

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ISABELA LIMA DA SILVA
JULIA DUTRA PEREIRA

**QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS SEGUNDO O MODELO DE VAN HIELE:
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE UMA TURMA
INCLUSIVA**

Campos dos Goytacazes/ RJ

Março – 2024

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ISABELA LIMA DA SILVA
JULIA DUTRA PEREIRA

**QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS SEGUNDO O MODELO DE VAN HIELE:
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE UMA TURMA
INCLUSIVA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Mylane dos Santos Barreto

Campos dos Goytacazes/RJ

Março – 2024

Biblioteca
CIP - Catalogação na Publicação

Silva, Isabela Lima da
S191151 QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS SEGUNDO O MODELO DE VAN
6186839 HIELE: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE
81910q UMA TURMA INCLUSIVA / Isabela Lima da Silva, Julia Dutra Pereira
- 2024.
126 f.: il. color.

Orientadora: Mylane dos Santos Barreto

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro,
Curso de Licenciatura em Matemática, Anton Dakitsch, RJ, 2024.

Referências: f. 107 a 112.

1. Educação Inclusiva. 2. Quadriláteros Notáveis. 3. Modelo de Van
Hiele. 4. Material Manipulável. I. Pereira, Julia Dutra . II. Barreto,
Mylane dos Santos, orient. III. Título.

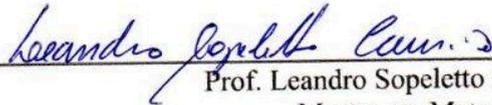
**ISABELA LIMA DA SILVA
JULIA DUTRA PEREIRA**

**QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS SEGUNDO O MODELO DE VAN HIELE:
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE UMA TURMA
INCLUSIVA**

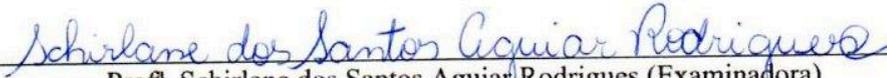
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 13 de MARÇO de 2024.

Banca Examinadora:



Prof. Leandro Sopeletto Carreiro (Examinador)
Mestre em Matemática / UENF
IFFluminense campus Campos Centro



Profª. Schirlane dos Santos Aguiar Rodrigues (Examinadora)
Mestre em Matemática / UENF
IFFluminense campus Campos Centro



Profª. Mylane dos Santos Barreto (Orientadora)
Doutora em Cognição e Linguagem / UENF
IFFluminense campus Campos Centro

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus por nos ter capacitado a concluir esta pesquisa e sempre estar olhando por nós.

Aos nossos familiares por estarem sempre presentes e dando forças em todo caminho trilhado durante o curso de Licenciatura em Matemática.

Aos amigos feitos durante esta trajetória que estiveram conosco em todo o processo da pesquisa.

À nossa orientadora Prof^ª. Dr^ª. Mylane dos Santos Barreto por todo carinho e comprometimento com a nossa pesquisa.

À nossa banca examinadora, o Prof. Me. Leandro Sopeletto Carreiro e a Prof^ª. Me. Schirlane dos Santos Aguiar Rodrigues pela disponibilidade e atenção dada ao nosso trabalho.

À todos que de alguma forma contribuíram na nossa trajetória o nosso muito obrigado!

“Inclusão é sair das escolas dos diferentes e
promover a escola das diferenças”
(Mantoan)

RESUMO

A legislação prevê e ampara a Educação Inclusiva como ponto de partida para garantir o direito às pessoas com deficiência, possibilitando-as ao acesso a um ensino com qualidade em escolas regulares de todas as redes de ensino. Nesta perspectiva, esta pesquisa tem como objetivo geral investigar como uma sequência didática utilizando materiais didáticos manipuláveis pode contribuir para o ensino de quadriláteros notáveis em uma turma inclusiva, seguindo o modelo de Van Hiele. Este modelo busca entender o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno. Para alcançar o objetivo traçado desenvolveu-se uma pesquisa de caráter qualitativo, do tipo estudo de caso, utilizando como instrumento de coleta de dados a observação dos alunos diante da sequência didática, gravação de áudio e anotações no caderno de campo. A sequência didática proposta foi pensada e adaptada de forma inclusiva, de modo que toda turma tivesse a possibilidade de construir o conhecimento com a utilização de materiais didáticos manipuláveis construídos com elementos de fácil acesso e que buscaram compensar os desafios enfrentados pelo aluno com deficiência e também favorecer o ensino e aprendizagem de Geometria. O público-alvo escolhido foi uma turma inclusiva do 8º. ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal de ensino localizada em Campos dos Goytacazes - RJ, sendo aplicada para quinze alunos contendo um autista e um aluno com deficiência visual. A utilização do material didático manipulável planejado para esta sequência didática, foi essencial para o desenvolvimento dos alunos, principalmente o material adaptado para o aluno não vidente. Com este recurso ele conseguiu observar elementos presentes nos quadriláteros notáveis por meio do tato, o que o possibilitou o mesmo desenvolvimento qualitativo dos alunos videntes.

Palavras-chave: Educação Inclusiva. Quadriláteros Notáveis. Modelo de Van Hiele. Material Manipulável.

ABSTRACT

The legislation supports Inclusive Education as a starting point to ensure the rights of people with disabilities, giving them access to a quality education in regular schools. Based on this perspective, the main goal of this research is to investigate how a teaching sequence using manipulatives can contribute to the teaching of notable quadrilaterals in an inclusive class, according to the Van Hiele model. This model seeks to understand the development of student geometric thinking. To achieve the goal, a qualitative research was developed. This is a case study research uses audio recording, notes in the field notebook and the observation of students as data collection instruments. The proposed didactic sequence was designed and adapted in an inclusive way, so that every class has the possibility of building knowledge using manipulatives built with accessible elements. The target audience chosen was an inclusive 8th grade class of Elementary School at a municipal school located in Campos dos Goytacazes - RJ, being applied to fifteen students including one autistic and one visually impaired student. The use of manipulatives planned for this didactic sequence was essential for the development of students, especially the material adapted for non-sighted students. With this resource, he was able to observe elements present in the notable quadrilaterals through touch, which enabled him to have the same qualitative development as the visual students.

Keywords: Inclusive education. Notable Quadrilaterals. Van Hiele model. Manipulable Material.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Figuras do kit A: quadriláteros.....	41
Figura 2 - Figuras do kit A: não quadriláteros.....	41
Figura 3 - Figuras do kit A adaptadas: quadriláteros.....	42
Figura 4 - Figuras do kit A adaptadas: não quadriláteros.....	43
Figura 5 - Atividade Inicial: passo 1 e letra a.....	44
Figura 6 - Painel para os alunos videntes.....	45
Figura 7 - Painel adaptado para o aluno não vidente.....	46
Figura 8 - Atividade Inicial: passo 2 e letra b.....	46
Figura 9 - Material de apoio: figuras geométricas	48
Figura 10 - Definição do ângulo reto.....	49
Figura 11 - Folha de ângulos adaptados.....	50
Figura 12 - Lados Paralelos.....	50
Figura 13 - Equipamento de Conferência de Paralelas.....	51
Figura 14 - Paralelogramo no ECP.....	52
Figura 15 - Pentágono no ECP.....	52
Figura 16 - Elementos do Polígono.....	53
Figura 17 - Polígono Adaptado.....	54
Figura 18 - Exemplos de não polígonos.....	54
Figura 19 - Não polígonos adaptados.....	55
Figura 20 - Definição de quadriláteros.....	56
Figura 21 - Material de apoio: Quadrilátero e Não quadrilátero.....	56
Figura 22 - Classificação dos Quadriláteros.....	57
Figura 23 - Material de apoio: Quadriláteros notáveis.....	58
Figura 24 - Sinalização dos lados congruentes: retângulo e losango.....	59
Figura 25 - Sinalização dos lados congruentes: retângulo e losango adaptados.....	59
Figura 26 - Apostila C: kit trapézio.....	61
Figura 27 - Kit trapézio.....	62
Figura 28 - Kit C adaptado: Trapézio.....	62
Figura 29 - Kit paralelogramo.....	63
Figura 30 - Kit C adaptado: Paralelogramo.....	63
Figura 31 - Kit retângulo.....	64
Figura 32 - Kit C adaptado: Retângulo.....	64

Figura 33 - Kit losango.....	65
Figura 34 - Kit C adaptado: Losango.....	66
Figura 35 - Kit quadrado.....	66
Figura 36 - Kit C adaptado: Quadrado.....	67
Figura 37 - Licencianda vendada no teste exploratório.....	68
Figura 38 - Antes e depois do paralelogramo.....	69
Figura 39 - Antes e depois do trapézio.....	69
Figura 40 - Elementos do polígono (antes).....	70
Figura 41 - Elementos do polígono (depois).....	70
Figura 42 - Figuras que não são polígonos.....	71
Figura 43 - Definição dos quadriláteros notáveis (antes).....	71
Figura 44 - Definição dos quadriláteros notáveis (depois).....	72
Figura 45 - Material manipulável: ângulos (antes).....	73
Figura 46 - Material manipulável: ângulos (depois).....	73
Figura 47 - Material manipulável: retângulo (antes e depois).....	74
Figura 48 - Material manipulável: retângulo, paralelogramo e trapézio (antes e depois).....	75
Figura 49 - Envelopes para organizar os kits.....	76
Figura 50 - Resposta apresentada pelo grupo A no passo 1	79
Figura 51 - Resposta apresentada pelo grupo C no passo 1	79
Figura 52 - Resposta apresentada pelo grupo A no passo 2 letra b	80
Figura 53 - Resposta apresentada pelo grupo D no passo 2 letra c	80
Figura 54 - Resposta apresentada pelo grupo A no passo 2 letra d	80
Figura 55 - Resposta apresentada pelo grupo C no passo 2 letra e	81
Figura 56 - Resposta apresentada pelo grupo E no passo 2 letra f	81
Figura 57 - Resposta apresentada pelo grupo A no passo 2 letra f	81
Figura 58 - Painel da atividade inicial do aluno não vidente	82
Figura 59 - Painel montado do grupo C na Atividade Inicial.....	84
Figura 60 - Painel montado do grupo B na Atividade Inicial.....	85
Figura 61 - Painel montado do grupo A na Atividade Inicial.....	85
Figura 62 - Explicação da primeira etapa do desenvolvimento da aula.....	86
Figura 63 - Explicação da segunda etapa do desenvolvimento da aula.....	88
Figura 64 - Questão 1 respondida pelo grupo B: kit trapézio.....	94
Figura 65 - Questão 2 respondida pelo grupo C: kit paralelogramo.....	95
Figura 66 - Questão 3 respondida pelos grupos A, B e C: kit retângulo.....	96

Figura 67 - Questão 4 respondida pelo grupo D: kit losango.....	97
Figura 68 - Questão 4 respondida pelo grupo A: kit losango.....	97
Figura 69 - Painel montado do grupo A na Atividade Final.....	98
Figura 70 - Painel montado do grupo C na Atividade Final.....	99
Figura 71 - Questão 5 respondida pelos grupos A, D, E: kit quadrado.....	100
Figura 72 - Painel da atividade final do aluno não vidente.....	101
Figura 73 - Painel montado do grupo D na Atividade Final.....	101
Figura 74 - Painel montado do grupo F na Atividade Final.....	102

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Análise das respostas do passo 2.....	83
--	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Descrição dos Momentos da Sequência Didática.....	40
Quadro 2- Descrição das Etapas do Desenvolvimento da aula	47
Quadro 3- Atividade Inicial: Disposição das figuras no painel.....	83

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	REVISÃO DA LITERATURA	20
2.1	Modelo de Van Hiele	20
2.2	Legislação da Educação Inclusiva	23
2.3	Defectologia	30
2.4	Quadriláteros notáveis	31
2.5	Material Manipulável	32
2.6	Trabalhos Relacionados	33
2.6.1	Investigação do desenvolvimento do pensamento geométrico por meio do uso de um Videojogo por estudantes cegos	34
2.6.2	A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º. ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana	35
2.6.3	Estudo de quadriláteros, reflexões e rotações no plano, segundo a teoria de Van Hiele: uma experiência com alunos do 9º. ano do ensino fundamental	36
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	38
3.1	Metodologia da pesquisa	38
3.2	Elaboração da sequência didática	39
3.2.1	Atividade inicial	40
3.2.2	Desenvolvimento da aula	47
3.2.3	Atividade final	60
3.3	Teste exploratório	67
4	APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE DOS RESULTADOS	78
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	104
	REFERÊNCIAS	107
	APÊNDICES	113
	APÊNDICE A – Apostila A	114
	APÊNDICE B – Apostila B	117
	APÊNDICE C – Apostila C	124

1 INTRODUÇÃO

A motivação para o tema do presente trabalho partiu da experiência de uma das autoras após a leitura do artigo “Por que não ensinar Geometria?” (Lorenzato, 1995) durante as aulas do componente curricular do curso de Licenciatura em Matemática, Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT¹), na linha de pesquisa de Ensino e Aprendizagem de Geometria. O artigo levanta questionamentos sobre a concepção do que é um quadrado e o que é um retângulo a partir de suas definições. Desta forma, uma das autoras deste trabalho utilizou esse exemplo com familiares e amigos e não obteve a resposta esperada.

Juntamente a isso, surgiu a preocupação de se trabalhar com pessoas com deficiência visual, visto que cursamos o LEAMAT remotamente e por isso a linha de pesquisa Educação Matemática Inclusiva não fez parte do componente curricular, o que trouxe curiosidade sobre o tema. Após a leitura de artigos sobre hierarquização dos quadriláteros decidiu-se trabalhar o modelo de Van Hiele como referência teórica.

Sobre o ensino de Matemática, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), afirma que a Educação Matemática se faz importante sobretudo para a formação de indivíduos autônomos e críticos, e as capacidades aprendidas refletem na sua vida profissional. No entanto, a Matemática é uma das grandes rejeitadas no currículo escolar, visto que culturalmente, perpetua-se a ideia de que a disciplina é difícil ou trata-se de uma ciência pouco atrativa para todos (Damasceno; Rabelo, 2019).

A Geometria é o campo da Matemática que muitas vezes é deixado de lado, e é evidente que sua exclusão no currículo da Educação Básica impacta diretamente na formação do indivíduo, como a limitada noção espacial, muito requerida em várias atividades profissionais, por parte daqueles que não deram devida atenção a essa ciência (Pavanello, 1989). Cunha (2016) ressalta que alguns conteúdos geométricos são excluídos das aulas por falta de orientação e pleno conhecimento do assunto por parte do professor, evidenciando assim um aprendizado menos proveitoso e mais problemático. Oshima (2008, p. 9) corrobora dizendo que “as dificuldades encontradas por alunos e professores no processo

¹ O Laboratório de Ensino e Aprendizagem Matemática é uma disciplina de caráter sequencial que se estende por três períodos, tendo quatro linhas de pesquisa: Álgebra, Geometria, Aritmética e Educação Inclusiva. Devido a pandemia da COVID-19 as linhas de Aritmética e Educação Inclusiva não puderam ser ofertadas no período em que as pesquisadoras cursaram a disciplina.

ensino-aprendizagem da geometria são muitas e, por isso, esse conteúdo muitas vezes fica em segundo plano, tratado de maneira superficial e fragmentado”.

Além disso, muitas vezes a Geometria é trabalhada sem nenhuma relação com a Álgebra ou Aritmética e de forma rígida e engessada, o que distancia ainda mais esse campo de estudo (Lorenzato, 1995). Desta forma, Lorenzato (2006), afirma que a utilização de materiais manipuláveis é uma maneira divertida que pode despertar o interesse, criatividade e raciocínio lógico dos alunos perante o ensino da Geometria. Oshima (2008) corrobora dizendo que os materiais manipuláveis tornam as aulas de Geometria mais atraentes e significativas. Caldeira (2009, p. 223) afirma que “o material manipulativo, através de diferentes atividades, constitui um instrumento para o desenvolvimento da matemática, que permite ao indivíduo realizar aprendizagens diversas”.

De acordo com Pavanello (1989, p. 182), a Geometria é uma das responsáveis pelo desenvolvimento da “capacidade de abstrair, generalizar, projetar e transcender o que é imediatamente sensível”. Ainda segundo a autora, o aluno parte de um nível inferior no qual reconhece figuras geométricas. No nível posterior ele é capaz de distinguir as propriedades das figuras geométricas, em um terceiro momento estabelece uma relação entre as figuras e suas propriedades a fim de organizar os pensamentos, para assim, chegar a um nível de abstração que se permite enxergar a natureza e significado concreto das formas existentes (Pavanello, 1989). Esses níveis citados por Pavanello (1989) tratam do modelo de Van Hiele, que foi utilizado como sustentação teórica.

Os Van Hiele notaram em suas primeiras observações a dificuldade dos alunos de assimilar as formas geométricas e seus conceitos, pontuam Salvador et al. (1989, apud Costa, 2016). Van Hiele propôs, então, um modelo de pensamento geométrico que servisse de guia para a aprendizagem (Kaleff et al., 1994). Segundo Crowley (1994), Van Hiele desenvolveu seu modelo em cinco níveis de compreensão geométrica, sendo eles: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. O objetivo é fazer com que os alunos progridam em níveis à medida que aprendem.

Partindo disso, a intenção desta pesquisa é abordar os quadriláteros notáveis seguindo os níveis do modelo de Van Hiele numa perspectiva inclusiva, considerando alunos com deficiência visual. Costa (2019) destaca a importância de o professor abordar os conceitos dos quadriláteros notáveis por meio de diversas situações didáticas para que o estudante tenha mais chances de obter sucesso no processo de conceitualização geométrica.

Diante desse pensamento buscou-se expandir o campo de pesquisa de forma a contemplar os alunos com deficiência visual. Sabe-se que os alunos da educação brasileira enfrentam diversos obstáculos desde a estruturação escolar à aprendizagem dentro de sala de aula. Isso se agrava ao se tratar de alunos que carecem de necessidades especiais, como por exemplo alunos não videntes. A Constituição Federal Brasileira (Brasil, 1988), em seu artigo 205, garante a todos os cidadãos o direito à educação e o artigo 206 defende a igualdade de condições de acesso e permanência.

O artigo 59 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (Brasil, 2006), determina que a escola deve oferecer aos alunos com deficiência, professores capacitados para o atendimento especializado além do acesso ao material escolar, merenda escolar e bolsas de estudo. Mesmo com esses direitos assegurados, as pessoas com deficiência ainda enfrentam dificuldades de acessibilidade dentro da escola. Mesmo inseridos na sala de aula regular, os alunos são excluídos da convivência com seus colegas, os professores são despreparados e não amparam esses alunos. A ausência de material adequado faz com que as atividades solicitadas sejam básicas e fora do contexto da sala de aula só para atribuir uma funcionalidade, subestimando-os (Mantoan, 2005).

Diante desse contexto, formulou-se a seguinte questão de pesquisa: De que modo uma sequência didática utilizando materiais didáticos manipuláveis pode contribuir para o ensino dos quadriláteros notáveis em uma turma inclusiva, seguindo o modelo de Van Hiele?

Para responder a esta questão de pesquisa, foi traçado o seguinte objetivo geral: Investigar como uma sequência didática utilizando materiais didáticos manipuláveis pode contribuir para o ensino dos quadriláteros notáveis em uma turma inclusiva, seguindo o modelo de Van Hiele.

A partir disso foram firmados os seguintes objetivos específicos:

- Investigar as potencialidades de um material didático manipulável inclusivo para o ensino de quadriláteros notáveis;
- Analisar as contribuições de uma sequência didática que aproprie o modelo de Van Hiele para o ensino de quadriláteros notáveis a alunos videntes e não videntes;
- Analisar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos alvo da pesquisa por meio do Modelo de Van Hiele.

A pesquisa divide-se após a Introdução em mais três tópicos: o segundo capítulo apresenta a revisão da literatura, abordando o Modelo de Van Hiele, a legislação para a Educação Inclusiva, os estudos de Defectologia de Vygotsky, os quadriláteros notáveis, os materiais didáticos manipuláveis e trabalhos relacionados. O terceiro capítulo apresenta os procedimentos metodológicos que abordam a metodologia de pesquisa, público-alvo, instrumentos de coleta de dados, as etapas que foram seguidas durante o trabalho e o detalhamento da elaboração da sequência didática. O último capítulo, aponta a aplicação da sequência didática e a análise dos resultados.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo é apresentado o aporte teórico que fundamenta os estudos iniciais da pesquisa a ser desenvolvida. Está subdividido em cinco seções. (i) Modelo de Van Hiele, (ii) Educação Inclusiva, (iii) Defectologia, (iv) Quadriláteros Notáveis, (v) Material Didático Manipulável e (vi) Trabalhos Relacionados.

2.1 Modelo de Van Hiele

Segundo Souza (2014), o modelo de Van Hiele teve origem na tese de doutorado dos educadores holandeses Dina Van Hiele-Geldof e seu marido Pierre Van Hiele, na década de 1950. Eles eram professores de escolas secundárias e observaram a dificuldade de muitos alunos no aprendizado de Geometria. Desta forma, os autores se dedicaram a entender qual a melhor forma de se aprender e ensinar Geometria.

Os resultados de seus trabalhos começaram a ser publicados no ano de 1959. Entretanto, logo após a publicação desses trabalhos iniciais Dina faleceu e Pierre continuou seus estudos sozinho. A visibilidade desse modelo teve início na União Soviética nos anos 60, onde foi utilizado para reformular o currículo escolar da época. Assim, o trabalho começou a tomar proporções mundiais e no ano de 1976 um professor norte americano usou o modelo em seu livro. Desde então o modelo vem crescendo e ganhando diversas traduções (Kaleff et al., 1994).

O modelo de Van Hiele foi influenciado de forma significativa nos resultados da teoria de Epistemologia Genética de Jean Piaget. A partir das discussões piagetiana sobre a evolução da inteligência, Van Hiele percebeu a existência de diferentes níveis de pensamento sobre os conceitos de Geometria. A diferença é que a teoria piagetiana buscava entender o desenvolvimento cognitivo do aluno, enquanto o modelo de Van Hiele buscou entender especificamente o desenvolvimento do pensamento geométrico (Costa, 2016).

Sendo assim, este modelo serve como um guia para que o professor possa analisar o desenvolvido do aluno referente aos conceitos geométricos.

Candido e Silva (2007, p. 5) ainda ressaltam:

O modelo dá orientação aos professores de como melhorar o ensino de geometria, favorecendo assim os estudantes, para que estes tenham o máximo de aproveitamento na aprendizagem de cada tópico. Ajuda os professores a identificar formas de raciocínio do aluno verificando em que nível se encontra o aluno; se verificar que o aluno se encontra em um nível inferior em relação a toda a classe, o professor tem subsídios para que este avance seu nível de compreensão, o professor tem as ferramentas adequadas para ajudar o aluno a progredir de nível. O modelo visa sempre colocar o aluno não como um ser passivo na aprendizagem de geometria, mas sim um ser ativo, participando ativamente das aulas e obtendo assim o desenvolvimento necessário para a aprendizagem em geometria (Candido e Silva, 2007, p.5).

Com base nessa ideia, Oliveira (2012) pontua que o modelo defende a tese de que os alunos progredem em níveis à medida que aprendem. Assim, de forma gradual os conceitos geométricos deixam de ser apresentados de forma abstrata e passam a ser compreendidos. Segundo Crowley (1994), Van Hiele, então, desenvolveu seu modelo em cinco níveis de compreensão geométrica. São eles:

0. Nível de visualização: momento de compreender a Geometria por meio das formas. Os alunos são capazes de identificar e reproduzir as figuras, ou seja, conseguem indicar o que é quadrado, retângulo, triângulo, entre outros, mas não têm uma compreensão clara das propriedades geométricas que definem essas formas;
1. Nível de análise: momento em que os estudantes começam a analisar as formas geométricas de acordo com suas propriedades. Os alunos são capazes de identificar e descrever as propriedades básicas das formas, como o número de lados e ângulos;
2. Nível de dedução informal: momento de entender as relações entre as propriedades das formas geométricas. Os alunos são capazes de entender a dedução das propriedades, mas ainda não conseguem elaborar argumentos formais;
3. Nível de dedução: momento em que começam a usar a lógica e o raciocínio para fazer deduções e demonstrações sobre as formas geométricas, muitas vezes utilizando mais de uma maneira. Os alunos são capazes de fazer afirmações precisas sobre as formas sem precisar memorizar. Além de entender postulados e axiomas;
4. Nível de rigor: momento em que o aluno começa a ter domínio de vários axiomas e postulados, podendo estudar a Geometria Não Euclidiana e fazer relações geométricas. Esse último nível é o menos utilizado e desenvolvido.

Para esta pesquisa que tem como público alvo os alunos do 8º. ano do Ensino Fundamental, os níveis a serem utilizados serão apenas os três primeiros níveis propostos pelo casal Van Hiele, do 0 ao 2.

Van Hiele propôs, também, algumas propriedades que auxiliam o professor na tomada de decisões em relação ao processo de ensino, para que o aluno tenha uma melhor compreensão da Geometria (Crowley, 1994), sendo elas:

1. Sequencial: afirma que os alunos precisam avançar os níveis de forma progressiva. Assim, o sucesso de um nível depende da adequada compreensão do nível anterior;
2. Avanço: estabelece que a progressão de nível só acontece quando o conteúdo a ser ensinado tem metodologias adequadas, sem levar em consideração a idade do aluno. Além disso, ressalta que nenhuma metodologia é capaz de fazer o aluno saltar algum nível do pensamento geométrico;
3. Intrínseco e extrínseco: objetos que estão implícitos em um nível se transformam em objetos de estudo para o nível posterior, explicitando suas propriedades. Tendo como exemplo o quadrado, onde, no nível 0 é percebida apenas por sua forma, já no nível seguinte suas propriedades são reconhecidas e analisadas;
4. Linguística: cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos. Dessa forma, uma relação aceita como correta em um nível pode ser modificada em outro. Um exemplo é que, no nível 1, o aluno não consegue estabelecer a relação de continência, entre um quadrado e um retângulo, isso só será estabelecido no nível seguinte;
5. Combinação inadequada: ocorre quando o estudante está em determinado nível, mas o professor, o material didático, o conteúdo abordado e a linguagem utilizada em sala de aula, se apresenta em um nível mais elevado, logo, ele não terá condições de progredir nos níveis do pensamento geométrico.

Diante disso, Van Hiele apontou cinco fases de aprendizagem que, com a utilização de metodologias e materiais adequados dentro de sala de aula, possibilitam o progresso dos níveis de pensamento geométrico. Descrita por Crowley (1994) da seguinte forma:

1. Fase de interrogação/informação: inicialmente professor e alunos conversam e desenvolvem atividades de acordo com o nível compreendido. O intuito deste

momento é fazer com que o professor reconheça os conhecimentos prévios da turma sobre o assunto em questão e os alunos entendam o direcionamento de seus estudos;

2. Fase da orientação dirigida: o professor elabora de forma cuidadosa um material para que de forma gradual os alunos tenham a possibilidade de compreender as características das figuras. São tarefas pequenas com o objetivo de gerar respostas específicas dos alunos;
3. Fase da explicação: o aluno já tem a possibilidade de expressar suas observações que foram analisadas por meio das experiências anteriores. O professor, nesse momento, auxilia no uso da linguagem adequada;
4. Fase da orientação livre: o estudante desenvolve atividades mais difíceis com várias etapas e diferentes maneiras de incluí-las, de forma independente;
5. Fase da integração: o aluno revisa as aprendizagens construídas anteriormente e internaliza um novo conhecimento. Nesse contexto, o papel do professor é de auxiliar nessa síntese fornecendo observações sem introduzir novos pensamentos.

Ao término dessa fase, o estudante desenvolverá um novo nível de seu pensamento geométrico.

2.2 Legislação da Educação Inclusiva

Nos séculos passados, o preconceito e ignorância afastaram as pessoas com deficiência da sociedade. Na antiguidade, as crianças que tivessem alguma má formação eram assassinadas ainda recém-nascidas ou colocadas em cestas de flores e despachadas no rio Tibre para serem exploradas por escravos ou pessoas pobres para pedir esmolas. Outra opção para as pessoas com deficiência era trabalhar em circos com tratamento pejorativo (Silva, 1987, apud Corrêa, 2004).

Na idade média, por causa da ética cristã, as pessoas com deficiência não podiam ser assassinadas. Indivíduos com deficiência viviam em uma sociedade ambígua em que eram protegidos da morte e afastados do convívio social por serem considerados como um castigo de Deus ou entes com presença de demônios. Isso fez com que ritos misteriosos e exorcismos fossem uma prática comum na vida dessas pessoas (Corrêa, 2004).

De acordo com Corrêa (2004), na era moderna com os avanços no campo social, econômico, pedagógico e filosófico, principalmente, o tratamento das pessoas com deficiência começou a mudar. Alguns médicos começaram a defender a ideia de que as deficiências eram um problema clínico. Filósofos desenvolveram estudos sobre a mente humana atribuindo capacidades às pessoas com deficiência e a pedagogia começou a desenvolver métodos para escolarização.

Segundo Rogalski (2010), a Educação Especial surgiu de diversos movimentos sociais ao redor do mundo, principalmente pós segunda guerra mundial onde muitos soldados passaram a conviver com algum tipo de deficiência. A partir disso, surgiu uma legião de defensores de seus direitos.

O primeiro marco importante foi a Declaração Universal dos Direitos Humanos (ONU, 1948). Ela conseguiu assegurar às pessoas com deficiência o direito à educação independente de suas origens ou condições sociais (Corrêa, 2004).

No Brasil, antes do século XIX não havia qualquer preocupação quanto à educação de pessoas com deficiência. A história mostra que esse período foi marcado por atendimentos às pessoas com necessidades especiais em instituições especializadas e particulares. Foi apenas no ano de 1954 com a criação da Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais (Apae) que se pode considerar o início da Educação Especial no cenário brasileiro. Essa época foi marcada por diversas ações governamentais e campanhas populares (Corrêa, 2004)

A Apae foi fundada no ano de 1954 na cidade do Rio de Janeiro e foi a primeira de muitas no país. Conforme consta no manual de fundação das Apae:

Apae é uma associação civil, de assistência social, de caráter filantrópico, com atuação nas áreas da prevenção, educação, saúde, trabalho/profissionalização, garantia de direitos, esporte, cultura/lazer, de estudo e pesquisa e outros, sem fins lucrativos e de fins não econômicos, com duração indeterminada, tendo sede e foro no município em que estiver situada (Apae, 2012, p. 6).

A Apae é uma instituição de Educação Especial que fornece atendimento educacional para um público-alvo em específico: pessoas com deficiência. Segundo a Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica, a Educação Especial é:

Modalidade da educação escolar; processo educacional definido em uma proposta pedagógica, assegurando um conjunto de recursos e serviços educacionais especiais,

organizados institucionalmente para apoiar, complementar, suplementar e, em alguns casos, substituir os serviços educacionais comuns, de modo a garantir a educação escolar e promover o desenvolvimento das potencialidades dos educandos que apresentam necessidades educacionais especiais, em todas as etapas e modalidades da educação básica (Brasil, 2001, p. 39).

Um outro avanço foi a Declaração dos Direitos das Pessoas Deficientes (ONU, 1975), aprovada pela Assembleia Geral da Organização das Nações Unidas, no ano de 1975, que recorda os princípios da Declaração Universal dos Direitos Humanos. O documento reconhece que as pessoas com deficiência têm os mesmos direitos que as demais na participação da vida cultural, social, econômica e política. Direito à proteção contra discriminação, do acesso ao trabalho, educação, saúde e segurança.

