## MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

# SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE CAMPUS CAMPOS CENTRO

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

## BRUNA BERALDO DE SOUZA MAURÍCIO DE SOUZA AMARO

O ESTUDO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS POR MEIO DO JOGO DE SINUCA: Uma proposta para o Proeja

## MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

## SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE CAMPUS CAMPOS CENTRO

## COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

## BRUNA BERALDO DE SOUZA MAURÍCIO DE SOUZA AMARO

## O ESTUDO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS POR MEIO DO JOGO DE SINUCA: Uma proposta para o Proeja

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense c*ampus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profa. Me. Viviane Stellet Alecrin

Campos dos Goytacazes/RJ Março – 2024

## Biblioteca CIP - Catalogação na Publicação

Souza, Bruna Beraldo de

S183339 6706981 910e O ESTUDO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS POR MEIO DO JOGO DE SINUCA: Uma proposta para o Proeja / Bruna Beraldo de Souza,

Maurício de Souza Amaro - 2024.

70 f.: il. color.

Orientadora: Viviane Stellet Alecrin

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Curso de Licenciatura em Matemática, Anton Dakitsch, RJ, 2024. Referências: f. 56 a 58.

1. Proeja. 2. Geometria. 3. Sinuca. I. Amaro, Maurício de Souza. II. Alecrin, Viviane Stellet, orient. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da Biblioteca do IFF com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).



## MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE

CAMPUS AVANÇADO CAMBUCI

SANTO ANTÃO - ESTRADA CAMBUCI-TRÊS IRMÃOS, KM 5, None, ZONA RURAL, CAMBUCI / RJ, CEP 28430-000 Fone: (22) 2737-5644

PARECER 1/2024 - CAPCAC/DECAC/DGCAC/IFFLU

Aprovada em 11 de março de 2024.

17 de abril de 2024

O ESTUDO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS POR MEIO DO JOGO DE SINUCA: UMA PROPOSTA PARA O **PROEJA** 

> Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Banca Examinado	ora:			

Doutora em Planejamento Regional e Gestão da Cidade (Universidade Cândido Mendes)

Ana Paula Rangel de Andrade (Examinadora).

IFFluminense Campus Campos Centro

Aline da Silva Freitas Monteiro (Examinadora)

## Mestre Profissional em Matemática em Rede Nacional (UENF)

### SEEDUC-RJ - Colégio Estadual José do Patrocínio

Viviane Stellet Alecrin (Orientadora)

Mestre em Educação Matemática/USS

IFFluminense Campus Avançado Cambuci

Documento assinado eletronicamente por:

- Viviane Stellet Alecrin, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO. COORDENACAO DO CURSO TECNICO EM AGOPECUARIA, em 17/04/2024 08:00:13.
- Ana Paula Rangel de Andrade, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, COORDENACAO ACADEMICA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA, em 17/04/2024 08:45:35.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 17/04/2024. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.iff.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 544455

Código de Autenticação: 0d295ce855



Eu, Bruna, dedico este TCC aos meus pais e meus irmãos que me ajudaram nos momentos que estive ausente para meu filho. Muito obrigada por me ajudarem na educação dele.

Eu, Maurício, dedico este TCC à minha mãe Maria de Lourdes, *in memorian*. Mãe, obrigado por acreditar em mim quando nem eu mesmo acreditei.

#### **AGRADECIMENTOS**

### **BRUNA**

Gostaria de agradecer e dedicar esta monografia, primeiramente a Deus, pelas graças alcançadas em minha vida, por me conduzir e me proteger em todos os momentos, principalmente nestes dois últimos anos e três meses em que tive perdas familiares.

A minha família, que me apoiou de todas as formas possíveis para que conseguisse realizar este trabalho, me ajudando em momentos em que estava ausente para cuidar do meu filho. Ao meu esposo (in memória) que teve presente na minha trajetória em alguns períodos da faculdade. E em especial a minha mãe (in memória), que torcia para essa realização de concluir o meu sonho de ser professora de matemática.

Agradeço ao meu amigo, Maurício, por compartilhar essa experiência de vivência com o jogo de sinuca, mostrando que existe um olhar matemático através deste jogo.

Aos meus amigos, que a Instituição me apresentou e que torceram por mim para que eu chegasse a essa etapa da minha vida, que é a conclusão de curso. Em especial gostaria de agradecer a minha amiga Nina Jane da Silva Alves, que no início do curso percebeu que eu tinha dificuldade de aprendizagem, e aos meus amigos que compuseram o meu grupo de laboratório e ensino de aprendizagem (LEAMAT) para que eu pudesse chegar até essa etapa que é a monografia.

A minha orientadora, professora mestre Viviane Stellet Alecrin pelo tempo disponível e dedicação com paciência, a todo momento me incentivando a prosseguir nos momentos difíceis que tive nesse período da escrita do TCC, demonstrando que sou capaz de vencer qualquer dificuldade.

A todos os funcionários do Instituto Federal Fluminense Campus Campos Centro, e em especial ao Núcleo de Apoio a Pessoas com Necessidades Educacionais Especiais (NAPNEE) que me acolheram, dando suporte a todo instante no decorrer do desempenho da minha vida acadêmica e no desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso. Vale ressaltar o comprometimento e a dedicação de todos que compõem o curso de Licenciatura em Matemática.

Por fim, gostaria de deixar o meu profundo agradecimento a todos os que contribuíram direta ou indiretamente neste trabalho de monografia.

## **MAURÍCIO**

Eu, Maurício, além de dedicar este TCC à minha amada e saudosa mãe por todo o apoio, carinho e conselhos durante essa jornada. Ela foi a pessoa que mais me deu forças nessa caminhada e que demonstrava uma enorme felicidade ao saber que fui o único dos 10 filhos a chegar à faculdade. Te amo, mãe. Para todo o sempre.

Agradeço à minha família que teve de conviver com minhas muitas e prolongadas ausências. Sei que fui faltoso em alguns momentos, mas prometo compensá-los logo assim eu termine a faculdade.

À minha esposa, Cintya, uma pessoa tão especial para mim, que nessa caminhada sempre foi uma ótima parceira, sempre paciente.

Ao amigo Eleziel Rosa, que foi um ótimo amigo e parceiro. Aos professores de forma geral e, em especial a professora Viviane, minha orientadora, por toda ajuda e compreensão nesse percurso.

À minha nora Laís por me ajudar na realização deste trabalho, sempre me apoiando e incentivando.

Aos meus filhos Maurício, Rômulo Allyson, Cayo Gabriel e Camilly. Vocês são os maiores presentes da minha vida.

Aos meus netos Rafael e José Rômulo. Vovô ama vocês.



### **RESUMO**

O Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (Proeja) é uma iniciativa importante do governo brasileiro para oferecer oportunidades educacionais a jovens e adultos que não concluíram o Ensino Fundamental e Médio. Desde sua criação, o Proeja visa promover uma educação inclusiva e acessível, proporcionando uma formação profissionalizante em conjunto com a formação básica, facilitando a inserção desses indivíduos no mercado de trabalho e na sociedade. Buscando meios de oportunizar uma aprendizagem mais dinâmica e interativa a alunos do 1º ano do curso de Eletrotécnica – Proeja do IFF Campus Campos Centro, o presente trabalho tem por objetivo principal analisar as contribuições da utilização do jogo da sinuca como ferramenta pedagógica para uma sequência didática que aborda os conceitos geométricos, como ponto, reta, semirreta, ângulos e triângulos. A escolha desse jogo se justifica pela sua capacidade de proporcionar uma abordagem prática e lúdica dos conteúdos, estimulando o raciocínio espacial dos estudantes. A pesquisa adota uma abordagem qualitativa e de intervenção pedagógica, utilizando questionários e sequências didáticas como instrumentos de coleta de dados. Inicialmente, é aplicado um questionário para identificar as dificuldades dos alunos com os conceitos geométricos e sua percepção sobre o uso de jogos no ensino. Em seguida, é elaborada e aplicada uma sequência didática que incorpora o jogo de sinuca como recurso pedagógico, dividida em uma aula expositiva e a aplicação da sequência didática com uso do jogo. Os resultados demonstram que o uso da sinuca como ferramenta pedagógica contribuiu para o engajamento dos alunos e para a compreensão dos conceitos geométricos. Algumas limitações foram identificadas, como a necessidade de adaptar o horário das aulas para melhor aproveitamento da atividade. Sendo assim, conclui-se que os jogos, quando integrados adequadamente ao contexto educacional, podem ser eficazes para promover uma aprendizagem significativa e estimulante. A utilização do jogo de sinuca como ferramenta pedagógica representa uma alternativa interessante para enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, proporcionando uma experiência educativa mais dinâmica e motivadora para os alunos.

Palavras-chave: Proeja. Sinuca. Geometria.

### **ABSTRACT**

The National Program for the Integration of Professional Education with Basic Education in the Youth and Adult Education Modality (Proeja) is an important initiative by the Brazilian government to offer educational opportunities to young people and adults who have not completed primary or secondary school. Since its creation, Proeja has aimed to promote inclusive and accessible education, providing vocational training in conjunction with basic education, making it easier for these individuals to enter the job market and society. Looking for ways to provide a more dynamic and interactive learning experience for students in the 1st year of the Electrotechnics -Proeja course at the IFF Campus Campos Centro, the main objective of this work is to analyze the contributions of using the snooker game as a teaching tool for a didactic sequence that addresses geometric concepts such as points, lines, semi-straight lines, angles and triangles. The choice of this game is justified by its ability to provide a practical and playful approach to the content, stimulating students' spatial reasoning. The research adopts a qualitative and pedagogical intervention approach, using questionnaires and didactic sequences as data collection tools. Initially, a questionnaire was administered to identify students' difficulties with geometric concepts and their perception of the use of games in teaching. Next, a didactic sequence incorporating the snooker game as a teaching resource was developed and applied, divided into a lecture and the application of the didactic sequence using the game. The results show that the use of snooker as a teaching tool contributed to the students' engagement and understanding of geometric concepts. Some limitations were identified, such as the need to adapt class times to make better use of the activity. It can therefore be concluded that games, when properly integrated into the educational context, can be effective in promoting meaningful and stimulating learning. The use of the snooker game as a pedagogical tool represents an interesting alternative to enrich the teaching and learning process, providing a more dynamic and motivating educational experience for students.

Keywords: Proeja. Snooker. Geometry.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ilustração da Questão 1 da Sequência Didática	32
Figura 2 - Ilustração da Questão 1 da Sequência Didática	33
Figura 3 - Ilustração da Questão 3 da Sequência Didática	33
Figura 4 - Ilustração da Questão 4 da Sequência Didática	34
Figura 5 - Ilustração da Questão 5 da Sequência Didática	34
Figura 6 - Ilustração da Questão 6 da Sequência Didática	35
Figura 7 - Ilustração da Questão 7 da Sequência Didática	36
Figura 8 - Questões do questionário	37
Figura 9 - Questões do questionário	38
Figura 10 - Comentário do licenciando L1	40
Figura 11 - Comentário do licenciando L10	41
Figura 12 - Comentário do licenciando L19	41
Figura 13 - Comentário do licenciando L5	42
Figura 14 - Comentário do licenciando L9	42
Figura 15 - Comentário do licenciando L7	43
Figura 16 - Alunos manipulando a mesa de sinuca	45
Figura 17 - Sequência didática com tracejados para melhorar a visualização dos alunos (I)	47
Figura 18 - Sequência didática com tracejados para melhorar a visualização dos alunos (II)	48
Figura 19 - Sequência didática com tracejados para melhorar a visualização dos alunos (III)	49
Figura 20 - Resposta da Questão 7, letra e, do questionário	53
Figura 21 - Resposta da Questão 9 do questionário	53

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Identificação dos alunos nos questionários	50
Gráfico 2 - Identificação sobre conhecimentos Geométricos	51
Gráfico 3 - Dificuldade dos alunos na sala de aula	51
Gráfico 4 - Identificação dos alunos sobre o conhecimento de sinuca e matemática	52
Gráfico 5 - Análise das respostas dos alunos	54

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	REVISÃO DA LITERATURA	19
2.1	Contextualização histórica do Proeja	19
2.2	O uso de jogos no processo de ensino e aprendizagem	20
2.3	Os jogos como recurso didático no Proeja	23
2.4	Trabalhos Relacionados	25
2.4.1	Aplicação da geometria no jogo de sinuca	26
2.4.2	Construção Do Gráfico Da Função Seno Por Meio De Material Didático Concreto	
Manip	ulável: Uma Proposta Para O Proeja	27
2.4.3	Ensino e aprendizagem de ângulos na Educação de Jovens e Adultos	28
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	30
3.1	Caracterização da Pesquisa	30
3.2	Detalhamento do Planejamento da Intervenção pedagógica	32
3.2.1	O Planejamento	32
3.2.1.1	Elaboração da sequência didática	32
3.2.1.2	Elaboração do questionário	36
3.2.1.3	Teste exploratório	38
3.2.2	A Implementação	39
3.2.3	A Avaliação	39
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	40
4.1	Teste exploratório	40
4.1.1	Aplicação do Questionário e da Sequência Didática	40
4.2	Implementação e Avaliação	43
4.2.1	Aplicação do questionário e da sequência didática no Proeja (I)	43
4.2.2	Aplicação da sequência didática no Proeja (II)	46
4.3	Análise das respostas apresentadas no questionário	50
4.4	Análise das respostas apresentada na sequência didática	54
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	56
REFE	RÊNCIAS	58
APÊN	DICE A – QUESTIONÁRIO	62
APÊN	DICE B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA	64
ANEX	O - APOSTILA DA AULA	68

## 1 INTRODUÇÃO

A sinuca sempre fez parte da vida de um dos autores deste projeto, sendo uma de suas paixões, possuindo, inclusive, uma mesa profissional do jogo em sua casa. Outro tema que faz seus olhos brilharem é o ensino da matemática e suas possibilidades, pois a matemática está presente no cotidiano de todos. Por gostar muito de sinuca e mais ainda da matemática, o autor identificou que havia conceitos geométricos por detrás do jogo, portanto resolveu levar a proposta que une sinuca e matemática adiante e fazer deste seu tema de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

Sendo assim, este trabalho pretende averiguar como é possível compreender alguns conceitos geométricos por meio do jogo de sinuca. Para tal empreitada, foi realizada uma atividade com alunos do Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (Proeja), o público-alvo, e com alunos do sexto período de Licenciatura em Matemática para o teste exploratório.

