

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MELISSA FERREIRA MOTA
SAMUEL PEREIRA DE BRITO

**A EVOLUÇÃO DO CONCEITO DE LOGARITMO E SUAS APLICAÇÕES: UMA
ABORDAGEM INVESTIGATIVA**

Campos dos Goytacazes/ RJ

Março – 2026

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MELISSA FERREIRA MOTA

SAMUEL PEREIRA DE BRITO

A EVOLUÇÃO DO CONCEITO DE LOGARITMO E SUAS APLICAÇÕES: Uma
Abordagem Investigativa

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática
do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Fluminense *campus* Campos Centro, como requisito
parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em
Matemática.

Orientadora: Me. Carla Antunes Fontes

Campos dos Goytacazes/RJ

Março – 2026

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

M11489 Mota, Melissa Ferreira
2694670 A Evolução do conceito de Logaritmo e suas Aplicações: Uma
8021632 Abordagem Investigativa / Melissa Ferreira Mota, Samuel Pereira de Brito -
5663e 2026.
133 f.: il. color.

Orientadora: Carla Antunes Fontes

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro,
Curso de Licenciatura em Matemática, Campos dos Goytacazes, RJ, 2026.
Referências: f. 69 a 72.

1. Logaritmo. 2. Aprendizagem Significativa. 3. Atividade
Investigativa. 4. Contextualização. 5. História da Matemática. I. Brito,
Samuel Pereira de. II. Fontes, Carla Antunes, orient. III. Título.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE
Campus Campos Centro
RUA DOUTOR SIQUEIRA, 273, PARQUE DOM BOSCO, CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ, CEP 28030130
Fone: (22) 2726-2903, (22) 2726-2906

PARECER 2/2026 - CLMCC/DIRESLCC/DIRACADCC/DGCCENTRO/IFFLU
28 de abril de 2026

MELISSA FERREIRA MOTA
SAMUEL PEREIRA DE BRITO

A EVOLUÇÃO DO CONCEITO DE LOGARITMO E SUAS APLICAÇÕES: Uma Abordagem Investigativa

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 09 de março de 2026.

Banca Examinadora:

Alex Cabral Barbosa (Examinador)
Doutor em Ciências Naturais / UENF
IFFluminense Campus Campos Centro

Leandro Sopeletto Carreiro (Examinador)
Mestre em Matemática / UENF

Carla Antunes Fontes (Orientador)
Mestre em Matemática Aplicada / UFRJ
IFFluminense Campus Campos Centro

CARLA ANTUNES FONTES
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Documento assinado eletronicamente por:

- **Carla Antunes Fontes**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLÓGICO, em 28/04/2026 21:16:58.
- **Alex Cabral Barbosa**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLÓGICO, em 28/04/2026 21:40:52.
- **Leandro Sapeletto Carneiro**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLÓGICO, em 29/04/2026 20:44:28.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 28/04/2026. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.iff.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 738520

Código de Autenticação: 7cfe326cba



AGRADECIMENTOS

Expressamos nossa mais profunda gratidão, primeiramente, a Deus, por nos conceder força, discernimento, perseverança e serenidade ao longo de toda a trajetória acadêmica, tornando possível a realização deste trabalho, mesmo diante dos inúmeros desafios que se apresentaram durante o percurso.

Às nossas famílias, registramos nosso sincero reconhecimento pelo apoio incondicional, pela compreensão, pelo incentivo constante e pela confiança irrestrita em nosso potencial, elementos que se constituíram como alicerces indispensáveis para a manutenção da motivação, do equilíbrio emocional e da determinação necessários à concretização deste projeto.

Estendemos nossos agradecimentos ao grupo formado por amigos e alunos do curso de Licenciatura em Matemática, cuja colaboração, disponibilidade, envolvimento, compromisso e contribuição crítica foram fundamentais tanto para o desenvolvimento da pesquisa quanto para a aplicação do teste exploratório da sequência didática, enriquecendo significativamente as reflexões, as análises e os resultados obtidos, além de tornarem esta caminhada mais humana, leve e repleta de aprendizados.

À instituição Instituto Federal Fluminense Campus Campos Centro e a todos os docentes que contribuíram direta ou indiretamente para nossa formação acadêmica, manifestamos nosso reconhecimento pelo compromisso com a educação, pelo incentivo ao pensamento crítico e pelo estímulo constante à pesquisa científica.

Por fim, registramos nosso mais profundo e especial agradecimento à professora orientadora Carla Antunes Fontes, pela orientação segura, criteriosa e sempre solícita, pela dedicação, paciência, competência técnica e rigor acadêmico com que conduziu todas as etapas deste trabalho, cuja contribuição foi decisiva não apenas para a qualidade científica desta pesquisa, mas também para nosso amadurecimento intelectual, profissional e humano, tornando possível a concretização do presente Trabalho de Conclusão de Curso, intitulado A evolução do conceito de Logaritmo e suas Aplicações: uma Abordagem Investigativa.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de ensino de Logaritmos construída a partir de inquietações reais do contexto escolar e da percepção recorrente de que esse conteúdo, muitas vezes, é apresentado de forma excessivamente abstrata e distante da realidade dos estudantes. Partindo dessa problemática, propõe-se uma sequência didática investigativa cujo objetivo geral consiste em ressignificar a abordagem desse conteúdo, favorecendo a compreensão de sua origem, de seu significado matemático e de suas aplicações. Como objetivos específicos, têm-se: explorar a motivação histórica dos Logaritmos, relacionar diferentes tipos de crescimento e aproximar o conceito de situações do cotidiano. O estudo fundamenta-se em referenciais teóricos que defendem a Contextualização, a Aprendizagem Significativa e o uso de Metodologias Investigativas no ensino de Matemática. A proposta traz uma abordagem que privilegia a investigação, a experimentação e a construção gradual de sentido, rompendo com a lógica meramente procedimental. As atividades propostas dialogam com situações concretas e instigantes, permitindo que os estudantes confrontem dificuldades matemáticas, estabeleçam relações entre diferentes formas de crescimento e percebam a presença dos Logaritmos em contextos científicos e sensoriais amplamente conhecidos. Os dados obtidos a partir da aplicação da sequência revelam indícios relevantes sobre o engajamento dos alunos, suas percepções e os sentidos atribuídos ao conteúdo após as aulas, oferecendo subsídios importantes para reflexões sobre práticas pedagógicas no ensino de Matemática. Sem antecipar conclusões, o trabalho se propõe a discutir caminhos possíveis para tornar o ensino dos Logaritmos mais significativo, acessível e coerente com as demandas da Educação Básica. Assim, a presente pesquisa se configura como um convite à reflexão sobre o papel das metodologias investigativas no ensino de Matemática e sobre como a Contextualização e a intencionalidade pedagógica podem transformar a forma como conceitos tradicionalmente considerados difíceis são compreendidos pelos estudantes.

Palavras-chave: Logaritmo. Aprendizagem Significativa. Atividade Investigativa. Contextualização. História da Matemática.

ABSTRACT

This paper presents a proposal for teaching Logarithms based on real concerns in the school context and the recurring perception that this content is often presented in an overly abstract way that is distant from the students' reality. Based on this problem, an investigative teaching sequence is proposed, whose general objective is to reframe the approach to this content, promoting understanding of its origin, mathematical meaning, and applications. The specific objectives are: to explore the historical motivation for Logarithms, to relate different types of growth, and to bring the concept closer to everyday situations. The study is based on theoretical references that advocate Contextualization, Meaningful Learning, and the use of Investigative Methodologies in Mathematics education. The proposal brings an approach that favors investigation, experimentation, and the gradual construction of meaning, breaking with purely procedural logic. The proposed activities engage with concrete and thought-provoking situations, allowing students to confront mathematical difficulties, establish relationships between different forms of growth, and perceive the presence of Logarithms in widely known scientific and sensory contexts. The data obtained from applying the sequence reveal relevant evidence about student engagement, their perceptions, and the meanings attributed to the content after class, offering important insights for reflection on pedagogical practices in mathematics education. Without anticipating conclusions, the study aims to discuss possible ways to make the teaching of Logarithms more meaningful, accessible, and consistent with the demands of basic education. Thus, this research is an invitation to reflect on the role of investigative methodologies in mathematics teaching and on how contextualization and pedagogical intentionality can transform the way concepts traditionally considered difficult are understood by students.

Keywords: Logarithm. Meaningful Learning. Investigative Activity. Contextualization. History of Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Apostila I: Questão 1	28
Figura 2 - Slide 12: Método de prostaférese (Cont.)	29
Figura 3 - Apostila I: Questão 2	30
Figura 4 - Generalização das relações observadas	31
Figura 5 - Slide 16: Logaritmos: De progressões a contribuições de Napier	32
Figura 6 - Slide 17: Aplicações	33
Figura 7 - Slide 20: Aplicações (Cont.)	34
Figura 8 - Slide 21: Aplicações (Cont.)	34
Figura 9 - Licenciando fazendo a Questão 1 (Apostila I)	36
Figura 10 - Licenciando fazendo a Questão 2 (Apostila I)	37
Figura 11 - Introduzindo as aplicações	38
Figura 12 - Antes: tabela original sem numeração	39
Figura 13 - Depois: tabela revisada com linhas numeradas	40
Figura 14 – Pesquisadores prestando suporte aos estudantes durante a atividade de multiplicação	44
Figura 15 – Estudante registrando cálculos de multiplicação sem calculadora (Apostila I, Questão 1)	45
Figura 16 - Pesquisadores conduzindo o momento de reflexão	45
Figura 17 – Estudantes analisando a relação entre a P.A. e a P.G. (Apostila I, Questão 2)	48
Figura 18 - Exemplo de cálculos manuais realizados pelos alunos	50
Figura 19 - Registro das dificuldades relatadas pelos alunos	51
Figura 20 – Tabela P.A. e P.G. preenchida pelos alunos	52
Figura 21 - Registros das respostas sobre divisão e subtração	54
Figura 22 - Material	57
Figura 23 – Pesquisadora explicando a diferença entre a escala linear e a logarítmica	59
Figura 24 - Pesquisador explicando a aplicação dos Logaritmos na música	60

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Etapas e objetivos da elaboração do TCC	24
Quadro 2 - Materiais e objetivos da primeiro encontro	26
Quadro 3 - Materiais e objetivos do segundo encontro	27

Sumário

1 INTRODUÇÃO.....	11
2 REVISÃO DA LITERATURA.....	16
2.1 Contextualização	16
2.2 Aprendizagem Significativa	17
2.3 Atividades investigativas	19
2.4 História da Matemática no ensino de Matemática	20
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	22
3.1 Caracterização da pesquisa.....	22
3.2 Elaboração da sequência didática	25
3.2.1 Descrição.....	27
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	36
4.1 Teste exploratório	36
4.1.2 Contribuições dos licenciandos e análise dos dados obtidos no teste exploratório ..	38
4.2 Aplicação da sequência didática	42
4.2.1 Instituição e escolha do público-alvo.....	42
4.2.2 Primeiro encontro	43
4.2.3 Análise dos dados obtidos no primeiro encontro	50
4.2.4 Segundo encontro.....	55
4.2.5 Análise dos dados obtidos no segundo encontro	62
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
REFERÊNCIAS.....	69
APÊNDICES	73
APÊNDICE A – Materiais utilizados no teste exploratório.....	74
APÊNDICE A-I – Apresentação de slides	75
APÊNDICE A-II – Apostila I.....	89
APÊNDICE A-III – Apostila II	93
APÊNDICE A-IV – Questionário final.....	98
APÊNDICE B – Materiais utilizados em sala de aula	100
APÊNDICE B-I – Apresentação de slides	101
APÊNDICE B-II – Apostila I.....	116
APÊNDICE B-III – Apostila II.....	120
APÊNDICE B-IV – Questionário final	126
APÊNDICE B-V – Respostas dos alunos	128

1 INTRODUÇÃO

Embora tenham sido desenvolvidos para facilitar cálculos extensos, os quais são rapidamente feitos por calculadoras e computadores atualmente, os Logaritmos são de extrema importância na atualidade e possuem diversas finalidades (Aquino, 2018). É possível observar a presença deste conceito em muitas situações, como na Escala Richter, na análise de ondas sonoras, no estudo de progressões geométricas, dentre outros exemplos (Aquino, 2018).

A compreensão do tema também possibilita que o estudante entenda fenômenos naturais e sociais que envolvem variação de grandezas (Brasil, 2017). Alguns exemplos destacados pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) são o crescimento populacional e a dinâmica do pH de substâncias (Brasil, 2017).

Em situações aplicadas, como o cálculo do tempo necessário para o decaimento de substâncias radioativas ou a análise do impacto de juros compostos, por exemplo, os conhecimentos referentes aos Logaritmos são fundamentais (Brasil, 2017).

Essa relação entre teoria e prática é uma das formas de tornar o estudo de Logaritmos mais relevante para os estudantes, ajudando-os a perceber a aplicabilidade do conteúdo não só em Matemática como em outras ciências (Brasil, 2017). No entanto, Araújo, Torres e Ferreira (2024) mencionam que, normalmente, o ensino de Logaritmos acontece de forma descontextualizada, na qual são apresentadas as propriedades e longas listas com exercícios repetitivos são distribuídas para os alunos.

Essa forma “isolada” de trabalhar o tema pode acabar reforçando a ideia de que o assunto é de difícil compreensão. Sabe-se que as problemas de aprendizagem de conceitos como o Logaritmo não são raras, já que muitos alunos da Educação Básica enxergam enorme dificuldade no assunto (Granero, 2016). A abstração exigida por este tema, além da complexidade das funções exponenciais, pode ser um desafio considerável para os alunos (Ferreira; Bisognin, 2007).

Santos e Lara (2007) apontam que o ensino de Matemática muitas vezes falha ao apresentar conceitos de maneira desconectada da realidade, o que dificulta a compreensão. Além disso, a ênfase em regras e fórmulas, sem Contextualização, como frequentemente ocorre no ensino tradicional, pode levar a uma visão mecanicista da Matemática, sem perceber sua utilidade prática (Santos; Lara, 2007).

Como afirmam Santos e Lara (2007), é essencial que o ensino de Matemática se aproxime das vivências dos alunos, mostrando, por exemplo, como o cálculo de pH ou o entendimento da radioatividade se baseiam em conceitos de Logaritmos. Segundo Almouloud (2016), a falta dessa abordagem contextualizada pode gerar frustração e desinteresse, dificultando o aprendizado e a assimilação de conceitos fundamentais.