No Brasil esses direitos foram assegurados na Constituição Federal Brasileira de 1988 (Brasil, 1988). Em seu artigo 205, a Constituição garante a todos os cidadãos o direito à educação; o artigo 206 defende a igualdade de condições de acesso e permanência; o artigo 208 garante o atendimento educacional especializado aos indivíduos com deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino.

Um grande marco internacional na luta dos direitos à educação para todos, foi a Declaração de Salamanca (UNESCO, 1994), elaborada no ano de 1994, documento resultante da Conferência Mundial sobre Necessidades Educacionais Especiais, organizada pelo Governo da Espanha e pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO). Esta declaração reconhece a necessidade de educação para as crianças, jovens e adultos com necessidades educacionais especiais dentro do sistema regular de ensino, independente de suas condições físicas, mentais, sociais, emocionais, linguísticas ou outras.

Nela consta ainda, o direito fundamental à educação visando manter o nível adequado de aprendizagem. A escola regular de ensino deve fornecer aos alunos uma pedagogia centrada em suas necessidades educativas com ambientes integrados que representam meios eficazes de combater as atitudes discriminatórias, construindo uma sociedade inclusiva e que alcance uma educação de qualidade para todos. Desta forma, a Declaração sugere uma Educação Inclusiva, que segundo a Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica:

Representando um avanço em relação ao movimento de integração escolar, que pressupunha o ajustamento da pessoa com deficiência para sua participação no processo educativo desenvolvido nas escolas comuns, a inclusão postula uma reestruturação do sistema educacional, ou seja, uma mudança estrutural no ensino

regular, cujo objetivo é fazer com que a escola se torne inclusiva, um espaço democrático e competente para trabalhar com todos os educandos, sem distinção de raça, classe, gênero ou características pessoais, baseando-se no princípio de que a diversidade deve não só ser aceita como desejada (Brasil, 2001, p.40).

A declaração também afirma que é dever do governo investir financeiramente e politicamente no aprimoramento de professores e funcionários para estarem aptos a atender as necessidades individuais. Além disso, defende a importância de criar ambientes escolares que sejam acessíveis e inclusivos.

A inclusão não significa apenas conviver no mesmo ambiente que o outro sem sofrer discriminação, mas também sobre se sentir aceito, e respeitado e conviver em um espaço onde o ser humano seja tratado com dignidade. A legislação é um caminho para proteger os direitos dos cidadãos com deficiência, construindo uma sociedade aberta às diversidades e com a plena participação de todos (Corrêa, 2004).

O Estatuto da Criança e do Adolescente (Brasil, 1990), lei 8069/90, afirma no artigo 54 que é dever do Estado assegurar aos estudantes com deficiência atendimento educacional especializado, preferencialmente, na rede regular de ensino.

Em 2001 com o objetivo de acompanhar as mudanças no cenário educacional para pessoas com deficiência, foram instituídas as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica por meio da Resolução CNE/CEB nº. 2/2001. Segundo Gabriel e Drago (2021), este documento se mostra como uma grande evolução para época, já que nele é garantido o atendimento escolar dos alunos desde a educação infantil.

Desta forma, a resolução (Brasil, 2001) determina que a Educação Especial deve atender desde a educação infantil até a superior, assegurando os recursos necessários para uma educação de qualidade para todos. Além disso, em seu artigo 2º. estabelece que os sistemas de ensino devem se organizar para atender as necessidades educacionais especiais dos alunos.

No ano de 2002 foi aprovada a portaria nº. 2.678/2002 do projeto da Grafia Braille para a Língua Portuguesa preconizando seu uso em todo território nacional. A portaria descreve, também, normas e diretrizes para a aplicabilidade e ensino em todas as modalidades (Brasil, 2002).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Brasil, 2006), que regulamenta a educação pública e privada no país, afirma a necessidade do atendimento educacional especializado aos educandos com necessidades especiais, preferencialmente na rede regular

de ensino. No capítulo 5, o artigo 59 defende a existência de currículo, métodos e técnicas para atender as necessidades dos estudantes. Além disso, professores com especialização adequada para o atendimento proporcionando a plena participação dos alunos na classe.

O Decreto nº. 7.611/2011 (Brasil, 2011), tem como objetivo ampliar o atendimento especializado aos alunos com deficiência, altas habilidades ou superdotação, transtornos globais do desenvolvimento, matriculados na rede pública de ensino. Define-se por atendimento educacional especializado (AEE) o conjunto de atividades, recursos de acessibilidade e pedagógicos prestados de forma complementar ou suplementar à formação dos alunos no ensino regular.

O decreto ainda garante que as salas devem ser equipadas e possuir materiais didáticos e pedagógicos para a oferta do atendimento educacional especializado. O artigo quinto garante o apoio técnico e financeiro às seguintes ações:

- I - aprimoramento do atendimento educacional especializado já ofertado;
- II - implantação de salas de recursos multifuncionais;
- III - formação continuada de professores, inclusive para o desenvolvimento da educação bilíngue para estudantes surdos ou com deficiência auditiva e do ensino do Braille para estudantes cegos ou com baixa visão;
- IV - formação de gestores, educadores e demais profissionais da escola para a educação na perspectiva da educação inclusiva, particularmente na aprendizagem, na participação e na criação de vínculos interpessoais;
- V - adequação arquitetônica de prédios escolares para acessibilidade;
- VI - elaboração, produção e distribuição de recursos educacionais para a acessibilidade; e
- VII - estruturação de núcleos de acessibilidade nas instituições federais de educação superior (Brasil, 2011, p.2).

O Estatuto da Criança e do Adolescente (Brasil, 1990), no artigo 54 da Lei 8.069, também defende que é dever do Estado assegurar aos estudantes com deficiência o atendimento educacional especializado, preferencialmente na rede regular de ensino.

Um dos entraves para a Educação Inclusiva foi que toda a legislação brasileira até 2015 utilizava a palavra preferencialmente quando se referia à matrícula dos alunos com deficiência nas escolas regulares e isso abria espaço para que este público estivesse matriculado apenas em escolas especiais.

Em 2015 então, foi instituída a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Brasil, 2015), o chamado Estatuto da Pessoa com Deficiência, uma importante conquista na luta pela garantia dos direitos das pessoas com deficiência no Brasil. A lei reforça a obrigatoriedade de matrícula em escolas regulares de ensino, garantindo acesso à conteúdos

curriculares e metodologias apropriadas a suas necessidades, além de serviços de apoio especializado.

A lei responsabiliza o poder público de assegurar: sistema educacional inclusivo em todos os níveis e modalidades; condições de acesso, permanência, participação e aprendizagem; projeto pedagógico que garanta ao aluno com deficiência acesso ao currículo em condições de igualdade e o exercício de sua autonomia; adoção de medidas individualizadas e coletivas em ambientes que maximizem o desenvolvimento acadêmico e social dos alunos com deficiência, favorecendo o acesso, a permanência, a participação e a aprendizagem em instituições de ensino; pesquisas voltadas para o desenvolvimento de novos métodos e técnicas pedagógicas, de materiais didáticos, de equipamentos e de recursos de tecnologia assistiva; e adoção de práticas pedagógicas inclusivas pelos programas de formação inicial e continuada de professores.

No ano de 2018 foi homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), um documento de carácter normativo que orienta e define o currículo escolar em todas as etapas e modalidades da Educação Básica. Em particular, sobre a Educação Especial, a BNCC traz o termo duas vezes ao longo de todo seu conteúdo, no primeiro momento para defini-la como uma modalidade de ensino e depois para se referir ao estudo de saúde interligado ao respeito às diferenças individuais na área de Ciências da Natureza (Coelho; Soares e Roehrs, 2019).

Para Coelho, Soares e Roehrs (2019), a BNCC não indica diferentes caminhos para proporcionar um currículo que garanta uma Educação Inclusiva, visto que, o documento não traz orientação necessária para os professores trabalharem os conteúdos previstos de forma inclusiva dentro de sala de aula. Os autores relatam ainda, que a falta de informações na BNCC deixa claro a fragilidade do documento em relação à Educação Inclusiva.

No ano de 2020, em contrapartida às leis anteriores, foi divulgado pelo Ministério da Educação o decreto nº. 10.502/20 sem conformidade com as leis vigentes sobre Educação Inclusiva. Este decreto tinha como objetivo estabelecer uma nova política voltada para Educação Especial. De acordo com Gabriel e Drago (2021), esta medida significa um retrocesso na luta pelos direitos das pessoas com deficiência, uma vez que a palavra “inclusão” perde sua relevância.

O documento, então, volta a utilizar o termo educação especial, que define como “modalidade de ensino escolar oferecida, preferencialmente, na rede regular de ensino aos

educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação” (Brasil, 2020, p.1). Para Secundino e Santos (2023), o decreto estimulou a segregação de estudantes com deficiência, uma vez que incentivou a matrícula exclusivamente em escolas especiais, principalmente por voltar a utilizar a expressão “preferencialmente”.

Destaca-se, também, os incisos VII e X, ainda no artigo 2º., com as seguintes escritas:

VII - classes especializadas - classes organizadas em escolas regulares inclusivas, com acessibilidade de arquitetura, equipamentos, mobiliário, projeto pedagógico e material didático, planejados com vistas ao atendimento das especificidades do público ao qual são destinadas, e que devem ser regidas por profissionais qualificados para o cumprimento de sua finalidade;

X - escolas regulares inclusivas - instituições de ensino que oferecem atendimento educacional especializado aos educandos da educação especial em classes regulares, classes especializadas ou salas de recursos (Brasil, 2020, p.2).

Ou seja, essa parte do decreto define os locais onde o atendimento educacional deve acontecer, orientação dada no artigo 6º., Inciso I:

I- oferecer atendimento educacional especializado e de qualidade, em classes e escolas regulares inclusivas, classes e escolas especializadas ou classes e escolas bilíngues de surdos a todos que demandarem esse tipo de serviço, para que lhes seja assegurada a inclusão social, cultural, acadêmica e profissional, de forma equitativa e com possibilidade de aprendizado ao longo da vida (Brasil, 2020, p.4).

O decreto foi suspenso pelo Superior Tribunal Federal (STF, 2023) por ser considerado como institucional, posto que este instrumento jurídico não tem o poder de criar novas obrigações e direitos que não estavam assegurados na política educacional do país e na Constituição Federal de 1988 (Gabriel; Drago, 2021). Além disso, Secundino e Santos (2023) afirmam que o decreto transgrediu os direitos das pessoas com deficiência, principalmente em relação a iguais oportunidades, já que violou a garantia do acesso ao sistema inclusivo em todos os níveis de aprendizado ao longo da vida e na medida que pôs em risco todas as conquistas de anos para uma educação mais inclusiva no país.

Isto posto, pessoas com deficiência ainda enfrentam dificuldades para que ocorra a inclusão nas escolas regulares. Mesmo inseridos na sala de aula regular, os alunos com deficiência são excluídos da convivência com seus colegas, os professores são despreparados e não amparam esses alunos. A ausência de material adequado faz com que as atividades

solicitadas sejam básicas e fora do contexto da sala de aula só para atribuir uma funcionalidade, subestimando-os (Mantoan, 2005). O desafio atual é garantir a implementação efetiva das políticas e programas de inclusão escolar em todo o país.

2.3 Defectologia

A defectologia (estudo do defeito) é uma área de estudo que busca perceber as particularidades das crianças com deficiência para o desenvolvimento de estratégias educacionais que possam melhorar a qualidade de vida delas (Vygotsky, 1997).

Segundo Fernandes (2004), Vygotsky encara o processo de desenvolvimento da criança com deficiência sensorial por uma perspectiva qualitativa, argumentando que a criança cega tem a capacidade mental normal, apresentando um desenvolvimento qualitativo diferente das crianças sem deficiência.

A defectologia luta atualmente pela tese fundamental em cuja defesa vê a única garantia de sua existência como ciência, e é precisamente a tese que defende: a criança, cujo desenvolvimento foi complicado por um defeito, não é simplesmente menos desenvolvida que suas contemporâneas normais; é uma criança, porém, desenvolvida de outro modo (Vygotsky, 1997, p. 31)

Além disso, Vygotsky (1997) aborda que para entender a psique do cego deve-se levar em conta formas específicas de percepção, memória e pensamento que são desenvolvidos em indivíduos com esse tipo de deficiência. Valorizando suas particularidades, como a capacidade de memória auditiva e tátil que podem ser exploradas com estratégias educacionais para este público.

Seria mais correto afirmar que os cegos têm uma tendência para o desenvolvimento elevado da memória; mas depende de muitas circunstâncias complexas que a memória, na realidade, alcance um desenvolvimento muito alto. A tendência estabelecida de um modo evidente na psique do cego é totalmente explicável à luz da compensação. Para conquistar uma posição na vida social, a pessoa cega vê-se forçada a desenvolver todas suas funções compensatórias (Vygotsky, 1997, p.149).

A teoria argumenta ainda, que a deficiência enfrentada pela “criança anormal” pode ser encarada como um estímulo para o desenvolvimento educacional infantil, onde este indivíduo vai procurar caminhos alternativos e indiretos de adaptação que buscam compensar

os desafios que a deficiência traz. Além disso, destaca que a principal forma de se compensar a deficiência é apoiando-se em caminhos ligados diretamente ao contexto cultural que o ajudam neste processo de desenvolvimento (Vygotsky, 2011).

2.4 Quadriláteros Notáveis

Este trabalho tem a intenção de explorar o ensino de quadriláteros notáveis seguindo os níveis do Modelo de Van Hiele. De acordo com a BNCC (Brasil, 2018, p. 303), a habilidade de “Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação à lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles” deve estar presente no currículo do anos finais do Ensino Fundamental.

Januário (2013) esclarece que o quadrilátero é uma das formas geométricas mais empregadas pela arquitetura e engenharia, portanto os quadriláteros se fazem presentes no dia a dia.

Segundo Costa (2019), o conceito de quadriláteros notáveis pode ser entendido como um elemento do campo conceitual da Geometria, tais como ângulos, pontos, segmentos de reta, congruência, entre outros. Além disso, é entendido como um lugar geométrico, pois “consiste no conjunto de pontos do espaço que gozam de uma determinada propriedade matemática” (Carvalho, 1988, apud Januário, 2013).

Dolce e Pompeo (2013) definem um quadrilátero qualquer como um polígono formado a partir de quatro pontos A, B, C, D dispostos no mesmo plano, todos distintos e três deles não colineares. A partir destes pontos traçam-se os segmentos de reta que se intersectam apenas nas extremidades, sendo a reunião desses segmentos um quadrilátero.

Visto que um quadrilátero é entendido como um polígono, os quadriláteros têm os seguintes elementos: lados, vértices, ângulos (internos e externos) e diagonais. Além disso, todos os quadriláteros possuem as seguintes propriedades (Januário, 2013):

- em todo quadrilátero, a soma dos ângulos internos é igual a 360° ;
- todo quadrilátero apresenta somente duas diagonais;
- todo quadrilátero possui quatro vértices, quatro ângulos internos e quatro lados.

Os quadriláteros notáveis são polígonos convexos de quatro lados que pertencem à família dos paralelogramos e trapézios. Dentro da família dos paralelogramos temos o retângulo, losango e quadrado (Costa, 2016).

Desta forma, alguns quadriláteros possuem relações de continência entre si, este fato pode ser um complicador para o aluno. Fujita e Jones (2007) afirmam que os alunos demonstram dificuldades na compreensão e na análise das propriedades das figuras geométricas, e por isso a compreensão das relações de inclusão dos quadriláteros tendem a ser mais complexos.

Dito isto, Costa (2019) destaca a importância de o professor abordar os conceitos dos quadriláteros notáveis por meio de diversas situações didáticas para que o estudante tenha mais chances de obter sucesso no processo de conceitualização geométrica.

2.5 Material Manipulável

Ao se tratar de Educação Inclusiva, não basta apenas que o aluno com deficiência esteja inserido na sala de aula regular, é necessário a garantia de atendimento às suas necessidades pedagógicas por meios que lhe apresentem condições para seu processo de ensino e aprendizagem. Como defende a LDB (Brasil, 2006), os currículos, métodos, recursos educativos e organizações específicas devem atender às suas necessidades, bem como professores devem ter formação adequada em nível médio ou superior para um atendimento especializado. Os professores do ensino regular devem estar capacitados para a inclusão desses alunos nas classes comuns (Kaleff; Rosa e Votto, 2010).

Sendo assim, segundo Kaleff, Rosa e Votto (2010), o ensino da Geometria para alunos com deficiência visual necessita de procedimentos e recursos especializados ou adaptados. Como todo educando, os estudantes precisam ser donos da construção do seu próprio conhecimento. As autoras, ainda, afirmam que a utilização de materiais didáticos manipuláveis contribui no processo de ensino e aprendizagem de todos os alunos, com ou sem deficiência visual. Lorenzato (2006) define o material didático como qualquer instrumento que sirva no processo de ensino e aprendizagem do aluno.

Vale salientar, que é por meio do tato ativo que o indivíduo com deficiência visual é capaz de processar informações dos materiais didáticos manipuláveis, permitindo analisá-lo de forma parcelada e gradual, ao contrário da visão, que é sintética e global. Dessa forma, as

informações parciais fornecidas pelo tato têm caráter sequencial e exige uma carga maior de memória. Ao explorar um objeto, as mãos do aluno cego, move-se de forma mais lenta e sucessiva captando particularidades da forma a fim de obter uma imagem desse objeto (Fernandes e Healy, 2007).

Batista (2005) destaca que o material manipulável no ensino da matemática, para alunos não videntes, deve ter uma boa representação para que eles consigam fazer relações entre ele e os conceitos matemáticos. Dessa forma, a utilização do material manipulável deve ser frequente, para que o estudante cego se aproprie dos conhecimentos matemáticos.

Dentre diversos tipos de materiais didáticos, Lorenzato (2006, p. 22-23) destaca a utilização de materiais manipuláveis, com duas interpretações de definição: “uma delas refere-se ao palpável, manipulável, e a outra, mais ampla, inclui também as imagens gráficas”. Lorenzato (2006) defende ainda, que a utilização desses materiais é uma maneira divertida que pode despertar o interesse, criatividade e raciocínio lógico dos alunos perante o ensino da Geometria.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) destacam a utilização de materiais manipuláveis pelos professores como um recurso que pode tornar bastante significativo o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Isso ocorre quando a utilização dos materiais manipuláveis são feitos de forma adequada (Facchi, 2022).

2.6 Trabalhos Relacionados

No dia 10 de fevereiro de 2023, foi realizada no site Google Acadêmico a primeira pesquisa na busca por trabalhos que se assemelhavam à nossa temática. Foram utilizadas as seguintes palavras-chave: “Definição de Quadriláteros” e “Deficientes visuais” e “Teoria de Van Hiele”. Obtivemos 200 resultados e para refinar a pesquisa foram utilizados filtros. Em relação a data, optou-se por trabalhos publicados entre 2018 e 2023, e apenas aqueles escritos em português. Após isso, retornaram 30 trabalhos.

Por meio da leitura dos resumos foram selecionados dois trabalhos da seguinte forma: ao ler a tese de doutorado do autor Costa (2019) notou-se que ele havia pesquisado em sua dissertação de mestrado uma temática mais próxima do presente trabalho. Desta forma, optamos por usar sua pesquisa de mestrado do ano de 2016. O segundo trabalho foi encontrado por meio da leitura do artigo dos autores Silva e Dias (2020). Em sua escrita eles

listam pesquisas que discorrem sobre a teoria de Van Hiele divulgada no Encontro Nacional de Educação de Matemática (ENEM) durante o século XXI. Após uma minuciosa análise dos títulos, selecionamos quatro textos para a leitura de seus resumos e apenas um fazia, de fato, relação com o nosso trabalho, desta forma o trabalho de Souza (2014) foi escolhido.

Para encontrar mais trabalhos relacionados foi necessária uma nova pesquisa realizada no dia 28 de fevereiro de 2023. Desta vez, a busca foi feita no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) utilizando as seguintes palavras chaves: “Teoria de Van Hiele” e “Educação Inclusiva”. Foram retornados 4 trabalhos ao qual foi selecionado o do autor Menezes (2017), por meio da leitura dos resumos.

2.6.1 Investigação do desenvolvimento do pensamento geométrico por meio do uso de um Videojogo por estudantes cegos

Esta pesquisa é uma tese de Pós-Graduação desenvolvida pelo autor André Luis dos Santos Meneses tendo como orientador o professor doutor Maurivan Güntzel Ramos e teve como objetivo investigar as positivas contribuições do uso do Videojogo “Audiogeometria” tendo como público alvo estudantes cegos ou com baixa visão. Este trabalho também defende a tese de que o videojogo contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico na perspectiva de Van Hiele (Menezes, 2017).

Menezes (2017) utilizou em sua pesquisa uma abordagem qualitativa e como metodologia o estudo de caso. O campo de pesquisa foi um colégio de Santiago do Chile, no Chile, que é um centro de referência para pessoas com deficiência visual. A pesquisa foi realizada com alunos com deficiência visual que estavam entre o 5º. e 8º. anos (alunos com idade entre 10 e 17 anos), o que corresponde ao segundo ciclo do Ensino Fundamental da Educação Básica.

Inicialmente, os 15 alunos foram divididos em três grupos: (i) sujeitos que utilizam o videojogo sem mediação; (ii) sujeitos que utilizam o videojogo com mediação e (iii) sujeitos que utilizam material concreto com mediação. Essa separação teve como intuito observar os alunos em três situações distintas.

A pesquisa apresenta as seguintes etapas:

- **Etapas 0 - estudo piloto:** realizou-se um estudo piloto com o objetivo de avaliar a usabilidade do videojogo “Audiogeometria”;

- **Etapa 1 - realização da avaliação inicial:** os alunos realizaram uma avaliação inicial para análise de seus conhecimentos prévios, desta forma eles seriam designados ao grupo correspondente;
- **Etapa 2 - Contato inicial dos sujeitos com o vídeo jogo “Audiogeometria”:** com os grupos definidos, os sujeitos entraram em contato com o “Audiogeometria” e realizaram atividades propostas pelo videojogo;
- **Etapa 3 - Realização das atividades com o videojogo e coleta de dados:** todo processo do uso do videojogo teve a presença do pesquisador que coletou os dados. Assim, foram feitos registros que serviram como meio de comparar o nível do pensamento geométrico do aluno ao pensamento geométrico defendido por Van Hiele;
- **Etapa 4 - realização da avaliação final:** nesse momento os alunos criaram um modelo seguindo a construção do pensamento geométrico da atividade proposta.

Em suas considerações finais, Meneses (2017) relata que o Videojogo “Audiogeometria” é um recurso pedagógico que contribui no desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos com deficiência visual, por causar positivos impactos no processo de construção de habilidades matemáticas. Além disso, ele destacou o benefício da interação, já que o jogo também pode ser usado por alunos videntes.

Esta pesquisa traz como semelhança a este trabalho, a utilização da teoria de Van Hiele como um metodologia para ensinar Geometria a alunos com deficiência visual. A diferença é a metodologia do Videojogo.

2.6.2 A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º. ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana

Esta pesquisa é uma dissertação de mestrado desenvolvida pelo autor André Pereira da Costa tendo como orientador o professor doutor Marcelo Câmara dos Santos. E teve como objetivo analisar os benefícios de uma sequência didática para a construção do conceito de quadriláteros notáveis, utilizando o software de Geometria Dinâmica GeoGebra como recurso didático (Costa, 2016).

A dissertação compreendeu uma abordagem qualitativa por meio de uma sequência didática. O campo de estudo foi uma escola de rede pública localizada no município de Recife (PE), tendo como público alvo 30 alunos do sexto ano.

O estudo foi realizado em três etapas: a primeira intitulada como pré-teste teve como objetivo identificar o nível do pensamento geométrico dos alunos. A etapa seguinte foi a aplicação da sequência didática. Costa (2016) ressalta que ele não aplicou a sequência e sim o professor regular para não ter o risco de ocorrer desconforto por parte dos alunos em relação a ele, porém esteve presente a todo momento da aula. Os alunos foram divididos em duplas para realização das atividades propostas. Por fim, foi aplicado o pós-teste que teve como objetivo identificar se a sequência didática cumpriu o seu intuito de evoluir o pensamento geométrico dos alunos.

Costa (2016) declara que o objetivo de sua pesquisa foi alcançado por notar que alguns alunos conseguiram progredir nos níveis de pensamento geométrico por meio da sequência didática proposta. Mesmo que outros participantes não tenham conseguido avançar o nível, sua evolução dentro do próprio nível foi significativa.

Esta pesquisa se assemelha a este trabalho na utilização da teoria de Van Hiele como um modelo para o ensino de quadriláteros notáveis. Já as diferenças, estão no público-alvo não contempla alunos não videntes, além da utilização do GeoGebra.

2.6.3. Estudo de quadriláteros, reflexões e rotações no plano, segundo a teoria de Van Hiele: uma experiência com alunos do 9º. ano do ensino fundamental

Esta pesquisa é uma dissertação de mestrado desenvolvida pela autora Carla Fernandes e Souza, tendo como orientadora a doutora Aline Mauricio Barbosa. Teve como objetivo avaliar como as atividades propostas, baseadas na teoria de Van Hiele sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, auxilia no estudo de quadriláteros e isometrias por uma turma do 9º. ano do Ensino Fundamental da rede municipal de Mangaratiba (Souza, 2014).

Nos anos de 2012 e 2013, Souza (2014) lecionou, para turmas do 8º. e 9º. anos do Ensino Fundamental, um curso de Geometria em uma escola municipal de Mangaratiba (RJ). Durante essas aulas, ela percebeu que os alunos aprendiam os conteúdos de forma superficial e não demonstravam nenhum nível de autonomia quanto à disciplina. Por isso a

autora escolheu esse público alvo. Os alunos que participaram da pesquisa tinham faixa etária entre 13 e 16 anos. Foram ao todo 35 alunos, sendo divididos em duas turmas, com 19 alunos na denominada Turma A e os 16 restantes na denominada Turma B.

A metodologia adotada por Souza (2014) foi a pesquisa experimental. Na pesquisa realizada, os participantes foram divididos em dois grupos (Experimental e Controle), após a aplicação de dois pré-testes (um envolvendo a teoria de Van Hiele e outro sobre Simetrias). Além disso, aplicações de atividades e aulas diferentes foram feitas e ministradas para cada grupo a fim de seguir a metodologia de pesquisa escolhida. Ao final do processo, foram aplicados dois pós testes nos dois grupos para testar os seus níveis de desenvolvimento segundo a teoria de Van Hiele e seus conhecimentos de simetrias.

Souza (2014) declarou que ao desenvolver as atividades propostas com as duas turmas, encontrou grande dificuldade dos alunos quanto ao desencadeamento de conceitos geométricos. Na turma B, onde foram desenvolvidas atividades padrão, não se percebeu nenhum entusiasmo dos alunos para com o conteúdo. Apesar das dificuldades, os resultados apresentados atenderam o objetivo da pesquisa. Dito isto, a autora levantou, ainda, um questionamento se os resultados obtidos seriam os mesmos em um grupo maior, visto que a pesquisa se deu com apenas 35 alunos. Ela, ainda, ressalta que os resultados dos testes sobre o nível de pensamento geométrico segundo a teoria de Van Hiele seriam mais objetivos se fossem feitos em larga escala, com alunos do 6º. ao 9º. anos.

Esta pesquisa se assemelha a este trabalho pela utilização da teoria de Van Hiele como um modelo para o ensino de quadriláteros em uma turma do segundo segmento do Ensino Fundamental. Já, como diferença, podemos notar que o público-alvo não contempla alunos não videntes.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo serão apresentadas a metodologia de pesquisa, a elaboração da sequência didática, a aplicação do teste exploratório, bem como, as sugestões de alterações, a aplicação da sequência didática e análise dos resultados obtidos neste trabalho de conclusão de curso.

3.1 Metodologia da pesquisa

Nesta seção faremos menção aos seguintes procedimentos metodológicos que serão adotados nesta pesquisa: tipo de pesquisa, instrumentos de coleta de dados, caracterização do público-alvo e etapas de pesquisa.

Para traçarmos os procedimentos metodológicos que serão utilizados é importante evidenciar o nosso objetivo geral: investigar como uma sequência didática utilizando materiais didáticos manipuláveis pode contribuir para o ensino dos quadriláteros notáveis em uma turma inclusiva, seguindo o modelo de Van Hiele. Segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 31), “A pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social”. Dito isto, para observar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos de uma turma inclusiva do segundo segmento do Ensino Fundamental com alunos videntes e não videntes, a abordagem escolhida para esta pesquisa é a qualitativa. Junto a essa abordagem, os dados obtidos com as respostas dos alunos na avaliação da sequência didática proposta serão usados de forma a observar a evolução dos alunos diante dos níveis de conhecimento geométrico segundo Van Hiele.

Desta forma, quanto aos procedimentos, a pesquisa será do tipo estudo de caso como abordagem metodológica de investigação. Segundo o autor Yin (2001), o uso do estudo de caso como abordagem vem do desejo de compreender fenômenos e acontecimentos sociais complexos de forma global.

Um estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos (YIN, 2001, s.p.).

Sendo assim, na utilização do estudo de caso será feita uma investigação como materiais manipuláveis podem influenciar no ensino de Geometria para alunos não videntes seguindo a Teoria de Van Hiele.

A fim de fazer uma análise detalhada dos resultados que serão obtidos na aplicação da sequência didática, os instrumentos de coleta de dados escolhidos pelas autoras do presente trabalho para esta pesquisa serão as respostas dos alunos em atividades aplicadas antes e depois da experimentação da sequência didática, a observação dos alunos diante da sequência didática proposta, gravação de áudio e anotações no caderno de campo.

A técnica de observação para a coleta de dados escolhida, vem ao encontro da necessidade de “ver, ouvir e examinar os fatos, os fenômenos que se pretende investigar” em sala de aula (Gerhardt; Silveira, 2009, p. 74). Neste sentido, há a necessidade de um caderno de campo para registro e análise dos acontecimentos de forma descritiva e reflexiva à medida que a pesquisa avança (Gerhardt; Silveira, 2009).

Com o intuito de alcançar o objetivo geral foram traçadas as seguintes etapas de pesquisa:

- I. Revisão bibliográfica;
- II. Elaboração da sequência didática;
- III. Aplicação do teste exploratório;
- IV. Análise da aplicação do teste exploratório;
- V. Experimentação da sequência didática;
- VI. Análise da experimentação da sequência didática;
- VII. Escrita da monografia.

3.2 Elaboração da sequência didática

A sequência didática a seguir é elaborada para os alunos de uma turma inclusiva do 8º ano do Ensino Fundamental da rede pública do município de Campos dos Goytacazes, tendo apenas um encontro de duração de, aproximadamente, 2 horas. Busca-se introduzir o tema de Quadriláteros Notáveis de forma inclusiva, clara e objetiva. Os três momentos desta sequência didática estão intitulados e apresentados no Quadro 1 a seguir :

Quadro 1 - Descrição dos momentos da Sequência Didática

Título	Objetivos	Materiais Necessários
Atividade Inicial	Identificar em qual nível do pensamento geométrico os alunos se encontram em relação ao conteúdo de Quadriláteros Notáveis.	- Apostila A; - Painei; - Painei adaptado; - Kit A; - Kit A adaptado.
Desenvolvimento da aula	Revisar os requisitos para um entendimento claro das definições de cada quadrilátero notável. Discutir sobre as classificações dos quadriláteros notáveis partindo de suas definições.	- Apostila B; - Material de apoio para o quadro; - Réguas; - Equipamento de conferência de paralelas; - Painei sobre ângulos adaptado; - Figuras geométricas adaptadas
Atividade Final	Identificar se houve alguma evolução dos alunos em relação ao nível de pensamento geométrico após o desenvolvimento da aula.	- Apostila C; - Painei; - Painei adaptado; - Kits C; - Kits C adaptado.

