MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA INSTITUTO FEDERAL DE

EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ARTHUR SOUZA MANHÃES

RECONHECIMENTO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS POR MEIO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS:
um estudo sobre caracterização

Campos dos Goytacazes/ RJ

Março - 2024

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ARTHUR SOUZA MANHÃES

RECONHECIMENTO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS POR MEIO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS:

um estudo sobre caracterização

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro, como requisito para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Ronaldo Caetano Barboza

Campos dos Goytacazes/RJ

Março - 2024

Biblioteca
CIP - Catalogação na Publicação

M277r

Manhães, Arthur Souza
Reconhecimento de Funções Quadráticas por meio de sequências numéricas: um estudo sobre caracterização / Arthur Souza Manhães - 2024.
90 f.: il. color.

Orientador: Ronaldo Caetano Barboza

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Curso de Licenciatura em Matemática, Anton Dakitsch, RJ, 2024.
Referências: f. 73 a 76.

1. Função Quadrática. 2. Teorema de Caracterização. 3. Lei de formação. 4. Educação Básica. I. Barboza, Ronaldo Caetano, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da Biblioteca do IFF com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
RUA DOUTOR SIQUEIRA, 273, None, PARQUE DOM BOSCO, CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ, CEP 28030130 Fone: (22) 2726-2903, (22) 2726-2906

PARECER 2/2024 - CACNMCC/DAEBPCC/DEBPCC/DGCCENTRO/IFFLU
15 de abril de 2024

Arthur Souza Manhães

RECONHECIMENTO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS POR MEIO DESEQUÊNCIAS NUMÉRICAS:

um estudo sobre caracterização

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 19 de março de 2024

Banca Examinadora:

Ana Paula Rangel de Andrade (Examinadora)

Dra. em Planejamento Regional e Gestão da Cidade – UCAM – RJ

IFFluminense *Campus* Campos Centro

Leandro Sopeletto Carreiro (Examinador)

Mestre em Matemática (PROFMAT) – UENF – RJ

IFFluminense *Campus* Campos Centro

Ronaldo Caetano Barboza (Orientador)

Mestre em Matemática (PROFMAT) – UENF – RJ

IFFluminense *Campus* Campos Centro

Roberta Matta de Araujo (1869401)

COORDENACAO DA AREA DE CIENCIAS DA NATUREZA E MATEMÁTICA

Documento assinado eletronicamente por:

- **Ronaldo Caetano Barboza**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, **COORDENACAO DA AREA DE CIENCIAS DA NATUREZA E MATEMÁTICA**, em 15/04/2024 10:05:05.
- **Ana Paula Rangel de Andrade**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, **COORDENACAO ACADEMICA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA**, em 15/04/2024 11:06:41.
- **Leandro Sopeletto Carreiro**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, **COORDENACAO ACADEMICA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA**, em 15/04/2024 13:02:01.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 15/04/2024. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.iff.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 543595
Código de Autenticação: 4e7f417bb2

RESUMO

A intradisciplinaridade é fundamental para o ensino da Matemática e pode ser melhor aplicada em algumas disciplinas. Ao trabalhar os conteúdos desse componente curricular de maneira segmentada, é criada uma falsa ilusão de que os conteúdos não possuem relações, o que não é verdade em diversos casos. Os efeitos da intradisciplinaridade e da interdisciplinaridade no estudo da Matemática são notáveis e de grande valor na formação acadêmica do aluno e enquanto cidadão. Após uma análise dos livros do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2021, foi constatado que abordam a intradisciplinaridade em diversas funções, porém, isto ocorre na Função Quadrática com menor frequência. Por conta disso, este trabalho tem, como objetivo geral, investigar se os alunos conseguem reconhecer uma Função Quadrática sem a lei de formação. Para isso, foi feita uma pesquisa qualitativa do tipo Estudo de Caso, em que foi elaborado um questionário para verificar se os alunos conseguiriam identificar a Função Quadrática por meio de seu Teorema de Caracterização. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram: i) o questionário e as observações. Participaram da aplicação do questionário alunos da segunda série do Ensino Médio de uma escola particular de Campos dos Goytacazes. Optou-se por este público-alvo pois algumas escolas abordam o conteúdo de Função Quadrática e o de Sequências no fim da segunda série do Ensino Médio. Os resultados mostram que os alunos possuem dificuldade em identificar a Função Quadrática a partir do momento que a lei de formação não está disponível, como em tabelas ou em exemplos contextualizados.

Palavras-chave: Função Quadrática. Lei de formação. Educação Básica. Teorema de Caracterização.

ABSTRACT

Interdisciplinarity is fundamental for the teaching of Mathematics and can be better applied in some subjects. By working on the contents of this curriculum component in a segmented way, a false illusion is created that the contents have no relationship, which is not true in many cases. The effects of intradisciplinarity and interdisciplinarity in the study of Mathematics are remarkable and of great value in the academic formation of the student and as a citizen. After an analysis of the books from the National Textbook Program (PNLD) 2021, it was found that they address intradisciplinarity in various functions, however, this occurs less frequently in the Quadratic Function. Because of this, this work aims, as a general objective, to investigate whether students can recognize a Quadratic Function without the formation rule. For this, a qualitative research of the Case Study type was carried out, in which a questionnaire was developed to verify if the students would be able to identify the Quadratic Function through its Characterization Theorem. The data collection instruments used were: i) the questionnaire and observations. Students from the second year of high school of a private school in Campos dos Goytacazes participated in the questionnaire application. This target audience was chosen because some schools address the content of Quadratic Function and Sequences at the end of the second year of high school. The results show that students have difficulty in identifying the Quadratic Function from the moment the formation rule was not available, as in tables or in contextualized examples.

Keywords: Quadratic Function. Defining Rule. Basic Education. Characterization Theorem.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A caracterização da Função Quadrática está associada à importante habilidade de reconhecimento de padrões matemáticos, que contribui para a capacidade de investigação, formulação de conjecturas e argumentos.

A motivação para escolha desse tema surgiu da observação feita do autor deste presente trabalho durante uma aula particular. Ao realizar uma aula sobre o conteúdo de sequências e conseguir relacionar a Função Afim com a Progressão Aritmética e a Função Exponencial com a Progressão Geométrica, o aluno então questionou que estudava também a Função Quadrática e que a achava muito “abstrata”. Diante disso, foi resolvido relacionar a Progressão Aritmética de segunda ordem com a Função Quadrática e mostrar exemplos dessa na Física.

Em algumas situações, observar o padrão não apenas auxilia nas questões sobre Função Quadrática, como também faz com que o aluno entenda problemas com uma compreensão viva da Matemática (Frobisher; Frobisher; Orton; Orton, 2007).

De acordo com Marinho (2014), os alunos possuem dificuldades ao identificar e construir funções quadráticas a partir da forma algébrica. Diante dessa realidade, a abordagem intradisciplinar emerge como uma estratégia eficaz para lidar com essa dificuldade.

Mesmo com isso, Santos (2020) observou que os conteúdos Função Quadrática e Progressão Aritmética não são relacionados nas aulas de Matemática do Ensino Médio, como proposto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018).

A Matemática preferencialmente deve ser trabalhada de maneira conjunta e não de forma segmentada, pois apenas assim que será possível que o aluno tenha o pleno entendimento dos conteúdos, como aponta Lorenzato (2010). A intradisciplinaridade pode ser feita com diversos conteúdos da Matemática, como por exemplo, entre a Função Quadrática e a Progressão Aritmética.

Esta relação entre os conteúdos, facilita para as contextualizações e para a interdisciplinaridade com as Ciências da Natureza, como por exemplo, a Física, como aponta Kleemann (2018).

Além de formar alunos, cabe ao professor e à escola formar pessoas aptas a entender e resolver problemas do cotidiano. Parte dessas habilidades surgem da competência específica ditada pela BNCC (Brasil, 2018), que sugere que a escola forneça ao aluno a capacidade de:

> Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou

> não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (Brasil, 2018, p. 540).

Destaca-se, também, que os alunos devem ser capazes de construir modelos de Função Quadrática em diversos contextos, além dos que são apresentados com a lei de formação, como é exigido pela BNCC (Brasil, 2018) em uma de suas habilidades: “Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1.º ou 2.º graus, para resolver problemas em contextos diversos” (Brasil, 2018, p. 536).

Com o objetivo de verificar de qual modo a Função Quadrática é desenvolvida nos materiais escolares, serão analisados todos os livros didáticos do PNLD 2021, tanto o conteúdo de Função Quadrática, quanto a possível intradisciplinaridade deste conteúdo com a Progressão Aritmética de segunda ordem.

Diante do que foi exposto, a seguinte questão de pesquisa foi formulada: Os alunos conseguem identificar uma Função Quadrática sem a lei de formação, por meio de sequências numéricas?

Para responder à questão de pesquisa, foi elaborado o seguinte objetivo geral: investigar se os alunos conseguem reconhecer uma Função Quadrática sem a lei de formação, por meio de sequências numéricas.

Para alcançar esse objetivo, traçaram-se os seguintes objetivos específicos:

- Identificar as dificuldades dos alunos participantes no reconhecimento de uma Função Quadrática;
- Identificar se os alunos conseguem resolver problemas contextualizados acerca de Função Quadrática sem o uso da lei de formação;
- Verificar se os alunos conseguem relacionar a Função Quadrática com a Progressão Aritmética de segunda ordem.

Este trabalho está estruturado em quatro capítulos, incluindo a Introdução. O segundo capítulo refere-se ao Referencial Teórico e está dividido em cinco partes: O ensino de Função Quadrática na Educação Básica, A importância dos padrões matemáticos na Educação Básica, O Teorema de Caracterização, a Análise dos livros do PNLD e os Trabalhos Relacionados. O terceiro capítulo refere-se aos Procedimentos Metodológicos, abordando a metodologia de pesquisa, público-alvo, instrumentos de coleta de dados e etapas que foram desenvolvidas nesta monografia. No último capítulo, apresentam-se os resultados obtidos bem como sua análise.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo serão apresentados os aportes teóricos que prestarão apoio aos estudos realizados na pesquisa. Este capítulo está dividido em cinco seções: (i) O ensino de Função Quadrática na Educação Básica; (ii) A importância das Sequências na Matemática; (iii) O Teorema de Caracterização, (iv) Análise dos livros do PNLD e (v) Trabalhos relacionados.

2.1 O ensino de Função Quadrática na Educação Básica

Quando se tem de recorrer à BNCC (Brasil, 2018) para analisar como deveria ser feito o ensino da função, é visto que os alunos devem ser capazes de "construir modelos empregando as funções polinomiais de 1.º e 2.º grau para resolver problemas em contextos diversos" (Brasil, 2018, p. 536).

Em seu trabalho, Chaves (2016) concluiu que os livros didáticos trabalham massivamente os vértices e a lei de formação da Função Quadrática, que são, de fato, pontos relevantes no estudo de Função Quadrática, mas não podem ser os únicos, visto que, em um contexto distinto, a lei de formação pode não estar evidente, dificultando assim a contextualização para o aluno.

Assim como Chaves, Santos (2017) percebeu, em seu trabalho, que os alunos não apresentaram dificuldades na identificação da Função Quadrática quando contava com lei de formação, mas, ao não fornecer a lei, percebeu que os alunos apresentavam gigantesca dificuldade.

Segundo Vygotsky (1998), o aprendizado ocorre com uma relação direta do sujeito com o meio no qual vive, não sendo possível existir essa separação. O mesmo ocorre com a Matemática; o aluno deve ser capaz de relacionar o conteúdo estudado com a realidade em que está inserido.

A BNCC (Brasil, 2018), em sua primeira competência específica da área de Matemática, sugere que os alunos devem ser capazes de:

> Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral (Brasil, 2018, p. 532).

Um grande problema que pode ser observado no conteúdo de Função Quadrática é a falta de repertório dos alunos ao encarar um problema que utilize este conteúdo. Soares, Silva, Delespote e Gualand,(2021) aponta que:

> Representar um objeto matemático através de mais de um registro, favorece a compreensão do conteúdo matemático em questão. Entende-se que, quanto mais formas de registro de determinado problema, mais discussões acerca da significação do conteúdo serão estabelecidas (Soares; Silva; Delespote; Gualand, 2021, p. 137).

Em seu livro *"A Matemática do Ensino Médio"*, Carvalho, Lima, Wagner e Morgado (2005) introduzem o conteúdo de Função Quadrática com definições, mostrando problemas antigos relacionando a função com a sua origem histórica de soma e produto e então começa a utilizar os métodos "tradicionais", reforçando a ideia do aumento do repertório e da contextualização necessária para o entendimento do aluno.

O mesmo ocorreu no livro *"Matemática - Volume único"*, de Degenszajn, Dolce, Périgo e Iezzi (2007), no qual o conteúdo de Função Quadrática é iniciado com uma história e uma contextualização do assunto, fazendo com que o aluno veja a sua aplicabilidade na sociedade.

Portanto, é possível perceber que o ensino da Função Quadrática pode ser abordado de maneiras diversas, porém, ainda persiste uma lacuna no repertório dos alunos para a resolução de problemas associados a esse tema. Visando aprimorar a contextualização e a compreensão desse conteúdo, é de suma importância considerar uma abordagem intradisciplinar, integrando-o ao estudo de Sequências.

2.2 A importância dos padrões matemáticos na Educação Básica

A Matemática, que, para muitos, é informalmente chamada de "A ciência dos padrões", estuda um ramo muito importante dos padrões que são as Sequências. Usamos o termo padrão em Matemática quando pretendemos procurar ordem ou uma estrutura e por isso temos a regularidade (Frobisher; Frobisher; Orton; Orton, 2007).

Com essa base gerada pelos padrões, são sustentadas diversas maravilhas matemáticas, como as funções. Segundo Vale (2012):

> A partir do momento que o aluno reconhece a existência de uma estrutura simples, com um padrão identificável, ele entende o modo como os números são construídos e como podem continuar, ou seja, o entendimento de um padrão pode te auxiliar a entender o mecanismo utilizado nos problemas, facilitando o entendimento deste (Vale, 2012, p. 186).

"Para entender os problemas matemáticos, incluindo os problemas de função, temos que entender padrões" afirma o Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) (2000). Na seção anterior, é falado sobre o ensino de Função Quadrática na Educação Básica e, em nenhum momento, nos livros analisados, é recomendado o ensino deste conteúdo com o uso de padrões, o que leva a entender que a prática não é amplamente utilizada em nossas escolas.

Os padrões são amplamente relacionados com o conteúdo de sequências. Seja uma Progressão Aritmética, Geométrica, a sequência de Fibonacci ou qualquer outra vista em sala de aula, a partir do momento que o aluno descobre a razão e entende o padrão de crescimento, ele consegue identificar qualquer termo da sequência (Stacey, 1989).

Em seu trabalho, Theodorovski (2014) analisou que os livros didáticos, após o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), estão trabalhando mais a generalização de padrões de crescimento, mas ainda são poucas as atividades realizadas, portanto concluiu que cabe ao professor utilizar outros materiais, mas é indispensável o uso dos padrões para a resolução de problemas. A análise abarcou até mesmo atividades da Olímpiada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), revelando que uma questão envolvendo padrões matemáticos exigia a resolução de uma equação do segundo grau. Esta intradisciplinaridade, que se destacou como fundamental, não foi encontrado nos livros didáticos analisados.

A BNCC (Brasil, 2018) sugere o uso de padrões para cumprimento de diversas habilidades, como por exemplo a:

> Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$ (Brasil, 2018, p. 541).

Com isso, é possível perceber que os padrões matemáticos são de suma importância para o aprendizado e que auxiliam na aprendizagem, no entanto, de acordo com Theodorovski (2014) estes não aparentam estar sendo relacionados com o conteúdo de Função Quadrática, mesmo com a sugestão da BNCC (Brasil, 2018). Para verificar se esta relação é realizada nos livros didáticos, serão analisados todos os livros didáticos do PNLD 2021.

2.3 O Teorema de Caracterização da Função Quadrática

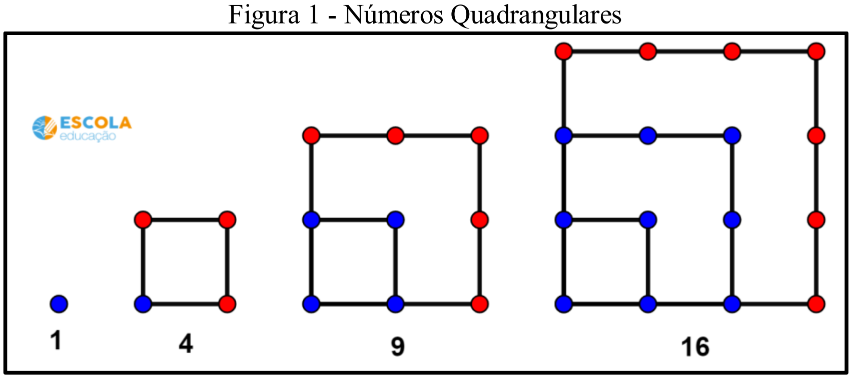
Para que sejam desenvolvidas as habilidades e competências sugeridas pela BNCC (Brasil, 2018) e o aluno consiga identificar tais padrões em tabelas, é recomendado o uso do Teorema de Caracterização da Função Quadrática, que é definido como "A fim de que a função contínua $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ seja quadrática, é necessário e suficiente que uma progressão aritmética não constante seja transformada por f em uma progressão aritmética de segunda ordem não-degenerada[1]" (Carvalho; Lima; Wagner; Morgado, 2005).

Podemos definir uma sequência aritmética de ordem superior como uma sequência em que a fórmula que a define é uma função polinomial. Assim sendo, dizemos que uma sequência de ordem n é uma função polinomial de grau n (Chagas; Rocha, 2021).

Dessa forma, no presente trabalho será abordada a função polinomial de grau 2, a Função Quadrática, é definida a Progressão Aritmética de segunda ordem como uma sequência em que as diferenças entre termos sucessores formam uma Progressão Aritmética não-estacionária[2]. (Carvalho; Lima; Wagner; Morgado, 2005).

Ao analisar os valores da Função Quadrática $f(x) = x^2$, é possível perceber o padrão de crescimento presente nos valores de f(x). Como exemplo de representação, tem-se os números quadrangulares (Figura 1):

Figura 1 - Números Quadrangulares



Fonte: https://shre.ink/8RcA.

É possível notar que os números quadrangulares obedecem à lei de formação acima, com a quantidade de "bolinhas" equivalente a quadrado da quantidade de linhas que possui a figura. Pode-se também perceber que a quantidade de "bolinhas" acrescidas entre quadrados consecutivos é cada vez maior, obedecendo o crescimento de uma Progressão Aritmética de segunda ordem.

[1] Progressão Aritmética de segunda ordem não-degenerada , isto é, não é uma Progressão Aritmética ordinária, com razão constante entre os termos (Carvalho; Lima; Wagner; Morgado, 2005).
[2] Progressão Aritmética não-estacionária é aquela que não apresenta um crescimento constante (Carvalho; Lima; Wagner; Morgado, 2005).

Ao analisar a diferença entre os termos sucessivos, é possível perceber um padrão. Nos números quadrangulares, ao fazer: $f\ (x+1) - f(x) = (x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2$, resolvendo a expressão acima, teremos que a diferença entre dois números quadrangulares consecutivos é encontrada através de uma Função Afim definida como: $f(x) = 2x + 1$, ou seja, a diferença entre os termos consecutivos é crescente a uma taxa fixa, portanto, uma Progressão Aritmética: (3, 5, 7, 9, 11, 13, ...). Se a diferença entre os termos forma uma Progressão Aritmética, temos que os termos ordenados formarão uma progressão aritmética de segunda ordem.

Com isso, é possível mostrar que a diferença entre os termos consecutivos em uma Função Quadrática é uma Progressão Aritmética de primeira ordem, ou seja, pode ser representada através de uma Função Afim, corroborando o que foi dito por Carvalho, Lima, Wagner e Morgado (2005).

Os números quadrangulares são encontrados inserindo pontos em formatos geométricos, como quadrados, sendo esta uma forma alternativa de apresentar uma Função Quadrática sem utilizar a lei de formação.

2.4 Análise de livros do PNLD

A fim de verificar como é disposto o conteúdo de Função Quadrática, com o principal objetivo de verificar a presença do Teorema de Caracterização da Função Quadrática, foi feita uma análise dos livros do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) do ano de 2021.Ao todo, 10 livros de Matemática foram aprovados. A maioria dos livros analisados foram da versão do professor, visto que, nesta versão há melhores indicativos e indagações para o professor fazer em sala de aula. Em alguns casos, foi utilizada a versão dos alunos, pois a do professor estava incompleta ou era apenas um guia, sem mostrar todo o conteúdo.

A análise dos livros didáticos será feita sob a ótica de Skovsmose (2000), a qual classifica três tipos de ambientes de aprendizagem: ambientes de matemática pura, ambientes de semirrealidade e ambientes reais. As atividades exclusivamente de Matemática abordam as atividades sem qualquer contextualização. As de semirrealidade possuem uma contextualização para a atividade, porém sem compromisso com a veracidade do contexto utilizado. Ambientes reais são problemas que fazem parte do cotidiano de maneira verídica.

No ambiente de matemática pura, um dos exemplos utilizados pelo autor é: $(27a - 14b) + (23a + 5b) - 11a = x$. Pois neste exercício, não há contexto algum e nem necessidade de contextualização para a resolução (Skovsmose, 2000).

No ambiente de semirrealidade, o exemplo do autor é: "Um feirante A vende maçãs à \$0,85 o kg. Por sua vez, o feirante B vende 1,2 kg por \$1,00. (a) Qual feirante vende mais barato? (b) Qual é a diferença entre os preços cobrados pelos dois feirantes por 15kg de maçãs?". A questão possui elementos da realidade, como maçãs e preços, mas o autor não acredita que tenha sido feita uma investigação quanto à relevância de comprar 15 kg de maçã (Skovsmose, 2000).

Como exemplo de exercício de realidade, o autor sugere: "diagramas representando o desemprego podem ser apresentados como parte do exercício, e, com base, podem ser elaboradas questões sobre períodos de tempo, países diferentes". Por ser um ambiente de condições mais específicas, é mais difícil de achar questões do que os demais ambientes (Skovsmose, 2000).

Foi escolhido trabalhar sob essa ótica, pois facilita a identificação das questões e grande parte dessas, quando, em ambiente de realidade, são interdisciplinares, ou sejam, podendo abordar situações de fenômenos físicos, químicos e de outras áreas da ciência. É possível perceber que as questões contextualizadas, seja no ambiente de semirrealidade ou em ambientes reais, oferecem um maior suporte para a resolução de exercícios para o estudante (Skovsmose, 2000).

2.4.1 Multiversos Matemática – FTD

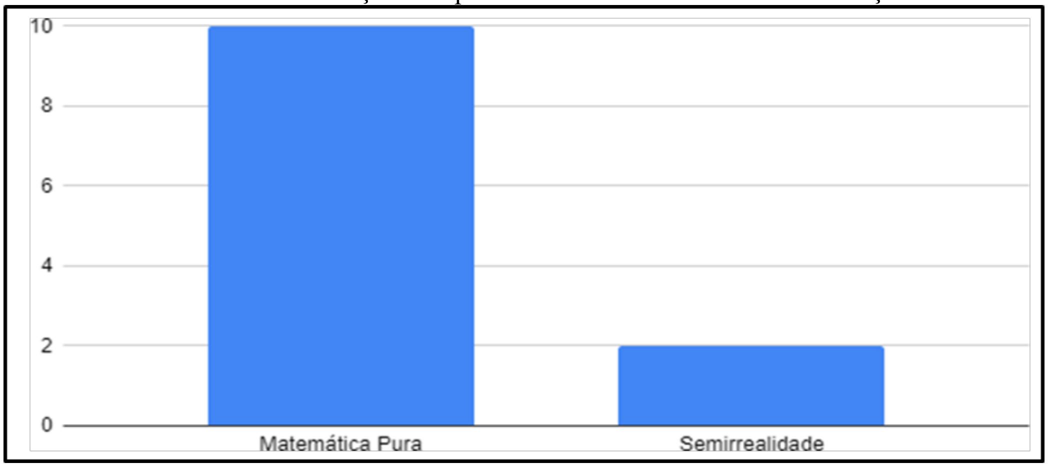
A primeira coleção a ser analisada foi a Multiversos Matemática, que possui os livros: Conjuntos e Função Afim; Funções e suas Aplicações; Sequências e Trigonometria; Matemática Financeira; Gráficos e Sistemas; Geometria; Estatística e Probabilidade.

Serão analisados os livros: "Funções e suas Aplicações", escrito por Souza (SOUZA, 2020a) e "Sequências e Trigonometria", também de autoria de Souza (SOUZA, 2020b), pela proximidade destes com o tema do trabalho.

Após a apresentação de um exemplo, denominam Função Quadrática como: "[...] toda função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida pela lei de formação $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais com $a \neq 0$. Dizemos que a, b e c são os coeficientes da Função Quadrática".

Em seguida, o livro oferece exemplos de Função Quadrática e contém 12 exercícios que serão analisados conforme os ambientes de Skovsmose (2000), no gráfico a seguir:

Gráfico 1 – Classificação das questões – Multiversos Matemática Seção 1

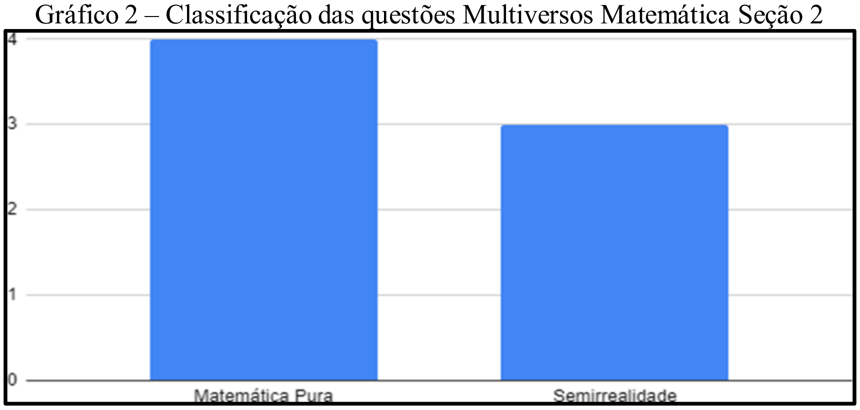


Fonte: Elaboração própria.

