, através de um desenho, a maneira como você organizou o que foi solicitado.

Fonte: Elaboração própria.

Deste modo, a questão 5 visa registrar as estratégias e raciocínios que os alunos utilizaram para realizar o que foi solicitado na questão 4.

A questão 6 abrange as letras da "a" até a letra "c", e os alunos devem manter o uso do material manipulável fornecido para responder à letra "a" desta questão (Figura 39).

Figura 39 - Questão 6

6) (Adaptada de Ferreira, 2015) Continuando a utilizar as figuras fornecidas, responda:

a) Destaque uma figura que contenha apenas dois ângulos retos. Qual é o nome atribuído a esse quadrilátero?

____

Fonte: Elaboração própria.

A letra "a", tem como objetivo que os alunos apliquem seu conhecimento para identificar um trapézio retângulo, uma vez que, entre os quadriláteros presentes na obra analisada, ele é o único que possui exatamente dois ângulos retos, caracterizando-se assim por essa particularidade.

Na letra "b", os alunos deverão desenhar um quadrilátero que contenha somente um ângulo reto, enquanto na letra "c", eles precisarão justificar se esse quadrilátero pode ser considerado notável (Figura 40). Na letra "b", os alunos não serão exigidos a utilizar ferramentas de desenho, como pares de esquadros e compasso, para desenhar o quadrilátero que contenha apenas um ângulo reto. No processo, o desenho pode ser realizado à "mão livre", sendo essencial que os alunos expressem o ângulo reto por meio de sua representação.

Figura 40 - Letras “b” e “c” referentes à questão 6

b) Agora, desenhe um quadrilátero com apenas um ângulo reto.

c) O quadrilátero que você desenhou pode ser considerado um quadrilátero notável?

Fonte: Elaboração própria.

Dessa forma, as letras “b” e “c” têm como objetivo que os alunos demonstrem seu entendimento sobre o conceito de quadriláteros notáveis, o qual foi revisado durante a aula do primeiro encontro. De acordo com a definição, adotada na apostila 1, os quadriláteros notáveis são convexos e apresentam pelo menos dois lados paralelos. Assim, ao desafiá-los a desenhar um quadrilátero com apenas um ângulo reto, a alternativa “c” os leva a perceber que é impossível obedecer a essa definição, uma vez que apenas um ângulo reto não é suficiente para estabelecer paralelismo entre os lados.

Na letra “c”, ao questioná-los sobre a notabilidade desse quadrilátero, os alunos são instigados a aplicar essa definição para determinar se a figura atende aos critérios estabelecidos para quadriláteros notáveis. Isso estimula uma compreensão mais profunda do conceito geométrico em questão.

A última questão oferecerá aos alunos a oportunidade de expressar sua criatividade ao criar sua própria obra de Arte (Figura 41).

Figura 41 - Questão com abordagem lúdica

7) Questão para explorar a criatividade…

Fonte: Elaboração própria.

Essa questão proporcionará um momento mais dinâmico e participativo para os alunos. No entanto, vale ressaltar que os detalhes específicos dessa questão serão definidos durante a implementação da sequência didática, com base nas sugestões acatadas no teste exploratório. Após a conclusão dessa atividade, será realizada uma entrevista aberta com a finalidade de colher opiniões acerca da proposta aplicada. O roteiro se encontra no Apêndice C.

4 Resultados e discussões

4.1 Teste Exploratório

O teste exploratório foi realizado em agosto de 2023 no Instituto Federal Fluminense, *Campus* Campos Centro. Participaram desse teste um total de 10 alunos matriculados no curso de Licenciatura em Matemática. Antes de iniciar o teste, todos os participantes preencheram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice C). Nesse documento, foram apresentados os objetivos da pesquisa, juntamente com a autorização para publicação dos resultados coletados. É importante destacar que, para garantir a privacidade dos participantes, nenhuma informação que pudesse identificá-los seria divulgada, sendo omitidos quaisquer detalhes que pudessem revelar suas identidades.

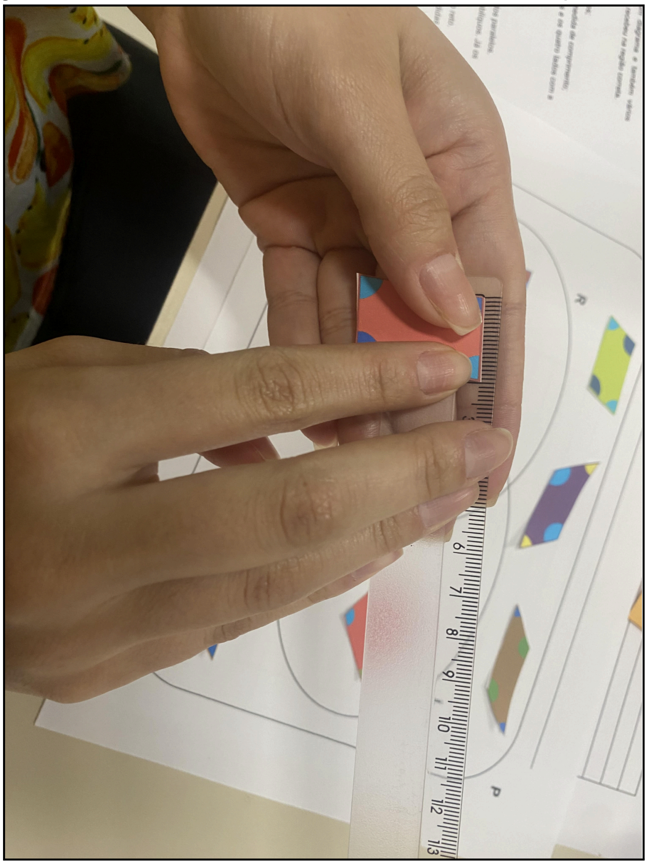
O objetivo principal do teste exploratório foi examinar a duração da aplicação da sequência, bem como considerar sugestões relacionadas à sua implementação. Ao contrário do planejamento destinado ao público-alvo, o teste exploratório foi realizado em um único encontro de duas horas aula. Isso se deve ao fato de que os participantes já possuíam um conhecimento sólido sobre o conteúdo de quadriláteros notáveis.

É importante enfatizar que essa análise da duração é essencial para determinar se será possível aplicar todo o conteúdo planejado para o público-alvo dentro do tempo disponível. Além disso, é relevante ressaltar que, neste contexto, não será realizada uma análise completa dos dados coletados durante o teste, apenas as modificações sugeridas serão consideradas para aprimorar a sequência.

A primeira etapa da implementação da sequência didática desse trabalho de conclusão de curso (que abrange a revisão do conteúdo de quadriláteros notáveis e a introdução da relação entre Matemática e Artes) transcorreu de maneira bem-sucedida, todo o material utilizado foi avaliado de forma positiva, e não houve nenhuma sugestão de modificação apresentada.

A imagem a seguir (Figura 42) mostra o momento em que um dos participantes está realizando a medição do material manipulável 1, que é utilizado na primeira questão da lista 1 de exercícios.

Figura 42 - Análise das medidas do material manipulável 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

No que diz respeito à segunda etapa, centrada na aplicação dos temas principais, Matemática e Artes, foram propostas algumas modificações. A primeira delas diz respeito à folha de atividade de retomada do conteúdo, que inclui um jogo de palavras cruzadas (Atividade de retomada do conteúdo - Apêndice B). Nesse contexto, surgiu a sugestão de inserir uma lacuna, permitindo que os alunos respondessem a lápis antes de preencher a coluna relacionada à dica número 1, que solicita o nome da classificação dos quadriláteros em notáveis.

Essa sugestão foi motivada pela preocupação de que a abordagem original pudesse gerar confusão, fazendo com que os alunos pensassem que a classificação requerida se referisse a retângulos, losangos ou quadrados, o que não era a resposta correta. Assim, as (Figuras 43 e 44) ilustram a condição anterior e posterior à aprovação da sugestão.

Figura 43 - Jogo de palavras cruzadas antes das sugestões

Palavras cruzadas

Leia, atentamente, cada uma das dicas abaixo e responda o jogo de palavras cruzadas de acordo com a numeração de cada dica.

1- Qual é a classificação dos quadriláteros convexos que apresentam pelo menos dois lados paralelos?
2- Nome que é dado a todo quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos.
3- Paralelogramo que possui os 4 ângulos internos retos (90º).
4- Paralelogramo que possui os 4 lados com a mesma medida de comprimento.
5- Paralelogramo que é considerado retângulo e losango ao mesmo tempo.
6- Nome que é dado a todo quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 44 - Jogo de palavras cruzadas posterior as sugestões

Palavras cruzadas

Leia, atentamente, cada uma das dicas abaixo e responda o jogo de palavras cruzadas de acordo com a numeração de cada dica.

1- Os quadriláteros convexos que apresentam pelo menos dois lados paralelos são chamados de ___________.
2- Nome que é dado a todo quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos.
3- Paralelogramo que possui os 4 ângulos internos retos (90º).
4- Paralelogramo que possui os 4 lados com a mesma medida de comprimento.
5- Paralelogramo que é considerado retângulo e losango ao mesmo tempo.
6- Nome que é dado a todo quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.

Fonte: Elaboração própria.

Uma segunda sugestão foi relacionada à lista 2 de exercícios (Apêndice B), mais especificamente na questão 3. Nesse contexto, sugeriu-se que as figuras não fossem incluídas na questão, permitindo assim que os alunos realizassem a medição utilizando as próprias figuras fornecidas, estimulando um maior uso do material manipulável. Foi requisitado, então, que o nome de cada figura fosse indicado, e que os alunos registrassem as medidas dos lados abaixo de cada nome da figura. Dessa forma, a questão 3 foi modificada conforme mostra a imagem a seguir (Figura 45).

Figura 45 - Questão 3 referente a lista 2 posterior as sugestões

3) Realize a medição dos comprimentos dos lados das figuras que lhe foram fornecidas, utilizando a régua. Após a medição, insira os valores obtidos abaixo do nome da figura solicitada.

a) Retângulo:

__________ cm.
__________ cm.

b) Trapézio retângulo:

__________ cm.
__________ cm.
__________ cm.
__________ cm.

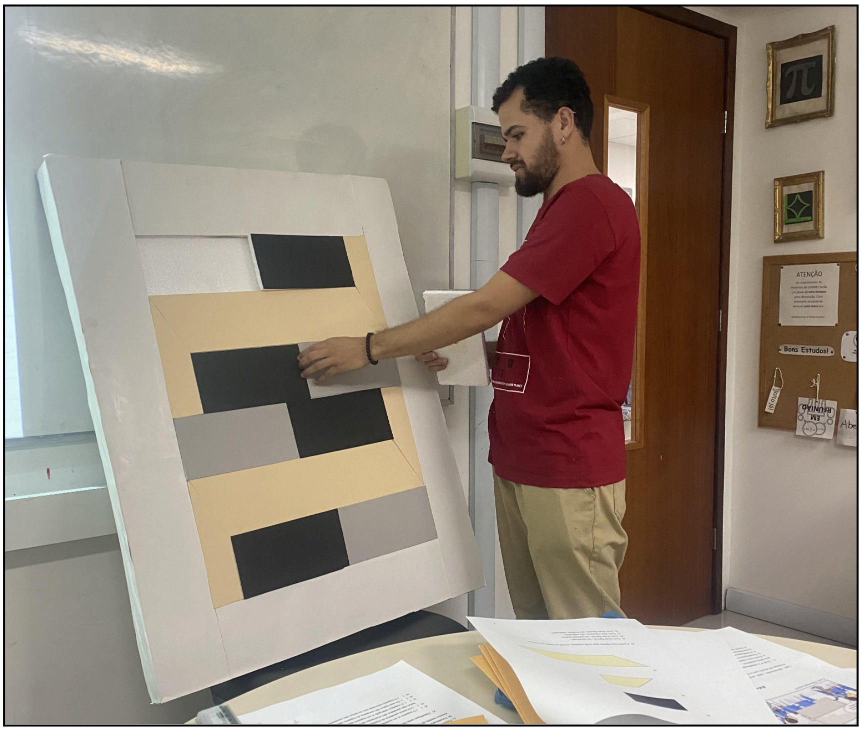
c) Paralelogramo:

__________ cm.
__________ cm.

Fonte: Elaboração própria.

Na questão 4, foi requerido que as dimensões das figuras fornecidas fossem reavaliadas, uma vez que as mesmas não estavam permitindo a formação dos quadriláteros solicitados, particularmente o quadrado. Consequentemente, as medidas dos lados dos quadriláteros entregues como material manipulável foram refeitas (Material manipulável 2 - Apêndice B). A imagem a seguir (Figura 46), mostra o momento em que a réplica do quadro "Planos em Superfície Modulada N.º 2" é utilizada para responder a questão 4, juntamente com os participantes.

Figura 46 - Réplica do quadro sendo utilizada



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Outra sugestão foi em relação à questão 5, que tem como objetivo que os alunos demonstrem, por meio de um desenho, como realizaram o que foi solicitado em um dos itens da questão 4. Os participantes expressaram a opinião de que essa pergunta poderia não ser tão relevante devido às restrições de tempo durante a aplicação, além de levantarem preocupações sobre os alunos terem que usar o par de esquadros no traçado de paralelas e perpendiculares. Muitos alunos não estão familiarizados com esses instrumentos geométricos, e explicar seu uso poderia consumir um tempo significativo da aula. Diante disso, a decisão de remover a questão foi tomada. Portanto, as questões relacionadas à segunda fase da aplicação foram reduzidas para 6.

No que diz respeito à apresentação de slides e à utilização da réplica do quadro “Planos em Superfície Modulada N.º2”, não houve nenhuma sugestão de modificação. Todo esse material recebeu uma avaliação positiva. O tempo de aplicação da sequência foi considerado adequado.

É importante ressaltar a questão 7, que tem como objetivo estimular a criatividade dos alunos. Essa questão estava pendente, aguardando as opiniões dos participantes do teste exploratório. Eles sugeriram a criação de um novo material manipulável contendo vários quadriláteros de diferentes formas, com a ideia de que os alunos pudessem utilizá-lo para desenvolver suas próprias obras de Artes em folhas personalizadas. Essa sugestão foi prontamente aceita, resultando no desenvolvimento e elaboração do material e das folhas personalizadas (Material manipulável 3 e folha personalizada - Apêndice B) .

Assim, a questão 7 assumiu a seguinte forma (Figura 47).

Figura 47 - Questão 7 posterior as sugestões

> 7) Agora é a sua vez de brilhar como o artista principal da sua própria obra. Utilize os quadriláteros que foram disponibilizados para você e dê vida à sua criação na folha personalizada que foi entregue.

Fonte: Elaboração própria.

É importante destacar que o teste exploratório transcorreu de maneira bastante positiva. Os participantes demonstraram um alto nível de empenho ao responder às questões e oferecer suas valiosas sugestões quando necessário, o que contribuiu para o aprimoramento da sequência didática.

4.2 Aplicação da Sequência didática

4.2.1 Instituição e escolha da turma

A execução da sequência didática deste trabalho de conclusão de curso ocorreu em uma escola estadual situada na área central da cidade de Campos dos Goytacazes - RJ. A escolha desta escola foi motivada pela minha participação no programa de residência pedagógica, oferecido pelo Instituto Federal Fluminense. Conforme relata o site do ministério da educação (Brasil, 2018), a residência pedagógica é:

> [...] um programa da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, que tem por finalidade fomentar projetos institucionais de residência pedagógica implementados por Instituições de Ensino Superior, contribuindo para o aperfeiçoamento da formação inicial de professores da educação básica nos cursos de licenciatura (Brasil. Ministério da Educação. Programa de residência pedagógica. Brasília, 2018).

Inicialmente, a intenção era aplicar essa sequência em uma turma de sexto ano, conforme planejado. No entanto, após considerar as sugestões dos professores durante a apresentação da disciplina Trabalho de Conclusão de Curso II e realizar o teste exploratório, decidiu-se modificar para uma turma mais avançada, em particular o oitavo ano. A justificativa foi que os alunos dessa série possuem uma maturidade mais desenvolvida, o que os capacitaria a lidar de maneira mais eficaz com as atividades propostas durante a sequência.

A professora preceptora das atividades durante a residência pedagógica informou-me que ela teria uma turma de oitavo ano na qual pudesse aplicar a sequência, uma vez que as turmas que leciono na instituição não são do oitavo ano. Antes dos encontros com a turma para aplicar a sequência, a preceptora ministrou aos alunos da turma o conteúdo de quadriláteros, de modo que pudessem já estar familiarizados com o tema, proporcionando assim um melhor desempenho durante a implementação deste trabalho. A turma possui um total de 37 alunos e tem quatro tempos de aula de Matemática por semana.

De acordo com o previsto no planejamento dessa sequência, as aulas transcorreram em dois encontros, cada um com a duração de duas horas/aulas. As aulas de Matemática para a turma em questão ocorrem todas as sextas-feiras, no horário das 10:35 às 12:10. Todas as atividades propostas na sequência foram realizadas em duplas.

4.2.2 Aplicação da primeira etapa: Revisão do conteúdo de quadriláteros notáveis e introdução à relação entre Matemática e Artes.

A primeira etapa desta sequência, que tem como objetivo principal revisar o conteúdo de quadriláteros notáveis, foi realizada em 17 de novembro de 2023, contando com a participação de 30 alunos. Nesse dia, devido à falta do professor responsável pela aula que antecede a de Matemática, houve uma alteração no horário padrão, levando à antecipação do início da aula para as 8:40, com término previsto para as 10:20.

Ao entrarem na sala, os alunos preencheram o termo de consentimento livre e esclarecido. Este documento abordou os objetivos da pesquisa, incluindo a autorização para a divulgação dos resultados coletados. É crucial ressaltar que, visando assegurar a privacidade dos participantes, nenhuma informação que possa identificá-los será divulgada.

No começo da aula, a classe estava bastante agitada, e todos demonstravam curiosidade em relação à dinâmica ao observarem os materiais que seriam empregados. Entretanto, uma vez que todos se acomodaram em seus lugares, ficaram mais tranquilos e concentrados (Figura 48).

Figura 48 - Discentes atentos ao início da aula

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após apresentar-me para a turma, procedeu-se à distribuição da apostila 1. Observou-se que a maioria dos alunos demonstrava entusiasmo ao folhear as páginas. Após a distribuição, orientei que fossem para a página inicial para dar início à aula. Notou-se que alguns ainda permaneciam dispersos e engajados em conversas em voz alta. Solicitei silêncio e, em seguida, iniciei a leitura em conjunto com os discentes.

Ao abordar os conceitos iniciais apresentados na apostila, os alunos demonstraram compreensão sobre o que constitui um quadrilátero e seus elementos principais (lados, vértices e ângulos). Essa clareza decorre do fato de que a professora já havia abordado o conteúdo de quadriláteros em aulas anteriores, antes da aplicação deste trabalho de conclusão de curso.

Durante a leitura coletiva da apostila, boa parte dos discentes apresentaram dificuldades ao compreender e distinguir entre quadrilátero convexo e côncavo. Contudo, com o auxílio da lousa, utilizou-se das figuras dos quadriláteros em E.V.A. e barbante para simbolizar as retas mencionadas na definição, conforme descrito na elaboração da sequência didática (página 58). Essa abordagem contribuiu para a compreensão a respeito dos conceitos de maneira mais clara.

A evidência fornecida por essa abordagem reforça a declaração do Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais (Brasil, 2001) sobre a importância dos materiais manipuláveis como recursos vantajosos para iniciar ou apoiar diversas atividades escolares, especialmente aquelas relacionadas à disciplina de Matemática.

Na imagem que se segue, é visível o instante em que essa explicação ocorre (Figura 49).

Figura 49 - Momento da explicação de quadrilátero convexo e côncavo

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a explicação da distinção entre quadrilátero convexo e côncavo, deu-se início à abordagem da definição de quadriláteros notáveis. Seguidamente, foi utilizado o quadro de isopor e a figura do paralelogramo em E.V.A. para elucidar, inicialmente, o seu conceito. Com objetivo de facilitar a compreensão dessa figura geométrica, foi detalhado aos alunos o significado de afirmar que os paralelogramos possuem dois pares de lados paralelos, destacando que em nenhum momento esses lados compartilham pontos em comum.

Nesse instante, uma aluna demonstrou interesse em dar sua opinião e comentou: "*Ter lados paralelos implica ter a mesma inclinação*". A contribuição da aluna foi bastante valiosa, evidenciando seu entendimento em relação ao conteúdo discutido. Sua observação não apenas esclareceu a relação entre lados paralelos, mas também facilitou a compreensão do conceito para os colegas de classe.