Lara (2013) menciona que muitos professores notam o desinteresse de alguns alunos pelas aulas de Matemática. Isso pode acontecer em virtude dos estudantes não verem a aplicabilidade dos conceitos aprendidos em seu cotidiano (Lara, 2013). A autora complementa dizendo que por não verem conexão entre estes conceitos e o seu dia a dia, a relevância de aprendizado dos conteúdos pode ser duramente questionada com frases como “Para que devo aprender isso?” ou “O que aquela pessoa estava pensando quando criou este conceito?” (Lara, 2013).

No entanto, estes questionamentos não devem ser vistos como algo negativo, mas como um convite a explorar o surgimento dos conceitos e abordá-los de forma proveitosa em sala de aula (Lara, 2013). Neste contexto, como aponta Lara (2013), pode-se utilizar uma importante ferramenta: a História da Matemática.

Alves (2016), em concordância, afirma que muitos alunos gostariam de saber de onde surgiram os conceitos matemáticos, quando e para que foram criados, pois isso deixaria as aulas mais interessantes. O autor percebe nos estudantes a curiosidade e a necessidade de saber a origem dos conceitos estudados e enfatiza que se uma abordagem histórica fosse feita, os conteúdos poderiam fazer mais sentido para os discentes (Alves, 2016).

Santos e Lara (2021) discorrem que o uso da História da Matemática torna o processo de aprendizagem mais interessante e prazeroso, facilitando a compreensão dos conceitos. Os alunos afirmam que se sentem mais motivados a aprender. Ainda é possível compreender os motivos pelos quais determinados assuntos surgiram (Santos; Lara, 2021),

Além disso, por meio da História da Matemática, é possível analisar o caminho que os conhecimentos humanos percorreram ao longo do tempo (Aquino, 2018). Observar um elemento moderno com as lentes do passado permite compreender as mudanças sofridas por tal conceito, possíveis ganhos ou perdas de significado (Aquino, 2018).

Por outro lado, compreende-se que não seja possível utilizar esta abordagem em todas as aulas e com todos os conteúdos (Alves, 2016). No entanto, é perceptível que os alunos estão abertos a novas possibilidades, especialmente aquelas que tornam o ensino mais instigante e cativante (Alves, 2016).

As dificuldades enfrentadas pelos alunos no Ensino Médio também podem ser, em parte, atribuídas à fragilidade nos conceitos básicos de Matemática ensinados no Ensino Fundamental, pois essas lacunas tendem a se acumular (Loureiro, 2013). Essas defasagens podem ser facilmente percebidas em temas como frações, grandezas proporcionais, Logaritmos e até mesmo operações com números naturais (Loureiro, 2013).

É importante resolver problemas matemáticos considerando a variação de grandezas, mas para isso, é necessário que os alunos possuam uma base sólida de conhecimento prévio (Leonardo; Proença, 2023).

As situações de ensino devem possibilitar aos alunos a observação, reflexão, interpretação e levantamento de hipóteses, permitindo-lhes construir significados e aprimorar seu raciocínio matemático (Brasil, 2017). A ausência de uma compreensão profunda desses conceitos mais simples impede o entendimento de tópicos mais avançados, como o Logaritmo, criando um ciclo de dificuldades progressivas (Brasil, 2017).

A BNCC propõe a integração do estudo de funções exponenciais e logarítmicas com o uso de tecnologias digitais, como gráficos e tabelas, como forma de facilitar a compreensão. Esse tipo de abordagem pode ajudar na visualização dos gráficos das funções, tornando o conceito mais acessível e o processo de aprendizagem mais dinâmico (Brasil, 2017).

Pêcheux (1997) argumenta que a percepção negativa de Matemática, muitas vezes alimentada por uma visão histórica e cultural de que a disciplina é difícil, também influencia diretamente a aprendizagem. A ideia de que “Matemática é difícil” acaba se perpetuando, reforçada tanto pelos alunos quanto pela própria comunidade escolar, conforme Pêcheux (1997), limitando o engajamento dos estudantes com o conteúdo. Isso só aumenta a resistência ao aprendizado e dificulta a construção de um conhecimento significativo.

A análise crítica e a interpretação das variações de grandezas devem ser trabalhadas de maneira integrada (Brasil, 2017). Essa análise contribui para a formação de um aluno mais capacitado a lidar com problemas reais, sem perder de vista a importância da Matemática como ferramenta para a resolução desses desafios (Brasil, 2017).

Dessa forma, a BNCC traz diretrizes que buscam superar as dificuldades tradicionais de ensino e proporcionar uma aprendizagem mais significativa e conectada com as realidades dos alunos (Brasil, 2017).

A proposta “A Evolução do Conceito de Logaritmo e Suas Aplicações: Uma Abordagem Investigativa” nasceu inicialmente de um dos autores do trabalho, motivado pelas dificuldades que

ele e seus colegas enfrentaram para tentar entender o conceito de Logaritmo durante o Ensino Médio. Mais adiante, o fascínio pelo tema e pela forma como foi trabalhado no curso de Licenciatura em Matemática inspirou o desejo de pesquisar e conhecer o assunto mais profundamente.

A experiência pessoal dos membros desse trabalho, que vivenciaram a complexidade do tema apresentado de forma isolada e sem uma conexão clara com situações práticas, despertou a vontade de contribuir com uma abordagem mais significativa e dinâmica os estudantes.

Este projeto surge, portanto, como uma resposta ao desafio de tornar o ensino de Logaritmos mais compreensível e envolvente. A proposta de uma abordagem investigativa se alinha com as diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998), que enfatizam a importância de incentivar os alunos a pesquisar e investigar, estabelecendo relações entre os conteúdos e sua aplicabilidade no cotidiano.

A pesquisa busca responder à seguinte questão norteadora: Como uma abordagem investigativa, em conjunto com a História da Matemática e a Contextualização, pode contribuir para a compreensão do conceito de Logaritmo no Ensino Básico, promovendo uma aprendizagem mais significativa?

Dessa forma, o objetivo geral deste estudo é analisar as contribuições, para a promoção de uma aprendizagem mais significativa do conceito de Logaritmo no Ensino Básico, de uma abordagem investigativa, em conjunto com a História da Matemática e a Contextualização.

A fim de alcançar tal objetivo, são propostos os seguintes objetivos específicos:

- Investigar como os efeitos da abordagem histórica dos Logaritmos podem ser utilizada no processo de seu ensino;
- Buscar aplicações dos Logaritmos que possam ser abordadas no Ensino Básico;
- Explorar estratégias de ensino que possam ser utilizadas no ensino de Logaritmo.

Tais objetivos buscam ser alcançados por meio das seguintes etapas de pesquisa:

- Apresentar brevemente a evolução histórica dos Logaritmos;
- Destacar algumas aplicações que possam ser abordadas no Ensino Básico;
- Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a compreensão do tema.

O presente trabalho está dividido em 4 capítulos, além desta Introdução e das Considerações Finais. Estes capítulos são a Revisão da Literatura, em que são apresentados os aportes teóricos que fundamentam o trabalho; Procedimentos Metodológicos, em que são apresentados os instrumentos de coleta de dados e o planejamento da Sequência Didática; Resultados e Discussões, em que são relatados os acontecimentos do teste exploratório e da aplicação da Sequência Didática e são mostrados os resultados obtidos; Referências, em que estão registrados os materiais consultados e Apêndices, em que os materiais utilizados no teste exploratório e na aplicação da Sequência Didática estão disponíveis.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Durante o levantamento do referencial teórico para este trabalho, identificou-se a necessidade de esclarecer os conceitos adotados para os termos "Contextualização", "Aprendizagem Significativa", "Atividades Investigativas" e "História da Matemática", evitando assim interpretações ambíguas.

Estes conceitos fundamentam a abordagem adotada na presente pesquisa e são essenciais para compreender a proposta investigativa sobre a evolução do conceito de Logaritmo e suas aplicações. Tais conceitos serão explorados nos tópicos 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4, respectivamente.

2.1 Contextualização

Neste trabalho, será adotada a concepção de Contextualização de Kato e Kawasaki (2011). De acordo com esses autores, a Contextualização pode ser entendida como a articulação entre os conhecimentos específicos de uma disciplina e contextos mais amplos de significação, que podem incluir o cotidiano do aluno, outras disciplinas escolares, a ciência, o ensino e os contextos históricos, sociais e culturais. Os mesmos autores apontam que a Contextualização permite estabelecer relações que facilitam a compreensão e aplicação do conhecimento pelo estudante (Kato; Kawasaki, 2011).

As Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEB) destacam que a Contextualização desempenha um papel essencial na construção do conhecimento significativo (Brasil, 2013). Além disso, a adoção de estratégias que considerem o território, a realidade dos alunos e o mundo do trabalho possibilitam aprendizagens mais relevantes e aplicáveis (Brasil, 2013). Dessa forma, o ensino contextualizado proporciona uma formação mais integrada, conectando diferentes áreas do saber de maneira significativa (Brasil, 2013).

No ensino de Matemática, a Contextualização assume um papel fundamental na construção do conhecimento, permitindo que os estudantes percebam a disciplina não apenas como um conjunto de regras abstratas, mas como um saber historicamente construído e aplicado em diferentes contextos (Miguel; Miorim, 2011). Além disso, o ensino de Matemática deve ir além da simples memorização de fórmulas e algoritmos, incorporando uma abordagem histórica e cultural que evidencie a evolução do pensamento matemático ao longo do tempo (Miguel; Miorim, 2011).

Essa perspectiva contribui para que os alunos compreendam a Matemática como um campo de conhecimento dinâmico, em constante desenvolvimento e diretamente ligado ao progresso das sociedades (Miguel; Miorim, 2011).

Kato e Kawasaki (2011) afirmam que a articulação entre diferentes contextos amplia o significado do conhecimento matemático, permitindo que os estudantes identifiquem sua aplicabilidade em situações reais de diversas áreas. Esse processo está alinhado com as DCNEB, que ressaltam a necessidade de integrar teoria e prática, favorecendo um ensino mais dinâmico e próximo da realidade dos alunos (Brasil, 2013).

Horta (2020) discorre que no contexto da Matemática e suas aplicações, a Contextualização se apresenta como um recurso de grande importância para estabelecer relações entre os conhecimentos adquiridos na Educação Básica e aqueles exigidos em áreas técnicas e profissionais. Por meio da Contextualização, os conteúdos matemáticos podem ser abordados de maneira interdisciplinar, permitindo que o aluno compreenda sua utilidade prática e atribua significado aos conceitos ensinados (Horta, 2020).

Dessa forma, ao trabalhar com situações de aplicação dos conceitos vistos em sala de aula, a Contextualização torna-se uma ferramenta essencial para a construção do conhecimento (Horta, 2020). Essa abordagem não apenas facilita a aprendizagem, mas proporciona uma formação mais completa e alinhada às demandas do mundo do trabalho e da sociedade contemporânea (Horta, 2020).

2.2 Aprendizagem Significativa

Ao se mencionar "Aprendizagem Significativa" ou "Aprendizagem com Significado", faz-se referência à teoria da Aprendizagem Significativa, proposta por David Ausubel e estudada no Brasil por Marcos Antonio Moreira (2011).

Esta teoria está fundamentada no fato de que novos conhecimentos se tornam significativos apenas quando encontram um ponto de ancoragem na estrutura cognitiva do aluno (Moreira, 2011).

Estes pontos de ancoragem são conhecidos como subsunçores, que podem ser conceitos, proposições ou representações mentais previamente adquiridas e que servem como base para a assimilação de novos conteúdos (Moreira, 2011).

Em outras palavras, a Aprendizagem Significativa caracteriza-se pela interação entre conhecimentos prévios e novos (Moreira, 2011). Os primeiros adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva, enquanto os segundos se integram à estrutura existente, tornando-se parte do repertório do aluno (Moreira, 2011).

No entanto, quando o novo conhecimento não encontra subsunçores adequados ou quando o estudante apenas memoriza informações sem conexão real com seu conhecimento prévio, ocorre a aprendizagem mecânica (Moreira, 2011). Neste tipo de aprendizagem, os conteúdos são armazenados de forma isolada, sem serem verdadeiramente compreendidos, tornando difícil sua retenção e aplicação (Moreira, 2011).

Para que a Aprendizagem Significativa ocorra, dois fatores são essenciais: o material deve ser potencialmente significativo e o estudante deve apresentar predisposição para aprender, ou seja, estar disposto a relacionar os novos conhecimentos de maneira interativa com seu conhecimento prévio (Moreira, 2011).

Além disso, o uso de organizadores prévios¹ pode auxiliar na ativação dos subsunçores corretos, facilitando a construção do conhecimento e evitando a memorização mecânica (Moreira, 2011). Portanto, a teoria de Ausubel reforça a importância de estratégias pedagógicas que estimulem a integração entre os novos conhecimentos e os conhecimentos prévios, proporcionando a formação de conexões cognitivas sólidas (Moreira, 2011).

Embora a Aprendizagem Significativa seja o objetivo principal, Ausubel reconhece que a aprendizagem mecânica desempenha um papel fundamental, especialmente nas etapas iniciais do processo educativo (Moreira, 2011).

Em contextos onde o aluno ainda não possui subsunçores relevantes, a memorização ou aprendizagem mecânica podem servir como base para a construção de conhecimentos mais complexos posteriormente (Moreira, 2011). Assim, a aprendizagem mecânica pode ser vista como um alicerce necessário para o desenvolvimento da Aprendizagem Significativa, proporcionando os elementos básicos que, uma vez internalizados, permitirão ao aluno estabelecer conexões mais profundas e compreensíveis no futuro (Moreira, 2011).

Portanto, a proposta deste trabalho baseia-se na Contextualização para favorecer uma Aprendizagem Significativa. Esta conexão entre a Matemática e outras áreas de conhecimento, alinhada ao referencial teórico da Aprendizagem Significativa, busca proporcionar aos alunos um

¹ Os organizadores prévios são noções iniciais que ajudam os estudantes a estabelecer uma relação entre os novos conhecimentos e os já existentes, ativando, assim, os subsunçores (Moreira, 2011).

aprendizado que vá além da memorização mecânica, permitindo-lhes compreender e aplicar o conhecimento matemático em diferentes contextos.

2.3 Atividades investigativas

Côrte (2012) enfatiza a necessidade que o ser humano tem de descobrir novos conhecimentos e que a principal forma de alcançar tal feito é por meio de investigações. Para Ponte (2003, p. 2) “investigar não é mais do que procurar conhecer, procurar compreender, procurar encontrar soluções para os problemas com que nos deparamos”.