A seguir, o tópico abordado é quanto aos Zeros da Função. A definição de zero da função utilizada é: "Dada uma função f qualquer e $x \in D(f)$, dizemos que x é zero da função f $se\ f(x) = 0$".

Após apresentar duas atividades de zeros da função sendo resolvidas por meio do método de completamento de quadrados e sendo classificadas como ambiente de matemática pura, o tópico passa a ser "A fórmula resolutiva", o qual o livro apresenta a história da fórmula e a sua demonstração. Em seguida, é feito o estudo do discriminante (Δ, que é calculado através da formula: $\Delta = b^2 - 4ac$), relacionando o sinal deste com os zeros da função. Após isso, novos exercícios são apresentados, sendo quatro já resolvidos e sete propostos, que podem ser separados nos ambientes de aprendizagem como aponta o Gráfico 2:

Gráfico 2 – Classificação das questões Multiversos Matemática Seção 2

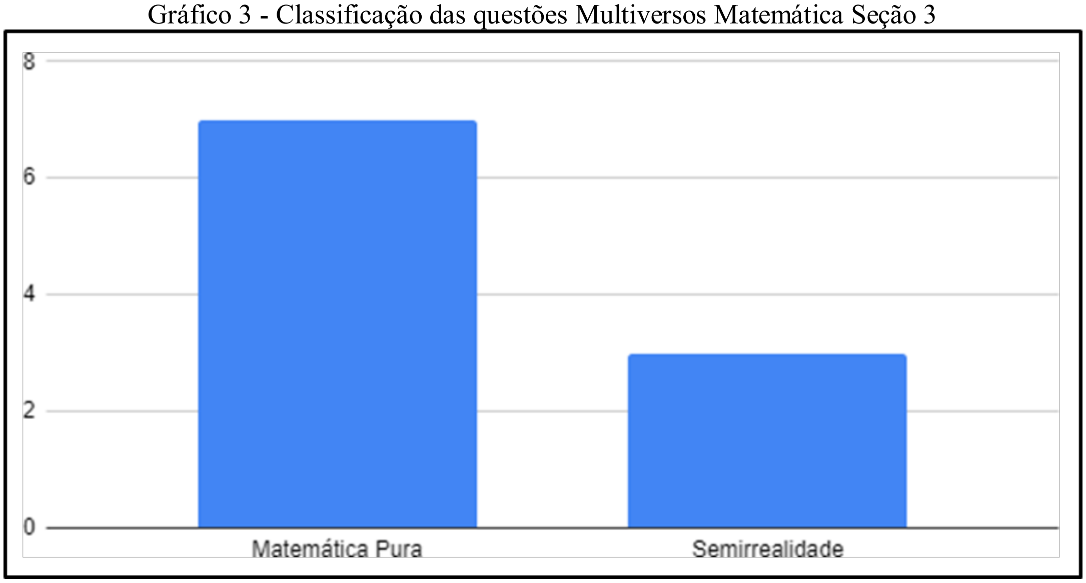


Fonte: Elaboração Própria

O começo da próxima seção, intitulada "Gráfico de uma Função quadrática", apresenta uma tabela com valores de x e y correspondentes às coordenadas dos pontos pertencentes ao gráfico da função. Após isso, é apresentado o eixo de simetria e indica que o ponto que o eixo de simetria intersecta a parábola é o chamado de vértice. Uma parte muito interessante dessa seção é trabalhada ao estabelecer que os pontos simétricos, ou seja, equidistantes do eixo de simetria, possuem a mesma ordenada e que a média entre as abscissas desses pontos equidistantes resulta na abscissa do vértice da parábola, logo após tais afirmações, um pequeno retângulo amarelo pede para que se justifique as propriedades acima, essa reflexão é valiosa e pode render um bom debate acerca do tema mas, imediatamente após, o livro volta a esboçar o gráfico de outra Função Quadrática através de uma tabela e, em seguida, são expostas duas questões já resolvidas, também no ambiente de matemática pura.

A antepenúltima seção do capítulo, intitulada "A parábola e os coeficientes de uma Função Quadrática" aborda os coeficientes a, b e c, mostrando as transformações ocorridas no gráfico em virtude da variação de seus parâmetros. Logo após essa demonstração, retorna-se a atividades, com 10 questões, classificadas no gráfico a seguir:

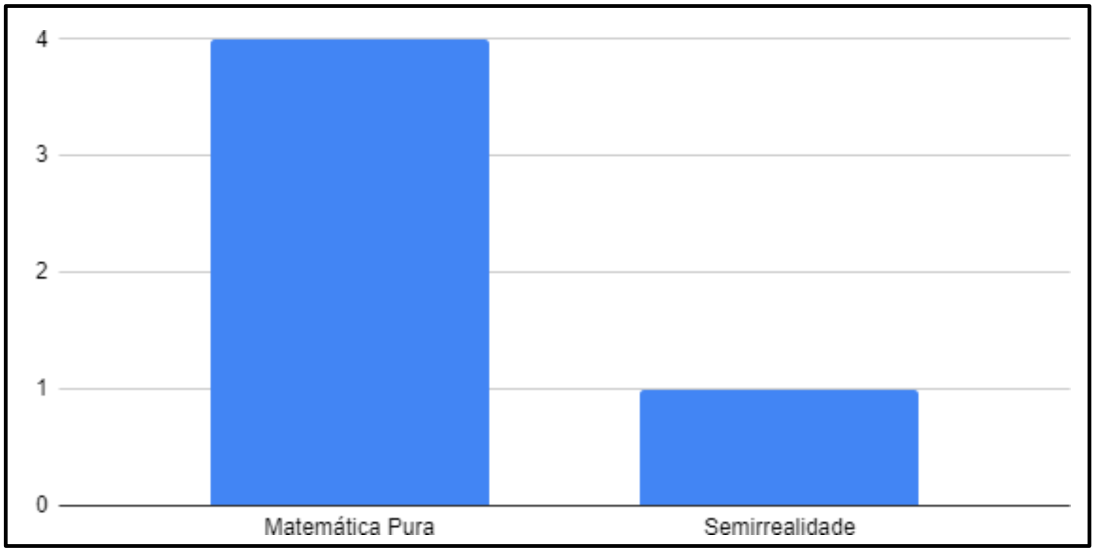
Gráfico 3 - Classificação das questões Multiversos Matemática Seção 3



Fonte: Elaboração própria.

Após as atividades, é introduzido o vértice da parábola, tratando um pouco da simetria presente no gráfico, demonstrando as fórmulas necessárias para identificar as coordenadas que compõem o vértice. É também mostrado o Conjunto Imagem de uma Função Quadrática antes das atividades propostas, classificadas conforme aponta o Gráfico 4:

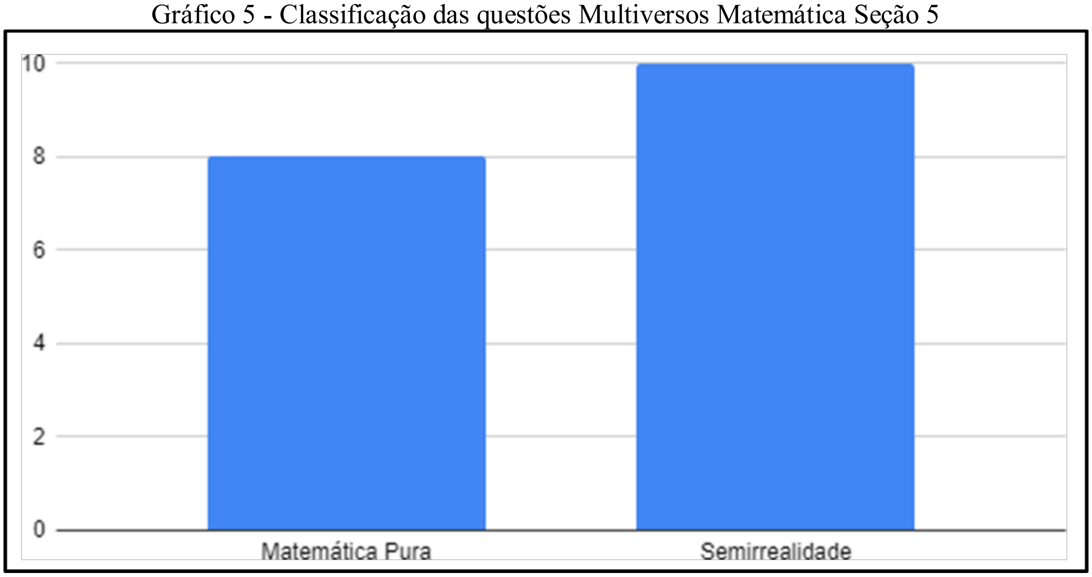
Gráfico 4 - Classificação das questões Multiversos Matemática Seção 4



Fonte: Elaboração Própria.

Para finalizar o capítulo, é visto o valor máximo e mínimo de uma Função Quadrática, mesmo a seção para o vértice, também é mostrado como fazer o estudo do sinal da Função Quadrática. Para revisar todo o conteúdo do capítulo, são propostos 18 exercícios, sendo esses classificados de acordo com o Gráfico 5:

Gráfico 5 - Classificação das questões Multiversos Matemática Seção 5



Fonte: Elaboração própria.

Ao longo do capítulo, as atividades exigiam conhecer a lei de formação da Função Quadrática, tanto questões diretas, as quais a lei é fornecida, e cabe ao aluno identificar os coeficientes, quanto em questões de maior complexidade, e que a lei de formação corresponde a alguma produção ou área.

Para concluir a análise e confirmar se foi realizada ou não a relação entre a Função Quadrática e a Progressão Aritmética de segunda ordem, o capítulo referente aos conteúdos de sequências foi analisado e foi possível verificar que não menciona a existência de uma Progressão Aritmética de ordem superior. Porém a relação entra a Função Afim e a Progressão Aritmética é feita, assim como entre a Função Exponencial e a Progressão Geométrica.

2.4.2 Conexões – Editora Moderna

A coleção possui seis volumes: Estatística e Probabilidade; Trigonometria; Matrizes e Geometria Analítica; Geometria Plana e Espacial; Grandezas e Álgebra e Funções. O livro analisado foi o "Funções", de autoria de Leonardo (LEONARDO, 2020), por conta do tema desta monografia.

A versão de professor está dividida em três seções, sendo elas: A BNCC (Brasil, 2018) neste volume, sugestões de avaliação e resoluções e comentários.

A primeira seção mostra o que será abordado em cada capítulo, relacionando com o que é estabelecido pela a BNCC. Segundo as orientações da seção, a atividade permite o desenvolvimento da competência geral dois e das competências específicas três e cinco da parte de Matemática. A competência específica cinco possui algumas habilidades destacas neste livro didático, em específico, a habilidade, que tem por objetivo:

> Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$ (Brasil, 2018, p. 541).

A segunda seção apresenta um modelo sugerido de avaliação, com 10 questões dispostas da seguinte maneira:

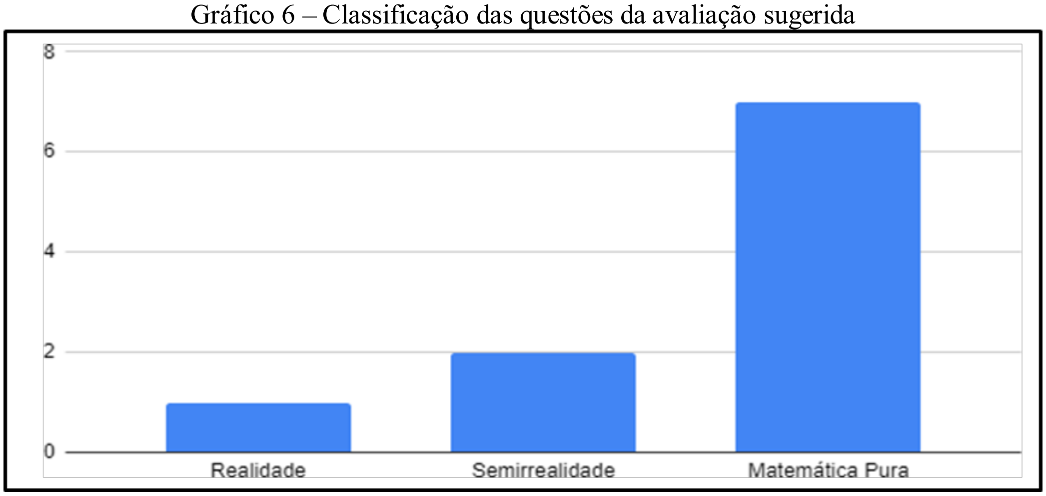
Quadro 1 - Questões da avaliação

Objetivos do capítulo	Questões
Identificar uma Função Quadrática	1 e 2
Resolver problemas que envolvem funções quadráticas	3, 4, 5 e 6
Analisar o gráfico de uma Função Quadrática	7 e 8
Resolver inequações que envolvam funções quadráticas	9 e 10

Fonte: Leonardo, 2020, p.38.

Ao analisar os ambientes de aprendizagem de Skovsmose (2000), é possível perceber uma grande predominância das questões de matemática pura (Gráfico 6).

Gráfico 6 – Classificação das questões da avaliação sugerida

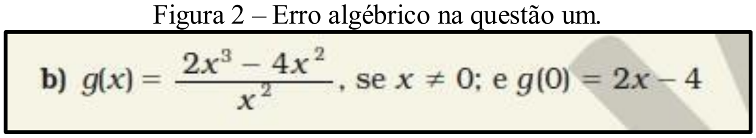


Fonte: Elaboração própria.

Nas dez questões propostas, todas continham a lei de formação ou o gráfico da Função Quadrática, sendo que nenhuma exigia conhecimento do Teorema de Caracterização da Função Quadrática.

Logo na primeira questão, foi identificado um erro algébrico ao afirmar que $g\ (0) = 2x - 4$, como pode ser visto na figura 2:

Figura 2 – Erro algébrico na questão um.



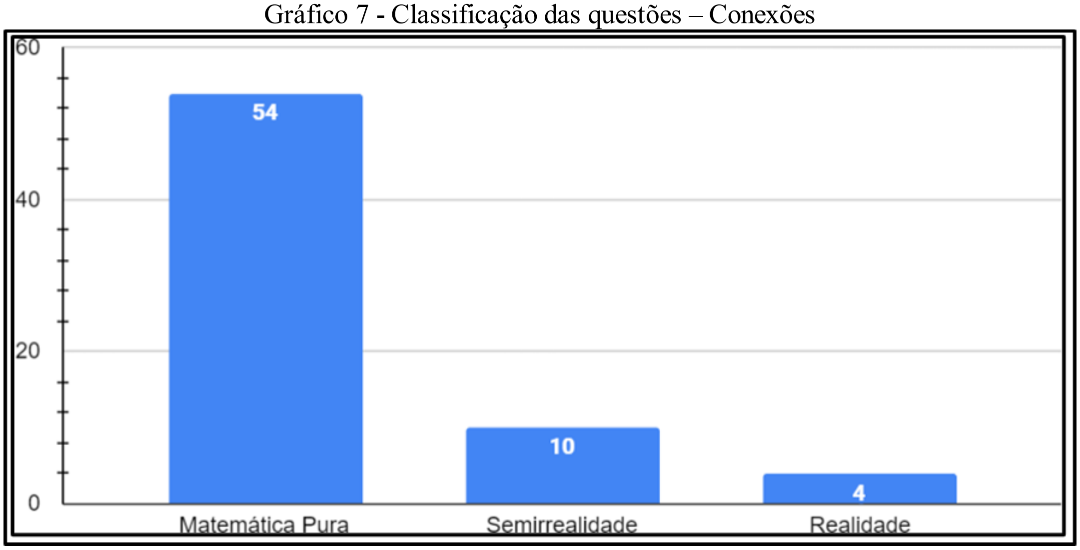
b) $g(x) = \dfrac{2x^3 - 4x^2}{x^2}$, se $x \neq 0$; e $g(0) = 2x - 4$

Fonte: Leonardo, 2020, p.36.

Como o livro analisado é a versão de professor, possui uma seção denominada "Sugestões de ampliação" a qual sugere ao professor separar sua turma em duplas ou trios para utilizar o simulador *Phet,* que trata de um canhão que atira um projétil e os fornece dados de sua trajetória, permitindo que os alunos substituam a lei de formação da Função Quadrática. Esse simulador é muito maleável visto que é possível mudar a velocidade, o ângulo de lançamento, a resistência do ar e até mesmo a altitude do local.

O capítulo analisado possui 68 questões para a resolução dos alunos, que não constam na versão do professor, mas para fins de análise, foi acessado o livro com a versão dos alunos para que seja possível classificar as questões, como pode ser visto no Gráfico 7:

Gráfico 7 - Classificação das questões – Conexões



Fonte: Elaboração própria.

Após analisar o capítulo de sequências, foi possível concluir que é feita a relação entre a Função Afim e a Progressão Aritmética e entre a Função Exponencial e a Progressão Geométrica, contudo não é citada a existência de uma Progressão Aritmética de ordem superior, não relacionando-a assim com a Função Quadrática. Ao longo do capítulo, é possível perceber um grande apego no ensino da função com a sua respectiva lei de formação.

2.4.3 Interação – Editora do Brasil

Para a análise, foram escolhidos os livros: "Unidade de Medida e Função Quadrática" a fim de verificar a relação intradisciplinar entre os conteúdos.

O volume "Unidade de Medida e Função Quadrática", de autoria de Freitas, Longen e Blanco (FREITAS; LONGEN; BLANCO, 2020) aborda, em seu primeiro capítulo, as unidades de medida; no segundo, as equações de segundo grau; e, no terceiro, a Função Quadrática e as inequações de segundo grau. O livro do professor é dividido em 4 etapas: Objetivos, Justificativas, Competências e habilidades da BNCC trabalhadas nesta unidade e Resoluções e Comentários.

Ao longo do livro, é possível perceber um grande esforço de relacionar o conteúdo de Função Quadrática com o conteúdo de Geometria Plana, fortalecendo a intradisciplinaridade e a interdisciplinaridade da Matemática com as Ciências da Natureza, como sugere Lorenzato (2010).

Dentre os objetivos estabelecidos no capítulo, estão: construir gráficos de Funções Quadráticas com e sem recursos digitais; calcular o vértice de uma Função Quadrática; resolver uma inequação pelo estudo do sinal de uma Função Quadrática; e utilizar Funções do Segundo Grau para modelar e resolver problemas em contextos diversos.

De acordo com Carvalho, Lima, Wagner e Morgado (2005), uma função não possui grau, portanto o termo "funções do segundo grau" não seria o mais adequado.

O livro afirma trabalhar com as competências específicas três, quatro e cinco. Dentre essas, importante destacar que a habilidade *EM13MAT502* discorre sobre o uso de tabelas para a identificação de padrões na Função Quadrática, o que de fato é feito no livro, mas não é dito qual é esse padrão, apenas uma tabela é exposta e um desenho feito ao seu lado, dizendo que foi realizado com base na tabela.

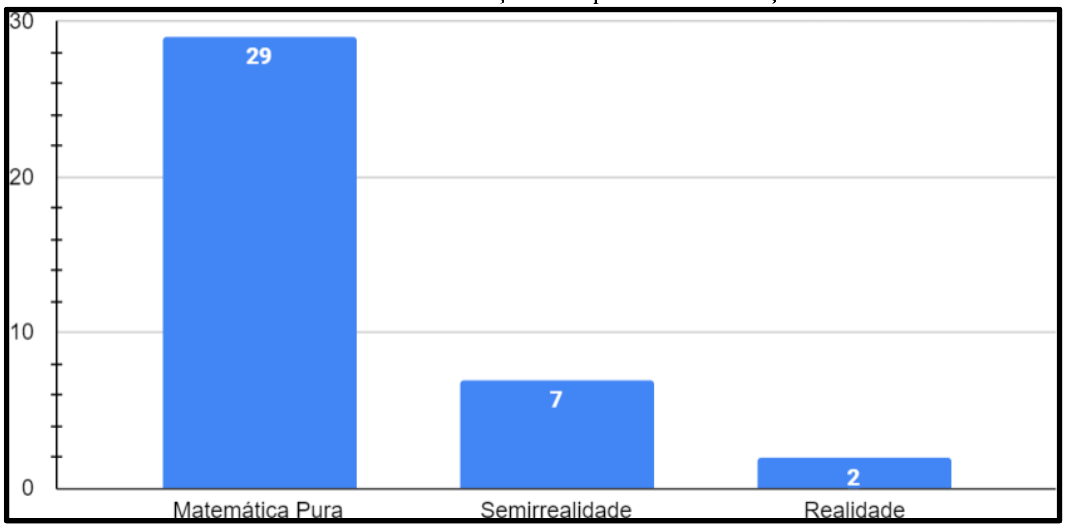
Na etapa de Resoluções e Comentários não constam as atividades, portanto, para que sejam analisados os exercícios cobrados, foi feita uma pesquisa nos livros didáticos na versão de aluno e não apenas na utilizada pelo professor.

Após a lei de formação ser apresentada e o seu formato no plano cartesiano ser mostrado, o autor explica do que se trata uma parábola, tais como suas características. Depois de algumas atividades, é apresentada a forma fatorada da Função Quadrática.

Em seguida, é apresentado o conteúdo de ponto máximo e ponto mínimo de uma parábola e funções definidas por duas sentenças. Em todo o capítulo, é possível perceber a importância dada à resolução de problemas, que foi o sugerido como destaque para este livro.

As questões deste capítulo foram distribuídas de acordo com o gráfico a seguir:

Gráfico 8 - Classificação das questões - Interação



Fonte: Elaboração própria.

2.4.4 Prisma – FTD Educação

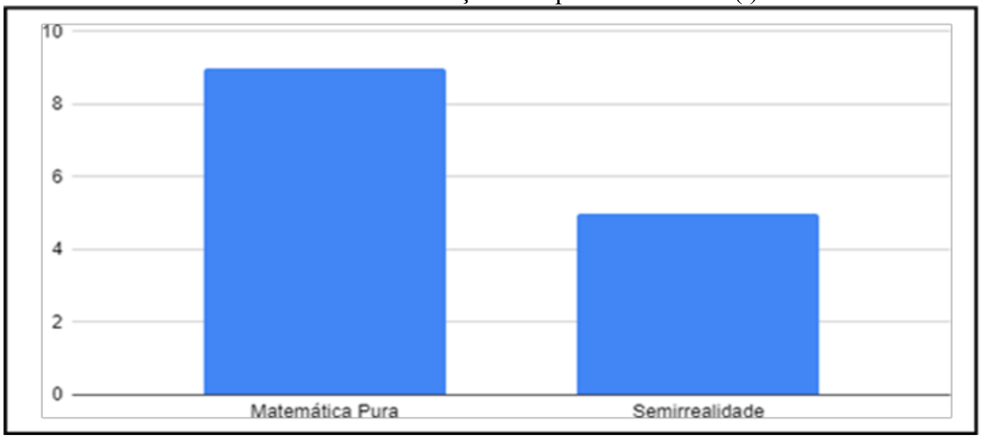
Esta coleção, escrita por Bonjorno, Junior e Sousa possui dois volumes de relevância significativa para análise, sendo eles "Conjuntos e Funções" (BONJORNO; JUNIOR; SOUSA, 2020a) que aborda os conteúdos de Conjuntos, Função Afim e Função Quadrática e também o volume "Funções e Progressões" (BONJORNO; JUNIOR; SOUSA, 2020b), com os conteúdos: Função Exponencial, Função Logarítmica e Progressões.

O capítulo de Função Quadrática traz uma reflexão quanto ao lucro de empresas. Logo em seguida, é apresentada a lei de formação e a apresentação dos coeficientes "a", "b" e "c", seguido de um exemplo de uma função para descobrirmos o valor de y quando $x = 20$.

O próximo tópico a ser trabalhado é o gráfico da Função Quadrática, no qual é feita uma análise do papel de cada coeficiente no gráfico. Nessa etapa, é utilizada uma tabela para destacar os pontos e efetuar a marcação no plano cartesiano, mas não é analisada a variação nos valores de y entre os pontos.

Após a primeira seção, 14 atividades são classificadas, conforme o Gráfico 9:

Gráfico 9 - Classificação das questões Prisma (i)

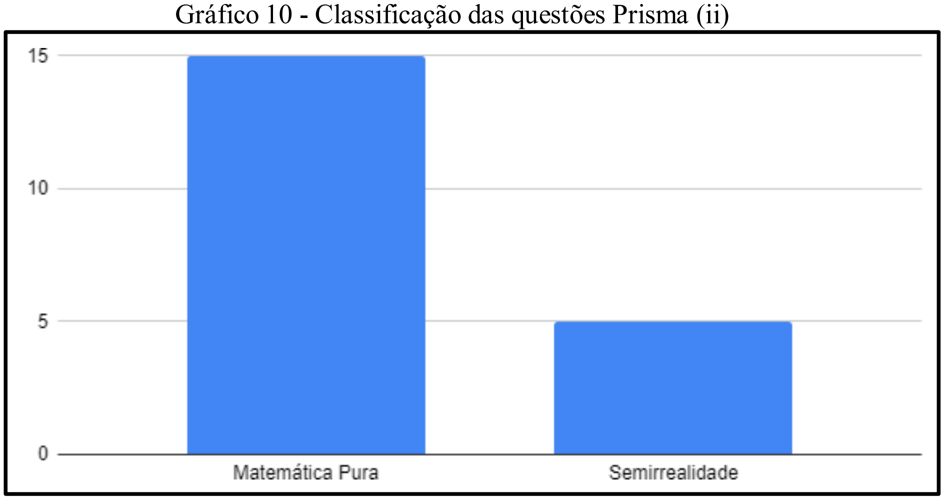


Fonte: Elaboração própria.