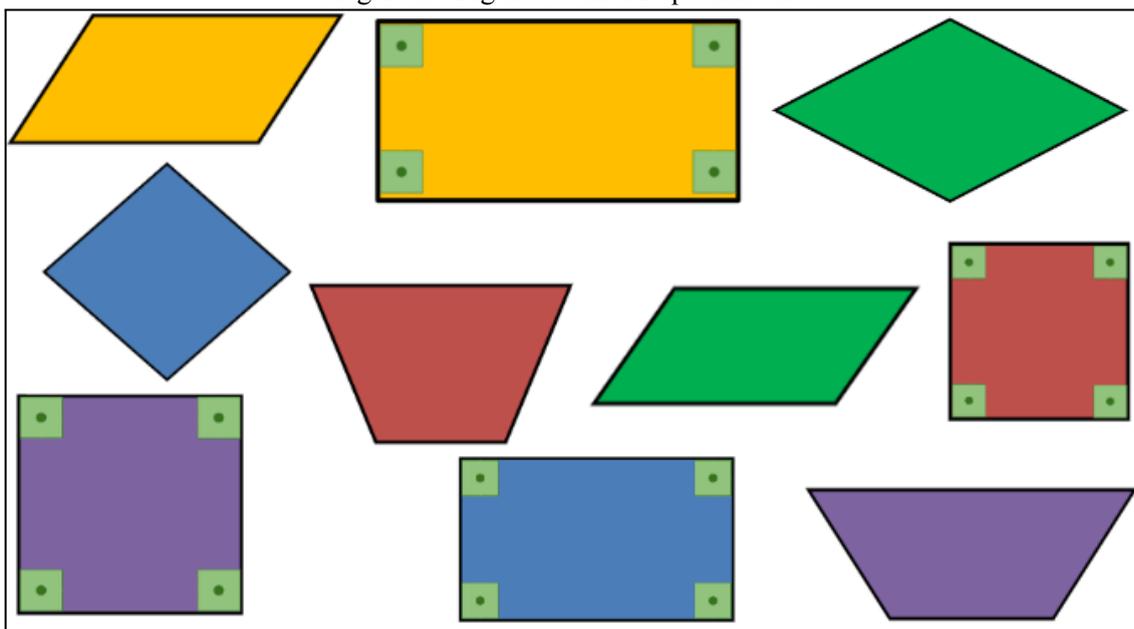
Fonte: Elaboração própria.

A seguir, estão descritos os procedimentos pedagógicos que direcionam cada momento da sequência didática. Todas as atividades da sequência didática são planejadas para que os alunos videntes as realizem em grupos e o aluno não vidente seja auxiliado pela mediadora.

3.2.1 Atividade Inicial

A Atividade Inicial é conduzida por meio da apostila A (Apêndice A), para isso é necessário que as duplas também recebam o envelope do kit A, que contém 19 figuras geométricas, dentre elas 10 são classificadas como quadriláteros (Figura 1).

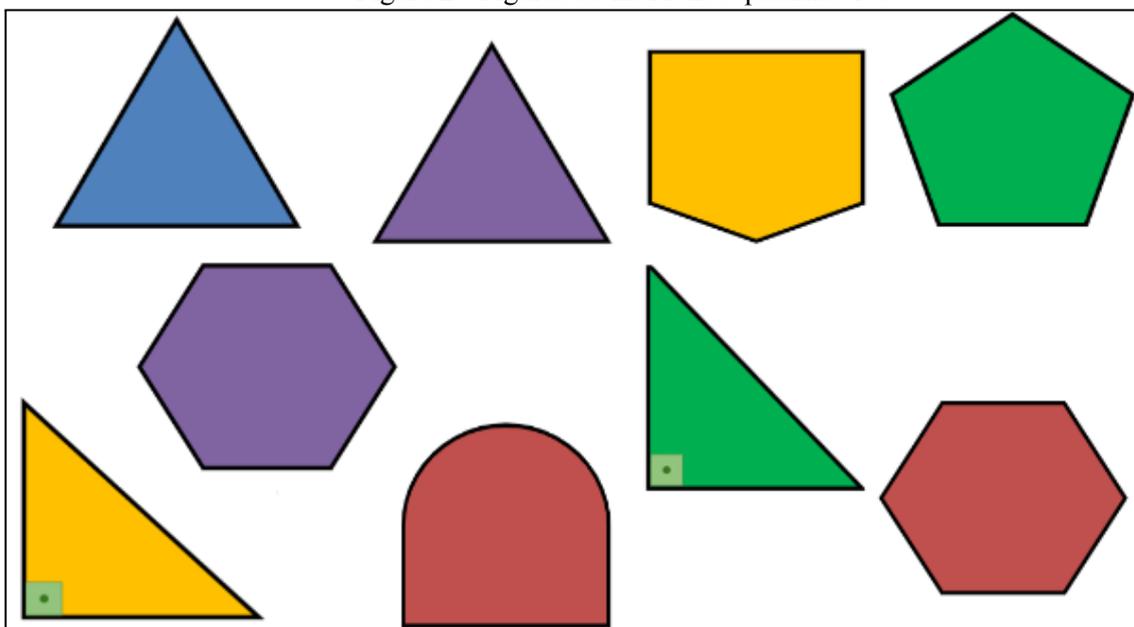
Figura 1 - Figuras do kit A: quadriláteros



Fonte: Elaboração própria.

Além disso, este kit contém também 9 figuras classificadas como não quadriláteros (Figura 2).

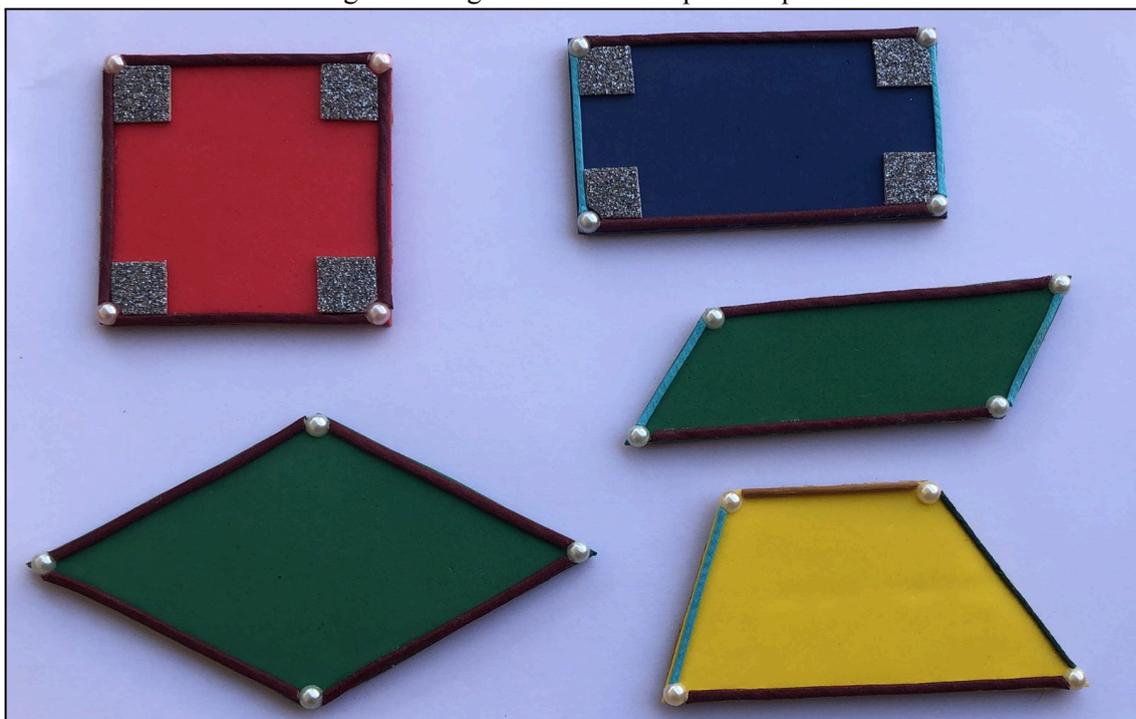
Figura 2 - Figuras do kit A: não quadriláteros



Fonte: Elaboração própria.

Paralelamente, o aluno não vidente recebe o kit A adaptado com figuras geométricas confeccionadas no intuito de se utilizar o tato para compreender as representações e características de cada uma. Dentre elas, 5 figuras são quadriláteros (Figura 3).

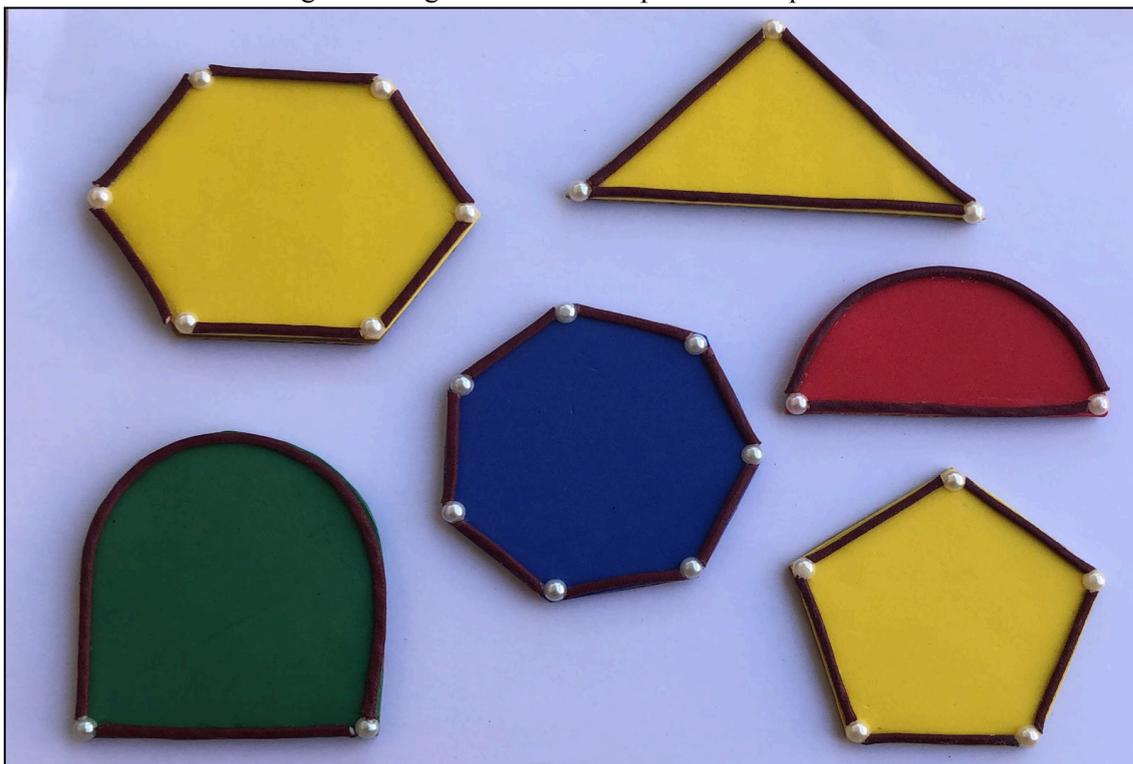
Figura 3 - Figuras do kit A adaptadas: quadriláteros



Fonte: Elaboração própria.

As outras 6 figuras não são quadriláteros (Figura 4). Considerando que o aluno com deficiência visual requer um tempo maior para analisar as figuras e fará isso de forma independente, a quantidade de figuras é menor em relação às duplas de videntes.

Figura 4 - Figuras do kit A adaptadas: não quadriláteros



Fonte: Elaboração própria.

O material em questão é elaborado tendo como base material emborrachado. Com o intuito de torná-las mais rígidas, optou-se por colar sobre papelão. Para destacar os vértices utilizou-se meias pérolas em formato de semiesferas de diâmetro 6 mm. Os lados estão representados por linhas enceradas de diferentes espessuras, isso posto que há necessidade de evidenciar lados que não são congruentes. Vale destacar que o trapézio além das linhas contém também palito de dente em sua base menor. Algumas figuras apresentam os ângulos retos, que são simbolizados por meio de papel emborrachado de brilho texturizado.

Na apostila A (Apêndice A) constam instruções para executar as atividades, sendo dividida em dois passos. No primeiro, os alunos devem separar as figuras geométricas em quadriláteros e não quadriláteros. Em sequência, na apostila, devem justificar qual critério utilizaram para classificar as figuras como quadriláteros (Figura 5). A justificativa do aluno não vidente é feita por meio do diálogo.

Figura 5 - Atividade Inicial: passo 1 e letra a

Nesta atividade, você receberá um kit contendo várias figuras. Sua missão é seguir as instruções e responder as perguntas com base nas suas escolhas.

Passo 1:

Separe as figuras que são classificadas como **quadriláteros** das que **não são quadriláteros**.

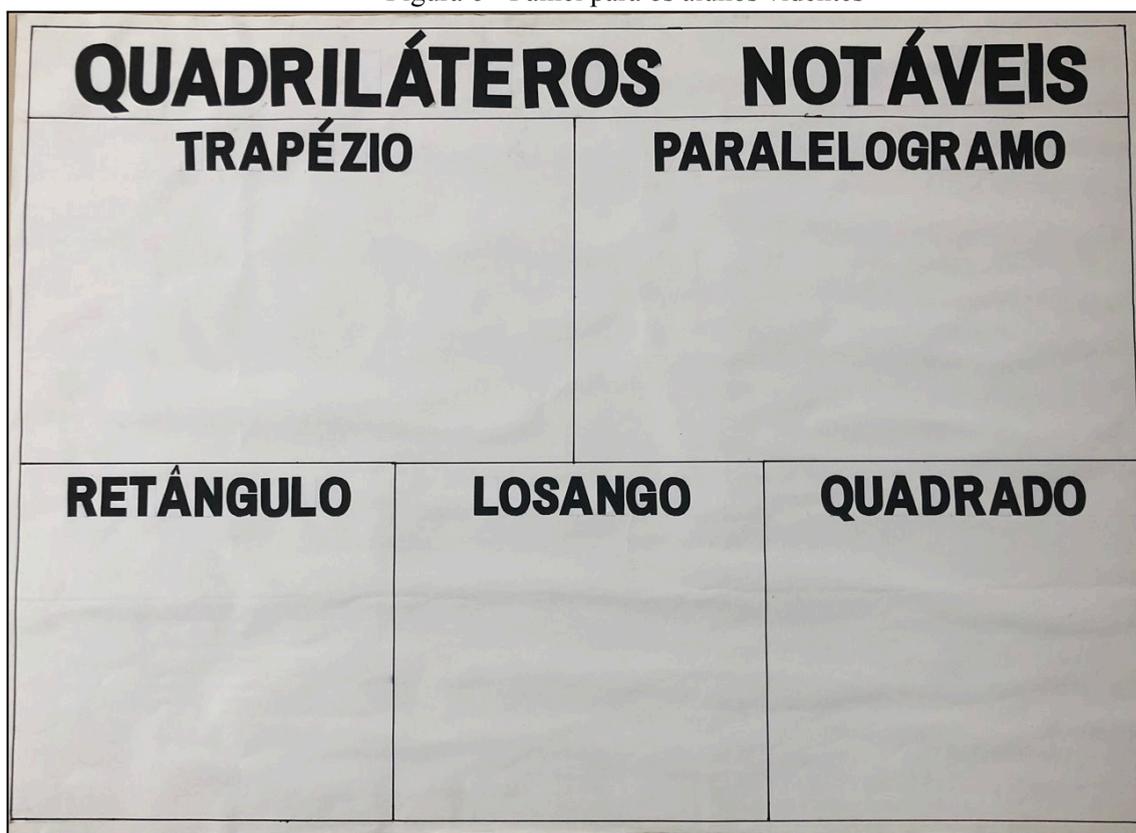
a) Qual foi o critério utilizado para classificar as figuras como quadriláteros?

Fonte: Elaboração própria.

Espera-se que para essa pergunta, os alunos consigam relacionar o nome quadrilátero com sua definição: figuras que possuem quatro lados. Com este exercício é possível identificar se cada grupo está, ao menos, no primeiro nível do pensamento geométrico de Van Hiele, ou seja, identificando a figura por sua forma. Desse modo, eles conseguem diferenciar as figuras com quatro lados das demais.

Para o segundo passo, cada dupla recebe um painel (Figura 6) com quadros separados em: trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado. Foi confeccionado sobre uma cartolina, em que seus quadros foram delimitados com caneta piloto preto e os nomes foram impressos, recortados e colados em cada local adequado.

Figura 6 - Painel para os alunos videntes



Fonte: Elaboração própria.

Simultaneamente, o aluno não vidente deve receber o painel adaptado (Figura 7), que foi elaborado utilizando os seguintes materiais: papel 40 kg para servir de fundo; papel emborrachado representando as divisões de cada quadro por meio de relevo; figuras adaptadas congruentes às utilizadas na entrega do kit A para indicar o quadrilátero que representa cada espaço. Vale salientar que ao lado de todos os nomes há, também, sua escrita em Braille. Para melhor condução, este material é fixado sobre um papelão.

Figura 7 - Painel adaptado para o aluno não vidente



Fonte: Elaboração própria.

Com o painel e as figuras geométricas selecionadas como quadriláteros, a turma deve posicioná-las no quadro de acordo com sua classificação. Cada escolha feita para a disposição das figuras deve ser justificada na apostila A, ao longo dos enunciados (Figura 8). O intuito desta atividade é constatar se o estudante sabe as características que dispõe cada quadrilátero notável.

Figura 8 - Atividade Inicial: passo 2 e letra b

Passo 2:

No painel que você recebeu, organize as figuras consideradas como quadriláteros agrupando os mesmos de acordo com as classificações.

b) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do trapézio?

Fonte: Elaboração própria.

Com a resolução do segundo passo será possível identificar se há alunos em outros níveis do pensamento geométrico além do primeiro. O aluno que está no segundo nível reconhece as características de cada quadrilátero notável, podendo afirmar por exemplo que os paralelogramos possuem lados opostos paralelos; os retângulos possuem quatro ângulos retos; os losangos possuem lados congruentes e os quadrados possuem quatro ângulos retos e os quatro lados congruentes.

Os alunos que se encontram no terceiro nível conseguem fazer assimilações entre as propriedades das figuras, relacionando, por exemplo, as características do quadrado com as do paralelogramo, retângulo e losango. E, ainda, entender o motivo da frase “todo quadrado é retângulo, mas nem todo retângulo é quadrado”, ser verdadeira.

3.2.2 Desenvolvimento da aula

Prosseguindo a sequência, o desenvolvimento da aula é feito por meio de duas etapas descritas no Quadro 2 a seguir:

Quadro 2 - Descrição das Etapas do Desenvolvimento da aula

Etapas	Título	Objetivo
A	Revisão de conceitos	Revisar conceitos e termos que são necessários para o entendimento das definições de cada quadrilátero notável.
B	Quadriláteros Notáveis	Compreender cada critério de classificação da apostila; Classificar cada quadrilátero notável; Relacionar os quadriláteros que têm características iguais.

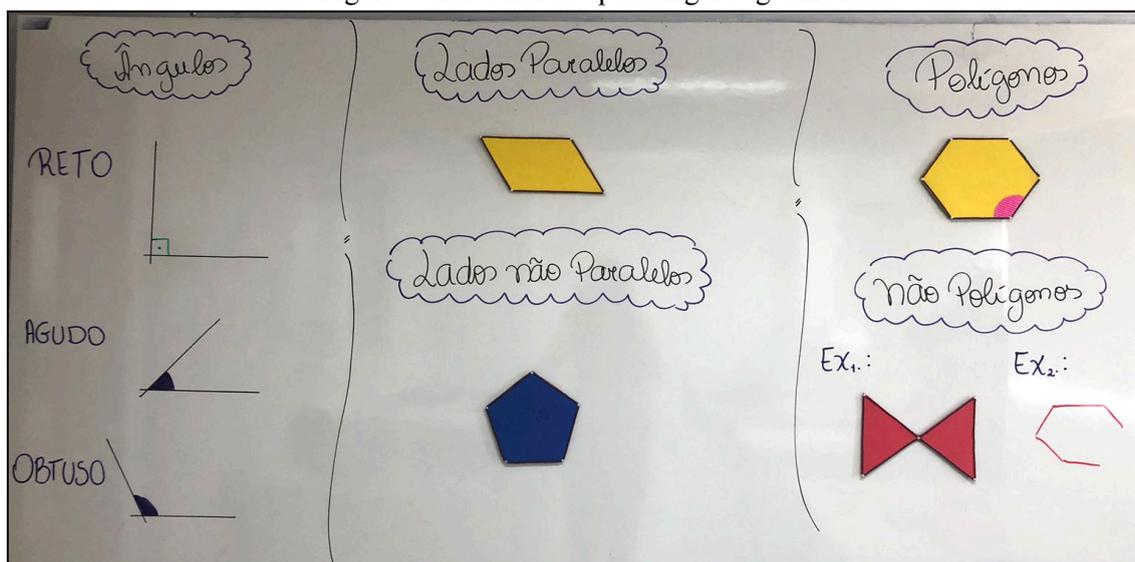
Fonte: Elaboração própria.

Neste momento, é apresentada a parte teórica por meio da apostila B (Apêndice B), onde constam os conteúdos considerados pelas licenciandas como pré-requisito para o estudo dos quadriláteros notáveis, sendo estruturada da seguinte forma: ângulo reto, lados paralelos,

polígonos e quadriláteros. Além disso, expõe o tema principal que são os quadriláteros notáveis e suas características.

Vale ressaltar que todo o desenvolvimento da aula será explicado com o auxílio do quadro branco (Figura 9), tendo como apoio figuras geométricas preparadas anteriormente com o intuito de facilitar a compreensão. As figuras foram construídas de modo que ocupassem o maior espaço possível em uma folha A4, utilizando como base material emborrachado, para os lados utilizou-se linhas enceradas, os vértices são representados por meia pérolas de 6 mm de diâmetro e as figuras que possuem ângulo reto tem sua simbologia representada por EVA de brilho texturizado.

Figura 9 - Material de apoio: figuras geométricas



Fonte: Elaboração própria.

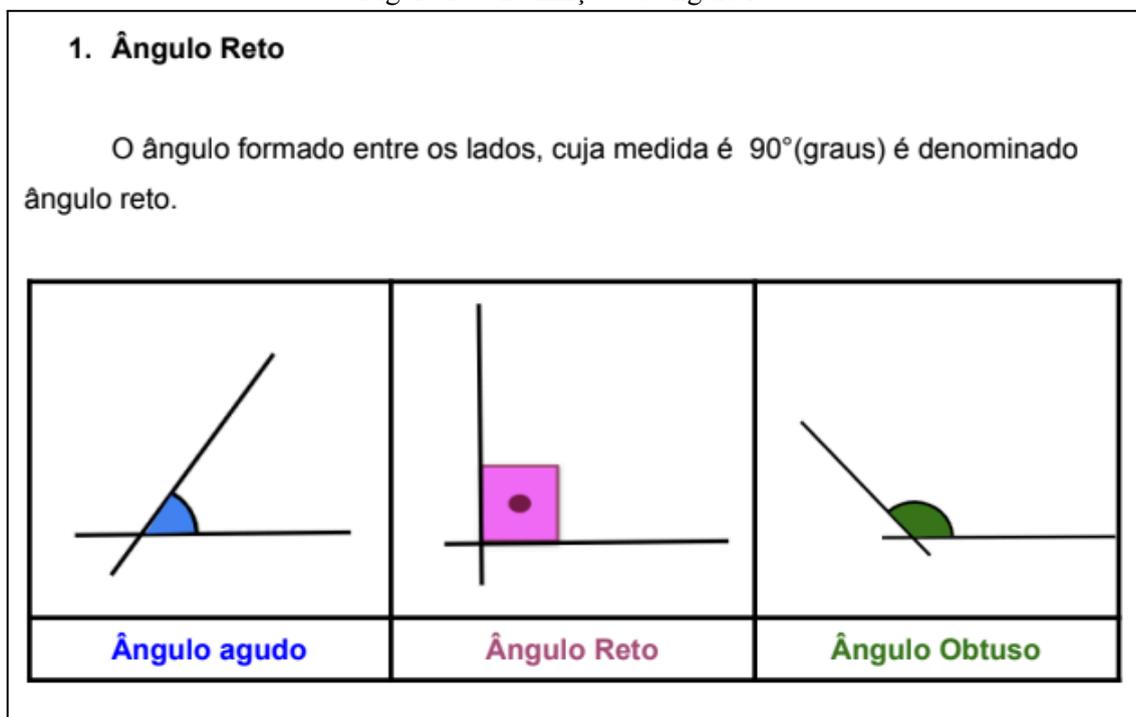
O aluno não vidente acompanha a aula por meio dos sistemas auditivo e fonador com auxílio dos materiais manipuláveis adaptados preparados anteriormente.

Etapa A - Revisão de conceitos

O primeiro conceito abordado na apostila é o de ângulo reto (Figura 10), apresentando sua definição como ângulo de medida 90° . Para exemplificá-lo, questiona-se aos alunos quais elementos presentes na sala de aula representam este ângulo. Como contraexemplos são

apresentados os ângulos agudo e obtuso, em que um apresenta a região angular menor e outro maior do que 90° , respectivamente.

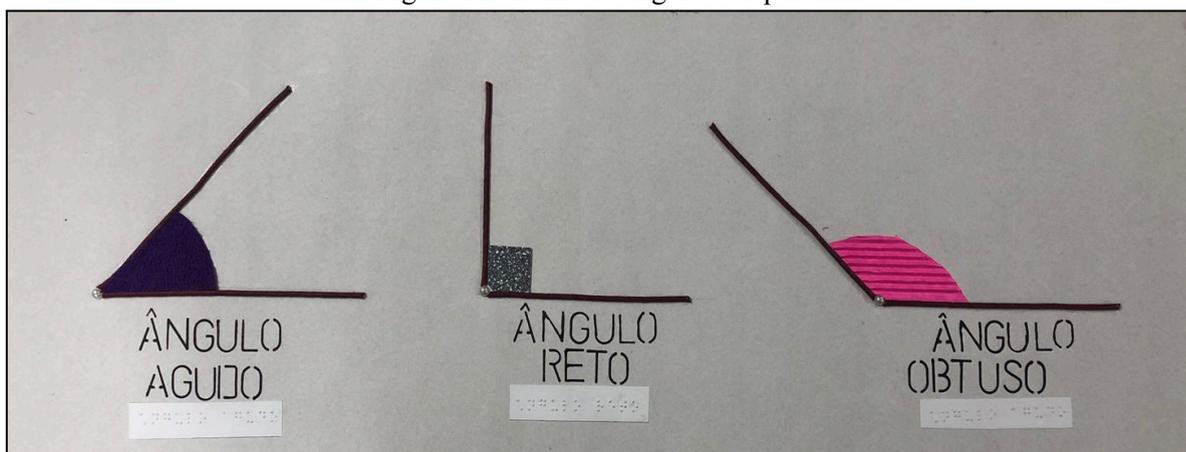
Figura 10 - Definição do ângulo reto



Fonte: Elaboração própria.

Com o intuito de auxiliar o aluno não vidente a acompanhar a explicação há um material manipulável adaptado (Figura 11). Para esta confecção, utilizou-se papel cartão de tamanho A2 como base e fixadas sobre o papelão; meia pérola de 6 mm de diâmetro para representar o ponto correspondente ao vértice e linha encerada para simbolizar as semirretas. Com o intuito de destacar a diferença de cada ângulo, utilizou-se diferentes texturas. O ângulo agudo é identificado por meio da folha de EVA atalhado; o ângulo reto, como mencionado anteriormente, utilizou-se material emborrachado com brilho; para o ângulo obtuso fez-se uso de papel ondulado. É válido ressaltar que todos os ângulos estão nomeados em Braille.

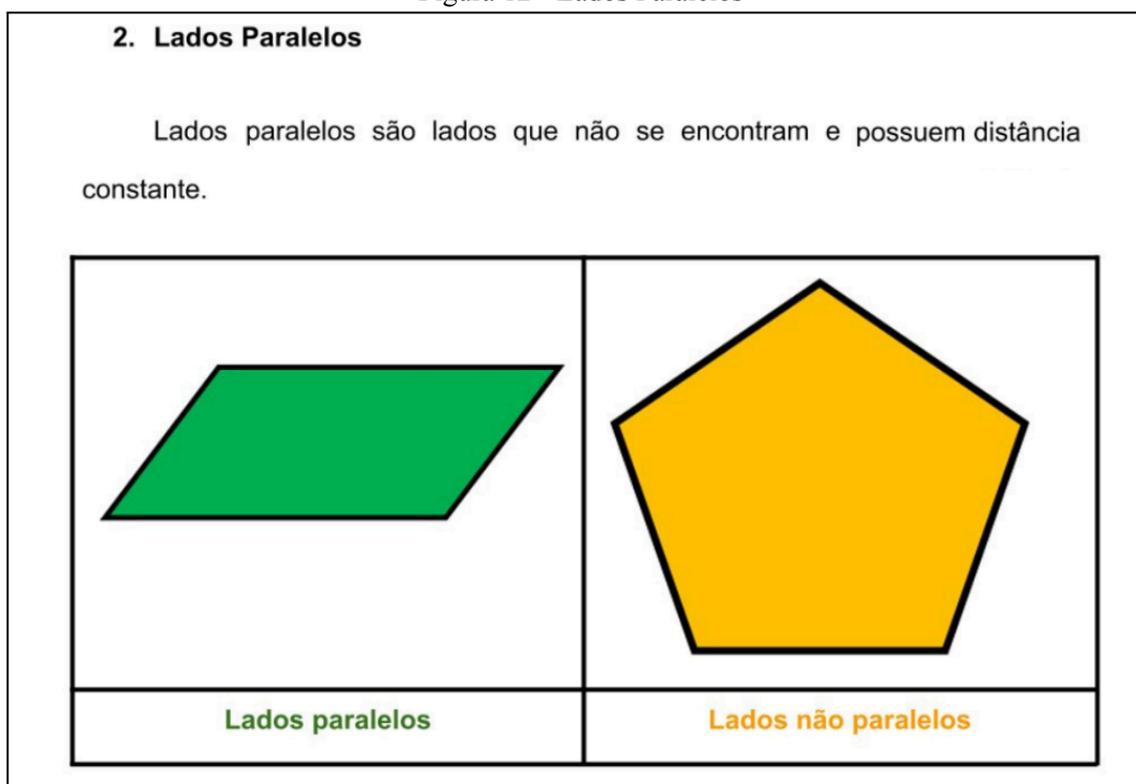
Figura 11 - Folha de ângulos adaptados



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, é abordado o tópico de lados paralelos (Figura 12). Este conceito é definido como lados que não se encontram e possuem distância constante. Esta definição deve ser explicada com dois polígonos, um paralelogramo e um pentágono.

Figura 12 - Lados Paralelos



Fonte: Elaboração própria.

Por meio do prolongamento dos lados dessas figuras geométricas é possível analisar, juntamente com os alunos, que os lados do paralelogramo não vão se encontrar e a distância entre seus pontos permanece sempre a mesma. Como contraexemplo, prolonga-se os lados do pentágono, onde as retas tendem a se encontrar o que viola a definição.

Neste momento, o aluno não vidente manipula o Equipamento para Conferência de Paralelas (ECP) (Figura 13) para análise do paralelismo entre os lados das figuras adaptadas. Para confecção do ECP utilizou-se uma prancheta de madeira como base, 8 parafusos para a sustentação e quatro régua de madeira: duas na horizontal, sendo uma fixa e outra móvel, as outras duas fixadas na vertical para prender a régua móvel.