Acentua-se, assim, a importância da interação entre alunos e professor, reforçando a ideia de que o aprendizado é um processo colaborativo e dinâmico. Conforme Paula e Bida (2008), a atuação do professor deve levar em conta que o aluno é o sujeito do conhecimento e não mero receptor de informações. Para as autoras, é válido todo o esforço no sentido de envolver os alunos, tornando as aulas momentos de interação e aprendizagem.

Posteriormente a conclusão da definição de paralelogramo, foi utilizado o quadro de isopor para explicar aos discentes o que é o trapézio, utilizando a sua figura em E.V.A., destacando principalmente que, diferentemente dos paralelogramos, eles possuem apenas um par de lados paralelos.

Após ter sido concluída a definição de paralelogramo e trapézio, deu-se início à explicação das classificações dos paralelogramos, que podem ser classificados em retângulo, losango e quadrado. Na imagem a seguir, pode ser observado o instante em que essa explicação ocorre (Figura 50).

Figura 50 - Momento da explicação das classificações dos paralelogramos

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os discentes demonstraram compreensão das classificações. No entanto, ao questioná-los se o quadrado pode ser considerado um retângulo, a maioria respondeu que não. Quando indagados se o quadrado pode ser considerado um losango, a resposta novamente foi negativa. Diante disso, o autor explicou o motivo pelo qual o quadrado pode ser simultaneamente classificado como retângulo e losango, uma vez que possui os quatro ângulos internos retos e os quatro lados com medidas iguais. Esse ocorrido destacou, também, as dificuldades que os alunos apresentam ao compreender o conceito de simultaneidade nos conteúdos matemáticos.

Os desafios enfrentados pelos discentes, segundo Souza (2015), estão relacionados à classificação hierárquica dos quadriláteros, visto que apresentam dificuldades na compreensão e análise das propriedades das figuras geométricas. A autora destaca que a dificuldade reside na necessidade de dedução entre imagens e conceitos, o que para muitos alunos é difícil. Estes fatores acabam por dificultar a compreensão das relações de inclusão dos quadriláteros.

Terminada a apresentação dos paralelogramos e suas classificações, foi utilizado, novamente, o quadro de isopor para explicar aos discentes as classificações dos trapézios em isósceles, escaleno e retângulo. Os discentes mostraram ter compreendido, não apresentando dúvidas durante a explicação.

Ao concluir a leitura e a explicação da apostila 1, deu-se início a apresentação em slides 1. Neste momento, foi compartilhada com os alunos a observação de que muitas pessoas questionam a aplicabilidade da Matemática no cotidiano, boa parte dos discentes concordou com esta afirmação. A partir desse consenso, expliquei-lhes que a Matemática está, de fato, presente no dia a dia, utilizando os quadriláteros como exemplo. A sala de aula, da própria turma, foi utilizada para exemplificar a presença da Matemática. Para isso, convidei-os a observar o formato da janela e das carteiras, destacando que esses objetos assemelham-se com quadriláteros.

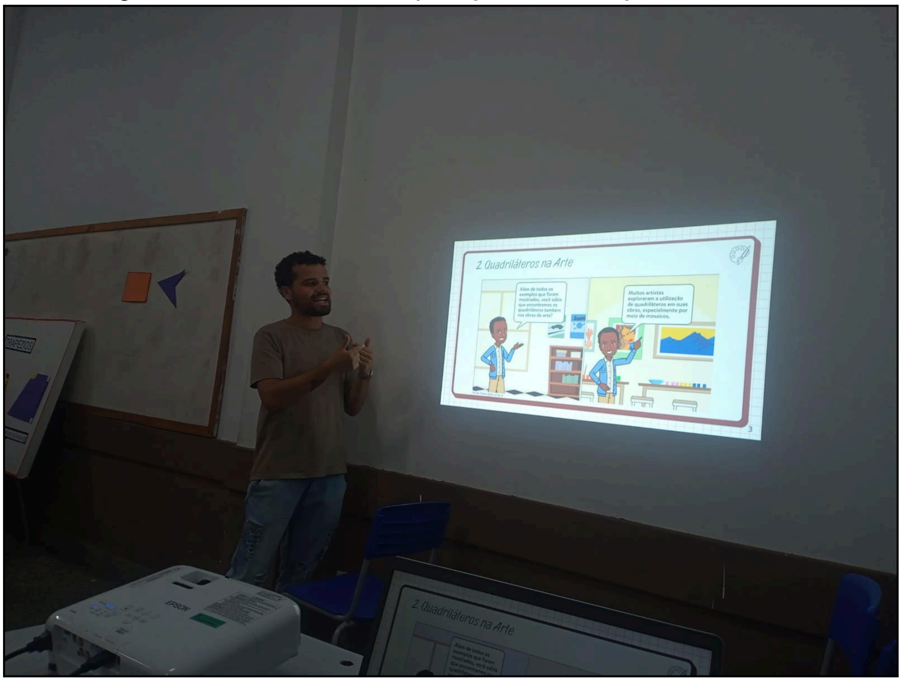
Estimular essas interações com os alunos se revela vantajoso, uma vez que, de acordo com Santos *et al.* (2005), boa parte dos discentes questionam sobre a relevância do aprendizado da Matemática em suas vidas cotidianas. Para os autores, alguns indagam porque devem adquirir conhecimentos matemáticos se não os aplicarão regularmente, enquanto outros se questionam sobre a utilidade da matéria para obter um emprego bem-sucedido.

Após a apresentação dos exemplos pertinentes, os discentes puderam discernir a presença dos quadriláteros em situações cotidianas. Ao indagá-los sobre a presença dessas formas geométricas em seu dia a dia, mediante a pergunta disposta no slide, observou-se com entusiasmo que os discentes demonstraram elevado interesse e participação na discussão do tema. Dentre várias respostas, uma aluna salientou que, ao frequentarmos uma vidraçaria, é comum solicitar vidros com formatos específicos de quadriláteros, como em retângulos, por exemplo, quando necessitamos de um vidro para uma prateleira.

A contribuição da aluna foi crucial, uma vez que demonstrou sua habilidade em perceber a presença dos quadriláteros em situações do dia a dia. Essa constatação corrobora com a perspectiva de Manoel (2019), ao argumentar que no ensino de Geometria, os discentes têm a capacidade de estabelecer vínculos entre os conceitos geométricos e o contexto social em que vivem. Conforme salientado pelo autor, a Geometria se destaca como um tema que desperta o interesse dos alunos devido à sua abordagem centrada na exploração de situações cotidianas, caracterizadas por uma natureza exploratória e investigativa. Essa abordagem, conforme ressaltado pelo autor ora mencionado, contribui para o processo de ensino-aprendizagem em sala de aula.

Durante a explicação da definição de mosaicos, os alunos mostraram ter entendido esse tipo de Arte decorativa. Na imagem abaixo, pode ser observado o instante em que essa explicação ocorre (Figura 51).

Figura 51 - Momento da explicação da definição de mosaicos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao serem apresentadas as imagens de exemplos de mosaicos, os alunos evidenciaram interesse e demonstraram estar envolvidos. Nesse momento, a maioria dos discentes compartilharam lembranças de terem reconhecido alguns dos mosaicos apresentados, como aqueles no calçadão do centro da cidade de Campos dos Goytacazes e nos vitrais da igreja.

A resposta dos alunos destaca a importância de explorar o espaço em que estão inseridos, corroborando com a observação de Silva (2021), a qual destaca a relevância de integrar o ensino de Geometria ao cotidiano dos estudantes. Para a autora ora mencionada, o docente pode explorar essa conexão, proporcionando aos alunos a oportunidade de aprenderem sobre conceitos geométricos relacionados à sua perspectiva de mundo, que engloba diversas áreas do conhecimento, como a Arte, e varia em níveis de compreensão.

Quando questionados sobre a identificação dos quadriláteros notáveis, presentes nos quadros mosaicos dos artistas Piet Mondrian, Gonçalo Ivo e Lygia Clark, que estavam sendo exibidos durante a aula, os alunos responderam corretamente, destacando, assim, que realmente entenderam o que foi ensinado sobre as classificações dos quadriláteros notáveis.

Este fato vai ao encontro de Zago e Flores (2010) ao afirmarem que a interseção entre a educação Matemática e a Arte representa um campo de pesquisa e oferece oportunidades para o ensino de Geometria. Para as autoras isso ocorre quando começamos a examinar tanto os conhecimentos matemáticos construídos ao longo da história quanto às obras artísticas, considerando-as como expressões humanas, culturais e históricas. Sendo assim, os discentes têm a chance de perceber como os conhecimentos geométricos são aplicados e desenvolvidos na concepção e criação de obras de Arte.

A utilização de slides durante a aula foi bem recepcionada pelos alunos, o que tornou a aula mais atrativa. Esse recurso tecnológico, também, desempenhou um papel crucial ao conferir dinamismo à explicação referente a presença dos quadriláteros no cotidiano e nos mosaicos, contribuindo para manter o interesse e envolvimento dos alunos no decorrer da aula.

Os ganhos decorrentes do emprego de slides durante a aula estão alinhados a partir da perspectiva de Machado (2021), ao afirmar que o uso de recursos tecnológicos torna as aulas mais envolventes, estimula a aprendizagem e intensifica a participação dos estudantes.

Na imagem a seguir, é possível ver um momento da apresentação em que o slide ilustra os exemplos de mosaicos presentes no cotidiano (Figura 52).

Figura 52 - Apresentação dos mosaicos no cotidiano

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Concluída a apresentação em slides, foi disponibilizada a lista 1 para dar início às atividades. Algumas manifestações de desânimo e preocupação foram observadas, com questionamentos sobre o possível impacto da atividade na nota. Esclareci que não havia necessidade de preocupação, uma vez que a atividade não possuía peso avaliativo. Para iniciar a execução da tarefa, foram disponibilizados, para cada dupla, a folha do diagrama, a régua, a cola e o kit 1 dos quadriláteros (paralelogramos), todos essenciais para a realização da primeira questão.

Assim que os alunos receberam o envelope contendo os paralelogramos, mostraram-se animados e procederam à sua abertura para responder à primeira questão. Diante da agitação observada, enfatizou-se a importância de uma leitura cuidadosa do enunciado antes de realizar a colagem dos paralelogramos no diagrama, ressaltando que as instruções necessárias para a correta interpretação estavam contidas nesse contexto. Posteriormente, procedeu-se à leitura conjunta da questão, concedendo um período de 10 minutos para que os alunos a respondessem, dado que o tempo disponível permitia uma abordagem tranquila.

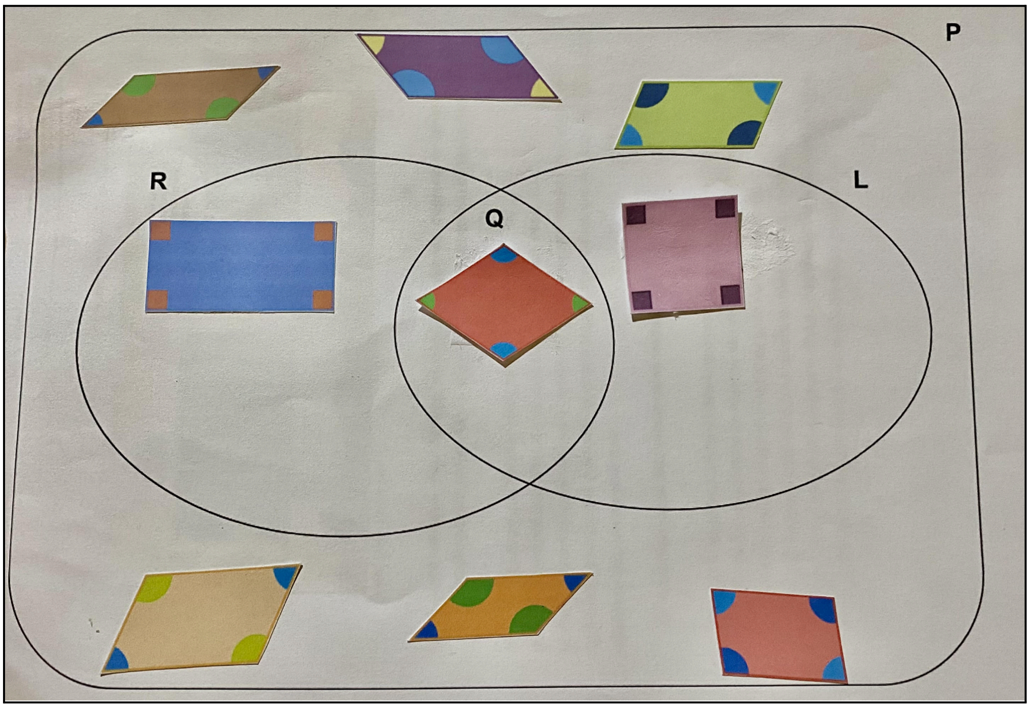
A disposição dos alunos em abordar a questão, motivada pela entrega do material manipulável, está em conformidade com as afirmações de Silva e Dávila (2020) acerca do ensino de natureza lúdica. Segundo essas autoras, a satisfação surge de maneira natural, nesse método educacional, resultante da liberdade, da escolha e da dedicação dos estudantes às atividades propostas. Nesse sentido, é crucial que tais atividades incentivem ativamente a participação dos alunos, promovendo a entrega voluntária, de modo a suscitar o prazer intrínseco associado a esse envolvimento.

Outro aspecto relevante é que os alunos, que não prestaram atenção à explicação inicial sobre os quadriláteros notáveis, especialmente os paralelogramos e suas classificações, logo assim que receberam o diagrama e o envelope com as figuras, recorreram à apostila para realizarem a questão 1. Isso evidencia que o material manipulável teve uma contribuição positiva na atividade, despertando o interesse dos alunos em responder à questão.

Este acontecimento está alinhado com a visão de Camacho (2012), que salienta a importância da utilização de materiais manipuláveis devido à capacidade de despertar o interesse dos alunos pelo conteúdo a ser estudado.

Durante o período em que os alunos se dedicavam à resolução da questão, o autor percorreu a sala atentamente, realizando observações em cada carteira e disponibilizando auxílio em situações de dúvidas. Já nos momentos iniciais, foi percebido que estavam enfrentando dúvidas ao empregar o diagrama e compreender a localização adequada para a colagem de cada paralelogramo, várias duplas estavam fixando as figuras em lugares errados. A figura a seguir mostra uma das respostas, na qual incorretamente posicionaram o losango e o quadrado no diagrama (Figura 53).

Figura 53 - Resposta de uma das duplas na questão 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

As dificuldades manifestadas pelos discentes ao lidar com o diagrama destacam uma lacuna notável no conhecimento de conjuntos nas séries finais do ensino fundamental. Ao realizar um estudo acerca da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), constatou-se que não há uma abordagem específica sobre conjuntos e operações ao longo de todo o Ensino Fundamental, o que contribui para as dificuldades encontradas na aplicação dos conceitos relacionados ao diagrama.

Uma observação pertinente diz respeito ao fato de que, em nenhum momento, os alunos estavam utilizando a régua para mensurar os lados dos paralelogramos e posicioná-los corretamente, particularmente no caso do losango e do quadrado, que exigem que os lados tenham medidas iguais. É importante acrescentar que, embora tenha sido solicitado aos alunos que utilizassem a régua durante a execução da questão, estes afirmaram não saber como empregá-la, evidenciando a falta de familiaridade com o instrumento. Essa circunstância também teve um impacto decisivo no equívoco dos alunos em relação à questão.

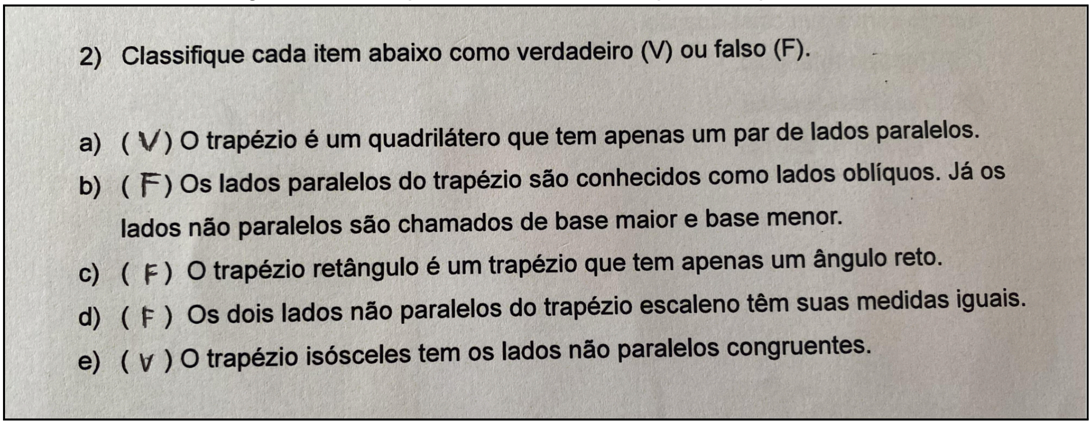
Ao constatar que os alunos estavam finalizando a primeira questão, procedeu-se à correção na lousa, observando que alguns discentes ajustaram a posição das figuras, colando-as nos lugares corretos. Ressaltei a necessidade de não modificar as respostas já inseridas no diagrama. Os alunos manifestaram preocupação em cometer erros, momento em que enfatizei que não deveriam ficar receosos, uma vez que, de acordo com Nogaro e Granella (2004), o erro também faz parte do processo de ensino-aprendizagem.

Após a conclusão da questão 1, foi concedido um período adicional de 10 minutos para que os alunos respondessem às questões 2 e 3, ambas contidas na lista 1. Poucos alunos expressaram dúvidas, e aqueles que as apresentaram solicitaram minha assistência. Ao atendê-los, observou-se que a maioria das dificuldades estava associada à questão 2, na qual os alunos deveriam avaliar a veracidade ou falsidade de cada item, letra por letra. Destacou-se a importância de uma leitura atenta e foi incentivada a consulta à apostila, onde as informações corretas acerca de cada item estavam disponíveis.

Solicitar aos alunos uma leitura atenta da questão assume importância considerável, uma vez que, segundo Pontes (2019), a compreensão do problema é o ponto inicial fundamental no processo, sendo necessário que o aprendiz interprete adequadamente o enunciado do mesmo.

De modo geral, a maioria dos alunos respondeu à questão 2 corretamente, evidenciando assim que compreenderam as explicações acerca dos trapézios e de suas classificações. Na figura abaixo, é possível ver uma das resoluções (Figura 54).

Figura 54 - Resposta de uma das duplas na questão 2



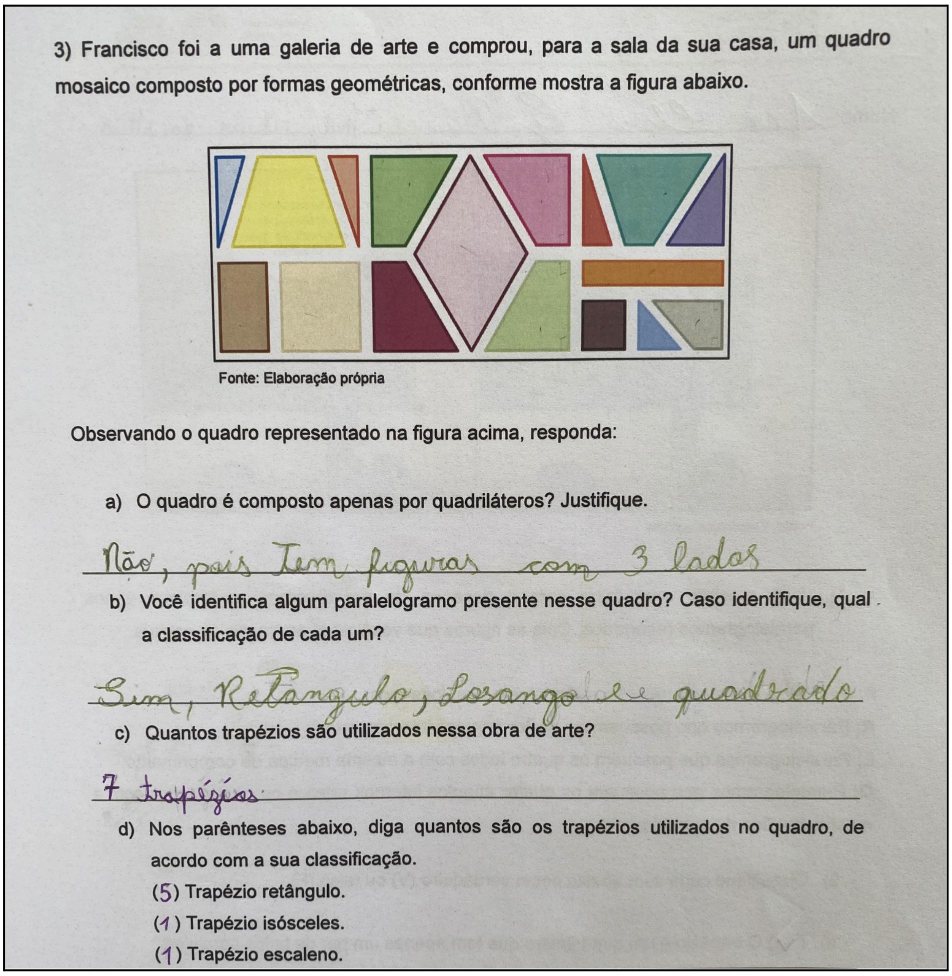
2) Classifique cada item abaixo como verdadeiro (V) ou falso (F).

a) (V) O trapézio é um quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.
b) (F) Os lados paralelos do trapézio são conhecidos como lados oblíquos. Já os lados não paralelos são chamados de base maior e base menor.
c) (F) O trapézio retângulo é um trapézio que tem apenas um ângulo reto.
d) (F) Os dois lados não paralelos do trapézio escaleno têm suas medidas iguais.
e) (V) O trapézio isósceles tem os lados não paralelos congruentes.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No que diz respeito à questão 3, na qual os alunos foram orientados a examinar a imagem do quadro mosaico fornecido na questão e a responder cada subitem das letras "a" até "d", a maior parte dos alunos forneceu respostas corretas. Abaixo, encontramos uma das soluções apresentadas por uma das duplas (Figura 55).