Outro ponto que motivou o tema diz respeito às dificuldades dos pesquisadores no que tange à aprendizagem, pois, logo no início do curso de graduação em Licenciatura em Matemática, um dos pesquisadores desconhecia que as tinha, e ao trabalhar com o lúdico, percebeu que sua concentração aumentava e compreendia melhor o conteúdo. O lúdico tem sua origem na palavra latina "*ludus*" que significa "jogo". De acordo com Santos (1997, p.12 *apud* Karvat, 2015, p.4),

A ludicidade é uma necessidade do ser humano em qualquer idade e não pode ser vista apenas como diversão. O desenvolvimento do aspecto lúdico facilita a aprendizagem, o desenvolvimento pessoal, social e cultural, colabora para uma boa saúde mental, prepara para um estado interior fértil, facilita os processos de socialização, comunicação, expressão e construção do conhecimento (Santos, 1997, p.12 *apud* Karvat, 2015, p.4).

Dessa forma, o ensino da matemática pode ser mais envolvente e estimulado por meio de jogos, sobretudo porque "quebra" os padrões convencionais de aula nos quais o professor explica o conteúdo e o aluno verifica se aprendeu por meio de exercícios. A utilização de jogos como ferramenta didática permite com que o alunado se sinta mais engajado no seu processo de ensino-aprendizagem e faz com que ele perceba que esse processo pode ser mais prazeroso.

Segundo Borin (2004, p.8), o jogo exerce papel importante no desenvolvimento de habilidades essenciais para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática, pois envolve

o raciocínio lógico, dedutivo e indutivo; da linguagem; da criatividade; da atenção e da concentração".

Apoiando-se nessa ideia, busca-se a utilização do jogo de sinuca como uma ferramenta metodológica em ambiente de sala de aula do Proeja, favorecendo e facilitando a construção de conceitos geométricos. Para Nunes e Ferreira (2019):

A respeito do público que se pretende atingir, elas afirmam que "exercendo maior impacto e auxílio em sua aprendizagem, aparentemente, aquele que necessita de mais atenção e dedicação, são os alunos do Proeja, visto que os integrantes desse programa, em sua maioria, são adultos que não conseguiram concluir o ensino básico na idade correspondente, seja por necessidade de auxiliar sua família na renda mensal, por apresentar dificuldades de aprendizagem ou qualquer outro motivo (Nunes; Ferreira, 2019, p. 15).

Para além dos motivos expostos pelas estudiosas, foi escolhido o Proeja como públicoalvo por serem jovens e adultos que, acredita-se, têm algum conhecimento a respeito do jogo, o que facilitaria a compreensão da proposta e a visualização da geometria dentro de seu contexto. Sendo assim buscou-se o jogo de sinuca como ferramenta para o ensino de Geometria. Segundo Reis,

A sinuca apesar de ser reconhecida legalmente como um esporte, ainda sofre preconceito da sociedade, por sua estreita relação com bares e apostas, o que dificulta a exploração de seu potencial pedagógico por profissionais de Educação Física, Psicologia, Física, Matemática e outros". Na Matemática, por exemplo, a sinuca permite o desenvolvimento de conteúdos de Geometria como pontos, retas, segmentos, semirretas, ângulos, triângulos, simetria, entre outros, na elaboração de estratégias para a prática deste esporte (Reis, 2019, p.12).

O presente trabalho justifica-se no fato de que o ensino da Matemática pode ocorrer de uma forma envolvente e estimuladora utilizando como ferramenta os jogos, que proporcionam velocidade no processo de mudança de comportamento e aquisição de novos conhecimentos, tendo em vista que foge do lugar comum do que se espera de uma aula na qual o professor explica o conteúdo e os alunos realizam exercícios. Grando (2004) ressalta que o jogo tem o:

Seu caráter propriamente competitivo, apresenta-se como uma atividade capaz de gerar situações-problema "provocadoras", nos quais o aluno necessita coordenar diferentes pontos de vista, estabelecer várias relações, resolver conflitos e estabelecer uma ordem (Grando, 2004, p.25).

A utilização do jogo pode permitir que o estudante construa conceitos geométricos de forma mais eficaz, pois torna a aula mais interativa. Segundo Lorenzato (1995, p.5) diz que:

Sem estudar geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da geometria como fator altamente facilitador para a compreensão de questões de outras áreas de conhecimento humano (Lorenzato, 1995, p.5).

A partir do exposto, surge a questão norteadora deste trabalho: quais as contribuições do jogo de sinuca como ferramenta pedagógica para uma sequência didática que aborda os conceitos geométricos como ponto, reta, semirreta, ângulos e triângulos?

Para responder a essa questão de pesquisa foi determinado o objetivo geral, que é analisar as contribuições da utilização do jogo da sinuca como ferramenta pedagógica para uma sequência didática que aborda os conceitos geométricos, como ponto, reta, semirreta, ângulos e triângulos.

Buscando atender ao objetivo geral, foram elaborados os seguintes objetivos específicos: i) Identificar como o jogo da sinuca pode ser integrado de forma eficaz para ilustrar e reforçar os conceitos geométricos mencionados e; ii) Analisar a percepção dos alunos sobre a relevância e eficácia do jogo da sinuca como ferramenta pedagógica para o ensino de geometria.

Este trabalho possui em sua estrutura quatro capítulos, intitulados Revisão de Literatura, Procedimentos Metodológicos, Resultados e Discussões, além das Considerações Finais. No capítulo Revisão de Literatura será feita uma explicitação de estudos utilizados neste trabalho, bem como a importância deles dentro desta pesquisa. Também, a título de contextualização, será traçada uma breve linha histórica do Proeja, além de uma elucidação do jogo sinuca. Também se destaca a importância dos jogos no ensino da matemática.

Será abordada a utilização de jogos como metodologia de ensino bem como o levantamento bibliográfico dos trabalhos relacionados a este tema. O capítulo de Procedimentos Metodológicos abordará a metodologia de pesquisa, o público-alvo, instrumentos de coletas de dados, etapas da pesquisa e a descrição das etapas da elaboração da sequência didática.

No capítulo Resultados e Discussões foram obtidos por meio da aplicação do questionário e da sequência didática junto a uma amostra de 13 alunos do 1º ano do Proeja. Esse conjunto de atividades teve como objetivo principal investigar a eficácia do uso do jogo

da sinuca como ferramenta pedagógica para o ensino de conceitos geométricos, como ponto, reta, semirreta, ângulos e triângulos.

A análise dos resultados permitirá uma compreensão mais aprofundada sobre o impacto do jogo da sinuca na aprendizagem dos alunos, bem como suas percepções e dificuldades em relação aos conceitos geométricos abordados. No último capítulo trará as Considerações Finais, com as conclusões obtidas pela revisão bibliográfica e levantamento de dados.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo será feita uma contextualização da história do Proeja, no qual será abordado o uso de jogos no processo de ensino e aprendizagem balizado por Regina Célia Grando, também será abordado sobre o uso de jogos como recurso didático no Proeja e serão apresentados três trabalhos relacionados que de alguma forma se assemelham a esta proposta.

Para auxiliar o aporte teórico, uma vasta pesquisa bibliográfica foi realizada, justamente para se ter uma base mais sólida e concreta sobre o tema.

## 2.1 Contextualização histórica do Proeja

Desde 1996 a Educação de Jovens e Adultos é regulamentada pela Lei de Diretrizes e Base (LDB) nº. 9394, artigo 37, que garante Educação Básica para aqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no Ensino Fundamental e Médio na idade própria. (Brasil, 1996).

Por meio do Decreto nº. 5.478, de 24 de junho de 2005, foi criado o Proeja, denominado inicialmente de Programa de Integração da Educação Profissional ao Ensino Médio na Modalidade Educação de Jovens e Adultos. O Proeja surgiu com a finalidade de ofertar educação profissional técnica para indivíduos do Ensino Médio, sendo, inicialmente, ofertado pelas instituições federais de educação profissional e tecnológica. (Brasil, 2006).

De acordo com Almeida e Corso (2015), o Proeja propõe a integração da educação profissional à educação básica na modalidade da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Objetivando a obrigatoriedade da oferta desta modalidade na Rede Federal de Ensino, o governo solicitou que os setores adaptassem suas instalações físicas e o corpo docente, abrindo o convite aos "[...] Centros Federais de Educação Tecnológica, as Escolas Técnicas Federais, as Escolas Agrotécnicas Federais, as Escolas Técnicas Vinculadas às Universidades Federais e o Colégio Pedro II, sem prejuízo de outras instituições que venham a ser criadas." (Brasil, 2006, p. 2).

Dentre as ofertas, a EJA pode ocorrer no programa Mulheres Mil (já ofertado no campus Campos Centro) que era voltado à promoção escolar de mulheres em situação de vulnerabilidade e no Programa nacional de Inclusão de Jovens (ProJovem Urbano) que objetiva a promoção e reintegração de jovens. (Brasil, 2012).

Bem antes do que conhecemos hoje como EJA ou Proeja, era perceptível a necessidade de um segmento educacional voltado para aqueles que não tiveram a oportunidade de estudar na idade adequada, pois isso proporciona a esses a oportunidade de adquirir o conhecimento escolar e contribui com a promoção de uma melhor qualidade de vida, tendo em vista que o Proeja profissionaliza estudantes, dando-lhes a oportunidade de trabalhar em empregos mais dignos.

### 2.2 O uso de jogos no processo de ensino e aprendizagem

A utilização dos jogos nas aulas de Matemática é imprescindível, mas, para que ocorra de forma eficiente, é preciso que haja um planejamento detalhado, sendo necessário definir e analisar todas as etapas propostas, bem como a metodologia adequada de acordo com o nível trabalhado. Dessa forma, torna-se primordial que o professor utilize mecanismos que validem o jogo como prática pedagógica no processo de aprendizagem, tornando-o uma atividade desafiadora para o aluno. Grando (2004, p. 14), diz que o professor é o mediador da ação do aluno na atividade de jogo, objetivando resgatar conceitos matemáticos do nível da ação para uma posterior compreensão e sistematização.

Grando (2000) afirma que uma das justificativas para inserir jogos no ensino é a presença da ludicidade, capaz de despertar o interesse e o desejo do jogador no planejamento de suas próprias ações no jogo. Outra vertente é a motivação na superação de desafios e a presença do sentimento de competição, aspectos que permitem ao aluno/competidor conhecer seus limites e adquirir confiança e coragem ao se arriscar nas jogadas.

Grando (2000) reforça que durante a partida os sujeitos estabelecem várias relações, como a cooperação, a reavaliação do que precisa ser trabalhado, além das ações planejadas no jogo (estratégias), minimizando o sentimento de competição e promovendo a socialização do conhecimento. Além disso, por ser uma atividade capaz de gerar situações estimulantes, os sujeitos podem coordenar diversos pontos de vista.

Grando (2000) considera que:

O jogo, em seu aspecto pedagógico, se apresenta produtivo ao professor que busca nele um aspecto instrumentador e, portanto, facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação, e também produtivo ao aluno, que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las (investigação matemática), com autonomia e cooperação (Grando, 2000, p 28).

Os jogos podem auxiliar no aprendizado dos alunos, desenvolvendo a criatividade, o raciocínio lógico, a resolução de problemas e o trabalho em equipe.

Grando (2004), em seu livro intitulado *O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula*, discute também a dificuldade que muitos alunos têm em lidar com a disciplina, apresentando os jogos como uma alternativa divertida e estimulante para superar essas dificuldades. A autora destaca que os jogos podem ser adaptados de acordo com o nível de ensino e o conteúdo a ser trabalhado, permitindo que os alunos pratiquem e consolidem os conceitos matemáticos de forma lúdica.

Além disso, a autora destaca a importância do professor no uso dos jogos em sala de aula, orientando sobre como preparar o ambiente, organizar as atividades e acompanhar o desempenho dos alunos. Ela enfatiza que a utilização dos jogos deve estar aliada aos objetivos pedagógicos, incentivando os alunos a participarem ativamente e promovendo a reflexão sobre os conceitos matemáticos.

O livro de Grando (2004) apresenta diversos jogos matemáticos, com sugestões de como adaptá-los e utilizá-los em diferentes situações de ensino. Destaca-se também a importância de os alunos terem a oportunidade de jogar, experimentar, errar e aprender com os erros, ressaltando que o jogo é uma ferramenta útil e valiosa para a construção do conhecimento matemático.

E o mais importante, "O jogo e a matemática no contexto da sala" defende o uso dos jogos como uma estratégia pedagógica eficaz para o ensino da matemática, proporcionando um ambiente motivador e desafiador, no qual os alunos podem desenvolver suas habilidades matemáticas de maneira divertida, prazerosa e significativa, no envolvimento pela atividade lúdica que o jogo representa.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o jogo é uma atividade prazerosa que, apesar de demandar regras e exigências, não impõe nenhuma obrigação externa e, quando praticada em grupo, desenvolve habilidades e conhecimentos matemáticos. (Brasil, 1997).