O próximo tópico aborda os zeros da Função Quadrática e como chegar a esses através da "Fórmula de Bhaskara", e é demonstrado como encontrar a soma e o produto das raízes de uma equação de segundo grau.

Através do "método da soma e do produto", é chegada a forma fatorada da função do segundo grau e, logo em seguida, o assunto passa a ser o vértice da parábola. Nessa etapa, o eixo de simetria é resumidamente apresentado como um eixo que corta o vértice, que determina o valor máximo e mínimo da função. Após isso, são demonstradas as fórmulas para o X e Y do vértice feitos exercícios de fixação. Depois de oito questões resolvidas, tem- se 20 questões para que os alunos façam, sendo elas classificadas de acordo com o gráfico a seguir.

Gráfico 10 - Classificação das questões Prisma (ii)

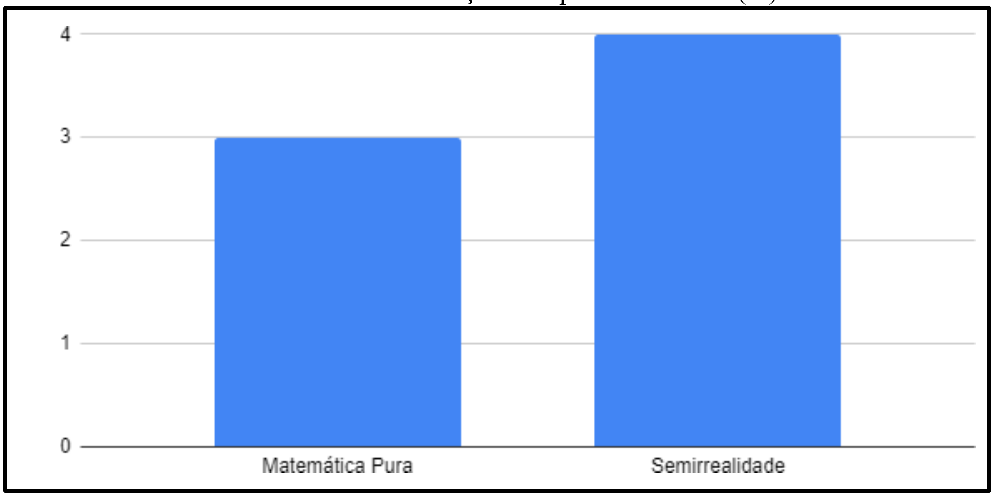


Fonte: Elaboração própria.

Complementando a seção anterior, o livro didático novamente trata do vértice, com valores máximos e mínimos, além de abordar o crescimento e o decrescimento da Função

Quadrática e do Conjunto Imagem, com foco na variação que ocorre na análise, de acordo com a concavidade da parábola, e contém mais sete questões, classificadas no Gráfico 11:

Gráfico 11 - Classificação das questões Prisma (iii)

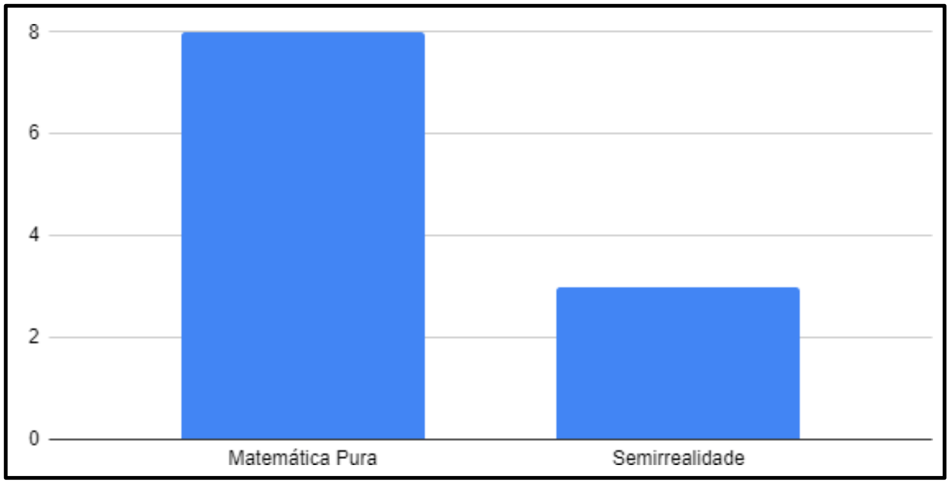


Fonte: Elaboração própria.

Em sua última seção, uma parte que chama a atenção é a investigação do comportamento de variáveis, etapa na qual é analisada a variação dos valores de x e y em uma tabela, chegando à conclusão que multiplicar x por k faz com que o y seja multiplicado por k^2 em funções do tipo $y = ax^2$, ou seja, é analisado que, em uma Função Quadrática, a variação do x para o y ocorre de maneira quadrática. Após essa análise, é dado, como exemplo, a mitose, processo de divisão celular no qual cada célula se divide em duas, e conclui-se que esse exemplo não é o de uma Função Quadrática.

Em seguida, é mostrado como realizar o estudo do sinal, além de indicar que a variação do gráfico se dá por conta do Δ, mas não foi feito um estudo do discriminante. Após o estudo, são mostrados exemplos de inequações do segundo grau, seguidos de atividades resolvidas e mais 11 atividades propostas, classificadas conforme aponta o Gráfico 12:

Gráfico 12 - Classificação das questões Prisma (iv)



Fonte: Elaboração própria.

Com o fim deste capítulo, foi também lido o volume de "Funções e Progressões", mas o conteúdo de Função Quadrática não é citado neste. No capítulo de Progressões, possui um tópico para a relação da Função Afim e da Progressão Aritmética; e outro tópico para a relação da Função Exponencial com a Progressão Geométrica, porém a Progressão Aritmética de segunda ordem não é citada, portanto não é trabalhada a possibilidade de uma relação entre uma Progressão e a Função Quadrática.

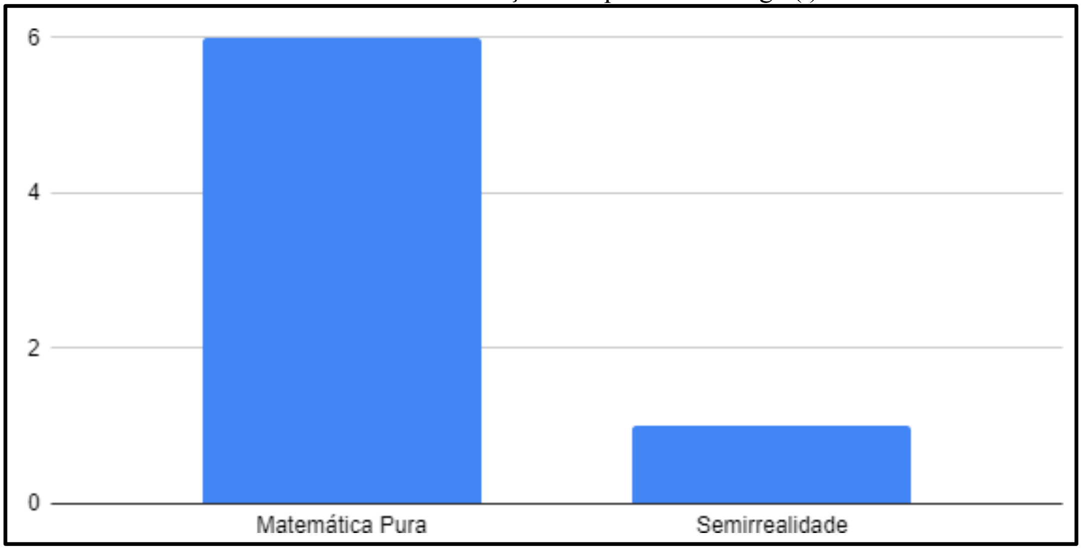
2.4.5 Diálogo – Editora Moderna

Na coleção "Diálogo", o volume a ser analisado é o de "Funções e Progressões", de autoria de Teixeira (TEIXEIRA, 2020). Nele, existem três capítulos tratando de Função Quadrática, e um capítulo sobre Progressão Aritmética.

O primeiro capítulo é iniciado com uma discussão quanto ao cálculo da área de uma plantação se ela for aumentada em x metros em suas duas dimensões. Com isso, conclui-se que a área da plantação nova seria uma Função Quadrática. Após dar esse exemplo e contextualizar uma Função Quadrática, tem-se a definição utilizada para Função Quadrática e são apresentados os coeficientes a, b e c.

Em seguida, é trabalhado o gráfico da Função Quadrática, realizando marcações dos pontos com o uso de uma tabela. Após apresentar como é o gráfico, são propostos sete exercícios, classificados no Gráfico 13:

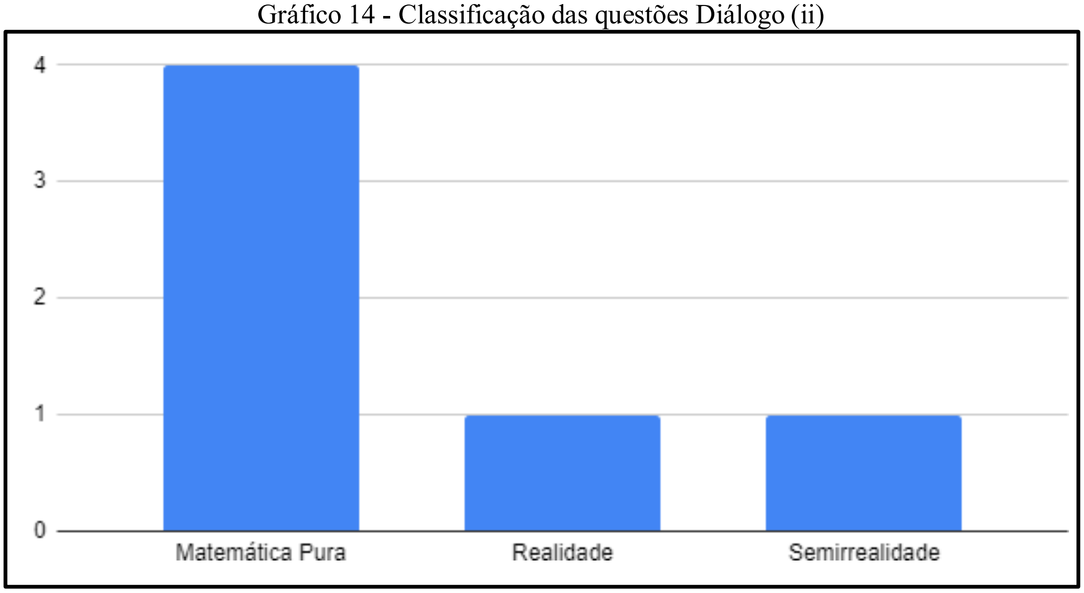
Gráfico 13 - Classificação das questões Diálogo (i)



Fonte: Elaboração própria.

Após trabalhar com a lei de formação e com o gráfico, é tempo de trabalhar com os coeficientes da Função Quadrática, analisando o impacto deles tanto no gráfico quanto em tabelas. Foi pedido, em uma tabela, para identificar o padrão de crescimento dos elementos y. A seguir, são propostos seis exercícios, sendo um deles para identificar novamente o padrão de crescimento dos números na tabela e relacionar com a Função Quadrática, classificados no gráfico a seguir:

Gráfico 14 - Classificação das questões Diálogo (ii)



Fonte: Elaboração própria.

O conteúdo agora abordado é o de zeros da Função Quadrática; o método recomendado pelo livro didático para resolução é através da “Fórmula de Bhaskara”. Após apresentá-la, é feito o estudo do discriminante, analisando o que ocorre com os zeros da função ao variar o valor de Δ para 0, maior que 0 ou menor que 0. Após essas análises e gráficos, são apresentadas sete atividades, todas de matemática pura.

O novo capítulo aborda o vértice da parábola, começa com uma contextualização com esportes olímpicos envolvendo lançamentos oblíquos. São feitas demonstrações para chegar às fórmulas de x e y do vértice. Também neste capítulo, é abordado quando o vértice será o ponto máximo ou mínimo, com base no valor do coeficiente a. São realizadas 24 atividades de matemática pura.

Para concluir o capítulo, é visto como fazer o estudo do sinal de uma Função Quadrática. Os exemplos são separados em três seções: $\Delta > 0, \Delta < 0\ e\ \Delta = 0$. Para praticar, são apresentados oito exercícios, todos de matemática pura novamente.

Também foi lido o capítulo de Progressão Aritmética e, diferentemente dos demais livros, este relacionou a Progressão Aritmética com a Função Quadrática, observando que a diferença entre dois pontos consecutivos forma uma Progressão Aritmética. O livro destaca também que as propriedades podem ser demonstradas, mas serão apenas enunciadas. Não possui o nome de teorema de caracterização da Função Quadrática e também não cita a Progressão Aritmética de segunda ordem, mas ainda assim a relação é feita. A definição de Função Quadrática utilizada nessa parte (Figura 3) se assemelha com a utilizada por Carvalho, Lima, Wagner e Morgado (2005). para o teorema de caracterização:

Figura 3 - Definição de Função Quadrática do livro didático

A função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ será uma função quadrática se, e somente se, para toda PA $(x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n, \ldots)$ de razão não nula r, a sequência $(f(x_2) - f(x_1), f(x_3) - f(x_2), f(x_4) - f(x_3), \ldots, f(x_n) - f(x_{n-1}), \ldots)$ for uma PA de razão $2ar^2$.

Fonte: Teixeira, 2020, p. 67.

Enquanto Carvalho, Lima, Wagner e Morgado (2005) define o Teorema de Caracterização como: “A fim de que a função contínua $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ seja quadrática, é necessário e suficiente que uma progressão aritmética não constante seja transformada por f em uma progressão aritmética de segunda ordem não degenerada”

Essa intradisciplinaridade é apoiada por Lorenzato (2010), quando esse afirma que a Matemática só pode ser plenamente compreendida e entendida quando trabalhada em conjunto e não de maneira segmentada.

Outro ponto de destaque desse livro se dá ao fato de que possui exemplos teóricos e exercícios para que o aluno “veja” a Função Quadrática sem utilizar a lei de formação, a partir de tabelas.

2.4.6 Matemática em Contexto – Editora Ática

A coleção Matemática em Contexto possui seis volumes. Os volumes analisados foram: “Função Afim e Função Quadrática” e “Função Exponencial e Sequências” a fim de buscar relações do conteúdo de Sequências com o de Função.

O volume “Função Afim e Função Quadrática” aborda a temática de Resolução de Problemas com um guia, sendo esse baseado nas quatro etapas de George Polya, que são: compreender o problema, construir o plano de ação, executar o plano e rever a resolução.

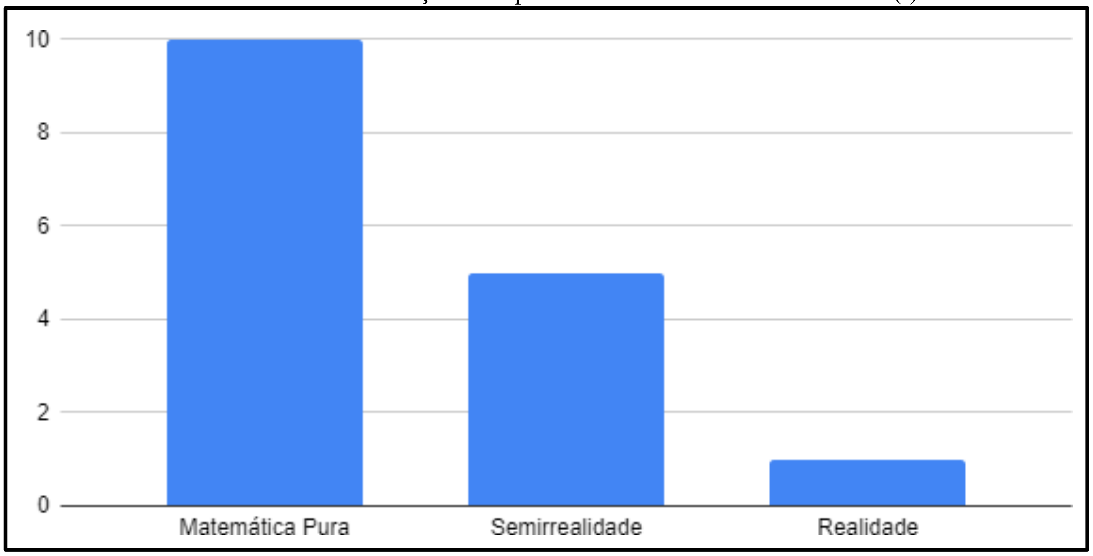
O capítulo de Função Quadrática é iniciado estabelecendo uma relação entre a Função e o lançamento de uma bola de basquete. Em seguida, o conteúdo continua sendo trabalhado através da resolução de problemas, com três situações diferentes: receita de bolo, cerca para cavalos e preço da gasolina. Um importante ponto a ser destacado é a ausência da lei de formação nestes exemplos. Em todos eles, foi trabalhado apenas o contexto; e foi deixado um questionamento para que o aluno refletisse quanto ao problema proposto.

Após os problemas, é formalizado o conceito de Função Quadrática, através da definição e explicando os coeficientes a, b e c. Para fixação, são utilizadas quatro questões de matemática pura para identificar funções quadráticas. Depois das atividades, o conteúdo de valor ou imagem da Função Quadrática em um ponto é introduzido e mais cinco questões de matemática pura são propostas.

Para desenvolver os zeros da Função Quadrática, novamente são elaborados problemas, dessa vez, quatro situações são propostas: dimensões de um terreno, pintura de uma parede, venda em brechó e tela de rotação de uma janela. Novamente, não foram apresentadas leis de formação.

Antes de ser introduzida a “fórmula de Bhaskara”, é feito uma revisão histórica e pedido para que os alunos identifiquem os zeros da função através do método babilônico. Depois dessa etapa, é mostrada a resolução pela “fórmula de Bhaskara” através de um *software* matemático chamado de GeoGebra, e apenas então é formalizado este conceito para os alunos. Também é visto como calcular através do método de completamento de quadrado. Em seguida, são propostas 16 atividades para os alunos, que podem ser classificados de acordo com o gráfico a seguir:

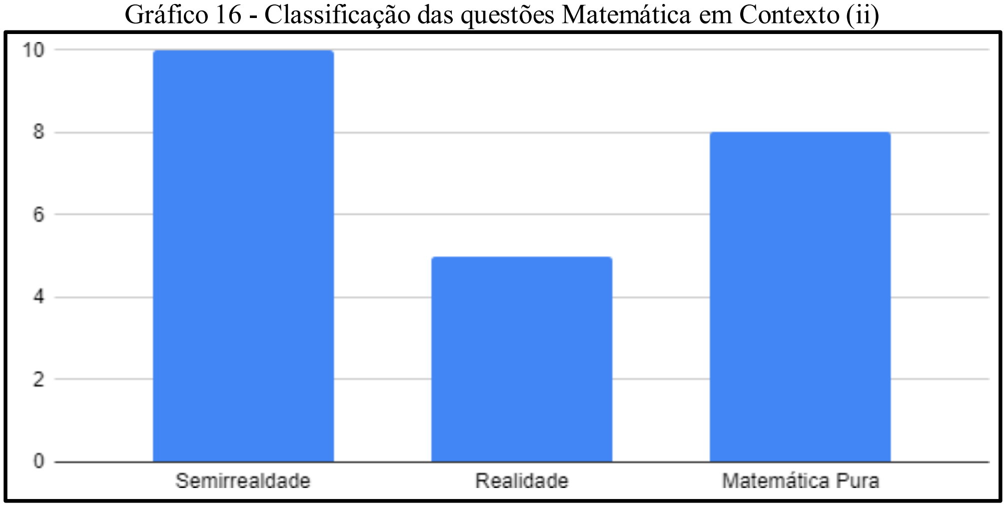
Gráfico 15 - Classificação das questões Matemática em Contexto (i)



Fonte: Elaboração própria.

A seguir, é analisado o que acontece com o gráfico da Função Quadrática ao variar os coeficientes a, b e c no GeoGebra, e são propostas outras duas situações problemas: saltos na natureza e parábola na dança. Em seguida, é formalizado o gráfico da Função Quadrática como uma parábola e são apresentadas novas formas de construí-la, primeiramente no papel, com uma reta e um ponto e, posteriormente, no GeoGebra. Em seguida, são mostradas várias funções quadráticas distintas e analisadas cada uma delas. Após esta etapa, 23 exercícios são propostos, classificados de acordo com o Gráfico 16:

Gráfico 16 - Classificação das questões Matemática em Contexto (ii)

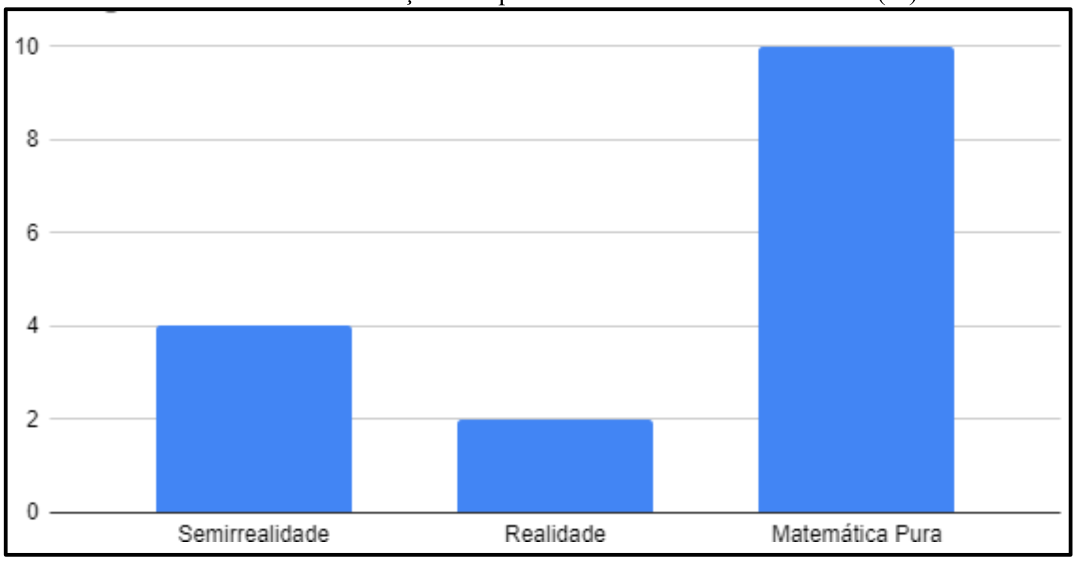


Fonte: Elaboração própria.

Para finalizar o capítulo, é trabalhado o ponto máximo, ou mínimo, de uma Função

Quadrática a partir de seu vértice. Para esta etapa, não foi elaborada nenhuma situação-problema. Após demonstrar as fórmulas utilizadas para identificar o x e o y do vértice, são propostos 16 exercícios, classificados de acordo com o Gráfico 17:

Gráfico 17 - Classificação das questões Matemática em Contexto (iii)



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, foi lido o capítulo de sequências e nele é feita uma relação entre a Progressão Aritmética e a Função Afim e entre a Progressão Geométrica e a Função Exponencial, de maneira algébrica e gráfica. Não foi citada a Progressão Aritmética de segunda ordem.

Mesmo sem ter realizado relações entre a Função Quadrática e o conteúdo de Sequências, este livro não utiliza tanto a lei de formação quanto os anteriores. Tende a apresentar a Função Quadrática na realidade do aluno, gerando assim um apoio para o melhor entendimento da Matemática (Skovsmose, 2000).

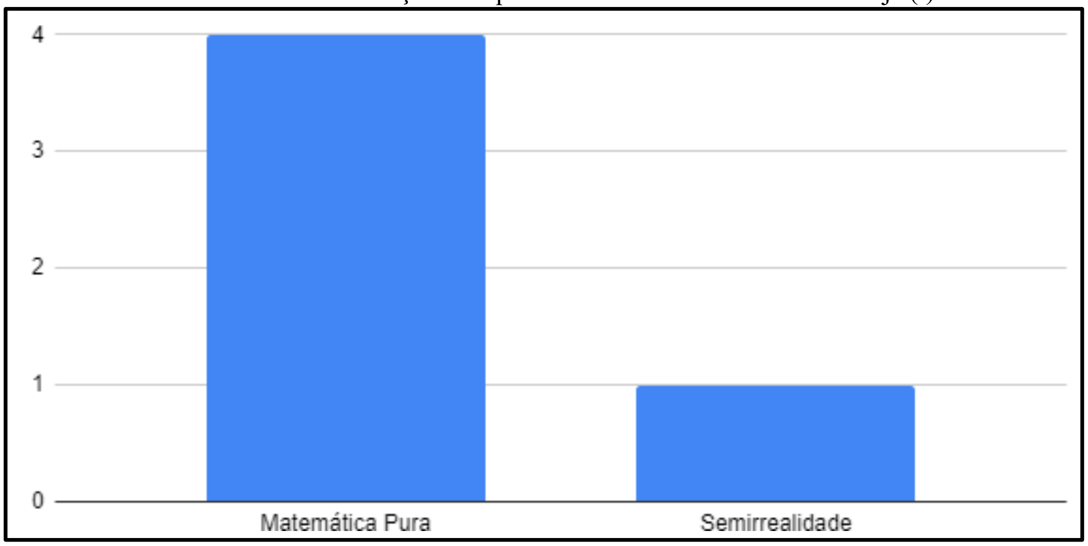
2.4.7 Matemática nos dias de hoje – Sei Editora

A coleção “Matemática nos dias de hoje”, escrita por Cevada, Silva, Prado e Colpani, possui seis volumes, para fins de análise foi escolhido apenas o volume “Funções” CEVADA; SILVA; PRADO; COLPANI, 2020), e não foi encontrado nenhum volume que abordasse o conteúdo de Progressão Aritmética, apenas a parte introdutória de Sequências.

A seção de Função Quadrática é a menor, considerando todos os outros livros do PNLD, contendo apenas 14 páginas. O capítulo é iniciado com a definição da Função Quadrática e mostrando a lei de formação. Ao abordar o gráfico, é feita uma tabela e uma reflexão quanto à simetria é incentivada e, logo após, são propostas três questões de semirrealidade.