Figura 55 - Resposta de uma das duplas na questão 3



3) Francisco foi a uma galeria de arte e comprou, para a sala da sua casa, um quadro mosaico composto por formas geométricas, conforme mostra a figura abaixo.

Fonte: Elaboração própria

Observando o quadro representado na figura acima, responda:

a) O quadro é composto apenas por quadriláteros? Justifique.

Não, pois Tem figuras com 3 lados

b) Você identifica algum paralelogramo presente nesse quadro? Caso identifique, qual a classificação de cada um?

Sim, Retângulo, Losango e quadrado

c) Quantos trapézios são utilizados nessa obra de arte?

7 trapézios

d) Nos parênteses abaixo, diga quantos são os trapézios utilizados no quadro, de acordo com a sua classificação.

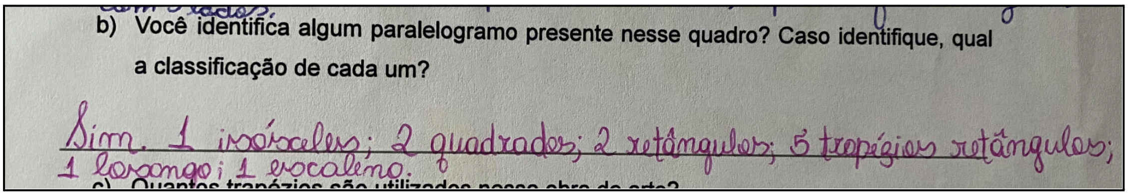
(5) Trapézio retângulo.
(1) Trapézio isósceles.
(1) Trapézio escaleno.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Contudo, na referida questão, a maioria dos equívocos ocorreu na letra “b”, onde foram questionados sobre os paralelogramos identificados na obra e sua classificação. Alguns alunos responderam à classificação dos trapézios presentes no quadro, indicando assim uma desatenção no momento de responder o item “b”. Esse ocorrido destaca, conforme expressam Piovesan *et al.* (2018), que o educando desatento, também, comete erros por descuido.

Na imagem a seguir, podemos observar uma das respostas em que uma dupla incorre nesse equívoco (Figura 56).

Figura 56 - Resposta incorreta de uma das duplas na letra “b” da questão 3


b) Você identifica algum paralelogramo presente nesse quadro? Caso identifique, qual a classificação de cada um?

Sim. 1 isósceles; 2 quadrados; 2 retângulos; 5 trapézios retângulos; 1 losango; 1 escaleno.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Um episódio que despertou a atenção envolveu uma aluna que, ao responder a letra “b”, chamou o autor até a sua carteira e formulou a seguinte pergunta: "*É necessário considerar também o revestimento externo do quadro como um retângulo?*" Respondi negativamente, esclarecendo que não era necessário, pois a questão concentrava-se nas figuras geométricas contidas dentro do quadro.

Esse aspecto sustenta a visão proposta por Souza (2001), ao afirmar sobre a Geometria ser uma ferramenta que contribui para aprimorar o pensamento geométrico dos discentes por meio de observações, manipulações e análises, promovendo uma melhoria em sua capacidade de interpretar figuras geométricas. Tal aprimoramento, por sua vez, contribui para que os estudantes estejam aptos a resolver situações práticas da vida. O episódio evidenciou a atenção abrangente da aluna aos quadriláteros, revelando um olhar perspicaz na observação do quadro.

Após a correção na lousa, das questões 2 e 3, a aula foi finalizada. Ficou claro que a maioria dos alunos participou de forma ativa e obteve um desempenho positivo nas tarefas sugeridas. Isso indica uma satisfação com a aula, destacando-se devido à abordagem lúdica, diferenciada em comparação com as tradicionais aulas de Matemática, às quais estão habituados. De acordo com Santos e Almeida (2020), a abordagem lúdica mostra-se como uma alternativa a romper com o tradicionalismo imposto nas aulas de Matemática.

A escolha de iniciar a sequência didática com uma aula de revisão revelou ser crucial. Isso ocorreu porque vários estudantes não estavam familiarizados com o conteúdo dos quadriláteros notáveis, possuindo apenas conhecimentos básicos sobre os elementos principais de um quadrilátero.

Dessa forma, a aula desempenhou um papel crucial ao relembrá-los do conteúdo e proporcionar um primeiro contato para aqueles que ainda não haviam estudado.

4.2.3 Aplicação da segunda etapa: Aplicação dos temas principais (Matemática e Artes).

A fase subsequente da aplicação deste trabalho de conclusão de curso, cujo objetivo é evidenciar as relações entre a Matemática e as Artes, culminando com a criação de mosaicos utilizando quadriláteros, ocorreu na sexta-feira seguinte à primeira etapa, em 24 de novembro de 2023, com a participação de 33 alunos na turma. Diferentemente do primeiro encontro, essa etapa da aplicação foi realizada durante o horário regular das aulas de Matemática, das 10:35 às 12:10.

O início da aula teve um atraso de 15 minutos devido ao retorno dos alunos do intervalo, o que contribuiu para um ambiente inicialmente agitado. Para garantir uma compreensão homogênea, iniciei a aula devolvendo a apostila 1, utilizada no primeiro encontro, considerando a possibilidade de alguns alunos não se lembrarem do conteúdo, além de haver alguns que não estavam presentes no primeiro encontro. Após a entrega da apostila, realizamos uma breve revisão conjunta dos conceitos fundamentais relacionados à classificação de paralelogramos e trapézios. Em seguida, deu-se início à distribuição da folha com a atividade de retomada do conteúdo, a qual consistia em um jogo de palavras cruzadas, e foi informado que poderiam consultar a apostila para responder a atividade.

A revisão do conteúdo com os alunos é justificada, pois, conforme argumentado por Meirelles (2014), é importante revisar os tópicos discutidos em aulas anteriores, tornando a retomada de conteúdos um elemento crucial para o aprendizado abrangente dos discentes.

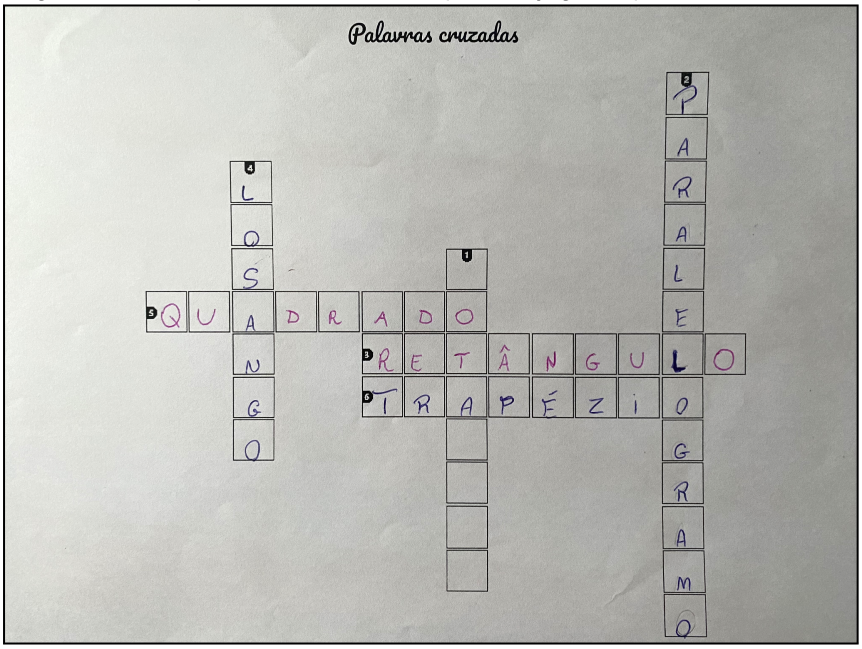
À medida que os alunos receberam a atividade, prontamente se engajaram em respondê-lá. Enquanto respondiam, o pesquisador percorreu a sala para observá-los. Rapidamente, começaram a abordá-lo para que os ajudasse em suas dúvidas. A imagem abaixo mostra um dos momentos em que o autor auxilia uma das duplas (Figura 57).

Figura 57 - Momento em que as duplas estão sendo auxiliadas

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A principal dúvida que os alunos tiveram na atividade de retomada do conteúdo dizia respeito ao primeiro item, que deveria ser preenchido na lacuna da palavra cruzada, cuja resposta era "notáveis". Alguns alunos optaram por avançar para os itens subsequentes, deixando o primeiro para ser respondido no final. Contudo, ainda assim, alguns entregaram o item 1 em branco. Na imagem a seguir, podemos observar um exemplo de uma das respostas das duplas, em que esse fato ocorre (Figura 58).

Figura 58 - Resposta de uma das duplas no jogo de palavras cruzadas



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Assim que os alunos foram concluindo a atividade, o autor foi até a lousa e discutiu cada uma das opções abordadas com eles. Iniciou-se pelo item 1, que gerava dúvidas para a maioria. Ao revelar que a resposta era "notáveis", foi perceptível, pela reação da turma, que a maioria acabou não respondendo por falta de atenção ao consultar a apostila. Durante a correção da atividade, foi observada uma notável participação por parte dos alunos que prontamente forneceram respostas imediatas e mostraram interesse em esclarecer dúvidas ao cometerem erros.

Essa observação está em sintonia com a visão de Cordovil, Souza e Nascimento Filho (2016), os quais argumentam que a abordagem lúdica como recurso didático vai além de inserir brincadeiras durante o processo de aprendizado. Sua finalidade estende-se, pois proporcionando aos alunos o desenvolvimento de habilidades motoras e intelectuais, a consolidação de conteúdos de maneira prazerosa e envolvente, permitindo assim ao educando construir sua aprendizagem.

O jogo de palavras cruzadas foi bem acolhido pelos alunos; ao longo de toda a atividade, era evidente o envolvimento deles enquanto preenchiam as lacunas. Boa parte dos discentes demonstraram apreciação pelo jogo, evidenciando que seu principal propósito foi alcançado: a recordação dos conceitos de quadriláteros notáveis, tema abordado na aula anterior.

Após concluir a correção da atividade, promovi uma conversa com o intuito de incentivá-los a recordar algumas das relações entre a Matemática e as Artes, por meio da presença de quadriláteros nos mosaicos discutidos durante o nosso primeiro encontro. Em seguida, deu-se início à apresentação em slides 2. Ao ler o título da apresentação, os alunos exibiram interesse com o que seria abordado na aula. No entanto, alguns que estavam no intervalo começaram a entrar na sala no início da apresentação, distraindo aqueles que já estavam presentes. A preceptora da residência pedagógica, que também estava presente durante a aula, auxiliou-os a sentarem-se nas carteiras.

No início da apresentação, a turma permaneceu atenta. Quando foi exibido o slide que apresenta um breve resumo da história de vida de Lygia Clark, os alunos demonstraram curiosidade e estiveram atentos à explicação. Isso ocorreu principalmente porque, no início, foi mencionado que na aula continuaríamos a explorar as relações entre a Matemática e as Artes, desta vez através da análise de uma das obras de Lygia Clark. A imagem a seguir mostra o momento em que foi apresentado o slide que contém um resumo da sua história (Figura 59).

Figura 59 - Momento da explicação da história de Lygia Clark

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No decorrer da apresentação, os alunos mostravam-se atentos aos slides que destacavam as características e exemplos das obras de Lygia Clark. No entanto, a participação da turma ficou mais evidente quando os questionei sobre a foto de uma das pinturas da coleção "Planos em Superfície Modulada". Ao exibir a imagem, perguntei se conseguiam identificar qual dos quadriláteros estudados em nosso primeiro encontro estava presente na obra. Eles responderam corretamente que eram os paralelogramos. A imagem a seguir, mostra o momento em que ocorre esse instante da apresentação (Figura 60).

Figura 60 - Momento em que é apresentado algumas das obras de Lygia Clark

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a explicação do slide da imagem anterior, o próximo slide na sequência, abordava a explicação da coleção de obras da Lygia Clark intitulada "Planos em Superfície Modulada". Posteriormente a explicação, foi exibido o slide contendo a imagem da pintura do quadro mosaico pertencente à mencionada coleção, intitulado "Planos em Superfície Modulada N.º 2". Nesse momento, expliquei que a ênfase da aula seria a análise desta obra, para responder as questões da Lista 2.

Neste instante, foi apresentada para a turma a réplica do quadro e, ao mesmo tempo, explicou-se porque considera-se esse quadro um mosaico, pois conforme a definição apresentada por Dantas *et. al* (2013), a obra em questão emprega os elementos (quadriláteros) de maneira a conectá-los como se fossem peças de um quebra-cabeça. Foi explicado, também, que os os mosaicos, matematicamente, são definidos como pavimentações do plano. Em seguida, foram retiradas algumas partes do quadro para que pudessem visualizar melhor como ele se encaixa na definição de mosaico e explicou-se, ainda, que todas as figuras de mesma classificação que o constituem possuem as mesmas medidas.

Por meio do uso da réplica do quadro, os alunos adquiriram uma compreensão mais aprofundada sobre a definição de mosaicos, mesmo que tal conceito já tivesse sido abordado na aula anterior. Observou-se que esse material manipulável foi de grande importância, revelando-se, conforme destacado por Camacho (2012), uma ferramenta valiosa na exploração de conceitos.

À medida que removia as partes, perguntava que tipo de quadrilátero notável cada uma representava, e a maioria dos discentes conseguiram responder corretamente, identificando a classificação de cada quadrilátero retirado. Na imagem a seguir podemos ver o momento em que ocorreu esse fato (Figura 61).

Figura 61 - Momento em que é apresentada a réplica do quadro

Fonte: Protocolo de pesquisa.

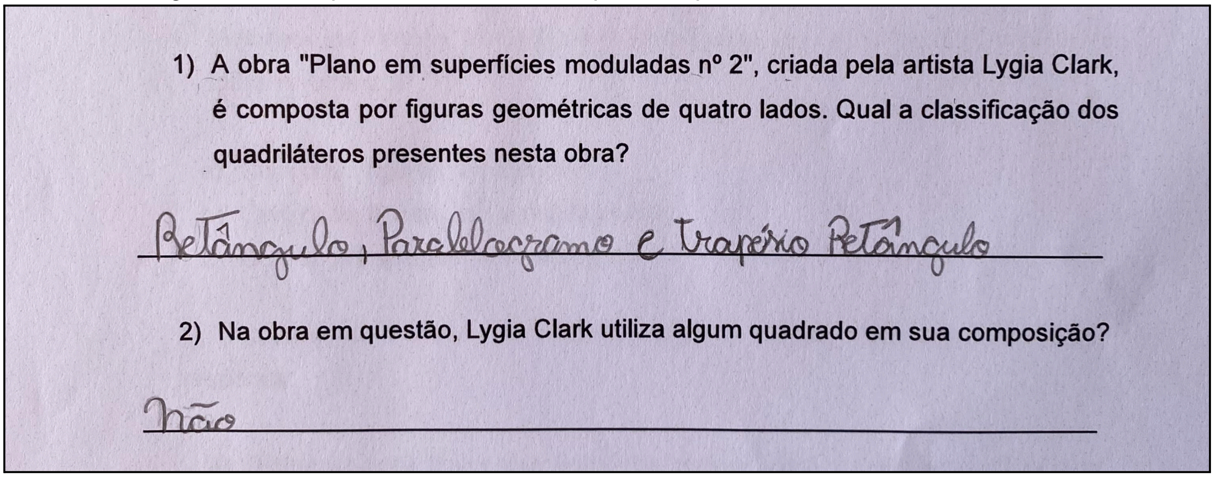
Foi evidente que estavam bastante concentrados, pois demonstraram interesse ao observar cada parte sendo removida. Notou-se que a obra "Planos em Superfícies Modulada N.º 2" não foi percebida como algo abstrato por eles. Ao utilizar a réplica como material concreto, conseguiu-se capturar a atenção deles durante a explicação, o que contribuiu para uma abstração acerca dos aspectos essenciais a respeito da classificação dos quadriláteros presentes na obra de Lygia

Clark. Esse fato corrobora com a perspectiva de Lorenzato (2010), que sustenta a ideia de que o caminho para atingir a abstração inicia-se com o concreto.

Após finalizar a explicação da obra ora mencionada, foi realizada a distribuição da lista 2 e a réplica do quadro foi posicionada na parede com o auxílio da mesa, permitindo que visualizassem a obra enquanto respondiam às questões. Ao entregar a lista 2, percebia-se que os alunos estavam ansiosos para começar a respondê-lá. Assim que concluí a distribuição, informei que estavam autorizados a iniciar as respostas.

No que diz respeito às questões 1 e 2, que abordavam a classificação dos quadriláteros presentes na obra e se havia algum quadrado, respectivamente, a maioria da turma respondeu corretamente. Na imagem abaixo é possível observar a solução fornecida por uma das duplas (Figura 62).

Figura 62 - Respostas de uma das duplas na questão 1 e 2 referente a lista 2



1) A obra "Plano em superfícies moduladas nº 2", criada pela artista Lygia Clark, é composta por figuras geométricas de quatro lados. Qual a classificação dos quadriláteros presentes nesta obra?

Retângulo, Paralelogramo e Trapézio Retângulo

2) Na obra em questão, Lygia Clark utiliza algum quadrado em sua composição?

Não

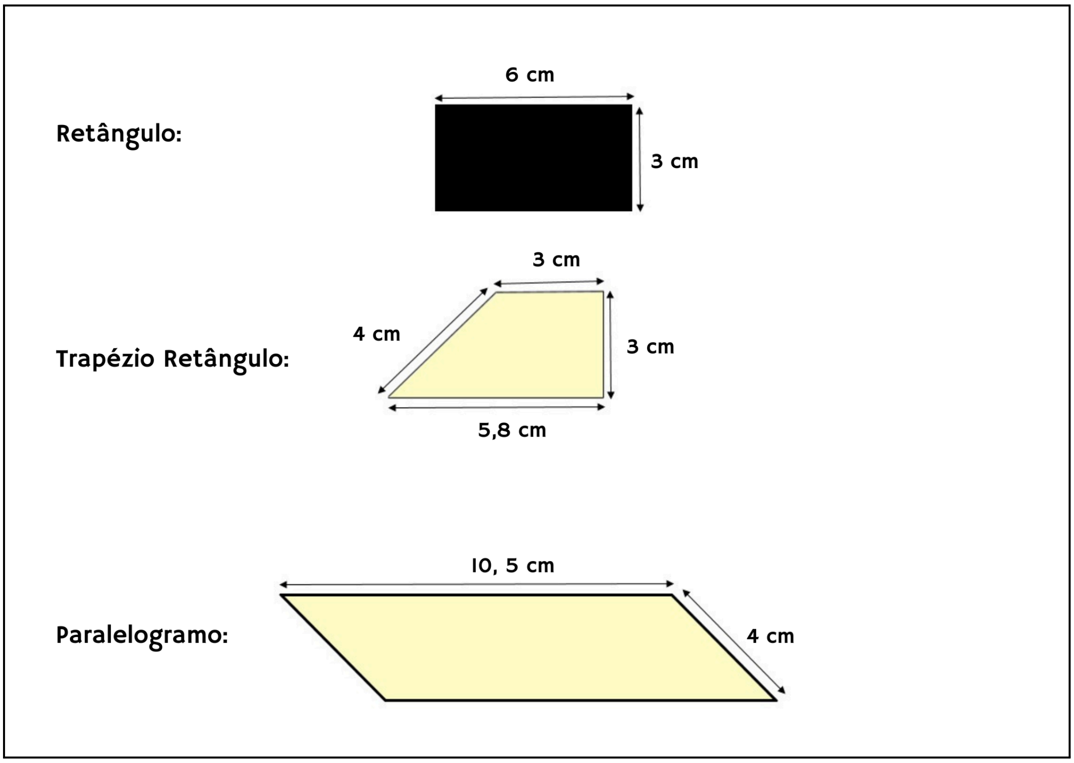
Fonte: Protocolo de pesquisa.