Vale salientar que este equipamento é uma invenção própria e foi desenvolvido com o objetivo do aluno não vidente perceber, por meio do tato, a definição de lados paralelos.

Figura 13 - Equipamento de Conferência de Paralelas



Fonte: Elaboração própria.

Para a utilização do ECP a régua horizontal móvel foi projetada para ser sempre paralela a régua horizontal fixa. Desta forma, ao encaixar figuras que possuem lados opostos paralelos entre essas régua, o aluno conseguirá perceber que os segmentos equidistam, como

no caso do paralelogramo (Figura 14). Os lados opostos se encaixam perfeitamente na lateral das régua.

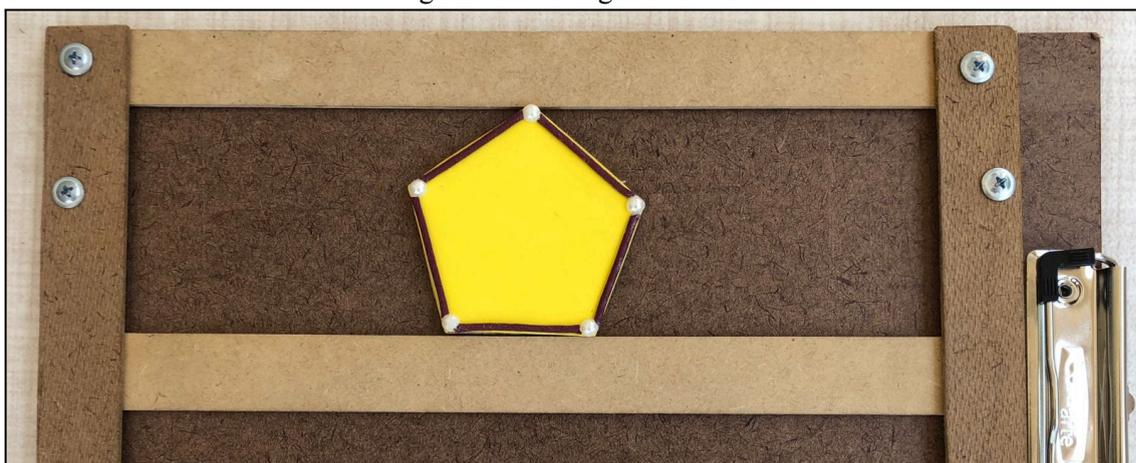
Figura 14 - Paralelogramo no ECP



Fonte: Elaboração própria.

Caso contrário, ao conferir uma figura que não será encaixada perfeitamente, afirma-se por essa razão que seus lados não são paralelos, fato que acontece com o pentágono (Figura 15). Elaborou-se um pentágono regular, em razão disto todos os lados são representados com linha encerada de mesma espessura.

Figura 15 - Pentágono no ECP

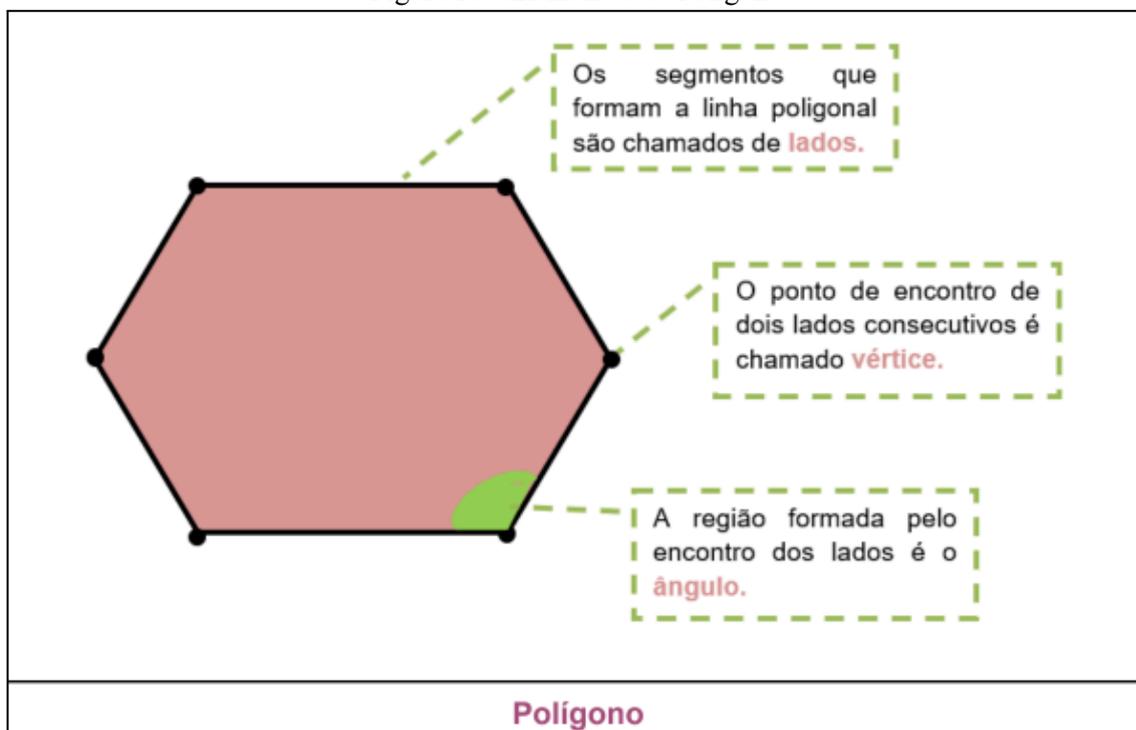


Fonte: Elaboração própria.

O próximo conceito trabalhado na apostila B (Figura 16) é de polígonos, sendo definido como toda linha poligonal fechada simples. Além disso, são apresentados os elementos: lados, vértices e ângulos, sendo definidos, respectivamente, como: segmentos que

formam a linha poligonal, ponto de encontro entre os lados consecutivos e região formada pelo encontro dos lados.

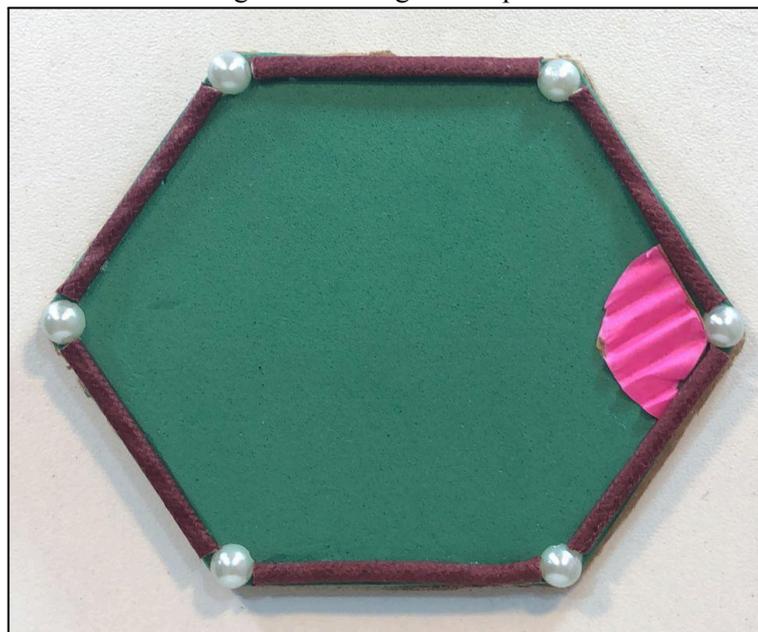
Figura 16 - Elementos do Polígono



Fonte: Elaboração própria.

Para o aluno com deficiência visual foi preparado o polígono adaptado (Figura 17), com o objetivo de expor os elementos que serão abordados em aula, sendo representados da seguinte forma: os lados pelas linhas enceradas de mesma espessura (já que se trata de um polígono regular); os vértices por meio das meias pérolas de 6 mm de diâmetro; e o ângulo pela folha ondulada que foi-lhe apresentado como a medida maior do que 90° (ângulo obtuso).

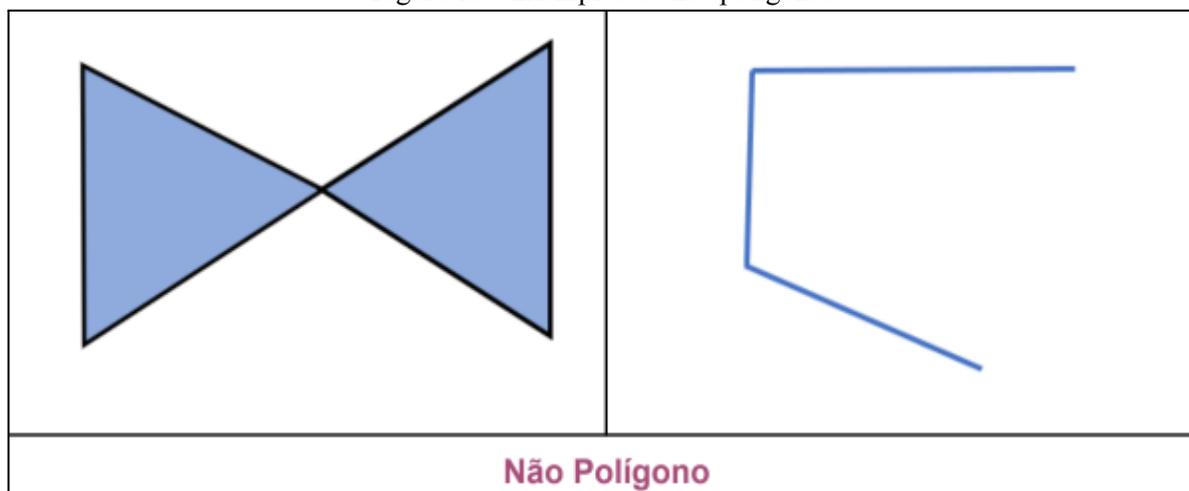
Figura 17 - Polígono adaptado



Fonte: Elaboração própria.

Como contraexemplos (Figura 18) pensou-se em uma figura geométrica cujos lados se intersectam e uma figura geométrica que não é fechada.

Figura 18 - Exemplos de não polígonos

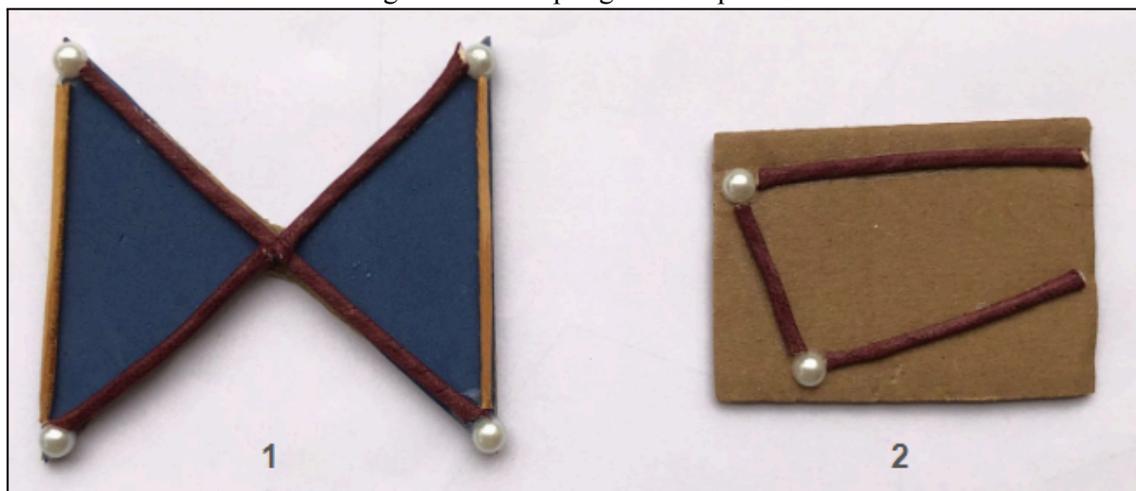


Fonte: Elaboração própria.

Um material semelhante foi preparado para o aluno não vidente (Figura 19) tatear o contraexemplo dado durante a explicação. A elaboração do exemplo 1 se assemelha com as demais tendo como base material emborrachado sobre o papelão, contendo vértices representados por meias pérolas de 6 mm de diâmetro e para distinguir os lados não

congruentes utilizou-se linha encerada e palito de dente. Já o exemplo 2 tem sua representação apenas por linhas enceradas e pérolas já que se trata de uma figura geométrica não delimitada por segmentos de retas.

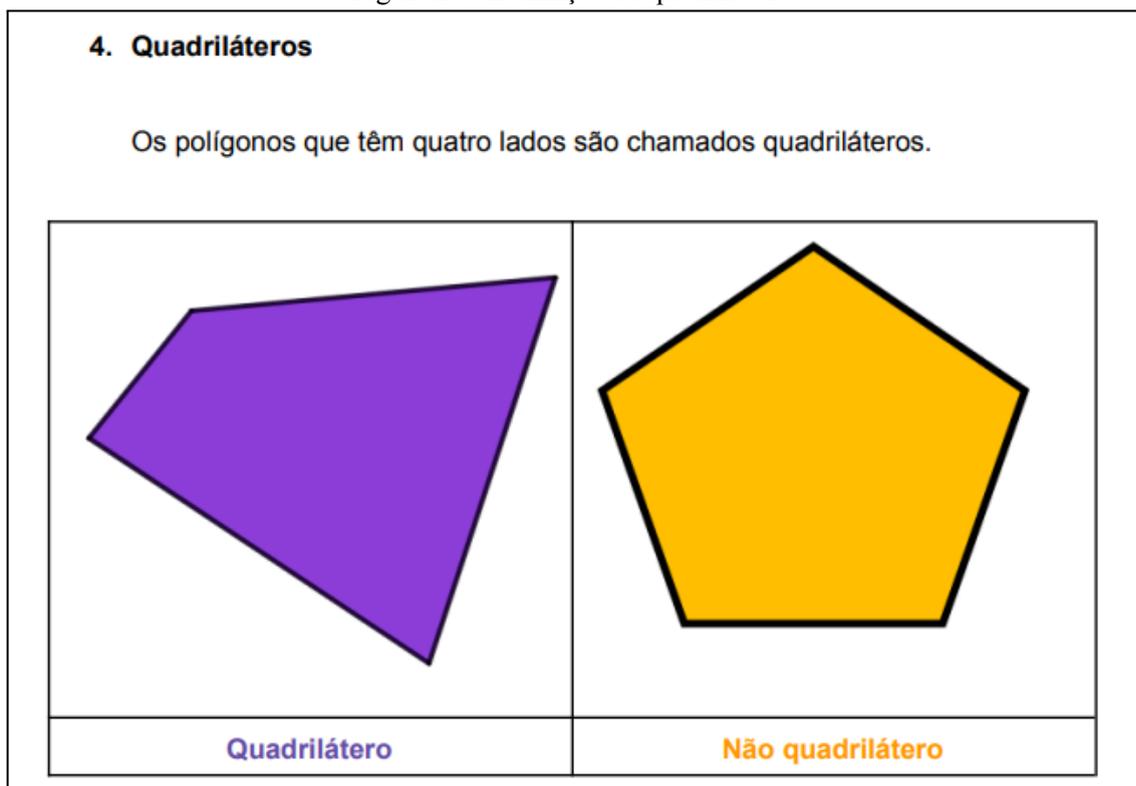
Figura 19 - Não polígonos adaptados



Fonte: Elaboração própria.

Para finalizar esta etapa da aula, a definição de quadrilátero é apresentada como polígono que tem quatro lados (Figura 20). Neste momento, deve-se enfatizar que a definição apresentada é de um quadrilátero qualquer. Como contraexemplo, o pentágono deve ser utilizado.

Figura 20 - Definição de quadriláteros



Fonte: Elaboração própria.

Para permitir que o aluno não vidente acompanhe a explicação, ele deve receber o material adaptado (Figura 21) das duas figuras exemplificadas.

Figura 21 - Material de apoio: Quadrilátero e Não quadrilátero



Fonte: Elaboração própria.

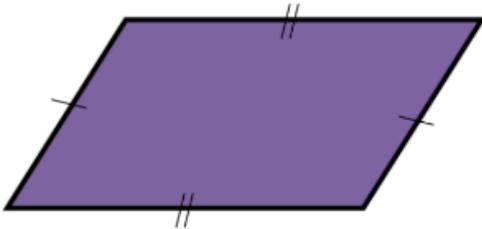
Etapa B - Quadriláteros Notáveis

Nesta etapa é explicitada a definição de quadriláteros notáveis como figuras de quatro lados que apresentam propriedades especiais, sendo elas: possuir apenas um par de lados opostos paralelos; possuir dois pares de lados paralelos; possuir quatro ângulos retos; possuir lados opostos congruentes; ou possuir todos os lados congruentes.

Os alunos são informados que essas afirmações são critérios a serem utilizados para definir as propriedades de cada quadrilátero notável. Dessa maneira, junto à turma são construídas as definições específicas de cada tipo de quadrilátero notável, com o auxílio da apostila B, que é organizada para garantir aos alunos a oportunidade de marcar as propriedades verdadeiras de cada figura exposta de acordo com a análise (Figura 22).

Figura 22 - Classificação dos Quadriláteros

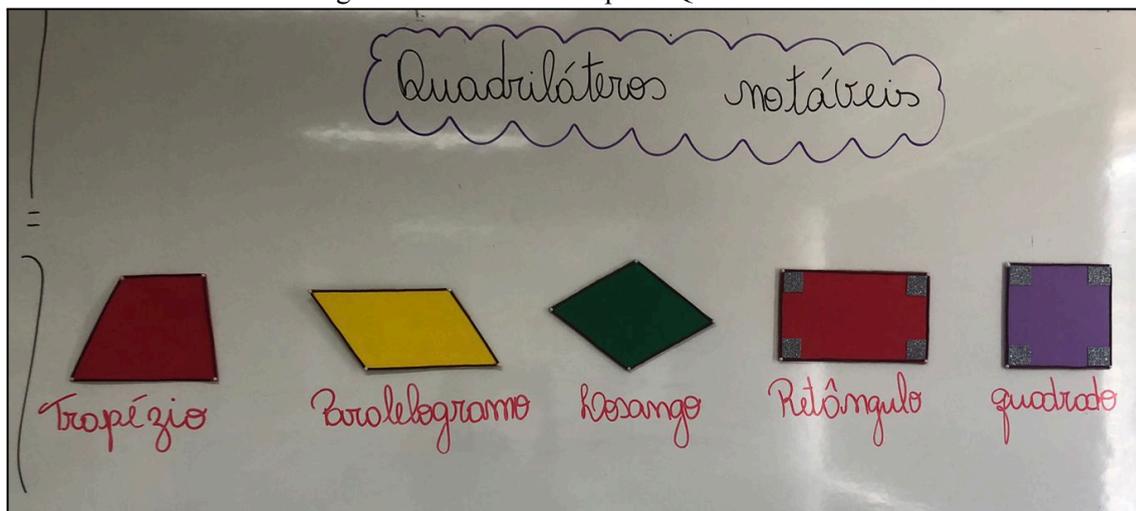
Observe as figuras abaixo e marque com um "X" as características verdadeiras.

TRAPÉZIO	PARALELOGRAMO
	
<p>() Possui apenas um par de lados paralelos.</p> <p>() Possui dois pares de lados paralelos.</p> <p>() Possui quatro ângulos retos.</p> <p>() Possui lados opostos congruentes (de mesmo tamanho).</p> <p>() Possui todos os lados congruentes (de mesmo tamanho).</p>	<p>() Possui apenas um par de lados paralelos.</p> <p>() Possui dois pares de lados paralelos.</p> <p>() Possui quatro ângulos retos.</p> <p>() Possui lados opostos congruentes (de mesmo tamanho).</p> <p>() Possui todos os lados congruentes (de mesmo tamanho).</p>

Fonte: Elaboração própria.

Esta etapa é explicada e analisada utilizando o material de apoio para o quadro (Figura 23). Paralelamente, o aluno não vidente acompanha a aula com os quadriláteros notáveis adaptados que foram elaborados para o kit A.

Figura 23 - Material de apoio: Quadriláteros notáveis



Fonte: Elaboração própria.

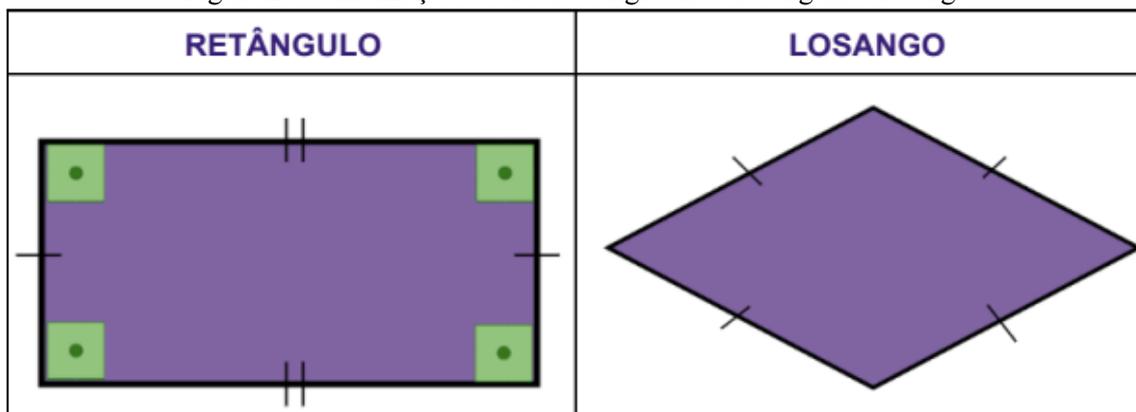
A aula é conduzida por meio de questionamentos e análises. Em todas as figuras os alunos verificam os lados paralelos, a presença de ângulos retos e a congruência entre os lados.

Para a conferência da existência de lados paralelos nos quadriláteros, deve-se sugerir aos alunos que prolonguem os lados opostos com o auxílio de uma régua, a fim de observar se as figuras possuem apenas um par de lados opostos paralelos ou dois pares de lados opostos paralelos. Simultaneamente, para a mesma análise, o aluno com deficiência visual deve receber, novamente, o Equipamento de Conferência de Paralelas.

Os ângulos retos são expostos ao longo de toda apostila, material de apoio para o quadro e figuras adaptadas para o aluno não vidente, por meio de sua simbologia. Desta forma é notada a presença deste ângulo em dois quadriláteros notáveis.

Os lados congruentes são analisados por meio das figuras da apostila, que possuem sinalizações entre os lados da mesma medida (Figura 24).

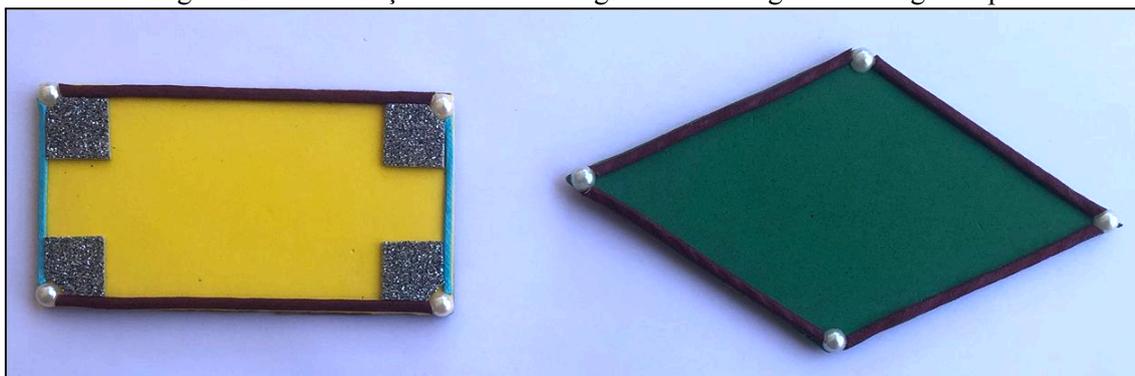
Figura 24 - Sinalização dos lados congruentes: retângulo e losango



Fonte: Elaboração própria.

Nas figuras adaptadas os lados congruentes possuem linhas de texturas e espessuras iguais (Figura 25).

Figura 25 - Sinalização dos lados congruentes: retângulo e losango adaptados



Fonte: Elaboração própria.

Ao final desta etapa da aula, os alunos devem perceber, com auxílio da apostila, as propriedades de cada quadrilátero notável. Desta forma, fica definido: trapézio como quadrilátero notável que possui apenas um par de lados paralelos; paralelogramo como quadrilátero notável que possui dois pares de lados paralelos e lados opostos congruentes; o retângulo como quadrilátero notável que possui dois pares de lados paralelos, lados opostos congruentes e quatro ângulos retos; losango como quadrilátero notável que possui dois pares de lados paralelos e todos os lados congruentes; e o quadrado como quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos, quatro ângulos retos e todos os lados congruentes.

Com o intuito de identificar quadriláteros notáveis com propriedades semelhantes, deve-se discutir com a turma sobre as relações que determinadas figuras possuem umas com

as outras. Podendo assim, concluir que: o quadrado possui características do paralelogramo (lados opostos paralelos), retângulo (quatro ângulos retos) e losango (todos os lados congruentes); o losango e o retângulo possui lados opostos paralelos assim como o paralelogramo.

A apostila B fica com o aluno para ser utilizada como material de apoio para a realização da atividade final.

3.2.3 Atividade final

Para o terceiro e último momento da sequência didática, foi preparada uma atividade final, que será mediada por meio da apostila C (Apêndice C). Por ela observa-se o desenvolvimento do pensamento geométrico da turma em relação à atividade inicial sobre o conteúdo de quadriláteros notáveis. Assim, é validada a relevância da sequência didática.

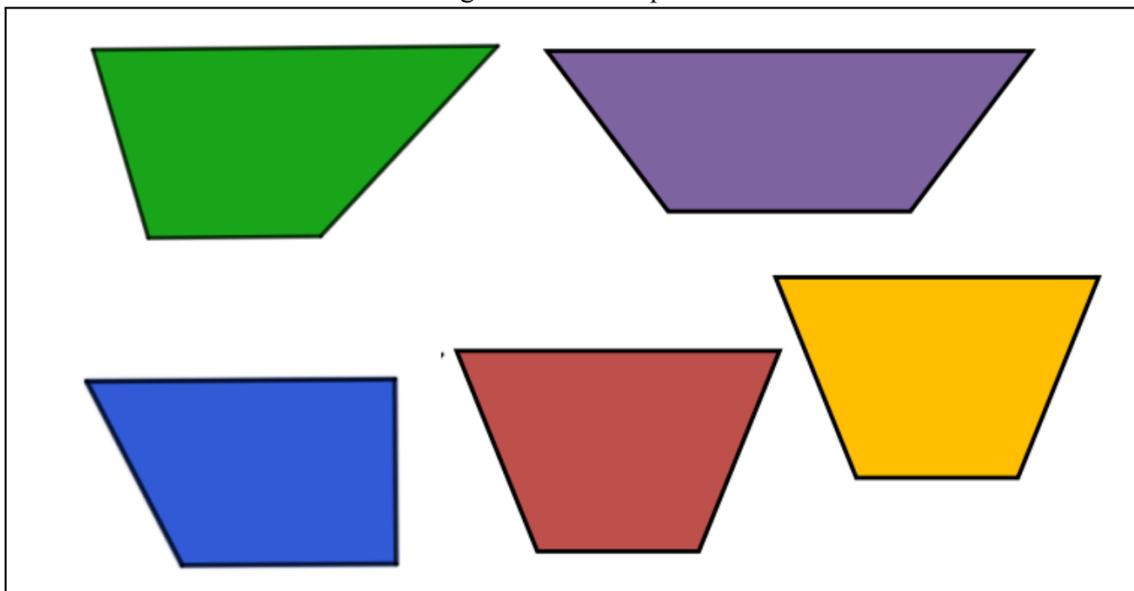
Para a realização desta atividade, as duplas devem receber além da apostila C, os painéis (Figura 6) e ao aluno não vidente será entregue o painel adaptado (Figura 7). Além disso, os alunos poderão utilizar a apostila B para consulta e auxílio nas respostas.

A atividade consiste em agrupar os quadriláteros notáveis no painel de acordo com suas características. O aluno pode utilizar a quantidade de figuras que achar necessária, não podendo repeti-las na mesma classificação.

Há um kit destinado a cada quadrilátero notável, contendo nele 5 figuras. A turma receberá um kit por vez, obedecendo a ordem estipulada na apostila: trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e, por último, o quadrado.

A cada kit recebido, o aluno deve responder na apostila C (Figura 26) sobre quantas das 5 figuras recebidas foram distribuídas pelo painel, não podendo repeti-las no mesmo espaço. No caso de posicionar as figuras geométricas além do seu espaço principal, deve-se explicar quais características foram observadas para utilizá-las em outros quadros.

Figura 27 - Kit trapézio



Fonte: Elaboração própria.

O aluno não vidente será questionado sobre as propriedades que ele percebe ao tatear o trapézio adaptado (Figura 28). Espera-se que com a ajuda do ECP ele perceba a propriedade que este quadrilátero notável possui.

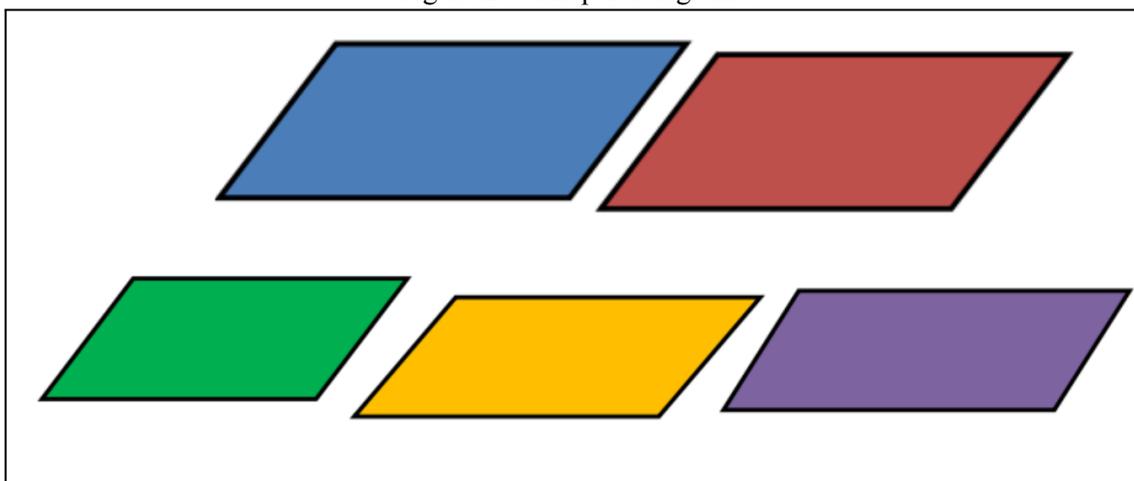
Figura 28 - Kit C adaptado: trapézio



Fonte: Elaboração própria.

De forma análoga, na atividade seguinte (kit paralelogramo) (Figura 29), a turma deve utilizar apenas uma figura, em seu quadro principal, justificando que esse quadrilátero notável tem como característica apenas possuir dois pares de lados opostos paralelos, não se encaixando em outras classificações.