De acordo com os PCN os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes – enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório – necessárias para aprendizagem da Matemática (Brasil, 1997, p.48).

Diante de um quadro educacional no qual os alunos demonstram cada vez mais desinteresse pelo estudo, fator este que pode ter relação com o uso das redes sociais, o uso de

ferramentas que atraem atenção dos estudantes pode contribuir com uma nova visão em relação ao ensino escolar, pois pode torná-lo mais atrativo e menos maçante. Obviamente, a necessidade de aulas expositivas nas quais o professor explica o conceito é de suma importância, bem como a realização de exercícios vistos como "tradicionais", entretanto é preciso pensar em formas mais dinâmicas nas quais os alunos consigam visualizar e praticar o que foi aprendido de maneira mais "lúcida".

O jogo sempre existiu em diferentes culturas. Os seres humanos, de crianças a idosos, utilizaram e utilizam jogos, seja para fins de divertimento ou até mesmo como algo "terapêutico" para manter o cérebro em constante funcionamento. De acordo com Kiya e Dionízio (2014, p. 11) "o homem, adulto, criança, idoso ou adolescente, sempre fez uso do jogo, geralmente com finalidade lúdica, mas não somente com essa finalidade."

Entretanto o jogo pode ser utilizado com outra finalidade, neste caso sendo aplicado como recurso didático na sala de aula. Ainda de acordo com a autora, utilizar jogos e atividades lúdicas como estratégias de ensino pode ajudar a despertar o interesse dos alunos pelas atividades escolares, melhorar seu desempenho e promover a aprendizagem, pois proporciona as aulas a ter uma nova "roupagem", saindo, assim, da esfera do tradicional. (Kiya, Dionízio, 2014).

Grando (2004) relata em seus trabalhos que a sala de aula pode ser um ambiente propício para a utilização de jogos como uma intervenção pedagógica, sendo o professor responsável pelo grupo de alunos e assim desenvolver a construção de conceitos e habilidades matemáticas. Contudo é primordial diferenciar o jogo como brincadeira do jogo como recurso didático, para que seu propósito em sala de aula não seja perdido. O jogo como brincadeira é livre, prazeroso, sem preocupação; já como metodologia, possui regras e particularidades que transcendem a simples ação do brincar.

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma, "os jogos atraem a curiosidade dos alunos, podendo estimular a participação dos mesmos. Como ferramenta educativa, a brincadeira estimula a imaginação, a concentração e o raciocínio lógico, além de promover a integração interpessoal e criar dinamismo nas abordagens de conceitos matemáticos e formas mais amplas de avaliação da aprendizagem." (Brasil, 2017).

Para Grando (2004, p.18) o jogo propicia um ambiente favorável ao interesse da criança, não apenas pelos objetos que os constituem, mas também pelo desafio das regras imposta por uma situação imaginária que, por sua vez, pode ser considerada como um meio para o desenvolvimento do pensamento abstrato.

Para que o aluno aprenda significativamente o conteúdo ensinado, desenvolvendo o raciocínio lógico, a utilização de jogos como recurso didático nas aulas de matemática precisa ser bem estruturada para que potencialize o aprendizado do aluno, levando-o a pensar, interagir e revisar o conteúdo que foi passado pelo professor.

Assim, como na BNCC, a importância dos jogos como recurso didático, está presente no PCN no seguinte argumento: "nos jogos de estratégia parte-se da realização de exemplos práticos que levam ao desenvolvimento de habilidades específicas para a resolução de problemas e os modos típicos do pensamento matemático. (Brasil, 1997, p. 47)

A ludicidade na abordagem da matemática, conforme preconizado pela BNCC, destacase como um elemento fundamental no processo de aprendizagem. Através de atividades recreativas, os estudantes têm a oportunidade de vivenciar conceitos matemáticos de maneira mais dinâmica e participativa, promovendo o desenvolvimento de habilidades cognitivas e socioemocionais.

Jogos, desafios e estratégias divertidas não apenas tornam a matemática mais acessível e interessante, mas também estimulam o pensamento crítico, a resolução de problemas e a colaboração entre os alunos. Ao integrar a recreação ao ensino da matemática, a BNCC busca proporcionar uma experiência educacional mais envolvente e significativa, contribuindo para a formação integral dos estudantes.

## 2.3 Os jogos como recurso didático no Proeja

No âmbito do Proeja, é observado que muitos alunos enfrentam dificuldades em manter uma frequência regular devido a questões como trabalho, fadiga ou problemas pessoais. Além disso, nota-se uma falta de interação entre os alunos mais jovens e os mais velhos, o que pode prejudicar a dinâmica da aula em certos momentos.

A socialização desempenha um papel crucial para alguns alunos, e a diversidade de idades pode enriquecer o aprendizado, pois os alunos mais novos podem ter uma compreensão diferente dos conteúdos, enquanto os mais velhos podem contribuir com suas experiências de vida, enriquecendo as discussões. No entanto, a ausência de contato entre esses grupos compromete essa troca de conhecimento.

Introduzir jogos como recurso didático pode ser uma estratégia eficaz para melhorar essa dinâmica. Os jogos proporcionam momentos de descontração e podem servir como facilitadores para promover a interação entre os alunos. Durante essas atividades, os alunos têm a oportunidade de se conhecerem melhor, trabalharem em equipe e compartilharem

experiências. Essa abordagem não apenas torna o ambiente de aprendizado mais agradável, mas também promove uma atmosfera propícia para o compartilhamento de conhecimentos e o desenvolvimento de habilidades sociais.

A ideia do jogo não é tratar os adultos como crianças, infantilizando conteúdos e práticas pedagógicas, mas sim potencializar ensino de forma com que este se torne mais significativo, pois possibilita ao aluno pôr em prática seus saberes sobre o mundo, fazendo-o se sentir parte integrante do ensino-aprendizagem. Oliveira (1999, p. 60) enfatiza que é preciso levar em conta a situação de não ser filho [dos sujeitos do Proeja], a situação de estar afastado da escola e a situação dos membros de determinados grupos culturais (Oliveira, 1999, p. 60).

Nesse contexto, é fundamental que os profissionais da educação se empenhem em desmistificar a concepção de que aprender matemática é uma tarefa difícil. Essa percepção negativa já está amplamente difundida nas escolas e se torna ainda mais arraigada no contexto da EJA. Ao abordar o ensino da matemática na EJA, é essencial considerar os conhecimentos prévios dos alunos, adquiridos tanto na juventude quanto na idade adulta ao retornarem à escola.

Nesse sentido, a proposta do curso EJA deve ser pautada em abordagens pedagógicas que valorizem a construção do conhecimento a partir das experiências e vivências dos alunos, buscando conectar os conceitos matemáticos com situações do cotidiano. Além disso, é fundamental criar um ambiente de aprendizado acolhedor e estimulante, no qual os alunos se sintam motivados e encorajados a superar desafios e a desenvolver suas habilidades matemáticas.

Ao promover uma abordagem inclusiva e centrada no aluno, os profissionais da educação podem contribuir significativamente para que os estudantes da EJA percebam a matemática como uma disciplina acessível e relevante, capaz de enriquecer suas vidas e ampliar suas perspectivas educacionais e profissionais. Segue, a proposta do curso EJA, segundo Brasil (2001):

Com relação ao ensino de Matemática para jovens e adultos, a questão pedagógica mais instigante é o fato de que eles quase sempre, independentemente do ensino sistemático, desenvolvem procedimentos próprios de resolução de problemas envolvendo quantificações e cálculos. Há jovens e adultos analfabetos capazes de fazer cálculos bastante complexos, ainda que não saibam como representá-los por escrito na forma convencional, ou ainda que não saibam sequer explicar como chegaram ao resultado, e pesquisas foram feitas para investigar a natureza desses conhecimentos e o seu alcance. O desafio, ainda pouco equacionado, é como relacioná-los significativamente com a aprendizagem das representações numéricas e dos algoritmos ensinados na escola (Brasil, 2001, p. 32).

Portanto, há necessidade de se considerar estratégias para tornar a educação matemática significativa e atrativa para os alunos da EJA, pois a educação matemática tem o papel de "preparar a população para uma sociedade cada vez mais permeada pela ciência e pela tecnologia" (Silva; Borba, 2011, p. 2). Considerando o público diferenciado, os professores podem buscar incorporar jogos em seus planos e práticas na esperança de permitir que os alunos sistematizem os conhecimentos matemáticos adquiridos em seu cotidiano.

Ressalta-se que o aluno adulto está imbuído de experiências, conhecimentos acumulados e pensamentos sobre o mundo que devem ser levados em consideração no processo de aprendizagem. Portanto, traz "aptidões e dificuldades diferentes (em relação à criança) e, provavelmente, uma maior capacidade de reflexão sobre o conhecimento dos próprios processos de aprendizagem" (Oliveira, 1999, p. 60-61). Nesse processo, os jogos como estratégia de aprendizagem melhoram tanto o raciocínio lógico quanto a jogabilidade na resolução de diversos problemas matemáticos.

Por ser tratar de alunos diferenciados, uma abordagem que busque integrar conhecimentos prévios aos conteúdos matemáticos tratados em sala deve ser discutida e pensada, porque, se por uma lado temos alunos em plena construção de conhecimentos, sejam escolares ou não, por outro temos estudantes que já possuem uma bagagem de vida, o que não pode ser desconsiderado, porque são pessoas que, em muitos casos, saem do trabalho direto para à escola, ou seja, já estão com a "cabeça" cansada, condição que pode dificultar a aprendizagem.

Assim, formas mais dinâmicas de visualização do conteúdo e que abranjam a bagagem do aluno, podem favorecer, inclusive, a permanência desse estudante na escola, pois tirar o véu de que estudar matemática é algo chato.

#### 2.4 Trabalhos Relacionados

Para embasar o estudo deste trabalho, entre os dias seis a treze de dezembro de 2022 foi realizada uma pesquisa na biblioteca digital Anton Darkitsch do Instituto Federal Fluminense e na plataforma Google Acadêmico. Foram utilizadas as palavras-chave: geometria, sinuca e Proeja, simultaneamente. Foram considerados os trabalhos publicados a partir de 2010 em diante, no qual, foram encontrados quatro trabalhos relacionados. Posteriormente, foram feitas as leituras do resumo, da introdução e das considerações finais desses quatro Trabalhos e foram

selecionados três deles por serem semelhantes ao tema e a proposta em questão: Reis (2019); Batista, Rosário e Oliveira (2021) e Campos (2010).

## 2.4.1 Aplicação da geometria no jogo de sinuca

Este trabalho é de autoria de Mailson Reis e foi publicado no ano de 2019. É também um Trabalho de Conclusão de Curso voltado para o ensino da geometria por meio da sinuca, contudo, vale ressaltar que não se trata da mesma abordagem, já que no presente trabalho não se faz uso do Geogebra, aplicativo que permite a construção de gráficos e de conceitos matemáticos de forma mais interativa, mas sim de uma mini-mesa de sinuca, demonstrando, assim, na prática, os conceitos geométricos e como o jogo pode contribuir, de fato, para uma abordagem mais "simples" da matemática, apresentando, por meio de uma "aula", como isso pode ocorrer.

A pesquisa conduzida por Reis (2019) representa, até onde se sabe, a primeira tentativa de estabelecer uma relação entre conceitos geométricos e o jogo de sinuca. De maneira semelhante a este estudo, a pesquisa de Reis busca demonstrar a viabilidade da aplicação da sinuca como recurso didático em sala de aula. Para embasar teoricamente essa abordagem, recorreu-se aos estudos de Regina Célia Grando, uma renomada pesquisadora no campo da Educação Matemática. Ao incorporar os fundamentos teóricos de Grando, este estudo visa aprofundar nossa compreensão sobre como a sinuca pode ser utilizada de forma eficaz no ensino de conceitos geométricos, fornecendo contribuições significativas para o campo da educação matemática.

Este trabalho tem como objetivo principal relacionar a matemática com o cotidiano, através do jogo de sinuca. Reis apresenta o histórico, categorias e a legislação da sinuca como esporte, bem como os conceitos e definições de geometria que podem ser explorados na prática desse jogo.

Ele também propõe três cenários de situações que envolvem a sinuca e a geometria e desenvolve estratégias geométricas para resolvê-los, utilizando o *software* Geogebra como recurso. A ideia é mostrar como o conteúdo da geometria está presente no jogo de sinuca e como o mesmo pode ser desenvolvido na prática deste jogo por meio da apresentação de cenários.

Os cenários, jogadas montadas e desenvolvidas a fim de simular situações reais de jogo, foram três e para cada cena, uma imagem real de sinuca, logo após por meio de *software* 

Geogebra. As proporções das figuras que foram utilizadas para representar a sinuca no Geogebra foram as mesmas da sinuca real, isto é, com as dimensões da sinuca real.

Para entender melhor a sinuca real, este trabalho apresentou conceitos e história da sinuca, como suas nomenclaturas e o mais conhecido é o bilhar, praticado no mundo inteiro e no Brasil o termo utilizado é a sinuca.

Como resultado, este trabalho apresenta práticas satisfatórias e que podem ser exploradas, implementadas e desenvolvidas por docentes no ensino de Geometria e evidencia o jogo de sinuca como possível recurso a ser inserido no ambiente escolar, tendo em vista seu potencial pedagógico.