À medida que os alunos terminavam as questões 1 e 2, deu-se início à distribuição do material manipulável 2, destinado a ser utilizado nas respostas às questões 3, 4 e 5. Conforme recebiam o envelope contendo os quadriláteros, demonstravam estar animados ao abri-lo, mostrando interesse em responder à atividade proposta.

De acordo com Rêgo e Rêgo (2012), a incorporação desse tipo de material tem o potencial de tornar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática mais atrativo, reduzindo a apreensão geralmente relacionada a essa disciplina e despertando o interesse dos alunos.

A proposta da questão 3 era que utilizassem a régua para determinar as medidas dos lados de cada figura. Na imagem abaixo (Figura 63), é possível verificar as respostas que os alunos deveriam apresentar, obtida por meio da medição com a régua.

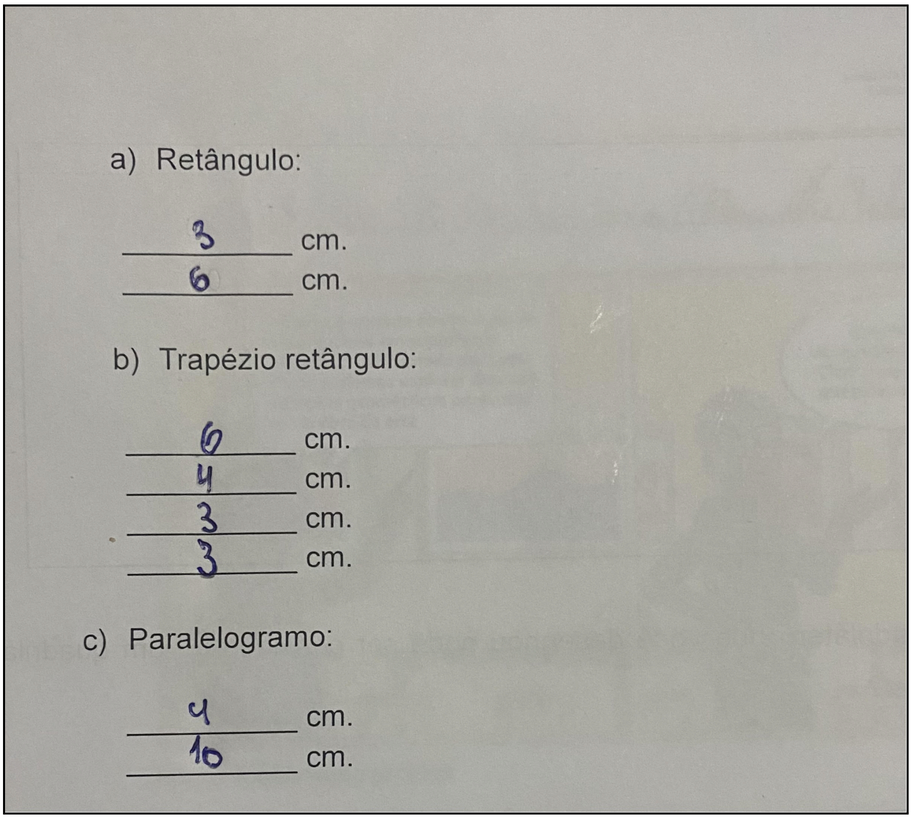
Figura 63 - Gabarito da questão 3 referente a lista 2



Fonte: Elaboração própria.

Entretanto, a maioria dos alunos cometeu equívocos na mensuração ao realizar essa tarefa. Em várias ocasiões, solicitavam ajuda indagando frequentemente sobre a maneira correta de medir os lados da figura. Os alunos enfrentavam consideráveis obstáculos ao tentar utilizar a régua. Um outro fato foi que a maioria dos alunos aproximou os valores das medidas, originalmente decimais não inteiros, para números inteiros mais próximos das medidas consideradas corretas. Na imagem abaixo, é possível observar a resolução de uma das duplas em que ocorreu esse equívoco (Figura 64).

Figura 64 - Respostas de uma das duplas na questão 3 referente a lista 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

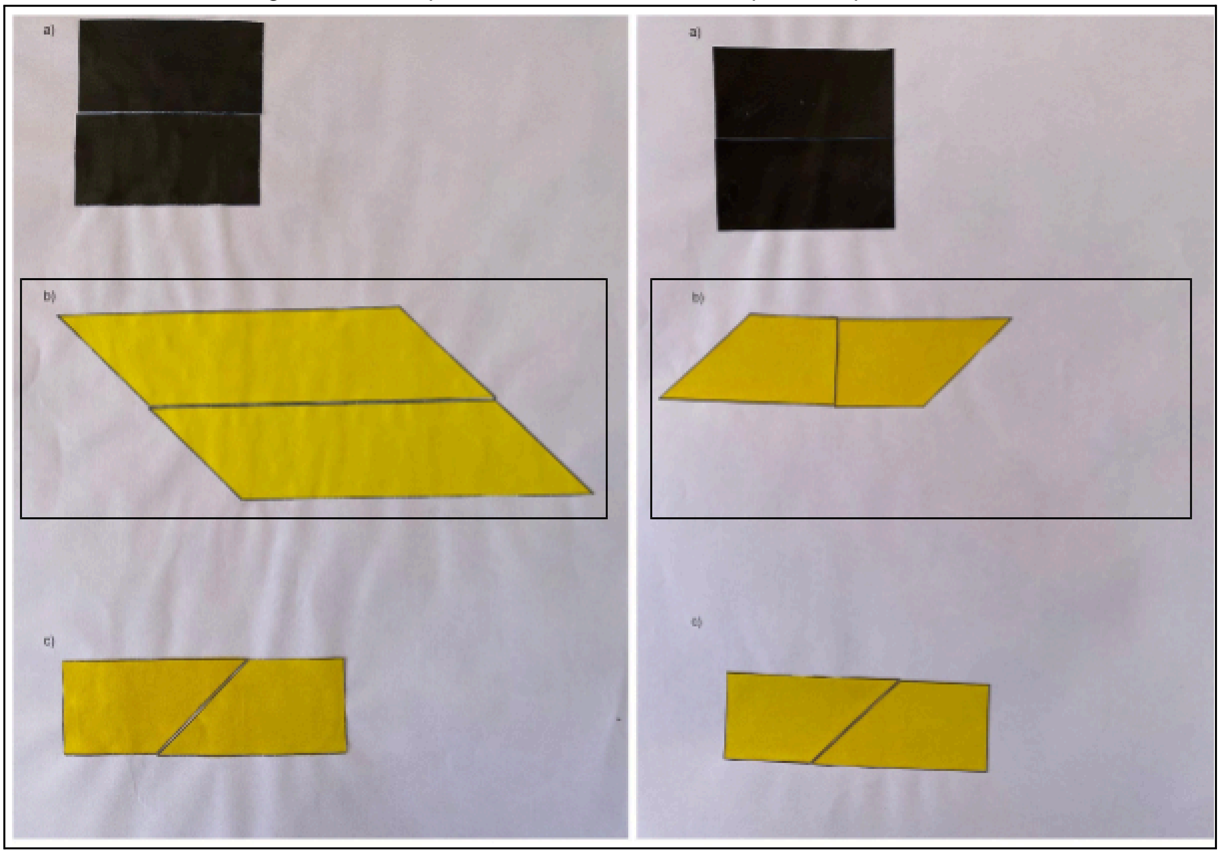
Os desafios observados na utilização da régua, tanto na primeira aula quanto na segunda, conforme mencionado por Titon, Pereira e May (2022), podem estar relacionados às dificuldades de aprendizagem em Geometria ou à questão do abandono do ensino do desenho geométrico. Para os autores ora mencionados, os equívocos ao utilizar a régua concentram-se especialmente no posicionamento preciso para alcançar uma maior exatidão e na leitura a partir do marco inicial (início da medição pelo zero). Os erros derivam das dificuldades fundamentais de utilização.

De maneira geral, a maioria dos alunos, apesar de enfrentar desafios, demonstrou esforço ao abordar a questão.

Depois de concluírem a questão 3, iniciaram a resolução da questão 4, na qual tinham que construir os quadriláteros especificados da letra “a” até a letra “c” (quadrado, paralelogramo e retângulo), utilizando o material manipulável 2 que lhes foi fornecido. A maioria dos alunos não encontrou dificuldades ao responder à questão, demonstrando inclusive respostas diversas baseadas em sua perspectiva na criação da figura solicitada. Isso foi especialmente evidente na letra “b”, onde foram solicitadas duas figuras para formar um paralelogramo.

A imagem a seguir ilustra duas abordagens apresentadas por diferentes duplas, cada uma utilizando figuras distintas, presentes no material manipulável 2, para solucionar o mesmo item (Figura 65).

Figura 65 - Respostas distintas de duas duplas na questão 4



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Isso indica que os alunos adotaram abordagens diferentes na construção do paralelogramo, revelando que alguns optaram por utilizar dois paralelogramos para formar a figura desejada, enquanto outros escolheram empregar dois trapézios retângulos.

Esse acontecimento está alinhado com as ideias apresentadas por Camacho (2012) a respeito do manuseio do material manipulável por parte dos alunos. De acordo com a autora, no decorrer desse processo, os discentes começam realizando previsões e levantando questionamentos, estabelecendo conexões com o objeto em questão. Em seguida, partem para a ação e, por fim, tiram conclusões, formulando estratégias cada vez mais sofisticadas, recorrendo a várias representações.

Após terem finalizado a questão 4, dirigi-me à réplica do quadro mosaico e expliquei-lhes que as figuras solicitadas só puderam ser construídas devido à relação entre as dimensões dos quadriláteros presentes no quadro de Lygia Clark. Além disso, destaquei que, ao unir dois retângulos conforme pedido na letra "a", nem sempre resultaria em um quadrado como resposta. A partir desse ponto, retirei alguns dos quadriláteros da réplica do quadro para responder a cada item. A imagem a seguir mostra esse momento da aula (Figura 66).

Figura 66 - Momento em que a réplica do quadro é utilizada para responder a questão 4

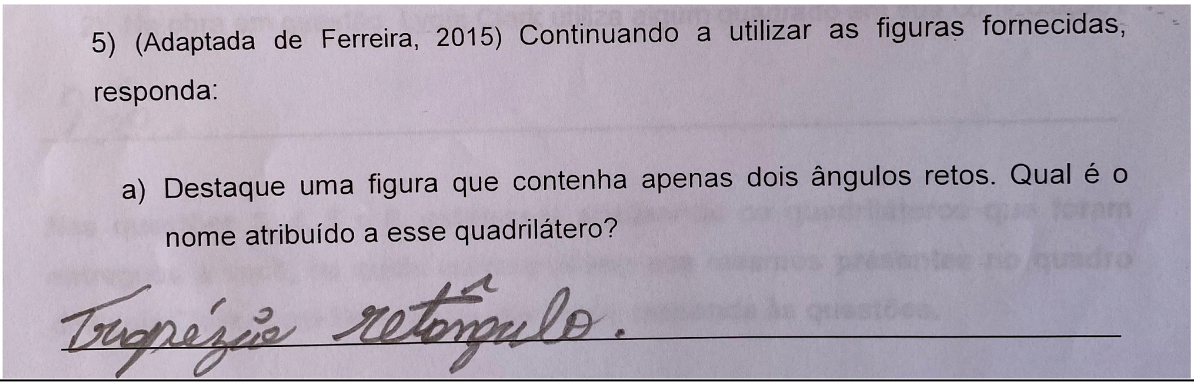
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao remover alguns dos quadriláteros da réplica para abordar a questão, notou-se o envolvimento dos alunos e, também, o deslumbramento ao unir duas peças para criar outro quadrilátero. A réplica evidenciou aos discentes que é possível empregar formas Matemáticas em um contexto prático, como em um quadro artístico, por exemplo, facilitando a compreensão de conceitos e definições.

Tornou-se evidente que fornecer materiais manipuláveis para os alunos responderem às questões, bem como utilizar as peças da réplica (outro material manipulável) para auxiliar na resolução dos problemas, contribuiu para instigar o interesse dos alunos pela Matemática por meio da manipulação de objetos. Isso também facilitou a compreensão do conteúdo abordado e reforçou o estudo de temas previamente trabalhados ou introduzidos no momento. Esse acontecimento está alinhado com a perspectiva de Gomes (2016) sobre os três tipos de ações (motivadora, auxiliadora e fixadora) que os materiais manipuláveis proporcionam.

Ao finalizar a explicação dos itens da questão anterior, os alunos iniciaram a questão 5. No item “a” da questão, os discentes responderam corretamente qual era o quadrilátero solicitado. As imagens a seguir mostram a forma em que duas duplas forneceram suas respostas (Figuras 67 e 68).

Figura 67 - Resposta de uma das duplas na questão 5 letra “a”

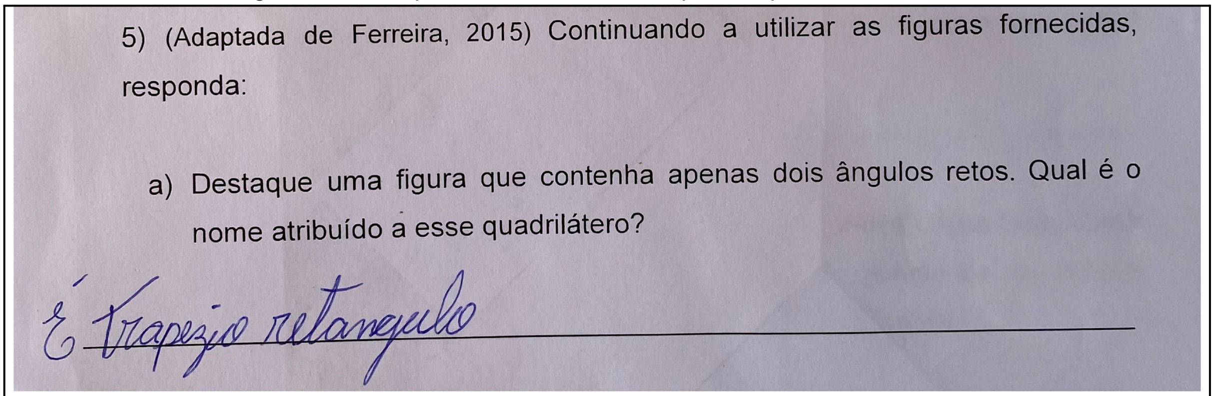

5) (Adaptada de Ferreira, 2015) Continuando a utilizar as figuras fornecidas, responda:

a) Destaque uma figura que contenha apenas dois ângulos retos. Qual é o nome atribuído a esse quadrilátero?

Trapézio retângulo.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 68 - Resposta de uma outra dupla na questão 5 letra “a”


5) (Adaptada de Ferreira, 2015) Continuando a utilizar as figuras fornecidas, responda:

a) Destaque uma figura que contenha apenas dois ângulos retos. Qual é o nome atribuído a esse quadrilátero?

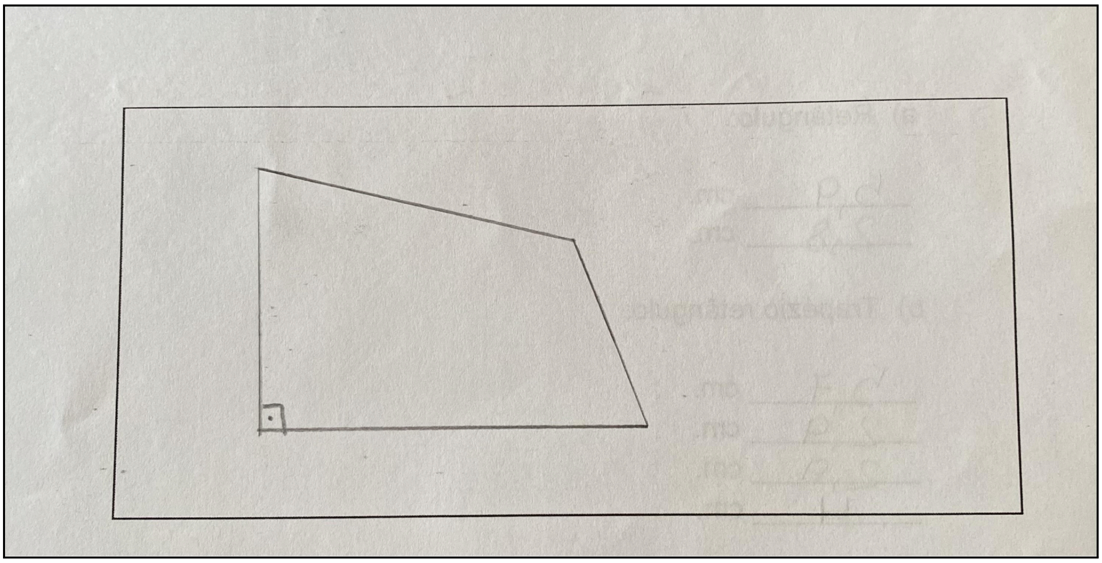
É Trapezio retangulo

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Isso indica que os alunos entenderam, tanto na aula de revisão quanto durante a aplicação desta aula, que, entre os quadriláteros notáveis, o trapézio retângulo é o único que possui exatamente dois ângulos retos.

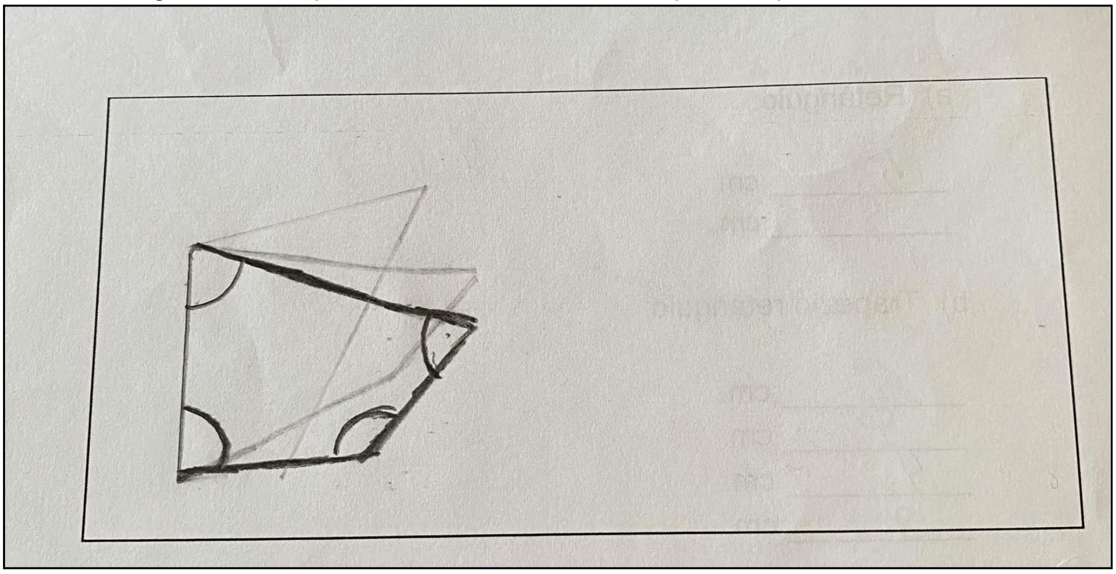
Contudo, boa parte dos alunos apresentaram dificuldades ao responderem os itens “b” e “c” da questão. No item “b”, onde foi pedido que os alunos desenhassem um quadrilátero com apenas um ângulo reto, apenas alguns conseguiram desenhá-lo corretamente, enquanto outros deixaram o item em branco. As imagens a seguir mostram as respostas de duas duplas no item “b” (Figuras 69 e 70).

Figura 69 - Resposta correta de uma das duplas na questão 5 letra “b”



Fonte: Protocolo de pesquisa.