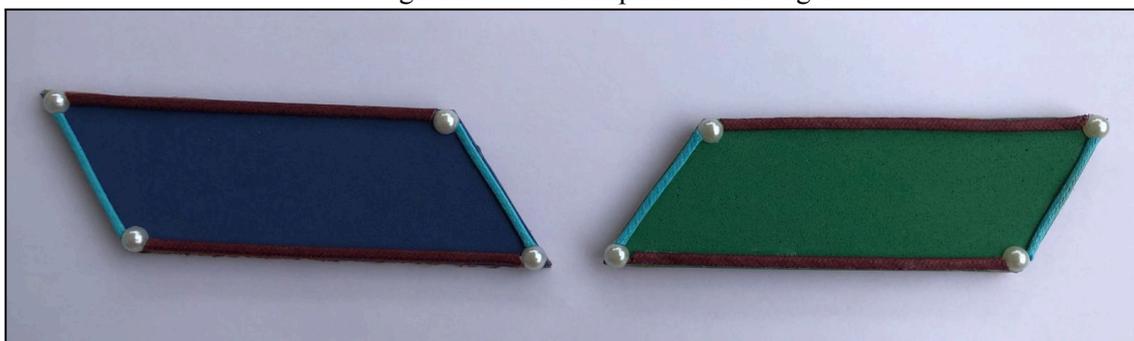
Figura 29 - Kit paralelogramo



Fonte: Elaboração própria.

Nesta atividade, espera-se que o aluno cego ao tatear o material didático manipulável (Figura 30), perceba que o paralelogramo possui dois pares de lados opostos paralelos e congruentes, podendo fazer a conferência do paralelismo no ECP e identificando os lados opostos congruentes por meio das linhas enceradas com espessuras diferentes.

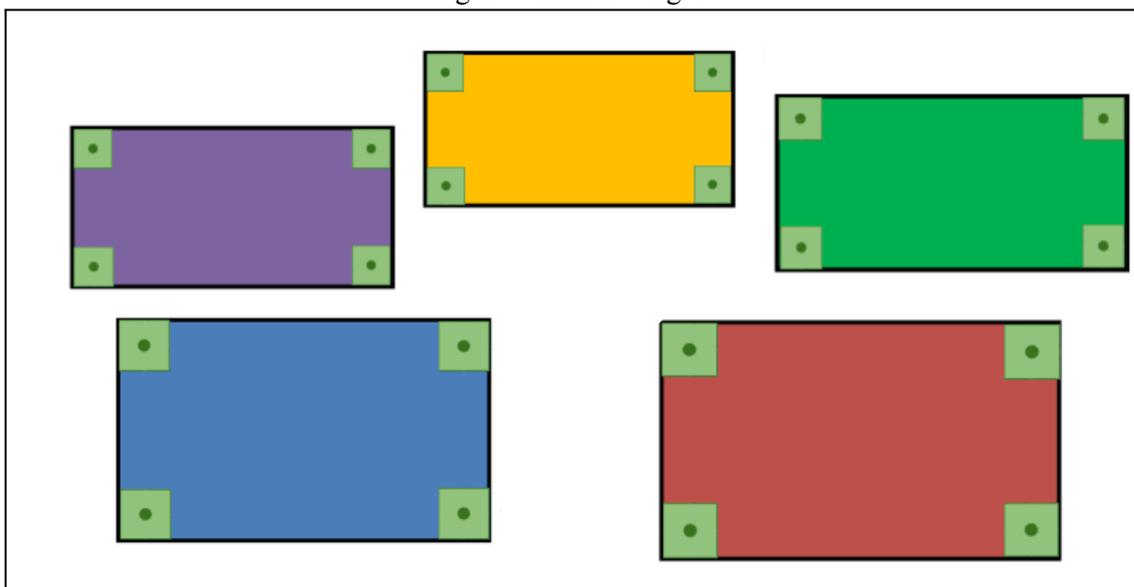
Figura 30 - kit C adaptado: Paralelogramo



Fonte: Elaboração própria.

Para o kit retângulo (Figura 31), a justificativa esperada do aluno no terceiro nível do pensamento geométrico para a disposição de duas figuras no painel (uma no seu espaço principal e outra no quadro do paralelogramo), é que este quadrilátero notável também possui lados opostos paralelos, bem como o paralelogramo.

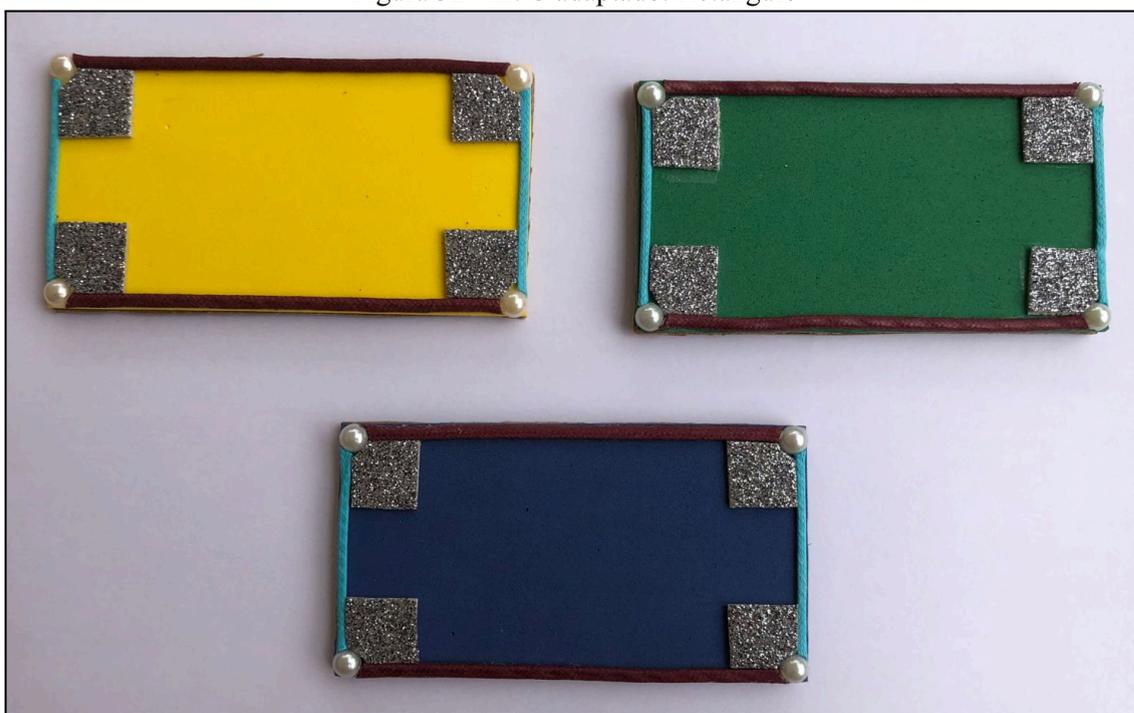
Figura 31 - kit retângulo



Fonte: Elaboração própria.

Espera-se do aluno não vidente, principalmente, a percepção dos quatro ângulos retos ao tatear o material didático manipulável (Figura 32), é necessário também notar os dois pares de lados opostos paralelos e congruentes para classificar também como paralelogramo.

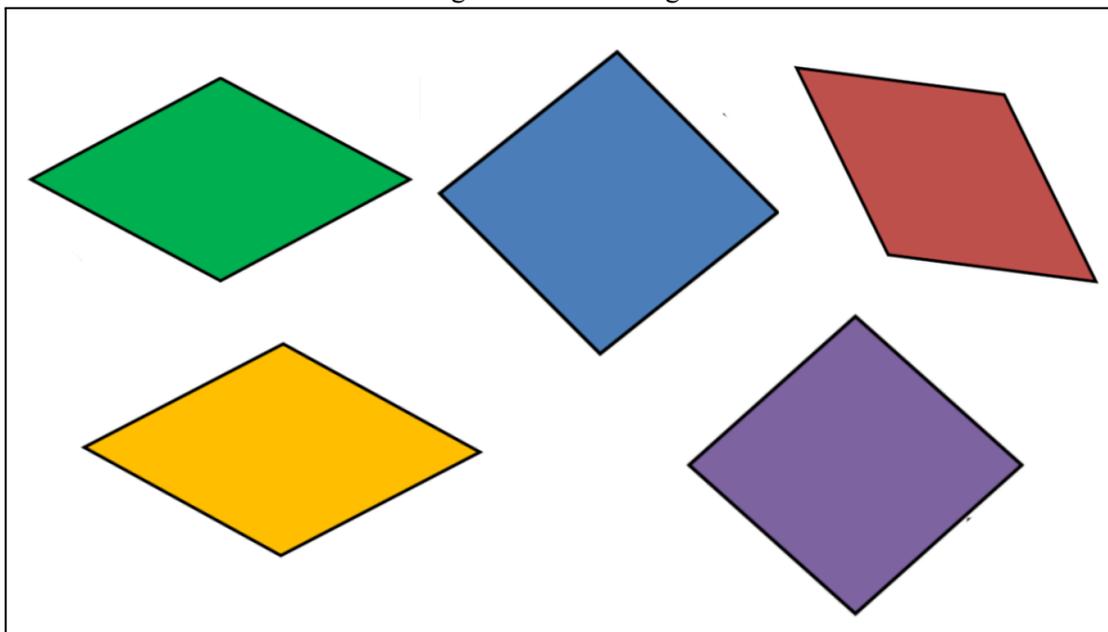
Figura 32 - kit C adaptado: Retângulo



Fonte: Elaboração própria.

Na quarta questão, “kit losango” (Figura 33), o aluno deve posicionar também duas figuras no painel, uma no espaço principal e outra no espaço do paralelogramo, ressaltando a relação de continência entre esses quadriláteros notáveis já que os dois possuem dois pares de lados opostos paralelos.

Figura 33 - kit losango



Fonte: Elaboração própria.

De forma semelhante às questões anteriores, o aluno não vidente analisa o losango adaptado (Figura 34) de forma a concluir que todos os lados possuem a mesma linha encerrada, sendo dessa forma congruentes. Além disso, espera-se que ele relacione o losango com o paralelogramo por possuir dois pares de lados opostos paralelos, podendo fazer esta conferência no ECP.

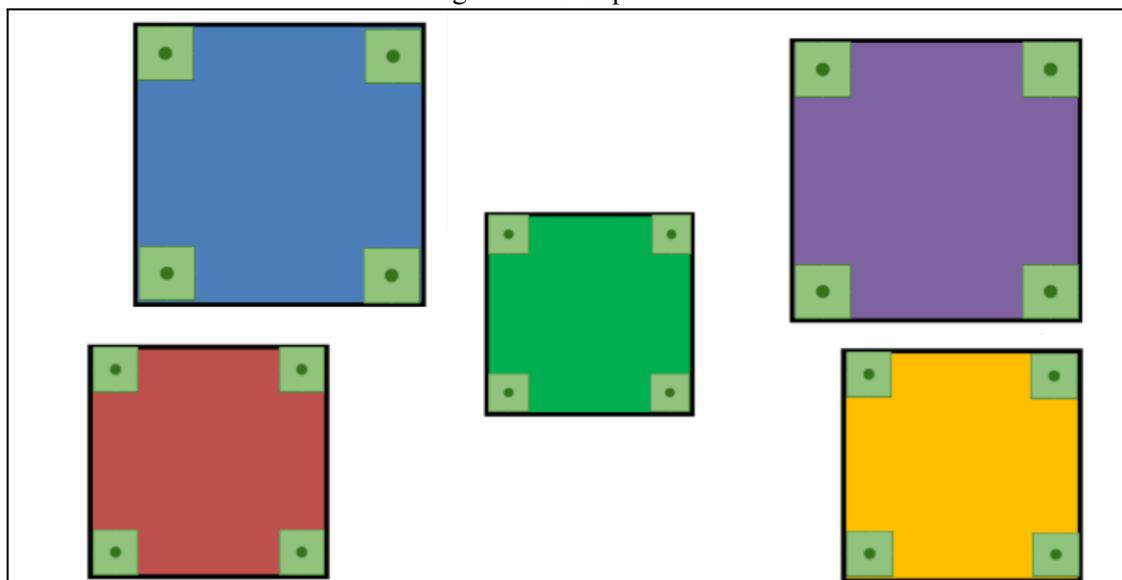
Figura 34 - kit C adaptado: losango



Fonte: Elaboração própria.

Para a última questão, “kit quadrado” (Figura 35), espera-se que o aluno desenvolva em sua resposta o motivo de ter posicionado três figuras no painel, além do espaço principal. A justificativa é baseada no fato de que o quadrado também é um paralelogramo por possuir dois pares de lados opostos paralelos; também qualifica-se como retângulo já que ele possui quatro ângulos retos; e além disso, por possuir quatro lados congruentes ele também classifica-se como losango.

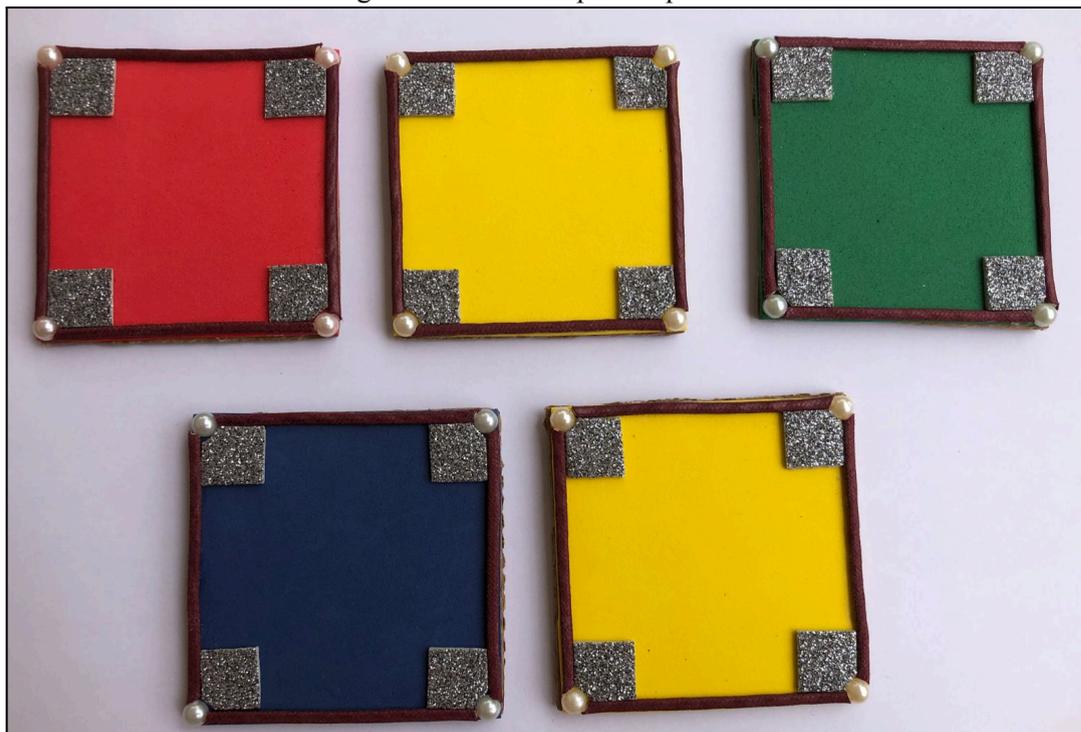
Figura 35 - kit quadrado



Fonte: Elaboração própria.

Para a análise do quadrado, espera-se que ao tatear o material didático manipulável (Figura 36), o aluno não vidente perceba que o quadrado possui ângulos retos como o retângulo, lados congruentes como o losango, dois pares de lados opostos paralelos como o paralelogramo, podendo fazer esta conferência no ECP.

Figura 36 - kit C adaptado: quadrado



Fonte: Elaboração própria.

A apostila C distribuída aos alunos deve ser recolhida para a análise dos dados, comparando as respostas obtidas entre as atividades inicial e final.

3.3 Teste exploratório

O teste exploratório aconteceu no dia 07 de agosto de 2023 com duração de 2 horas. Foi aplicado para sete licenciandos em Matemática que estavam cursando o componente curricular Trabalho de Conclusão de Curso I, II ou III.

O objetivo do teste exploratório consistiu em avaliar a funcionalidade do material manipulável como ferramenta de apoio para a sequência didática, antes da aplicação junto ao público alvo. Além disso, foram examinados elementos como o tempo necessário para a

realização das atividades propostas, clareza da apostila de acordo com o nível almejado e a capacidade das pesquisadoras em conduzir o trabalho de forma clara e objetiva. Nesta seção são apresentadas as considerações a respeito dos três momentos da sequência.

No primeiro momento, os licenciandos foram divididos em duplas. Com o intuito de testar os materiais didáticos manipuláveis elaborados para o aluno não vidente, uma das licenciandas foi vendada (Figura 37).

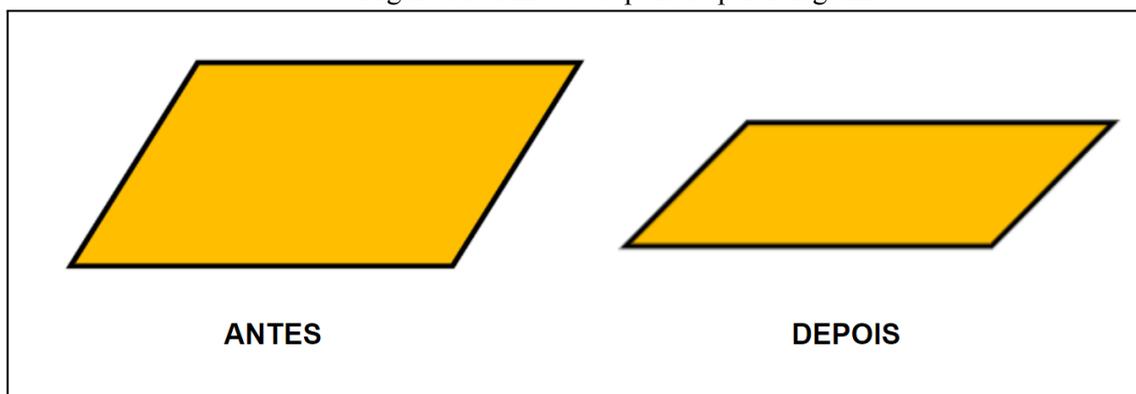
Figura 37 - Licencianda vendada no teste exploratório



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a explicação sobre a funcionalidade da atividade inicial, os participantes começaram a executá-la. Neste momento, foi notado uma dificuldade para diferenciar as figuras que possuem características apenas do paralelogramo das figuras classificadas como losango, alegando que os paralelogramos pareciam também possuir lados congruentes. Dessa forma, para evitar confusões optou-se por modificar a medida dos lados dos paralelogramos (Figura 38), além de disponibilizar uma régua para constatar se os lados eram ou não congruentes.

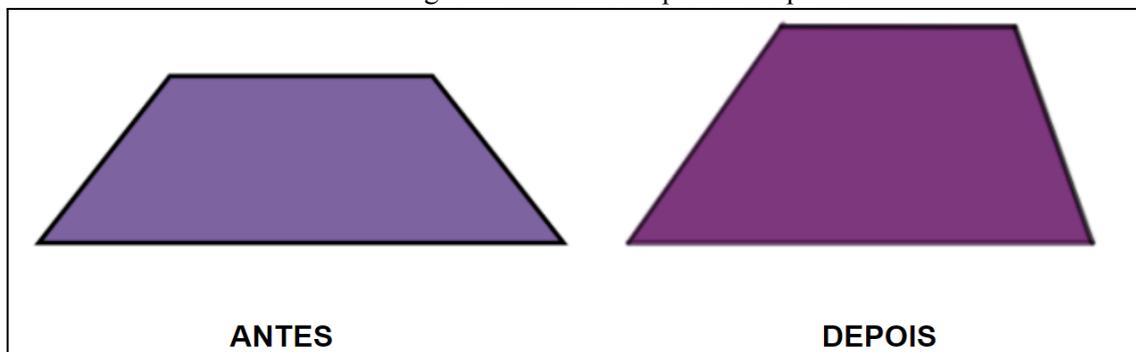
Figura 38 - Antes e depois do paralelogramo



Fonte: Elaboração própria.

Prosseguindo para o segundo momento, durante o desenvolvimento da aula foram relatadas algumas modificações que poderiam ser feitas na apostila. Uma delas foi alterar todos os trapézios para escalenos (Figura 39), para que os alunos não tenham a ideia de que os lados não paralelos sempre serão congruentes, uma vez que não foram especificadas as classificações dos tipos de trapézios.

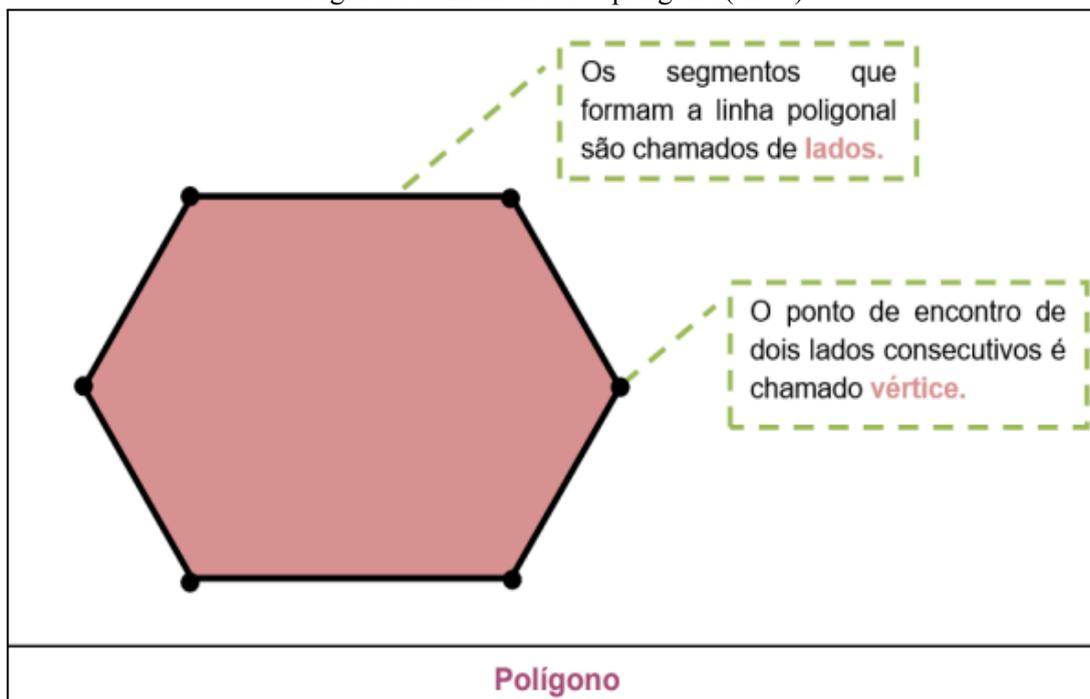
Figura 39 - Antes e depois do trapézio



Fonte: Elaboração própria.

Na apostila ao abordar sobre os polígonos não havia a presença do elemento “ângulo” (Figura 40).

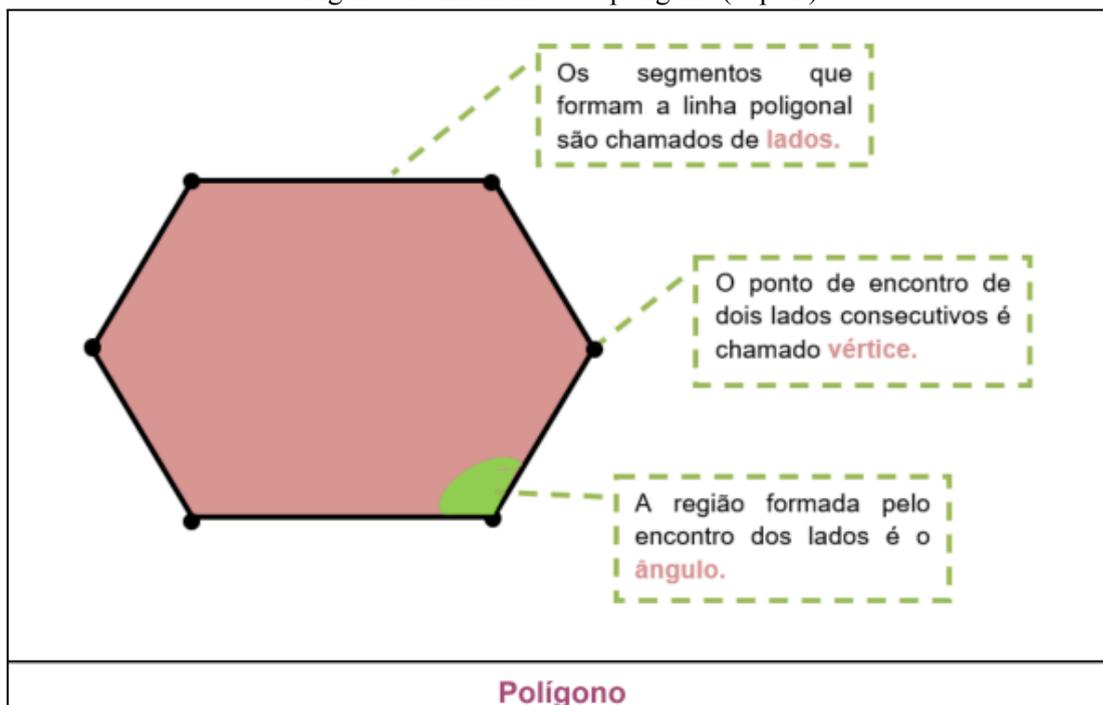
Figura 40 - Elementos do polígono (antes)



Fonte: Elaboração própria.

Outra sugestão foi acrescentá-lo (Figura 41), já que é um elemento necessário para se definir alguns quadriláteros notáveis.

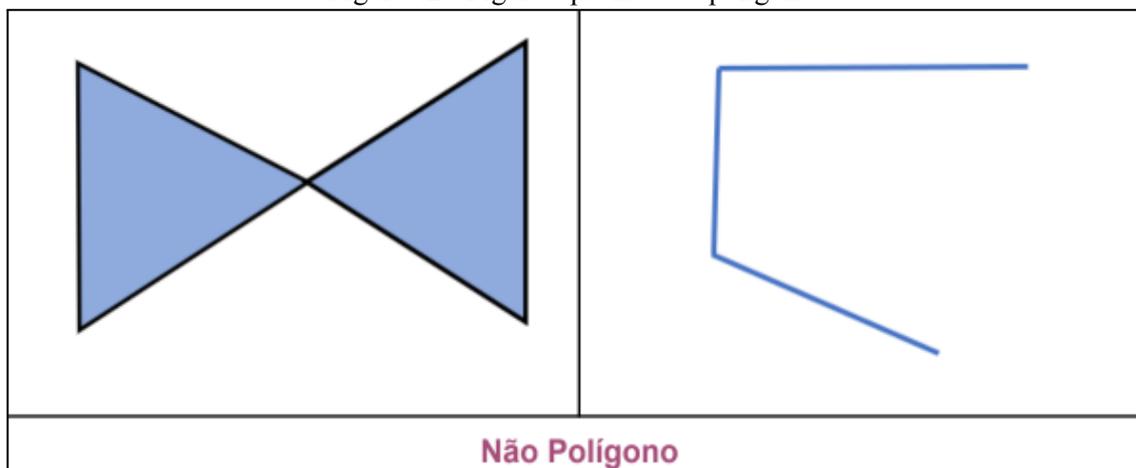
Figura 41 - Elementos do polígono (depois)



Fonte: Elaboração própria.

Como contra exemplo de polígonos foi sugerido que na apostila tivessem figuras que não se encaixam na sua definição (Figura 42).

Figura 42 - Figuras que não são polígonos



Fonte: Elaboração própria.

Um licenciando sugeriu organizar a apostila de maneira que os alunos conseguissem participar mais ativamente da aula, permitindo-lhes a possibilidade de construir o conhecimento em vez de simplesmente ler a definição (Figura 43).

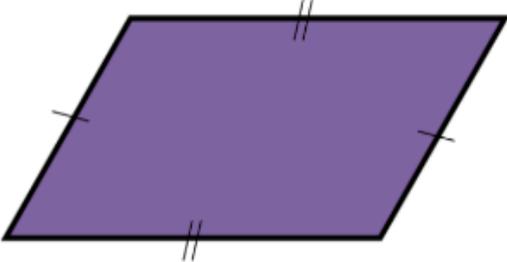
Figura 43 - Definição dos quadriláteros notáveis (antes)

TRAPÉZIO	PARALELOGRAMO
	
Um quadrilátero que possui dois lados paralelos.	Um quadrilátero que possui lados opostos paralelos.

Fonte: Elaboração própria.

Desta forma, organizou-se as propriedades dos quadriláteros de maneira a marcar as que fossem verdadeiras (Figura 44).

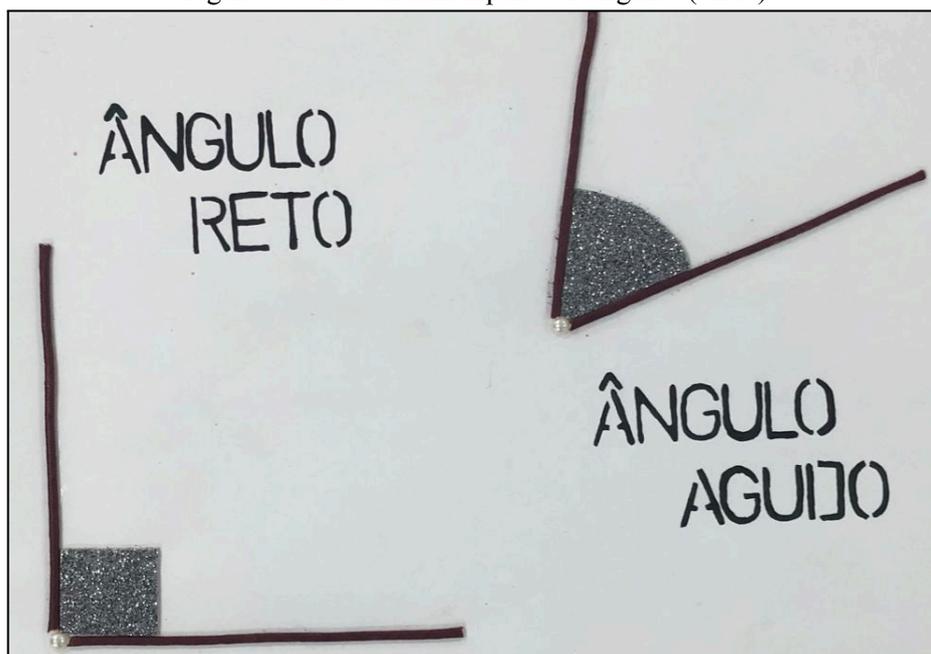
Figura 44 - Definição dos quadriláteros notáveis (depois)

TRAPÉZIO	PARALELOGRAMO
	
<p><input type="checkbox"/> Possui apenas um par de lados paralelos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui dois pares de lados paralelos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui quatro ângulos retos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui lados opostos congruentes (de mesmo tamanho).</p> <p><input type="checkbox"/> Possui todos os lados congruentes (de mesmo tamanho).</p>	<p><input type="checkbox"/> Possui apenas um par de lados paralelos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui dois pares de lados paralelos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui quatro ângulos retos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui lados opostos congruentes (de mesmo tamanho).</p> <p><input type="checkbox"/> Possui todos os lados congruentes (de mesmo tamanho).</p>

Fonte: Elaboração própria.

Ainda no segundo momento, a licenciada vendada fez três considerações em relação ao material didático manipulável utilizado. A primeira foi em relação aos ângulos, já que inicialmente foi pensado em colocar apenas um contraexemplo para ângulo reto e utilizando apenas uma textura para os dois (Figura 45).