Reis destaca através de seu trabalho que a sinuca é um esporte bastante praticado no mundo todo, porém existe um tabu relacionado à proibição da sinuca para a prática de menores de dezoito anos. Tal proibição, na verdade, se refere à presença de menores em ambientes de aposta, onde, na maioria das vezes, as sinucas são encontradas. A sinuca, direcionada como ferramenta pedagógica esporte, poderia ser inserida no ambiente escolar, tendo em vista seu potencial pedagógico.

Mailson Chaves dos Reis, defendeu seu TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (TCC), em 2019, sob a orientação da professora Doutora Fernanda Vital de Paula E foi apresentado à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Campus Universitário de Araguaína, Curso de Licenciatura em Matemática para obtenção do título de Licenciado em matemática.

## 2.4.2 Construção Do Gráfico Da Função Seno Por Meio De Material Didático Concreto Manipulável: Uma Proposta Para O Proeja

Este trabalho foi escrito por Igor Batista, Josiliane Santos do Rosário e Rodrigo Garnier Tomás de Oliveira e foi publicado no ano de 2021 na cidade de Campos dos Goytacazes, e é um trabalho de conclusão de curso apresentado à coordenação da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro, como requisito de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Possui como objetivo geral elaborar uma proposta didática para o ensino do gráfico da função seno que envolva História da Trigonometria e uso de material didático concreto manipulável a ser utilizado nas disciplinas de Matemática e Eletrotécnica do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio na modalidade Proeja.

A pesquisa, de caráter qualitativo, propõe a elaboração de um material didático complementar para estudantes do 2° ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao

Ensino Médio na modalidade da Educação de Jovens e Adultos de uma instituição federal de ensino, no qual o conteúdo de Funções Trigonométricas, especificamente a Função Seno, é aplicado na disciplina de Eletrotécnica.

O autor salienta que este trabalho além de contribuir nas experiências dos estudantes, servirá ao professor como recurso facilitador no processo de ensino deste assunto em turmas da modalidade. Além disso, ressalta-se que pode ser utilizado em diferentes abordagens, como em outros tipos de Funções Trigonométricas. Sustentando-se sempre pelo princípio da integração e feitos os ajustes necessários de acordo com o tema. Entendemos que são necessárias discussões em relação a integração das disciplinas em turmas do Proeja.

Para trabalhos futuros, o autor sugere a continuidade desta pesquisa com uma abordagem dos parâmetros da Função Seno ou das demais funções trigonométricas e um projeto de pesquisa com alunos, podendo ser os do PIBID, para aplicação de instrumentos já elaborados por alunos de graduação, várias práticas, com resultados e no fim um trabalho monográfico descrevendo essa aplicação.

## 2.4.3 Ensino e aprendizagem de ângulos na Educação de Jovens e Adultos

Este trabalho foi escrito por Mônica Maria Campos e publicado no ano de 2010 em Sapucaia do Sul. É um trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal de Rio Grande do Sul, como obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias digitais e didática.

A proposta deste trabalho foi tornar mais significante o aprendizado dos ângulos, proporcionando exercícios mais atrativos, a fim de que os alunos tivessem uma percepção adequada sobre o assunto e soubessem aplicar os conceitos estudados no dia-a-dia.

Neste trabalho também é enfatizada a possibilidade de integrar a Matemática a outras áreas, considerando a contribuição que elas podem dar. Através de uma abordagem histórica, por exemplo, o estudo mostra o conhecimento do conceito de ângulos desde a antiguidade até hoje. Destacam-se ainda as aulas de artes desenvolvidas com os alunos do EJA, por contribuírem com a técnica dos desenhos e da perspectiva para que o conceito fosse melhor observado e compreendido.

Além disso, uma revisão bibliográfica referente à Etnomatemática contribui para que o professor e o aluno possam perceber o quanto suas histórias de vida, vivências, falas, análises e contribuições durante as aulas podem enriquecer um conteúdo didático e torná-lo importante

e significativo. A análise de todo o levantamento feito, conciliando teoria e prática pedagógica, sala de aula e estudos bibliográficos, conduz à compreensão do quanto é importante o professor estar atualizado, buscando novos recursos e, neste caso, relativo às mídias digitais, enriquecendo suas aulas e, com isso, oferecendo motivação e dinamismo, oportunizando aos alunos maiores possibilidades de interesse e consequentemente de aprendizagem.

A metodologia utilizada foi Engenharia Didática, implementada no EJA – Educação de Jovens e Adultos, através da utilização de mídias digitais e recursos alternativos.

A análise de todo o levantamento feito, conciliando teoria e prática pedagógica, sala de aula e estudos bibliográficos, conduz à compreensão do quanto é importante o professor estar atualizado, buscando novos recursos e, neste caso, relativos às mídias digitais, enriquecendo suas aulas e, com isso, oferecendo motivação e dinamismo, oportunizando aos alunos maiores possibilidades de interesse e consequentemente de aprendizagem.

## 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção, será mencionado o público-alvo, o tipo de pesquisa do projeto, os instrumentos de coleta de dados e as etapas dessa pesquisa.

## 3.1 Caracterização da Pesquisa

Para melhor domínio do percurso metodológico adotado, apresenta-se novamente o objetivo geral: analisar as contribuições da utilização do jogo da sinuca como ferramenta pedagógica para uma sequência didática que aborda os conceitos geométricos como ponto, reta, semirreta, ângulos e triângulos.

Para atingir tal objetivo, será proposta uma pesquisa qualitativa, do tipo intervenção pedagógica.

Foi utilizada a abordagem de cunho qualitativa, pois entendemos que seria importante não focar somente em dados estatísticos, mas, também, compreender e focar em aspectos mais subjetivos dos participantes, para que, desta forma, pudéssemos entender melhor as necessidades dos alunos. Posteriormente, ao tratarmos da aplicação do questionário, será relatado que houve dois momentos distintos, momento propiciado devido à pesquisa ser qualitativa, pois o primeiro momento não foi satisfatório.

De acordo com Bicudo (2012, p.17) a pesquisa qualitativa em educação é um modo de proceder que permite colocar em destaque o sujeito do processo, não olhando de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente.

Assim, este trabalho é estruturado também com uma sequência didática do tipo intervenção pedagógica que segundo Damiani *et. al.* (2013, p.58), "são investigações que objetivam produzir melhorias nos processos de aprendizagem, através do planejamento e execução de interferências, posteriormente avaliadas."

As pesquisas do tipo intervenção pedagógica têm como finalidade contribuir para a solução de problemas práticos. Elas se opõem às pesquisas básicas, que objetivam ampliar conhecimentos, sem preocupação com seus possíveis benefícios práticos (Gil, 2010).

Ao planejar uma intervenção pedagógica devemos, segundo Santos (2017), traçar metas estratégicas e a atitude do professor vai ao encontro da facilitação no aprendizado do aluno ao utilizar os meios que estão disponíveis com a intenção de se alcançar os objetivos. A estratégia é muito recorrente em atividades, métodos e técnicas pedagógicas, mas que deveria também estar presente em projetos de intervenções. A BNCC relata que o professor pode selecionar e

aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas com a finalidade de promover a aprendizagem. (Brasil, 2018).

Os instrumentos de coleta de dados utilizados nesta pesquisa são um questionário e uma sequência didática, no qual o questionário foi composto por questões abertas, envolvendo os conceitos de geometria básica (ponto, reta, semirreta, ângulos e triângulos) e sobre o jogo de sinuca de forma que nos auxilie na análise dos conhecimentos que eles já trazem sobre esses assuntos. Já a sequência didática foi composta por questões fechadas de modo que sinalize a contribuição da geometria por meio do jogo de sinuca para que os alunos compreendessem melhor as atividades investigativas.

Sendo assim, as etapas da pesquisa foram feitas através da revisão da literatura, planejamento da ação interventiva da elaboração dos questionários, da sequência didática e do teste exploratório, tendo a implementação da ação interventiva por meio da aplicação do questionário e da sequência didática, e a avaliação desta ação será por meio dos instrumentos de observações, anotações e respostas dos alunos as atividades.

Antes de aplicar o questionário e a sequência didática com o público-alvo, foi feito um teste exploratório usando os instrumentos de coleta de dados, com objetivo de encontrar possíveis erros e saná-los antes da aplicação com o público-alvo para verificar se as questões escolhidas no teste piloto estavam de acordo com o tema proposto.

Portanto, o questionário e a sequência didática foram aplicados aos estudantes do sexto período da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense (IFF), campus Campos-Centro, durante o primeiro semestre de 2023. Esta escolha se deve ao fato de que esses alunos já possuem a maturidade e os conhecimentos necessários para avaliar as questões propostas, o que lhes permite contribuir de maneira significativa para a pesquisa. Vale ressaltar que não foi requerido que os alunos respondessem às perguntas do questionário; o objetivo principal foi avaliar a relevância e adequação das questões para o propósito da pesquisa.

E como esta pesquisa possui um viés interventivo, uma vez que é caracterizada por investigações planejadas que almejam a implementação de interferências em busca de produzir melhorias no processo de aprendizagem dos sujeitos que dela participam e a posterior análise dos efeitos dessas interferências. (Damiani *et al.*, 2013)

Ainda, considera-se importante analisar as observações no momento da aplicação, as anotações e as respostas dadas pelos alunos nas atividades, de modo a buscar compreender o entendimento deles sobre o conteúdo abordado.

## 3.2 Detalhamento do Planejamento da Intervenção pedagógica

Esta seção consiste no detalhamento da Intervenção Pedagógica, a partir da definição proposta por Damiani et al. (2013), que afirma que os estudos baseados neste tipo de intervenção abrangem o planejamento, a implementação de interferências e a avaliação dos seus efeitos. Desta forma, o detalhamento está organizado em três partes: o planejamento, a implementação e a avaliação.

## 3.2.1 O Planejamento

O Planejamento constitui-se da elaboração da sequência didática, da elaboração do questionário e realização do teste exploratório.

## 3.2.1.1 Elaboração da sequência didática

Na sequência didática foram elaboradas sete questões em que cada uma continha de uma foto da mesa de sinuca representando o referente enunciado de cada questão, em que teve como objetivo colaborar com o processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos por meio da sinuca, pois visto que a necessidade de uma visualização mais eficiente.

Na questão 1 (figura 1), tem como intenção de que o aluno reconheça os pontos na mesa de sinuca.

Figura 1 - Ilustração da Questão 1 da Sequência Didática

1) Na sinuca, cada bola sobre a mesa da ideia intuitiva de:

a) Ângulo
b) Reta
c) Segmento de reta
e) Ponto
f) Semirreta

Fonte: Elaboração própria

Na questão 2 (Figura 2), a intenção é que o aluno identifique a representação do segmento de reta na mesa de sinuca.

Figura 2 - Ilustração da Questão 1 da Sequência Didática

- 2) Numa tacada certeira, onde a bola azul é encaçapada pela bola branca (figura abaixo). A trajetória da bola branca até a bola azul é considerada, geometricamente, um(a)?
  - a) Ângulo
  - b) Reta
  - c) Segmento de reta
  - d) Triângulo
  - e) Ponto
  - f) Semirreta



Fonte: Elaboração própria

Na questão 3 (Figura 3), a intenção é que os alunos reconheçam a representação de uma reta na mesa de sinuca.

Figura 3 - Ilustração da Questão 3 da Sequência Didática

- Considerando a bola laranja um ponto estacionado numa trajetória feita pela bola branca em linha reta, essa trajetória pode ser considerada:
  - a) Ângulo
  - b) Reta
  - c) Segmento de reta
  - d) Triângulo
  - e) Ponto
  - f) Semirreta



Fonte: Elaboração própria

Na questão 4 (Figura 4), o intuito é que os alunos reconheçam a semirreta na mesa de sinuca.

Figura 4 - Ilustração da Questão 4 da Sequência Didática

4) Se considerarmos a bola laranja o ponto inicial da trajetória feita pela bola branca em linha reta, essa trajetória pode ser considerada:

a) Ângulo
b) Reta
c) Segmento de reta
d) Triângulo
e) Ponto
f) Semirreta

Fonte: Elaboração própria

Na questão 5 (Figura 5), a intenção é que os alunos reconheçam nessa jogada na mesa de sinuca que há uma representação do ângulo.

Figura 5 - Ilustração da Questão 5 da Sequência Didática

- 5) No jogo de sinuca, a bola branca é chamada de tacadeira. Quando ela se movimenta em direção a R, toca a lateral da mesa, refletindo-se à bola laranja formando:
  - a) Ângulo
  - b) Reta
  - c) Segmento de reta
  - d) Triângulo
  - e) Ponto
  - f) Semirreta



Fonte: Elaboração própria

Na questão 6 (Figura 6), a intenção é que os alunos identifiquem a classificação do triângulo em relação ao ângulo.

Figura 6 - Ilustração da Questão 6 da Sequência Didática

6) Considerando o triângulo formado pelas bolas amarela, azul e vermelha, com o ângulo reto na bola amarela e o ângulo de 60º na bola azul. Baseando-se nessas informações, o triângulo formado é:

- a) Obtusângulo
- b) Retângulo
- c) Acutângulo



Fonte: Elaboração própria

Na questão 7 (Figura 7), é apresentado um contexto de uma trajetória de uma jogada do jogo de sinuca para que os alunos pudessem identificar no item a, a classificação do triângulo em relação aos seus lados e de acordo com a classificação o aluno saberá identificar no item b o valor do ângulo que está faltando no triângulo.