Na Educação, a investigação assume o papel de instrumento para a aprendizagem dos alunos, em que estes têm a possibilidade de fazer Matemática, isto é, descobrir a Matemática por si mesmos (Côrte, 2012). Por outro lado, para o professor, serve como uma ferramenta que auxilia na preparação das aulas (Côrte, 2012).

A investigação pode acontecer por meio de uma Atividade Investigativa (Côrte, 2012). No entanto, existem diferentes nomes para “Atividades Investigativas” na literatura, tais como ensino por investigação, ensino por projetos, dentre outras (Zômpero; Laburú, 2011). Neste trabalho, o termo utilizado será Atividade Investigativa.

A realização de Atividades Investigativas nas aulas de Matemática apresenta diversas contribuições significativas para o ensino (Zômpero; Laburú, 2011). Dentre estas contribuições pode-se destacar: proporcionar experiências matemáticas, permitindo, assim, uma visão mais completa desta área de conhecimento e estimular o envolvimento dos alunos, favorecendo uma Aprendizagem Significativa (Zômpero; Laburú). Além disso, esta abordagem pode ser utilizada com alunos das mais diferentes idades, níveis de desenvolvimento e de conhecimento (Zômpero; Laburú, 2011).

O processo de ensino e aprendizagem por meio de uma abordagem investigativa ainda auxilia no desenvolvimento de habilidades, como o aprimoramento do raciocínio e das habilidades cognitivas dos alunos e a cooperação entre eles. Possibilita também que os estudantes compreendam a natureza do trabalho científico (Zômpero; Laburú, 2011).

Estas contribuições se dão pelo fato de que o aluno é envolvido na descoberta dos conceitos matemáticos por meio de atividades e isso faz com que ele se torne um dos principais responsáveis no seu processo de aprendizagem, assumindo um papel ativo, capaz de testar e

defender suas ideias (Côrte, 2012).

No entanto, o professor também participa, ainda que de forma “secundária”, deste processo, pois, se o aluno fizer uma conjectura incorreta, o educador apresenta contra exemplos para que ele pense melhor e o orienta para que chegue ao caminho correto (Côrte, 2012).

O docente também deve estar atento à evolução dos alunos, bem como recolher informações, questionar, expor e manter o diálogo para que o estudante continue interessado e empenhado no trabalho (Côrte, 2012).

Deste modo, a abordagem investigativa na Matemática torna-se uma ferramenta essencial para a aprendizagem, já que o aluno percebe o que é a Matemática, bem como a sua verdadeira função na vida real (Côrte, 2012).

2.4 História da Matemática no ensino de Matemática

A História da Matemática pode ser considerada como um instrumento que destaca o valor da Matemática em sala de aula e mostra aos alunos que a Matemática vai muito além de cálculos (Baroni; Teixeira; Nobre, 2004 *apud* Lara, 2013).

É de extrema importância trazer informações históricas aos alunos, pois isso pode instigar a curiosidade do estudante e até trazer respostas para alguns de seus questionamentos (Lara, 2013).

No entanto, o uso da História da Matemática em sala de aula não deve se limitar apenas a trazer nomes e datas do surgimento de conceitos matemáticos (Lara, 2013). É essencial fazer com que o estudante compreenda o desenvolvimento das ideias e, em especial, entender que tal desenvolvimento não ocorreu de forma isolada, mas que houve uma evolução desses conceitos até se chegar à forma como se apresenta na atualidade.

D'Ambrosio (1999) também reforça essa perspectiva ao afirmar que não é possível ensinar Matemática dissociada de sua dimensão humana. Para ele, ignorar os processos históricos que moldaram a disciplina é desconsiderar suas raízes profundas, que se entrelaçam com a própria história da humanidade. Assim, compreender a Matemática historicamente é reconhecer suas relações com as práticas sociais, com o desenvolvimento tecnológico e com a busca humana por solucionar problemas concretos.

Mendes (2006) amplia essa discussão ao defender a História da Matemática como agente

de cognição, e não apenas como recurso motivacional. Segundo o autor, a investigação histórica promove experiências de aprendizagem mais ricas, pois permite que os estudantes recriem, ainda que parcialmente, processos que deram origem a conceitos. Essa vivência reorganiza cognitivamente as informações, gerando compreensão mais profunda do conteúdo, ao invés de mera memorização.

Outro aspecto fundamental é que a abordagem histórica possibilita ao aluno perceber a Matemática como resultado de necessidades reais. Ao entender para que determinados conceitos foram criados, e quais problemas se buscava resolver, o estudante estabelece conexões entre passado e presente, enxergando sentido no estudo da disciplina. Essa relação entre necessidade, contexto e criação matemática é destacada por diversos pesquisadores, como Groenwald et al. (2005), ao afirmarem que os conceitos são frutos de momentos históricos específicos, vinculados a cenários políticos, econômicos e culturais.

Desse modo, o uso da História da Matemática no ensino contribui para construir uma visão de conhecimento que é viva, dinâmica e humana. A utilização da História da Matemática em sala de aula tem como objetivo informar, explicar como os conhecimentos matemáticos foram gerados, adquiridos e organizados intelectual e socialmente e como se difundiram (Lara, 2013).

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 Caracterização da pesquisa

Para este trabalho, foi escolhida a pesquisa qualitativa por sua capacidade de proporcionar uma compreensão aprofundada das interações e dinâmicas presentes no ambiente investigado (Gil, 2008).

Esse tipo de pesquisa se caracteriza por explorar significados, processos e relações sociais sem a preocupação com a quantificação dos dados, mas sim com a interpretação e análise detalhada dos fenômenos (Gil, 2008).

Diferente da abordagem quantitativa, que busca generalizações por meio de mensuração estatística, a pesquisa qualitativa permite captar percepções, comportamentos e experiências dos participantes em seu contexto natural (Gil, 2008).

Essa flexibilidade metodológica torna-se essencial para este estudo, pois possibilita a análise das respostas dos alunos e da aplicação da sequência didática de maneira mais contextualizada e significativa (Gil, 2008).

O autor ainda destaca que essa abordagem é ideal para investigações que envolvem fenômenos complexos, nos quais a compreensão dos aspectos subjetivos é fundamental para a construção do conhecimento (Gil, 2008).

O público-alvo desta pesquisa consiste em estudantes do Ensino Médio que já tenham tido contato prévio com o conceito de Logaritmo, uma vez que o estudo busca analisar as contribuições de uma abordagem investigativa aliada à História da Matemática e à Contextualização, para a promoção de uma aprendizagem mais significativa desse conceito.

A escolha das ferramentas a serem utilizadas justifica-se pela necessidade de compreender como estratégias pedagógicas inovadoras podem consolidar e aprofundar o conhecimento matemático.

Como destaca Silva (2017), essas abordagens têm o potencial de superar dificuldades de aprendizagem, especialmente em tópicos que frequentemente apresentam desafios para os alunos.

Dessa forma, as ferramentas escolhidas visam facilitar a compreensão dos estudantes em temas complexos, como o estudo dos Logaritmos, proporcionando uma aprendizagem mais

significativa.

Para a coleta de dados, serão utilizados dois instrumentos principais: o diário de campo, elaborado a partir das observações realizadas pelos pesquisadores durante os encontros, e o questionário aplicado aos estudantes. A observação de aula permitirá acompanhar, em tempo real, as interações dos alunos ao longo da aplicação da sequência didática, enquanto o questionário buscará registrar suas percepções, dificuldades e experiências relacionadas ao processo de aprendizagem (Vieira, 2009).

A observação de aula constitui um método de coleta no qual o pesquisador acompanha as atividades pedagógicas em contexto autêntico, identificando interações, comportamentos e dinâmicas de forma sistemática e contextualizada (Gil, 2008). O diário de campo, por sua vez, corresponde ao registro contínuo, descritivo e reflexivo dessas observações, reunindo impressões e elementos relevantes para a interpretação dos dados (Gil, 2008).

Assim, a articulação entre observação de aula e diário de campo proporcionará uma compreensão mais abrangente e consistente das interações dos alunos durante a implementação da sequência didática, enriquecendo a análise dos resultados (Vieira, 2009; Gil, 2008).

O questionário, por sua vez, é um instrumento fundamental para a obtenção sistemática de informações sobre atitudes, opiniões e experiências dos participantes, garantindo maior organização e comparabilidade dos dados (Vieira, 2009).

A pesquisa será desenvolvida em cinco etapas principais.

Na primeira etapa será realizada uma revisão bibliográfica sobre o ensino de Logaritmos, as atividades investigativas, a História do Logaritmo, a Contextualização e a Aprendizagem Significativa.

Na segunda etapa, sequência didática e instrumentos de coleta de dados, será feita a elaboração da proposta inicial da sequência didática e o planejamento da utilização dos instrumentos de coleta de dados.

O teste exploratório, que compõe a terceira etapa, será a aplicação da proposta inicial da sequência didática e dos instrumentos de coleta de dados para alguns licenciandos em Matemática, a fim de obter sugestões para a melhoria do material elaborado.

Na quarta etapa, aplicação e coleta de dados, a sequência didática será aplicada em sala de aula. Serão feitas anotações no diário de campo, a partir das observações dos pesquisadores, e também serão analisadas as respostas dos alunos ao questionário proposto.

Por fim, na quinta etapa, análise e interpretação dos dados, os dados coletados serão analisados de forma qualitativa, à luz do referencial teórico deste trabalho, com foco na identificação de padrões, dificuldades e contribuições da abordagem proposta para a aprendizagem de Logaritmo.

Quadro 1 - Etapas e objetivos da elaboração do TCC

Etapa	Descrição	Objetivo
Revisão teórica e planejamento	Realização de uma revisão bibliográfica sobre o ensino de Logaritmos, as atividades investigativas, a História do Logaritmo, a Contextualização e a Aprendizagem Significativa, bem como o planejamento das etapas subsequentes da pesquisa.	Fundamentar teoricamente o estudo e estruturar o planejamento metodológico da pesquisa.
Sequência didática e elaboração dos instrumentos de coleta de dados	Elaboração da proposta inicial da sequência didática e definição dos instrumentos de coleta de dados (questionários, observações e registros escritos).	Construir os materiais e procedimentos necessários para a execução e avaliação da proposta pedagógica.
Teste exploratório	Aplicação preliminar da sequência didática para os licenciandos em Matemática e dos instrumentos de coleta, com o intuito de identificar ajustes e aprimoramentos necessários ao material elaborado.	Validar e aperfeiçoar a proposta didática antes da aplicação na turma regular.
Aplicação e coleta de dados	Implementação da sequência didática em sala de aula, com observação e anotações no diário de campo e aplicação do questionário aos alunos.	Coletar dados empíricos sobre a aprendizagem e o engajamento dos estudantes durante a proposta.
Análise e interpretação de dados	Análise qualitativa dos dados obtidos, à luz do referencial teórico, buscando identificar padrões, dificuldades e contribuições da abordagem proposta.	Interpretar os resultados e verificar as implicações da proposta para o ensino e aprendizagem de Logaritmos.

Fonte: Elaboração própria.

Dessa forma, o estudo visa compreender como a integração de estratégias investigativas, aliadas à História da Matemática e à Contextualização, pode impactar positivamente o processo de ensino e aprendizagem, oferecendo subsídios para práticas pedagógicas mais eficazes e significativas no Ensino Médio.

3.2 Elaboração da sequência didática

A proposta pedagógica aqui apresentada busca conciliar o rigor conceitual com a valorização do percurso histórico que levou à formulação do conceito de Logaritmo, articulando ainda sua presença em diferentes situações de aplicação.

A sequência didática está organizada em dois encontros, cada um com duas aulas de cinquenta minutos. Nesses encontros, os estudantes terão contato progressivo com a origem, a formalização e as aplicações dos Logaritmos. Isso está de acordo com o referencial teórico adotado, que destaca a importância da história da Matemática e da Contextualização para o ensino.

Para tanto, serão utilizados materiais diversificados, como Apresentação de slides, Apostila I, Apostila II, além de um Questionário Final de avaliação, os quais se encontram, respectivamente, nos Apêndices B-I, B-II, B-III e B-IV.

Quadro 2 - Materiais e objetivos do primeiro encontro

Momentos	Objetivos	Materiais
Problematização inicial	Contextualizar as dificuldades de cálculos enfrentadas nos séculos XVI e XVII, antes da calculadora.	- Apostila I - Slides
Contribuições históricas (Napier, Briggs, Burgi, Euler)	Apresentar matemáticos que impulsionaram a criação dos Logaritmos, destacando sua relevância histórica e científica.	
Atividade prática - Apostila I, Questão 1	Proporcionar aos alunos a experiência das dificuldades dos cálculos manuais, sensibilizando-os para a importância da criação de métodos mais eficientes.	
Introdução ao método da prostaférese	Exemplificar como identidades trigonométricas foram utilizadas como estratégia intermediária para simplificar multiplicações e divisões.	
Atividade investigativa - Apostila I, Questão 2	Relacionar P.A. e P.G, construindo gradualmente a noção de Logaritmo a partir da análise de tabelas.	
Generalização e discussão coletiva	Consolidar a construção conceitual, preparando os alunos para a formalização no encontro seguinte.	

Fonte: Elaboração própria.

Quadro 3 - Materiais e objetivos do segundo encontro

Momentos	Objetivos	Materiais
Retomada do encontro anterior	Relembrar a relação entre P.A. e P.G., garantindo a continuidade e a progressão da aprendizagem.	- Apostila II - Slide - Questionário
Contexto histórico de Napier	Destacar a importância de sua pesquisa na sistematização do conceito de Logaritmo.	
Formalização do conceito e notação	Apresentar Logaritmo como expoente, explorando sua definição e propriedades fundamentais ligadas às potências.	
Discussão sobre escalas	Diferenciar escalas lineares e logarítmicas, preparando para aplicações práticas.	
Aplicações em contextos científicos e sociais	Explorar Escala Richter, pH, decibéis e outras aplicações, mostrando relevância contemporânea dos Logaritmos.	
Recursos visuais e multimídia	Utilizar gráficos, fórmulas e vídeos para ilustrar fenômenos logarítmicos, aproximando a matemática da experiência real.	
Questionário Final	Avaliar a aprendizagem e estimular a reflexão dos alunos sobre o percurso histórico, conceitual e de aplicabilidade dos Logaritmos.	

Fonte: Elaboração própria.

As tabelas apresentadas permitem visualizar de forma sistemática como a sequência didática está organizada, evidenciando a progressão do conhecimento em dois encontros articulados entre si. Dessa forma, a proposta assegura uma abordagem integrada, que alia o rigor conceitual à valorização histórica e aplicada do tema, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa.