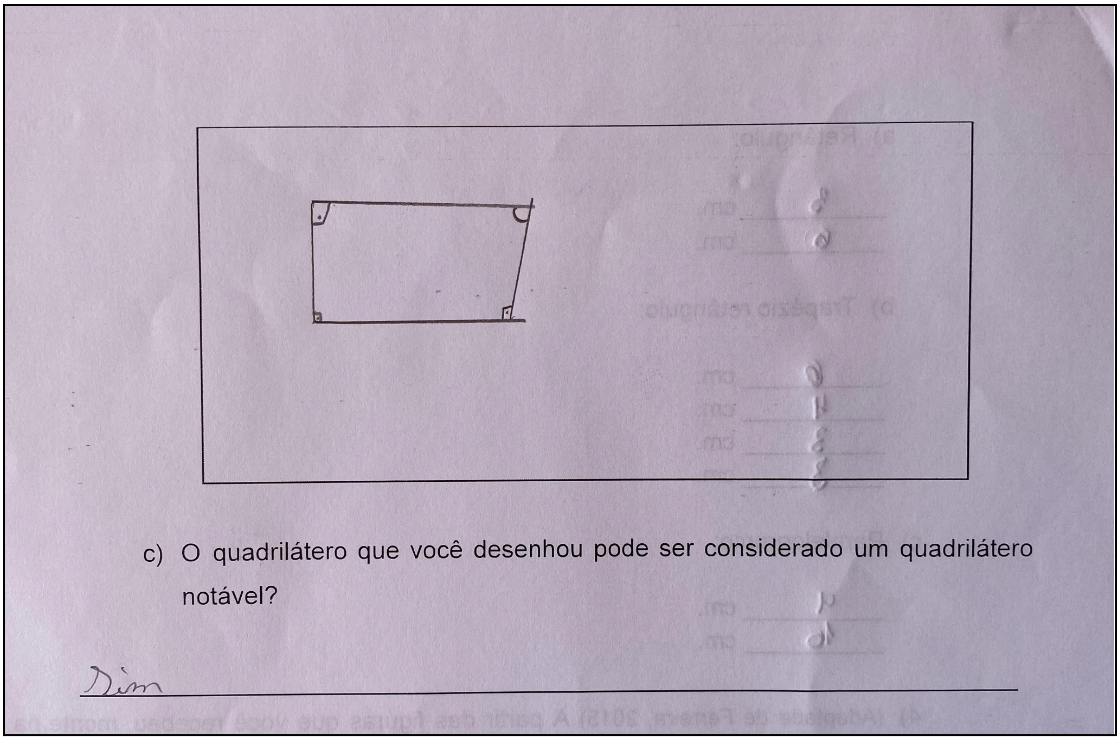
Figura 70 - Resposta incorreta de uma das duplas na questão 5 letra “b”



Fonte: Protocolo de pesquisa.

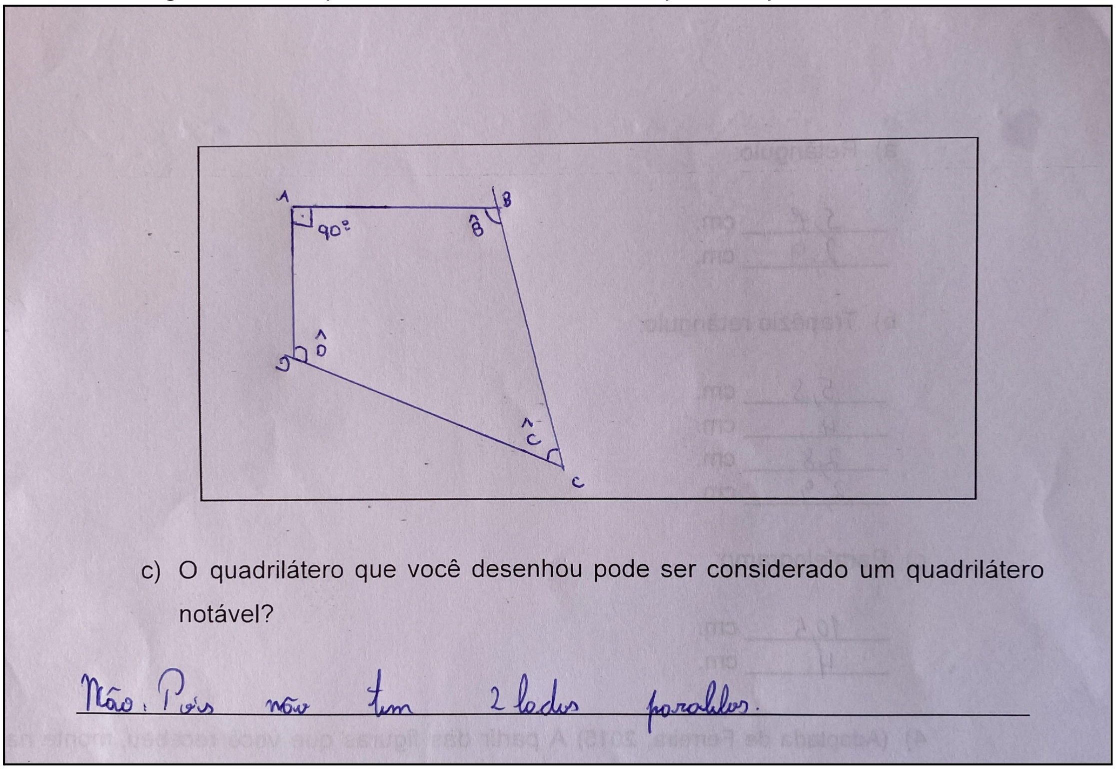
Quanto ao item “c”, a maioria dos alunos não soube responder corretamente se o quadrilátero desenhado no item “b” poderia ser considerado notável. Aqueles que deixaram o item “b” em branco também não responderam o item “c”. Por outro lado, os alunos que desenharam forneceram respostas. Observou-se que boa parte daqueles que responderam incorretamente o item “b” também errou o item “c”. No entanto, os discentes que desenharam corretamente também responderam corretamente ao item “c”. Nas imagens abaixo é possível observar esse fato (Figuras 71 e 72).

Figura 71 - Resposta incorreta de uma das duplas na questão 5 letra “c”



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 72 - Resposta correta de uma das duplas na questão 5 letra “c”



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Foi evidente que o desenho influenciou os equívocos, uma vez que os participantes que realizaram desenhos incorretos acabaram fornecendo respostas erradas, ao passo que aqueles que desenharam de maneira correta responderam corretamente a letra “c”.

Este ocorrido corrobora as considerações de Souza, Vasconcelos e Fernandes (2014), os quais destacam a relevância dos desenhos geométricos. Os autores enfatizam que, ao empregar desenhos para demonstrar ou orientar na resolução de algum problema, é essencial garantir que esses desenhos sejam bem realizados, pois um desenho mal executado pode levar a interpretações equivocadas ou induzir a erros.

Os alunos enfrentaram consideráveis desafios ao lidar com desenhos geométricos, no item “b”. É importante destacar que não era obrigatório utilizar os pares de esquadros nestas seções; era aceitável que desenhassem à “mão livre”, com o auxílio da régua o desenho solicitado. Mesmo com essa flexibilidade, ainda encontraram dificuldades.

Os obstáculos encontrados ao abordar essa questão estão alinhados com as ideias expressas por Oliveira (2015), o qual destaca que as dificuldades no ensino de Geometria surgem devido à lacuna no ensino de construções geométricas, que é a base da Geometria. O autor ora mencionado, salienta ainda que essas construções são vitais representações que possibilitam a interpretação da realidade nos aspectos visual, emocional e intelectual.

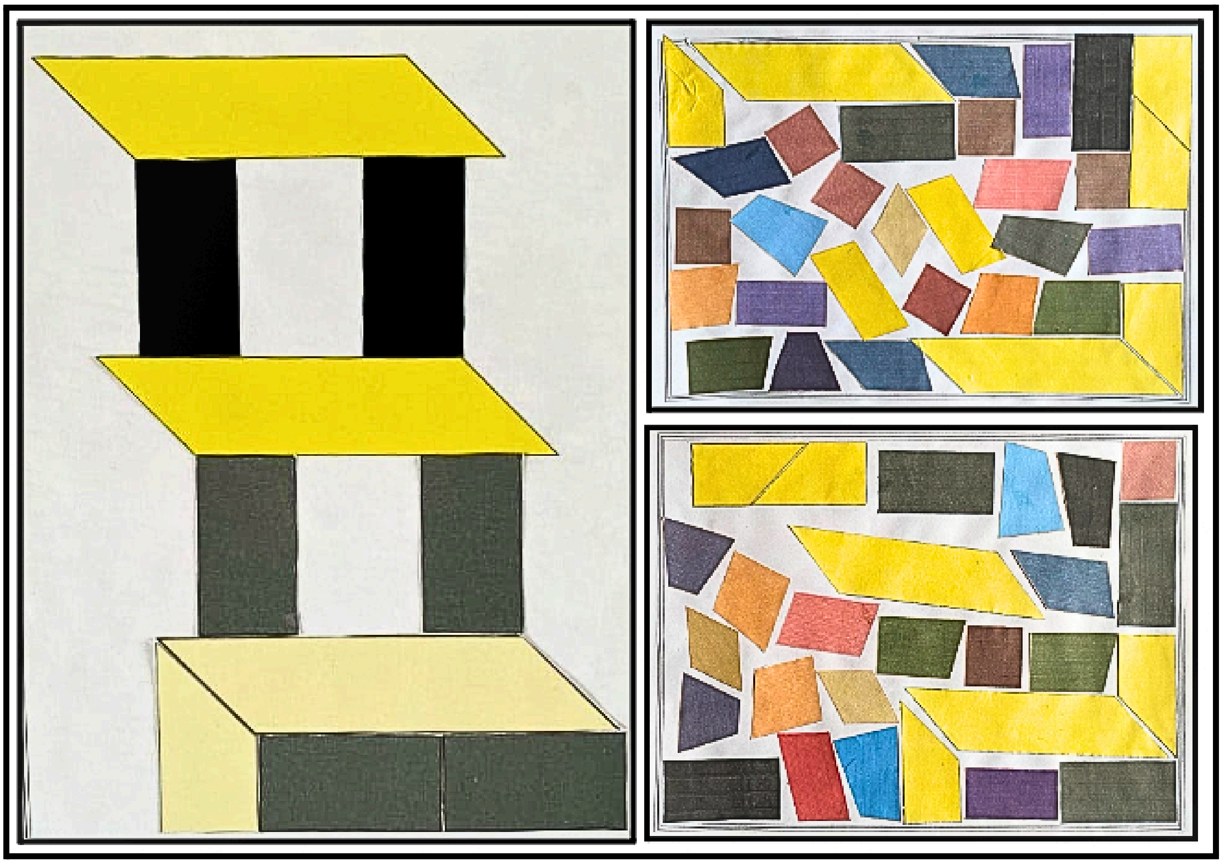
Após concluírem a questão 5, deram início à criação de suas obras de arte, conforme solicitado na questão 6. Foi notória a animação dos alunos em suas elaborações; alguns começaram imediatamente a usar os quadriláteros remanescentes do material manipulável 2. Ao perceber isso, informei que podiam utilizar os quadriláteros disponíveis, mas que receberiam outro kit (Material manipulável 3), juntamente com uma folha personalizada para colar os quadriláteros.

A disposição dos alunos em resolver a questão 6 evidencia a importância de conceder-lhes autonomia na realização de atividades lúdicas. Isso está alinhado com a perspectiva de Silva e D’Ávila (2020), os quais argumentam que quando as atividades são fundamentadas na liberdade, o prazer surge como uma consequência natural do sentimento de liberdade experimentado pelos participantes.

O oferecimento do Material manipulável 3 e a folha personalizada é uma forma de proporcionar liberdade e recursos adicionais para os alunos expressarem sua criatividade e autonomia na elaboração dos mosaicos, reforçando assim a ideia de que a liberdade pode contribuir para o prazer na realização das atividades.

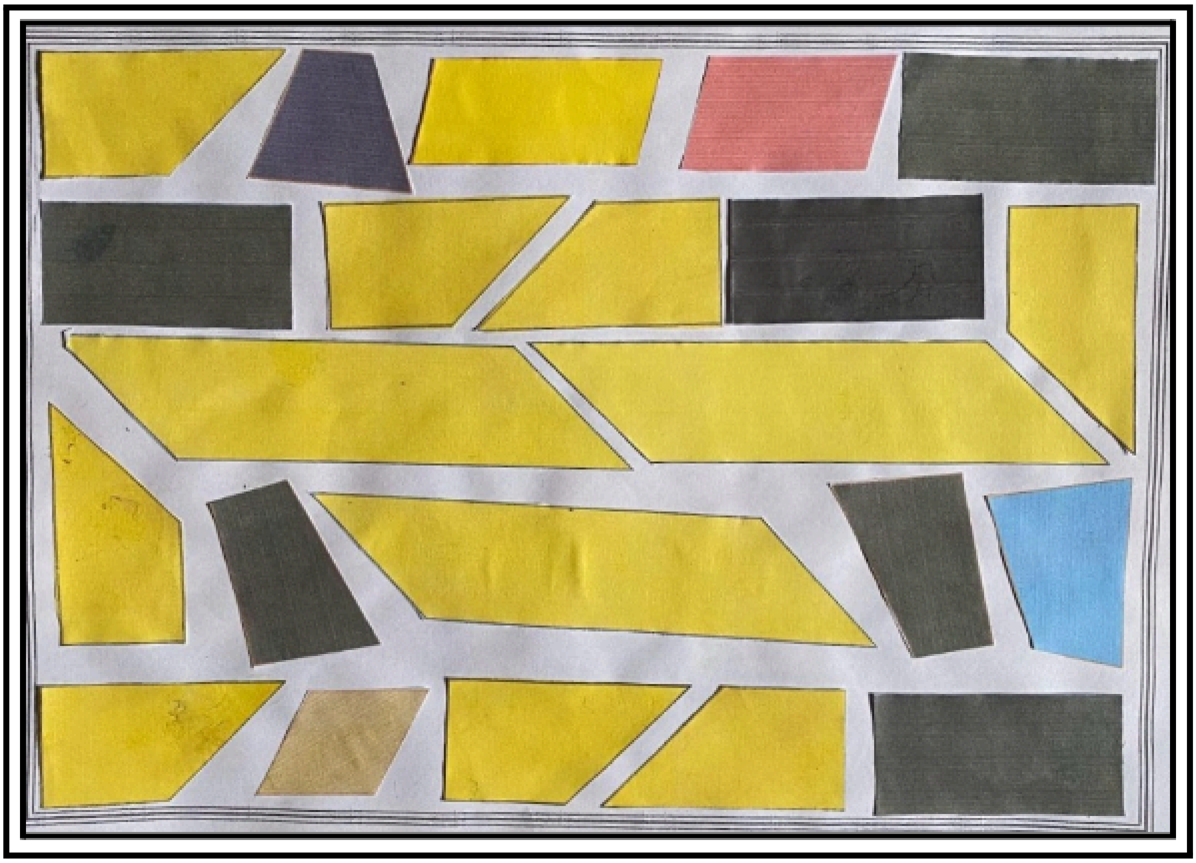
Os alunos permaneceram envolvidos, compartilhando ideias e comparando seus mosaicos com os colegas da turma, criando um ambiente dinâmico e descontraído no encerramento da aula. Constantemente, chamavam-me com alegria e empolgação para mostrar suas criações. As imagens a seguir mostram algumas das confecções realizadas pelos discentes (Figuras 73 e 74).

Figura 73 - Confecções realizadas por duplas durante a aula



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 74 - Confecção realizada por uma dupla durante a aula



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A elaboração do material manipulável 3 revelou-se crucial, possibilitando aos alunos sua utilização na construção dos mosaicos. Ficou evidente que esse momento conferiu uma leveza à atividade, uma vez que não demandava respostas puramente matemáticas, mas proporcionava um instante artístico à aula.

Os próprios alunos tornaram-se os protagonistas de suas obras, destacando uma abordagem lúdica ao unir os quadriláteros, que são formas geométricas, à expressão artística na criação de seus mosaicos. Isso vai ao encontro de Ribeiro (2021), a qual destaca a importância de adotar estratégias que promovam uma aprendizagem interdisciplinar. Para a autora, essa abordagem possibilitará aos alunos compreender a relação da Matemática com outras áreas do conhecimento, estabelecendo assim uma ligação entre o aprendizado e suas vivências diárias.

Após os alunos concluírem a construção de seus mosaicos, iniciei as perguntas da entrevista aberta. Ao finalizar a entrevista, percorri as carteiras recolhendo as atividades dos alunos.

A aula transcorreu de forma bem-sucedida, com os alunos participando tanto nas atividades quanto em suas respostas. Infelizmente, ao contrário do primeiro encontro, alguns momentos da aula precisaram ser mais breves devido ao atraso no início e, também, a agitação, causado pelo retorno dos alunos do intervalo. Este fato está alinhado com as observações de Soares (2018), a qual afirma que é mais difícil retomar a atenção dos alunos após o recreio, uma vez que eles costumam retornar agitados.

Além disso, por serem os dois últimos horários, alguns tiveram que sair minutos antes devido ao transporte para retornarem às suas casas. No entanto, esse fato não comprometeu o desempenho durante as atividades.

4.2.3.1 Entrevista

Após finalizar a aula da segunda etapa deste trabalho de conclusão de curso, foi realizada a entrevista aberta. Cada pergunta, acompanhada de seu respectivo objetivo, está detalhada no quadro 3 subsequente.

Quadro 3 - Perguntas e objetivos referentes a entrevista aberta

Perguntas	Objetivo
1) O que vocês aprenderam sobre mosaicos ao longo desta aula?	Avaliar o entendimento e o conhecimento adquirido pelos alunos sobre mosaicos durante a aula.
2) Porque a obra "Planos em Superfície Modulada N.º 2" está relacionada à Matemática e aos mosaicos?	Explorar a compreensão dos alunos sobre a relação entre a obra "Planos em Superfície Modulada N.º 2" e os conceitos matemáticos, especialmente no contexto de mosaicos.
3) Quais são os principais quadriláteros notáveis que estudamos?	Avaliar a capacidade dos alunos em recordar e identificar os principais quadriláteros notáveis estudados durante as aulas.
4) Qual é a importância dos quadriláteros notáveis na criação de mosaicos geométricos?	Explorar a compreensão dos alunos sobre a relevância dos quadriláteros notáveis na criação de mosaicos geométricos, visando obter entendimentos sobre como essas figuras geométricas específicas desempenham um papel relevante na estética e na composição artística de mosaicos.

5) De que maneira essa aula mudou a sua perspectiva sobre a relação entre Matemática e Arte?	Avaliar o impacto da aula na perspectiva dos alunos em relação à Interdisciplinaridade entre Matemática e Arte, buscando identificar mudanças percebidas em suas visões e compreensões sobre como essas duas disciplinas podem se relacionar e enriquecer mutuamente.
6) Vocês se sentem mais confiantes em criar seus próprios mosaicos geométricos após essa sequência?	Avaliar o nível de confiança dos alunos na criação de seus próprios mosaicos geométricos após a sequência de aulas, buscando entender o impacto do ensino na autonomia e habilidades práticas dos discentes na aplicação dos conceitos aprendidos.
7) Como vocês podem aplicar o que aprenderam sobre mosaicos e quadriláteros notáveis em outras áreas da Matemática ou mesmo em atividades cotidianas?	Explorar as possíveis aplicações práticas dos conhecimentos adquiridos sobre mosaicos e quadriláteros notáveis em outras áreas da Matemática e em atividades cotidianas dos alunos, buscando identificar a transferência de habilidades e compreensões para contextos mais amplos.

Fonte: Elaboração própria.

A entrevista teve uma duração total de 5 minutos. Antes de começar, comuniquei aos alunos que iria ativar a gravação de áudio no celular para registrar a entrevista, e todos concordaram com a permissão. Além disso, instruí que levantassem as mãos ao expressar suas opiniões, a fim de manter um ambiente organizado. Durante a entrevista, a maioria dos alunos esteve envolvida.

Em relação à primeira pergunta, sobre o que aprenderam a respeito dos mosaicos durante a aula, a maioria dos alunos destacou que os mosaicos são uma expressão artística que envolve a junção de peças, podendo ser quadriláteros ou não. Um aluno enfatizou a capacidade de "*criar qualquer coisa com os mosaicos*", ressaltando a versatilidade e variedade na elaboração dessas composições artísticas.

As respostas dos discentes destacam que conseguiram entender o conceito de mosaicos conforme definido nesta pesquisa por Dantas *et al.* (2013). Essa definição descreve os mosaicos como uma forma de Arte decorativa que emprega materiais fragmentados, unindo-os de maneira semelhante a um quebra-cabeça.

Na segunda pergunta, que aborda a relação da obra "Planos em Superfície Modulada N.º 2" com Matemática e mosaicos, os alunos explicaram que a obra está associada à Matemática devido à presença de retângulos, paralelogramos e trapézios retângulos. Uma aluna observou que todas as peças do quadro são quadriláteros, fundamentando a ligação da obra com a Matemática. Quanto à classificação da obra como um mosaico, os alunos responderam que, devido à união dos quadriláteros na composição total, o quadro pode ser considerado um mosaico.