Figura 7 - Ilustração da Questão 7 da Sequência Didática

7) Numa tacada precisa, um jogador quer encaçapar a bola amarela à caçapa 3. A bola amarela faz uma trajetória tabelando com a lateral da mesa partindo em direção a caçapa 3.

Sabendo que o ângulo formado pela reflexão da trajetória é de 75° e que a distância da bola branca até a caçapa 3 se iguala a distância do ponto de reflexão até a cacapa 3. Responda:



- a) Se considerarmos a bola branca, o ponto de reflexão e a caçapa 3 como vértices de um triângulo. Esse triângulo seria isósceles, escaleno ou equilátero?
- b) Num triângulo qualquer existem três ângulos internos, neste em específico já se encontram dois (30° e 75°), qual é o próximo ângulo?

Fonte: Elaboração própria

## 3.2.1.2 Elaboração do questionário

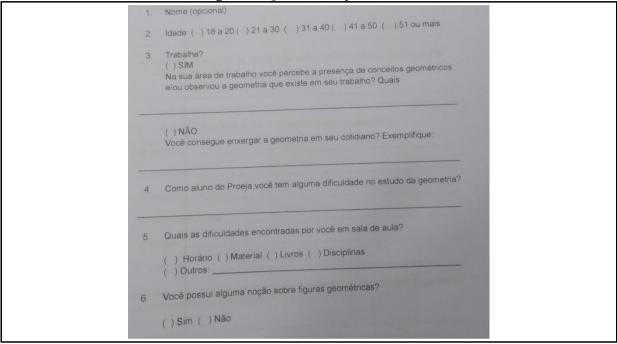
O questionário foi elaborado e desenvolvido para compreender as possíveis dificuldades dos estudantes, para que no segundo momento fosse possível saná-las ou facilitar sua compreensão.

As questões foram elaboradas de forma com que os alunos tivessem maior liberdade de se expressar, respondendo de forma livre o que compreendiam sobre o tema do trabalho. Também foi perguntado a respeito da idade dos alunos e se trabalham. Tais perguntas, a princípio, podem parecer irrelevantes para o trabalho, mas ajudam a compreender aspectos importantes da vivência dos mesmos, pois, teoricamente, o aluno que não trabalha estuda mais, tendo em vista que possui mais tempo livre para estudar bem.

A 3ª questão, como é possível observar na figura 8 a seguir, questiona se o aluno trabalha ou não. Caso ele exerça alguma atividade, foi indagado se no emprego é observado algum conceito geométrico. Para os que não trabalham, se houvesse, foi dada a opção de identificar

os conceitos no cotidiano. Por se tratar de perguntas subjetivas, foi vista a necessidade de dar as duas possibilidades de respostas.

Figura 8 - Questões do questionário



Fonte: Elaboração própria

A 4ª questão (Figura 8) pretende saber se o aluno possui alguma dificuldade no estudo do conteúdo que será abordado. Neste ponto, é preciso reconhecer que houve um erro de elaboração, pois não foi questionada qual dificuldade o discente possuía, mas, durante o decorrer da aplicação da sequência tal pergunta foi realizada.

As questões de 3 a 6 (Figura 8) dizem respeito a conceitos geométricos e a questão 7 (Figura 9) visa integrar esses conceitos à sinuca, buscando entender se o aluno já teve algum contato com o jogo e se acredita que seria possível unir os dois: a geometria e a sinuca. A oitava pergunta busca saber se o estudante tem algum conhecimento sobre o que é ponto, semirreta, reta, segmento de reta, ângulo e triângulo.

Como houve dois momentos da aplicação da sequência, a questão 8 (Figura 9) serviu como aporte para o segundo momento, pois ela ajudou a guiar como proceder o ensino desses conceitos na 2º aula.

Figura 9 - Questões do questionário

	a) Já jogou sinuca? ( ) sim ( ) não b) Caso a resposta seja negativa, por qual motivo?
	gor qual motivo?
	c) Você consegue observar alguma semelhança entre a sinuca e a matemática?
	d) Você acreditaria, que numa visão matemática, uma tacada de sinuca seria precisa?
	e) Você acha que o jogo de sinuca pode ser um recurso didático auxiliar para as aulas de geometria?
8.	
	O que você entende sobre os seguintes objetos matemáticos?
a)	
a) b)	ponto:
a) b)	ponto:
a) b) c)	semirreta:
a) b) c)	semirreta: reta: segmento de reta:

Fonte: Elaboração própria

A questão 9 (Figura 9) é uma pergunta voltada para saber se o aluno possui alguma sugestão de prática teórica para que o ensino da geometria seja mais atrativo e significativo para o Proeja. Essa pergunta foi posta por compreendermos que seria importante ter a visão dos alunos sobre as práticas docentes abordadas e se estas são satisfatórias ou não.

# 3.2.1.3 Teste exploratório

Antes da aplicação com o público-alvo, foi feito um teste exploratório no dia 10 de agosto de 2023, fazendo parte do processo de pesquisa, realizado na turma do 6º período do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense campus Campos Centro com 19 alunos presentes.

Os principais objetivos do teste exploratório foram: identificar a clareza dos enunciados e o tempo de duração; analisar a qualidade dos materiais; averiguar se o nível das questões

estava adequado para ser aplicado numa turma de 1º ano do Proeja e identificar possíveis dúvidas nas atividades propostas.

Os dados coletados foram analisados e algumas modificações foram realizadas seguindo as sugestões dos licenciandos, conforme apresentado no capítulo 4.

## 3.2.2 A Implementação

A Implementação da ação interventiva ocorreu no dia 25 de agosto de 2023 com os alunos da 1ª. série do Proeja do curso Técnico em Eletrotécnica do Instituto Federal Fluminense campus Centro, localizado em Campos dos Goytacazes.

Após o trabalho ter sido apresentado ao Colegiado do curso Licenciatura em Matemática do IFF no Seminário de Acompanhamento que avalia o andamento dos trabalhos, foi sugerido alterações e os orientandos deste trabalho juntamente com a orientadora analisaram e aprovaram a possibilidade desta sequência didática ser aplicada novamente em dois momentos nos dias 07 e 10 de novembro de 2023.

Com isso e, mediante o auxílio do professor da turma e os horários disponibilizados, a sequência didática foi aplicada com treze participantes.

## 3.2.3 A Avaliação

A avaliação dos efeitos da interferência proposta foi feita por meio dos seguintes instrumentos de coleta de dados: observação, anotações, respostas dos alunos às atividades. Os dados coletados foram analisados segundo o referencial teórico adotado neste trabalho e serão apresentados no Capítulo 4.

# 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, inicialmente, são descritos e analisados os resultados obtidos no teste exploratório, destacando-se as alterações promovidas após as sugestões dos licenciandos.

Posteriormente, são apresentados os dados obtidos nas fases de implementação e avaliação.

## 4.1 Teste exploratório

Esta seção refere-se à apresentação dos resultados da aplicação do questionário e da sequência didática com um grupo de licenciandos de matemática, apontando as percepções e sugestões dos mesmos. Também são apresentadas as alterações derivadas da análise das opiniões deste grupo e de uma releitura feita pelos autores.

## 4.1.1 Aplicação do Questionário e da Sequência Didática

Dezenove licenciandos participaram da aplicação da sequência didática com o sigilo de suas identidades, sendo nomeados de  $L_1$  a  $L_{19}$ . A seguir, será relatado o resultado da aplicação e apresentadas as modificações, provenientes das sugestões dos licenciandos e da observação dos autores em relação à aplicação e a uma releitura mais crítica feita sobre todo o material elaborado.

O licenciando L<sub>1</sub> (Figura 10) comentou sobre as questões 5 e 6 do questionário sugerindo alterações nas perguntas.

Figura 10 - Comentário do licenciando L1

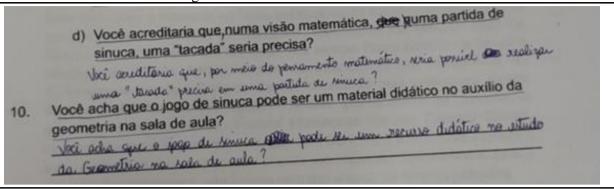
- 5. Na sua área de trabalho você vê o conceito geométrico presente e já observou a geometria que existe ao seu redor?
- Como alumo do Brocja, vecê tem alguma dificuldade no atudo da Geometria?

  Gual seria a maior dificuldade para você estudar a geometria no Proeja?

Fonte: Protocolo de pesquisa

O licenciando  $L_{10}$  (Figura 11) comentou sobre as questões 9 item d e a 10 do questionário sugerindo alterações nas perguntas.

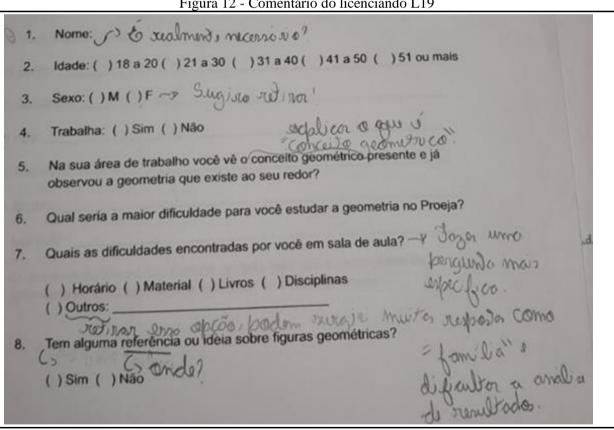
Figura 11 - Comentário do licenciando L10



Fonte: Protocolo de pesquisa

O licenciando L<sub>19</sub> (Figura 12) comentou sobre as questões de 1 a 8 do questionário sugerindo reformulação das perguntas.

Figura 12 - Comentário do licenciando L19



Fonte: Protocolo de pesquisa

O Licenciando L<sub>5</sub> (Figura 13) comentou sobre as questões 3 e 4 da sequência didática, sugerindo que considerasse uma mesa de sinuca infinita e sem borda, onde a bola 5 corresponderia a um ponto de uma trajetória.

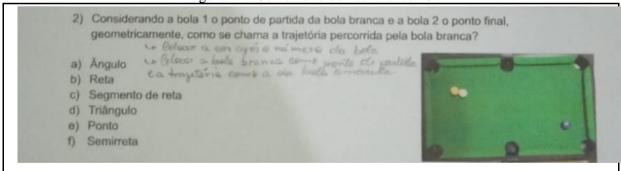
3) Considerando a bola 5 um ponto estacionado numa trajetória feita pela bola branca em linha reta, essa trajetória pode ser considerada: a) Ângulo sem kordus, que a kda 5 corresponde
b) Reta a um ponto de uma trajetóriac) Segmento de reta d) Triângulo e) Ponto f) Semirreta 4) E se considerarmos a bola 5 o ponto inicial da trajetória feita pela bola branca em linha reta, essa trajetória pode ser considerada: Comesma suestão da a) Ångulo Mesa infinita b) Reta c) Segmento de reta d) Triângulo e) Ponto f) Semirreta

Figura 13 - Comentário do licenciando L5

Fonte: Protocolo de pesquisa

O Licenciando L<sub>9</sub> (Figura 14) comentou sobre a questão 2 da sequência didática sugerindo colocar a cor após o número da bola, colocar a bola branca como ponto de partida e a trajetória como a da bola amarela.

Figura 14 - Comentário do licenciando L9



Fonte: Protocolo de pesquisa

O Licenciando L<sub>7</sub> (Figura 15) comentou sobre a questão 7 da sequência didática sugerindo que identificasse as caçapas na mesa de sinuca.

Figura 15 - Comentário do licenciando L7

7) Numa tacada precisa, um jogador encaçapa a bola 1 à caçapa 3. A bola 1 faz uma trajetória tabelando com a lateral da mesa partindo em direção a caçapa 3. Sabendo que o ângulo formado pela reflexão da trajetória é de 60° e que a distância da bola branca até o ponto de reflexão se iguala as distâncias do ponto de reflexão até a caçapa 3 e da caçapa 3 até a bola branca. Responda:
a) Se considerarmos a bola branca, o ponto de reflexão e a caçapa 3 como vértices de um triângulo. Esse triângulo seria isósceles, escaleno ou equilátero? La Idmificar as caçapas.
b) Se colocarmos uma bola exatamente entre a bola branca e a caçapa 3, a trajetória formada entre essa bola e ponto de reflexão divide o ângulo de 60° em dois ângulos de 30°. Podemos chamar essa trajetória de?

Fonte: Protocolo de pesquisa

Com base nessas sugestões, nas releituras e nas observações realizadas pelos autores, foram feitas as seguintes modificações:

- 1. Colocação da cor da bola e foi retirado o número da bola.
- 2. Identificação das caçapas.

Algumas sugestões dadas foram atendidas, outras, por não serem relevantes, não. Entretanto, vale ressaltar que o teste exploratório foi de grande ajuda para que fosse possível perceber falhas nas construções das perguntas, ajudando em muito com essa pesquisa e os participantes relataram que gostaram bastante do trabalho e que é muito objetivo e claro.

## 4.2 Implementação e Avaliação

## 4.2.1 Aplicação do questionário e da sequência didática no Proeja (I)

No dia 25 de agosto de 2023, foi feita a aplicação do questionário e da sequência didática na turma do primeiro ano do Proeja para verificação do conhecimento dos alunos sobre os conceitos geométricos no cotidiano e se eles identificariam tais conceitos no jogo de sinuca.

Os pesquisadores iniciaram a realização às 20h30 e terminaram às 22h 40 minutos, utilizando assim dois tempos de aula.