Após isso, são propostos cinco exercícios classificados de acordo com o Gráfico 18:

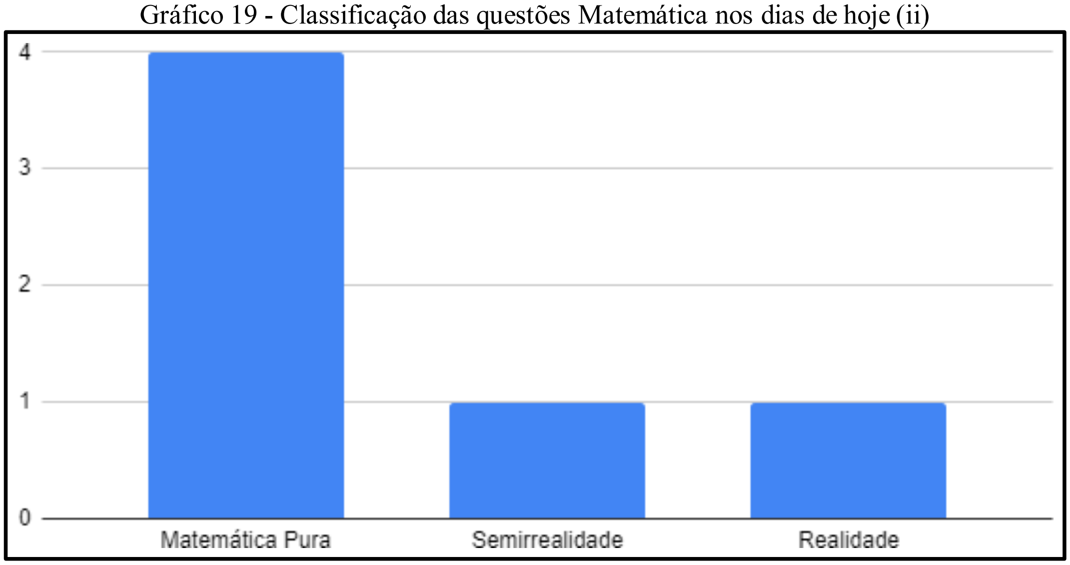
Gráfico 18 - Classificação das questões Matemática nos dias de hoje (i)



Fonte: Elaboração própria.

Depois dessa atividade, é feito o estudo do sinal da Função Quadrática, e o capítulo é encerrado com seis exercícios para revisão, classificados de acordo com o Gráfico 19:

Gráfico 19 - Classificação das questões Matemática nos dias de hoje (ii)



Fonte: Elaboração própria.

Este capítulo é apresentado de maneira muito veloz no livro didático. Todas as questões envolvem a lei de formação. No capítulo de Sequências, não é feita nenhuma correlação com a

Função Quadrática. Também não há interdisciplinaridade na parte teórica.

2.4.8 Matemática Interligada – Editora Scipione

A coleção Matemática Interligada conta com seis volumes, todos de autoria de Andrade (ANDRADE, 2020). Dentre eles, serão analisados o volume 1, que trabalha as Funções: Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica (ANDRADE, 2020a) e o volume 2, que aborda o conteúdo de Sequências (ANDRADE, 2020b).

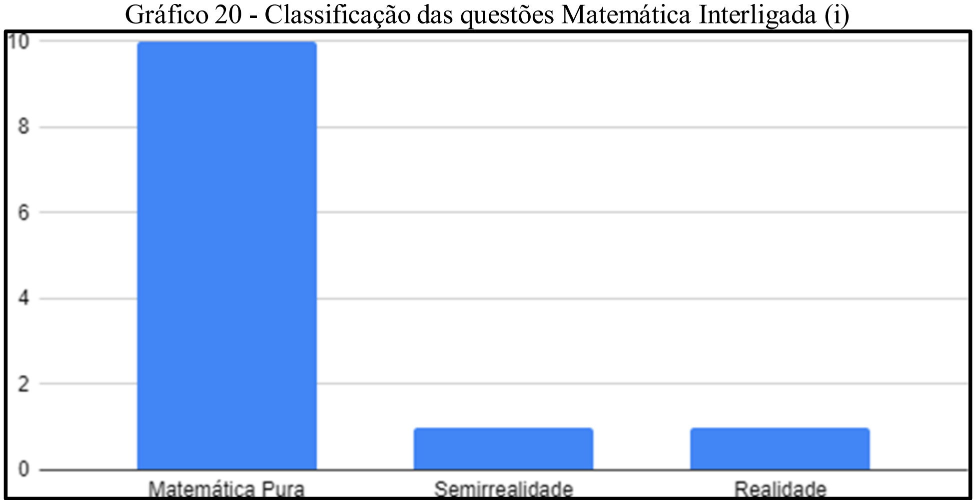
O capítulo de Função Quadrática é iniciado com um exemplo de aplicação de Função Quadrática na energia heliotérmica, em seguida é definido o que é uma Função Quadrática pela lei de formação, e também é citada a forma canônica de representação. Logo em seguida, são propostos três exercícios de matemática pura.

Após as atividades, é apresentado o gráfico da Função Quadrática como uma parábola e analisado seus pontos em uma tabela, analisando a simetria existente entre eles e confirmando a existência de um eixo de simetria. Importante ressaltar que, durante a análise da tabela, não foi utilizada a lei de formação da Função Quadrática.

Dentro deste tópico, é analisado o impacto de cada coeficiente (a, b e c) no gráfico da Função Quadrática e os zeros da função.

Para identificar os zeros da função, é indicado utilizar a “fórmula de Bhaskara” e, em conjunto, é realizado o Estudo do Discriminante, identificando o que ocorre com os zeros da função quando o valor de Δ varia entre valores maiores, menores ou iguais a 0. Para fixação, são propostos 12 exercícios, que podem ser classificados de acordo com o Gráfico 20:

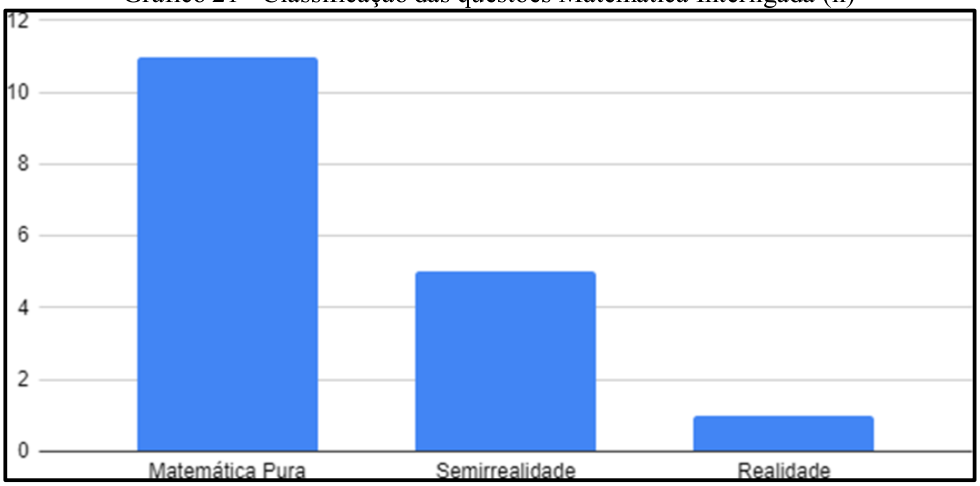
Gráfico 20 - Classificação das questões Matemática Interligada (i)



Fonte: Elaboração Própria.

Em seguida, é trabalhado o vértice da parábola, com o conceito de pontos máximo e mínimo, sendo esses diferenciados com base na concavidade da parábola. As fórmulas utilizadas para identificar as coordenadas do vértice são: Ao final dessa seção, foram propostas 17 atividades, sendo essas classificadas de acordo com o Gráfico 21:

Gráfico 21 - Classificação das questões Matemática Interligada (ii)



Fonte: Elaboração Própria.

A próxima seção explica como é feito o estudo do sinal de uma Função Quadrática e a relação dessa com a inequação do segundo grau. Para fixar esse conteúdo, são propostos 14 exercícios de matemática pura, todos utilizando fórmulas e lei de formação.

Em seguida, uma parte muito interessante do capítulo é iniciada, na qual o livro estabelece uma relação entre a Função Quadrática e a Progressão Aritmética, especificando que a Função Quadrática é a responsável por transformar uma Progressão Aritmética de primeira ordem em uma Progressão Aritmética de segunda ordem. Depois de definir e mostrar exemplos do porquê, o livro propõe dois exercícios de matemática pura.

Para finalizar o capítulo, é estabelecida uma relação entre a Função Quadrática e a Física relacionando a com o movimento uniformemente variado (MUV), no qual descreve um movimento com aceleração constante, portanto possui termo ao quadrado. Para praticar, são propostas mais seis atividades, todas de realidade.

Para concluir, foi possível perceber que este capítulo não foi dos maiores, não foi o que teve mais exercício, mas teve uma grande quantidade de informação, tanto que conseguiu trabalhar todo o conteúdo analisado acima, com o total de 54 questões em apenas 17 páginas. O capítulo trabalhou tanto a intradisciplinaridade, ao estimular a relação da Função Quadrática com a Progressão Aritmética, como a interdisciplinaridade, ao relacionar a Função Quadrática com a Física. Além disso, trabalha a Função Quadrática com tabelas e sem utilizar a lei de formação.

O capítulo de Sequências também estabelece a relação entre a Progressão Aritmética e a Função Quadrática. Também é feita a relação entre a Progressão Aritmética e a Função Afim; e entre a progressão geométrica e a Função Exponencial.

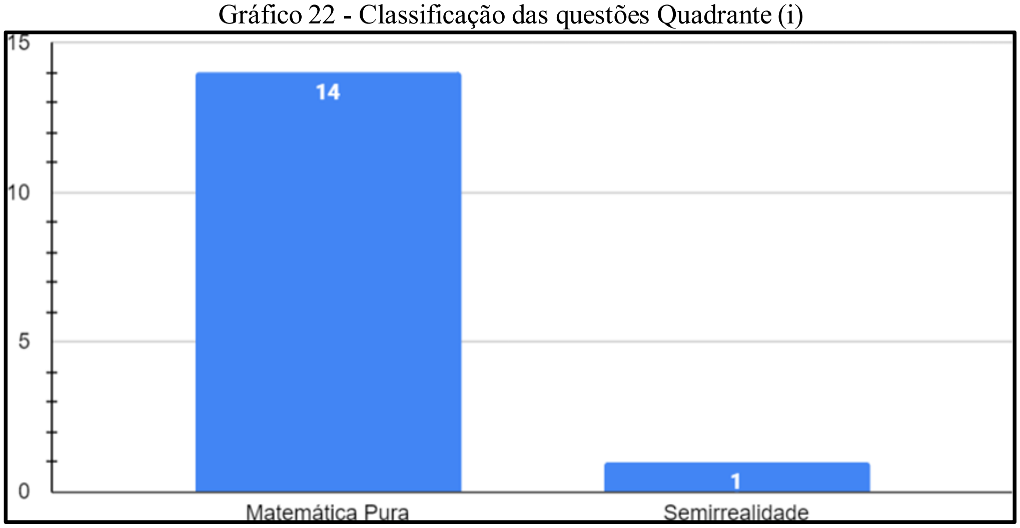
2.4.9 Quadrante – Editora SM

A coleção "Quadrante – Matemática e suas tecnologias" consta com seis volumes. O de maior importância para análise é o volume 1, que aborda o conteúdo de Funções, de autoria de Chavante e Prestes (CHAVANTE; PRESTES, 2020).

O capítulo de Função Quadrática é iniciado com um exemplo relacionando à área de um quadrado com uma Função Quadrática, logo em seguida já são apresentados os zeros da função, afirmando que esses podem ser identificados através da "fórmula de Bhaskara". Por trabalhar com esta fórmula, é também feito o estudo do discriminante, analisando quantos zeros da função serão identificados com base no valor de Δ, em seguida são mostrados quatro exemplos. O livro aborda também o método da "soma e produto" e suas respectivas "fórmulas" são demonstradas.

Em seguida, a forma canônica é apresentada, mesmo sem antes ser trabalhado o vértice da parábola. Logo após, são mostrados três exercícios resolvidos e outros 15 são propostos, sendo estes classificados de acordo com o Gráfico 22:

Gráfico 22 - Classificação das questões Quadrante (i)

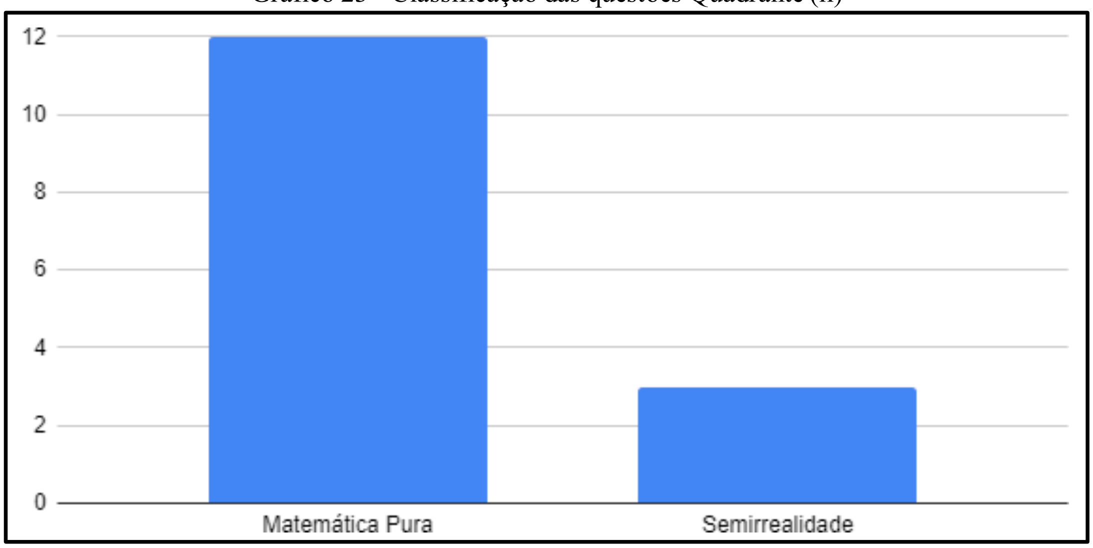


Fonte: Elaboração própria.

Na próxima seção, é abordado o gráfico da Função Quadrática, sendo esse primeiramente construído a partir de uma tabela e, posteriormente, analisando o que ocorre com este ao variar os valores de a, b e c. Em seguida, existe uma subseção especificando melhor o impacto de cada um dos coeficientes no gráfico da função. Para fixação, são propostos 15 exercícios, sendo todos esses de matemática pura.

Na seção final deste capítulo, é visto o Conjunto Imagem da Função Quadrática, conjunto esse que é determinado com base na concavidade da parábola e no Y vértice, porém o conteúdo de vértice só vem a ser apresentado após o Conjunto Imagem, como valor máximo e mínimo, onde é demonstrada as fórmulas de x e y do vértice. Em seguida, é mostrado como fazer o estudo do sinal da Função Quadrática. Para finalizar essa seção, são propostas 15 atividades, sendo estas classificadas de acordo com o Gráfico 23:

Gráfico 23 - Classificação das questões Quadrante (ii)



Fonte: Elaboração própria.

Como conteúdo complementar, é indicado que o conteúdo de Função Quadrática pode ser relacionado com a Queda Livre na Física, porém a relação é feita apenas pela fórmula utilizada na queda livre ter o tempo ao quadrado.

A conclusão após esta análise é de que o capítulo foi trabalhado com pouca contextualização, muitas fórmulas e matemática pura. Das 45 questões propostas, apenas quatro possuíam algum contexto na Função Quadrática, fortalecendo o falso argumento de que esse conteúdo não teria aplicação na "vida real". Além disso, o livro segue trabalhando o conteúdo de vértice antes mesmo de defini-lo, vendo inclusive a forma canônica sem explicar anteriormente que a fórmula pode contar com o x e y do vértice.

2.4.10 Ser Protagonista – Editora SM

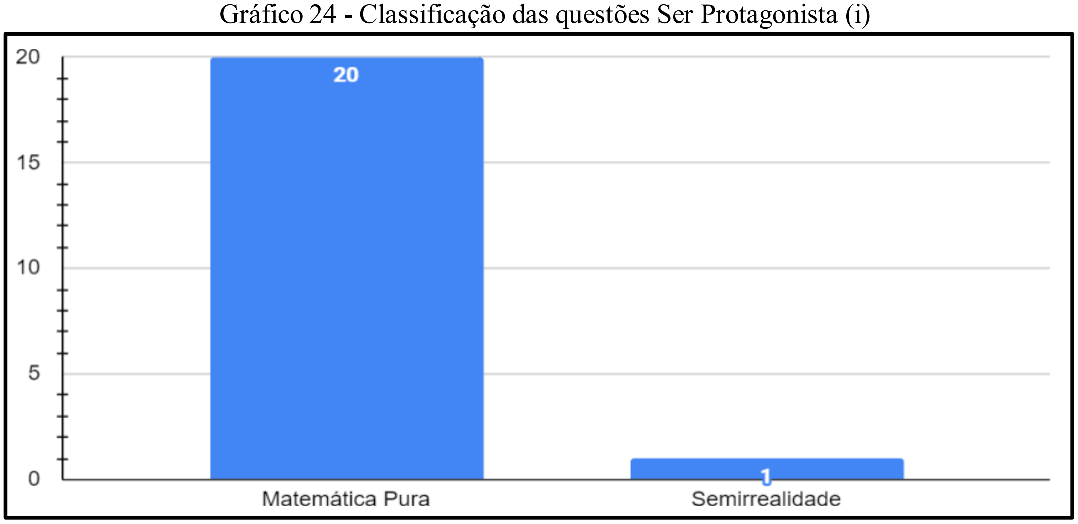
A coleção "Ser Protagonista – Matemática e suas tecnologias" possui seis volumes, todos de autoria de Diniz e Smole. Dentre esses, os volumes a serem analisados serão "Números e Álgebra", (DINIZ; SMOLE, 2020a), por conta do capítulo de Função Quadrática e o volume "Álgebra e Educação Financeira" (DINIZ; SMOLE, 2020b), pois esse aborda o conteúdo de Sequências.

O capítulo de Função Quadrática é iniciado com um problema envolvendo a venda de bicicletas e o lucro obtido pelo vendedor, já trazendo ideias de lucro máximo, induzindo assim para x e y do vértice. Em seguida, é apresentada a lei de formação da Função Quadrática, discriminando a posição de cada coeficiente a, b e c. Depois, mostra-se o gráfico de uma Função Quadrática como uma parábola, tendo uma explicação do que é uma parábola e de quais elementos ela é constituída.

O próximo conteúdo a ser trabalhado é o de pontos importantes no gráfico da Função Quadrática. O primeiro ponto destacado é a "raiz" da Função Quadrática, para identificar a "raiz", o livro sugere utilizar a "fórmula de Bhaskara". Outro ponto que é considerado importante se trata da intersecção do gráfico com o eixo y, tendo coordenadas $(0, c)$. O último ponto a ser trabalhado é o vértice da parábola, sendo esse destacado como o ponto máximo ou mínimo de uma parábola, em seguida, são apresentadas as fórmulas utilizadas para identificar os valores de x e y.

Como fixação, são propostos 21 exercícios, sendo essas classificadas de acordo com o Gráfico 24:

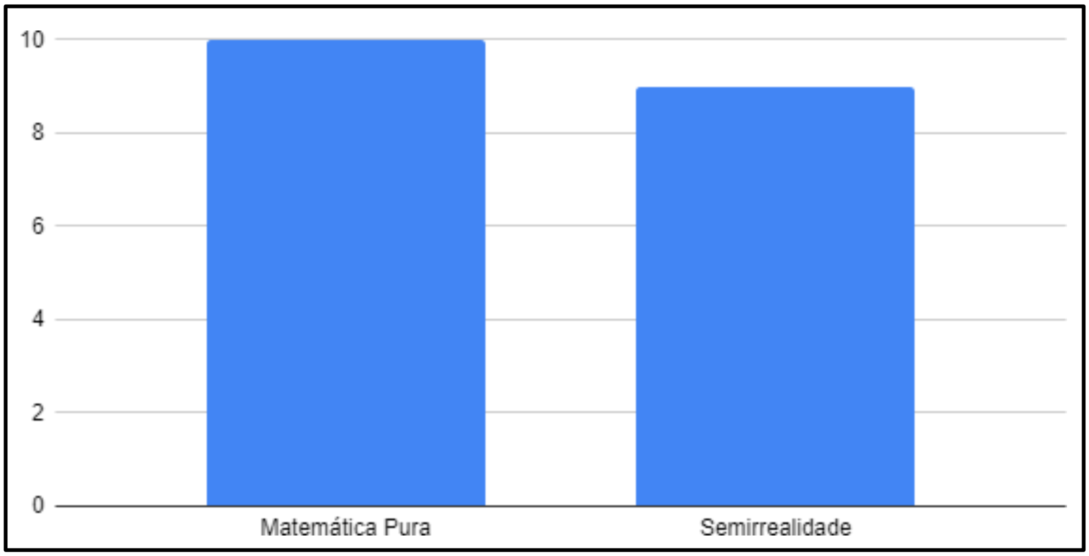
Gráfico 24 - Classificação das questões Ser Protagonista (i)



Fonte: Elaboração própria.

Após isso, é revisto o valor máximo e mínimo de uma Função Quadrática, para que possa ser visto o Conjunto Imagem da função. Nesta seção, é ensinado como construir uma Função Quadrática no *software Winplot.* Para finalizar o capítulo, é apresentado o estudo do sinal desta função e são propostos outros 19 exercícios, que podem ser classificados de acordo com o Gráfico 25:

Gráfico 25 - Classificação das questões Ser Protagonista (ii)



Fonte: Elaboração própria.

Com essas atividades, o conteúdo de Função Quadrática é encerrado, mas o livro continua trabalhando inequação do segundo grau com algumas questões, ao todo, seis questões, com todas sendo de matemática pura.

Com este capítulo, podemos concluir que este livro didático possui problemas parecidos com o outro livro desta mesma editora, pois ambos possuem um capítulo curto para trabalhar pouco conteúdo. Neste capítulo, tivemos apenas dois blocos de exercício, e também não foi realizada nenhuma indicação de que a Função Quadrática segue algum padrão de crescimento. Também foi realizada a leitura do segundo volume, e não foi identificado nenhuma relação entre o conteúdo de funções e o de sequência, menos ainda a relação com a Função Quadrática, visto que nem a Progressão Aritmética de segunda ordem é citada neste capítulo.

2.4.11 Conclusão da Análise

Após a análise ser realizada em todos os livros do PNLD 2021, o mais recente, podemos concluir algumas coisas, tais como:

- Apenas dois livros didáticos exploram a relação entre a Função Quadrática e a Progressão Aritmética de segunda ordem;
- A grande maioria das questões estão relacionadas a matemática pura, evidenciando que as questões de Função Quadrática não estão sendo devidamente contextualizadas;

Para melhor visualização dos dados obtidos com a análise dos livros segundo a teoria aos dados das questões e a análise dessas com base na teoria de Skovsmose, tem-se, a seguir, o quadro com todos os 10 livros e as divisões das questões em cada categoria

Quadro 2 – Classificação geral das questões livros do PNLD 2021

Nome do livro didático	Questões de matemática Pura	Questões de Semirrealidade	Questões de Realidade	Total
Conexões	54	10	4	68
Diálogo	34	8	10	52
Interação	29	7	2	38
Matemática em Contexto	28	19	8	55
Matemática Interligada	40	6	8	54
Nos dias de hoje	8	5	1	14
Prisma	35	17	0	52
Quadrante	4	41	0	45
Ser protagonista	30	10	0	40
Multiversos	33	19	0	52
Total	295	142	33	470

Fonte: Elaboração própria.

Ao fim da análise, é possível perceber que a maior parte das questões são relativas à matemática pura, sendo observado em 9 dos 10 livros analisados. A disposição das questões possui relação direta com a forma em que o livro didático é trabalhado: aqueles que possuem mais contextualizações e explicações possuem mais questões nos ambientes de aprendizagem de semirrealidade e realidade.

Para exemplificar as questões apresentadas nos livros didáticos, serão dispostas três questões, uma para cada ambiente de aprendizagem. A primeira a ser apresentada pertence ao ambiente de matemática pura (Figura 4):

Figura 4 - Questão do ambiente de matemática pura

1 Quais das funções a seguir são quadráticas?

a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2x^3 + x^2 - 6x + 3$.

b) $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = x^2 - 8$.

c) $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $h(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 4x + 1$.

d) $m: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $m(x) = 2^x + 5x - 9$.

e) $n: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $n(x) = x(7 - x)$.

Fonte: Teixeira, 2020, p. 69.

Tal questão pode ser classificada no ambiente de matemática pura por não apresentar contextualização. Em seguida, o exercício disposto pertence ao ambiente de semirrealidade (Figura 5):

Figura 5 - Questão do ambiente de semirrealidade

40. Ferramentas No lançamento de tiro de meta em um jogo de futebol, a bola chutada pelo goleiro fez a mesma trajetória de uma parábola, descrita pela função $h: [0, 58] \to \mathbb{R}$, dada por $h(x) = -\frac{2}{145}x^2 + \frac{4}{5}x$, em que x é o alcance (horizontal) e $h(x)$, a altura da bola.
Esboce o gráfico da função h e determine a altura máxima atingida pela bola nesse lançamento.

Fonte: Andrade, 2020, p. 114.

Esta questão possui uma contextualização da Função Quadrática com o lançamento de um tiro de meta no futebol, porém não é da realidade que durante um jogo a lei de formação de uma Função Quadrática seja aplicada, então a contextualização serviu apenas para o início da atividade. A seguir, o exercício disposto (Figura 6) pertence ao ambiente de realidade.