3.2.1 Descrição

No primeiro encontro, a ênfase recai sobre a dimensão histórica nos séculos XVI e XVII. Parte-se da problematização das dificuldades enfrentadas por astrônomos e navegadores diante de

cálculos extensos, antes da existência da calculadora. Essa abordagem inicial busca contextualizar o surgimento dos Logaritmos em meio às demandas científicas da época, aproximando os estudantes de uma aprendizagem mais efetiva por meio da Contextualização (Kato, Kawasaki, 2011) e do uso da História da Matemática no ensino (Lara, 2013)

Nesse contexto, são discutidas as contribuições de matemáticos como John Napier (1552-1632), Henry Briggs (1561-1631), Jost Bürgi (1552-1632) e Leonhard Euler (1707-1783), que desenvolveram estratégias para simplificar multiplicações e divisões demoradas. O material de apoio para esta introdução consiste de uma apresentação de slides, favorecendo a articulação entre o conhecimento matemático e seu contexto histórico e social, conforme defendem Kato e Kawasaki (2011).

Em seguida, os estudantes receberão a Apostila I (Apêndice B-II) e serão orientados a resolverem a Questão 1 (Figura 1) em que há um produto a ser efetuado sem o auxílio de recursos tecnológicos.

Figura 1 - Apostila I: Questão 1

1. Efetuando cálculos sem o auxílio da calculadora

Efetue $2,5325 \times 40,5716$ utilizando apenas lápis e borracha, na área delimitada abaixo.

Registre:

Tempo gasto: _____

Quais dificuldades você encontrou?

Que estratégias usou?

Fonte: Elaboração própria.

Por meio desta questão, os alunos poderão experimentar, de maneira prática, algumas das dificuldades dos cálculos manuais da época anterior à criação dos Logaritmos, compreendendo a importância do desenvolvimento de ferramentas matemáticas que tornassem o processo mais eficiente e preciso. Esse exercício promove a Contextualização do conhecimento, ao relacionar a experiência do aluno às necessidades que motivaram a criação dos Logaritmos, em consonância com as Diretrizes Curriculares Nacionais (Brasil, 2013).

O Método de Prostaferese é então introduzido como uma etapa intermediária, baseada em identidades trigonométricas para converter multiplicações em somas e divisões em subtrações, antecipando a lógica posteriormente sistematizada pelos Logaritmos (Figura 2).

Figura 2 - Slide 12: Método de prostaferese (Cont.)

3. Método de Prostaferese (Cont.)

Exemplo:
8768 x 9063

Passo 1
8.768 → cos A = 0,4384
9.063 → cos B = 0,9063

Passo 2
Consulta à tabela trigonométrica:
cos A = 0,4384 → A ≈ 64°
cos B = 0,9063 → B ≈ 25°

Passo 3
Aplicando a fórmula:
 $2 \cos A \cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$
 $2 \cos 64^\circ \cos 25^\circ = \cos 89^\circ + \cos 39^\circ$

Passo 4
Usando a tabela:
cos 89° ≈ 0,0175
cos 39° ≈ 0,7771
Soma: 0,7946

Passo 5
Ajustando escala:
 $(0,8768 \times 0,9063) \times 10^8 \approx 0,7946 \times 10^8$
✅ Resultado: 79.460 000

Fonte: Elaboração própria.

A sequência prossegue com a Questão 2 da Apostila I (Apêndice B-II), de caráter investigativo, voltada à construção do conceito de Logaritmo a partir da relação entre progressões geométricas (P.G.) e aritméticas (P.A.).

Em duplas, os estudantes irão preencher e analisar tabelas que demonstram como a adição em uma P.A. se relaciona à multiplicação em uma P.G. (Figura 3).

Figura 3 - Apostila I: Questão 2

2. Atividade Investigativa

PG	PA
1	0
2	3
4	6
8	9
16	12
32	15
64	18
128	21
256	24
512	27
1024	30
2048	33
4096	36
8192	39
16384	42
32768	45
65536	48
131072	51
262144	54
524288	57
1048576	60
2097152	63
⋮	⋮

a) Na coluna da PG, multiplique o termo da linha 5 pelo o termo da linha 11 e registre o resultado obtido.

b) Na coluna da PA, some o termo da linha 5 com o termo da linha 11. Qual foi o resultado?

c) Os resultados obtidos nos itens anteriores estão na tabela? Na mesma linha ou em linhas diferentes?

d) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.

e) Na coluna da PG, divida o termo da linha 22 pelo termo da linha 10 e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha ele se encontra.

f) Na coluna da PA, efetue a subtração do termo da linha 22 pelo termo da linha 10 e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha.

g) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (e) e (f)? Tente explicar com suas palavras.

h) Agora utilizando a tabela e o que você observou, encontre o resultado de cada operação, sem efetuar os cálculos da maneira convencional.

(i) $256 \times 2048 =$

(ii) $\frac{1048576}{64} =$

(iii) $128^2 =$

(iv) $\sqrt{256} =$

Fonte: Elaboração própria.

A atividade conduz à compreensão da generalização apresentada ao final da Apostila I (Apêndice B-II), que será posteriormente discutida com a turma. Esse momento de investigação e descoberta remete ao que Côrte (2012) e Ponte (2003) denominam atividade investigativa, em que o aluno participa ativamente da construção do saber matemático, elaborando hipóteses e testando ideias.

Em seguida, os estudantes poderão explicar as relações que conseguiram entender e os pesquisadores irão formalizar e generalizar esses conhecimentos (Figura 4).

Figura 4 - Generalização das relações observadas

PG	PA
1	0
q	r
q ²	2r
q ³	3r
q ⁴	4r
q ⁵	5r
q ⁶	6r
⋮	⋮
$q^3 \times q^2 = q^5$	
$3r + 2r = 5r$	

PG	PA
1	0
q	r
q ²	2r
q ³	3r
q ⁴	4r
q ⁵	5r
q ⁶	6r
⋮	⋮
$q^6 \div q^4 = q^2$	
$6r - 4r = 2r$	

Fonte: Elaboração própria.

Esta atividade favorece também a Aprendizagem Significativa, pois, segundo Ausubel e Moreira (2011), novos conhecimentos só ganham sentido quando se conectam aos subsunçores já presentes na estrutura cognitiva do estudante.

Ao mobilizar conhecimentos prévios, levantar hipóteses e testar ideias, o aluno estabelece essas conexões de forma natural, evitando a aprendizagem mecânica baseada apenas em memorização. Assim, a Atividade Investigativa e a Contextualização adotadas neste trabalho buscaram contribuir para que o conteúdo seja integrado ao repertório do estudante, permitindo uma compreensão mais estável e aplicável em diferentes situações.

Esse fechamento permite que os alunos estejam aptos a compreender a formalização de maneira mais acessível, concluindo, assim, o primeiro encontro.

O segundo encontro se inicia com uma breve retomada do percurso anterior, revisando a relação entre a P.A. e a P.G. e a distribuição da Apostila 2 (Apêndice B-III). Nesse momento, a inserção da História da Matemática cumpre um papel importante evidenciando que a Matemática vai além de cálculos e possui um desenvolvimento profundamente humano (Baroni; Teixeira; Nobre, 2004 *apud* Lara, 2013). Trazer elementos históricos permite despertar a curiosidade dos

alunos e responder a dúvidas que surgem naturalmente, desde que essa abordagem não se restrinja a nomes e datas, mas explicita a evolução das ideias matemáticas ao longo do tempo (Lara, 2013).

Em seguida, destaca-se o aspecto histórico. Napier, atento às demandas científicas e sociais de sua época, dedicou vinte anos de pesquisa para desenvolvimento do estudo que viria a ser denominado Logaritmo. Esse trabalho fundamentou-se na análise da correspondência entre a P.A. e a P.G.

A partir dessa correspondência os alunos poderão conhecer a definição formal de Logaritmo e sua notação, em que os pesquisadores irão destacar que o Logaritmo corresponde a um expoente, razão pela qual as propriedades das potências também se aplicam a ele (Figura 5).

Figura 5 - Slide 16: Logaritmos: De progressões a contribuições de Napier

6. Logaritmos: De progressões a contribuições de Napier

Figura 4 - Tabela Logarítmica

x	$\log_3 x$
1	0
3	1
9	2
27	3
81	4
243	5
729	6

Fonte: Elaboração própria

Fonte: Elaboração própria.

A base do Logaritmo, nesse contexto, é determinada a partir da razão da P.G. utilizada na construção histórica do conceito.

Exemplos simples serão utilizados para consolidar essa compreensão, conforme ilustrado na Figura 5, que apresenta a relação entre a P.A., a P.G. e a base do Logaritmo.

Ao utilizar os conhecimentos sobre P.A. e P.G. para entender os Logaritmos, os alunos conseguirão reforçar os conhecimentos que já possuíam, isto é, os subsunçores, e ancorar novos conhecimentos aos existentes anteriormente, o que é um conceito chave da Teoria da Aprendizagem Significativa (Moreira, 2011).

Ao final dessa etapa, será evidenciado que Napier definiu a base de sua construção como $1 - 10^{-7}$, de forma a possibilitar a diminuição do intervalo entre dois termos consecutivos da P.G., o que representou um avanço essencial para a sistematização do conceito de Logaritmo. Essa

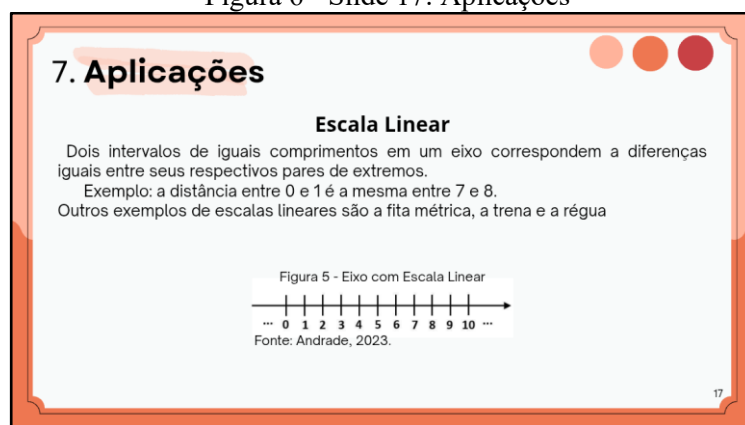
formalização retoma a importância da Contextualização teórico-prática no ensino da Matemática, conforme defendem Miguel e Miorim (2011), ao integrar o conteúdo matemático às suas origens históricas e aplicações reais.

Nesse momento de transição, os alunos serão convidados a refletir sobre a utilidade dos Logaritmos ao longo do tempo. A princípio, esses instrumentos matemáticos surgem como uma solução eficiente para simplificar cálculos extensos e demorados. Contudo, com o avanço da tecnologia e a popularização de calculadoras, computadores e dispositivos móveis, sua função prática foi gradualmente substituída por recursos automatizados.

Apesar disso, os Logaritmos mantêm grande relevância, especialmente em contextos científicos e sociais nos quais se faz necessário interpretar e modelar matematicamente fenômenos que se organizam a partir de escalas logarítmicas e a Contextualização faz com que essa conexão entre a sala de aula e o cotidiano seja feita (Kato; Kawasaki, 2011).

Antes de adentrar nas aplicações, para melhor compreensão desse aspecto, será esclarecida a diferença entre uma escala linear e uma escala logarítmica. Enquanto a escala linear cresce de forma aditiva, a escala logarítmica cresce de forma multiplicativa, o que possibilita representar de maneira eficiente fenômenos de grande amplitude (Figura 6).

Figura 6 - Slide 17: Aplicações

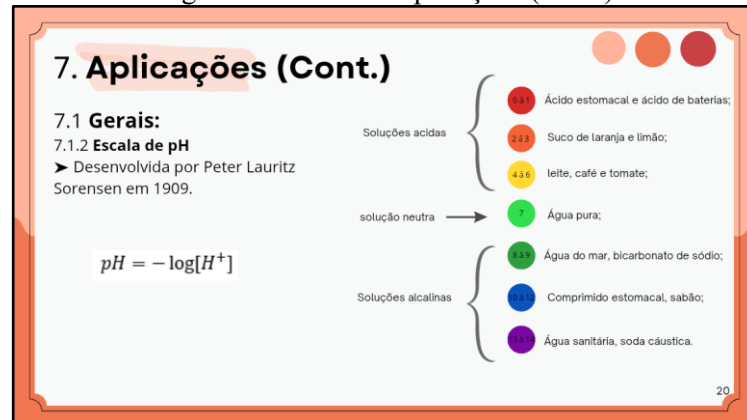


Fonte: Elaboração própria.

A partir dessa reflexão, serão introduzidas algumas aplicações contemporâneas em escalas logarítmicas de grande relevância social e científica, evidenciando que o ensino de Matemática pode e deve conectar-se à vida cotidiana e à interpretação de fenômenos reais (Brasil, 2013; Horta, 2020). Serão discutidas, por exemplo, a Escala Richter, utilizada na medição da

intensidade de terremotos, e a escala de pH, essencial para a análise da acidez e basicidade de soluções químicas (Figura 7).

Figura 7 - Slide 20: Aplicações (Cont.)



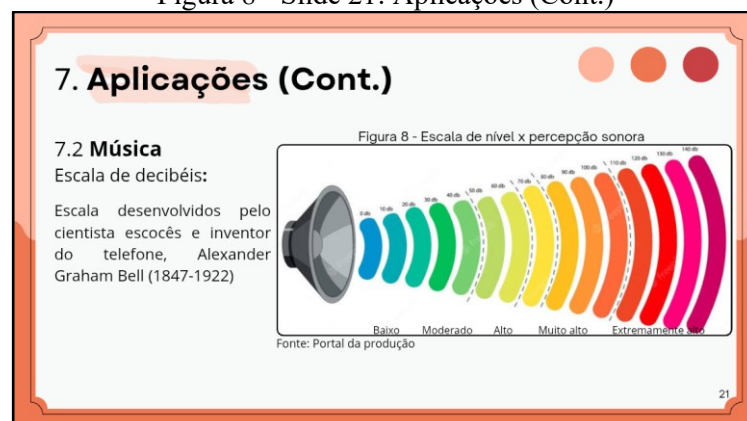
Fonte: Elaboração própria.

Essa etapa permite aos estudantes compreender que os Logaritmos, além de um objeto matemático abstrato, são também ferramentas de descrição e interpretação de fenômenos reais (Kato; Kawasaki, 2011).

Essa abordagem favorece a inserção do conhecimento matemático em novos contextos, consolidando o processo de Aprendizagem Significativa (Moreira, 2011).