A princípio foram bem recebidos tanto pelo professor, quanto pelos alunos. Em seguida, o professor responsável pela turma apresentou os licenciandos, como licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense Campus Campos Centro e, logo após, foi explicado o objetivo do trabalho. Foi ressaltado que esse trabalho aplicado não tinha finalidade de prejudicar ninguém e que não era nenhuma atividade avaliativa valendo ponto, essa atitude foi tomada para que não houvesse resistências em participar do intento e obter o real interesse deles. Sobre isso Grando (2000), afirma que: [...] O interesse está garantido pelo prazer que esta atividade lúdica proporciona, entretanto é necessário o processo de intervenção pedagógica a fim de que o jogo possa ser útil à aprendizagem, principalmente para os adolescentes e adultos. (Grando, 2000)

Após o término da assinatura do termo de consentimento, foi aplicado o questionário e em seguida a sequência didática. No questionário os alunos foram deixados à vontade para poderem responder às perguntas, não havendo dúvidas sobre as mesmas, nem intervenção por parte dos licenciandos, mas algumas foram deixadas em branco, principalmente a questão 9.

Um ponto que chamou atenção foi que, após a entrega do questionário, algumas perguntas não foram bem assimiladas por parte de alguns alunos, pois estes não conseguiram associar sinuca à geometria, porque eles não tinham visto o conteúdo ou fazia tempo que tinham estudado, fazendo com os mesmos realizassem pesquisas na internet ou fizessem perguntas a outros alunos.

Ao observar essa falta de conhecimento, entendeu-se a importância de uma prática pedagógica que "foge" do tradicional e que motive os alunos. Corroborando com a ideia de Grando (2000), que aponta que a sala de aula pode ser um ambiente propício para a utilização de jogos com uma intervenção pedagógica, sendo o professor responsável pelo grupo de alunos e assim desenvolver a construção de conceitos e habilidades matemáticas.

Ao fim da realização do questionário, foi dada aos alunos a oportunidade de mexer e explorar a mesa de sinuca (Figura 16): eles manipularam-na, jogaram sinuca e se divertiram durante mais ou menos 30 minutos. Essa dinâmica foi feita de forma proposital para que eles pudessem, posteriormente, associar a geometria à sinuca, facilitando a explicação e o entendimento dos conceitos geométricos.



Figura 16 - Alunos manipulando a mesa de sinuca

Fonte: Elaboração própria

Os pesquisadores conversaram com os alunos sobre o jogo de sinuca e geometria, indagando-os se eles usaram a matemática no jogo. Muitos disseram que sim, como por exemplo, na soma dos pontos das bolas enumeradas. Quando lhes foi dito que eles usaram a geometria em suas jogadas, alguns ficaram surpresos e até demonstraram interesse no assunto; outros, por instantes, não quiseram mais participar, alegando que não tinha conhecimentos no assunto. Por esse motivo, com autorização do professor da turma, um dos licenciandos foi ao quadro e explicou, por cerca de 20 minutos, os conceitos geométricos básicos rapidamente de uma maneira simples, pois uma das questões escrita sobre os conhecimentos de geometria básica os alunos não tiveram muito interesse no assunto.

Após o término da aplicação da sequência didática, verificou-se que o objetivo não tinha sido alcançado, decepcionando os pesquisadores. Entretanto, o professor responsável pela turma, que também é docente no curso de Licenciatura em Matemática e que também já foi professor dos pesquisadores, explicou que a turma tem muita dificuldade em matemática.

Todas essas questões foram levadas ao colegiado da Licenciatura em Matemática no dia doze de setembro de 2023, no qual foi realizado o seminário de acompanhamento que avalia o andamento do trabalho. Ao relatar as dificuldades, foi orientado e sugerido que houvesse mudanças e que fosse reaplicado com a mesma turma a sequência didática.

O colegiado pediu para que fossem colocadas linhas tracejadas indicando a trajetória das bolas, fechamento dos polígonos e linha cota de ângulos, esses ajustes foram para facilitar a visualização e compreensão dos exercícios pedidos. E também pediu para que fosse feita uma pequena apostila sobre Geometria básica e que a aplicação fosse em dois dias, pois dois tempos de aula e um só encontro não foi o suficiente para alcançar o objetivo.

# 4.2.2 Aplicação da sequência didática no Proeja (II)

Para atender às sugestões feitas, foram feitos os dois encontros com a turma que se deu nos dias sete e dez de novembro de 2023. Assim, foram aplicadas as atividades com as alterações sugeridas, conforme mostra a seguir.

No primeiro encontro, sete de novembro de 2023, houve a apresentação dos conceitos geométricos utilizando a apostila criada para a aula, retirada do *site* ime.unicamp, criada por Francisco Gomes.

(Anexo), essa parte foi muito satisfatória, pois os alunos contribuíram com atenção e interesse no conteúdo, participando, interagindo e demonstrando mais interesse pelo assunto abordado. Foi uma aula expositiva na qual foi possível passar aos alunos noções de geometria, e, mais uma vez, ter noção de seus conhecimentos sobre matemática e suas dificuldades.

Neste dia, não foi feito o uso da mesa de sinuca, apenas foram demonstrados os conceitos geométricos para que, na segunda aula, eles pudessem, de fato, ter melhor compreensão sobre a aplicação desses conceitos dentro do jogo. Foi um momento bastante proveitoso e satisfatório.

Já no segundo encontro, no dia dez de novembro de 2023, foi aplicada a sequência didática com as modificações sugeridas pelo colegiado (Figuras 17, 18 e 19) que foram:

- 1. Tracejados para melhor visualização da trajetória da bola;
- Aplicação em dois encontros: o primeiro apresentando os conceitos geométricos e o segundo aplicando a sequência didática.

Os alunos responderam a sequência didática baseando-se nas figuras montadas da mesa de sinuca e tiveram uma clareza dos conceitos geométricos utilizando o jogo de sinuca. Após, foi demonstrado na prática a aplicação do que eles aprenderam: com a utilização da mesa, foram feitas jogadas de modo com que os alunos observassem de forma concreta o conteúdo passado. Neste dia também eles puderam manusear a mesa e jogar, pois entende-se que a prática contribui diretamente para a apreensão e internalização do conteúdo.

Figura 17 - Sequência didática com tracejados para melhorar a visualização dos alunos (I)

1) Na sinuca, cada bola sobre a mesa da ideia intuitiva de:

- a) Ângulo b) Reta
- c) Segmento de reta
- e) Ponto
- f) Semirreta



2) Numa tacada certeira, onde a bola azul é encaçapada pela bola branca (figura abaixo). A trajetória da bola branca até a bola azul é considerada, geometricamente, um(a)?

- a) Ângulo
- b) Reta
- c) Segmento de reta
- d) Triângulo e) Ponto
- f) Semirreta



Fonte: Elaboração própria

Figura 18 - Sequência didática com tracejados para melhorar a visualização dos alunos (II)

- Considerando a bola laranja um ponto estacionado numa trajetória feita pela bola branca em linha reta, essa trajetória pode ser considerada:
  - a) Ângulo
  - b) Reta
  - c) Segmento de reta
  - d) Triângulo
  - e) Ponto
  - f) Semirreta



- 4) Se considerarmos a bola laranja o ponto inicial da trajetória feita pela bola branca em linha reta, essa trajetória pode ser considerada:
  - a) Ângulo
  - b) Reta
  - c) Segmento de reta
  - d) Triângulo
  - e) Ponto
  - f) Semirreta



- 5) No jogo de sinuca, a bola branca é chamada de tacadeira. Quando ela se movimenta em direção a R, toca a lateral da mesa, refletindo-se à bola laranja formando:
  - a) Ângulo
  - b) Reta
- c) Segmento de reta
- d) Triângulo
- e) Ponto
- f) Semirreta



- 6) Considerando o triângulo formado pelas bolas amarela, azul e vermelha, com o ângulo reto na bola amarela e o ângulo de 60º na bola azul. Baseando-se nessas informações, o triângulo formado é:
  - a) Obtusângulo
  - b) Retângulo
  - c) Acutângulo



Fonte: Elaboração própria

Figura 19 - Sequência didática com tracejados para melhorar a visualização dos alunos (III)

7) Numa tacada precisa, um jogador quer encaçapar a bola amarela à caçapa 3. A bola amarela faz uma trajetória tabelando com a lateral da mesa partindo em direção a caçapa 3.

Sabendo que o ângulo formado pela reflexão da trajetória é de 75° e que a distância da bola branca até a caçapa 3 se iguala a distância do ponto de reflexão até a cacapa 3. Responda:



- a) Se considerarmos a bola branca, o ponto de reflexão e a caçapa 3 como vértices de um triângulo. Esse triângulo seria isósceles, escaleno ou equilátero?
- b) Num triângulo qualquer existem três ângulos internos, neste em específico já se encontram dois (30° e 75°), qual é o próximo ângulo?

Fonte: Elaboração própria

Com a reaplicação em dois momentos, as dúvidas foram sanadas e a utilização da mesa de sinuca, demonstrando na prática os conceitos, contribuiu diretamente para que as aulas fossem mais dinâmicas e atrativas. A respeito da utilização do jogo, Grando diz que "em seu aspecto pedagógico, [o jogo] se apresenta produtivo ao professor que busca nele um aspecto instrumentador e, portanto, facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas" (Grando, 2000, p. 28).

Sendo assim, pode-se concluir que, sim, o jogo pode ser utilizado como um "facilitador da aprendizagem", pois, além de contribuir com a fixação do conteúdo, também possibilitou com que os alunos pudessem socializar. No entanto vale salientar que a utilização de jogos não deve ser vista com uma substituição das aulas, pois, como foi relatado, a sinuca foi usada como um instrumento pedagógico, mas, antes de ter sido utilizada, foi feita uma explicação prévia dos conteúdos que seriam trabalhados por meio dela. Petty (1995, apud Grando, 2000, p.18) afirma que "a ideia será sempre considerá-los [os jogos] como outra possibilidade de exercitar ou estimular a construção de conceitos e noções [...]."

# 4.3 Análise das respostas apresentadas no questionário

Nesta seção discutiremos os resultados da aplicação do questionário e da sequência didática. Analisamos as atividades de 13 alunos do 1º ano do PROEJA.

Com a aplicação dos questionários, constatamos que a maioria dos alunos presentes eram do sexo masculino (embora essa pergunta não estivesse no questionário), e estão na faixa etária de 20 a 50 anos. Verificamos também que 7 alunos trabalham, conforme apresentado no Gráfico 1.

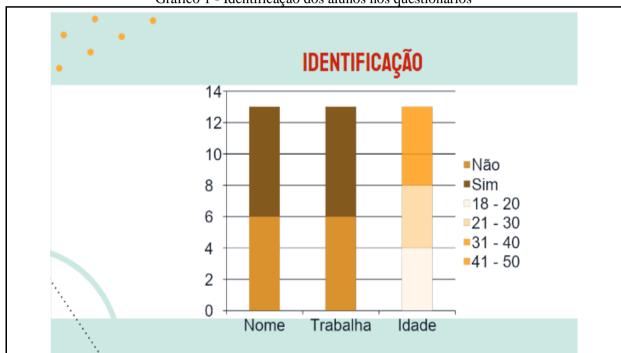


Gráfico 1 - Identificação dos alunos nos questionários

Fonte: Elaboração própria

Em relação à percepção dos conhecimentos geométricos, a pesquisa indicou que um aluno não tem percepção alguma de figuras geométricas ao seu entorno. Não sabemos se este aluno aprendeu sobre o tema ao longo da sua vida escolar ou se não se recorda do conteúdo. A identificação do questionário não era obrigatória.

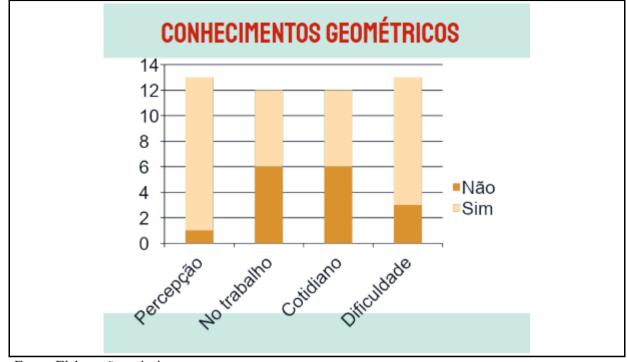


Gráfico 2 - Identificação sobre conhecimentos Geométricos

Fonte: Elaboração própria

A maioria possui dificuldade em sala de aula com o conteúdo referente a matemática. E o horário é também uma variante complicada para quem trabalha, um dos alunos escreveu na sequência didática que "Hoje é sexta feira meu cérebro tá cansado".



Gráfico 3 - Dificuldade dos alunos na sala de aula

Fonte: Elaboração própria

Foi verificado que em relação ao conhecimento do jogo de sinuca com a matemática, 11 alunos já conheciam o jogo de sinuca, sendo que dos 13 alunos participantes, 2 alunos não conheciam, pois estes disseram que não tinham interesse ou eram péssimos no jogo de sinuca. E doze dos alunos concordaram que o jogo de sinuca pode ser um recurso didático auxiliar, conforme apresentado no gráfico 4.