Figura 6 - Questão do ambiente de realidade

Q4– (Enem) Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo.
Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a

a) 4 **b)** 6 **c)** 9 **d)** 10 **e)** 14

Fonte: Leonardo, 2020, p. 39

O uso da lei de formação é o fator que menos se aproxima de uma situação factual, visto que uma loja de bonés não necessariamente faria a conta desta forma. No entanto, quando se trata de expressar a função Lucro, sua aplicação é significativamente viável. Por essa razão, essa questão foi classificada como pertencente ao ambiente de aprendizagem da realidade.

De acordo com Skovsmose (2000), a contextualização, mesmo sendo apenas com a semirrealidade, fornece um suporte para alguns alunos para a resolução do problema, o que não ocorre com as questões do ambiente de matemática pura, que pode acarretar uma maior dificuldade para sua resolução.

Quanto à intradisciplinaridade, foi possível percebê-la em sete dos 10 livros. Importante destacar que a intradisciplinaridade citada é entre o conteúdo de função e o de sequências e não em toda a coleção. Dos sete livros que relacionavam esses conteúdos, apenas dois (Matemática Interligada e Diálogo) relacionam a Função Quadrática com alguma Progressão Aritmética, mesmo sem utilizar o nome "Progressão Aritmética de segunda ordem".

Mesmo com a ausência da intradisciplinaridade desejada, Lorenzato (2010) afirma que o professor não pode ser "refém" de seu livro didático, ou seja, ainda que o conteúdo não esteja presente no livro, ele pode introduzi-lo em sua aula se achar que será benéfico para os alunos.

2.5 Trabalhos Relacionados

Foi realizada uma pesquisa no site de buscas Google Acadêmico, com o objetivo de encontrar trabalhos com temáticas semelhantes ao presente trabalho. Foram utilizadas as palavras-chave: "Função Quadrática" e "Progressão Aritmética", com filtros para trabalhos publicados no ano de 2022. Foram obtidos 21 resultados e após a leitura de seus títulos, dois foram selecionados pela semelhança com essa pesquisa, aproximando-se do tema deste TCC: Lima (2021) e Vale (2012).

Na segunda pesquisa, realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, foram utilizadas as palavras-chave: “Função Quadrática” e “tabela”. Foram obtidos três resultados, com a leitura de seus resumos, um trabalho foi selecionado pela aproximação com este TCC: Rocha (2021).

A seguir, serão descritos os três trabalhos relacionados.

2.5.1 Utilizando Progressões Aritméticas na Resolução de Certos Problemas de Funções

Na dissertação “*Utilizando Progressões Aritméticas na Resolução de Certos Problemas de Funções*”, o autor Filipe Lima (2021) tem, como objetivo, apresentar um método de resolução para uma classe de questões e, para isso, trabalhou com o conteúdo de progressão e com o teorema de caracterização.

O autor trabalha com o conteúdo de progressão, explicando as progressões: aritmética, geométrica e harmônica. Ele propõe que é possível unir o conteúdo de progressão comas ideias de função, que ele traz posteriormente no trabalho.

A conclusão à qual o pesquisador chegou foi a de que a união das partes é favorável para o ensino e que existem questões que precisam da utilização das tabelas e do entendimento da relação da Função Quadrática com a Progressão Aritmética de segunda ordem. Como pontos em comum entre os trabalhos, temos o teorema de caracterização de Função Quadrática e o fato de se realizar questões com uso de tabelas. O ponto distinto trata-se por não ser um estudo de caso e por abordar as outras progressões e funções, além da quadrática.

2.5.2. Estudo da Função Quadrática: uma proposta utilizando Investigação Matemática

Na dissertação “*Estudo da Função Quadrática: uma proposta utilizando Investigação Matemática”*, de Marcia Rocha (2021), a autora tem, como objetivo, “levar o estudante a reconhecer uma Função Quadrática, por meio da Investigação Matemática com a utilização de material concreto”.

A pesquisa realizada passou por uma revisão bibliográfica, seguida de uma fundamentação teórica, para elaborar as atividades, que foram aplicadas para uma turma de Licenciatura em Matemática.

Ao longo do trabalho, a autora explica como fazer a atividade e qual será o material concreto necessário para fazê-la, para facilitar a reprodução do conteúdo.

A autora realizou atividades distintas que não demonstraram explicitamente a Função

Quadrática, mas que, através dos exemplos e da contextualização, era possível perceber a sua presença e resolver os exercícios propostos.

A autora conclui que o trabalho atendeu às expectativas, podendo ajudar e motivar muitos professores na preparação das aulas e, com certeza, também auxiliará os alunos.

Como pontos em comum ao presente trabalho, temos o uso da Função Quadrática e o uso de formas alternativas para a resolução de problemas, porém como pontos distintos, destacam-se a forma que foi utilizada para resolução e o público-alvo.

2.5.3 As tarefas de padrões na aula de Matemática: um desafio para professores e alunos

No artigo *"As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos*, de Isabel Vale (2012), a autora aborda a resolução de algumas atividades com a utilização de padrões, utilizando contextos visuais e favorecendo a criatividade de alunos e professores.

A aplicação do trabalho foi feita através de questões como uso de padrões, para verificar como seria a resolução dos alunos e, mais importante, analisar a forma na qual eles chegaram a essa resolução. As atividades foram aplicadas para alunos a partir do 4 ° ano escolar e para alunos do 3° ano do curso de formação de professores.

A autora conclui que o trabalho tem um grande potencial de aplicação e que os alunos possuem uma gigantesca capacidade de visualização, generalização, conjectura e imaginação, e cabe ao professor explorar tais qualidades. As atividades permitiram aos alunos aplicarem técnicas diferentes, e o uso das sequências fez com que os alunos entendessem melhor o conteúdo com o qual estavam trabalhando.

Como pontos em comum com o presente trabalho, temos a utilização de padrões e, como pontos distintos, temos a aplicação de uma proposta didática, o público-alvo e não o fato de trabalhar o conteúdo de Função Quadrática.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, encontram-se as características da pesquisa, sendo destacados o tipo de pesquisa, o público-alvo, os instrumentos de coleta de dados e as etapas da pesquisa.

3.1 Características da pesquisa

Esta pesquisa é de cunho qualitativo e do tipo estudo de caso. A pesquisa qualitativa tem, como objetivo, o aprofundamento da compreensão de um determinado grupo social, de uma organização e não a sua representatividade numérica (Gerhardt; Silveira, 2009).

A pesquisa, se avaliada quanto aos objetivos, é do tipo descritiva, visto que o objetivo é apenas identificar uma hipótese, sem o intuito de indicar a resolução do problema. Gil (2002) indica que o objetivo dessa classe de pesquisa é descrever características de determinada população ou fenômeno ou, então, estabelecer relações entre variáveis.

Entretanto, considerando que o objetivo geral é investigar se os alunos conseguem reconhecer uma Função Quadrática sem a lei de formação, a pesquisa também se aproxima do tipo exploratória, pois propõe uma nova visão sobre o problema, nesse caso, uma nova visão sobre as dificuldades dos alunos em relação ao estudo Função Quadrática. Gil (2002) aponta que: "Há, porém, pesquisas que, embora definidas como descritivas com base em seus objetivos, acabam servindo mais para proporcionar uma nova visão do problema, o que as aproxima das pesquisas exploratórias".

Após uma análise das modalidades de pesquisa existentes, constatou-se que a mais adequada para o presente trabalho é o estudo de caso. Caracteriza-se por ser um estudo aprofundado de um ou alguns casos, em que sejam permitidos seu amplo e detalhado conhecimento (Gil, 2009). E, de acordo com Yin (2010), na investigação feita no estudo de caso, são preservados os aspectos significativos dos eventos da vida real

Como fonte de coleta de dados para esta pesquisa, serão utilizados o questionário e a observação.

O questionário foi escolhido pois, segundo Gil (2002), é uma técnica de coleta de dados que traz, como vantagem, a rapidez no levantamento dos dados, preserva o anonimato e não exige treinamento pessoal, além de ser de baixo custo e de conhecimento geral dos alunos.

No questionário, por ser um meio de coletar os dados de maneira rápida e objetiva, é necessário que a linguagem seja simples e direta, para que a resposta traga o que se pede (Gerhardt; Silveira, 2009).

A observação é defendida por Gil (2009) como uma técnica de coleta de dados é fundamental e permeia todos os processos da pesquisa, mas é na fase de coleta de dados que se torna ainda mais evidente. A principal vantagem da observação em comparação com as outras técnicas é que essa não precisa de um meio para ser realizada, é feita sem qualquer intermediação.

A observação aplicada nesta pesquisa foi a simples, na qual o pesquisador apenas observa a comunidade na pesquisa, mesmo sem estar inserido em seu cotidiano. A observação é seguida por um processo de análise e interpretação dos dados (Gil, 2009).

O público-alvo desta pesquisa são alunos de 2° do Ensino Médio, visto que ter estudado o conteúdo de Função Quadrática e Sequências é um requisito necessário e obtido pelos alunos dessa série.

Esta pesquisa está dividida nas seguintes etapas:

- Revisão Bibliográfica;
- Elaboração e aplicação do teste exploratório;
- Análise dos dados obtidos no teste exploratório e realização de alterações sugeridas;
- Aplicação do questionário;
- Análise dos dados obtidos com o uso dos instrumentos de coleta de dados.

3.2 Elaboração do Questionário

O questionário tem como objetivo identificar se os alunos conseguem identificar a Função Quadrática sem a lei de formação e comparar o desempenho deles na Função Quadrática com as funções afim e exponencial

É apresentado, nesta seção, a versão final (Apêndice B), após as correções sugeridas no teste exploratório, visto que foi a versão analisada posteriormente. A versão utilizada no teste exploratório encontra-se no Apêndice A.

Antes da aplicação do questionário, foi pedido que os alunos assinassem um termo de consentimento livre e esclarecido (Figura 7), afirmando estarem de acordo com a participação na pesquisa e divulgação de seus resultados, desde que feitos de maneira sigilosa

Figura 7 - Termo de consentimento livre e esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Licenciando(a),

Eu, Arthur Souza Manhães, licenciando do curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro (IFF), estou realizando uma pesquisa sob orientação do professor Me. Ronaldo Caetano Barboza , na qual o objetivo é investigar a capacidade dos alunos em reconhecer uma função quadrática sem a lei de formação. Para a realização da pesquisa, solicitamos sua contribuição para responder este questionário, por isso, pedimos sua permissão, por meio do presente termo, para o uso dos resultados coletados e posteriormente a sua publicação. Deixamos claro que a sua participação não acarretará em nenhum gasto ou compensação financeira e que sua colaboração é voluntária. Sua identidade será precisamente preservada no momento da divulgação dos dados coletados e todas as informações que permitam identificá-lo(a) serão omitidas. Esclarecemos ainda que esta pesquisa tem fins exclusivamente acadêmicos e que a sua participação será de grande auxílio. Quaisquer dúvidas ou perguntas a respeito da pesquisa poderão ser elucidadas por nós, por meio de nossos e-mails: arthur.manhaes@gsuite.iff.edu.br. Nosso orientador também está disponível no e-mail: ronaldobarboza8@gmail.com . Agradecemos pela sua cooperação nesta pesquisa.

Autorização:

Eu, ____, afirmo que li e permito o uso dos resultados coletados e sua publicação.

Fonte: Elaboração própria.

O questionário foi separado em duas seções: Seção 1 e Seção 2. Na primeira (Figura 8), há quatro perguntas com o objetivo de analisar a relação do aluno com a Matemática e com o conteúdo de Função Quadrática.

Figura 8 - Primeira Seção do questionário

1 - Você já estudou o conteúdo de Função Quadrática?

____

2 - Você saberia reconhecer uma Função Quadrática?

____

3 - Em uma escala de 1 a 5, sendo 1 muita dificuldade e 5 muita facilidade, como você avaliaria seu conhecimento em Matemática?

____

4 - Em uma escala de 1 a 5, sendo 1 muita dificuldade e 5 muita facilidade, como você avaliaria seu conhecimento quanto ao conteúdo de Função Quadrática?

____

Fonte: Elaboração própria.

Na primeira questão, é perguntado se o aluno já estudou Função Quadrática, com o objetivo de saber se possui conhecimento do conteúdo bordado no trabalho.

Na segunda questão, é perguntado se o aluno seria capaz de reconhecer uma Função Quadrática, com o objetivo de saber se os alunos realmente conseguem reconhecer a Função

Quadrática e a sua caracterização, ou apenas a lei de formação.

Na terceira e na quarta questão, o objetivo é compreender como o aluno se avalia tanto no conteúdo de Função Quadrática quanto na disciplina de Matemática.

A segunda seção do questionário apresenta quatro questões, especificamente sobre o conteúdo de Função Quadrática. Na primeira questão (Figura 9), são explicitadas três funções distintas e é perguntado se os alunos conseguem reconhecer cada uma das funções Afim, Quadrática e Exponencial.

Figura 9 - Primeira questão da Seção 2 do questionário

1 - Qual o tipo de função representada pela lei de formação abaixo?

a) $f(x) = 2x - 1$

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

b) $f(x) = 3x^2 + 10x - 5$

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

c) $f(x) = 2^x$

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

Fonte: Elaboração própria.

Esta questão tem, como objetivo, verificar se os alunos são capazes de reconhecer a Função Quadrática dada a lei de formação. A questão também aborda a Função Afim e a Função Exponencial, com o objetivo de conferir se há uma diferença de resultados. A segunda parte da questão (Figura 10) tem como objetivo, identificar se os alunos conseguem reconhecer o porquê identificaram a Função Quadrática na questão acima. Nas respostas, não será avaliado o uso de termos formais.

Figura 10 - Segunda parte da questão 1 da Seção 2

1.1 - Você identificou alguma Função Quadrática? Se sim, qual foi o critério utilizado para esta determinação?

Fonte: Elaboração própria.

A segunda questão (Figura 11) é de extrema importância para a presente pesquisa. A intenção é fazer com que o aluno reconheça as funções por meio de um padrão numérico. Para isso, o aluno deve ser capaz de observar o padrão obtido nas tabelas e reconhecer qual padrão é característico da Função Quadrática e para comprovar que o mesmo entendeu o padrão, foi pedido para que ele identifique o próximo termo da sequência. O objetivo é que o aluno perceba o padrão de crescimento e relacione qual função possui estas características, seja esta Afim, Quadrática ou Exponencial.

Figura 11 - Segunda questão da Seção 2

2 - Nas tabelas abaixo, qual modelo de função relaciona x e $f(x)$? Calcule f(6).

a)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	7	9	11	

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

b)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	9	15	23	

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

c)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	9	27	81	243	

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

Fonte: Elaboração própria.

Vale ressaltar que:

- O item a representa uma Função Afim com lei de formação: $f(x) = 2x + 1$;
- O item b representa uma Função Quadrática com lei de formação: $f(x) = x^2 - x + 3$;
- O item c representa uma Função Exponencial com lei de formação: $f(x) = 3^x$.

Assim como foi feito na primeira questão, tem-se uma segunda parte para a questão

(Figura 12) perguntando se o aluno conseguiu identificar a Função Quadrática e qual foi o raciocínio utilizado por ele em caso afirmativo.

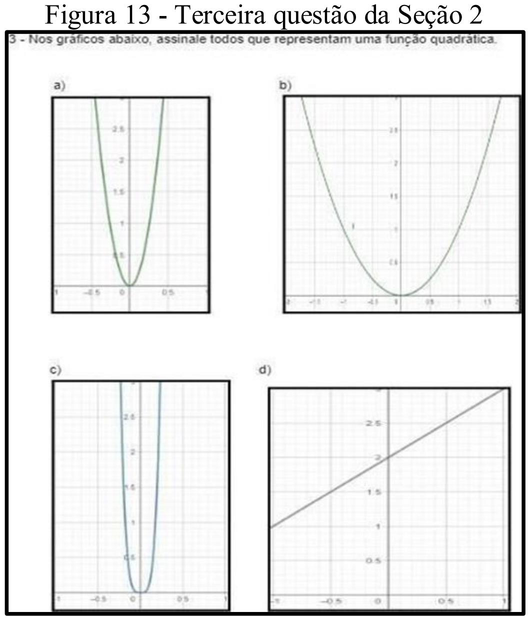
Figura 12 -Segunda parte da questão dois da Seção 2

> 2.1 - Você identificou alguma Função Quadrática? Se sim, qual foi o critério utilizado para esta determinação?
>
> ____

Fonte: Elaboração própria.

Na terceira questão (Figura 13), foi solicitado ao aluno que indique a Função Quadrática dentre quatro gráficos dispostos no plano cartesiano. O intuito dessa atividade é mostrar que o esboço de uma parte de um gráfico não é sempre o suficiente para identificar o tipo de função associada a ele.

Figura 13 - Terceira questão da Seção 2



Fonte: Elaboração Própria.

É valido destacar que:

- A alternativa a) representa uma função modular composta com uma função polinomial de terceiro grau, com lei de formação: $f(x) = |25x^3|$;
- A alternativa b) representa uma função polinomial do segundo grau, com lei deformação: $f(x) = x^2$;
- A alternativa c) representa uma função polinomial do quarto grau, com lei

deformação: $f(x) = 1000x^4$;

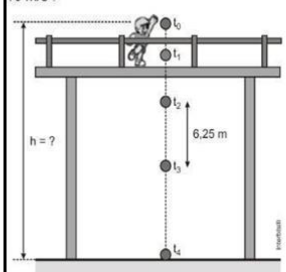
- A alternativa d) representa uma função polinomial do primeiro grau, com lei deformação: $f(x) = x + 2$.

O questionário é finalizado com uma questão (Figura 14) contextualizada que aborda um conceito de Física chamado de “queda livre”. Essa questão foi retirada do vestibular de 2013 da Universidade Estadual de São Paulo (UNESP). Foi realizada uma adaptação para que não fosse necessário possuir conhecimentos em Física para que pudesse ser realizada, visto que o objetivo da questão é relacionar o padrão de queda com a Função Quadrática.

Figura 14 – Quarta questão da Seção 2

4 - Analise a questão **resolvida** abaixo e faça o que se pede.

“Em um dia de calmaria, um garoto sobre uma ponte deixa cair, verticalmente e a partir do repouso, uma bola no instante $t_0 = 0$ s. A bola atinge, no instante t_4, um ponto localizado no nível das águas do rio e à distância h do ponto de lançamento. A figura apresenta, fora de escala, cinco posições da bola, relativas aos instantes t_0, t_1, t_2, t_3 e t_4. Sabe-se que entre os instantes t_2 e t_3 a bola percorre 6,25 m e que $g = 10\ m/s^2$.



Desprezando a resistência do ar e sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas apresentadas na figura é sempre o mesmo, determine a distância h.

Resolução:

*Entre cada posição da bola, a diferença de tempo para percorrer o espaço é igual, indicando que a bola percorre distâncias cada vez maiores no mesmo intervalo de tempo, ou seja, está ficando mais rápida. Com a análise da teoria das Proporções de Queda de Galileu, podemos interpretar que no intervalo de tempo entre as posições, a bola percorreu, respectivamente: **d**, 3**d**, 5**d** e 7**d**, sendo “**d**” um valor real referente a distância percorrida.*

*Como o terceiro intervalo é relativo à 5**d**, e na imagem está indicado que a distância foi de 6,25m, podemos concluir que o valor de “**d**” é de $1,25m$, como a queda total foi de 16**d**, podemos afirmar que o objeto caiu $20m$.*

Na resolução acima, é possível visualizar a correlação entre a questão e o conteúdo de função quadrática? Se sim, explique a correlação existente.

Fonte: Elaboração própria com base em uma questão da UNESP.

3.3. Teste exploratório

O teste exploratório do questionário foi realizado nos dias três e quatro de julho de 2023. A aplicação ocorreu em dois dias por conflitos na agenda dos alunos escolhidos. O teste contou com a participação de 10 alunos licenciandos em Matemática, no Instituto Federal Fluminense *campus* Campos Centro.

Para selecioná-los, foi feito um contato com todos os alunos que estavam matriculados em TCC III, visto que já estudaram os conteúdos de Função Quadrática e Progressão Aritmética de segunda ordem, logo colaboram tanto com sugestões no conteúdo, quanto com colaborações na pesquisa.

A aplicação do teste exploratório tem os seguintes objetivos: (i) verificar se a elaboração das questões estava adequada para o público-alvo; (ii) analisar as dificuldades na realização da atividade; (iii) coletar sugestões dos licenciandos para realizar melhorias na atividade.

Os resultados obtidos nesse momento e as análises feitas pelo pesquisador estarão dispostos no capítulo 4, seção 4.1.

O questionário foi aplicado de forma presencial, com os alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola de rede particular de ensino, com parceria com o Instituto Federal Fluminense (IFF), na questão do estágio, e possuía turma com disponibilidade para participar da experimentação e, como requisito necessário, o conhecimento em Função Quadrática e em sequências.

O professor que recebeu o pesquisador ministrava aulas para três turmas do terceiro anodo Ensino Médio. O questionário foi aplicado no primeiro horário, pois era a turma mais participativa e com maior interesse na disciplina na visão do professor. Ao todo foram 24 alunos presentes e que aceitaram participar.

Serão apresentados os resultados e a análise de dados obtidos nesta fase do estudo de caso, no capítulo 4.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, inicialmente são descritos e analisados os resultados obtidos no teste exploratório, destacando-se as alterações promovidas após as sugestões dos participantes. Posteriormente, serão analisados os dados obtidos na aplicação do questionário após as alterações sugeridas no teste exploratório. Por fim, é realizada a conclusão da análise dos livros didáticos do PNLD.

4.1. Teste exploratório do questionário

Nesta seção, são apresentadas as considerações do Questionário e dos resultados obtidos na aplicação das atividades.

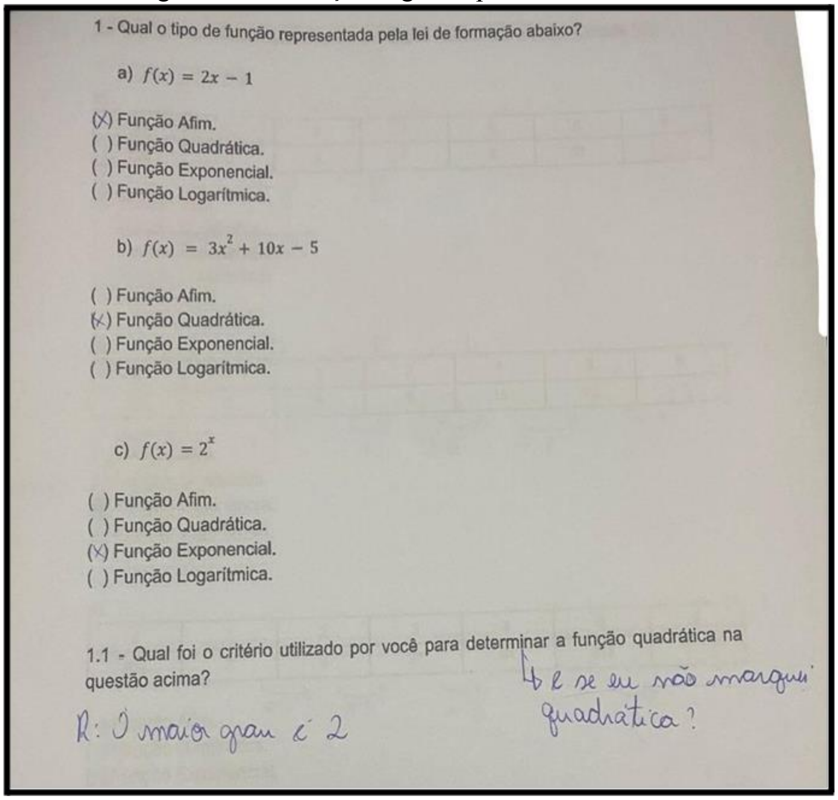
O teste exploratório foi realizado com alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense (IFF) *Campus* Campos Centro, para efeito de escrita monográfica, optou-se por nomear os participantes do teste exploratório como P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9 e P_{10}.

Foram realizados dois encontros para a aplicação do teste exploratório. O primeiro foi realizado no dia 3 de julho de 2023, foi realizado o primeiro encontro para a apresentação do questionário. O segundo foi realizado no dia 4 de julho de 2023. Em ambos os encontros foi pedido para que os participantes escrevessem suas sugestões para alterações e foram obtidas boas respostas e ideias.

A primeira seção do questionário não teve sugestão, apenas foi perguntado se as quatro perguntas eram de fato necessárias, mas foi explicado que cada uma tinha um objetivo para a análise do resultado obtido do aluno.

Na Seção 2, deu-se início às atividades, contendo quatro questões, e todos os participantes apresentaram dificuldades para realizar as questões dois e quatro. Na primeira questão, todos os participantes responderam corretamente, relacionando a lei de formação com o modelo da função. O participante P_1 sugeriu uma alteração no enunciado do item *1.1* para caso o aluno não tenha determinado nenhuma Função Quadrática (Figura 15).

Figura 15 - Alteração sugerida por P1 no item *1.1*



1 - Qual o tipo de função representada pela lei de formação abaixo?

a) $f(x) = 2x - 1$

(X) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

b) $f(x) = 3x^2 + 10x - 5$

( ) Função Afim.
(X) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

c) $f(x) = 2^x$

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
(X) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

1.1 - Qual foi o critério utilizado por você para determinar a função quadrática na questão acima?

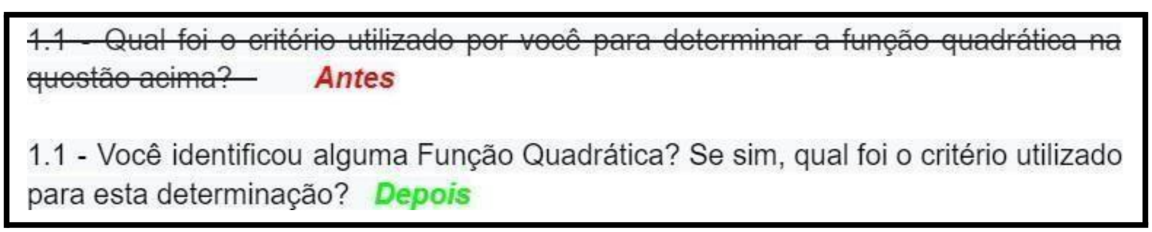
R: O maior grau é 2

E se eu não marquei quadrática?