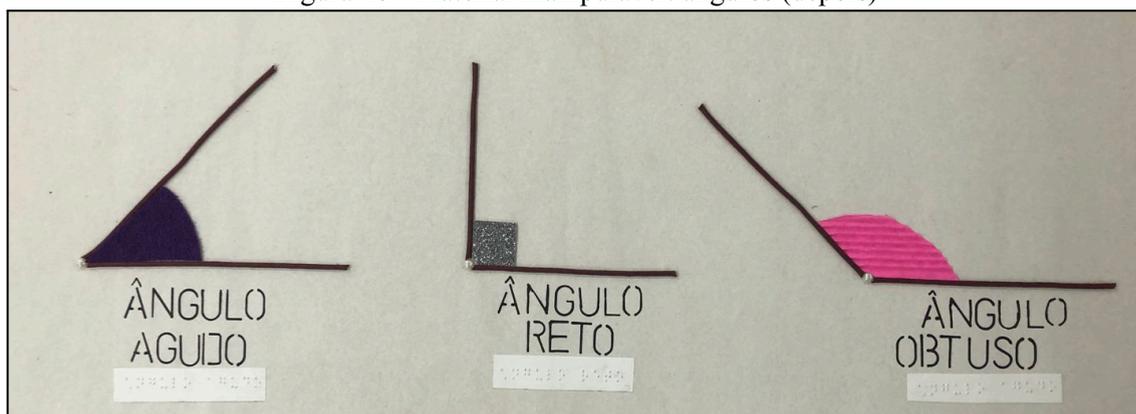
Figura 45 - Material manipulável: ângulos (antes)



Fonte: Elaboração própria.

Sendo assim a sugestão consistiu em acrescentar o ângulo obtuso e colocar texturas distintas para ângulos de classificação diferentes com o objetivo de facilitar a identificação do ângulo reto nas figuras em que ele aparece (Figura 46).

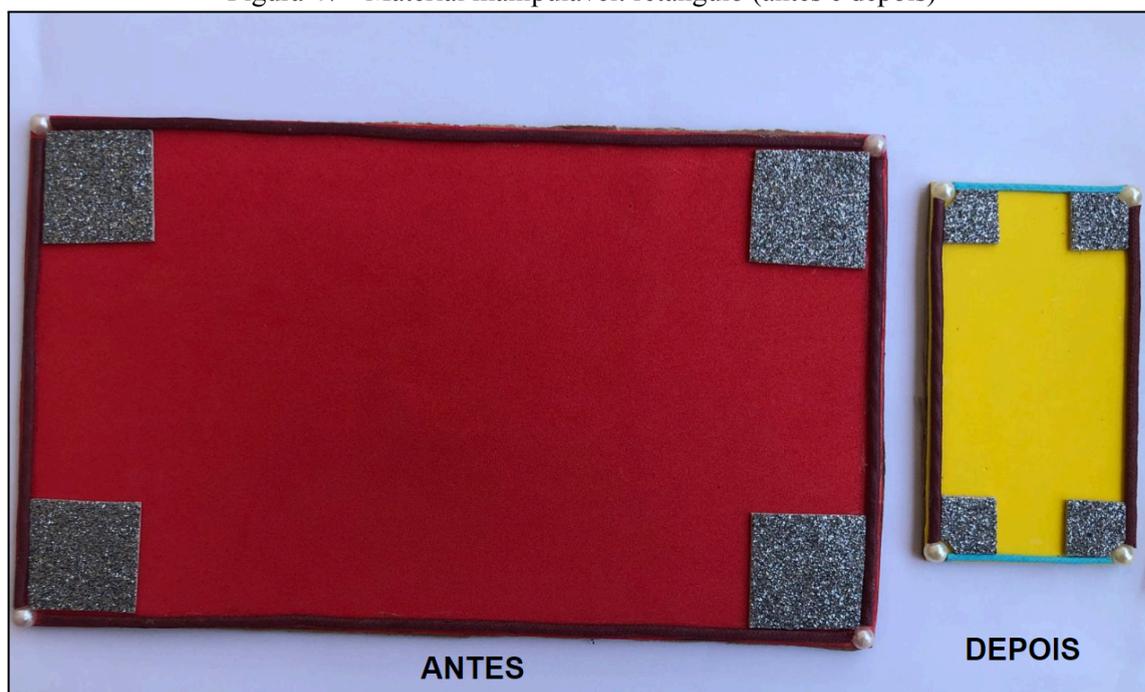
Figura 46 - Material manipulável: ângulos (depois)



Fonte: Elaboração própria.

Outra sugestão resumiu-se em padronizar as figuras para o uso durante toda aula, visto que havia também figuras grandes que não cabiam no equipamento de verificação de lados paralelos (Figura 47). Por consequência disso, as figuras grandes foram reutilizadas para a explicação no quadro branco.

Figura 47 - Material manipulável: retângulo (antes e depois)



Fonte: Elaboração própria.

Além disso, foi aconselhado usar o mesmo material para lados congruentes e materiais de diferentes texturas para lados com medidas diferentes no material manipulável adaptado (Figura 48), pois durante a explicação não ficou clara a identificação nas figuras de quais lados possuíam a mesma medida.

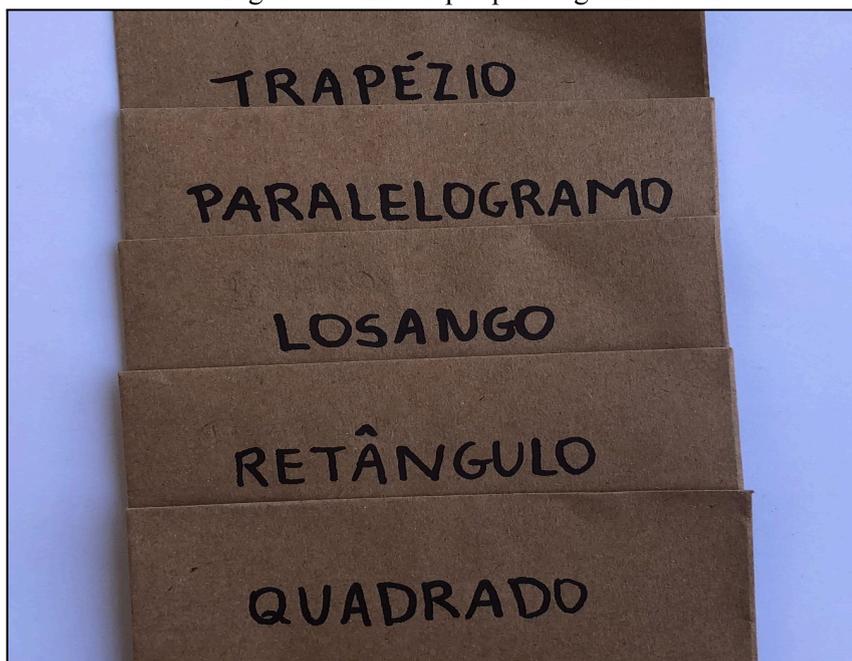
Figura 48 - Material manipulável: retângulo, paralelogramo e trapézio (antes e depois)



Fonte: Elaboração própria.

No terceiro momento, ao ser entregue um kit contendo todos os quadriláteros para serem organizados no painel houve uma confusão por parte dos licenciandos, que ao se depararem com 25 figuras na mão, não conseguiram compreender de fato o que era para ser feito. Desta forma, além de melhorar a forma de ser explicada a atividade final, foi proposto por uma licencianda entregar um kit de cada quadrilátero por vez contendo o nome deles no envelope (Figura 49).

Figura 49 - Envelopes para organizar os kits



Fonte: Elaboração própria.

Com o intuito de encontrar possíveis erros no material manipulável, no dia 05 de setembro de 2023, foi realizado um outro teste exploratório com uma ex-aluna cega do curso de Licenciatura em Geografia do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, campus Campos Centro, que ainda frequenta a instituição por consequência da existência do Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Educacionais Específicas (NAPNEE). O encontro aconteceu neste local.

De início, houve uma conversa onde foi relatado pela ex-aluna que sua cegueira foi adquirida no início da faculdade por conta de uma doença diagnosticada de forma tardia, glaucoma. Outro ponto do diálogo foi informá-la sobre a importância do teste para o desenvolvimento da pesquisa, bem como a importância das observações feitas por ela. Vale ressaltar que, para este teste, as mudanças sugeridas anteriormente foram acatadas e modificadas antes deste dia.

Por conta do pouco tempo disponível da ex-aluna, não foi possível aplicar toda a sequência proposta, por isso o intuito desse momento foi analisar a eficiência da utilização dos materiais no processo de ensino e aprendizagem. O teste foi conduzido da seguinte forma: era entregue o material e elucidado o seu objetivo, a ex-aluna relatava se ele estava adequado ou não. A todo momento ela se manteve disposta a entender a proposta, levando em consideração se o material estava condizente.

O material preparado foi elogiado por ela e sua única sugestão foi em relação à flexibilidade das figuras, visto que, as mesmas não estavam coladas sobre o papelão sendo mais difíceis de tatear seus lados por não estarem rígidos. Foi sugerido então, que todas as figuras fossem coladas no papelão.

Ao final do teste, foi comentado com a ex-aluna sobre o primeiro teste exploratório. Foram citadas algumas sugestões que por questão de conveniência, as pesquisadoras optaram por não acatar de forma imediata por ter a intenção de discuti-las com a ex-aluna não vidente.

Uma dessas sugestões era indicar um vértice maior para facilitar a contagem dos lados, pois a licenciada vendada ficou com dificuldade para identificar a quantidade de lados de cada figura classificada como não quadrilátero, se perdendo em vários momentos. A ex-aluna, por sua vez, relatou que não teve dificuldade neste momento, comentou ainda que a sugestão não iria influenciar na sequência já que o objetivo era apenas identificar quais figuras não faziam parte dos quadriláteros sem precisar nomeá-las de acordo com quantidade de lados que possuem, logo, optou-se por não acatá-la.

Outra sugestão não acatada foi em relação a marcação dos ângulos obtusos e agudos em todas as figuras, assim como as pesquisadoras, a ex-aluna não vidente comentou que estes ângulos poderiam causar confusão e dificultar a percepção do ângulo que realmente é importante para a definição de alguns quadriláteros notáveis, o ângulo reto.

4 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A aplicação da sequência didática foi realizada em uma turma inclusiva que possuía vinte alunos, tendo entre esses: um aluno com síndrome de down, três alunos autistas e um aluno com deficiência visual. A turma conta com o auxílio de duas mediadoras, fato amparado pela Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Brasil, 2015) que defende um sistema educacional inclusivo em todos os níveis e modalidades de ensino.

No dia 20 de outubro de 2023, ocorreu o encontro para realização da sequência didática. Estavam presentes apenas quinze alunos, contando com a presença do aluno não vidente e um aluno autista, ambos participaram com o auxílio de mediadoras distintas. Vale ressaltar que o professor titular da turma não acompanhou a aplicação.

A turma ficou dividida em duplas e trios que foram organizados por eles. Para a escrita da monografia, optou-se por identificar os grupos, por meio das letras: A, B, C, D, E, F e G, além do aluno não vidente. Destaca-se que os grupos: A, B, C, D e E participaram de toda a sequência didática, já o grupo F chegou ao final da atividade inicial e o grupo G saiu no meio da atividade final.

Inicialmente, as licenciandas se apresentaram e conversaram sobre a proposta do trabalho. Em seguida, foi entregue a Apostila A (Apêndice A), o kit A e o kit A adaptado para o aluno não vidente. Foi solicitado que os alunos realizassem as atividades propostas de acordo com os conhecimentos prévios sem que houvesse interferência das licenciandas, registrando suas respostas na apostila.

O primeiro passo era separar as figuras em quadriláteros e não quadriláteros. Nesse momento eles estavam bastante animados, participativos e conversando entre si para conseguirem chegar a uma conclusão. Foi notório que toda a turma conseguiu fazer analogia da palavra “quadriláteros” como algo que teria referência ao quatro. De todos os grupos, quatro não relacionaram isso à quantidade de lados e sim a quantidade de vértices, chamado por eles de “pontas” (Figura 50).

Figura 50 - Resposta apresentada pelo grupo A no passo 1

a) Qual foi o critério utilizado para classificar as figuras como quadriláteros?

Por que elas tem quatro pontas.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Foi possível observar, também, outras respostas onde três grupos conseguiram classificar corretamente os quadriláteros como figuras de quatro lados (Figura 51).

Figura 51 - Resposta apresentada pelo grupo C no passo 1

a) Qual foi o critério utilizado para classificar as figuras como quadriláteros?

*Eu usei a forma de pentágonos, base acima
os quadriláteros. porque tem 4 lados.*

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As respostas do aluno não vidente foram coletadas por meio de diálogos gravados em áudio. Ao ser questionado sobre sua classificação das figuras que eram quadriláteros, respondeu: “Quadriláteros porque tem quatro lados e as outras não”.

Ao iniciar o passo 2, os alunos começaram a levantar muitos questionamentos direcionados as licenciandas por não recordarem das propriedades e definições dos quadriláteros notáveis, mas como era o momento deles responderem de forma autônoma, não foi possível ajudá-los.

Desta forma, em algumas respostas, os grupos começaram a fazer um comparativo dos quadriláteros notáveis com objetos que eles conheciam e se pareciam com as figuras, como no caso do trapézio (Figura 52). Uma justificativa para tal comparação seria a forma como eles aprenderam em anos anteriores, com analogias a elementos que teriam características dos quadriláteros notáveis.

Figura 52 - Resposta apresentada pelo grupo A no passo 2 letra b

b) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do trapézio?

Por que parece uma rampa de skate.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Outra justificativa, muito apresentada, principalmente, para os paralelogramos, foi a descrição de seu formato (Figura 53).

Figura 53 - Resposta apresentada pelo grupo D no passo 2 letra c

c) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do paralelogramo?

Porque parece comprido e aplicado por lado.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em outra questão, foi possível notar nas respostas a tentativa de se estabelecer uma correspondência entre o retângulo e o quadrado (Figura 54).

Figura 54 - Resposta apresentada pelo grupo A no passo 2 letra d

d) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do retângulo?

Por que eles são quadrados longos.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para outros quadriláteros notáveis também houve tentativas de relacionar com o quadrado, como no caso do losango. Além de afirmarem que eram quadrados, fizeram correspondência com elementos do dia a dia (Figura 55).

Figura 55 - Resposta apresentada pelo grupo C no passo 2 letra e

e) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do losango?

quadrado igual um lado

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Embora os alunos não tenham relatado, foi perceptível que o quadrado era o único quadrilátero notável que eles de fato conheciam. Portanto, durante a atividade alguns grupos optaram por posicioná-lo primeiro no painel, além disso, todos posicionaram de forma correta.

Como dito, toda turma identificou o quadrado. Entretanto, não sabiam as propriedades que o definiam, justificando também por meio da comparação com elementos do dia a dia (Figura 56).

Figura 56 - Resposta apresentada pelo grupo E no passo 2 letra f

f) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do quadrado?

um terreno e um quarteiro

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Foi observado também uma resposta próxima à definição (Figura 57).

Figura 57 - Resposta apresentada pelo grupo A no passo 2 letra f

f) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do quadrado?

Por que eles são retos

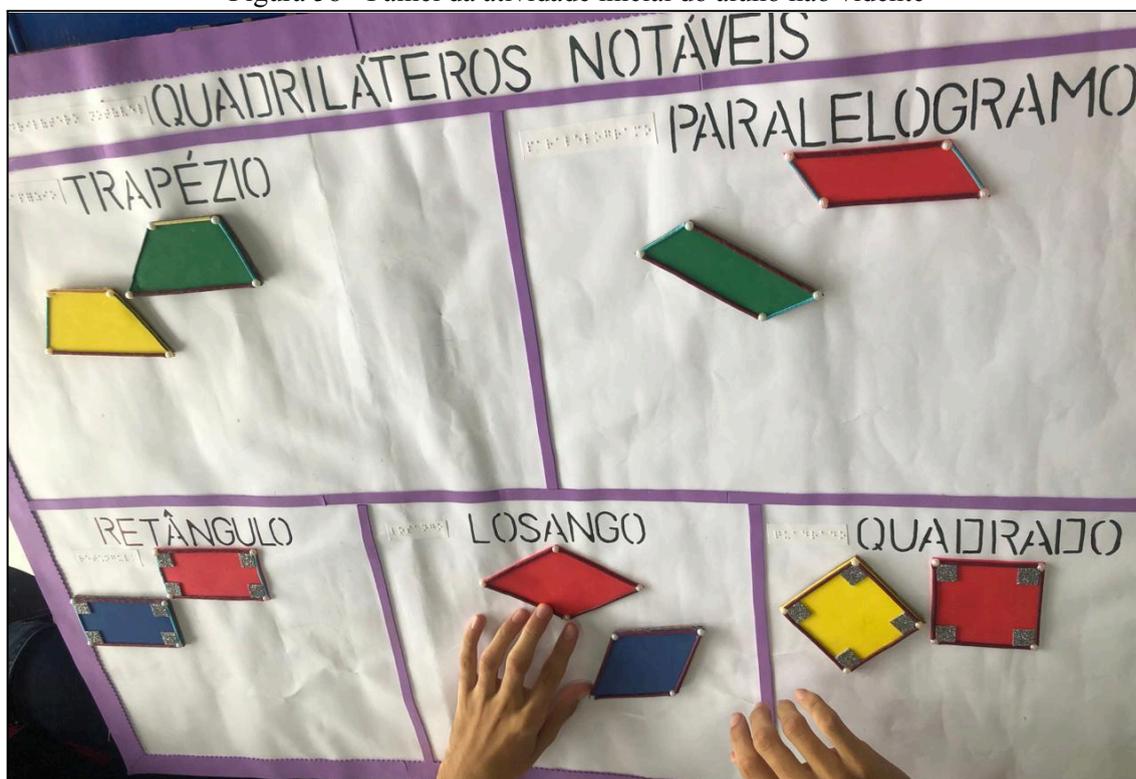
Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno com deficiência visual não soube explicar as características de cada figura, por isso utilizou as figuras coladas no painel para identificar onde posicionaria cada quadrilátero separado anteriormente, sem apresentar nenhuma justificativa.

Acredita-se que muitas das dificuldades enfrentadas por este aluno, advém do fato de suas capacidades, provavelmente, não serem exploradas durante o seu processo de ensino na turma regular. Vygotsky (1997) ressalta a importância de se utilizar estratégias educacionais que sejam direcionadas para este público. Nesta pesquisa, com o suporte do Painel adaptado,

o aluno com deficiência visual conseguiu analisar os elementos de cada figura, posicionando-as nos espaços corretos (Figura 58).

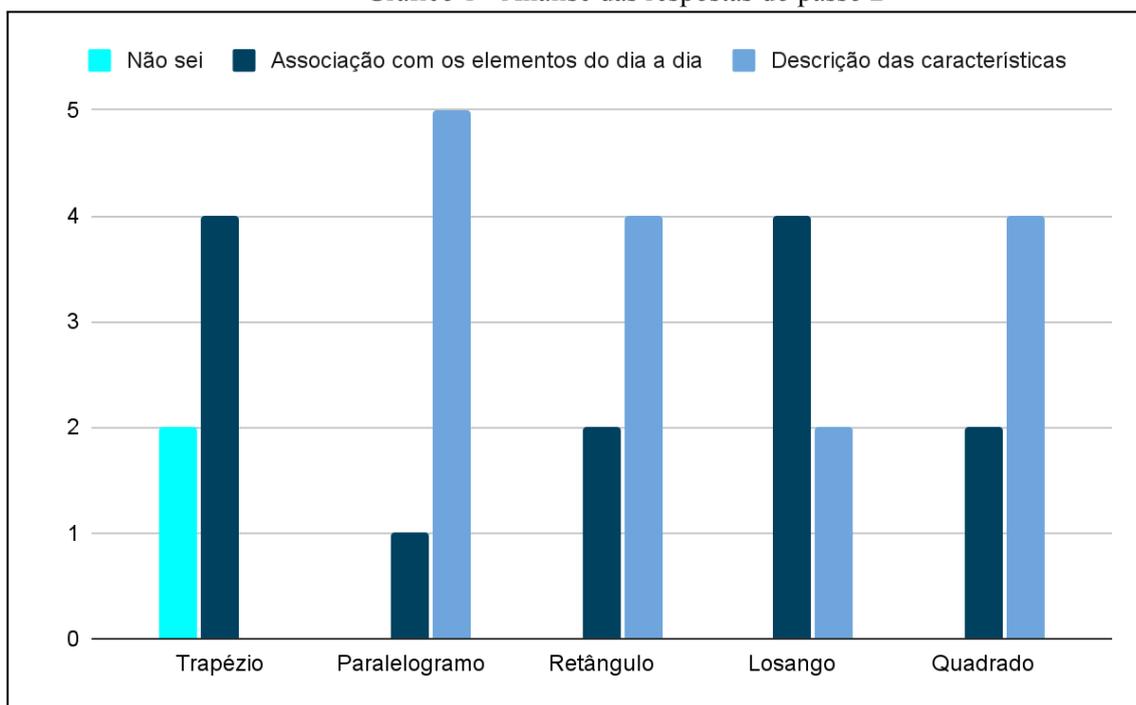
Figura 58 - Pannel da atividade inicial do aluno não vidente



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nota-se com as respostas obtidas na atividade inicial que a maioria alunos da turma encontra-se no primeiro nível do pensamento geométrico de Van Hiele, identificando as figuras apenas por sua forma (Crowley, 1994), visto que, na realização do passo 1 foram capazes de reconhecer os quadriláteros dentre outras figuras que não possuíam quatro lados. Além disso, no passo 2, mesmo que reconhecessem as figuras pelo seu nome e formato não souberam justificar suas propriedades. Em geral, obteve-se três estilos de respostas, conforme apresentado no Gráfico 1.

Gráfico 1 - Análise das respostas do passo 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em relação à distribuição das figuras no painel, os grupos completaram-o dispondo cada figura em seu respectivo quadro sem levar em consideração a relação de continência entre alguns quadriláteros. Em geral, os grupos organizaram o losango de maneira errônea (Tabela 1).

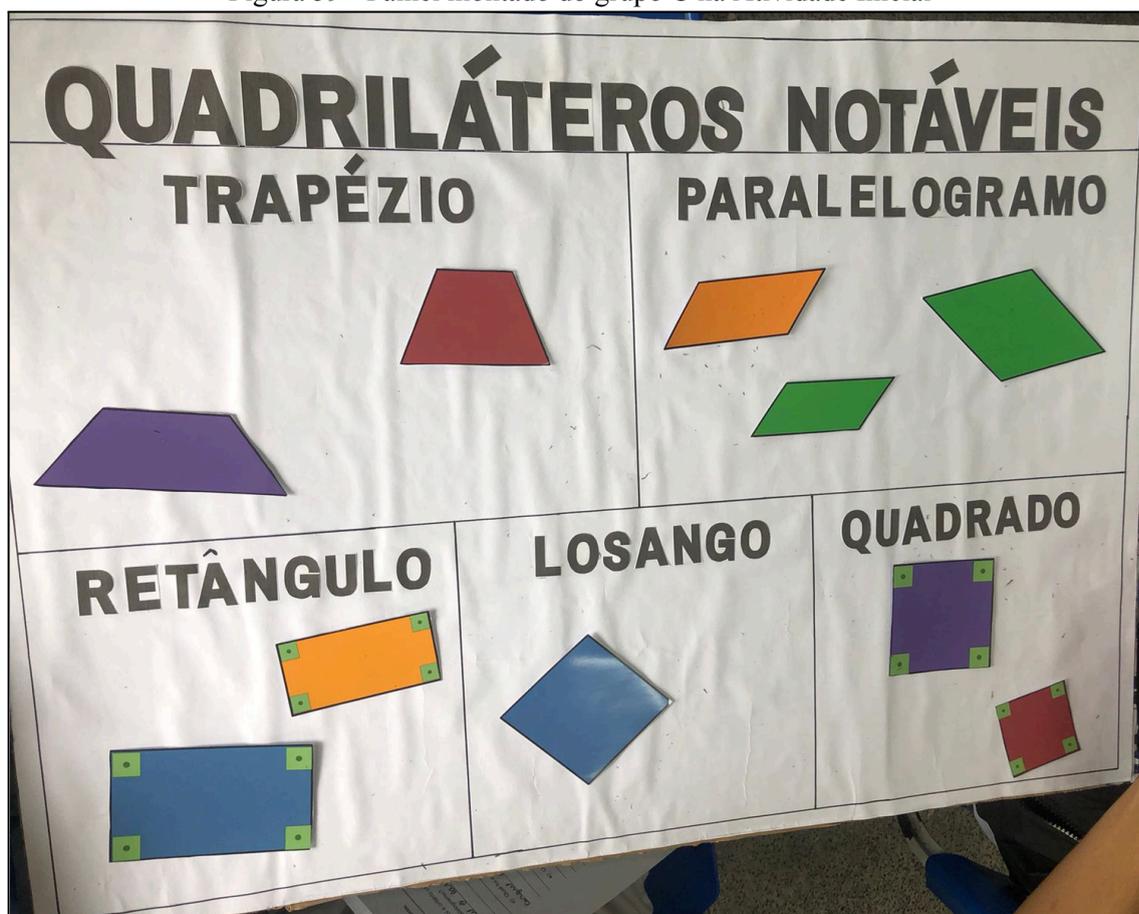
Quadro 3 - Atividade Inicial: Disposição das figuras no painel

As figuras foram arrumadas corretamente nos painéis?					
Classificação	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
Trapézio	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Paralelogramo	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Retângulo	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Losango	Não	Não	Não	Não	Não
Quadrado	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O grupo C posicionou o losango no paralelogramo (Figura 59). Acredita-se que foi percebido algo em comum entre as duas figuras, mas não foi relatado pelos alunos.

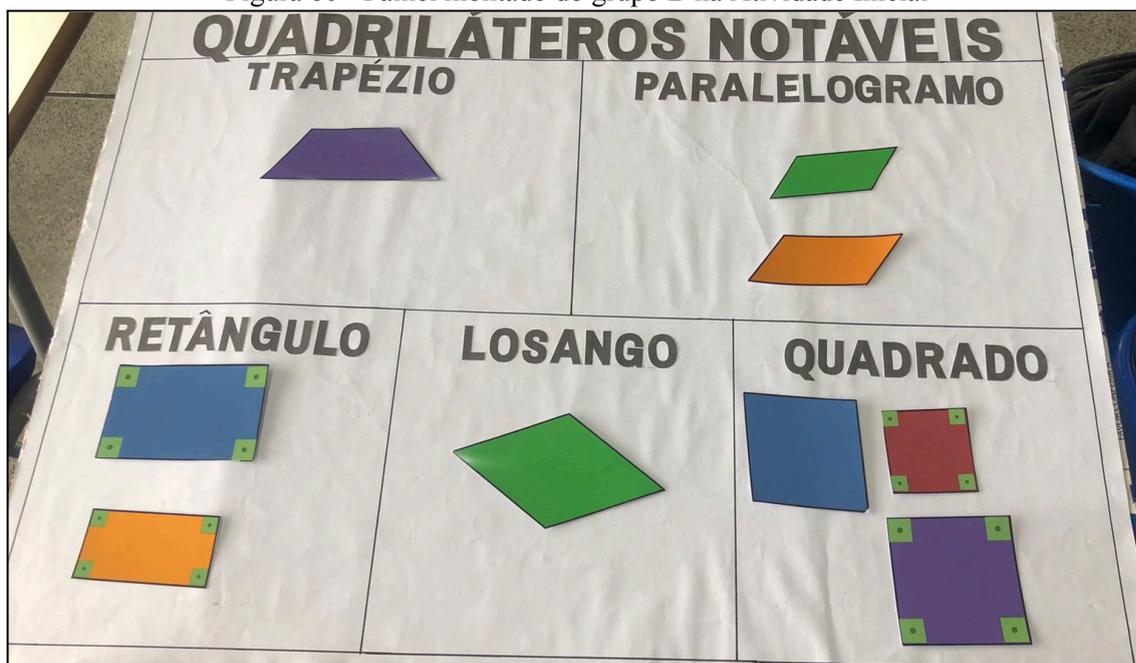
Figura 59 - Painel montado do grupo C na Atividade Inicial



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O erro cometido pelo grupo B foi de posicionar um dos losangos no espaço determinado para os quadrados (Figura 60), tal fato justificado pela propriedade do quadrado possuir os quatro ângulos retos.

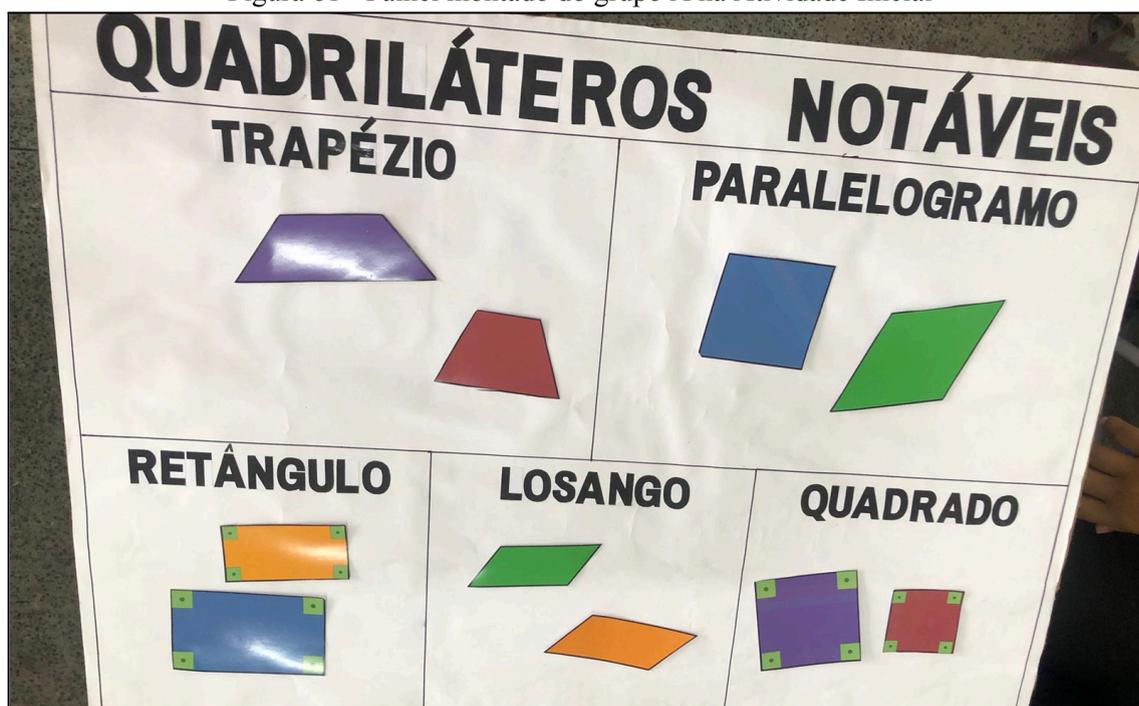
Figura 60 - Painel montado do grupo B na Atividade Inicial



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os grupos A (Figura 61), D e F classificaram os paralelogramos como losangos e os losangos como paralelogramos. O primeiro caso trata-se de um erro, dado que, para um quadrilátero ser classificado como um losango ele precisa apresentar todos os lados congruentes, que não é o caso dos paralelogramos distribuídos nos kits.

Figura 61 - Painel montado do grupo A na Atividade Inicial



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Esta atividade não foi corrigida nem apresentada a forma correta de distribuição das figuras no painel. Após a sua finalização, foi solicitado a entrega da apostila A. Além disso recolheu-se os painéis e os kits entregues para a realização da atividade.