Em seguida, a atenção será direcionada para a aplicação dos Logaritmos na música, especificamente na escala de decibéis, que traduz matematicamente a percepção sonora humana (Figura 8).

Figura 8 - Slide 21: Aplicações (Cont.)



Fonte: Elaboração própria.

A discussão se apoia na apresentação da fórmula correspondente e em exemplos musicais, explorando como o ouvido humano interpreta variações de intensidade sonora de maneira logarítmica.

Na sequência, os slides 25 e 26 apresentam recursos visuais e multimídia que enriquecem a compreensão do tema: o gráfico da escala de decibéis, que ilustra a relação entre intensidade sonora e percepção auditiva, e um vídeo obtido no perfil de um professor de Física (Irigoyen, 2025), que explica sobre a escala de decibéis e sua natureza logarítmica e demonstrando de forma prática o limiar da dor auditiva.

Esses elementos contribuem para aproximar os estudantes da experiência real de como o Logaritmo modela fenômenos sonoros.

Por fim, será iniciado um momento de reflexão sobre a trajetória dos Logaritmos e suas aplicações na modelagem matemática. O percurso será sintetizado por meio do Questionário Final (Apêndice IV), cujo objetivo é, não apenas avaliar a aprendizagem, mas estimular a reflexão dos estudantes sobre a experiência vivenciada ao longo das aulas.

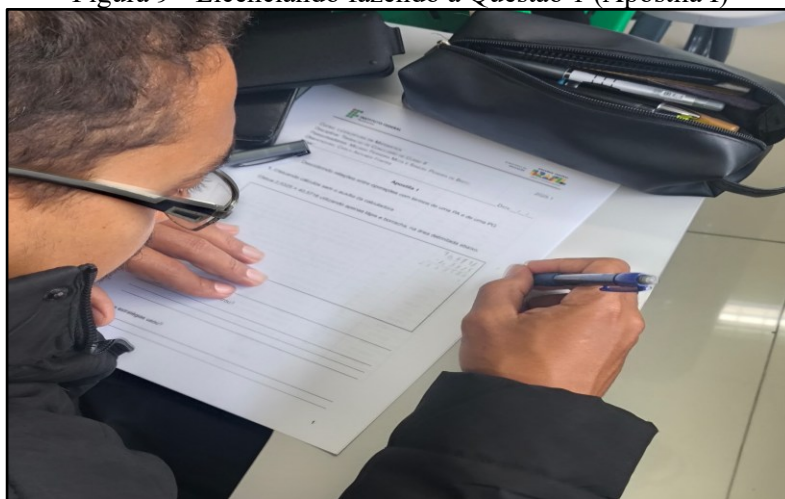
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Teste exploratório

A aplicação da sequência didática ocorreu em 10 de setembro de 2025, com a participação de seis licenciandos em Matemática do Instituto Federal Fluminense Campus Campos Centro, em um encontro de aproximadamente duas horas e trinta minutos. Embora a proposta tenha sido planejada para o ensino regular em dois encontros, perfazendo quatro aulas de cinquenta minutos cada, no teste exploratório toda a sequência foi desenvolvida de forma contínua.

O encontro iniciou-se com a Contextualização histórica do surgimento dos Logaritmos, ressaltando as dificuldades enfrentadas por astrônomos e navegadores na execução de cálculos extensos, antes da existência das calculadoras. Foram discutidas as contribuições de Napier, Briggs e Euler, destacando-se a busca por métodos que simplificassem multiplicações demoradas. Em seguida, foi distribuída a Apostila I (Apêndice B-II), com a Questão 1, que levou os licenciandos a vivenciarem na prática a dificuldade dos cálculos manuais (Figura 9).

Figura 9 - Licenciando fazendo a Questão 1 (Apostila I)

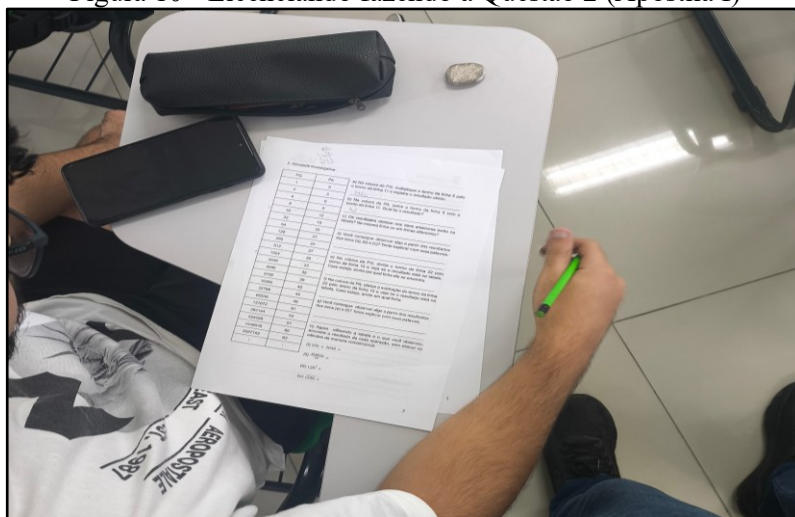


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na sequência, foi introduzido o método da prostaférese, que utilizava identidades trigonométricas para transformar multiplicações em somas, antecipando a lógica dos Logaritmos.

Logo após, os licenciandos tiveram acesso à Atividade 2 da Apostila I, de caráter investigativo, que explorava a relação entre P.A. e P.G. (Figura 10).

Figura 10 - Licenciando fazendo a Questão 2 (Apostila I)



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Embora essa atividade esteja planejada para ser realizada em duplas no ensino regular, os licenciandos optaram por resolvê-la individualmente. Por meio do preenchimento das tabelas, observaram que a multiplicação em uma PG corresponde à adição em uma PA, o que conduziu à generalização apresentada na página 2 da apostila. Esse momento foi destacado como o ponto final do primeiro encontro na proposta.

Na turma regular, pretende-se realizar nesse ponto um breve resumo para retomada do que foi trabalhado, garantindo a continuidade do aprendizado. Entretanto, como os licenciandos haviam acabado de estudar o tema em outro momento, no teste exploratório optou-se por prosseguir normalmente com a sequência.

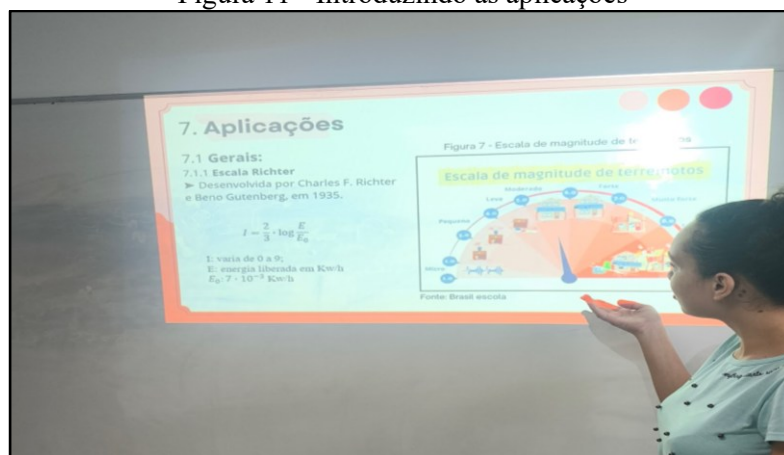
Assim, foi introduzida a Apostila II (Apêndice B-III), que abordou a definição formal do Logaritmo e sua notação. Ressaltou-se que o Logaritmo corresponde a um expoente, razão pela qual herda as propriedades das potências: no produto, mantém-se a base e somam-se os expoentes; no quociente, mantém-se a base e subtraem-se os expoentes. Explicou-se ainda que a base do Logaritmo está vinculada à razão da P.G. utilizada em sua construção histórica. A

relação entre P.G., P.A. e a base foi representada, consolidando a compreensão por meio de exemplos simples.

A discussão avançou para a utilidade dos Logaritmos ao longo do tempo. Foi destacado que sua função inicial de simplificar cálculos extensos perdeu espaço com o avanço da tecnologia e a popularização de calculadoras e computadores, mas que o conceito mantém relevância em contextos científicos e sociais. Nesse momento, foi esclarecida a diferença entre escala linear e escala logarítmica (Slides 16 e 17 da apresentação, Apêndice B-I), preparando os estudantes para a análise de aplicações contemporâneas.

As aplicações apresentadas incluíram a Escala Richter, que mede a intensidade de terremotos, e a escala de pH, que analisa a acidez de soluções químicas (Figura 11).

Figura 11 - Introduzindo as aplicações



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, a atenção voltou-se para a escala de decibéis, relacionando Logaritmos e música. Foram discutidos a fórmula, exemplos musicais e recursos multimídia. Os slides 25 e 26 (Apêndice B-I) trouxeram o gráfico da escala de decibéis e o vídeo do professor Rafael Irigoyen (Irigoyen, 2025), que ilustrou de forma prática o limiar da dor auditiva, tornando a experiência mais concreta.

4.1.2 Contribuições dos licenciandos e análise dos dados obtidos no teste exploratório

Durante o teste exploratório, os licenciandos apresentaram contribuições relevantes que auxiliaram no aperfeiçoamento da sequência didática, tanto em aspectos de forma quanto

de conteúdo. Entre as principais sugestões, destacou-se a necessidade de numeração das linhas na Atividade Investigativa (Figura 12), uma vez que a ausência dessa organização dificultava o registro e a leitura das respostas. A inclusão dos números nas linhas da tabela foi sugerida como forma de facilitar o acompanhamento dos cálculos e o preenchimento das atividades pelos alunos.

Figura 12 - Antes: tabela original sem numeração

2. Atividade Investigativa		
PG	PA	
1	0	a) Na coluna da PG, multiplique o termo da linha 5 pelo termo da linha 11 e registre o resultado obtido.
2	3	_____
4	6	b) Na coluna da PA, some o termo da linha 5 com o termo da linha 11. Qual foi o resultado?
8	9	_____
16	12	c) Os resultados obtidos nos itens anteriores estão na tabela? Na mesma linha ou em linhas diferentes?
32	15	_____
64	18	d) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.
128	21	_____
256	24	_____
512	27	e) Na coluna da PG, divida o termo da linha 22 pelo termo da linha 10 e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha ele se encontra.
1024	30	_____
2048	33	f) Na coluna da PA, efetue a subtração do termo da linha 22 pelo termo da linha 10 e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha.
4096	36	_____
8192	39	g) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (e) e (f)? Tente explicar com suas palavras.
16384	42	_____
32768	45	_____
65536	48	_____
131072	51	_____
262144	54	_____
524288	57	h) Agora utilizando a tabela e o que você observou, encontre o resultado de cada operação, sem efetuar os cálculos da maneira convencional.
1048576	60	(i) $256 \times 2048 =$
2097152	63	(ii) $\frac{1048576}{64} =$
⋮	⋮	(iii) $128^2 =$
		(iv) $\sqrt{256} =$

Fonte: Elaboração própria.

Figura 13 - Depois: tabela revisada com linhas numeradas

2. Atividade Investigativa		
Linha	P.G.	P.A.
1ª	1	0
2ª	2	3
3ª	4	6
4ª	8	9
5ª	16	12
6ª	32	15
7ª	64	18
8ª	128	21
9ª	256	24
10ª	512	27
11ª	1024	30
12ª	2048	33
13ª	4096	36
14ª	8192	39
15ª	16384	42
16ª	32768	45
17ª	65536	48
18ª	131072	51
19ª	262144	54
20ª	524288	57
21ª	1048576	60
22ª	2097152	63
⋮	⋮	⋮

a) Na coluna da P.G., multiplique o termo da 5ª linha pelo termo da 11ª linha e registre o resultado obtido.

b) Na coluna da P.A., some o termo da 5ª linha com o termo da 11ª linha. Qual foi o resultado?

c) Os resultados obtidos nos itens anteriores estão na tabela? Na mesma linha ou em linhas diferentes?

d) O que você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.

e) Na coluna da P.G., divida o termo da 22ª linha pelo termo da 10ª linha e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha ele se encontra.

f) Na coluna da P.A., efetue a subtração do termo da 22ª linha pelo termo da 10ª linha e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha.

g) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (e) e (f)? Tente explicar com suas palavras.

h) Agora, utilizando a tabela e o que você observou, encontre o resultado de cada operação, sem efetuar os cálculos da maneira convencional.

(i) $256 \times 2048 =$

(ii) $\frac{1048576}{64} =$

(iii) $128^2 =$

(iv) $\sqrt{256} =$

Fonte: Elaboração própria.

Outra sugestão pertinente foi a inserção de um espaço em branco ao final da atividade, destinado a anotações, observações e cálculos auxiliares. Essa modificação foi considerada importante para estimular a autonomia dos estudantes e favorecer o registro de suas reflexões, o que vai ao encontro da concepção de Atividades Investigativas proposta por Côrte (2012), segundo a qual o aluno deve assumir um papel ativo na construção do conhecimento, testando ideias, formulando hipóteses e expressando seus próprios raciocínios. Também foi recomendada a retirada do sumário do slide, considerado desnecessário para o ensino básico, visto que não contribuía diretamente para a realização das tarefas propostas.

Em relação ao conteúdo, foi destacada a revisão do quarto item da questão “h” da Atividade Investigativa, identificada como excessivamente complexa para o público-alvo, o que poderia dificultar a compreensão e desmotivar os alunos.

Também foi mencionada a importância da conduta docente durante a atividade com música, uma vez que o experimento com a escala de decibéis se mostrou de grande potencial motivador. Os licenciandos recomendaram que os pesquisadores mantivessem uma postura neutra e impessoal ao abordar diferentes estilos musicais, evitando comentários subjetivos que pudessem gerar desconforto entre os estudantes, dadas as diferentes preferências do grupo.

Dentre as sugestões apresentadas, apenas a referente à questão “h” não foi acatada na versão revisada do material.

A análise das respostas obtidas no teste exploratório revelou resultados bastante positivos em diversas dimensões. A maioria dos participantes afirmou ter percebido, ao realizar a multiplicação manual de números grandes, a dificuldade histórica que motivou a criação dos Logaritmos, indicando que a atividade inicial cumpriu seu papel de Contextualização e despertou a compreensão sobre os desafios computacionais enfrentados no passado. Essa observação está em consonância com a concepção de Contextualização de Kato e Kawasaki (2011), que defendem a articulação entre os conhecimentos específicos da disciplina e contextos mais amplos de significação, como os históricos e culturais, permitindo ao aluno compreender o sentido e a origem dos conceitos matemáticos.