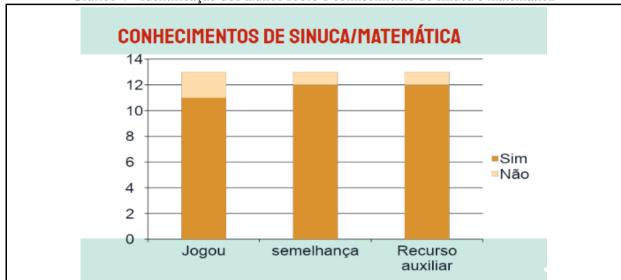


Gráfico 4 - Identificação dos alunos sobre o conhecimento de sinuca e matemática

Fonte: Elaboração própria

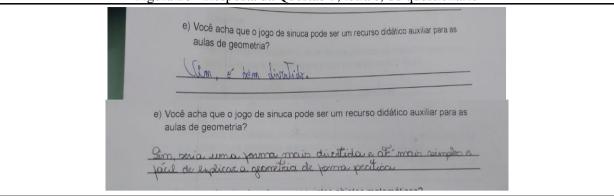
E assim Grando (2004, p.25-26), afirma que:

[...] O importante é que os objetivos com o jogo estejam claros, a metodologia a ser utilizada seja adequada ao nível em que se está trabalhando e, principalmente, que representa uma atividade desafiadora ao aluno para o desencadeamento do processo. (Grando, 2004, p.25-26).

E em relação ao recurso didático auxiliar (jogo de sinuca), seis alunos responderam que é uma forma divertida de se aprender a geometria por meio deste jogo.

Algumas respostas (Figura 20) sobre o Recurso didático auxiliar dos alunos participantes:

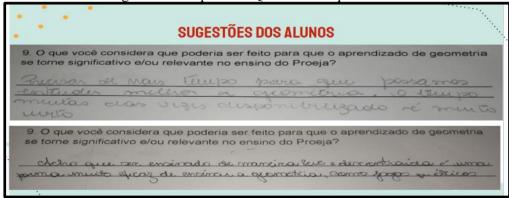
Figura 20 - Resposta da Questão 7, letra e, do questionário



Fonte: Elaboração própria

Nas respostas dadas pelos alunos (Figura 21) percebessem a importância da intervenção pedagógica no processo de ensino e aprendizagem e que o uso do jogo pode tornar a aula mais divertida, atraente e assim facilita a construção de conceitos geométricos.

Figura 21 - Resposta da Questão 9 do questionário



Fonte: Elaboração própria

Ressalta-se que, ao analisar o entendimento sobre o conhecimento dos objetos matemáticos (ponto, reta, semirreta, segmento de reta, ângulo e triângulo), os alunos dessem a definição do que sabiam sobre noções geométricas. No entanto, dessa pergunta resultaram as dificuldades dos alunos para responder às mesmas, então começaram a pesquisar no celular (mesmo sendo ressaltado no início da aplicação que não seria uma atividade avaliativa). Pensamos com essa atitude que os alunos pudessem estar com vergonha, constrangidos ou frustrados em não responder adequadamente essas questões.

Segundo Grando, ao analisar atributos e/ou características do jogo que o justifiquem, inserida numa situação de ensino, esta é obviamente uma atividade divertida, envolve o desejo e o interesse dos jogadores na ação do jogo em si, e também envolve competição. E desafios

que inspiram os jogadores a compreenderem seus próprios limites e as possibilidades de superálos. Tais extremos ganham confiança e coragem para assumir riscos no processo de busca da vitória.

## 4.4 Análise das respostas apresentada na sequência didática

A aula sobre os conceitos geométricos no dia sete de novembro 2023 e os pontilhados feitos nas questões 2, 3, 4, 5, 6 e 7 para indicar a trajetória pela(s) bola(s) foi fundamental para que os alunos pudessem responder sem embaraços às questões propostas na sequência didática. E assim, ao analisar a sequência didática como mostra o Gráfico 5, veremos a quantidade de acertos e erros que os alunos obtiveram no decorrer da aplicação de cada questão.

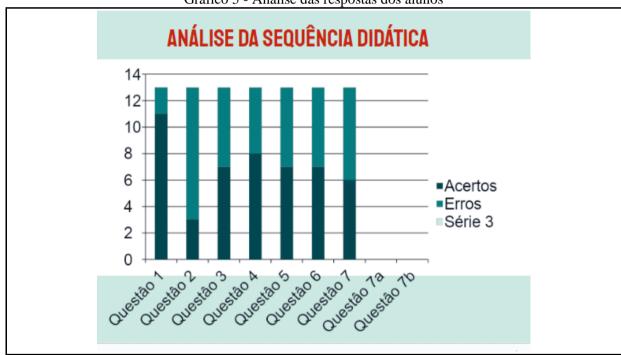


Gráfico 5 - Análise das respostas dos alunos

Fonte: Elaboração própria

Na questão 1, que tem o intuito de que o aluno reconheça os pontos na mesa de sinuca, percebemos que onze alunos não apresentaram dificuldades associando corretamente cada bola à ideia de ponto.

Na questão 2, percebemos que três alunos conseguiram associar a trajetória da bola branca até a bola azul como um segmento de reta. O pontilhado contribuiu muito para que os alunos enxergassem a trajetória percorrida.

Na questão 3, os alunos reconheceram a representação de uma reta, o que só foi possível pelo pontilhado mostrando o caminho percorrido pela bola laranja.

Na questão 4, oito alunos não apresentaram dificuldades em reconhecer a semirreta na mesa de sinuca, pois os conceitos básicos de geometria foram construídos com eles no encontro do dia sete de novembro de 2023.

Na questão 5, sete alunos reconheceram na mesa de sinuca que nessa jogada havia a representação do ângulo. Percebemos que a aula ministrada sobre os conceitos geométricos foi fundamental para que os alunos associassem cada representação ao seu conceito.

Na questão 6, sete alunos conseguiram associar corretamente o ângulo ao seu respectivo nome, pois alguns não lembravam. Eles entenderam o conceito de ângulo, a dificuldade foi apenas com os nomes quanto a sua classificação.

Na questão 7, seis alunos apresentaram dificuldades em classificar o triângulo em relação aos seus lados e de acordo com a classificação o aluno saberá o valor do ângulo que está faltando.

Os alunos foram participativos, ficaram muito motivados com a mesa de sinuca que levamos, e eles puderam jogar livremente. Constatamos que eles compreenderam que a geometria está presente em nosso cotidiano, em particular no jogo de sinuca.

# 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho de pesquisa foi motivado pelo fato de um dos autores ter a vivência com o jogo de sinuca e pelas dificuldades de aprendizagem que foram descobertas por um dos autores durante o início do ingresso no Ensino Superior do Curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal Fluminense *Campus* Campos Centro.

Além disso, um dos pesquisadores com dificuldades de aprendizagem percebeu ao longo da sua vida acadêmica que quando utilizados nas aulas materiais lúdicos, houve melhoras na concentração do aprendizado nas disciplinas de matemática e outras. Pensando como melhor desenvolver o aprendizado para este trabalho, utilizamos o jogo de sinuca associando ao estudo de geometria. E após a escolha deste tema fizemos várias pesquisas e nos deparamos com apenas em trabalho de conclusão monográfico sobre o tema de geometria com o uso do jogo de sinuca. Foi um trabalho bem trabalhoso e difícil de se escrever por causa de ter poucos trabalhos relacionados falando sobre sinuca com a geometria, porém gratificante em poder compartilhar essa experiência ao público externo.

Apresentada a motivação, o trabalho procurou desenvolver como tema o estudo de conceitos geométricos por meio do jogo de sinuca: uma proposta para o Proeja. E a partir do tema deste trabalho definido, objetivou-se analisar as contribuições da utilização do jogo da sinuca como ferramenta pedagógica para uma sequência didática que aborda os conceitos geométricos como ponto, reta, semirreta, ângulos e triângulos. Para alcançar o objetivo geral, foram traçados dois objetivos específicos para investigar as dificuldades dos alunos do curso do Proeja em relação aos conceitos geométricos como: identificar como o jogo da sinuca pode ser integrado de forma eficaz para ilustrar e reforçar os conceitos geométricos mencionados e analisar a percepção dos alunos sobre a relevância e eficácia do jogo da sinuca como ferramenta pedagógica para o ensino de geometria.

O primeiro encontro com os alunos do Proeja ocorreu em uma sexta-feira à noite, nos últimos tempos de aula o que, por si só, já os deixou "desmotivados", alguns, inclusive reclamaram, pois estavam cansados e queriam ir embora, fazendo com que uma nova abordagem fosse necessária para despertar o interesse do aluno e prender sua atenção. Mostrar a mesa de sinuca e deixar que eles a manipulassem foi de extrema importância, pois ao ver a mesa, eles demonstraram interesse. Depois da realização desta atividade ser feito foi analisado que o objetivo do conceito geométrico não foi alcançado porque os alunos não recordavam o conteúdo ou não tinham conhecimento. Deste modo, teve que ser reaplicado num outro momento.

Após essa análise reaplicamos a atividade proposta em dois encontros, no qual o primeiro encontro foi dado uma aula expositiva para que os alunos pudessem relembrar ou aprender o conceito geométrico e no segundo encontro foi levado a sequência didática com o jogo de sinuca onde o objetivo foi alcançado pelos alunos.

Apesar dos percalços encontrados, o objetivo foi alcançado, pois a utilização da sinuca como ferramenta pedagógica ajudou a turma a compreender os conceitos básicos de geometria, como ponto, reta, segmento de reta, ângulos e triângulos. Assim, podemos entender que os jogos, atrelados à explicação do conteúdo, podem sim contribuir com a aprendizagem do aluno, sobretudo de alunos do Proeja.

# REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A; CORSO, A. M. **A educação de jovens e adultos:** Aspectos históricos e sociais. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 12., 2015, Curitiba. **Anais eletrônicos** [...]. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2015. p.1283 – 1299. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/22753\_10167.pdf. Acesso em: 25 de mar. 2023

BATISTA, I. R.; ROSÁRIO, J. S. do; OLIVEIRA, R. G. T.de. Construção do gráfico da função seno por meio de material didático concreto manipulável: uma proposta para o proeja. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2021.

BICUDO, M. A.V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v.5, n.2, p.15-26, maio-ago.2012.

BORIN, Júlia. **Jogos e resolução de problemas:** uma estratégia para as aulas de matemática. 5ª. ed. São Paulo: CAEM / IME-USP, 2004, 100p.

BRASIL. **Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil\_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 10 abr. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. **Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos** – primeiro segmento. 3 ed. São Paulo: Ação Educativa/MEC, 2001. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/primeirosegmento/pr opostacurricular.pdf. Acesso em 25 de mar. 2023.

BRASIL. **Decreto nº 5.840, de 13 de julho de 2006**. Institui, no âmbito federal, o Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos- PROEJA, e dá outras providências. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/proeja . Acesso em: 25 de mar. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular:** Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – Currículo na alfabetização:** concepções e princípios. Brasília, 2012.

CAMPOS, M. M. Ensino e aprendizagem de ângulos na Educação de Jovens e Adultos. 2010. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/31602. Acesso em: 10 abr. 2024.

DAMIANI, M. F. *et al.* Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 45, p. 57-67, mai./ago. 2013. Disponível em: https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822. Acesso em: 08 jul. 2019.

GIL, A. C. Como Elaborar Projetos de Pesquisa.5 ed., São Paulo: Atlas, 2010.

GRANDO, R. C. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 2000. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GRANDO, R. C.. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula.** São Paulo: Paulus, 2004. (Coleção Pedagógica e Educação).

KARVAT, E. A. **O lúdico na Educação de Jovens e Adultos:** para uma aprendizagem mais prazerosa. 2015. Disponível em https://repositorio.ifsc.edu.br/bitstream/handle/123456789/371/O%20L%C3%9ADICO%20N A%20EDUCA%C3%87%C3%83O.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso: em 29 março. 2023

KIYA, M. C. da S.; DIONÍZIO, F. A. Q. **O uso de Jogos e de atividades lúdicas como recurso pedagógico facilitador da aprendizagem.** 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\_pde/2014/20 14\_uepg\_ped\_artigo\_marcia\_cristina\_da\_silveira\_kiya.pdf. Acesso em: 22 mar. 2024.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, ano 3, n. 4, p. 3–13, 1. sem. 1995.

NUNES, A.P. S. do N.; FERREIRA, F. de F. S. **O uso de material concreto como facilitador no ensino e aprendizagem de frações para alunos da 1.ª série do proeja**. 2019. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2019.

OLIVEIRA, M. K. de. Jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 22., 1999, Caxambu. **Anais** [...]. Caxambu: Caxambu, 1999.

REIS, M. C.dos. **Aplicação da geometria no jogo de sinuca**. 2019. Disponível em: https://umbu.uft.edu.br/handle/11612/1757. Acesso em: 10 maio 2023.

SANTOS, O. P. Projeto de Intervenção no Processo Ensino e Aprendizagem de História Através da Conexão Avaliação e Planejamento. *In:* ENCONTRO INTERNACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 10., 2017. **Anais [...].** Aracaju: UNIT, 2017.

SILVA, R. N.; BORBA, E. O. A Importância da didática no Ensino Superior. **Revista Contemporânea de Negócios**, v. 5, p. 1-29, 2011.

**APÊNDICES** 

# APÊNDICE A – Questionário







# Questionário - Teste exploratório

Este formulário é referente ao Teste Exploratório do trabalho de conclusão de curso intitulado "O Estudo De Conceitos Geométricos Por Meio Do Jogo De Sinuca: Uma Proposta Para O Proeja" dos autores Bruna Beraldo de Souza e Maurício de Souza Amaro, alunos da Licenciatura em Matemática do IFFluminense campus Campos Centro, orientados pela professora mestre Viviane Stellet Alecrin.