A resposta dos discentes corrobora com a afirmação de Gandulfo *et al*. (2013), que destacam a importância do estudo e construção das pavimentações do plano (mosaicos), como um tema relevante no currículo escolar. Para os autores ora mencionados, esse tema é considerado importante devido ao seu apelo dinâmico, lúdico e estético, promovendo o desenvolvimento de capacidades e habilidades no processo de ensino-aprendizagem da Geometria.

Na terceira pergunta sobre os principais quadriláteros estudados, a maioria dos alunos mencionou os paralelogramos, retângulos, quadrados, losangos e trapézios.

Na quarta pergunta, ao abordar a importância dos quadriláteros notáveis na elaboração de mosaicos geométricos, um aluno destacou que essa importância reside na característica de serem convexos, o que proporciona uma melhor interligação entre as peças.

A partir da resposta, pode-se inferir que, por meio das aulas, o discente compreendeu a definição de quadrilátero convexo e côncavo, bem como reconheceu que os quadriláteros notáveis são convexos. Além disso, a resposta do aluno destacou, de acordo com a afirmação de Souza (2001), que o estudo da Geometria é uma ferramenta que contribui para aprimorar o pensamento geométrico dos discentes por meio de observações, manipulações e análises.

Na quinta pergunta, ao indagá-los sobre como a aula influenciou sua visão da relação entre Matemática e Arte, a maioria dos discentes relatou que desconheciam a possibilidade de conexão entre essas disciplinas e só tomaram conhecimento disso por meio da aula.

A resposta dos alunos está alinhada com a ideia de Bovo (2004), que salienta que a Interdisciplinaridade visa garantir a construção de conhecimentos que ultrapassem as fronteiras entre as disciplinas. Essa constatação tornou-se clara durante a aula, à medida que os alunos perceberam a relação existente entre as disciplinas de Arte e Matemática.

Dessa forma, cabe ressaltar a importância da Interdisciplinaridade em sala de aula, conforme enfatizado pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEB) (Brasil, 2013). De acordo com essas diretrizes, em todas as modalidades de cursos, a adoção da Interdisciplinaridade é recomendada, relacionando os conteúdos de diferentes disciplinas em atividades ou projetos. Essa abordagem proporciona aos alunos o desenvolvimento de saberes de forma integrada.

Na sexta pergunta sobre a confiança na elaboração de seus mosaicos geométricos, a maioria dos alunos afirmou sentir-se mais seguro, enquanto alguns admitiram, entre risos, encontrar certa dificuldade ao criar sua própria obra.

Esse fato reflete a interseção entre a confiança artística e a abordagem geométrica, sugerindo que a integração da Arte nas aulas de Matemática pode influenciar positivamente a autoconfiança dos alunos em suas expressões criativas. Fonseca (2004) argumenta que a integração da Arte nas aulas de Matemática desempenha um papel crucial na vida dos discentes, tornando-se uma força vital. Para o autor, se essa integração for estimulada no pensamento dos alunos, pode servir como um impulso necessário para ação construtiva, proporcionando-lhes a oportunidade de desenvolver confiança em seus próprios meios de expressão.

Na sétima e última pergunta, sobre a aplicação do conhecimento adquirido em outras áreas da Matemática ou atividades diárias, uma aluna mencionou a possibilidade de aplicação na culinária ao solicitar pratos com alimentos dispostos de forma retangular. Outro aluno destacou a aplicação na arquitetura ao criar padrões de mosaico para pisos, e um terceiro aluno sugeriu a aplicação na engenharia civil ao construir estruturas com formatos de quadriláteros.

As respostas dos discentes evidenciaram sua percepção de que a Matemática pode estar presente de diversas formas em suas vidas cotidianas. Conforme destacado por Santos *et al.* (2005), a Matemática se faz notar na maioria das atividades que realizam, quer seja em situações simples do dia a dia ou em contextos mais complexos.

Nesse contexto, a Interdisciplinaridade revela-se como um elemento de grande importância. Conforme enfatizado por Bovo (2004), ela desempenha um papel crucial ao estabelecer um diálogo entre as diversas áreas do conhecimento científico. Esse diálogo não apenas proporciona aos alunos uma compreensão mais abrangente, mas também permite que vivenciem diversas situações do cotidiano de forma mais integrada.

A entrevista revelou-se de grande importância, pois proporcionou aos alunos a oportunidade de expressar suas opiniões sobre a sequência didática. Por meio dessa interação, foi possível discernir o entendimento que os alunos adquiriram acerca da pesquisa, estabelecendo assim um momento propício para o diálogo com os discentes.

5. Conclusão

O presente trabalho de conclusão de curso foi motivado pelas pesquisas conduzidas na disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT), com foco na linha de pesquisa de Geometria. Ao longo desse processo de aprendizado, foram analisadas as transformações isométricas envolvidas na criação de mandalas, suscitando um maior interesse nas relações entre Arte e Geometria. Outra motivação foi a influência das Artes sacras em minha trajetória pessoal.

Para aplicação desta pesquisa, desenvolveu-se uma sequência didática que foi implementada em duas fases distintas. A primeira fase visava revisar o conteúdo de quadriláteros notáveis, enquanto a segunda etapa tinha como foco principal a aplicação do tema central: evidenciar as relações entre Matemática e Artes por meio da utilização de mosaicos. Para ambas as etapas, foram criados materiais manipuláveis, não apenas para explicar conceitos aos discentes, mas também para que eles os utilizassem durante as atividades propostas.

O objetivo geral deste estudo foi investigar as contribuições, para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos relativos aos quadriláteros notáveis, de uma proposta interdisciplinar com Artes que utilize mosaicos. Esse objetivo foi alcançado por meio dos objetivos específicos delineados.

O alcance do objetivo específico "Evidenciar a importância do estudo da Geometria para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático" foi perceptível ao longo das pesquisas realizadas durante a elaboração do projeto, destacando-se especialmente no aporte teórico intitulado "Geometria e Arte na Sala de Aula: Uma Jornada Interdisciplinar na Educação Matemática". Nesse contexto, os autores explorados durante a revisão teórica abordaram os benefícios do estímulo ao desenvolvimento cognitivo das crianças no que diz respeito à aprendizagem da Geometria.

As atividades propostas em sala de aula também evidenciaram a conquista desse objetivo, notadamente na abordagem da questão 4 da segunda etapa da sequência didática. Nessa questão, os alunos foram desafiados a construir os quadriláteros especificados das letras "a" até "c", utilizando material manipulável. Os resultados obtidos revelaram resoluções diversas, mostrando a aplicação efetiva do raciocínio lógico por parte dos discentes.

No que diz respeito ao objetivo "Evidenciar as relações existentes entre as Artes e a Matemática, notadamente a Geometria", esse objetivo foi atingido por meio da elaboração deste trabalho, a partir dos referenciais teóricos que destacam a relação da Matemática com a(s) Arte(s), tendo seu ponto culminante ocorrendo na segunda etapa da aplicação da sequência didática.

Nessa ocasião, a réplica do quadro mosaico "Planos em Superfícies Moduladas N.º 2", da artista brasileira Lygia Clark, foi empregada para que os alunos pudessem discernir a relação da Geometria com essa obra. Essa constatação foi corroborada durante a entrevista aberta, realizada com o objetivo de coletar os dados desta pesquisa. Durante a entrevista, em uma das perguntas, os discentes foram indagados sobre como a aula influenciou sua percepção da conexão entre Matemática e Arte. A maioria dos discentes respondeu que só tomou conhecimento dessas relações por meio da aplicação da sequência didática proposta neste estudo.

Dessa forma, pode-se concluir que uma abordagem interdisciplinar, como presente nesta pesquisa, oferece aos alunos a compreensão de que a Matemática não é uma disciplina isolada, distante de outras áreas do conhecimento. Pelo contrário, ela estabelece diversas formas de relação com diferentes campos de estudo.

O último objetivo específico, que visa "Contribuir para reflexões acerca da importância da prática pedagógica lúdica para a aprendizagem da Matemática, em especial da Geometria", foi alcançado ao proporcionar uma compreensão mais aprofundada que vai além da concepção de que o lúdico se resume a brincadeiras e jogos em sala de aula, destacando que sua finalidade última é facilitar o processo de aprendizado do conteúdo, utilizando abordagens diferenciadas para uma assimilação mais eficaz. Essa contribuição originou-se das pesquisas conduzidas sobre o tema, especialmente na elaboração do embasamento teórico intitulado "Ensino Lúdico", presente neste estudo.

Ficou evidente o interesse manifestado em relação aos recursos utilizados para dinamizar as aulas, tais como os slides, que proporcionaram uma abordagem singular em comparação com as tradicionais aulas de Matemática às quais estão acostumados.

O material manipulável desempenhou um papel crucial, permitindo uma abordagem mais eficaz dos conceitos, notadamente em relação aos mosaicos, a partir da produção da réplica do quadro de Lygia Clark, assim como pelos materiais empregados pelos próprios alunos durante a execução das tarefas propostas. Vale ressaltar a contribuição do jogo de palavras cruzadas, que, também, adicionou uma dimensão lúdica ao processo de aprendizagem.

Em síntese, verifica-se que, por meio da abordagem lúdica, os discentes demonstraram um renovado interesse tanto pelas aulas quanto pelo conteúdo, evidenciando o êxito na execução do objetivo previamente estabelecido.

A realização desta pesquisa trouxe uma série de benefícios para minha trajetória pessoal, incluindo uma melhoria na minha habilidade de escrita e o desenvolvimento de maior autonomia diante dos desafios apresentados, destacando minha habilidade de resolvê-los com sucesso. Do ponto de vista profissional, aprofundei-me no estudo de uma disciplina diferente, a Arte, pela qual sempre tive interesse em ampliar meus conhecimentos. A abordagem interdisciplinar adotada nesta pesquisa não apenas permitiu que os alunos apreciassem os benefícios, mas também enriqueceu minha compreensão nessa área de conhecimento.

Os desafios enfrentados na criação de materiais manipuláveis, especialmente na reprodução do quadro de Lygia Clark, revelaram a possibilidade de explorar a Geometria em contextos diversos nos quais ela se faz presente. Esta constatação evidenciou que apresentar essa presença aos alunos pode tornar o ensino desse ramo da Matemática mais atrativo. Diante disso, sinto-me motivado a aplicar esta pesquisa em minhas aulas, pois pude testemunhar de perto sua eficácia nas diversas etapas de aplicação.

Conclui-se assim que a utilização dos mosaicos (pavimentações do plano) revelou-se essencial para destacar a relação entre a Matemática e a Arte. Como sugestão para futuras pesquisas, podem ser exploradas as obras de outros artistas, como o quadro "Composição com vermelho, amarelo, azul e preto" de Piet Mondrian, a fim de aprofundar os conteúdos de retas paralelas e transversais. Adicionalmente, a análise da Geometria espacial por meio de esculturas artísticas pode proporcionar uma compreensão mais abrangente da interseção entre Matemática e Artes. Além disso, as obras de Escher oferecem uma rica possibilidade de explorar temas como pavimentações e espaços tridimensionais em alguns de seus trabalhos.

REFERÊNCIAS

ALVES, Maira Leandra. **Muito além do olhar**: um enlace da matemática com a arte. 2007. 122 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007. Disponível em: https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3522. Acesso em: 12 jan. 2023.

ARAÚJO, Laura Filomena Santos de; DOLINA, Janderléia Valéria; PETEAN, Elen; MUSQUIM, Cleiciene dos Anjos; BELLATO, Roseney; LUCIETTO, Grasiele Cristina. Diário de pesquisa e suas potencialidades na pesquisa qualitativa em saúde. **Revista Brasileira Pesquisa Saúde**, Vitória, Espírito Santo, p. 53-61, jul./set. 2013. Disponível em: https://periodicos.ufes.br/rbps/article/view/6326/4660. Acesso em: 16 jun. 2023

BARBOSA, Paula Marcia. O estudo da Geometria. **Benjamin Constant**, n. 25, 2003. Disponível em: https://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/article/view/546. Acesso em: 03 jan. 2024.

BELUSSI, Giuliano Miyaishi; BARISON, Ms Maria Bernadete. **Número de ouro**. Londrina: Universidade Estadual, 2005. Disponível em: http://www.mat.uel.br/geometrica/artigos/ST-15-TC.pdf. Acesso em: 03 mar. 2023.

BONI, Valdete; QUARESMA, Sílvia Jurema. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em Ciências Sociais. **Em tese**, v. 2, n. 1, p. 68-80, 2005. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/emtese/article/view/18027/16976. Acesso em: 07 abr. 2023.

BOVO, Marcos Clair. Interdisciplinaridade e transversalidade como dimensões da ação pedagógica. **Revista Urutágua**, v. 7, p. 1-12, 2004. Disponível em: https://shre.ink/riFJ. Acesso em: 03 jan. 2024.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. DF: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Departamento de educação básica. **Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais.** 2001. Disponível em: https://alvarovelho.net/attachments/article/39/LivroCompetenciasEssenciais.pdf. Acesso em: 23 dez. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC, SEB, 2013. p. 242-254. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curiculares-nacionais-2013-pdf & Itemid=30192. Acesso em: 18 nov. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/. Acesso em: 18 nov. 2022.

CAMACHO, Mariana Sofia Fernandes Pereira. **Materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da matemática: aprender explorando e construindo**. 2012. Tese de Doutorado. Universidade da Madeira (Portugal). Disponível em: https://digituma.uma.pt/bitstream/10400.13/373/1/MestradoMarianaCamacho.pdf. Acesso em: 23 dez. 2023.

CAMPOS, André Victor Ribeiro de *et al*. **Estudo de triângulos e quadriláteros na construção de mosaicos geométricos sob a perspectiva da Teoria de Van Hiele.** 2020. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UERJ_49f50b22d6092db3aef51ad0dc56ce08. Acesso em: 12 jan. 2023.

CAPES. **Programa Residência Pedagógica.** Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-básica/programa-residência-pedagógica. Acesso em: 10 jan. 2024.

CORDOVIL, Ronara Viana; SOUZA, José Camilo Ramos; NASCIMENTO, Virgilio Bandeira. Lúdico: entre o conceito e a realidade educativa. **VIII FIPED–Fórum Internacional de Pedagogia**, 2016. Disponível em:https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/fiped/2016/TRABALHO_EV057_MD1_SA8_ID2490_08092016203305.pdf. Acesso em: 17 fev. 2023.

DAMIANI, Magda Floriana et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de educação**, n. 45, p. 57-67, 2013. Disponível em: https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822. Acesso em: 25 mar. 2023.

DANTAS, Sérgio Carrazedo *et al.* Mosaicos, faixas, rosetas e fractais com o GeoGebra. **XI ENEM-Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2013. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5850844/mod_resource/content/1/Mosaico%20-%20Geogebra_Datnas.pdf. Acesso em: 05 jan. 2024.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática, 6º ano:** ensino fundamental, anos finais . 3º. ed. [s.l.]: Ática, 2018.

DA SILVA SANTOS, Miky Wesley; DE ALMEIDA, Ilayne Viana. **PROCESSOS DE ENSINAGEM DA MATEMÁTICA:** o lúdico como alternativa ao tradicionalismo da sala de aula. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2020/TRABALHO_EV140_MD1_SA13_ID2024_23082020185112.pdf. Acesso em: 12 jan. 2024.

DE AMORIM, Luciana Correia; DE OLIVEIRA SANDE, Otávio Filadelfo Rocha; SANT'ANA, Claudinei Camargo. **A percepção docente sobre o movimento da**

matemática moderna em rio de contas–ba (1960, 1970 e dias atuais). Disponível em: http://www2.uesb.br/cursos/matematica/matematicavca/wp-content/uploads/p2.pdf. Acesso em: 19 dez. 2022.

DE ASSIS SOARES, Mariana *et al.* **O clima escolar e o som do recreio: entre escutas, observações e relatos.** 2018. Disponível em: https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/BUOS-B4LMGA. Acesso em: 21 jan. 2024.

DE JESUS, Rosiney Ferreira ; AURÉLIO, Marco Kistemann Junior. **Atividades interdisciplinares envolvendo Matemática e Arte**. Disponível em: https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/09/PRODUTO-EDUCACIONAL-Rosiney1.pdf. Acesso em: 03 jun. 2023.

DE MELLO, Ana Letícia da Silva; MELLO, Ana Letícia da Silva de. **Renascimento**: uma linha tênue entre Arte e Matemática. 2021. Disponível em: https://app.uff.br/riuff/bitstream/handle/1/26726/TCC_Ana%20Let%C3%ADcia%20da%20Silva%20de%20Mello.pdf?sequence=1. Acesso em: 21 dez. 2022.

DE QUEIROZ, Jose Carlos Santana; BORGES, Geovane Duarte. A geometria plana nos livros didáticos de matemática do Ensino Médio. **Conjecturas**, v. 22, n. 12, p. 886-902, 2022. Disponível em: https://conjecturas.org/index.php/edicoes/article/view/1632. Acesso em: 02 fev. 2024.

DE SOUSA, Carla Susana Guedes Vieira. **GEOMETRIA: Um Estudo Sobre Quadriláteros no 4. º Ano de Escolaridade com Recurso ao Geoplano e ao GeoGebra.** 2015. Tese de Doutorado. Instituto Politécnico do Porto (Portugal). Disponível em: https://recipp.ipp.pt/bitstream/10400.22/7728/2/DM_CarlaSousa_2015.pdf. Acesso em: 10 jan. 2024.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau, **Fundamentos de Matemática Elementar - Geometria Plana**, Volume 9, 8ª Ed., São Paulo: Editora Atual, 2005.

FACCHI, Maria Gabriela. **A importância do uso de materiais manipuláveis no ensino de matemática**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em: http://riut.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/29222/1/importanciamateriaismanipulaveis.pdf. Acesso em: 23 dez. 2023.

FONSECA, Prof.° MSc. Laerte . **Interdisciplinaridade e imaginário: sensibilidade entre matemática e arte**. Disponível em: https://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/03/PO57459720500.pdf. Acesso em: 03 jan. 2024.

FRAZÃO, Dilva . **Biografia de Lygia Clark.** eBiografia. Disponível em: https://www.ebiografia.com/lygia_clark/. Acesso em: 26 jul. 2023.

GANDULFO, A. M. R., et al. **Explorando a geometria euclidiana com materiais manipuláveis:** polígonos e mosaicos. In: XI ENEM – Encontro Nacional de

Educação Matemática, julho, 2013, Paraná. Anais eletrônicos do Encontro Nacional de Educação Matemática Paraná, PUC, 2013.

GERHARDT, TE; SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de pesquisa**. 1 ed. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. 120 p. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/52806/000728684.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 25 mar. 2023.

GIOVANNI, José Ruy ; CASTRUCCI, Benedito. **A conquista da matemática**. 4. ed. São Paulo (SP): FTD, 2018.

GOMES, Cássia Priscila Vicente de Lima. **O lúdico e o material manipulável: reflexões para o ensino de matemática nas séries iniciais**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Disponível em: https://shre.ink/rRPi. Acesso em: 23 dez. 2023.

GOMES, Felipe Belchior Calheiro. **A interdisciplinaridade entre matemática e artes**: uma proposta de intervenção pedagógica no ensino fundamental. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso. Disponível em: https://repositorio.ifpb.edu.br/bitstream/177683/2668/1/TCC%20de%20Felipe%20Belchior.pdf. Acesso em: 12 jan. 2023.

LEDUR, Berenice Schwan. Arte no ensino da geometria: repercussões na aprendizagem. **Caderno de Resumos do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**–julho de, 2004. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/03/RE13544322072.pdf. Acesso em: 17 jan. 2023.

LOPES, Conceição. Design de ludicidade. **Revista Entreideias**: educação, cultura e sociedade, v. 3, n. 2, 2014. Disponível em: https://periodicos.ufba.br/index.php/entreideias/article/view/9155/8965. Acesso em: 12 mar. 2023.

LORENZATO, S. Porque não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática em Revista**, Ano III, n° 4, 1° semestre, p. 3-13, Blumenau: SBEM, 1995. Disponível em: http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf. Acesso em: 18 nov. 2022.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, S. **Educação Infantil e percepção Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2008.

LORENZATO, S. Para aprender matemática. 3 ed. **Campinas, SP: Autores Associados**, 2010.

LUCKESI, C. C. Ludicidade e formação do educador. In: **EntreIdeias**. Vol. 3. Nº 2. Salvador: UFBA/FACED, 2014. Disponível em: https://periodicos.ufba.br/index.php/entreideias/article/view/9168/8976. Acesso em: 04 abr. 2023.

MACHADO, Silvia Cota. **Percepções de professores de ciências e matemática da educação profissional técnica de nível médio do CEFET-MG sobre a incorporação das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação nas práticas pedagógicas. 2021, 123 f.** 2021. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Educação Tecnológica)-Programa de Pós-graduação em Educação Tecnológica do CEFET-MG, Belo Horizonte. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=11545368. Acesso em: 11 jan. 2024.