No que se refere à relação entre progressões aritméticas e geométricas, os dados mostraram que a atividade investigativa com a tabela de PA e PG foi eficaz para a construção do conceito fundamental dos Logaritmos, sendo amplamente reconhecida como facilitadora dessa compreensão. Os licenciandos identificaram corretamente que a multiplicação de termos em uma PG correspondia à soma em uma PA e que a divisão equivalia à subtração, evidenciando a internalização da ideia de que o Logaritmo atua como um operador que transforma multiplicações em adições e divisões em subtrações.

No âmbito das aplicações práticas e da conexão com a realidade, observou-se que o experimento envolvendo a escala de decibéis foi amplamente valorizado, sendo considerado o exemplo mais interessante e próximo do cotidiano, seguido pelas escalas Richter e de pH. Essa preferência evidenciou que exemplos relacionados à percepção sensorial, especialmente ao som, possuíam grande potencial de engajamento e contribuíam significativamente para a Aprendizagem Significativa. Esse resultado corrobora a perspectiva das Diretrizes Curriculares

Nacionais da Educação Básica (Brasil, 2013), segundo as quais o ensino contextualizado deve articular o conhecimento escolar à realidade do estudante, fortalecendo a significação do conteúdo aprendido.

Quanto à compreensão geral sobre a criação dos Logaritmos, todos os licenciandos afirmaram ter entendido melhor, após a sequência didática, as razões que levaram à sua formulação. Esse resultado indicou que a proposta foi eficaz em articular Contextualização histórica, construção conceitual e aplicação prática, permitindo uma aprendizagem integrada e significativa. Tal integração reflete o que Horta (2020) descreve como a função essencial da Contextualização, ao estabelecer pontes entre o conhecimento escolar, o cotidiano e o mundo do trabalho, tornando o ensino mais relevante e aplicável.

Nas respostas abertas do questionário final, destacaram-se frases e sugestões que evidenciaram a aprendizagem e o envolvimento dos participantes. Expressões como “a multiplicação de termos da PG correspondia à soma na PA” e “a escala de decibéis mostrou como o Logaritmo estava na percepção humana” mostram não apenas a assimilação do conteúdo, mas também a capacidade dos licenciandos de atribuir significado aos conceitos, reforçando a ocorrência de uma aprendizagem não mecânica, mas efetivamente significativa.

As sugestões indicaram ainda a importância de ampliar os exemplos práticos, especialmente aqueles relacionados ao cotidiano e à música, e de revisar partes do material didático cuja linguagem poderia gerar dúvidas. Em síntese, as contribuições dos licenciandos e a análise dos dados mostraram que a sequência didática atingiu seus principais objetivos formativos, promovendo compreensão conceitual, Contextualização histórica e engajamento prático, ao mesmo tempo em que ofereceu subsídios valiosos para ajustes e aprimoramentos futuros.

4.2 Aplicação da sequência didática

4.2.1 Instituição e escolha do público-alvo

A realização da sequência didática proposta neste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) ocorrerá no Instituto Federal Fluminense (IFFluminense) – Campus Campos Centro, nos dias 22 e 25 de setembro de 2025, com uma turma do Pré-ENEM no turno da tarde, das

13h15min às 15h, contando com a participação de 52 alunos. A escolha por esse público justifica-se pela oportunidade de aplicar a proposta em um contexto de revisão de conteúdo para o exame nacional, no qual o tema de Logaritmos é frequentemente abordado e costuma apresentar dificuldades de compreensão. A aplicação em dois dias distintos permitirá um aprofundamento gradual dos conceitos, garantindo maior assimilação e reflexão por parte dos estudantes. A infraestrutura do campus, incluindo quadros e recursos audiovisuais, será previamente verificada para assegurar o pleno desenvolvimento das atividades.

4.2.2 Primeiro encontro

O primeiro encontro teve início às 13h35, com a presença inicial de 26 estudantes, número que aumentou gradativamente ao longo da primeira hora.

A aula iniciou-se com uma exposição histórica sobre o surgimento dos Logaritmos, ressaltando as dificuldades enfrentadas por cientistas, astrônomos e navegadores na realização de cálculos extensos nos séculos XVI e XVII.

Nesse momento, foram apresentadas as contribuições de matemáticos como Briggs e Euler, destacando-se sua relevância histórica e científica.

Os estudantes acompanharam atentamente os slides projetados, demonstrando curiosidade em relação ao tema e ao desenvolvimento do Logaritmo ao longo do tempo.

Esse início demonstra, na prática, o potencial do uso da História da Matemática como recurso didático. De acordo com Lara (2013) e Baroni, Teixeira e Nobre (2004 *apud* Lara, 2013), a inserção de elementos históricos na sala de aula desperta a curiosidade e faz com que os alunos percebam que a Matemática vai além de cálculos, sendo um saber em constante evolução. Na prática, essa constatação se confirmou. A turma se mostrou atenta e participativa, o que reforça a ideia de que a história dos conceitos matemáticos contribui para o engajamento e para a humanização do ensino.

Em seguida, foi realizada a distribuição da primeira página da Apostila I (Apêndice B-II), na qual os alunos se depararam com a tarefa de efetuar o produto $2,5325 \times 40,5716$ sem auxílio de calculadora. A atividade exigia o uso exclusivo de lápis e papel, bem como o registro do tempo gasto, das dificuldades enfrentadas e das estratégias utilizadas.

Durante a realização, observou-se que muitos estudantes encontraram obstáculos relacionados ao algoritmo convencional da multiplicação, como o alinhamento correto das parcelas, a utilização da vírgula e até mesmo o domínio das tabuadas. Essas dificuldades refletem lacunas conceituais e procedimentais recorrentes no ensino básico, evidenciando que, embora a operação seja introduzida precocemente na trajetória escolar, muitos alunos ainda apresentam insegurança quanto à compreensão de seu funcionamento algorítmico. Esse cenário dialoga com a análise de Isaque (2020), que destaca que o ensino mecanizado da multiplicação, pautado apenas na repetição de procedimentos, tende a gerar obstáculos cognitivos duradouros, pois o estudante executa o algoritmo sem compreender as relações numéricas subjacentes.

Os pesquisadores circularam entre as mesas prestando suporte, esclarecendo dúvidas e incentivando a persistência dos alunos diante das dificuldades (Figura 14).

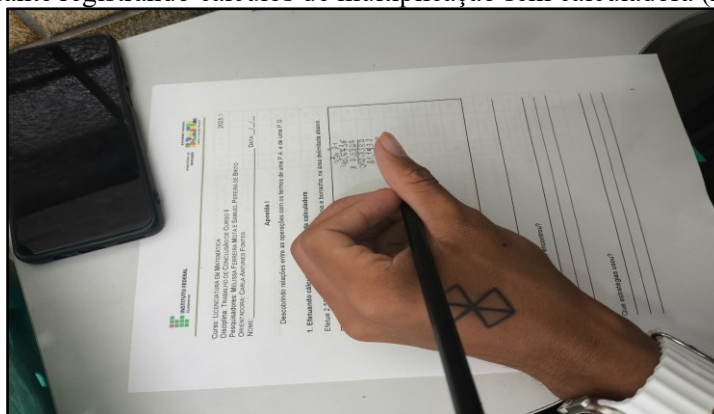
Figura 14 – Pesquisadores prestando suporte aos estudantes durante a atividade de multiplicação



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após cerca de vinte minutos, apenas alguns poucos alunos haviam conseguido concluir a operação (Figura 15), o que evidenciou, na prática, o que a História da Matemática descreve sobre o período anterior à criação dos Logaritmos. Como aponta Leite (2017), os cálculos realizados manualmente eram longos, exaustivos e altamente suscetíveis a erros, tornando-se cada vez mais impraticáveis diante das demandas científicas da época. Ao vivenciarem dificuldades semelhantes, os estudantes puderam reconhecer a necessidade histórica de métodos matemáticos mais eficientes, o que Kato e Kawasaki (2011) definem como “articulação de contextos significativos”. O conteúdo, assim, ganha sentido quando o aluno experimenta o mesmo tipo de desafio que motivou a criação do conceito.

Figura 15 – Estudante registrando cálculos de multiplicação sem calculadora (Apostila I, Questão 1)



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Diante das dificuldades observadas na primeira atividade, foi promovido um momento de reflexão coletiva (Figura 16). Os alunos foram instigados a se deparar com o produto entre dois números que apresentavam ainda mais Algarismos do que aquele inicialmente proposto na atividade, a fim de evidenciar o quanto os cálculos manuais poderiam se tornar trabalhosos e suscetíveis a erros.

Essa escolha foi intencional, pois, conforme destaca Leite (2017), na época da criação dos Logaritmos, a comunidade científica lidava frequentemente com números de grande magnitude, principalmente em cálculos astronômicos e de navegação.

Assim, a atividade buscou fazer com que os estudantes vivenciassem, ainda que de forma simplificada, o contexto histórico que motivou John Napier a desenvolver um método capaz de simplificar tais operações, permitindo compreender o surgimento dos Logaritmos como resposta a uma necessidade real de sua época.

Figura 16 - Pesquisadores conduzindo o momento de reflexão



Fonte: protocolo de pesquisa.

A partir da problematização inicial, procedeu-se à introdução do Método de Prostaferese, recurso histórico desenvolvido como estratégia intermediária de simplificação de cálculos antes da sistematização dos Logaritmos. Explicou-se que esse método, fundamentado em identidades trigonométricas, transformava multiplicações em adições e divisões em subtrações, reduzindo significativamente o esforço exigido nos cálculos extensos, dependendo do produto ou do quociente em questão.

Os pesquisadores ressaltaram que a tabela utilizada em sala, para efeito de substituição, possuía apenas quatro ordens decimais após a vírgula. No entanto, as tabelas empregadas no século XVI chegavam a apresentar entre dez e quinze ordens decimais, o que garantia um nível de precisão muito maior nos produtos e quocientes obtidos naquela época em comparação com o exemplo simplificado trabalhado com os alunos.

Por meio de slides ilustrativos e de anotações complementares realizadas no quadro, os estudantes puderam acompanhar o passo a passo da aplicação do procedimento em um exemplo prático.

Esse momento permitiu compreender, de maneira mais clara, como estratégias criativas oriundas de outros ramos da matemática, nesse caso a trigonometria, contribuíram para a evolução do pensamento matemático e para a construção histórica do conceito de Logaritmo.

É importante destacar que alguns alunos demonstraram certo espanto e aversão à trigonometria, mas que os pesquisadores enfatizaram que não seria necessário utilizá-la no decorrer da aula, somente para mostrar o método de Prostaferese. Especialmente na explicação do contexto histórico, a turma se mostrou muito atenta e interessada, fazendo até alguns comentários sobre a evolução histórica dos Logaritmos.

Ao final da explicação, foi conduzido um momento de reflexão sobre a margem de erro presente tanto em cálculos matemáticos quanto em situações cotidianas.

Como exemplo, destacou-se que, ao comprar 1 kg de carne em um açougue, dificilmente o “peso” corresponde exatamente a 1 kg, mas sim a 1 kg e alguns centigramas ou miligramas. Esse pequeno desvio, entretanto, é irrelevante quando comparado ao montante total, não acarretando prejuízo significativo ao comerciante.

A partir desse exemplo, os alunos foram convidados a refletir que a margem de erro é uma realidade constante em nossas vidas e também já estava presente nos cálculos realizados nos séculos passados.

Caso fosse necessária uma precisão maior, bastava recorrer a tabelas com maior número de ordens decimais, uma vez que a maioria dos senos e cossenos utilizados no método de prostaférese são números irracionais.

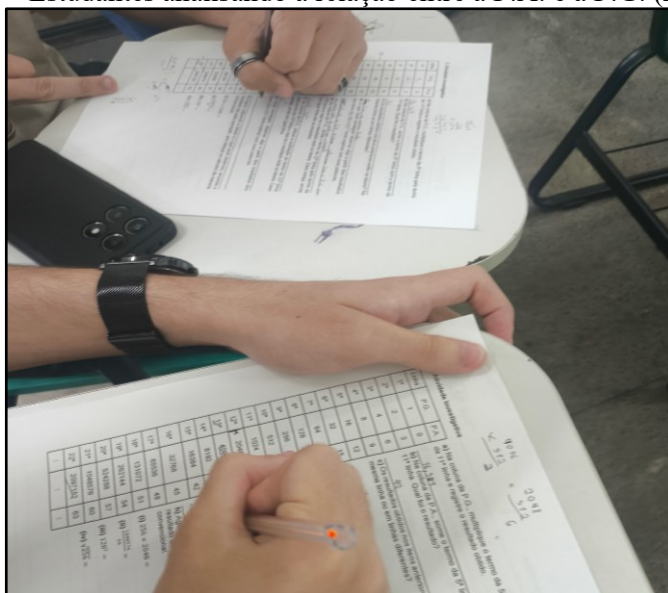
A analogia supracitada, que aproxima o conteúdo da vida real, confirma o que Moreira (2011) descreve como um dos pilares da Aprendizagem Significativa, em que o conhecimento torna-se efetivo quando o aluno percebe sua utilidade fora do contexto escolar. Nessa direção, a Contextualização desempenha papel central, pois, conforme Kato e Kawasaki (2011), consiste em articular os conhecimentos específicos da disciplina com contextos mais amplos, sejam eles cotidianos, históricos, culturais ou interdisciplinares. Essa articulação amplia o sentido do conteúdo e favorece sua aplicação em diferentes situações.

Após a exploração do Método de Prostaférese e a reflexão sobre suas contribuições históricas, os pesquisadores sugeriram a realização da atividade investigativa (Questão 2 da Apostila I), organizada em duplas. Nessa proposta, cada aluno foi instigado a explorar a relação entre progressão geométrica (P.G.) e a progressão aritmética (P.A.), respondendo às questões que levavam gradualmente à descoberta da correspondência entre multiplicações e adições (Figura 17). Nesse momento, os pesquisadores novamente prestaram suporte contínuo, circulando pela sala, acompanhando o raciocínio dos estudantes, esclarecendo dúvidas e incentivando que as conclusões fossem construídas de forma colaborativa.

A atividade investigativa revelou diferentes níveis de percepção entre os alunos. Enquanto alguns conseguiram avançar na identificação das relações entre a P.G. e a P.A., outros dependeram de uma mediação mais direta para consolidar suas observações. Esse movimento está alinhado ao que Côrte (2012) e Zômpero & Laburú (2011) apontam sobre as atividades investigativas. Elas possibilitam que o estudante construa o conhecimento matemático por meio da observação e da experimentação, assumindo um papel ativo no próprio processo de aprendizagem.