Fonte: Protocolo de Pesquisa

A sugestão foi acatada, e a mudança foi realizada (Figura 16) para uma pergunta que permite ao aluno dizer primeiramente se ele determinou ou não uma Função Quadrática e somente em caso de ter determinado explicar o critério utilizado para fazer essa determinação.

Figura 16 - Alteração realizada no item *1.1*



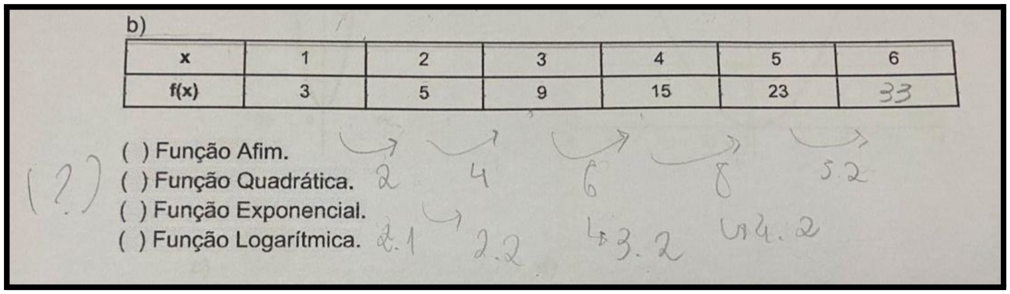
~~1.1 - Qual foi o critério utilizado por você para determinar a função quadrática na questão acima?~~ Antes

1.1 - Você identificou alguma Função Quadrática? Se sim, qual foi o critério utilizado para esta determinação? Depois

Fonte: Elaboração própria.

Já na questão dois, a maioria dos participantes cometeu o mesmo erro, que ocorreu no item *b),* corroborando o estudo de Lopes (2017), no qual é afirmado que os alunos conseguem identificar os padrões em progressões de segunda ordem e também com Duarte (2018) em que reforça a dificuldade do aluno em trabalhar com Função sem o uso da lei de formação. (Figura 17):

Figura 17 - Resolução do item b do participante P_7.



b)

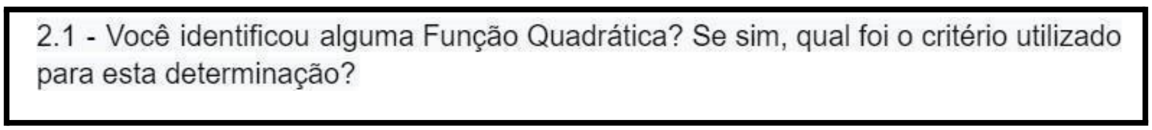
x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	9	15	23	33

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O mesmo aconteceu com outros cinco participantes, totalizando 60% dos participantes que deixaram a questão em branco ou afirmaram que chutaram. Uma das sugestões nessa questão foi repetir a mesma pergunta feita no item *1.1,* portanto foi adicionado o item *2.1* (Figura 18).

Figura 18 - Adição do item 2.1



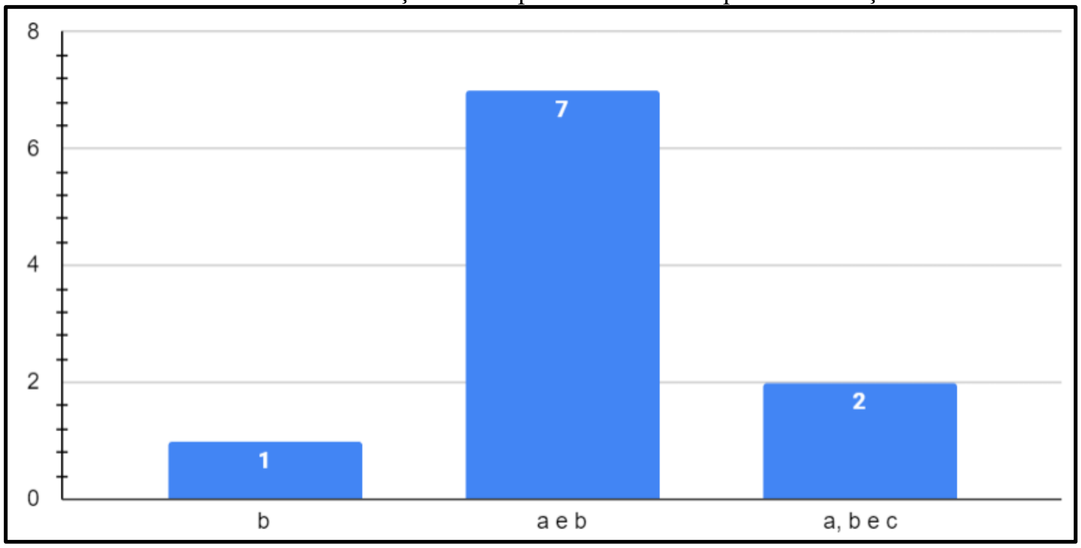
2.1 - Você identificou alguma Função Quadrática? Se sim, qual foi o critério utilizado para esta determinação?

Fonte: Elaboração própria.

Todos os participantes acertaram os *itens* $a)$ e $c)$, reforçando o que pode ser observado na análise dos livros do PNLD 2021, que a maioria dos livros trabalhou a intradisciplinaridade da Função Afim com a Progressão Aritmética e da Função Exponencial com a progressão geométrica, fazendo com que os estudantes consigam identificar mais facilmente a que função estes padrões de crescimento se aplicam.

Na questão três, houve ainda mais erros, mas, dessa vez, teve uma diferença quanto à questão dois: os participantes não perceberam que estavam cometendo erros, apenas marcaram os gráficos que achavam estar corretos. A opção correta seria a marcação apenas da alternativa *b,* como foi analisado anteriormente na seção 3.2.1.1, pois é a única alternativa cujo o gráfico é de uma Função Quadrática. A seguir temos a distribuição das respostas da questão três (Gráfico 26).

Gráfico 26 – Distribuição das respostas da terceira questão da Seção 2



Fonte: Elaboração própria.

Portanto, dos 10 participantes, apenas um conseguiu acertar a questão três, e não houve nenhuma sugestão e nem dúvida enquanto faziam, fortalecendo o argumento de Jorge e Savioli (2016) de que apenas a observação do gráfico para determinar a Função Quadrática não é o método mais confiável, visto que recortes de outros gráficos podem se assemelhar com os gráficos da Função Quadrática, mas possuem propriedades diferentes.

Na quarta questão, dos 10 participantes, oito afirmaram que não sabiam responder, e os outros dois acertaram, porém não justificaram a resposta. Tendo em vista os resultados, foi decidido uma nova resolução (Figura 19) para facilitar o entendimento da questão e a visualização da caracterização da Função Quadrática.

Figura 19 - Nova resolução da questão quatro

Resolução:

Entre cada posição da bola, a diferença de tempo para percorrer o espaço é igual, indicando que a bola percorre distâncias cada vez maiores no mesmo intervalo de tempo, ou seja, está ficando mais rápida. Com a análise da teoria das Proporções de Queda de Galileu, podemos interpretar que no intervalo de tempo entre as posições, a bola percorreu, respectivamente: ***d*, *3d*, *5d*** *e* ***7d***, *sendo "**d**" um valor real referente a distância percorrida.*

Como o terceiro intervalo é relativo à ***5d***, *e na imagem está indicado que a distância foi de 6,25m, podemos concluir que o valor de "**d**" é de* $1,25m$, *como a queda total foi de* ***16d***, *podemos afirmar que o objeto caiu* $20m$.

Fonte: Elaboração própria.

A pergunta relativa a referida questão também foi reformulada a pergunta (Figura 20), pelo mesmo motivo do item 1.1, visto que estávamos novamente excluindo o aluno que não visualizou a semelhança. Também foi acrescentada a necessidade de justificativa na resolução.

Figura 20 - Reformulação da pergunta na questão quatro

~~Na resolução acima, onde podemos visualizar a correlação entre a questão e o conteúdo de função quadrática?~~ Antes

Na resolução acima, é possível visualizar a correlação entre a questão e o conteúdo de função quadrática? Se sim, explique a correlação existente. Depois

Fonte: Elaboração própria.

A realização do teste exploratório revelou-se fundamental para o avanço da pesquisa, destacando-se tanto pelas significativas contribuições positivas quanto pelo apoio oferecido na análise dos dados coletados. Sem as modificações propostas, é provável que o questionário apresentasse deficiências ao não incluir a solicitação de justificativas para as respostas, aspecto de suma importância durante a aplicação.

4.2 Aplicação do questionário

A aplicação do questionário, após as alterações sugeridas no teste exploratório, foi realizada no dia 15 de agosto de 2023 e teve duração de 1h e 30min. Antes de começar a analisar os dados e respostas obtidas, todos os estudantes leram e concordaram com o termo de consentimento livre e esclarecido para a divulgação e análise dos dados obtidos a partir da análise do questionário.

Para efeito de escrita monográfica, optou-se por nomear os 24 participantes como: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V.

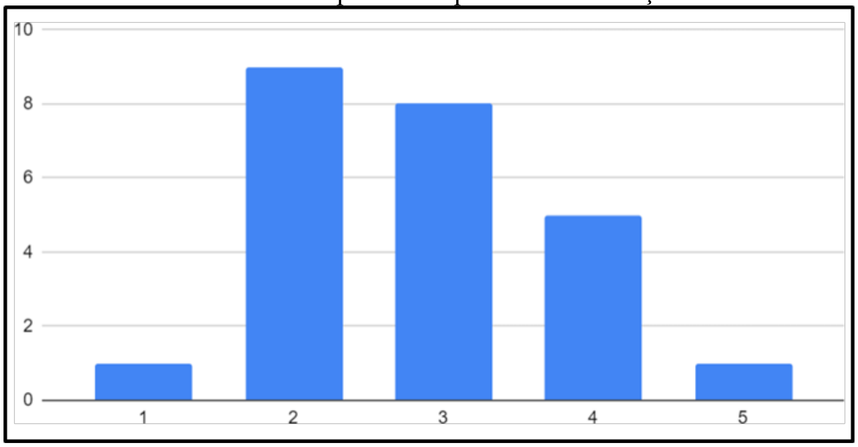
A primeira seção do questionário conta com quatro perguntas para que o aluno faça uma autoavaliação e indique algumas informações quanto ao que já estudou.

Na primeira questão, todos os participantes responderam que já tinham estudado o conteúdo de Função Quadrática.

Na segunda questão, apenas dois participantes (B e F) afirmaram que não saberiam reconhecer uma Função Quadrática.

Na terceira questão, foi pedido para que os participantes avaliassem sua dificuldade em Matemática de um a cinco, sendo um, muita dificuldade; e cinco, muita facilidade. O gráfico a seguir apresenta as respostas dos alunos à terceira questão da Seção 1 do questionário.

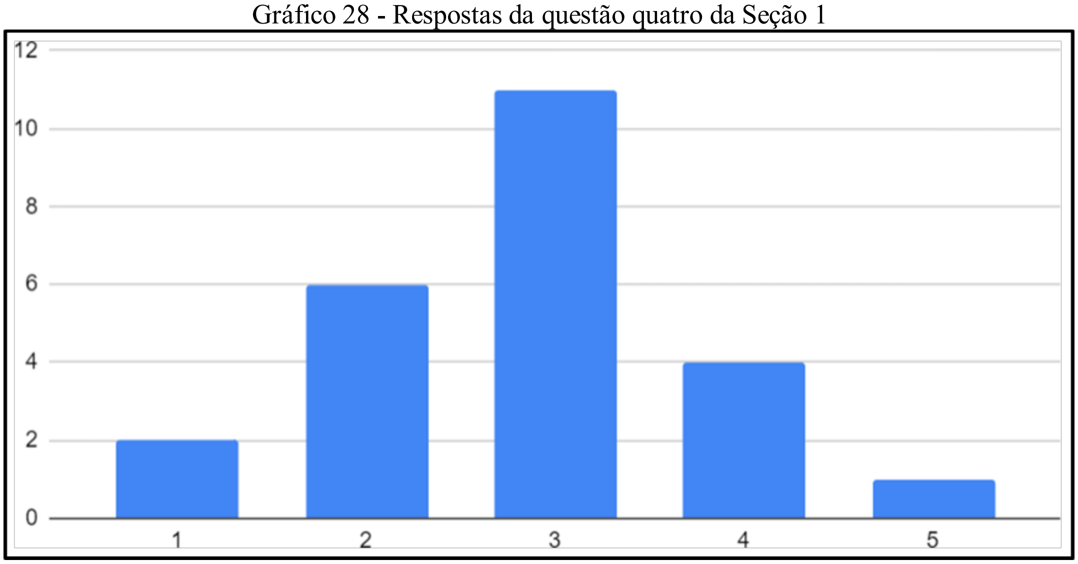
Gráfico 27 - Respostas da questão três da Seção 1



Fonte: Elaboração própria.

Na quarta questão, foi pedido para que os participantes avaliassem sua dificuldade em Função Quadrática de um a cinco: sendo um, muita dificuldade e cinco, muita facilidade. O gráfico 28 a seguir apresenta as respostas dos alunos à quarta questão da Seção 1 do questionário.

Gráfico 28 - Respostas da questão quatro da Seção 1



Fonte: Elaboração própria.

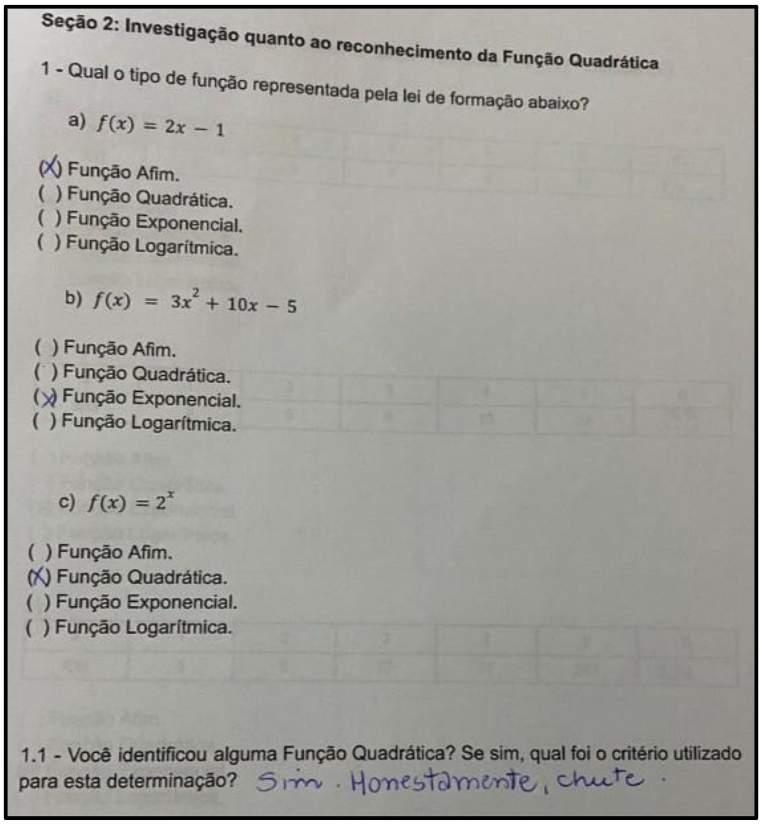
Foi analisada a Seção 1 de todos os alunos, e foi possível perceber que:

- A diferença máxima entre as notas dadas na autoavaliação, nas questões três e quatro, foi de um ponto;
- Dos 24 alunos avaliados, nove responderam ter a mesma dificuldade em ambos os conteúdos, oito afirmaram ter uma dificuldade maior em Função Quadrática, e sete disseram

ter uma dificuldade menor.

Na Seção 2, a primeira questão, é para que o aluno identifique a lei de formação citada se relaciona com qual modelo de função. Apenas os dois alunos que afirmaram na Seção 1 que não sabiam identificar uma Função Quadrática erraram. Como pode ser observado na resposta do aluno B (Figura 21).

Figura 21 - Resposta do aluno B à questão um da Seção 2



Seção 2: Investigação quanto ao reconhecimento da Função Quadrática

1 - Qual o tipo de função representada pela lei de formação abaixo?

a) $f(x) = 2x - 1$

(X) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

b) $f(x) = 3x^2 + 10x - 5$

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
(X) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

c) $f(x) = 2^x$

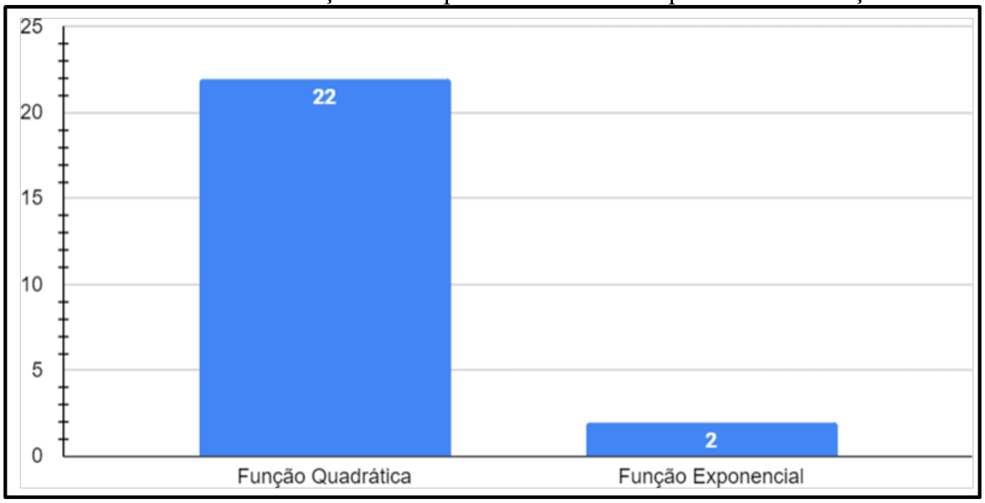
( ) Função Afim.
(X) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

1.1 - Você identificou alguma Função Quadrática? Se sim, qual foi o critério utilizado para esta determinação? Sim. Honestamente, chute.

Fonte: Protocolo de pesquisa

Se cada item for analisado separadamente, é possível perceber que, na primeira questão, todos os alunos acertaram o item a. Já no item b, dois alunos (B e F) erraram, como apontado no Gráfico 29:

Gráfico 29 - Classificação das respostas do item b da questão um da Seção 2



Fonte: Elaboração própria.

No item c, ocorreu o exato oposto do item b, todos os alunos que tinham marcado Função Quadrática agora marcaram Exponencial e vice-versa.

Tal resultado corrobora com o que diz Duarte (2018), que identificou que, mesmo sem os alunos saberem a condição de existência, o significado da função ou o seu padrão de crescimento, os alunos sabiam identificar a lei de formação, mostrando assim o quanto o uso desta lei faz com que os alunos identifiquem as funções, mesmo sem saber mais a fundo sobre as mesmas.

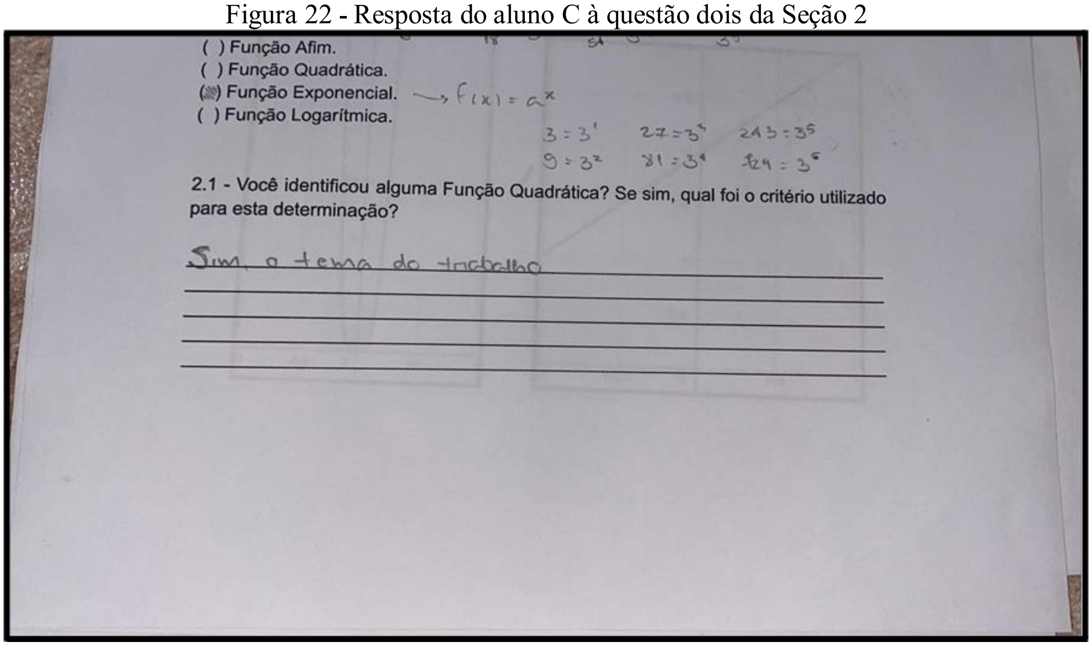
A segunda parte da questão um, que indaga se foi identificado ou não uma Função Quadrática e, se houve, qual o critério adotado para essa determinação, apenas atestou que os alunos que acertaram na parte objetiva realmente sabiam o conteúdo e não fizeram por meio de "chutes", visto que todos que acertaram, justificaram corretamente.

A maioria das respostas foi relacionada ao fato de ter uma "incógnita" elevada ao quadrado como justificativa. Para fins de análise, o uso indevido do termo "incógnita'', ao invés de variável, foi desconsiderado, visto que foi possível compreender a resposta e a intenção do aluno. Os que não responderam dessa forma apenas falaram que se assemelhava à estrutura de $y = ax^2 + bx + c$, reforçando o que identificou Duarte (2018), que afirma que os alunos conseguiam identificar a função pela lei, mesmo se não a conhecessem profundamente.

Os resultados dessa questão foram satisfatórios e esperados, visto que 22 dos 24 alunos participantes acertaram na parte objetiva e discursiva, mostrando que identificar qual é a função, tendo a lei de formação, não gerou grandes dificuldades nos alunos, inclusive pelo que foi observado durante a aplicação.

Já na segunda questão, os alunos apresentaram maiores dificuldades, visto que pedia para os alunos identificassem qual era a função em cada item, através de uma tabela de valores, tanto na parte objetiva quanto na de justificar a resposta. O desempenho dos alunos na parte objetiva foi melhor, mas foi possível observar, durante a explicação, que eles estavam marcando corretamente pois conseguiam fazer a primeira e a terceira tabela, sobrando assim apenas a do meio para ser a Função Quadrática, que seria o tema do trabalho, como podemos ver na respostado aluno C (Figura 22).

Figura 22 - Resposta do aluno C à questão dois da Seção 2

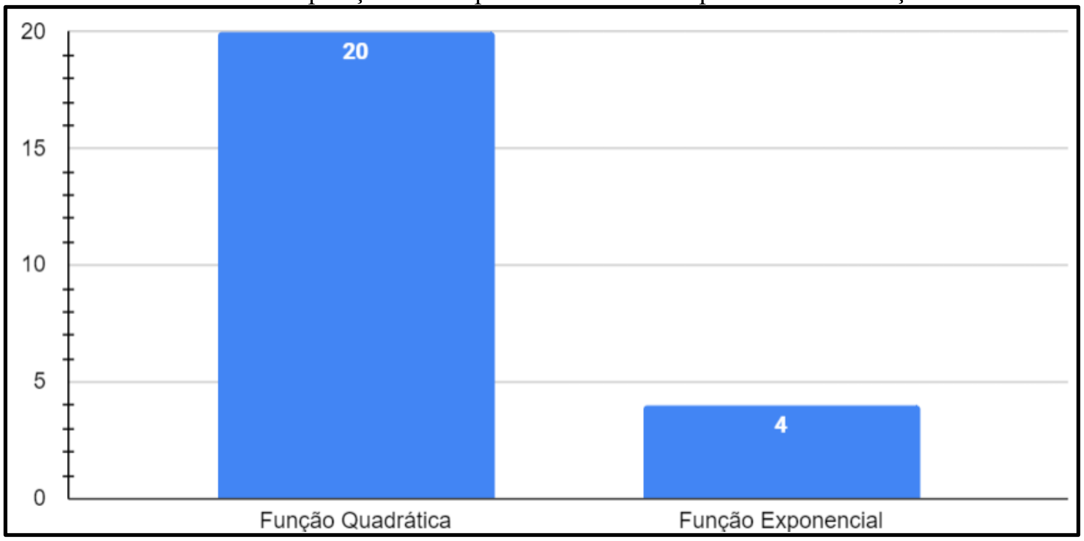


Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Analisando também a questão dois, item por item, podemos observar que os alunos não apresentaram dificuldade alguma com o $item\ a,$ e que todos os alunos conseguiram responder corretamente, mesmo sem a lei de formação. De acordo com Maia (2007), a construção de tabelas é uma das principais formas de transição da representação algébrica para a representação gráfica e que as tabelas são mais utilizadas em equações de duas variáveis e sistemas de duas variáveis, ambos de primeiro grau, favorecendo o entendimento e fortalecendo a relação das tabelas com a Função Afim. Ou seja, os alunos podem estar mais acostumados a trabalhar com tabelas na Função Afim, se comparada com as demais funções.