MANOEL, Wagner Aguilera. **Uma proposta de ensino para a Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental.** 2019. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/11168/Vers%C3%A3o%20Final%20-%20Dissertacao%20-%20Wagner%20Aguilera%20Manoel.pdf?sequence=1. Acesso em: 11 jan. 2024.

MEIRELLES, Elisa. Como organizar sequências didáticas. **Revista Nova Escola**, v. 1, 2014. Disponível em: https://anec.org.br/wp-content/uploads/2021/04/Nova-Escola_Como-organizar-sequencias-didaticas.pdf.pdf. Acesso em: 23 jan. 2024.

MENESES, Ricardo Soares de. **Uma história da geometria escolar no Brasil**: de disciplina a conteúdo de ensino. 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/227950/Disserta%c3%a7%c3%a3o%20Ricardo.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 25 nov. 2022.

MORENO, Julio Cesar. **A ação do Santuário Nacional de Nossa Senhora Aparecida e o fomento do Turismo Religioso**. 2009. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/27/27148/tde-19112010-084056/publico/4845751.pdf. Acesso em: 05 jan. 2024.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5426578/mod_resource/content/1/Nacarato_eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf. Acesso em: 23 dez. 2023.

NOGARO, Arnaldo; GRANELLA, Eliane. O erro no processo de ensino e aprendizagem. **Revista de Ciências Humanas**, v. 5, n. 5, p. 31-56, 2004. Disponível em: https://www.revistas.fw.uri.br/index.php/revistadech/article/view/244. Acesso em: 12 jan. 2024.

OLIVEIRA, LMS. **Ensinando geometria com régua e compasso, uma proposta para o 8º ano. 2015.** 2015. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em

Matemática)–Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes. Disponível em: https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/27112015Lucas-Maken-da-Silva-Oliveira.pdf. Acesso em: 21 jan. 2024.

PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo. **Matemática Essencial 6º ano:** ensino fundamental anos finais. 1º. ed. São Paulo: Scipione, 2018.

PAULA, Gilma Maria Carneiro de; BIDA, Gislene Lossnitz. **A importância da aprendizagem significativa.** Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1779-8.pdf. Acesso em: 12 jan. 2024.

PIAGET, Jean; INHELDER, Barbel. **A representação do espaço na criança.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

PIOVESAN, Josieli et al. **Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem.** 2018. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/handle/1/18336. Acesso em: 12 jan. 2024.

PONTES, Edel Alexandre Silva. Método de polya para resolução de problemas matemáticos: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. **HOLOS**, v. 3, p. 1-9, 2019. Disponível em: https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/6703. Acesso em: 12 jan. 2024.

PRADO, Amanda. **Lygia Clark: uma mulher à frente de seu tempo.** Comunicação e Artes EC1- 2012-2. Disponível em: https://comunicacaoeartes20122.wordpress.com/2013/02/19/lygia-clark/. Acesso em: 26 jul. 2023.

Rêgo, R. M.; & Rêgo, R. G. (2012). Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: S. **Lorenzato (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. (3a ed., pp. 39-56). Campinas: Autores associados.**

RIBEIRO, Maria Luiza Carvalho de Sousa. Geometria e arte: **interdisciplinaridade no ensino-aprendizagem da matemática.** 2021. Disponível em: http://bia.ifpi.edu.br:8080/jspui/bitstream/123456789/1497/2/2021_tcc_mlcsribeiro.pdf. Acesso em: 03 jan. 2024.

SANTOS, Anderson Oramisio; DE OLIVEIRA, Guilherme Saramago. A prática pedagógica em geometria nos primeiros anos do ensino fundamental: construindo significados. **Revista Valore**, v. 3, n. 1, p. 388-407, 2018. Disponível em: https://revistavalore.emnuvens.com.br/valore/article/view/85. Acesso em: 01 dez. 2022.

SANTOS, Andréa Oriques *et al.* **Educação matemática e arte**: um estudo da representação em perspectiva nas pinturas do renascimento. 2006. Disponível em:

https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/96522/Andrea_Oriques_Santos.pdf?sequence=1. Acesso em: 18 jan. 2023.

SANTOS, C. A.,& Nacarato, A. M. (2014). **Aprendizagem em Geometria na educação básica**: a fotografia e a escrita na sala de aula. Autêntica.

SANTOS, F. P.; NUNES, C. M. F.; VIANA, Marger da C. V. Currículo, interdisciplinaridade e contextualização na disciplina de matemática. **Educação Matemática e Pesquisa.**, São Paulo, v.19, n.3, p. 157-181, 2017. Disponível em: https://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/10402. Acesso em: 09 mar. 2023.

SANTOS, Jean M. *et al.* Percepção dos alunos sobre a utilidade da matemática no cotidiano. **V ENID**, 2005. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/enid/2015/TRABALHO_EV043_MD1_SA10_ID1064_01072015010822.pdf. Acesso em: 23 jan. 2024.

SANTOS, Marli Regina dos. **Pavimentações do plano:** um estudo com professores de matemática e arte. 2006. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/0c1ee12c-b6c1-430e-bc21-e30c582e26cd/content. Acesso em: 05 jan. 2024.

SANTOS, Tawana Telles Batista; NUNES, Daniel Martins. Um Olhar Reflexivo Sobre a Aprendizagem Geométrica no 9º Ano do Ensino Fundamental. **ENCONTRO NACIONAL PIBID MATEMÁTICA**, v. 2, p. 1-10, 2014. Disponível em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/CC/CC_2_SANTOS_TAWANA.pdf. Acesso em: 25 fev. 2023.

SCLOVSKY, I. **História dos Mosaicos.** 2008. Disponível em: https://www.cursosdemosaico.com.br/historia-do-mosaico.php. Acesso em: 04 jan. 2024.

SILVA, Adelmo Carvalho; D'ÁVILA, Cristina Maria. Prática pedagógica lúdica de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **REAMEC**-Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, v. 8, n. 2, p. 232-252, 2020. Disponível em: https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/10009. Acesso em: 22 jan. 2023.

SILVA, Silvia Renata Florentino Camargo; FRAGA, Márcio da Silva. **O ensino da geometria no ensino fundamental e sua importância.** 2021. Disponível em: https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/33726/4/EnsinoGeometriaEnsino.pdf. Acesso em: 10 jan. 2024.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. In: GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de pesquisa**. 1. ed. Rio Grande do Sul: Editora da UFRGS, 2009. p. 65-88. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/52806/000728684.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 25 mar. 2023.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. A Dificuldade da Matemática no Dizer do Aluno: ressonâncias de sentido de um discurso. **Educação e Realidade**, v. 36, n. 03, p. 761-779, 2011. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/pdf/rer/v36n03/v36n03a09.pdf. Acesso em: 04 abr. 2023.

SIMONINI, Andréa Ribeiro Fernandes. **Mosaicos geométricos: Estudo de ângulos e simetrias.** UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO - UENF, 14DC, 2017. Disponível em: https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2018/05/2017 1412Andrea-Ribeiro-Fernandes-Simonini.pdf. Acesso em: 05 jan. 2024.

SOUZA, Delany Matias; VASCONCELOS, Maria Betânia Fernandes; FERNANDES, Maria da Conceição Vieira. **A importância do desenho como recurso para o ensino e aprendizagem em trigonometria.** Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2014/Modalidade_1datahora_21_10_2014_17_18_42_idinscrito_901_f800ebd678548648791827ff4d2b8333.pdf. Acesso em: 21 jan. 2024.

SOUZA, Maria José Araújo. **Informática Educativa na Educação Matemática**: estudo de geometria no ambiente do software Cabri-géomètre. 2001. Disponível em: http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/teses-dissertacoes/DissertacaoMaze.pdf. Acesso em: 15 mar. 2023.

TITON, Flaviane Predebon; PEREIRA, Deise Nivia Reisdoefer; MAY, Lisiane. INSTRUMENTALIZAÇÃO MATEMÁTICA: uso da régua, do compasso, do esquadro e do transferidor nos anos finais do ensino fundamental. **Revista Signos**, v. 43, n. 2, 2022. Disponível em: http://www.univates.br/revistas/index.php/signos/article/view/3234/2033. Acesso em: 19 jan. 2024.

Viva Decora. **Conheça a história do mosaico e veja como aplicar em projetos.** Viva Decora, 2020. Disponível em: https://www.vivadecora.com.br/historia-do-mosaico-aplicacao-em-projetos/. Acesso em: 11 jul. 2023.

ZAGO, Hellen da Silva; FLORES, Cláudia Regina. Uma proposta para relacionar arte e educação matemática. **Revista latinoamericana** de investigação em matemática educativa, v. 13, n. 3, p. 337-354, 2010. Disponível em: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362010000300005&script=sci_arttext&tlng=pt. Acesso em: 2 abr. 2023.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Materiais utilizados na primeira etapa da aplicação da sequência didática

Apostila I:

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
GOVERNO FEDERAL
BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

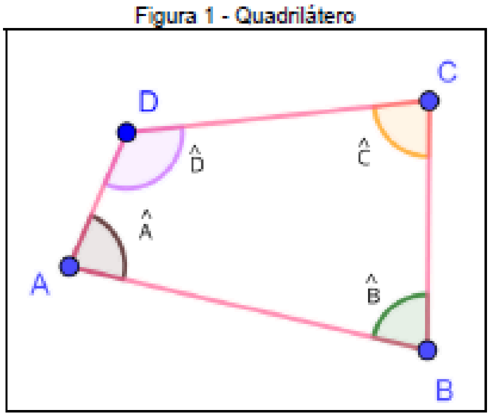
Nome: ____

Fonte: Elaboração própria

O que são quadriláteros?

Quadriláteros são polígonos de 4 lados e, consequentemente, de 4 vértices e 4 ângulos internos.

Figura 1 - Quadrilátero



Fonte: Elaboração própria

O quadrilátero da figura acima possui os seguintes elementos:

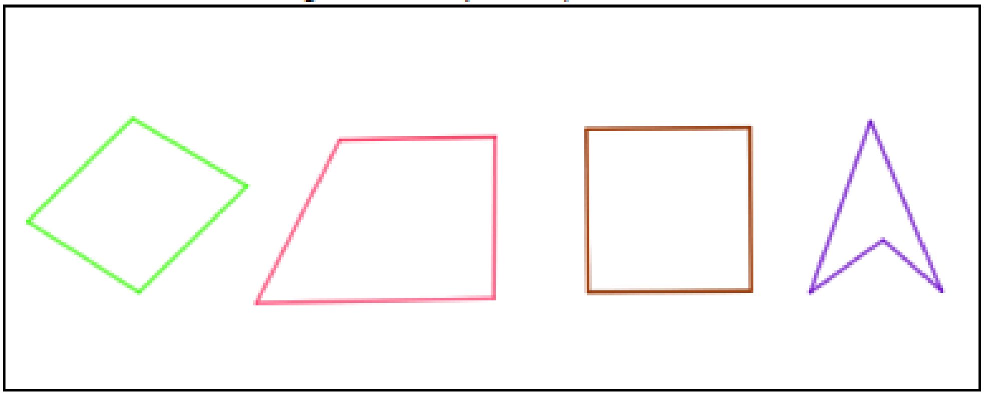
4 lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$.

4 vértices: A, B, C e D.

4 ângulos internos: $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$. Os ângulos internos $\widehat{A}$ e $\widehat{C}$ são chamados de ângulos opostos, assim como $\widehat{B}$ e $\widehat{D}$. Podemos nomear um quadrilátero com base nas letras que representam os seus vértices, isto é, no caso acima temos o quadrilátero ABCD.

Todas estas figuras abaixo também são exemplos de quadriláteros.

Figura 2 - Exemplos de quadriláteros

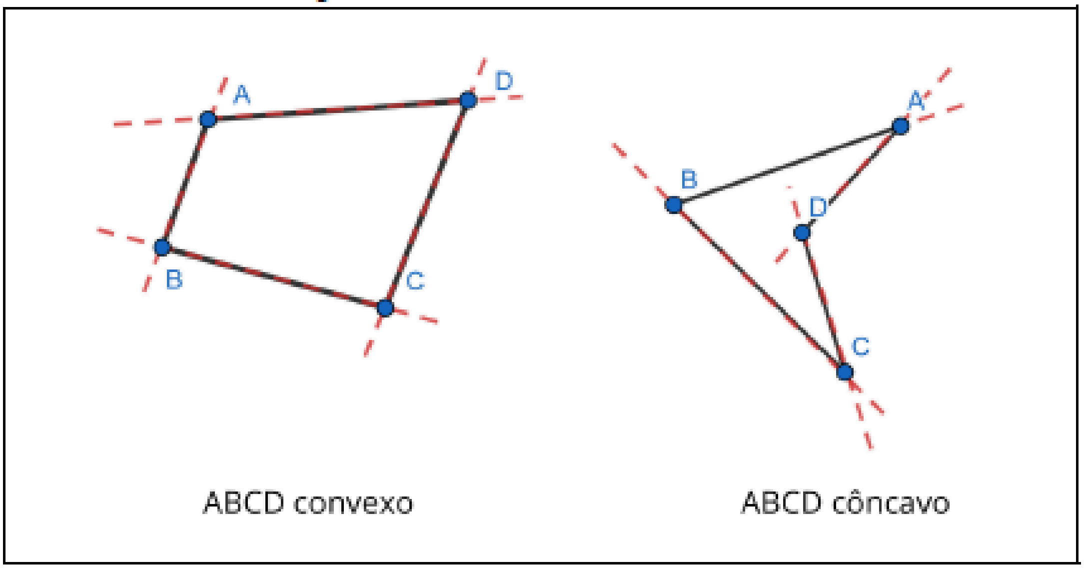


Fonte: Elaboração própria

Quadrilátero convexo e côncavo

Se traçarmos uma reta sobre cada lado de um quadrilátero e o restante do quadrilátero ficar do mesmo lado dessa reta, então dizemos que o quadrilátero é **convexo**. Se houver pelo menos um lado em que isso não ocorra, então dizemos que o quadrilátero é **côncavo**.

Figura 3 - Quadrilátero convexo e côncavo



Fonte: Elaboração própria

Quadriláteros Notáveis

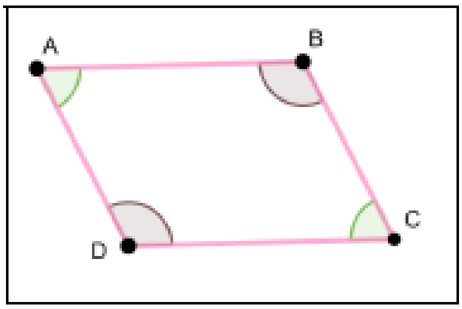
Os quadriláteros notáveis são convexos e apresentam pelo menos dois lados paralelos. Podem ser classificados em paralelogramos ou trapézios. Paralelogramos têm **dois pares** de lados paralelos, e trapézios têm **apenas um par** de lados paralelos.

Fonte: Elaboração própria

Classificação dos Quadriláteros Notáveis

Já vimos que os quadriláteros notáveis podem ser classificados em paralelogramos ou trapézios. Agora vamos estudar melhor cada um deles.

- **Paralelogramo**



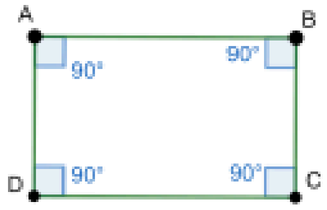
Quadrilátero que tem dois pares de lados paralelos.

$$\overline{AB} \,//\, \overline{DC} \text{ e } \overline{AD} \,//\, \overline{BC}$$

Nesse caso, os ângulos internos opostos têm medidas iguais e os lados opostos têm a mesma medida de comprimento, ou seja: $\overline{AB} = \overline{DC}$ e $\overline{AD} = \overline{BC}$.

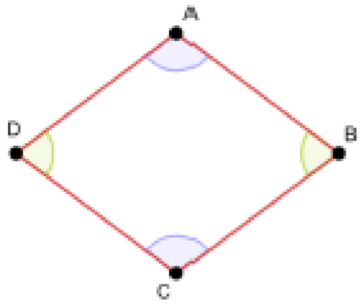
Alguns paralelogramos podem ser classificados de acordo com a medida do comprimento dos lados e a medida dos ângulos internos.

Retângulo



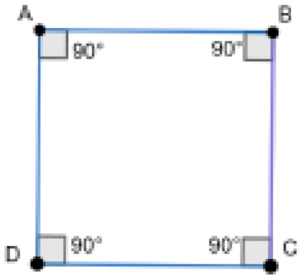
Paralelogramo que possui os quatro ângulos internos retos.

Losango



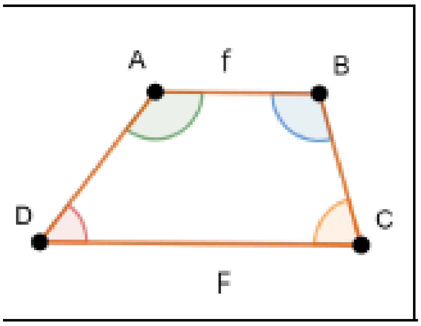
Paralelogramo que possui os quatro lados com a mesma medida de comprimento.

Quadrado



Paralelogramo que possui os quatro ângulos internos retos e os quatro lados com a mesma medida de comprimento.

- **Trapézio**

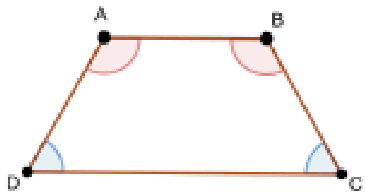


Diferente dos paralelogramos, o trapézio é um quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}.$$

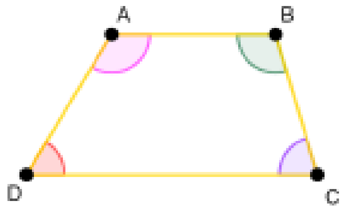
Os lados paralelos do trapézio são conhecidos como base maior (F) e base menor (f). Já os lados não paralelos são chamados de oblíquos ($\overline{AD}$ e $\overline{BC}$).

Os trapézios podem ser classificados como:



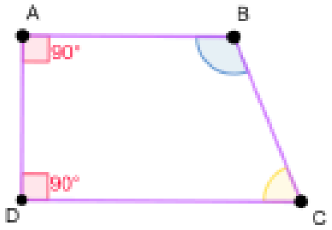
Trapézio isósceles

Estes trapézios têm os lados não paralelos congruentes, ou seja, de mesma medida.



Trapézio escaleno

Os dois lados não paralelos destes trapézios têm medidas diferentes.



Trapézio retângulo

Estes trapézios têm dois ângulos internos retos.

Fonte: Elaboração própria

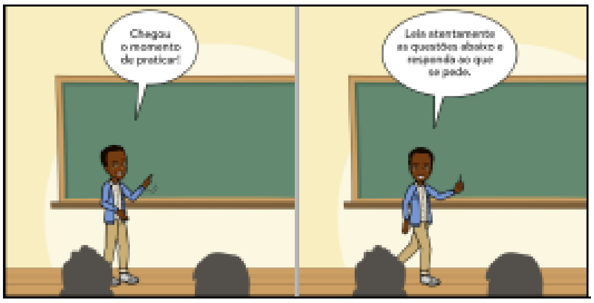
Apresentação em slides I:

Lista 1 e Diagrama:

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos-Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Nome: ____



Fonte: Elaboração própria

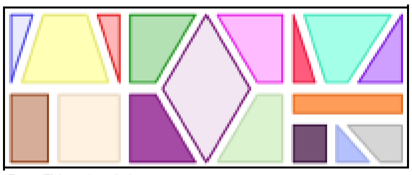
1) Você recebeu uma folha com o desenho de um diagrama e também vários paralelogramos recortados. Cole as figuras que você recebeu na região correta.

P: Paralelogramos que não são retângulos e nem losangos;
R: Paralelogramos que possuem os quatro ângulos internos retos;
L: Paralelogramos que possuem os quatro lados com a mesma medida de comprimento;
Q: Paralelogramos que possuem os quatro ângulos internos retos e os quatro lados com a mesma medida de comprimento.

2) Classifique cada item abaixo como verdadeiro (V) ou falso (F).

a) ( ) O trapézio é um quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.
b) ( ) Os lados paralelos do trapézio são conhecidos como lados oblíquos. Já os lados não paralelos são chamados de base maior e base menor.
c) ( ) O trapézio retângulo é um trapézio que tem apenas um ângulo reto.
d) ( ) Os dois lados não paralelos do trapézio escaleno têm suas medidas iguais.
e) ( ) O trapézio isósceles tem os lados não paralelos congruentes.

3) Francisco foi a uma galeria de arte e comprou, para a sala da sua casa, um quadro mosaico composto por formas geométricas, conforme mostra a figura abaixo.



Fonte: Elaboração própria

Observando o quadro representado na figura acima, responda:

a) O quadro é composto apenas por quadriláteros? Justifique.