Mesmo com algumas dificuldades para realizar alguns cálculos e conjecturas, a turma se mostrou bastante interessada na atividade investigativa, a qual possuía por objetivo despertar o interesse e a curiosidade dos alunos e mostrar as relações entre a P.A. e a P.G., o que serviria de base para entender melhor os Logaritmos.

Figura 17 – Estudantes analisando a relação entre a P.A. e a P.G. (Apostila I, Questão 2)



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A observação das interações entre os alunos mostrou que a prática se aproximou fortemente do que Côrte (2012) e Zômpero e Laburú (2011) descrevem como Atividade Investigativa uma oportunidade para que o aluno descubra conceitos matemáticos por meio da observação, experimentação e diálogo. Entretanto, observou-se também que parte dos estudantes ainda necessitou de mediação constante, o que indica que a autonomia investigativa, embora estimulada, ainda está em processo de desenvolvimento. Essa constatação reforça a reflexão de Côrte (2012), de que o papel do professor é guiar o aluno sem eliminar sua responsabilidade cognitiva na construção do saber.

Foi perceptível, diante das dificuldades dos alunos em elaborar suas próprias conclusões, que esse tipo de atividade não fazia parte de suas experiências habituais. Essa reação inicial indica que, em grande parte de sua trajetória escolar, prevaleceram práticas centradas na repetição de procedimentos, característica da aprendizagem mecânica.

A aprendizagem mecânica, conforme descreve Moreira (2011), ocorre quando o aluno executa tarefas sem estabelecer relações com conhecimentos prévios, limitando-se à memorização de regras ou ao seguimento de algoritmos. Esse tipo de abordagem, embora eficiente para a execução de rotinas, não favorece a compreensão profunda dos conceitos matemáticos.

Em contraste, a atividade proposta buscava promover uma Aprendizagem Significativa, exigindo que os estudantes interpretassem a situação, analisassem dados, mobilizassem saberes anteriores e construíssem suas próprias conclusões. Essa postura investigativa é essencial, pois,

novos conhecimentos só adquirem sentido quando o aluno consegue integrá-los à sua estrutura cognitiva de maneira não arbitrária (Moreira, 2011).

A dificuldade observada, portanto, não é um obstáculo isolado, mas um indicativo da necessidade de transição do predomínio de práticas mecânicas para experiências que fomentem compreensão, autonomia intelectual e elaboração conceitual. Atividades como esta reforçam a importância de criar oportunidades em que o estudante se torne agente ativo no processo de aprender, atribuindo significado ao que faz.

Mesmo com as dificuldades, a atividade despertou interesse e cumpriu parcialmente sua função de aproximar o estudante da lógica fundamental dos Logaritmos. Como o tempo não foi suficiente para a conclusão integral das tarefas, a generalização das observações, prevista para esse encontro foi adiada para o segundo encontro da sequência didática. Os materiais foram recolhidos e os estudantes foram orientados a retomar as reflexões no próximo encontro. Esses materiais passaram, então, a constituir um novo instrumento de coleta de dados, uma vez que registram as primeiras impressões, dificuldades e caminhos percorridos pelos alunos. As respostas produzidas serão analisadas na próxima seção.

O encerramento ocorreu às 15h, consolidando um primeiro contato dos alunos com a dimensão histórica e investigativa que permeia o estudo dos Logaritmos.

De modo geral, o primeiro encontro revelou-se produtivo ao introduzir o tema dos Logaritmos por meio de uma abordagem contextualizada e investigativa. A partir da problematização histórica e da atividade prática de multiplicação manual, os alunos passaram a reconhecer as limitações dos antigos métodos tradicionais e a necessidade de ferramentas matemáticas mais eficientes.

Apesar das dificuldades observadas no algoritmo da multiplicação, a participação ativa e as discussões em grupo revelaram curiosidade e envolvimento dos estudantes. Essa postura reflete o caráter das Atividades Investigativas, que, segundo Côrte (2012) e Ponte (2003), estimulam o aluno a explorar, formular hipóteses e construir significados por meio da própria ação. Nesse contexto, a introdução do método de prostaférese e das atividades com progressões aritméticas e geométricas marcou o início da construção conceitual, oferecendo experiências matemáticas que, conforme Zômpero e Laburú (2011), favorecem a Aprendizagem Significativa e maior autonomia. Assim, o encontro cumpriu seu papel de despertar interesse, promover reflexão e preparar os estudantes para as formalizações do segundo momento da sequência didática.

4.2.3 Análise dos dados obtidos no primeiro encontro

A análise dos dados obtidos durante o primeiro encontro evidencia o desenvolvimento gradual da compreensão conceitual dos alunos sobre as operações que fundamentam o conceito de Logaritmo. Os registros escritos, as falas e as observações em sala permitiram identificar avanços significativos na construção de conhecimentos, bem como dificuldades pontuais ligadas à execução de cálculos e à abstração das relações entre progressões aritméticas e geométricas.

No primeiro encontro, os estudantes foram desafiados a efetuar a multiplicação $2,5325 \times 40,5716$ utilizando apenas lápis e papel (Figura 18). A atividade, aparentemente simples, revelou-se bastante desafiadora, pois evidenciou as lacunas de domínio do algoritmo tradicional da multiplicação e a dependência de recursos tecnológicos. O tempo gasto para a realização da tarefa variou de 4 a 45 minutos, com média entre 20 e 30 minutos, o que reforça a heterogeneidade das competências de cálculo manual entre os participantes. As anotações dos estudantes e os registros de tempo mostraram que a principal dificuldade esteve relacionada ao alinhamento das casas decimais e à organização posicional das parcelas, aspectos que exigiram concentração e controle manual rigoroso.

Figura 18 - Exemplo de cálculos manuais realizados pelos alunos

1. Efetuando cálculos sem o auxílio da calculadora

Efetue $2,5325 \times 40,5716$ utilizando apenas lápis e borracha, na área delimitada abaixo.

Resultado: 103,7757700

Fonte: protocolo de pesquisa.

Além disso, observou-se um número expressivo de rascunhos e correções intermediárias, o que sugere que os participantes tentaram ajustar estratégias para reduzir erros, como a decomposição dos fatores em partes menores e a verificação sequencial dos resultados.

Esses procedimentos demonstram o que Moreira (2011) chama de esforço cognitivo ativo, uma característica essencial para a Aprendizagem Significativa.

Ainda que a precisão dos cálculos tenha variado, o engajamento geral foi alto, e a experiência despertou nos alunos uma percepção crítica sobre as limitações dos métodos manuais e sobre a motivação histórica que levou à criação dos Logaritmos.

No que se diz respeito às dificuldades enfrentadas pelos alunos (Figura 19), destacaram-se comentários como “me perdi durante as contas”, “organizar os números e fazer a conta”, “fiquei perdida com a multiplicação e no final a soma”, “fazer tudo à mão me deixou confusa” e “organizar a vasta quantidade de números”, os quais revelam as dificuldades mais recorrentes.

Outros participantes mencionaram aspectos como “não organizei bem”, “manter alinhado”, “em saber como montar, é a primeira vez que vejo essa soma” e “os números grandes acabaram levando mais tempo para finalizar o cálculo”, evidenciando que as principais barreiras estavam relacionadas à organização, ao alinhamento e à concentração durante o processo.

Figura 19 - Registro da dificuldade relatada por um dos alunos

Quais dificuldades você encontrou?
Em saber como montar, é a primeira vez em que vejo essa soma.

Fonte: protocolo de pesquisa.

Essas observações convergem com discussões presentes na literatura educacional recente, que têm apontado que, no cenário atual do Ensino Médio, ainda é frequente a presença de dificuldades nas operações básicas, sobretudo quando os estudantes precisam lidar com números extensos, estruturar corretamente o algoritmo ou manter a atenção necessária ao longo do procedimento (Holanda; Freitas; Rodrigues, 2020).

Do ponto de vista teórico, a atividade inicial cumpriu o papel de Contextualização defendido por Kato e Kawasaki (2011), pois aproximou o conteúdo matemático de um problema concreto e historicamente situado. Ao experienciar a lentidão e o esforço dos cálculos manuais, os alunos puderam compreender a motivação que levou cientistas como Napier e Briggs a desenvolverem métodos mais eficientes. Essa vivência está em consonância com o que Moreira (2011) define como Aprendizagem Significativa, isto é, a construção de novos

conhecimentos a partir de experiências que dialogam com o que o aluno já sabe e com situações reais de uso.

A análise dos dados escritos e orais da atividade investigativa (Questão 2 da Apostila I) revelou certa compreensão das relações entre progressões aritméticas e geométricas. A partir das tabelas preenchidas (Figura 20), observou-se que algumas duplas conseguiram estabelecer corretamente a correspondência entre multiplicação na P.G. e adição na P.A., identificando padrões consistentes entre os índices das linhas, nos itens (a), (b) e (c). Os registros mostram que cerca de dois terços dos estudantes completaram as operações sem erros significativos, enquanto os demais apresentaram confusões pontuais na contagem das posições, geralmente por distração ou pela dificuldade em acompanhar simultaneamente as duas progressões.

Figura 20 – Tabela P.A. e P.G. preenchida pelos alunos

2. Atividade Investigativa			
Linha	P.G.	P.A.	
1ª	1	0	a) Na coluna da P.G., multiplique o termo da 5ª linha pelo termo da 11ª linha e registre o resultado obtido.
2ª	2	3	b) Na coluna da P.A., some o termo da 5ª linha com o termo da 11ª linha. Qual foi o resultado?
3ª	4	6	c) Os resultados obtidos nos itens anteriores estão na tabela? Na mesma linha ou em linhas diferentes?
4ª	8	9	d) O que você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.
5ª	16	12	e) Na coluna da P.G., divida o termo da 22ª linha pelo termo da 10ª linha e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha ele se encontra.
6ª	32	15	f) Na coluna da P.A., efetue a subtração do termo da 22ª linha pelo termo da 10ª linha e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha.
7ª	64	18	g) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (e) e (f)? Tente explicar com suas palavras.
8ª	128	21	h) Agora, utilizando a tabela e o que você observou, encontre o resultado de cada operação, sem efetuar os cálculos da maneira convencional.
9ª	256	24	(i) $256 \times 2048 = 524, 388$
10ª	512	27	(ii) $\frac{1048576}{64} = 16384$
11ª	1024	30	(iii) $128^2 = 16384$
12ª	2048	33	(iv) $\sqrt{256} = 16$
13ª	4096	36	
14ª	8192	39	
15ª	16384	42	
16ª	32768	45	
17ª	65536	48	
18ª	131072	51	
19ª	262144	54	
20ª	524288	57	
21ª	1048576	60	
22ª	2097152	63	
...	...	...	

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No item (d), que buscava verificar se os alunos conseguiam reconhecer a relação entre a multiplicação na PG e a soma na PA, observou-se que a maioria apresentou dificuldades em expressar essa correspondência de maneira clara e coerente. As respostas, em geral, mostraram-se confusas e fragmentadas, com tentativas de estabelecer uma ligação entre as duas progressões por meio de enunciados como “estão na mesma linha” ou “a PA é mais fácil e dá o mesmo resultado da PG”. Tais afirmações revelam apenas observações superficiais, sem demonstração de compreensão da relação entre as operações. Poucos alunos tentaram justificar a conexão, como em “sabendo a soma da PA podemos relacionar com a PG sem a necessidade de realizar o produto”, mas mesmo essas tentativas mostram confusão conceitual e ausência de argumentação. A maior parte limitou-se a constatações empíricas, sem articular a equivalência entre a estrutura aditiva e a multiplicativa, e alguns sequer apresentaram resposta significativa.

Dessa forma, conclui-se que os alunos não conseguiram compreender de modo efetivo a correspondência entre as duas progressões, indicando fragilidades tanto na assimilação dos conceitos quanto na capacidade de explicá-los verbalmente.

Essa dificuldade sugere que, embora alguns alunos tenham identificado um padrão entre as operações, não conseguiram formalizá-lo com precisão, o que aponta fragilidade na compreensão da equivalência entre as estruturas aditiva e multiplicativa. Assim, constata-se que a transição entre a observação empírica e a explicitação conceitual não foi plenamente consolidada, possivelmente em razão de haver um único exemplo de tabela, o que foi necessário devido ao tempo limitado com a turma, ou porque os alunos não são habituados a lidar com esse tipo de atividade investigativa.

Nos itens (e) e (f) seguintes, que envolviam a divisão na P.G. e a subtração na P.A. (Figura 21), verificou-se um número um pouco maior de dificuldades, principalmente na identificação da linha correspondente ao resultado. Parte dos alunos concluiu corretamente as operações, mas não percebeu de imediato o padrão geral que relacionava os índices das linhas, ou seja, que a diferença na P.A. correspondia ao quociente na P.G. Mesmo assim, os registros indicam uma progressiva autonomia investigativa, pois algumas duplas ajustaram suas respostas à medida que perceberam a regularidade nas colunas, demonstrando raciocínio exploratório.

Figura 21 - Registros das respostas sobre divisão e subtração

e) Na coluna da P.G., divida o termo da 22ª linha pelo termo da 10ª linha e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha ele se encontra.

4096 linha 13

f) Na coluna da P.A., efetue a subtração do termo da 22ª linha pelo termo da 10ª linha e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha.

3640 linha 13

g) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (e) e (f)? Tente explicar com suas palavras.

resultados da mesma linha

Fonte: protocolo de pesquisa.

A análise das respostas do item (g) mostra que a maioria dos estudantes não conseguiu formular a generalização esperada para a relação entre divisão na P.G. e subtração na P.A. O grande número de respostas deixadas em branco indica dificuldade não apenas na execução dos cálculos, mas principalmente na abstração da ideia central da atividade. Entre os que responderam, muitos se limitaram a constatações superficiais, como “o resultado está na mesma linha” ou “eles apresentam o mesmo valor”, revelando observação do padrão numérico, porém sem explicitar o raciocínio envolvido. Em alguns casos, aparecem tentativas de explicação conceitual, como “se eu subtrair o termo da P.A. eu encontro a divisão da P.G.”, mas ainda assim de forma fragmentada e pouco articulada. Houve também respostas equivocadas ou desconexas, como “há uma relação, pois se trata de multiplicação”, evidenciando confusão entre as operações solicitadas. Além disso, nota-se a dificuldade de expressar as ideias, tanto de maneira verbal, quanto textual.