No item b, tivemos uma taxa de acertos satisfatória (Gráfico 30), mas que será analisada mais profundamente, pois se trata do item em que a alternativa correta é a Função Quadrática, portanto precisará de justificativa na segunda parte da questão:

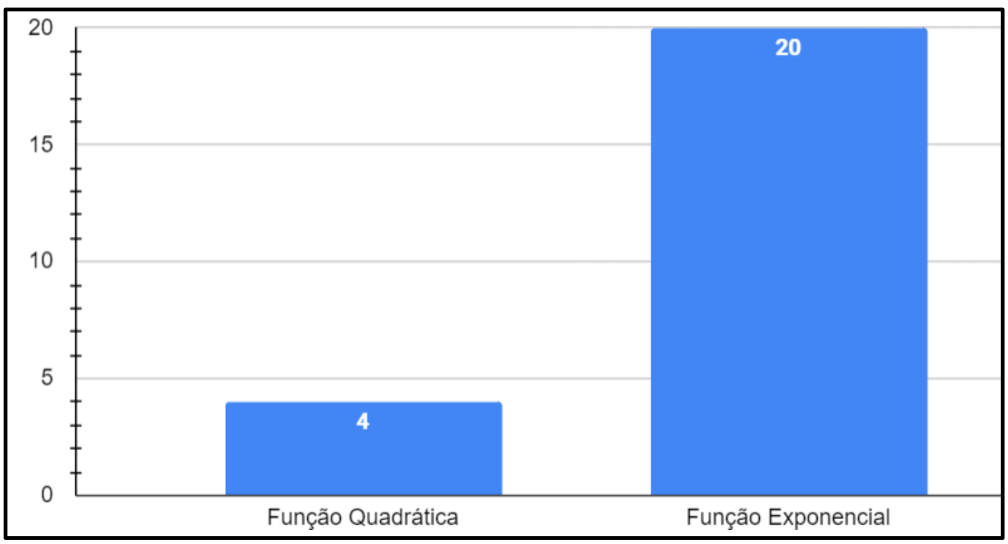
Gráfico 30 - Disposição das respostas do item b da questão dois da Seção 2



Fonte: Elaboração própria.

As respostas ao item c) forneceram dados para gerar um gráfico semelhante (Gráfico 31) com o do $item\ b$:

Gráfico 31 - Disposição das respostas do item c da questão dois da Seção 2

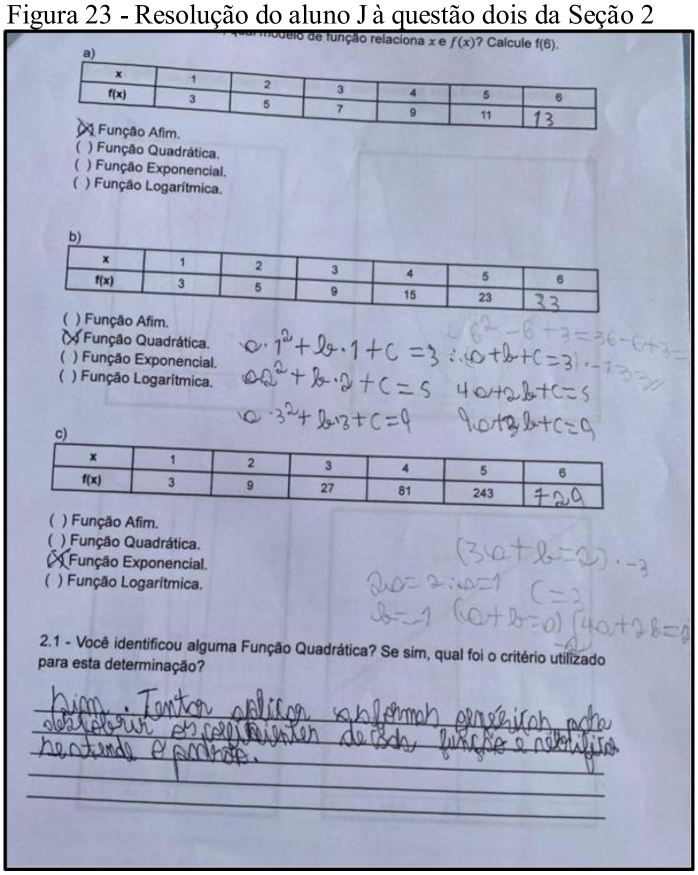


Fonte: Elaboração própria.

Analisando os dados da questão dois, foi possível observar um fato curioso. Mesmo que 20 alunos tenham acertado a questão objetiva, apenas dois justificaram de maneira correta. A utilização da questão aberta para justificar a resposta se deu por uma sugestão no teste exploratório, apoiada por Gunther e Lopes (2013), quando esses afirmam que a questão aberta auxilia no verdadeiro entendimento do conhecimento do "questionado".

Uma das respostas corretas chamou atenção, pois o aluno fez a substituição dos pontos e justificou essa conta corretamente. De acordo com Vale (2013), é um método eficiente e utilizado há anos por diversos matemáticos, como por exemplo, Euler. Porém, nesse caso em específico, foi considerado um chute, visto que o aluno substitui na lei de formação já assumindo que seria uma Função Quadrática, sem apresentar uma justificativa para isso. É importante mencionar esse detalhe e mostrar a resolução (Figura 23), por se tratar de uma resposta a partir de tentativas e com o uso da lei de formação, mesmo sem necessidade como disse Duarte (2018).

Figura 23 - Resolução do aluno J à questão dois da Seção 2



... qual modelo de função relaciona x e $f(x)$? Calcule f(6).

a)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	7	9	11	13

(X) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

b)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	9	15	23	33

( ) Função Afim.
(X) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

$a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 3$ $a + b + c = 3$
$a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 5$ $4a + 2b + c = 5$
$a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = 9$ $9a + 3b + c = 9$

c)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	9	27	81	243	729

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
(X) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

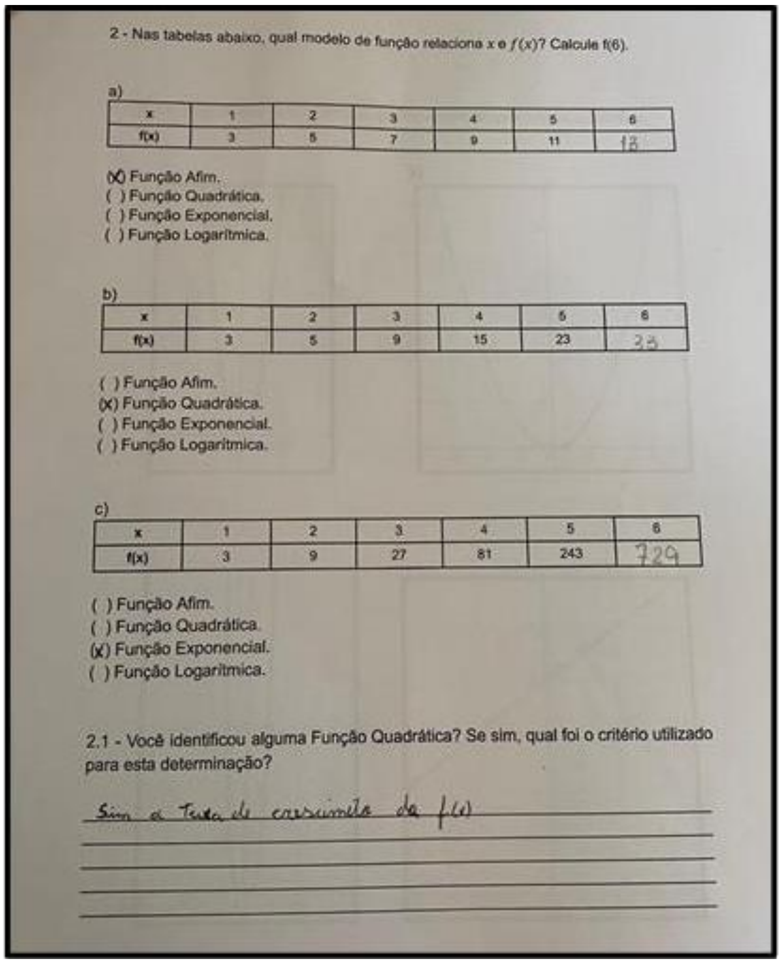
2.1 - Você identificou alguma Função Quadrática? Se sim, qual foi o critério utilizado para esta determinação?

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

De todos os 24 questionários respondidos, apenas um teve como resposta e justificativa na questão a proposta da pesquisa, que seria uma justificativa através do padrão do crescimento dos números. Em seu trabalho, Lopes (2017) identificou que os alunos do Ensino Médio não apresentaram grandes dificuldades para entender as progressões de segunda ordem, ainda que não tenham estudado sobre. A ausência da Progressão Aritmética de segunda ordem em todo os livros do PNLD 2021 pode indicar que os alunos não estão tendo contato com ela, dificultando o reconhecimento dessa em tabelas e, consequentemente, a correlação com a Função Quadrática.

Já que os valores de x estavam em crescimento de Progressão Aritmética, os valores de y deveriam crescer em uma Progressão Aritmética de segunda ordem, que é o que de fato ocorre e como apontou o aluno R (Figura 24). Para melhor entendimento e análise desta sucinta resposta, foi realizada uma conversa com o aluno que afirmou entender o crescimento dos números parecido com o de uma Função Quadrática.

Figura 24 - Resposta do aluno R à questão dois da Seção 2



2 - Nas tabelas abaixo, qual modelo de função relaciona x e $f(x)$? Calcule f(6).

a)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	7	9	11	13

(X) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

b)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	9	15	23	33

( ) Função Afim.
(x) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

c)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	9	27	81	243	729

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
(x) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

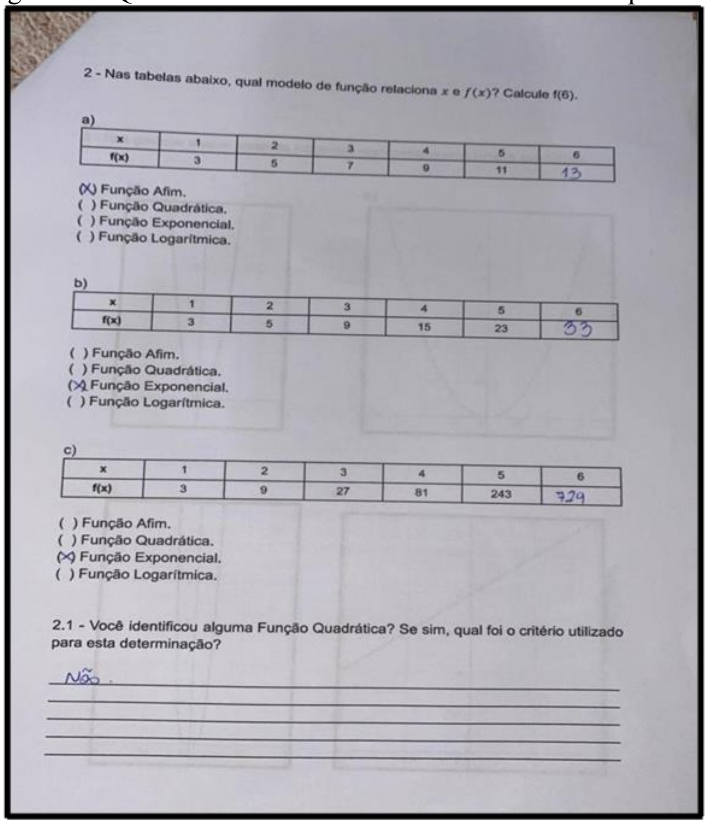
2.1 - Você identificou alguma Função Quadrática? Se sim, qual foi o critério utilizado para esta determinação?

Sim a taxa de crescimento da f(x)

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Além da marcação da questão objetiva e da justificativa, foi pedido que os alunos continuassem a sequência com o 6° termo. Mesmo os alunos que erraram a questão, tanto a objetiva quanto a discursiva, conseguiram acertar o próximo termo da sequência, indicando que todos foram capazes de identificar o padrão de crescimento, mesmo que não conseguissem relacionar o padrão com a Função Quadrática (Figura 25).

Figura 25 - Questão dois incorreta com o entendimento do padrão



2 - Nas tabelas abaixo, qual modelo de função relaciona x e $f(x)$? Calcule f(6).

a)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	7	9	11	13

(X) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
( ) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

b)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	9	15	23	33

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
(X) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

c)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	9	27	81	243	729

( ) Função Afim.
( ) Função Quadrática.
(X) Função Exponencial.
( ) Função Logarítmica.

2.1 - Você identificou alguma Função Quadrática? Se sim, qual foi o critério utilizado para esta determinação?

Não.

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

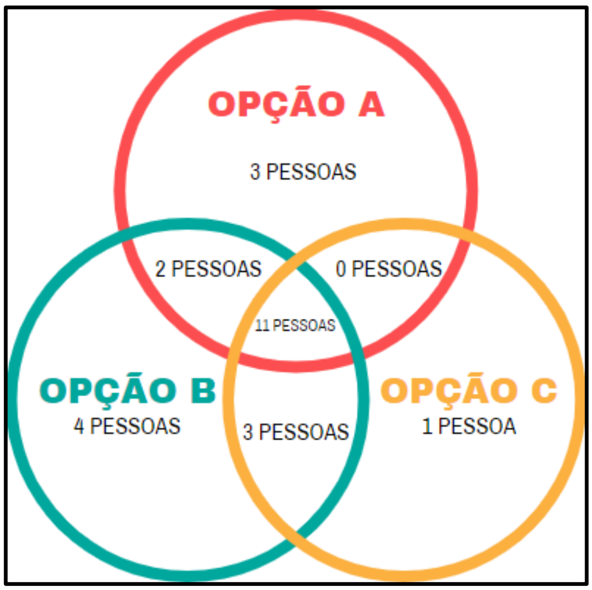
Esse resultado indica que os alunos conseguem entender o padrão que constitui uma Função Quadrática, mas não foi feito com eles o estudo da relação, ou seja, o ensino de Função Quadrática não foi feito em conjunto com o conteúdo de Sequências, gerando a necessidade da lei de formação para a identificação. O mesmo acontece com todos esses alunos, independentemente se conseguiram acertar ou errar a questão, todos os 24 acertaram corretamente o próximo termo da sequência e não foi observada nenhuma dúvida deles nessa parte no momento da aplicação.

Esse resultado foi um dos mais importantes do questionário, visto que permitiu entender que os alunos conseguem entender a sequência, mesmo sem conseguir relacionar esse tipo de progressão com a Função Quadrática e, além disso, mostrou que os alunos mesmo conhecendo a Função Quadrática e tendo confiança no conteúdo, como foi coletado na primeira seção, apresentaram dificuldade nessa atividade.

Na terceira questão, foi pedido para que o aluno identificasse o gráfico de uma Função Quadrática, podendo ter uma ou mais alternativas corretas, e obtivemos também o resultado esperado da atividade. Das quatro opções de gráficos, apenas a letra D não obteve marcação alguma, mostrando que os alunos reconhecem como deveria ser o formato do gráfico da função do segundo grau, mas identificar a diferença entre a parábola e demais curvas que se parecem com esta pode ser complicado.

O objetivo da questão foi atendido, visto que 20 dos 24 dos alunos identificaram o gráfico correto, que era a alternativa B, mas achou que os demais também estavam corretos. Isso mostra que não podemos confiar apenas na representação gráfica ao utilizar o gráfico, principalmente quando não podemos selecionar diversos pontos desse gráfico para analisar seu crescimento. Para ilustrar os resultados, foi elaborado um diagrama de Venn (Figura 26)

Figura 26 - Dados da questão três da Seção 2.



Fonte: Elaboração própria.

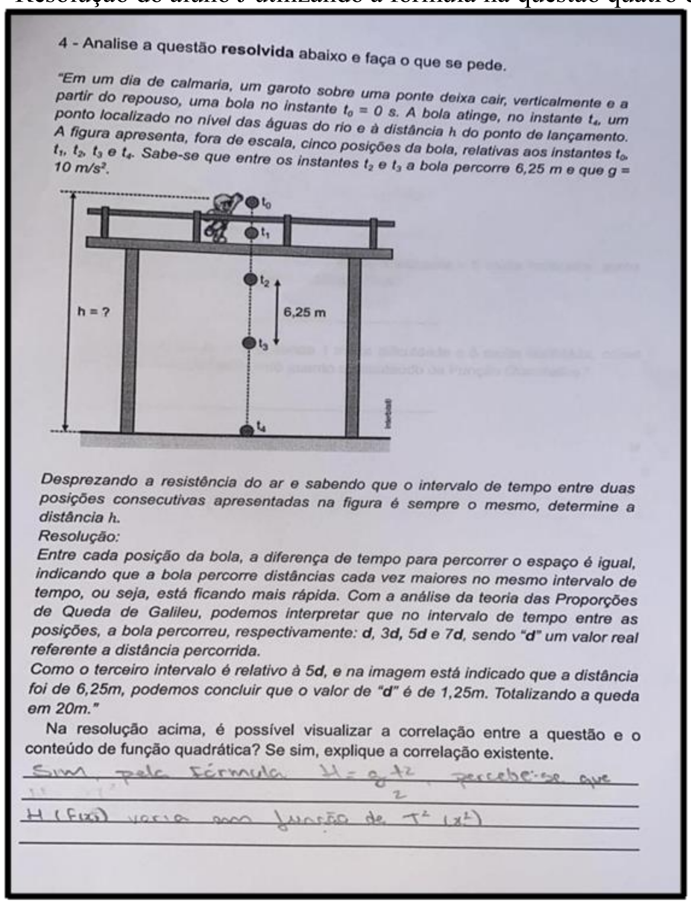
Ao se deparar, na questão, com apenas gráficos, os alunos tentaram realizá-la sem pensar em cálculos ou em tabelas, apenas identificando qual "desenho" seria o mais semelhante com uma parábola, corroborando o que dizem Jorge e Savioli (2016), quando afirmam que os alunos possuem dificuldades para construção de gráficos, pois não é comum que eles tenham que construir. Essa questão não é diferente, o gráfico já está construído, mas é preciso que o aluno analise sua construção para identificar erros, isso se torna difícil quando esses possuem dificuldade em sua construção.

Esse resultado foi importante pois nos indicou que os alunos apresentaram uma grande facilidade quanto a identificar a Função Quadrática com a lei de formação, mas, a partir do momento que essa lei foi retirada, eles tentaram marcar a opção que lhes pareceu mais viável, não percebendo detalhes nos gráficos que impossibilitam as opções A e C de serem gráficos de uma Função Quadrática, confirmando a dificuldade identificada por Jorge e Savioli (2016).

Na quarta e última questão dessa atividade, foi apresentada uma questão contextualizada que apresenta um fundamento utilizado no conteúdo de queda livre, e os alunos deveriam ter relacionado o aumento de quanto o objeto cai no mesmo período de tempo com a Função Quadrática, ou seja, transforma uma Progressão Aritmética (a passagem do tempo em intervalos iguais) em uma Progressão Aritmética de segunda ordem (a distância percorrida em cada intervalo de tempo posterior é maior).

Os resultados obtidos na quarta questão (Figura 27) foram esperados, tendo em vista os resultados da segunda questão. Apenas 14 alunos responderam esta questão.

Figura 27 - Resolução do aluno J utilizando a fórmula na questão quatro da Seção 2



4 - Analise a questão **resolvida** abaixo e faça o que se pede.

"Em um dia de calmaria, um garoto sobre uma ponte deixa cair, verticalmente e a partir do repouso, uma bola no instante $t_0 = 0$ s. A bola atinge, no instante t_4, um ponto localizado no nível das águas do rio e à distância h do ponto de lançamento. A figura apresenta, fora de escala, cinco posições da bola, relativas aos instantes t_0, t_1, t_2, t_3 e t_4. Sabe-se que entre os instantes t_2 e t_3 a bola percorre 6,25 m e que g = 10 m/s².

Desprezando a resistência do ar e sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas apresentadas na figura é sempre o mesmo, determine a distância h.

Resolução:

*Entre cada posição da bola, a diferença de tempo para percorrer o espaço é igual, indicando que a bola percorre distâncias cada vez maiores no mesmo intervalo de tempo, ou seja, está ficando mais rápida. Com a análise da teoria das Proporções de Queda de Galileu, podemos interpretar que no intervalo de tempo entre as posições, a bola percorreu, respectivamente: **d**, 3**d**, 5**d** e 7**d**, sendo "**d**" um valor real referente a distância percorrida.*

*Como o terceiro intervalo é relativo à 5**d**, e na imagem está indicado que a distância foi de 6,25m, podemos concluir que o valor de "**d**" é de 1,25m. Totalizando a queda em 20m."*

Na resolução acima, é possível visualizar a correlação entre a questão e o conteúdo de função quadrática? Se sim, explique a correlação existente.

Sim, pela fórmula $H = \frac{g t^2}{2}$, percebe-se que H (F(x)) varia com função de T^2 (x^2)

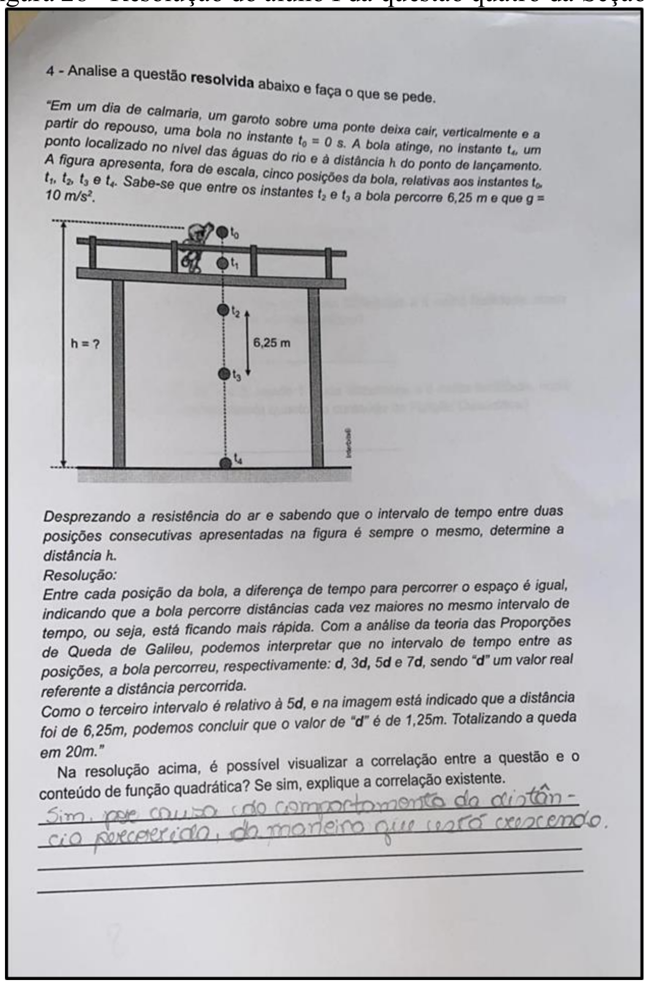
Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Dentre as cinco respostas corretas, quatro delas falavam sobre a fórmula que descreve a queda livre na Física, como podemos analisar na resolução do aluno J (Figura 27) indicando que conseguiam responder por conta do conhecimento no conteúdo de Física, mostrando que a interdisciplinaridade é o processo de construção do conhecimento com base em sua relação com o contexto e com a realidade, por isso a união entre a Matemática e a Física tem grande valor educacional (Freire, 1987).

Já o aluno I foi o único a resolver a questão com a justificativa que se assemelha com a

Caracterização da Função Quadrática, ao falar que é quadrática pela forma em que a distância cresce, percebendo assim um padrão no deslocamento. Importante ressaltar que esse fato não torna incorreta a resolução dos outros alunos, apenas está destacando a resolução do aluno I (Figura 28) por se aplicar exatamente com a temática do trabalho.

Figura 28 - Resolução do aluno I da questão quatro da Seção 2



4 - Analise a questão **resolvida** abaixo e faça o que se pede.

"Em um dia de calmaria, um garoto sobre uma ponte deixa cair, verticalmente e a partir do repouso, uma bola no instante $t_0 = 0$ s. A bola atinge, no instante t_4, um ponto localizado no nível das águas do rio e à distância h do ponto de lançamento. A figura apresenta, fora de escala, cinco posições da bola, relativas aos instantes t_0, t_1, t_2, t_3 e t_4. Sabe-se que entre os instantes t_2 e t_3 a bola percorre 6,25 m e que g = 10 m/s².

Desprezando a resistência do ar e sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas apresentadas na figura é sempre o mesmo, determine a distância h.

Resolução:

Entre cada posição da bola, a diferença de tempo para percorrer o espaço é igual, indicando que a bola percorre distâncias cada vez maiores no mesmo intervalo de tempo, ou seja, está ficando mais rápida. Com a análise da teoria das Proporções de Queda de Galileu, podemos interpretar que no intervalo de tempo entre as posições, a bola percorreu, respectivamente: **d**, *3***d**, *5***d** *e 7***d**, *sendo "***d***" um valor real referente a distância percorrida.*

*Como o terceiro intervalo é relativo à 5***d**, *e na imagem está indicado que a distância foi de 6,25m, podemos concluir que o valor de "***d***" é de 1,25m. Totalizando a queda em 20m."*

Na resolução acima, é possível visualizar a correlação entre a questão e o conteúdo de função quadrática? Se sim, explique a correlação existente.

Sim, por causa do comportamento da distân-
cia percorrida, da maneira que está crescendo.

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

É válido destacar que o aluno I, que acertou a questão quatro, errou a justificativa da questão dois, afirmando que não sabia responder o porquê de ela ser uma Função Quadrática. O ambiente de aprendizagem na questão dois e na questão quatro são distintos, visto que a segunda questão é de matemática pura, e a quarta se trata de um ambiente real, mostrando que os alunos se conseguem desempenhar melhor quando existe uma boa contextualização (Skovsmose, 2000).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desde a sua criação, a Matemática usa de métodos abstratos para tornar resultados concretos, o que demonstra tanto a sua beleza, quanto a sua preciosidade. Mesmo sendo uma bela abstração, podemos torná-la mais palpável ao relacionar seus conteúdos com algo que possamos vivenciar, como, por exemplo, uma Função Quadrática com uma sequência numérica, que vemos com maior frequência.

Por conta disso, a motivação desta pesquisa se baseou na grande dificuldade de abstração experienciada em aulas particulares, projetando assim que esse poderia ser um problema ainda maior, que afetasse ainda mais alunos.