O processo realizado com essa atividade foi o definido por Crowley (1994) como primeira fase do modelo de Van Hiele, compreendido como o momento de reconhecimento dos conhecimentos prévios dos alunos em relação ao conteúdo em questão. Desta forma, percebeu-se o estágio que os alunos se encontravam, possibilitando avançar as fases de forma a atingir o segundo e, posteriormente, o terceiro nível.

Conduzindo a sequência, com a apostila B em mãos os alunos puderam participar da aula. No quadro, foram expostos os exemplos que constam na apostila como meio de facilitar a explicação (Figura 62).

Figura 62 - Explicação da primeira etapa do desenvolvimento da aula



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Inicialmente, foram trabalhados os conceitos considerados pelas pesquisadoras como pré-requisito para o entendimento dos quadriláteros notáveis. Esses conteúdos foram essenciais na garantia do avanço de nível dos estudantes, visto que, como afirma Crowley (1994), Van Hiele estabeleceu em sua segunda propriedade que com a utilização de metodologias adequadas a progressão de nível acontece.

Tais conteúdos prévios foram necessários para que os alunos entendessem as propriedades que os quadriláteros notáveis apresentam. Em virtude disso, iniciou-se a fase da

orientação dirigida, em que foi elaborado um material para que os alunos pudessem compreender as características das figuras (Crowley, 1994).

A primeira definição a ser trabalhada foi a de ângulo reto, apresentando também contraexemplos. Em seguida, os alunos foram questionados se reconheciam algum elemento dentro da sala de aula que tivesse a forma de um ângulo reto. As respostas dadas pelos alunos foram “o chão”, fazendo referência ao encontro dos lados dos pisos; “a janela”, relacionando ao encontro da mesma com a parede.

O aluno não vidente acompanhou a aula com o auxílio do painel de ângulos adaptados. Por meio do tato ele conferiu a amplitude do ângulo de 90° e seus contraexemplos. As pesquisadoras indagaram se era possível perceber as amplitudes diferentes por meio das texturas e o estudante não apresentou dificuldades.

Posteriormente, foi explicitado o conceito de lados paralelos. No quadro da sala de aula, foram feitos os prolongamentos dos lados das figuras por meio de retas, com o intuito de buscar a percepção dos alunos em relação a definição de paralelismo. Desta forma, com a ajuda das pesquisadoras, os alunos identificaram que os lados paralelos vão sempre manter a mesma distância, caso contrário os lados vão se distanciar ou se intersectar.

Após a explicação o aluno com deficiência visual utilizou o ECP para conferência das figuras que possuíam lados paralelos. Foi acordado que ele posicionaria as figuras de modos diferentes e posteriormente deveria relatar se aqueles lados opostos eram ou não paralelos. O uso do material começou com a exploração de um paralelogramo. Com a ajuda das pesquisadoras, o aluno posicionou-o de duas formas diferentes e confirmou o paralelismo dos lados opostos. Houve confusão quando foi entregue o pentágono. O aluno não conseguia encaixar os lados opostos entre a régua, o que realmente não seria possível já que os lados do pentágono não são paralelos, mas encontrou dificuldade para entender a justificativa de lados que não eram paralelos.

Foi apresentado, em seguida, o conceito de polígonos e seus elementos (lados, vértices e ângulos). Nesse momento, os alunos não apresentaram dúvidas e perceberam o equívoco que cometeram ao nomear os vértices como ponta na atividade inicial. Explorando a figura adaptada, o aluno cego identificou os elementos poligonais. Ao deslizar as mãos sobre o hexágono, as pesquisadoras iam relatando o significado de cada elemento, desta forma foi confirmado por ele a inexistência de dúvidas sobre esse conceito.

Outro engano identificado por eles, em relação à atividade inicial, foi na classificação dos quadriláteros. Isso porque, durante a explicação, as pesquisadoras apresentaram a definição de quadrilátero como figura que apresenta quatro lados e alguns grupos fizeram a contagem a partir dos vértices. Embora não seja errado identificar a figura pela quantidade de vértices, já que sempre terá o mesmo número de seus lados, a nomenclatura “láteros” do nome quadriláteros faz referência ao lado.

O aluno não vidente não apresentou dúvidas durante a discussão sobre a definição de quadriláteros. Ele se mostrou atento ao que estava sendo explicado e acompanhou a aula com o auxílio das figuras adaptadas, conseguindo assim, identificar o pentágono (contraexemplo) como não quadrilátero após realizar a contagem dos lados do polígono.

De modo geral, os estudantes se mantiveram atentos e participativos em toda explicação desses conceitos e não apresentaram dúvidas nesse momento.

Partindo para o assunto principal, os quadriláteros notáveis, a aula ficou mais interativa, uma vez que as propriedades de cada figura eram construídas por meio da observação junto aos alunos. Isso pois, na apostila, as propriedades de cada quadrilátero notável, estava organizada com afirmativas que eram questionadas aos alunos se seriam verdadeiras ou não para a figura analisada a cada momento (Figura 63). As afirmativas verdadeiras deveriam ser selecionadas com um X.

Figura 63 - Explicação da segunda etapa do desenvolvimento da aula



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Apresentou-se, inicialmente, as características que os quadriláteros notáveis podem trazer, sendo elas: possuir apenas um par de lados opostos paralelos; possuir dois pares lados opostos paralelos; possuir quatro ângulos retos; possuir lados opostos congruentes; possuir todos os lados congruentes.

Um primeiro questionamento feito pelas pesquisadoras foi acerca do conceito de paralelismo e, prontamente, obteve-se uma resposta assertiva: “uma linha que segue reto e nunca vai se encontrar”. Para a análise dos lados congruentes foi explicado aos alunos sobre a sinalização que algumas figuras possuíam sobre seus lados. Quando ambos os lados apresentavam o mesmo sinal, isso indicava congruência entre eles. Em relação aos ângulos retos, as figuras que incluíam esse ângulo eram representadas pela sua marcação de 90° .

Assim, com as propriedades definidas, introduziu-se a terceira fase do modelo de Van Hiele, em que os alunos puderam expressar suas observações a respeito das características de cada quadrilátero notável com o auxílio das licenciandas (Crowley, 1994).

Iniciou-se, então, a construção das características apresentadas pelo trapézio. No quadro, as pesquisadoras prolongaram os lados de forma a obter uma reta e os alunos notaram o paralelismo em apenas um par de lados. Sucessivamente, alguns alunos perceberam que essa seria a única opção verdadeira, já que o trapézio não possuía nenhum ângulo reto e com o auxílio da régua perceberam que todos os lados possuíam medidas diferentes.

Simultaneamente, o aluno não vidente acompanhou a explicação utilizando o trapézio adaptado no ECP, notando que a figura possuía apenas um par de lados paralelos. Neste momento, ele precisou de auxílio por ainda não ter afinidade com o Equipamento de Conferência de Paralelas, e possuir dúvidas sempre que a figura era inserida em uma posição que não se encaixava no equipamento (por não ter lados opostos paralelos). Com a ajuda das pesquisadoras ele conseguiu identificar a característica do trapézio.

O segundo quadrilátero apresentado foi o paralelogramo. Antes mesmo de fazer o prolongamento dos lados para conferência do paralelismo houve um debate entre os alunos. Havia aqueles que afirmavam a existência de apenas um par de lados paralelos, enquanto outros notavam o paralelismo entre os dois pares de lados opostos. A fim de estabelecer uma resposta, as pesquisadoras prolongaram os lados e com isso foi perceptível que essa figura não apresentaria apenas um par de lados paralelos e sim dois pares. Notaram também que não havia sinalização do ângulo reto, considerando essa afirmação como não verdadeira. Além

disso, por meio do sinal de congruência, os alunos notaram que os lados opostos apresentavam medidas iguais.

Todas as análises do paralelogramo foram feitas pelo aluno com deficiência visual à medida que a explicação avançava. Sendo guiado, ele conseguiu perceber que o paralelogramo possui dois pares de lados opostos paralelos, por meio do ECP. Notou, também, que a figura não tinha nenhuma marcação angular, concluindo que o quadrilátero não possuía nenhum ângulo reto, e conseguiu perceber que os lados opostos eram congruentes pela espessura das linhas.

O quadrilátero notável seguinte foi o retângulo. Por meio da observação da figura na apostila, os alunos notaram a presença de quatro ângulos retos, lados opostos congruentes e paralelos. Desta forma, concluíram que havia duas afirmativas falsas: possuir todos os lados congruentes e possuir apenas um par de lados paralelos.

Com o retângulo em mãos, o aluno cego percebeu imediatamente que a figura possuía ângulos retos e lados opostos congruentes pela espessura das linhas. Percebeu-se que com figuras cujos lados opostos são paralelos, a análise com o uso do ECP se tornava mais fluida para ele, mas ainda assim, com dificuldade. Isso é um fato natural quando é utilizado um instrumento novo, desconhecido pelo aluno com deficiência visual, como afirma Batista (2005) a utilização do material manipulável deve ser frequente, para que o estudante cego se aproprie dos conhecimentos matemáticos.

Em relação ao losango, a primeira característica identificada pela turma foi a congruência entre todos os lados, novamente por causa da sinalização sobre eles. Logo, foi questionado pelas pesquisadoras: “Os lados opostos são congruentes?”, os que responderam, negaram a pergunta. Percebe-se nesse momento que, primeiramente, há uma dificuldade dos alunos em compreenderem a definição de lados opostos, além disso os alunos não conseguiram estabelecer uma relação de continência. Portanto, as pesquisadoras fizeram outro questionamento: “se todos os lados possuem a mesma medida porque os lados opostos não possuem?”, o que fez os alunos pensarem e marcarem como verdadeira a afirmativa que indicava possuir lados opostos congruentes.

Este ocorrido ressalta as dificuldades que os alunos revelam perante a compreensão da relação de continência entre os quadriláteros. Fujita e Jones (2007) afirmam que isto ocorre devido ao obstáculo na compreensão e na análise das propriedades das figuras geométricas, pois muitos alunos encontram adversidade em integrar a imagem ao conceito.

Com o losango em mãos, a primeira propriedade que o aluno cego identificou foi que todos os lados possuíam a mesma medida, pois havia apenas uma espessura e textura de linha nos lados da figura. Novamente, ao inserir o polígono no ECP, disse que a figura se encaixava, mas ao ser perguntado sobre os lados serem paralelos, ele demonstrou ter dúvidas.

Antes de iniciar a explicação sobre o quadrado houve o seguinte questionamento: “o quadrado é tudo professora?”, se referindo a veracidade de todas as afirmativas, o que contém um erro já que o quadrado não é um trapézio por possuir dois pares de lados paralelos. Lembrando que, nesta pesquisa, estamos utilizando a definição de Costa (2016) e considerando trapézios quadriláteros que possuem apenas um par de lados paralelos. Para responder a pergunta foi iniciada a análise com a turma. Algumas características logo foram notadas pelos alunos, como: possuir quatro ângulos retos; possuir todos os lados congruentes e, conseqüentemente, os lados opostos com mesma medida; e o paralelismo entre os lados opostos, em que teve uma afirmação por parte de um aluno: “O quadrado é paralelo total”. Sendo assim, as pesquisadoras negaram o fato de o “quadrado ser tudo”, já que ele não possui apenas um par de lados paralelos e sim dois.

Neste momento, o aluno com deficiência visual, conseguiu imediatamente identificar os ângulos retos no quadrado, bem como todos os lados congruentes. No entanto, como já era esperado, ao ser perguntado sobre o paralelismo dos lados, ele respondeu ainda sem muita certeza que os dois pares de lados da figura eram paralelos.

Com toda essa discussão sobre as propriedades dos quadriláteros, os alunos tiveram condições de avançar para o segundo nível do pensamento geométrico, pois de acordo com Crowley (1994) é o momento em que os estudantes são capazes de identificar e descrever as propriedades básicas das formas.

Vale ressaltar que as fases quatro e cinco do modelo de Van Hiele foram desenvolvidas na Atividade Final, momento reservado para analisar os avanços de nível do pensamento geométrico dos alunos. Isto posto, justificado por Alves e Sampaio (2002, s.p.):

As fases delineadas no modelo de Van Hiele podem ocorrer de forma simultânea e em diversas ordens. Porém, a última fase só deve ser utilizada após o desenvolvimento das anteriores, imprescindíveis para fornecer as estruturas de aprendizagem.

A fim de que os alunos prosseguissem para o último nível pretendido, dedução informal, as licenciandas utilizaram a apostila B que já se encontrava assinalada corretamente de acordo com a linguística (propriedade do modelo de Van Hiele) do nível 1, como meio de os alunos compreenderem as características comuns que algumas figuras apresentam, iniciando novamente a fase da orientação dirigida (Crowley, 1994).

Para finalizar, as pesquisadoras começaram a questionar sobre a relação de continência entre os quadriláteros notáveis. Foi iniciada, então, a análise das seguintes implicações que foram garantidas pelas propriedades:

1. Se um quadrilátero notável possui lados opostos paralelos e congruentes, logo ele pode ser classificado como um paralelogramo, desta forma o retângulo, losango e quadrado também podem ser considerados paralelogramos;
2. Se um quadrilátero notável possui quatro ângulos retos, é classificado como retângulo, em consequência, o quadrado também é um retângulo;
3. Se um quadrilátero notável possui todos os lados congruentes, logo pode ser nomeado como losango, sendo assim, o quadrado é um losango;
4. O trapézio é o único quadrilátero notável que não faz relação de continência com nenhum outro.

Desta forma, as propriedades que no nível 1 foram analisadas por cada figura separadamente com as características comuns implícitas, nesse momento, por meio da análise e observação junto à turma, a relação de continência ficou explícita, como garante a propriedade intrínseca e extrínseca de Van Hiele. Além disso, foi o momento de realização da fase de explicação, pois os alunos puderam expressar suas observações com base nas experiências anteriores (Crowley, 1994).

Com a finalização do desenvolvimento da aula, foi iniciada a atividade final. Nesse momento, a turma se encontrava muito agitada e a todo momento comentava sobre a proximidade da hora do intervalo. Por conta disso, o grupo G preferiu não participar dessa última etapa.

Inicialmente, as pesquisadoras relataram a importância da apostila B para realização da atividade final, pois nela encontram-se as propriedades construídas durante o

desenvolvimento da aula de cada quadrilátero notável, servindo assim como referência de consulta para completar o painel na atividade final.

A atividade final foi iniciada como a fase da orientação livre de Van Hiele, em que o estudante desenvolveu atividades com várias etapas de forma independente (Crowley, 1994).

. Primeiramente eles receberam o painel. Em seguida, foi entregue um kit de cada quadrilátero notável por vez para agrupá-las de acordo com as propriedades corretas. Cada kit continha cinco figuras. Os grupos distribuíram os materiais pelo painel de forma que não fossem utilizadas duas figuras do mesmo kit no mesmo quadro, podendo sobrar figuras. Paralelamente a isso, os alunos iam respondendo às três perguntas presentes na apostila. A primeira consistia em marcar a quantidade de figuras de cada kit utilizadas no painel. A segunda tinha a opção sim ou não e perguntava se eles tinham posicionado o quadrilátero notável da vez em outro quadro que não recebesse o seu nome.

No primeiro momento, os alunos apresentaram bastante dificuldade de entendimento da funcionalidade da atividade final, provavelmente por não realizarem atividades desse tipo nas aulas regulares. Assim, as pesquisadoras foram auxiliando os alunos, sempre os questionando sobre as propriedades que eles haviam construído na apostila.

Uma justificativa para tal dificuldade é que a partir dos anos de 1990, vários recursos didáticos foram introduzidos no ensino da Matemática, principalmente o uso de tecnologias. Assim, sua utilização passou a ser mais frequente, o que pode ter levado os materiais manipuláveis a ficarem em segundo plano (NACARATO, 2004-2005).

O primeiro kit entregue foi o do trapézio. Analisando a apostila todos os grupos conseguiram compreender que este era o único quadrilátero notável que possuía apenas um par de lados paralelos (Figura 64). O aluno não vidente, com ajuda da sua mediadora concluiu o mesmo. Sendo assim, todos os grupos utilizaram apenas um trapézio em todo painel que não foi posicionado em outro quadro além do principal (trapézio).

Figura 64 - Questão 1 respondida pelo grupo B: kit trapézio

1. Kit trapézio:

a) Marque a quantidade de trapézios que você utilizou para posicionar em todas as partes do painel?

1 () 2 () 3 () 4 () 5

b) Você posicionou os trapézios em diferentes quadros, além do quadro principal dos trapézios?

() SIM NÃO

c) Se você marcou "sim" no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos trapézios no painel.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O próximo kit entregue foi do paralelogramo. Neste momento, os alunos começaram a confundir a relação de continência, afirmando que o paralelogramo era um retângulo, losango e quadrado, uma vez que essas três figuras também possuíam dois pares de lados paralelos. Segundo Brunheira e Ponte (2015) o processo de classificar uma figura geométrica consiste em identificar as propriedades comuns e relevantes que a determinam, desta forma percebe-se que os alunos encontraram características semelhantes porém as classificações formais não são imediatas e claras (Brunheira e Ponte, 2015). Portanto, as pesquisadoras entrevistaram e explicaram novamente, esclarecendo que a situação era inversa. O retângulo, losango e quadrado são considerados paralelogramos, pois eles possuem a característica de ter dois lados paralelos, mas também contém outras propriedades que os paralelogramos não tem. Com isso, todos os alunos utilizaram apenas um paralelogramo em todo quadro (Figura 65).

Figura 65 - Questão 2 respondida pelo grupo C: kit paralelogramo

2. Kit paralelogramo:

a) Marque a quantidade de paralelogramo que você utilizou para posicionar em todas as partes do painel?

1 2 3 4 5

b) Você posicionou os paralelogramos em diferentes quadros, além do quadro principal do paralelogramo?

SIM NÃO

c) Se você marcou "sim" no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos paralelogramos no painel.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno não vidente ao receber o paralelogramo identificou por meio das linhas encerradas que os lados opostos possuíam a mesma espessura mas isso não acontecia em todos os lados. As pesquisadoras indagaram sobre a existência do ângulo reto e obteve como resposta “não”. Desta forma posicionou o paralelogramo apenas em sua própria região.

Após a entrega do kit do retângulo, os alunos perceberam que nesse momento era necessário utilizar duas figuras, visto que há propriedades em comum com o paralelogramo. Desta forma, ao dispersar mais de um retângulo sobre o painel, os grupos precisavam justificar o critério utilizado para posicioná-la em outro quadro, do paralelogramo, neste caso. Todos foram assertivos (Figura 66) em suas justificativas, tendo uma variabilidade de escrita. Alguns argumentos empregavam as duas propriedades em comum, lados opostos paralelos e lados opostos congruentes. Outras respostas utilizaram apenas uma dessas propriedades como justificativa.

Nesse sentido, destaca-se que ao utilizar os materiais manipuláveis, possibilitou aos alunos um maior envolvimento na própria aprendizagem, no desenvolvimento das capacidades, bem como na compreensão dos conceitos e das ideias matemáticas (Camacho, 2012).

Figura 66 - Questão 3 respondida pelos grupos A, B e C: kit retângulo

<p>c) Se você marcou "sim" no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos retângulos no painel.</p> <p><i>Por que ele tem os lados opostos paralelos</i></p>
<p>c) Se você marcou "sim" no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos retângulos no painel.</p> <p><i>B retângulo tem o mesmo lados</i> <i>paralelograma</i></p>
<p>c) Se você marcou "sim" no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos retângulos no painel.</p> <p><i>possuem 4 lados. // opostos paralelos e congruentes.</i></p>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao receber este quadrilátero notável (retângulo), o aluno cego relatava o que ele percebia ao tateá-lo. Ele notou a presença de ângulos retos e descreveu a percepção de lados opostos com mesma linha, classificando também como paralelogramo.

O próximo kit entregue foi do losango. Nesse momento os alunos precisavam se recordar da relação de continência e classificar o losango como um quadrilátero que além de apresentar lados com mesma medida, também possuía lados opostos congruentes e paralelos tal como o paralelogramo. Entretanto, apenas um grupo conseguiu justificar corretamente (Figura 66).

Desta forma, ao concluir o painel, o grupo A posicionou um dos losangos de forma errada (Figura 69)

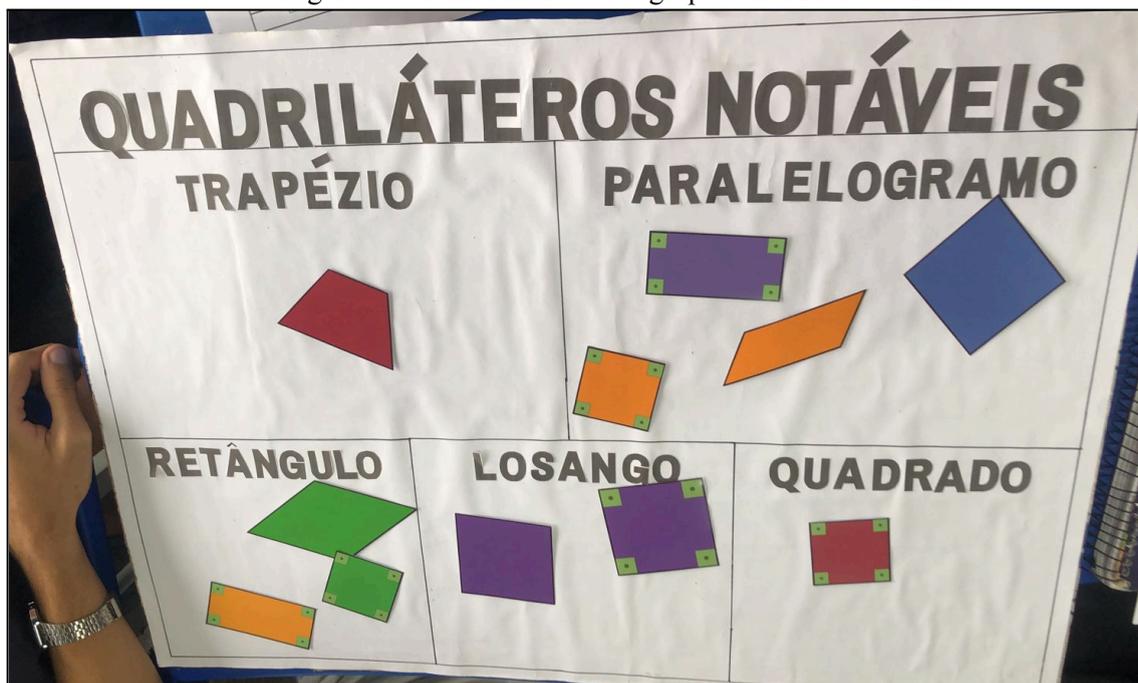
Figura 69 - Painel montado do grupo A na Atividade Final



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O grupo C mencionou na apostila a utilização de duas figuras. Entretanto, seu painel continha três figuras (Figura 70). Julga-se que estes alunos estavam fazendo uma falsa analogia de que os quadriláteros seguintes sempre teriam as mesmas propriedades dos quadriláteros anteriores.

Figura 70 - Painel montado do grupo C na Atividade Final



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno não vidente mencionou a presença do ângulo reto, e percebeu que os quatro lados possuíam a mesma espessura, sendo dessa forma congruentes. Com isso, nota-se que a propriedade de ter lados opostos paralelos não foi bem compreendida e desconsiderada no momento da análise das figuras. Como era um momento de análise pelos alunos, não houve interferência das pesquisadoras. Quando o aluno desconsiderou o losango como um paralelogramo, houve uma conversa explicativa sobre o conceito de paralelismo novamente.

O último kit entregue foi do quadrado. Como relatado anteriormente, foi o único que a maioria da turma não apresentou dificuldade conseguindo dispor quatro figuras, classificando-o também como: paralelogramo, retângulo e losango. Para a justificativa houve uma variedade de escrita, todas de forma correta (Figura 71).

Figura 71 - Questão 5 respondida pelos grupos A, D, E: kit quadrado

c) Se você marcou "sim" no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos quadrados no painel.

Por que o quadrado tem a mesma característica que o retângulo, losângulo e paralelogramo.

c) Se você marcou "sim" no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos quadrados no painel.

Porque é mesmo paralelogramo de retângulo, losango e quadrado

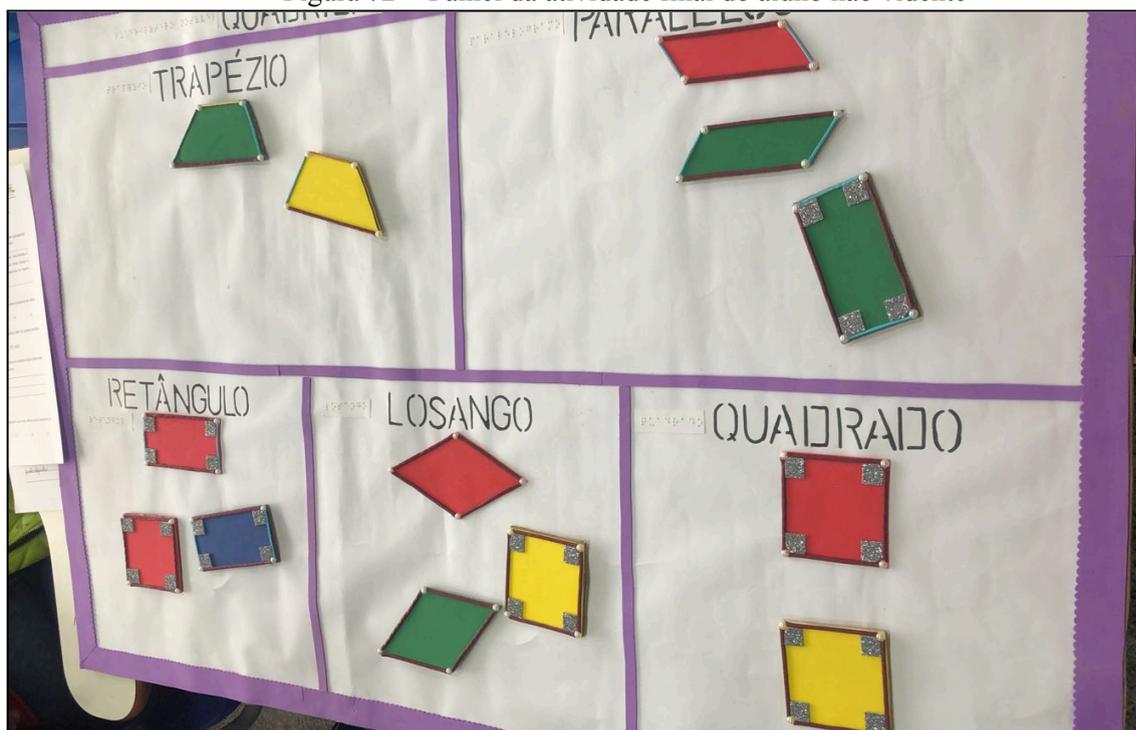
c) Se você marcou "sim" no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos quadrados no painel.

Ele possui todas as características de quadrado

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O aluno com deficiência visual dispôs apenas três quadrados (Figura 72). Novamente não se atentou à propriedade dos lados opostos paralelos. Percebe-se também a desconsideração da propriedade de ter lados opostos congruentes quando a figura trata-se de quadriláteros notáveis que possuem todos os lados com mesma medida.

Figura 72 - Painel da atividade final do aluno não vidente



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Sendo assim, os painéis do grupo B e D (Figura 73) ficaram organizados de maneira correta, considerando todas as relações de continência que existem entre os quadriláteros notáveis.

Figura 73 - Painel montado do grupo D na Atividade Final



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O grupo E mencionou em toda apostila C a utilização de apenas uma figura de cada quadrilátero notável, entretanto nota-se a utilização de dois losangos (Figura 74). O grupo não apresentou justificativa. Isso se deu, pois o grupo não queria permanecer na sala de aula e preferiu sair para o intervalo.

Figura 74 - Painel montado do grupo E na Atividade Final



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao final desta atividade pode-se concluir que a fase da integração do modelo de Van Hiele foi cumprida, já que a maioria dos alunos internalizaram um novo conhecimento (Crowley, 1994).

No decorrer da aplicação foi perceptível a dificuldade dos alunos no processo de construção do pensamento geométrico. Notou-se que a turma teve pouco contato com a Geometria em anos anteriores, considerando que se tratava de uma turma do oitavo ano e os conteúdos abordados nesta aula são tratados no programa curricular dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Apesar disso, percebeu-se uma evolução significativa dos alunos em relação à atividade inicial e atividade final. Foi notório que, em sua maioria, os alunos entenderam as definições das propriedades que compõem os quadriláteros notáveis e a partir disso,

avançaram os níveis de forma progressiva como dita a propriedade sequencial de Van Hiele (Crowley, 1994).

Muitos alunos se mantiveram empolgados com a dinâmica da aula, tal afirmação justificada durante a utilização dos materiais didáticos manipuláveis, pois como afirma Lorenzato (2006), a presença desses materiais é uma maneira divertida que pode despertar o interesse e criatividade dos alunos perante o ensino da Geometria.

Entretanto, o aluno cego apresentou dificuldades ao manusear o ECP. Uma justificativa é a não utilização de materiais acessíveis em suas atividades regulares em sala de aula, ou ainda o impasse com a locomoção da régua que não estava fixa. Ademais, houve a compreensão de todos os outros materiais adaptados, como defende Kaleff, Rosa e Votto (2010), o ensino da Geometria para alunos com deficiência visual, necessita de recursos especializados ou adaptados.

Na atividade final, os grupos B e D justificaram suas disposições das figuras no painel de forma correta, outros grupos erraram em suas classificações quanto ao losango. O grupo A, por exemplo, classificou-o contendo apenas um par de lados paralelos e o grupo C posicionou-o no quadro do retângulo sem apresentar justificativa para tal ação. Contudo, a relação de continência foi entendida por todos, o que promove a evolução para o nível 2 do pensamento geométrico de Van Hiele (Crowley, 1994) mesmo que em fases de aprendizagem diferentes. Vale ressaltar que o grupo F e G não participaram de toda atividade, logo seus resultados não foram analisados.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A motivação do presente trabalho surgiu após a leitura do artigo “Por que não ensinar Geometria?” (Lorenzato, 1995), durante as aulas do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT). Neste artigo, o autor faz o questionamento sobre um quadrado também ser um retângulo. Desta forma, uma das autoras deste trabalho não obteve a resposta esperada após utilizar este exemplo com familiares e amigos. Juntamente a isso, surgiu a vontade de abordar a Educação Inclusiva nesta pesquisa, pois as autoras cursaram a disciplina LEAMAT remotamente, período que a disciplina não teve esta linha de pesquisa.

O tema abordado nas atividades elaboradas foi sobre quadriláteros notáveis e suas propriedades, visto que, a BNCC (Brasil, 2018, p. 303), prevê como habilidade “Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação à lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles”.

A pesquisa utilizou uma metodologia qualitativa do tipo estudo de caso. Visto que, segundo Fernandes (2004), Vygotsky defende que o aluno com deficiência visual, tem a capacidade mental normal e o mesmo desenvolvimento qualitativo dos alunos videntes, apenas em um tempo diferente. Utilizou-se como instrumentos de coleta de dados, o caderno de campo, gravação de áudio e as respostas dos alunos diante das atividades propostas.

Diante desse cenário traçou-se a seguinte questão de pesquisa: De que modo uma sequência didática utilizando materiais didáticos manipuláveis pode contribuir para o ensino dos quadriláteros notáveis em uma turma inclusiva, seguindo o modelo de Van Hiele? Para responder a esta pergunta elaborou-se uma aula dividida em três momentos: Atividade Inicial, desenvolvimento da aula e Atividade final.