___

b) Você identifica algum paralelogramo presente nesse quadro? Caso identifique, qual a classificação de cada um?

___

c) Quantos trapézios são utilizados nessa obra de arte?

___

d) Nos parênteses abaixo, diga quantos são os trapézios utilizados no quadro, de acordo com a sua classificação.

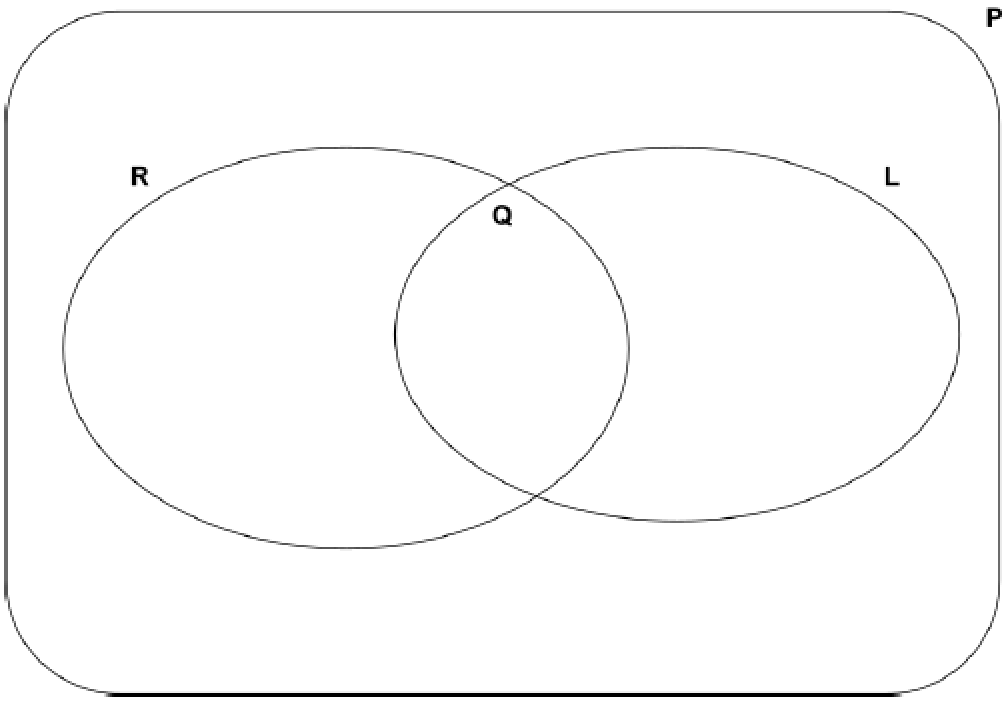
( ) Trapézio retângulo.

( ) Trapézio isósceles.

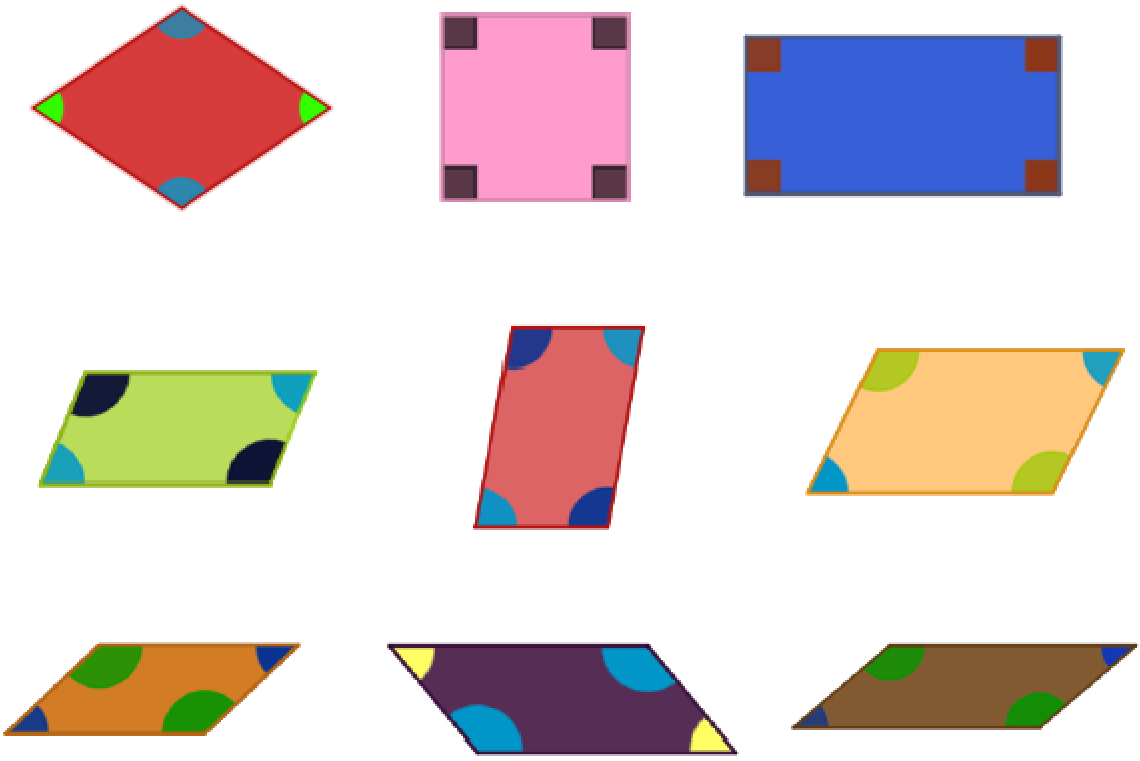
( ) Trapézio escaleno.

Fonte: Elaboração própria

Nome: ___



Material manipulável I:



Apêndice B - Materiais utilizados na segunda etapa da aplicação da sequência didática

Atividade de retomada do conteúdo:

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Nome: ____

Fonte: Elaboração própria

Palavras cruzadas

Leia, atentamente, cada uma das dicas abaixo e responda o jogo de palavras cruzadas de acordo com a numeração de cada dica.

1- Os quadriláteros convexos que apresentam pelo menos dois lados paralelos são chamados de __________.

2- Nome que é dado a todo quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos.

3- Paralelogramo que possui os 4 ângulos internos retos (90°).

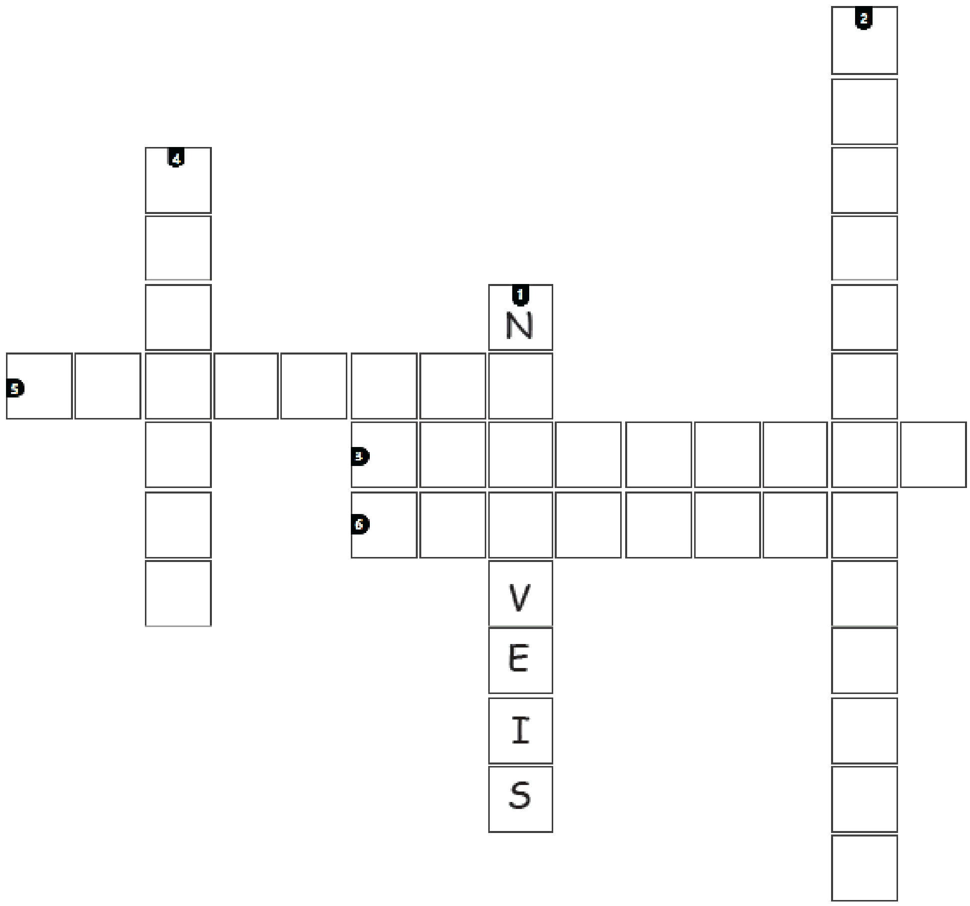
4- Paralelogramo que possui os 4 lados com a mesma medida de comprimento.

5- Paralelogramo que é considerado retângulo e losango ao mesmo tempo.

6- Nome que é dado a todo quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.

Nome: ______________________________

Palavras cruzadas



Apresentação em Slides 2:

Lista 2:

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

Nome: ____

Fonte: Elaboração própria.

1) A obra "Plano em superfícies moduladas nº 2", criada pela artista Lygia Clark, é composta por figuras geométricas de quatro lados. Qual a classificação dos quadriláteros presentes nesta obra?

____

2) Na obra em questão, Lygia Clark utiliza algum quadrado em sua composição?

____

Nas questões 3, 4, 5 e 6, estaremos analisando os quadriláteros que foram entregues a você, os quais correspondem aos mesmos presentes no quadro de Lygia Clark. Com base nisso, por favor, responda às questões.

3) Realize a medição dos comprimentos dos lados das figuras que lhe foram fornecidas, utilizando a régua. Após a medição, insira os valores obtidos abaixo do nome da figura solicitada.

a) Retângulo:

___________ cm.
___________ cm.

b) Trapézio retângulo:

___________ cm.
___________ cm.
___________ cm.
___________ cm.

c) Paralelogramo:

___________ cm.
___________ cm.

4) (Adaptada de Ferreira, 2015) A partir das figuras que você recebeu, monte na folha em branco:

a) Com duas figuras, um quadrado.
b) Com duas figuras, um paralelogramo.
c) Com dois trapézios, um retângulo.

5) (Adaptada de Ferreira, 2015) Continuando a utilizar as figuras fornecidas, responda:

a) Destaque uma figura que contenha apenas dois ângulos retos. Qual é o nome atribuído a esse quadrilátero?

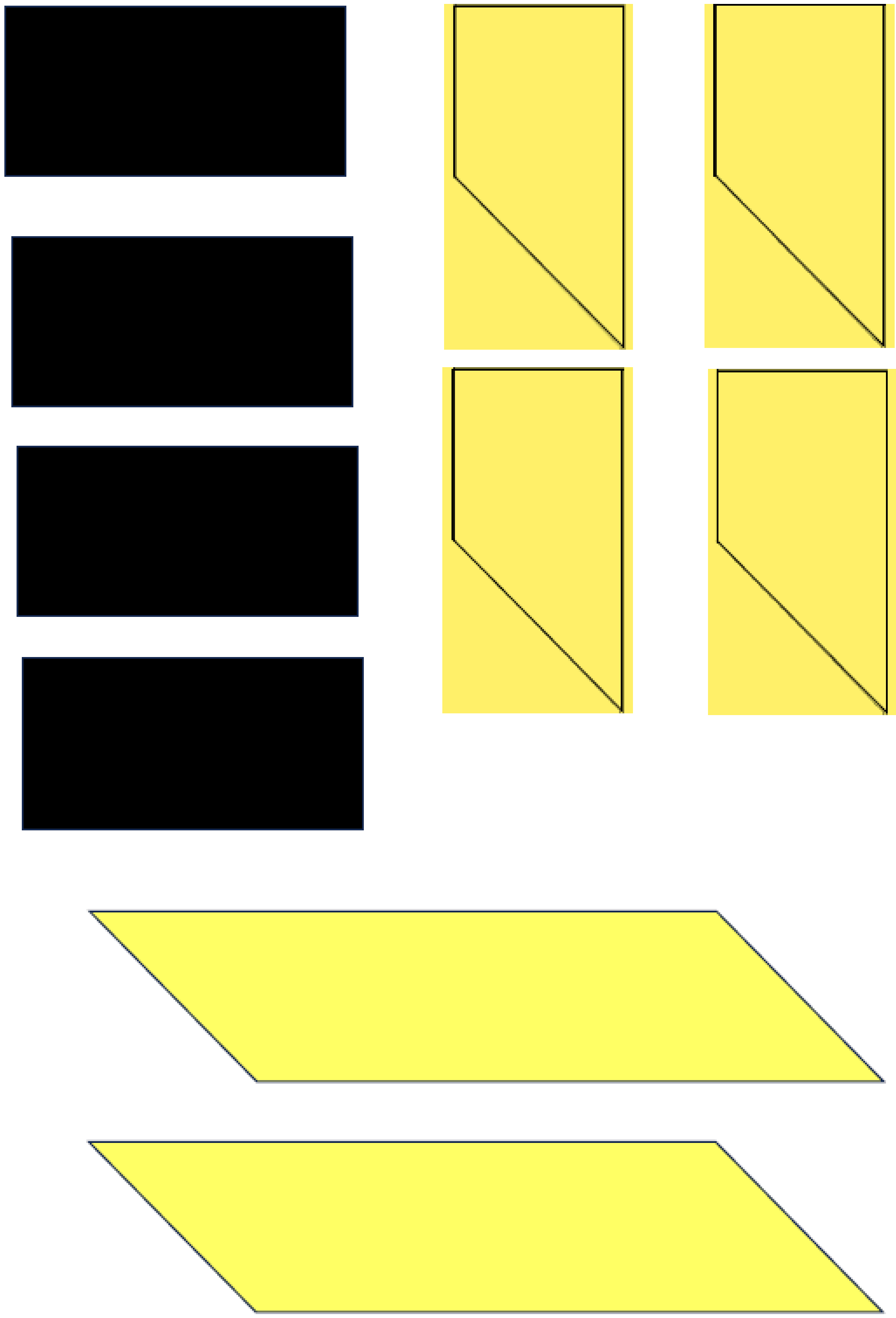
____

b) Agora, desenhe um quadrilátero com apenas um ângulo reto.

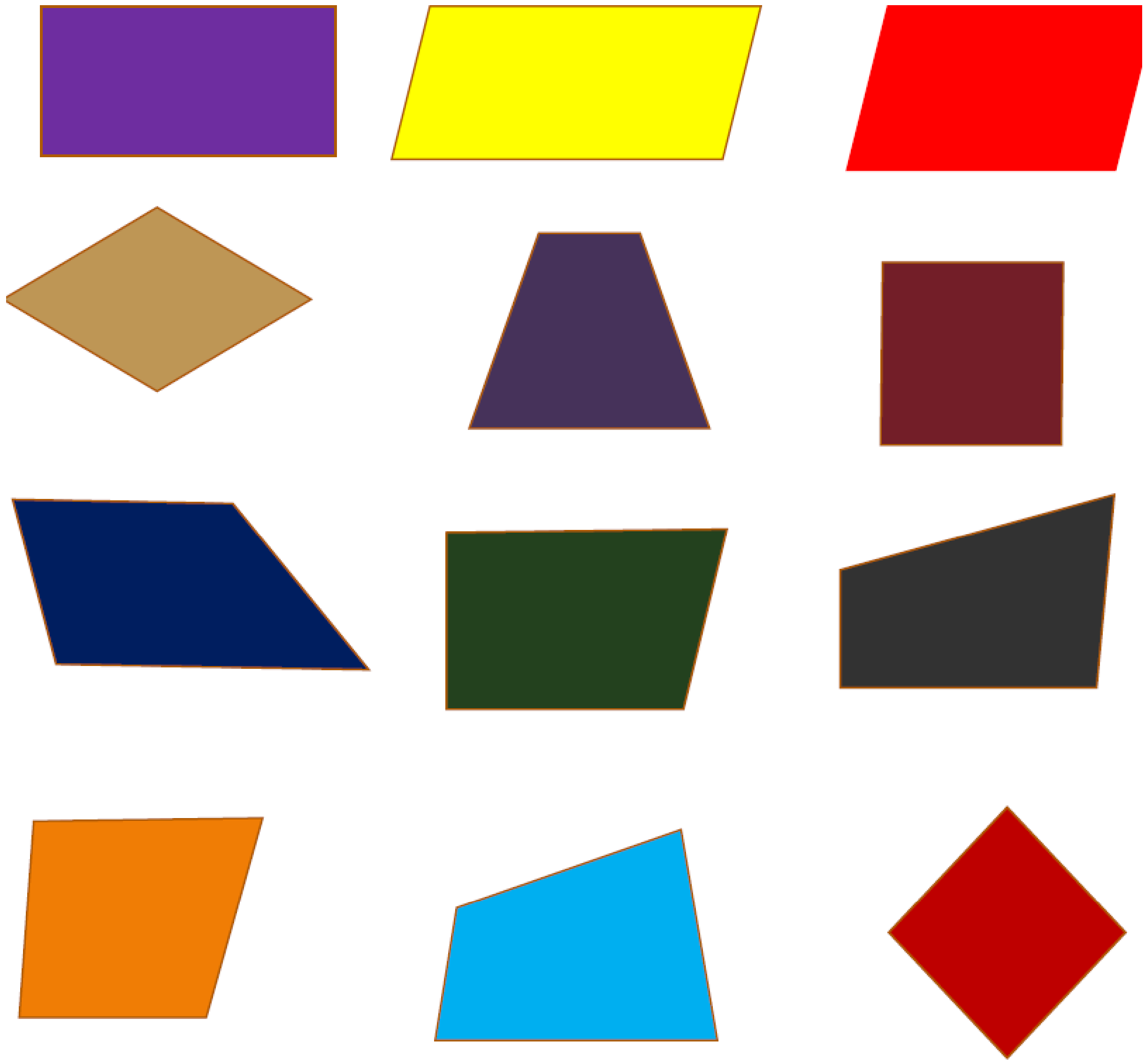
c) O quadrilátero que você desenhou pode ser considerado um quadrilátero notável?

6) Agora é a sua vez de brilhar como o artista principal da sua própria obra. Utilize os quadriláteros que foram disponibilizados para você e dê vida à sua criação na folha personalizada que foi entregue.

Material Manipulável 2:



Material Manipulável 3:



Folha personalizada:

Apêndice C - Termo de consentimento e roteiro da entrevista

Termo de consentimento livre e esclarecido:

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

Prezado (a) Licenciando (a),

Eu, Fabricio Nunes Pessanha, licenciado do curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro (IFF), estou realizando uma pesquisa sob a orientação da professora Me. Carla Antunes Fontes cujo objetivo é investigar as contribuições, para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos relativos aos quadriláteros notáveis, de uma proposta interdisciplinar com Artes que utilize mosaicos. Para isso, pedimos, por meio deste termo, a sua permissão para utilizar os resultados coletados e, posteriormente, publicá-los. Fica estabelecido que a sua participação não implicará em qualquer despesa ou compensação financeira, sendo sua colaboração inteiramente voluntária. Garantimos que sua identidade será estritamente preservada durante a divulgação dos dados coletados, e todas as informações que possam identificá-lo(a) serão devidamente omitidas. Deixamos claro que esta pesquisa tem como único propósito o âmbito acadêmico, e a sua participação será de extrema importância. Caso surjam dúvidas ou perguntas relacionadas à pesquisa, você pode entrar em contato pelo meu e-mail: fabricio.pessanha@gsuite.iff.edu.br.

Eu, ____ ,

Declaro, de forma voluntária, o meu consentimento para participar da pesquisa acima mencionada, após ter recebido todas as informações esclarecedoras necessárias.

Assinatura: ____

Campos dos Goytacazes, _____ de ________________ de 2023.

Roteiro da entrevista:

1) O que vocês aprenderam sobre mosaicos ao longo desta aula?
2) Porque a obra "Planos em Superfície Modulada N.º 2" está relacionada à Matemática e aos mosaicos?
3) Quais são os principais quadriláteros notáveis que estudamos?
4) Qual é a importância dos quadriláteros notáveis na criação de mosaicos geométricos?
5) De que maneira essa aula mudou a sua perspectiva sobre a relação entre Matemática e Artes?
6) Vocês se sentem mais confiantes em criar seus próprios mosaicos geométricos após essa sequência?
7) Como vocês podem aplicar o que aprenderam sobre mosaicos e quadriláteros notáveis em outras áreas da Matemática ou mesmo em atividades cotidianas?