A pesquisa é iniciada com o questionamento de “Os alunos conseguem identificar uma Função Quadrática sem a lei de formação?” e, ao longo das aplicações e análises de resultados, é notável a dificuldade em parte dos alunos ao realizar essa identificação, fazendo com que a maioria dos participantes não tenham conseguido responder com sucesso as perguntas propostas.

Com essa investigação, conseguimos atingir o objetivo geral do trabalho e reconhecer a dificuldade dos alunos com esta intradisciplinaridade.

Foram também alcançados os objetivos específicos, sendo verificada a dificuldade de os alunos reconhecerem a Função Quadrática sem a lei de formação. Foi também constatado que uma questão contextualizada sem a lei de formação obtêm resultados melhores do que a sem contextualização.

Ao longo do referencial teórico, é possível perceber a importância de trabalhar a Função Quadrática em conjunto com os demais conteúdos matemáticos e como isso é pouco aplicado no ensino de maneira geral, isso foi notável na aplicação desta atividade e na análise dos livros do PNLD 2021. Ao recolher os dados e analisar as resoluções, era evidente a diferença entre os alunos que entendiam a natureza e o crescimento da função e os que desconheciam, possivelmente pela falta de introdução desse conteúdo na apostila, visto que a escola não utiliza livros didáticos.

O conteúdo de Função Quadrática, como foi analisado nesta pesquisa e por Theodorovski (2014) nos livros didáticos, muitas vezes é visto de maneira interdisciplinar, fazendo relações com a Física, mas raros são os casos em que são trabalhadas as intradisciplinaridade desse conteúdo, diferentemente de outras funções, como a afim e a exponencial, que na maioria dos casos são relacionadas com progressões e têm suas tabelas analisadas.

Portanto, com base nessas afirmações, o trabalho mostrou o seu valor e serviu o seu papel de estudar um pouco mais a fundo a relação entre os conteúdos e verificar se os alunos conseguem identificar a Função Quadrática sem o uso da lei de formação, como aponta o objetivo geral. Buscamos também identificar as dificuldades dos alunos acerca do conteúdo de Função Quadrática, e foi possível perceber que a caracterização desta função não é comum para os alunos.

Como contribuição pessoal, o presente trabalho incentiva a intradisciplinaridade em sala de aula, que é de grande importância não apenas no conteúdo de Função Quadrática, mas em diversos tópicos da Matemática.

Uma das maiores dificuldades deste trabalho foi justamente relacionar a escrita com a sala de aula, buscando sempre alcançar a maior realidade possível, para não gerar uma utopia educacional, na qual o debate existe apenas enquanto há leitura e nada é feito para efetuar uma verdadeira mudança.

A sugestão para trabalhos futuros é a aplicação de uma sequência didática relacionando o conteúdo de Função Quadrática com a Progressão Aritmética de Segunda Ordem, e também um trabalho investigativo nos cursos de formação de professores de Matemática.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, T. **Matemática Interligada**: Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logaritmica. 1. ed. São Paulo: Editora Scipione, 2020a.

ANDRADE, T. **Matemática Interligada**: Grandezas, Sequências e Matemática Financeira. 1. ed. São Paulo: Editora Scipione, 2020b.

BONJORNO, J.; JUNIOR, J.; SOUSA, P. **Prisma Matemática**: Conjuntos e Funções. 1.ed. São Paulo: FTD, 2020a.

BONJORNO, J.; JUNIOR, J.; SOUSA, P. **Prisma Matemática**: Funções e Progressões. 1.ed. São Paulo: FTD, 2020b.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 7 fev. 2024.

CARVALHO, P.; LIMA, E.; WAGNER, E.; MORGADO, A. **A Matemática do Ensino Médio**: volume 1. 8. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2005.

CEVADA, J.; SILVA, D.; PRADO, G.; COLPANI, J. **Matemática nos dias de hoje**: Funções. 1. ed. São Paulo: Editora Sei, 2020.

CHAGAS, J.; ROCHA, J. Sequências aritméticas de ordem superior e aplicações. **Latin American Journal of Development**, Curitiba, v. 3, n. 4, p. 2231-2239, jul./ago. 2021. Disponível em: https://ojs.latinamericanpublicacoes.com.br/ojs/index.php/jdev/article/view/598/572. Acesso em: 7 fev. 2024.

CHAVANTE, E.; PRESTES, D. **Quadrante Matemática e suas tecnologias**: Funções. 1. ed. São Paulo: Editora SM, 2020.

CHAVES, A. **Função quadrática**: análise em termos de contextos, de organizações matemáticas e didáticas propostas em livros didáticos de Ensino Médio. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

DANTE, L.; VIANA, F. **Matemática em contextos**: Função Afim e Quadrática. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020a.

DANTE, L.; VIANA, F. **Matemática em contextos**: Função Exponencial, Logaritmica e Sequências. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020b.

DEGENSZAJN, D.; DOLCE, O.; IEZZI, G.; PÉRIGO, R. **Matemática** – Volume único. 4. ed. São Paulo, SP: Atual, 2007.

DINIZ, M.; SMOLE, K. **Ser Protagonista Matematica e suas tecnologias**: Números e Álgebra. 1. ed. São Paulo: Editora SM, 2020a.

DINIZ, M.; SMOLE, K. **Ser Protagonista Matematica e suas tecnologias**: Álgebra e Educação Financeira. 1. ed. São Paulo: Editora SM, 2020b.

DUARTE, J. A introdução da definição de Função Afim no 9° ano do ensino fundamental, 2018, Dissertação (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, 2018.

DUTRA, J. **A introdução da definição de Função Afim no 9° ano do ensino fundamental**, 2018. Dissertação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro, RJ: Paz e Terra, 1987.

FREITAS, L.; LONGEN, A.; BLANCO, R. **Interação Matemática**: As unidades de medida e a resolução de problemas por meio da função do 2.º grau. 1.ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2020.

FROBISHER, L., FROBISHER, A., ORTON, A.; ORTON, J. **Learning to teach shape and space**. Cheltenham, UK: Nelson Thornes, 2007.

GERHARDT, T.; SILVEIRA, D. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. **Como elaborar um projeto de pesquisa**. 4. ed. São Paulo, SP: Atlas, 2002.

GIL, A. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 4. ed. São Paulo, SP:Atlas, 2009.

GUNTHER, H; LOPES, J. Perguntas abertas vs perguntas fechadas: Uma comparação empírica. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Brasília, DF, v. 6, n. 2, p. 203-213,jan./dez. 2013.

JORGE, J.; SAVIOLI, A. Dificuldades De Estudantes Da 1ª Série Do Ensino Médio Sobre Representações Do Objeto Matemático Função: A Função Quadrática. In: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais**. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1 – 11. Disponível em: https://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5352_2534_ID.pdf. Acesso em abr. 2023.

KLEEMANN, R. **Desenvolvimento de propostas metodológicas para o trabalho interdisciplinar nas disciplinas de matemática e física**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2018. Disponível em: https://rd.uffs.edu.br/bitstream/prefix/2181/1/KLEEMANN.pdf. Acesso em: 22 set, 2022.

LEONARDO, F. **Conexões Matemática e suas tecnologias**: Funções e Aplicações. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2020.

LIMA, F. **Utilizando progressões aritméticas na resolução de certos problemas de funções**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Regional do Cariri, Juazeiro do Norte, 2021.

LOPES, F. **O Ensino de Progressão Geométrica de Segunda Ordem no Ensino Médio**,

2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Estadual Paulista, 2017.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados LTDA, 2010.

MAIA, D. **Função Quadrática**: um estudo didático de uma abordagem computacional, 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

MARINHO, J. **Funções do 1.º e do 2.º grau**: Interpretação Gráfica. 2014. Trabalho de Conclusão de curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014. Disponível em: http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/123456789/6334. Acesso em: 22 set, 20

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

ROCHA, M. **Estudo da função quadrática**: uma proposta utilizando investigação Matemática. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2021.

SANTOS, J. **O conceito de função quadrática nos livros didáticos do Ensino Médio**: uma análise praxeológica das atividades propostas. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru,2017.

SANTOS, A. **Função quadrática**: uma proposta de ensino-aprendizagem com ouso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2020.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Boletim de Educação Matemática – Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, jan./dez. 2000.

SOARES, W.; SILVA, J.; DELESPOTE, T.; GUALAND, J. Trabalhando com Função de Segundo Grau – relato de Experiência com alunos da 1ª série do Ensino Médio. **Revista Extensão em Foco**, Palotina, n. 24, p. 129- 138, ago./dez.2021

SOUZA, J. **Multiversos Matemática**: Funções e suas aplicações. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020a.

SOUZA, J. **Multiversos Matemática**: Sequências e Trigonometria. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020b.

STACEY, K. Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, n. 2, p. 147-164, 1989

TEIXEIRA, L**. Diálogo Matemática e suas tecnologias**: Funções e Progressões. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2020.

THEODOROVSKI, R. **Padrões e o trabalho com sequências recursivas**: uma abordagem no desenvolvimento algébrico. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2014.

VALE, A. **As diferentes estratégias de resolução da equação do segundo grau**, 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal Rural do Semiárido, Mossoró, 2013.

VALE, I. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Revista Interações**, [*s. l.*], v. 8, n. 20, jan./dez. 2012. Disponível em: https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/493. Acesso em: 7 fev. 2024.

VYGOTSKY, L. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo, SP: Martins Fontes, 1998.

YIN, K. R. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL

Questionário Inicial

1 - Você já estudou o conteúdo de Função Quadrática?

____

2 - Você saberia reconhecer uma Função Quadrática?

____

3 - Em uma escala de 1 a 5, sendo 1 muita dificuldade e 5 muita facilidade, como você avaliaria seu conhecimento em Matemática?

____

4 - Em uma escala de 1 a 5, sendo 1 muita dificuldade e 5 muita facilidade, como você avaliaria seu conhecimento quanto ao conteúdo de Função Quadrática?

____

1 - Qual o tipo de função representada pela lei de formação abaixo?

a) $f(x) = 2x - 1$

() Função Afim.
() Função Quadrática.
() Função Exponencial.
() Função Logarítmica.

b) $f(x) = 3x^2 + 10x - 5$

() Função Afim.
() Função Quadrática
() Função Exponencial.
() Função Logarítmica.

c) $f(x) = 2^x$

() Função Afim.
() Função Quadrática.
() Função Exponencial.
() Função Logarítmica.

1.1 – Qual foi o critério utilizado por você para determinar a Função Quadrática na questão acima?

____

____

____

____

2 - Nas tabelas abaixo, qual modelo de função relaciona x e $f(x)$? Calcule f (6).

a)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	7	9	11	

() Função Afim.

() Função Quadrática.

() Função Exponencial.

() Função Logarítmica.

b)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	9	15	23	

() Função Afim.
() Função Quadrática.
() Função Exponencial.
() Função Logarítmica.

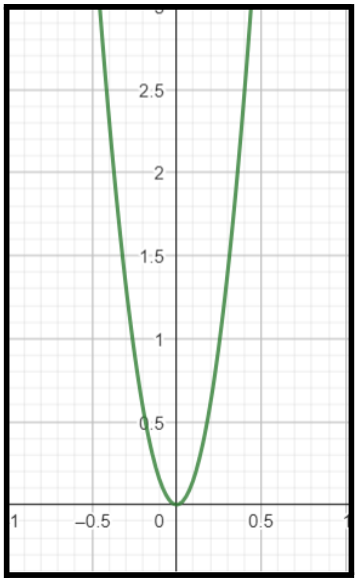
c)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	9	27	81	243	

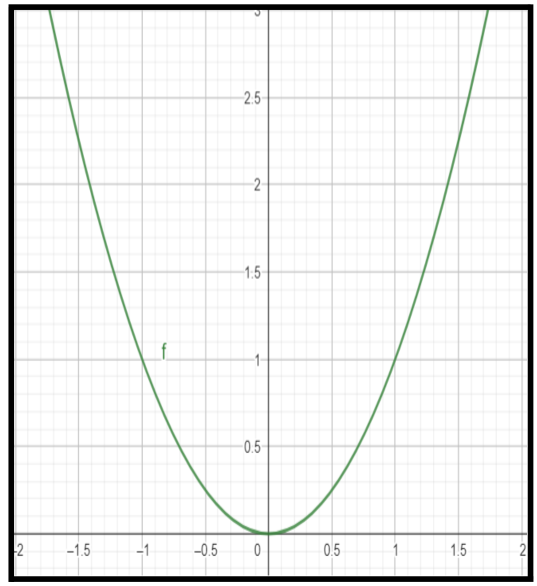
() Função Afim.
() Função Quadrática.
() Função Exponencial.
() Função Logarítmica.

3 - Nos gráficos abaixo, assinale todos que representam uma Função Quadrática.

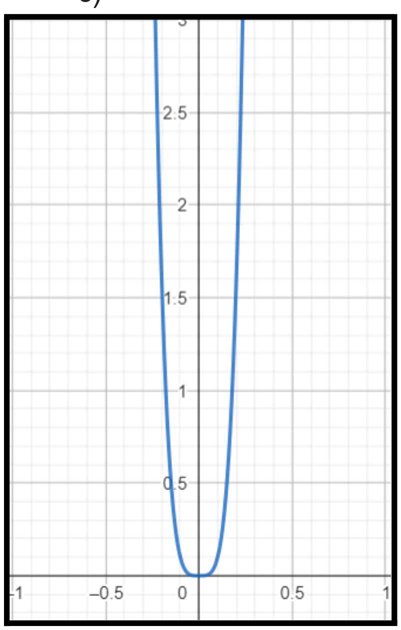
a)



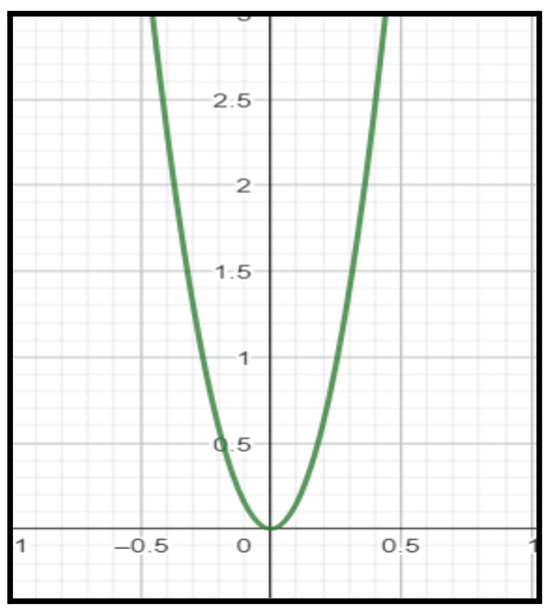
b)



c)

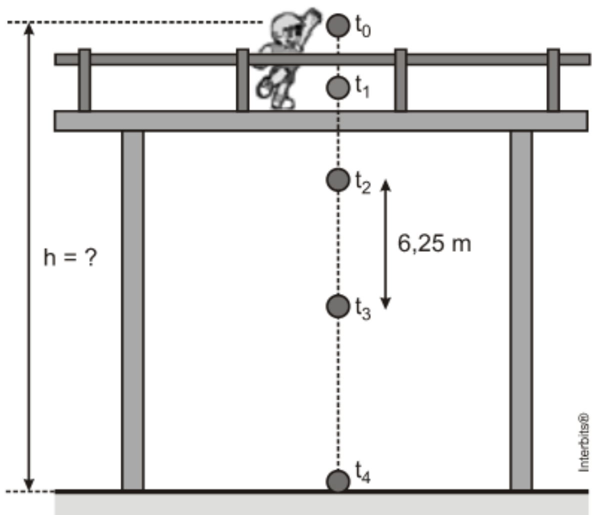


d)



4 - Analise a questão **resolvida** abaixo e faça o que se pede.

"Em um dia de calmaria, um garoto sobre uma ponte deixa cair, verticalmente e a partir do repouso, uma bola no instante $t_0 = 0$ s. A bola atinge, no instante t_4, um ponto localizado no nível das águas do rio e à distância h do ponto de lançamento. A figura apresenta, fora de escala, cinco posições da bola, relativas aos instantes t_0, t_1, t_2, t_3 e t_4. Sabe-se que entre os instantes t_2 e t_3 a bola percorre 6,25 m e que g
= 10 m/s^2.



Desprezando a resistência do ar e sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas apresentadas na figura é sempre o mesmo, determine a distância h.

Resolução:

Considere que entre o intervalo t_0 e t_1, a distância percorrida tenha sido d metros. Devido a aceleração do corpo, temos que no intervalo t_1 à t_2, a distância será 3d metros. No intervalo de t_2 à t_3, teremos a distância de 5d metros e a distância total sendo: h = d + 3d + 5d + 7d = 16d. Como 5d = 6,25m, podemos concluir que d = 1,25m, com isso, a distância percorrida será: h = 16. 1,25 = 20m.

Na resolução acima, onde podemos visualizar a correlação entre a questão e o conteúdo de Função Quadrática?

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO FINAL

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Licenciando(a),

Eu, Arthur Souza Manhães, licenciando do curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro (IFF), estou realizando uma pesquisa sob orientação do professor Me. Ronaldo Caetano Barboza, na qual o objetivo é investigar a capacidade dos alunos em reconhecer uma Função Quadrática sem a lei de formação. Para a realização da pesquisa, solicitamos sua contribuição para responder este questionário, por isso, pedimos sua permissão, por meio do presente termo, para o uso dos resultados coletados e posteriormente a sua publicação. Deixamos claro que a sua participação não acarretará em nenhum gasto ou compensação financeira e que sua colaboração é voluntária. Sua identidade será precisamente preservada no momento da divulgação dos dados coletados e todas as informações que permitam identificá-lo(a) serão omitidas. Esclarecemos ainda que esta pesquisa tem fins exclusivamente acadêmicos e que a sua participação será de grande auxílio. Quaisquer dúvidas ou perguntas a respeito da pesquisa poderão ser elucidadas por nós, por meio de nossos e-mails: arthur.manhaes@gsuite.iff.edu.br. Nosso orientador também está disponível no e-mail: ronaldobarboza8@gmail.com . Agradecemos pela sua cooperação nesta pesquisa.

Autorização:

Eu, ______________________, afirmo que li e permito o uso dos resultados coletados e sua publicação.

Questionário

Seção 1

1 - Você já estudou o conteúdo de Função Quadrática?

____

2 - Você saberia reconhecer uma Função Quadrática?

____

3 - Em uma escala de 1 a 5, sendo 1 muita dificuldade e 5 muita facilidade, como você avaliaria seu conhecimento em Matemática?

____

4 - Em uma escala de 1 a 5, sendo 1 muita dificuldade e 5 muita facilidade, como você avaliaria seu conhecimento quanto ao conteúdo de Função Quadrática?

____

Seção 2

1 - Qual o tipo de função representada pela lei de formação abaixo?

a) $f(x) = 2x - 1$

() Função Afim.
() Função Quadrática.
() Função Exponencial.
() Função Logarítmica.

b) $f(x) = 3x^2 + 10x - 5$

() Função Afim.
() Função Quadrática
() Função Exponencial.
() Função Logarítmica.

c) $f(x) = 2^x$

() Função Afim.
() Função Quadrática.
() Função Exponencial.
() Função Logarítmica.

1.1 - Você identificou alguma Função Quadrática? Se sim, qual foi o critério utilizado para esta determinação?

____

____

____

____

2 - Nas tabelas abaixo, qual modelo de função relaciona x e $f(x)$? Calcule f (6).

a)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	7	9	11	

() Função Afim.

() Função Quadrática.

() Função Exponencial.

() Função Logarítmica.

b)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	5	9	15	23	

() Função Afim.
() Função Quadrática.
() Função Exponencial.
() Função Logarítmica.

c)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	3	9	27	81	243	

() Função Afim.
() Função Quadrática.
() Função Exponencial.
() Função Logarítmica.

2.1 - Você identificou alguma Função Quadrática? Se sim, qual foi o critério utilizado para esta determinação?

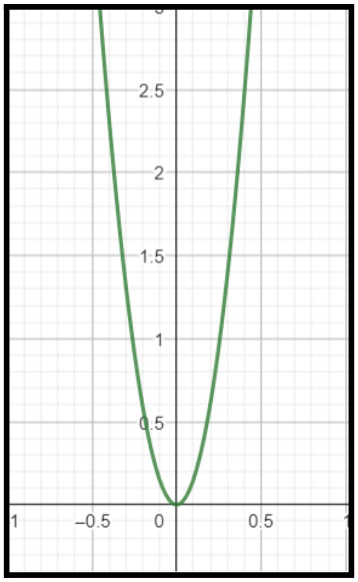
____

____

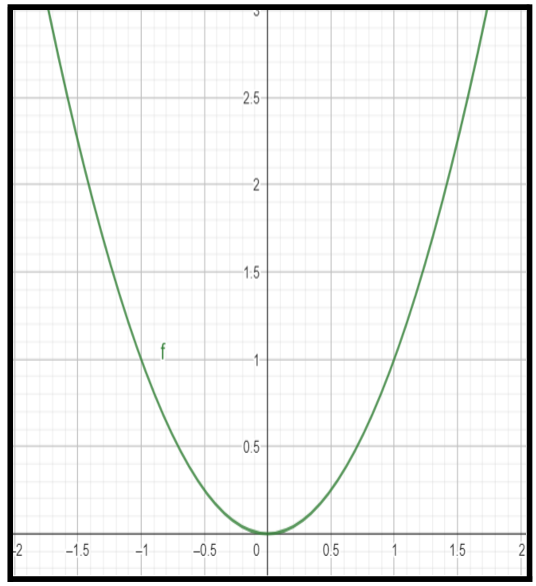
____

3 - Nos gráficos abaixo, assinale todos que representam uma Função Quadrática.

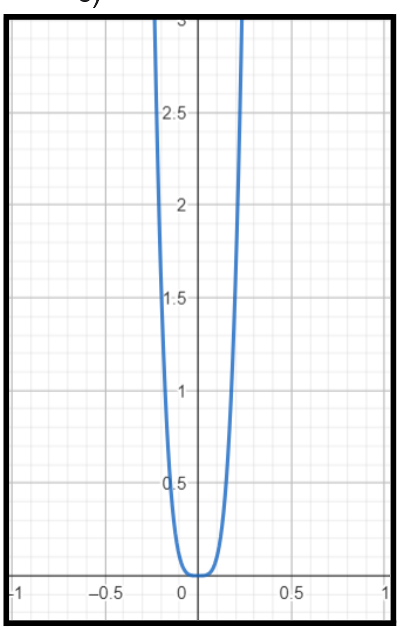
a)



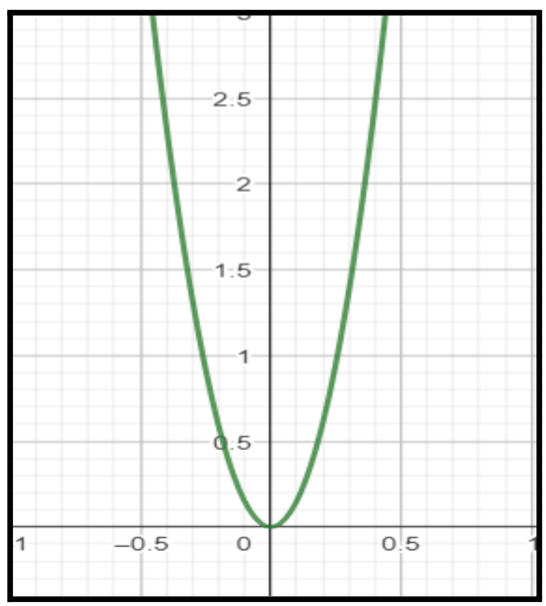
b)



c)

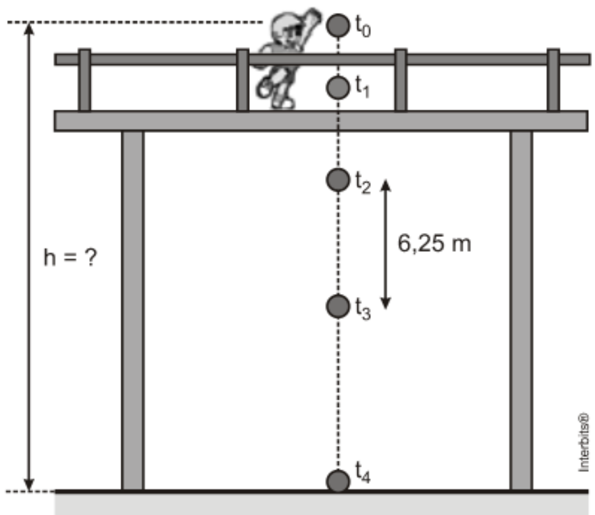


d)



4 - Analise a questão **resolvida** abaixo e faça o que se pede.

"Em um dia de calmaria, um garoto sobre uma ponte deixa cair, verticalmente e a partir do repouso, uma bola no instante $t_0 = 0$ s. A bola atinge, no instante t_4, um ponto localizado no nível das águas do rio e à distância h do ponto de lançamento. A figura apresenta, fora de escala, cinco posições da bola, relativas aos instantes t_0, t_1, t_2, t_3 e t_4. Sabe-se que entre os instantes t_2 e t_3 a bola percorre 6,25 m e que g
= 10 m/s^2.



Desprezando a resistência do ar e sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas apresentadas na figura é sempre o mesmo, determine a distância h.

Resolução:

Entre cada posição da bola, a diferença de tempo para percorrer o espaço é igual, indicando que a bola percorre distâncias cada vez maiores no mesmo intervalo de tempo, ou seja, está ficando mais rápida. Com a análise da teoria das Proporções de Queda de Galileu, podemos interpretar que no intervalo de tempo entre as posições, a bola percorreu, respectivamente: ***d****, 3****d,*** *5****d*** *e 7****d****, sendo "****d****" um valor real referente a distância percorrida.*

*Como o terceiro intervalo é relativo à 5****d****, e na imagem está indicado que a distância foi de 6,25m, podemos concluir que o valor de "****d****" é de $1,25m$, como a queda total foi de 16****d,*** *podemos afirmar que o objeto caiu $20m$.*

Na resolução acima, é possível visualizar a correlação entre a questão e o conteúdo de Função Quadrática? Se sim, explique a correlação existente.