O teste exploratório realizado foi essencial para o aprimoramento dos materiais didáticos manipuláveis confeccionados e para identificarmos como a aula poderia ficar mais dinâmica para os alunos.

Sendo assim, a experimentação ocorreu com uma turma inclusiva, com a presença de um aluno com deficiência visual e a sequência didática foi pensada de forma que todos tivessem condições de construir seus conhecimentos com a utilização de materiais didáticos manipuláveis adaptados ou não que buscavam favorecer o ensino e aprendizagem de Geometria.

No dia da aplicação, houve uma surpresa, ao ser mencionado a presença de um aluno com autismo. Embora a sequência didática não tenha sido planejada para esse público, esse fato não o impediu de participar ativamente da aula, foi evidente que, com o auxílio da mediadora, o aluno conseguiu obter êxito em suas respostas nas atividades. Uma justificativa para esse resultado foi a utilização dos materiais manipuláveis, conforme destacado por Kaleff, Rosa e Votto (2010) o uso desses materiais demonstram benefícios para todos os alunos, com ou sem deficiência, nas aulas de matemática.

O planejamento da sequência didática foi elaborado para ter três momentos. O primeiro sendo a atividade inicial, que foi pensada de forma a investigar em que nível de pensamento geométrico o público alvo se encontrava. Após a análise das respostas e observação dos painéis construídos pelos alunos, concluiu-se que eles se encontravam no primeiro nível de pensamento geométrico, segundo o modelo de Van Hiele.

O momento de desenvolvimento da aula foi pensado em duas etapas (A e B). A etapa A, teve a função de revisar conteúdos necessários para o entendimento da segunda etapa da aula. Durante a etapa de revisão, buscou-se definir os quadriláteros com a linguagem adequada, requisitos julgados pelas licenciandas de extrema importância para a completa compreensão dos alunos. Visto que, segundo Van Hiele, deve-se estabelecer uma progressão de nível para que o aluno seja capaz de passar para o próximo nível de pensamento geométrico.

Na etapa B, abordou-se de fato o tema “quadriláteros notáveis e suas propriedades”, pensou-se em uma aula dinâmica em que os alunos pudessem construir o conhecimento juntamente com as licenciandas, por meio de discussão e observação dos elementos de cada quadrilátero notável. Nesta etapa houve muitos questionamentos e livre interação entre os alunos e, também, com as licenciandas e foi possível registrar na apostila B todo o estudo desenvolvido.

Para que fossem capazes de avaliar a evolução dos alunos segundo o modelo de Van Hiele, elaborou-se uma Atividade Final, na qual, foi possível perceber a clara evolução dos alunos quanto às relações de continência dos quadriláteros notáveis, utilizando assim, as propriedades corretamente para classificá-los. Concluímos, com as respostas obtidas, que grande parte da turma conseguiu identificar e classificar cada quadrilátero notável e atingir o nível 2 do pensamento geométrico. Vale salientar que os grupos B e D conseguiram entender, corretamente, a relação de continência entre todos os quadriláteros notáveis.

Dito isto, foi possível cumprir com os objetivos específicos traçados: Desenvolver uma sequência didática sobre quadriláteros notáveis utilizando material didático manipulável inclusivo; Estabelecer uma sequência didática que aproprie o modelo de Van Hiele para o ensino de quadriláteros notáveis a alunos videntes e não videntes; Analisar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos alvo da pesquisa.

Acredita-se com isso que o objetivo geral “Investigar como uma sequência didática utilizando materiais didáticos manipuláveis pode contribuir para o ensino dos quadriláteros notáveis em uma turma inclusiva, seguindo o modelo de Van Hiele” foi alcançado.

Dentre as dificuldades encontradas pelas pesquisadoras está o fato de a turma não ter muitos conhecimentos prévios sobre o assunto, visto que poucos tiveram contato com o conteúdo, mesmo sendo ele destinado ao 6º. ano do Ensino Fundamental. Outro ponto foi a dificuldade enfrentada pelo aluno não vidente de acompanhar alguns momentos da aula no mesmo ritmo dos colegas, visto que ele não estava acostumado a acompanhar as aulas com materiais adaptados, segundo a professora da sala de recursos. O papel da mediadora foi fundamental neste momento, assim como a intervenção das pesquisadoras. Para trabalhos futuros sugere-se que a aplicação ocorra com a utilização de mais tempos de aula.

De forma geral, esta pesquisa foi fundamental para refletirmos como é a realidade dos alunos com deficiência na Educação Básica, bem como, as defasagens de conteúdo encontradas nas turmas regulares em um cenário pós pandêmico. Além disso, este trabalho pôde enriquecer ainda mais as habilidades de pesquisa e escrita das licenciandas.

REFERÊNCIAS

ALVES, George de Souza; SAMPAIO, Fábio Ferrentini. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica.

Relatório Técnico NCE, 2002. Disponível em:

https://pantheon.ufrj.br/bitstream/11422/1959/1/20_02_000613432.pdf. Acesso em: 08 fev. 2024

BATISTA, Cecília Guarnieri. **Formação de conceitos em crianças cegas: questões teóricas e implicações educacionais**. 2005. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/ptp/a/G5wCgJwHtvyT8ts6jpR9cjB/>. Acesso em: 02 abril 2024.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal, 2016. 496 p. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 19 mar. 2023

BRASIL. Lei Nº. 8.069, de 13 de julho de 1990. Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências. **Diário Oficial da União**: Brasília, DF, 1990. p. 115, 2022. Disponível em:

<https://www.gov.br/mdh/pt-br/navegue-por-temas/crianca-e-adolescente/publicacoes/o-estatuto-da-crianca-e-do-adolescente>. Acesso em: 31 mar. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1998.

Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>. Acesso: em 18 mar. 2023.

BRASIL. Resolução CNE/CEB Nº 2, de 11 de setembro de 2001. Institui Diretrizes Nacionais para a Educação Especial Básica. **Diário Oficial da União**: Brasília, DF, p. 39-40. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf>. Acesso em: 9 de out. 2023.

BRASIL. Portaria nº 2.678/2002, de 24 de setembro de 2002. Dispõe sobre Grafia Braille para a Língua Portuguesa. **Diário Oficial da União**: Brasília, DF, 2002. Disponível em:

https://www.udesc.br/arquivos/udesc/documentos/PORTARIA_N_2_678_DE_24_DE_SETEMBRO_DE_2002_15247494267694_7091.pdf. Acesso em: 18 de out. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. LDB 9.394, de 20 de dezembro de 2006. Disponível em:

http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm. Acesso em: 19 mar. 2023.

BRASIL. Decreto nº 7611, de 17 de novembro de 2011. Dispõe sobre a Educação Especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências. **Diário Oficial da União**: Brasília, DF, p. 1-4, 2011. Disponível em:

<http://www.prograd.ufu.br/legislacoes/decreto-no-7611-de-17-de-novembro-de-2011-educacao-especial>. Acesso em: 16 abr. 2023.

BRASIL. Lei 13.146, de 6 de julho de 2015. Dispõe sobre a Inclusão de Pessoas com Deficiência. **Diário oficial da União**: Brasília, DF, 2015. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/113146.htm. Acesso em: 16 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 07 abr. 2023.

BRASIL. Decreto Nº 10.502/2020. Institui a Política Nacional de Educação Especial: Equitativa, Inclusiva e com Aprendizagem ao Longo da Vida. **Diário oficial da União**: Brasília, DF, 2020. Disponível em: <https://abmes.org.br/arquivos/legislacoes/Decreto-10502-2020-09-30.pdf> Acesso em: 9 de out. 2023.

BRUNHEIRA, Lina; PONTE, João Pedro. **A influência das representações na classificação de quadriláteros em futuras professoras e educadoras**. Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática, p. 195-208, 2015. Disponível em: https://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/15901/1/atas_EIEM_2015.pdf. Acesso em: 02 de abril 2024.

CALDEIRA, Maria Filomena Tomaz Henriques Serrano. **A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática**. Tese (Doutorado em Matemática) - Universidade de Málaga, 2009. disponível em: <https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/2240>. Acesso em: 28 abr. 2023.

COELHO, Caroline Pugliero; SOARES, Renata Godinho; ROEHRS, Rafael. Visões Sobre Inclusão Escolar No Contexto De Educação Especial: PCN X BNCC. Revista Educação e Políticas em Debate, Pampa, v. 8, n. 2, p. 158-174, mai./ago. 2019. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Renata-Soares-13/publication/338465358_Visoos_Sobre_Inclusao_Escolar_No_Contexto_De_Educacao_Especial_PCN_X_BNCC/links/5f0e23a645851512999ae964/Visoes-Sobre-Inclusao-Escolar-No-Contexto-De-Educacao-Especial-PCN-X-BNCC.pdf Acesso em: 19 out. 2023.

CORRÊA, Maria Angela Monteiro. **Educação Especial**. 1. ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2004. 213 p.

COSTA, André Pereira da. **Construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental**: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. 2016. 242p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica)- Universidade Federal de Pernambuco, Recife. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/17129>. Acesso em: 29 mar. 2023.

COSTA, André Pereira da. **Construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico**: o caso dos quadriláteros notáveis. 2019. 401p. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica)- Universidade Federal de Pernambuco, Recife. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/33431>. Acesso em: 21 mar. 2023.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, M.M.; SHULTE, A.P. **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, 1994. cap.1, p.1-20.

CUNHA, Anne de Souza. **A construção do Pensamento Geométrico**: visualização e análise dos quadriláteros. 2016. 70 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto. Disponível em:

<https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/3361/1/ASC12072016.pdf>. Acesso em: 28 abr. 2023

DAMASCENO, Linda Nayara; RABELO, Juliany Cândido Ribeiro. Matemática: nos atuais ainda existe um nível alto de rejeição?. In: SESMAT,13., 2019, Mato Grosso do Sul. **Anais [...]**. Mato Grosso do Sul: [s. n.], 2019. p. 313-323. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/8200>. Acesso em: 19 mar. 2023.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana**. Volume 9. 9ª ed. São Paulo: Editora Atual, 2013.

FACCHI, Maria Gabriela. **A importância do uso de materiais manipuláveis no ensino de matemática**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/29222/1/importanciamateriaismanipulaveis.pdf>. Acesso em: 02 abril 2024.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. **Uma análise Vygotskiana da apropriação do conceito da simetria por aprendizes sem acuidade visual**. 2004. 322 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11142>. Acesso em: 18 jan.2024.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Transição entre o intra e interfigural na construção de conhecimento geométrico por alunos cegos. 2007. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 9, n. 1, p. 121-153, 2007. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/24233/1/Fernandes2007Transi%C3%A7%C3%A3o.pdf>. Acesso em: 02 abril 2024.

GABRIEL, Emilio; DRAGO, Rogério. Educação Especial e Educação Inclusiva no Contexto das Políticas Públicas: uma revisão histórica e legal. **Revista Transformar**, Itaperuna, v. 15, n. 2, p. 66-83, 2021. Disponível em: <http://www.fsj.edu.br/transformar/index.php/transformar/article/view/631>. Acesso em: 9 out. 2023.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. 1.ed. Rio Grande do Sul: Editora UFRGS, 2009.

JANUÁRIO, Antônio Jaime. **Desenho geométrico**. 4. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2013.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland; et al. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico- O Modelo de Van Hiele. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.9, n.10, p.21-30, 1994. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10671>. Acesso em: 29 mar. 2023.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland.; ROSA, Fernanda M. C.; VOTTO, Barbara Gomes. Uma aplicação de materiais didáticos no ensino de geometria para deficientes visuais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais Eletrônicos [...]**.São Paulo, 2010. p.1-10. Disponível

em:https://atelierdigitas.net/CDS/ENEM10/artigos/RE/T19_RE433.pdf. Acesso em: 02 abr. 2023.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar geometria?. **A educação matemática em revista, SBEM**. Campinas SP, 1995, v. 4, p. 3-13, 1.o semestre, 1995. Disponível em: http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf Acesso em: 18 mar. 2023.

SOUSA, Carla Susana Guedes Vieira. **GEOMETRIA: Um Estudo Sobre Quadriláteros no 4.º Ano de Escolaridade com Recurso ao Geoplano e ao GeoGebra**. 2015. Tese de Doutorado. Instituto Politécnico do Porto (Portugal). Disponível em: https://recipp.ipp.pt/bitstream/10400.22/7728/2/DM_CarlaSousa_2015.pdf. Acesso em: 02 abril 2024.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MENESES, André Luiz dos Santos. **Investigação do desenvolvimento do pensamento geométrico por meio do uso de um Videojogo por estudantes cegos**. 2017. 251p. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática)- Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Disponível em: <https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/8138>. Acesso em: 21 mar. 2023.

Manual de Fundação das Apaes. Apaes. Disponível em: <https://media.apaebrasil.org.br/Manual-Apae-como-criar-uma-apae.pdf>. Acesso em: 19 mar. 2023

MANTOAN, Maria Teresa Eglér. A Hora da Virada. **Revista da Educação Especial**. Secretaria Nacional de Educação Especial/MEC. Ano 1, n. 1, Distrito Federal: out. 2005. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/revistainclusao2.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2023.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5426578/mod_resource/content/1/Nacarato_eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf. Acesso em: 03 abril 2024.

OLIVEIRA, Mariângela de Castro. **Ressignificando conceitos de geometria plana a partir do estudo de sólidos geométricos**. 2012. 266f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012. Disponível em: http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_OliveiraMC_1.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023

ONU - Organização das Nações Unidas. **Declaração Universal dos Direitos Humanos**. 1948.

ONU - Organização das Nações Unidas. **Declaração dos Direitos das Pessoas Deficientes**. 1975. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/dec_def.pdf. Acesso em: 19 mar. 2023

OSHIMA, Isabel Satico. **O Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEM)**. Programa de Desenvolvimento Educacional, Paraná, p. 1-23, 2008. Disponível em: http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/md_isabel_satico_os_hima.pdf. Acesso em: 28 abr. 2023.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica**. 1989. 201p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas 1989. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/45263>. Acesso em: 18 mar. 2023.

ROGALSKI, Solange Menin. Histórico do surgimento da Educação Especial. **Revista de Educação do IDEAU**, Quatro Irmãos, v. 5, n. 12, p. 1-13, jul. 2010. Disponível em: https://www.caxias.ideau.com.br/wp-content/files_mf/f6c2ec65b238d0bd435622272470b9dd168_1.pdf. Acesso em: 19 mar. 2023

SECUNDINO, Francisco Karyvaldo Magalhães; SANTOS, João Otacílio Libardoni. Educação especial no Brasil: um recorte histórico-bibliográfico. **SciELO Preprints**, Campo Grande, v. 28, n. 62, jan/abr. 2023. Disponível em: <https://preprints.scielo.org/index.php/scielo/preprint/view/5582/10770>. Acesso em: 9 out. 2023.

SILVA, Luciana; CANDIDO, Cláudia Cueva. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal van Hiele**. 2007 Projetolumat-Universidade de São Paulo (USP), Brasil. Disponível em: <https://docplayer.com.br/36699466-Modelo-de-aprendizagem-de-geometria-do-casal-van-hiele.html>. Acesso em: 29 mar. 2023

SILVA, Graciely Franco; DIAS, Marcelo de oliveira. Modelo geométrico de Van Hiele: Estado da arte nos encontros nacionais de educação matemática (ENEM). **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 1, p. 169–188, 2020. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2209>. Acesso em: 10 fev. 2023

SOUZA, Carla Fernandes. **Estudo de quadriláteros, reflexões e rotação no plano, segundo a teoria de Van Hiele: uma experiência com alunos do 9º. ano do ensino fundamental**. 2014. 125p. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Instituto de Ciências Exatas, Seropédica, 2014. Disponível em: <https://tede.ufrj.br/handle/jspui/2846>. Acesso em: 29 mar. 2023.

UNESCO. **Declaração de Salamanca e linha de ação sobre necessidades educativas especiais**. Genebra, 1994. Não paginado. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/salamanca.pdf>. Acesso em: 18 mar. 2023

YIN, Roberto K. **Estudo de Caso: planejamento e métodos**. trad. GRASSI, Daniel - 2.ed. Porto Alegre:Bookman,2001.

VYGOTSKY, Lev Semionovich. **Obras escogidas – Fundamentos de defectologia**. Madri: Visor, 1997. disponível em: https://www.novoipc.org.br/sysfiles/vigotski_obras_completas.pdf. Acesso em: 18 jan. 2024.

VYGOTSKY, Lev Semionovich. A defectologia e o estudo do desenvolvimento e da educação da criança anormal. **Revista Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 37, n. 4, p. 861-870, dez. 2011. disponível em:
<https://www.scielo.br/j/ep/a/x987G8H9nDCcvTYQWfsn4kN/?format=pdf&lang=pt>.
Acesso em: 18 jan. 2024.

APÉNDICES

APÊNDICE A – Apostila A

Aluno(a): _____

Atividade Inicial

Nesta aula, serão exploradas as características e propriedades dos quadriláteros notáveis, conteúdo que supostamente já foi estudado por você. Com o objetivo de relembrá-lo, desenvolva esta tarefa.

Nesta atividade, você receberá um kit contendo várias figuras. Sua missão é seguir as instruções e responder as perguntas com base nas suas escolhas.

Passo 1:

Separe as figuras que são classificadas como quadriláteros das que não são quadriláteros.

a) Qual foi o critério utilizado para classificar as figuras como quadriláteros?

Passo 2:

No painel que você recebeu, organize as figuras consideradas como quadriláteros agrupando os mesmos de acordo com as classificações.

b) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do trapézio?

c) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do paralelogramo?

d) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do retângulo?

e) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do losango?

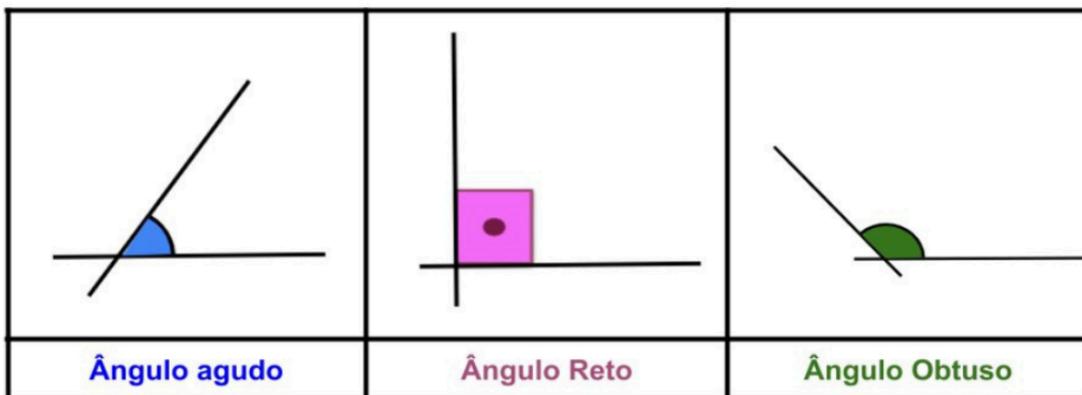
f) Qual foi o critério utilizado para posicionar as figuras no quadro do quadrado?

APÊNDICE B – Apostila B

Aluno(a): _____

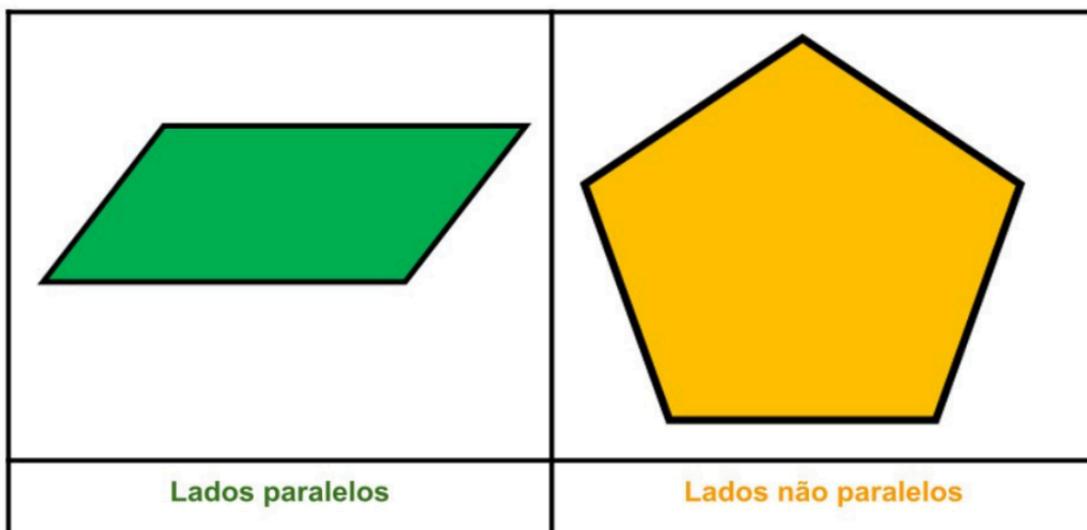
1. Ângulo Reto

O ângulo formado entre os lados, cuja medida é 90° (graus) é denominado ângulo reto.



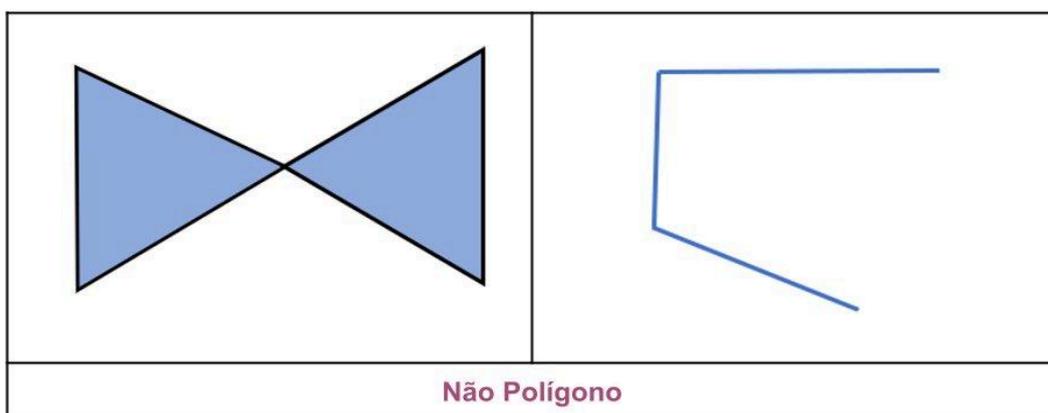
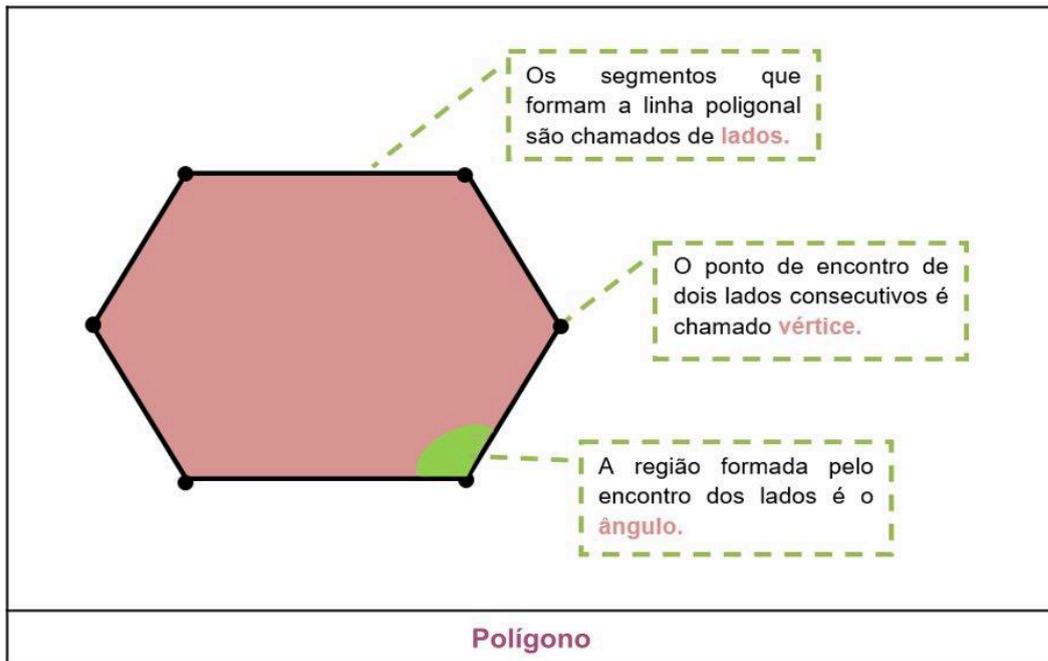
2. Lados Paralelos

Lados paralelos são lados que não se encontram e possuem distância constante.



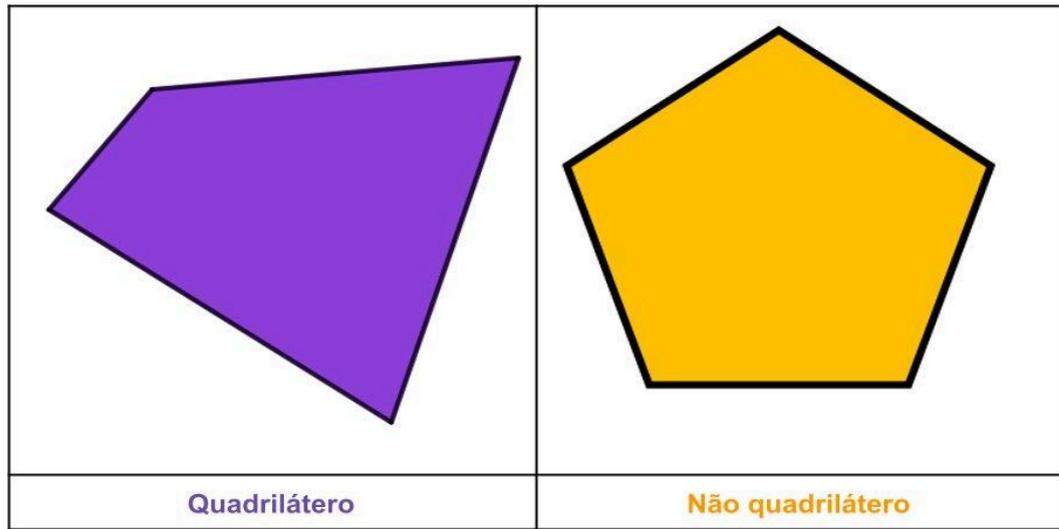
3. Polígonos

Toda linha poligonal fechada simples é denominada polígono.



4. Quadriláteros

Os polígonos que têm quatro lados são chamados quadriláteros.

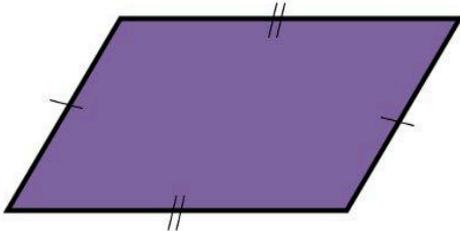


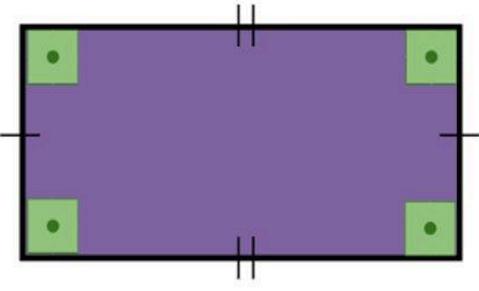
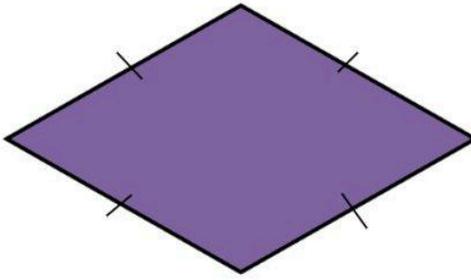
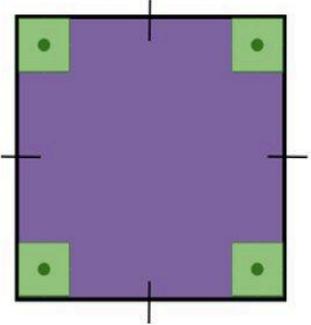
4.1 Quadriláteros Notáveis

Os quadriláteros notáveis podem ser classificados de acordo com vários critérios, sendo eles:

- Possuir apenas um par de lados paralelos;
- Possuir dois pares de lados paralelos;
- Possuir quatro ângulos retos;
- Possuir lados opostos congruentes;
- Possuir todos os lados congruentes.

Observe as figuras abaixo e marque com um “X” as características verdadeiras.

TRAPÉZIO	PARALELOGRAMO
	
<p>() Possui apenas um par de lados paralelos.</p> <p>() Possui dois pares de lados paralelos.</p> <p>() Possui quatro ângulos retos.</p> <p>() Possui lados opostos congruentes (de mesmo tamanho).</p> <p>() Possui todos os lados congruentes (de mesmo tamanho).</p>	<p>() Possui apenas um par de lados paralelos.</p> <p>() Possui dois pares de lados paralelos.</p> <p>() Possui quatro ângulos retos.</p> <p>() Possui lados opostos congruentes (de mesmo tamanho).</p> <p>() Possui todos os lados congruentes (de mesmo tamanho).</p>

RETÂNGULO	LOSANGO
	
<p><input type="checkbox"/> Possui apenas um par de lados paralelos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui dois pares de lados paralelos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui quatro ângulos retos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui lados opostos congruentes (de mesmo tamanho).</p> <p><input type="checkbox"/> Possui todos os lados congruentes (de mesmo tamanho).</p>	<p><input type="checkbox"/> Possui apenas um par de lados paralelos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui dois pares de lados paralelos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui quatro ângulos retos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui lados opostos congruentes (de mesmo tamanho).</p> <p><input type="checkbox"/> Possui todos os lados congruentes (de mesmo tamanho).</p>
QUADRADO	
	
<p><input type="checkbox"/> Possui apenas um par de lados paralelos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui dois pares de lados paralelos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui quatro ângulos retos.</p> <p><input type="checkbox"/> Possui lados opostos congruentes (de mesmo tamanho).</p> <p><input type="checkbox"/> Possui todos os lados congruentes (de mesmo tamanho).</p>	

Referência: DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar:** Geometria Plana. Volume 9. 9ª ed. São Paulo: Editora Atual, 2013.

APÊNDICE C – Apostila C

b) Você posicionou os paralelogramos em diferentes quadros, além do quadro principal do paralelogramo?

SIM

NÃO

c) Se você marcou “sim” no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos paralelogramos no painel.

3. Kit retângulo:

a) Marque a quantidade de retângulo que você utilizou para posicionar em todas as partes do painel?

1

2

3

4

5

b) Você posicionou os retângulos em diferentes quadros, além do quadro principal do retângulo?

SIM

NÃO

c) Se você marcou “sim” no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos retângulos no painel.

4. Kit losango:

a) Marque a quantidade de losango que você utilizou para posicionar em todas as partes do painel?

1

2

3

4

5

b) Você posicionou os losangos em diferentes quadros, além do quadro principal do losango?

SIM

NÃO

c) Se você marcou “sim” no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos losangos no painel.

5. Kit quadrado:

a) Marque a quantidade de quadrado que você utilizou para posicionar em todas as partes do painel?

1

2

3

4

5

b) Você posicionou os quadrados em diferentes quadros, além do quadro principal do quadrado?

SIM

NÃO

c) Se você marcou “sim” no item anterior, explique as características observadas para a sua distribuição dos quadrados no painel.