1.	Nome (opcional) :
2.	Idade: ( ) 18 a 20 ( ) 21 a 30 ( ) 31 a 40 ( ) 41 a 50 ( ) 51 ou mais
3.	Trabalha? ( ) SIM. Na sua área de trabalho você percebe a presença de conceitos geométricos e/ou observou a geometria que existe em seu trabalho? Quais
	( ) NÃO. Você consegue enxergar a geometria em seu cotidiano? Exemplifique:
4.	Como aluno do Proeja, você tem alguma dificuldade no estudo da geometria?
5.	Quais as dificuldades encontradas por você em sala de aula?
	( ) Horário ( ) Material ( ) Livros ( ) Disciplinas ( ) Outros:
6.	Você possui alguma noção sobre figuras geométricas?
	( ) Sim ( ) Não
7.	Responda:

a) Já jogou sinuca? ( ) sim ( ) não b) Caso a resposta seja negativa, por qual motivo?		
c)	Você consegue observar alguma semelhança entre a sinuca e a matemática?	
d)	Você acreditaria, que numa visão matemática, uma tacada de sinuca seria precisa?	
e)	Você acha que o jogo de sinuca pode ser um recurso didático auxiliar para as aulas de geometria?	
8. a)	O que você entende sobre os seguintes objetos matemáticos?  Ponto:	
b)	Semirreta:	
c)	Reta:	
d)	Segmento de reta:	
e)	Ângulo:	
f)	Triângulo:	
9. O que você considera que poderia ser feito para que o aprendizado de geometria se torne significativo e/ou relevante no ensino do Proeja?		

# APÊNDICE B - Sequência didática







ome:			
Curso:			
Módulo:	Data:		

# **Atividades**

1) Na sinuca, cada bola sobre a mesa da ideia intuitiva de:

- a) Ângulo
- b) Reta
- c) Segmento de reta
- e) Ponto
- f) Semirreta



- 2) Numa tacada certeira, onde a bola azul é encaçapada pela bola branca (figura abaixo). A trajetória da bola branca até a bola azul é considerada, geometricamente, um(a)?
  - a) Ângulo
  - b) Reta
  - c) Segmento de reta
  - d) Triângulo
  - e) Ponto
  - f) Semirreta



3) Considerando a bola laranja um ponto estacionado numa trajetória feita pela bola branca em linha reta, essa trajetória pode ser considerada:

- a) Ângulo
- b) Reta
- c) Segmento de reta
- d) Triângulo
- e) Ponto
- f) Semirreta



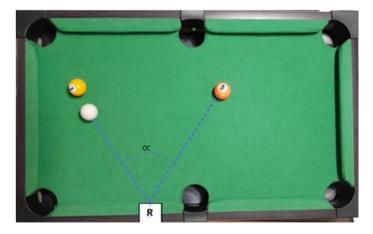
4) Se considerarmos a bola laranja o ponto inicial da trajetória feita pela bola branca em linha reta, essa trajetória pode ser considerada:

- a) Ângulo
- b) Reta
- c) Segmento de reta
- d) Triângulo
- e) Ponto
- f) Semirreta



5) No jogo de sinuca, a bola branca é chamada de tacadeira. Quando ela se movimenta em direção a R, toca a lateral da mesa, refletindo-se à bola laranja formando:

- a) Ângulo
- b) Reta
- c) Segmento de reta
- d) Triângulo
- e) Ponto
- f) Semirreta



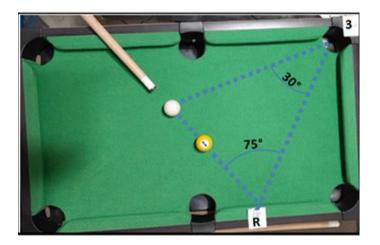
6) Considerando o triângulo formado pelas bolas amarela, azul e vermelha, com o ângulo reto na bola amarela e o ângulo de 60º na bola azul. Baseando-se nessas informações, o triângulo formado é:

- a) Obtusângulo
- b) Retângulo
- c) Acutângulo



7) Numa tacada precisa, um jogador quer encaçapar a bola amarela à caçapa 3. A bola amarela faz uma trajetória tabelando com a lateral da mesa partindo em direção a caçapa 3.

Sabendo que o ângulo formado pela reflexão da trajetória é de 75º e que a distância da bola branca até a caçapa 3 se iguala a distância do ponto de reflexão até a caçapa 3. Responda:



- a) Se considerarmos a bola branca, o ponto de reflexão e a caçapa 3 como vértices de um triângulo. Esse triângulo seria isósceles, escaleno ou equilátero?
- b) Num triângulo qualquer existem três ângulos internos, neste em específico já se encontram dois (30° e 75°), qual é o próximo ângulo?

**ANEXO** 

# ANEXO - Apostila da aula

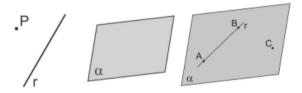






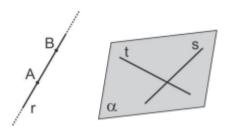
#### GEOMETRIA – CONCEITOS BÁSICOS

## I- Noções Primitivas



- ✓ Um **ponto** não tem dimensão e é representado por uma letra maiúscula (A, B, C, ...)
- ✓ Uma **reta** tem uma dimensão e é representada por uma letra minúscula (r, s, t, ...)
- ✓ Um **plano** tem duas dimensões e é representado por uma letra grega maiúscula ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , ...)

#### II- Axiomas Básicos



A1: Uma reta continua indefinidamente.

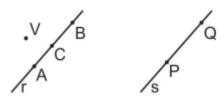
A2: Uma reta contém infinitos pontos (a figura mostra  $A \in r \in B \in r$ , mas há, por exemplo, infinitos pontos entre  $A \in B$ ).

A3: Um plano contém infinitas retas (a figura mostra t  $\subset \alpha$  e s  $\subset \alpha$ , mas há, por exemplo, infinitas retas em  $\alpha$  que cruzam com t).

#### III- Pontos e Retas

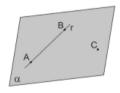
Definição: Pontos que pertencem a uma mesma reta são colineares. A, B e C são colineares. A, B e V não são colineares.

Dois pontos distintos determinam uma única reta que passa por eles.



s é a única reta que passa por P e Q. Assim podemos escrever s = PQ.

#### IV- Planos



Definição: Pontos que pertencem a um mesmo plano são coplanares. A, B e C são coplanares.

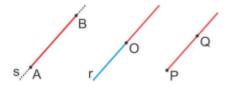
- Três pontos não colineares definem um único plano que os contém. A, B e C definem α.
- ✓ Se dois pontos distintos (de uma reta) pertencem a um plano, então a reta está contida nesse plano. Como A, B  $\in \alpha$  e  $A \neq B$ , temos  $AB^{\leftrightarrow} \subset \alpha$ .

#### **EXERCÍCIO 1**

Indique quais afirmações abaixo são verdadeiras. No caso da afirmação ser falsa, exiba um contraexemplo.

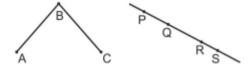
- A) Por um ponto passam infinitas retas.
- B) Dois pontos distintos determinam uma única reta.
- C) Por três pontos dados passa uma só reta.
- D) Três pontos distintos são sempre coplanares.

## V- Segmentos e Semirretas



- ✓ Dados dois pontos distintos de uma reta, o conjunto formado por esses pontos e todos os pontos que estão entre eles é denominado segmento de reta. <u>AB</u> é um segmento com extremidades A e B.
- ✓ Um ponto pertencente a uma reta divide a reta em duas semirretas que têm o ponto como origem. O ponto O divide r em uma semirreta vermelha e outra azul. \( \overrightarrow{PQ} \) também é uma semirreta.

## VI - Relações entre segmentos de reta



Dois segmentos de reta podem ser:

a) **Consecutivos**, se possuem uma extremidade comum.

Ex: *AB*e *BC* 

b) Colineares, se estão contidos em uma mesma reta.

Ex: PQ,  $\underline{PR}$ ,  $\underline{PS}$ , QR, QS e  $\underline{RS}$ .

c) **Adjacentes**, se são consecutivos e colineares e só possuem um ponto comum.

Ex: **QR**e <u>**RS**</u>.

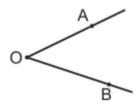
#### **EXERCÍCIO 2**

Indique quais afirmações abaixo são verdadeiras. No caso da afirmação ser falsa, exiba um contraexemplo.

- A) Se dois segmentos são colineares, então eles são consecutivos.
- B) Se dois segmentos são adjacentes, então eles são colineares.

C) Se dois segmentos são consecutivos, então eles são adjacentes.

#### VII – Ângulos

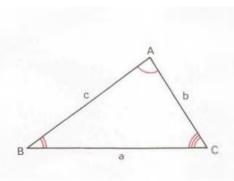


- ✓ A reunião de duas semirretas de mesma origem é chamada ângulo.
- ✓ A origem das semirretas é o vértice do ângulo. O ângulo  $\widehat{AOB}$  tem vértice O e lados  $\widehat{OA}$ e  $\widehat{OB}$ .

#### Características das medidas dos ângulos

- Um ângulo reto tem 90 graus (90°).
- A medida de um ângulo agudo é menor que 90° (um ângulo agudo tem menos de 90°).
- A medida de um ângulo obtuso é maior que 90° (um ângulo obtuso tem mais de 90°).

#### VIII - Triângulos



#### Definição

Dados três pontos A , B e C não colineares, à reunião dos segmentos AB, A C e BC chama-se triângulo ABC.

#### Elementos

Vértices: os pontos A , B e C são os vértices do  $\Delta$ ABC.

Lados: os segmentos AB (de medida c), A C (de medida b) e BC (de medida a) são os lados do triângulo.

Ângulos: os ângulos BÂC ou Â, A^BC ou B e ACB ou C são os ângulos do  $\Delta$  A B C (ou ângulos internos do  $\Delta$  AB C).

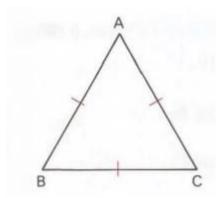
Diz-se que os lados BC, A C e A B e os ângulos A, B e C são, respectivamente, opostos.

## Classificação

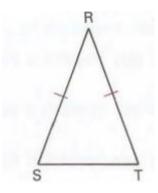
Quanto aos lados, os triângulos se classificam em:

- equiláteros se, e somente se, têm os três lados congruentes;
- isósceles se, e somente se, têm dois lados congruentes;
- escalenos se, e somente se, dois quaisquer lados não são congruentes.

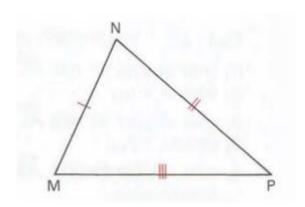
# ▲ A B C equilátero



**△** R S T isósceles



**△** M N P escaleno

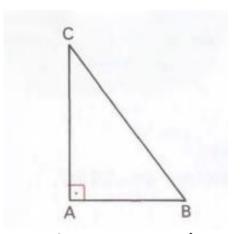


Quanto aos ângulos, os triângulos se classificam em:

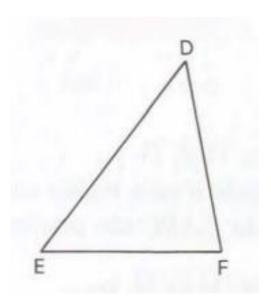
retângulos se, e somente se, têm um ângulo reto:

acutângulos se, e somente se, têm os três ângulos agudos;

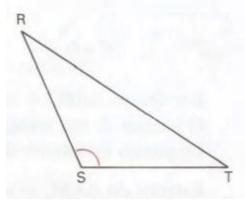
obtusângulos se, e somente se, têm um ângulo obtuso.



△ A B C retângulo em Â



# △ DEF acutângulo



△ RST obtusângulo em S



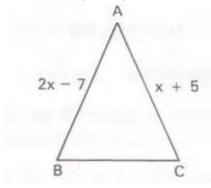
Classifique em verdadeiro (K) ou falso (F):

- a) Todo triângulo isósceles é equilátero.
- b) Todo triângulo equilátero é isósceles.
- c) Um triângulo escaleno pode ser isósceles.
- d) Todo triângulo isósceles é triângulo acutângulo.
- e) Todo triângulo retângulo é triângulo escaleno.
- f) Existe triângulo retângulo e isósceles.
- g) Existe triângulo isósceles obtusângulo.
- h) Todo triângulo acutângulo ou é isósceles ou é equilátero.

## **EXERCÍCIO 4**

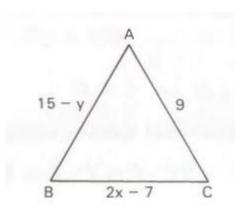
Se o  $\Delta$ ABC é isósceles de base BC, determine x.

$$AB = 2x - 7 AC = x + 5$$



**EXERCÍCIO 5** 

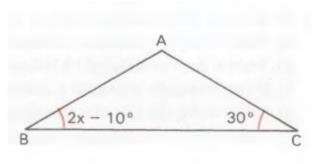
O triângulo ABC é equilátero. Determine x e y.



## **EXERCÍCIO 6**

Se o  $\Delta$  ABC é isósceles de base BC, determine x.

$$B = 2x - 10^{\circ} C = 30^{\circ}$$



#### **EXERCÍCIO 7**

Se o  $\Delta$ ABC é isósceles de base AC, determine x.

 $\hat{A} = x + 30^{\circ} C = 2x - 20^{\circ}$ 

GOMES, Francisco A. M.. **MA093** – **Matemática básica 2 Conceitos básicos de geometria**. Disponível em: https://www.ime.unicamp.br/~chico/ma092/ma092\_1\_geo\_ponto\_reta\_plano.pdf. Acesso em: 18 set. 2023.