De modo geral, os dados apontam que poucos estudantes avançaram para a compreensão relacional, enquanto a maior parte permaneceu no nível descritivo ou sem resposta, um indicativo claro de que a generalização entre as progressões ainda não está consolidada para algumas duplas.

O desempenho da turma, nesta atividade, revela reconhecimento superficial dos padrões da tabela e a identificação de que “os resultados aparecem na mesma linha”, além de evidenciar limitações significativas na construção das relações entre P.A., P.G. e Logaritmos.

O fato de apenas alguns alunos conseguirem formular verbalmente tais correspondências indica que a compreensão ainda se encontra em estágio inicial. Isto é compreensível diante do histórico de dificuldades com operações básicas e com atividades que

exigem maior abstração, dificuldades já amplamente relatadas na literatura sobre o Ensino Médio.

Côrte (2012) destaca que muitos estudantes não estão habituados a situações investigativas, e essa falta de oportunidade reduz sua autonomia para formular hipóteses e estabelecer relações conceituais mais profundas.

Assim, é provável que a pouca familiaridade com práticas exploratórias e investigativas tenha contribuído para a inibição da turma, para a insegurança ao verbalizar ideias e para a dificuldade no reconhecimento das relações entre as progressões. Ainda assim, os indícios observados mostram que, quando colocados diante de atividades que exigem observação, comparação e experimentação, alguns alunos começam a reorganizar cognitivamente o conteúdo, o que reforça o potencial pedagógico desse tipo de abordagem.

A partir da análise qualitativa dos materiais recolhidos, nota-se que os alunos conseguiram reconhecer parcialmente a correspondência entre as operações como uma base intuitiva para o conceito de Logaritmo. Essa inferência espontânea, registrada em falas e anotações, mostra que a atividade atingiu parcialmente o objetivo de fazer emergir o raciocínio logarítmico sem recorrer, inicialmente, à formalização algébrica. Além disso, o envolvimento observado nas discussões e nas trocas entre duplas reforça o valor do trabalho colaborativo, aspecto que as Diretrizes Curriculares Nacionais (Brasil, 2013) destacam como essencial para a aprendizagem matemática significativa.

4.2.4 Segundo encontro

O segundo encontro, realizado no dia 25, apresentou uma participação reduzida em comparação ao primeiro. Provavelmente, essa evasão se deveu às condições climáticas, uma vez que o dia estava chuvoso. As chegadas ocorreram de forma escalonada ao longo da primeira hora, totalizando aproximadamente 14 estudantes até às 14h26.

No início da aula, retomou-se a atividade investigativa da Apostila I (Apêndice B-II), com a finalidade de esclarecer os itens que haviam ficado incompletos no encontro anterior. Foram discutidos os pontos referentes à relação entre progressões geométricas (P.G.) e progressões aritméticas (P.A.), conduzindo à generalização das observações. Esse momento consolidou a base para a formalização do conceito de Logaritmo, e mostrou-se coerente com a

proposta de Aprendizagem Significativa de Moreira (2011), segundo a qual o conhecimento novo se torna estável e funcional quando o aluno é capaz de relacionar o que já aprendeu com novas estruturas conceituais. Ao revisitar a atividade, os estudantes tiveram a oportunidade de reforçar as conexões entre ideias, o que favoreceu a assimilação do conteúdo e promoveu uma aprendizagem menos mecânica e mais reflexiva.

Na sequência, os estudantes receberam a Apostila II (Apêndice B-III), iniciando-se o processo de formalização do conceito de Logaritmo. Nesse momento, foi feita uma abordagem histórica. Destacou-se que John Napier, atento às demandas científicas e sociais de sua época, dedicou aproximadamente 20 anos de pesquisa à elaboração do estudo que hoje conhecemos como Logaritmo. Essa abordagem histórica exemplifica o que Lara (2013) ressalta sobre o uso da História da Matemática como meio de tornar o conhecimento mais significativo e humano. Ao compreender que o conceito de Logaritmo emergiu de uma necessidade real, simplificar cálculos longos e trabalhosos, é possível que os alunos deixem de enxergar a Matemática como algo abstrato e passem a reconhecê-la como uma construção cultural e social em constante evolução.

A partir dessa Contextualização, os alunos foram conduzidos a observar que cada termo da P.G. possui um correspondente na P.A., relação que fundamenta o conceito de Logaritmo. Foi explicado que o termo da P.G. é denominado logaritmando, enquanto a base é definida a partir da razão da própria P.G., que no exemplo trabalhado em sala era igual a três (Figura 22).

Figura 22 - Material

Apostila II

1. Logaritmos: De Progressões à Contribuição de Napier.

Uma tabela de logaritmos é uma tabela organizada com uma PG de primeiro termo igual a um na primeira coluna e uma PA de primeiro termo igual a zero e razão igual a um na segunda coluna. Nessa tabela, para cada termo da PG associa-se um termo da PA, que representa seu logaritmo.

Em outras palavras, o termo da PA é o logaritmo do termo da PG correspondente. O termo da PG que aparece na mesma linha em que está o "um" da PA é chamado de base do logaritmo.

Por exemplo, na tabela abaixo, temos alguns logaritmos de base 3:

x	$\log_3 x$
1	0
3	1
9	2
27	3
81	4
243	5
729	6

Observe que o logaritmo de 9 na base 3 é igual a 2, ou seja, 2 é o expoente ao qual se deve elevar 3 para obter 9. Isso pode ser representado por $\log_3 9 = 2 \Leftrightarrow 3^2 = 9$.

O logaritmo de 243 na base 3 é igual a 5, ou seja, 5 é o expoente ao qual se deve elevar 3 para obter 243. Isso pode ser representado por $\log_3 243 = 5 \Leftrightarrow 3^5 = 243$.

Do mesmo modo, dizemos que o logaritmo de 1 na base 3 é igual a 0, e representamos $\log_3 1 = 0$.

É claro que nem todos os logaritmos serão números inteiros, mas a ideia inicial para a criação do conceito de logaritmo foi justamente a observação das relações entre as operações realizadas entre termos de uma PG e de uma PA.

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, discutiu-se como é feita a leitura e a notação do Logaritmo, formalizando sua definição como expoente.

Quanto à reação da turma, os alunos acompanharam a explicação com atenção, porém sem demonstrar maior interesse naquele momento. Mesmo após serem instigados a realizar uma leitura simples do termo correspondente entre a P.G. e a P.A., no caso, identificar que ao termo 81 da P.G. correspondia o termo 4 da P.A. e, portanto, formular a leitura “o Logaritmo de 81 na base 3 é igual a 4”, reconhecendo que 4 é o expoente ao qual se deve elevar 3 para obter 81. Os estudantes permaneceram em silêncio, sem se arriscar a responder, apesar de o pesquisador ter acabado de exemplificar um caso semelhante. Diante dessa ausência de participação, o pesquisador precisou intervir e fornecer ele mesmo a resposta, de modo a garantir a continuidade da aula. Essa postura reticente dos alunos confirma o que Côrte (2012) discute sobre atividades investigativas: embora promovam um ambiente propício à construção ativa do conhecimento, nem todos os estudantes conseguem, de imediato, assumir o protagonismo esperado, especialmente quando não estão habituados a situações que exigem maior autonomia cognitiva.

Posteriormente, foram exploradas as propriedades dos Logaritmos, como a do produto, em que o Logaritmo do produto de dois números corresponde à soma de seus Logaritmos. Nesse momento, os estudantes foram instigados a refletir: “E se fosse necessário calcular o Logaritmo de um número que não estivesse presente na P.G. utilizada?”. Em resposta a essa indagação, os pesquisadores explicaram que Napier havia definido uma base muito próxima de 1, com o objetivo de diminuir a distância entre dois termos consecutivos da P.G., o que possibilitava maior precisão nos cálculos realizados naquela época.

Ao final, ressaltou-se que a elaboração desse estudo e a construção das primeiras tábuas logarítmicas exigiram cerca de duas décadas de dedicação, resultando em uma obra que revolucionou a matemática de seu tempo, pois atendia a uma demanda urgente da sociedade: dispor de métodos mais simples e eficientes para lidar com cálculos longos e trabalhosos.

Essa retomada histórica também permitiu aproximar a Matemática dos estudantes, evidenciando-a como uma produção humana, marcada por tentativas, avanços graduais e soluções surgidas em contextos culturais, econômicos e científicos específicos. Como destacam Lara (2013) e D'Ambrosio (1999), compreender a evolução histórica de um conceito ajuda o aluno a perceber que a Matemática não emerge pronta e acabada, mas é fruto de necessidades reais e de processos de construção que ocorrem ao longo do tempo. Assim, a Contextualização histórica reforça a ideia de que o conhecimento matemático é dinâmico, não linear e

profundamente conectado às transformações da sociedade, ampliando o sentido e a relevância do estudo dos Logaritmos na atualidade.

Após esse momento, foram abordadas as aplicações dos Logaritmos nos dias atuais. Enfatizou-se que, apesar de terem sido criados para facilitar cálculos extensos, os Logaritmos assumem hoje um papel muito mais amplo, aparecendo não apenas na Matemática, mas também em diversas áreas do conhecimento, como Física, Química, Biologia, Economia e Ciências da Computação.

Nesse ponto, a discussão foi articulada à concepção de Contextualização proposta por Kato e Kawasaki (2011), segundo a qual o ensino deve relacionar os conhecimentos específicos da disciplina a contextos mais amplos de significação.

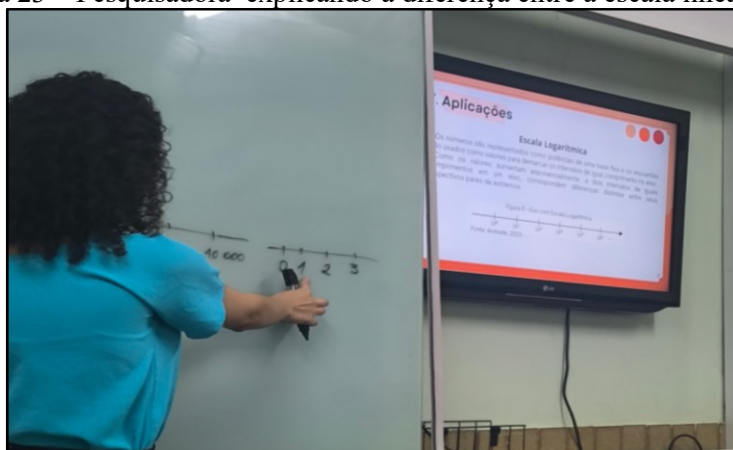
Assim, ao apresentar exemplos concretos, como escalas logarítmicas, crescimento populacional, intensidade sonora e modelos exponenciais, buscou-se evidenciar que os Logaritmos permanecem essenciais para compreender fenômenos reais.

Essa abordagem está alinhada às DCNEB (Brasil, 2013), que destacam a importância de integrar teoria e prática, favorecendo aprendizagens mais relevantes e próximas da realidade dos estudantes.

Desse modo, a Contextualização permitiu que os alunos percebessem o Logaritmo como um conceito aplicado e socialmente significativo, transcendendo a ideia de mero procedimento matemático.

Para iniciar, trabalhou-se a diferença entre escala linear e escala logarítmica, preparando os estudantes para o estudo das aplicações contemporâneas (Figura 23).

Figura 23 – Pesquisadora explicando a diferença entre a escala linear e a logarítmica



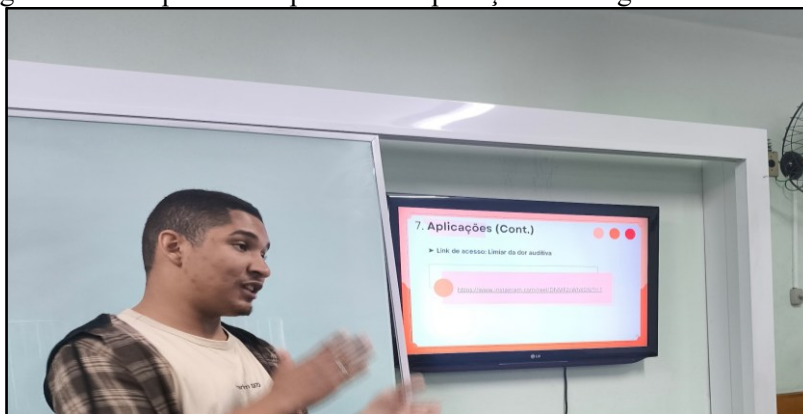
Fonte: protocolo de pesquisa.

Essa transição entre teoria e aplicação exemplifica o que Kato e Kawasaki (2011) denominam de articulação entre teoria e prática, um dos princípios fundamentais da Contextualização.

Entre os exemplos apresentados, destacaram-se a Escala Richter, utilizada para medir a intensidade dos terremotos, e a escala de pH, relacionada à acidez e à basicidade de soluções químicas. Esse momento foi marcado pela participação ativa dos alunos, como demonstrado na pergunta de um estudante que questionou se o café seria mais ácido do que o limão.

A aula avançou para a aplicação dos Logaritmos na música, explorando a escala de decibéis. Foi apresentada a origem da escala de decibéis, explicando que ela foi criada para mensurar a intensidade sonora, associada aos estudos de Alexander Graham Bell. A partir de uma imagem projetada, os pesquisadores classificaram diferentes níveis de decibéis, relacionando-os às sensações auditivas correspondentes e evidenciando limites seguros e desconfortáveis da audição humana. Nesse momento, também foram explicadas noções fundamentais, como som, intensidade e percepção, reforçando que a experiência auditiva não é linear, mas fruto de respostas fisiológicas específicas (Figura 24).

Figura 24 - Pesquisador explicando a aplicação dos Logaritmos na música



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Antes de iniciar o experimento prático com o som, os pesquisadores promoveram uma breve reflexão sobre a presença constante da música no cotidiano, ressaltando que, muitas vezes, ela nos envolve independentemente de nossa vontade, seja em momentos familiares, durante deslocamentos no ônibus ou mesmo em interações com colegas.

Foi realizado um experimento auditivo com o uso de uma caixa de som, na qual o volume foi aumentado gradativamente para evidenciar que a percepção sonora não cresce de forma linear, mas logarítmica. A atividade despertou a atenção dos alunos, que acompanharam em silêncio e de forma bastante interessada o experimento. Essa etapa reflete o que Horta (2020) e Moreira (2011) destacam como a essência de um ensino significativo: permitir que o estudante vivencie o fenômeno e compreenda a aplicação matemática por meio de experiências sensoriais e reais.

Além disso, foi exibido o vídeo obtido no perfil de um professor de Física no Instagram (Irigoyen, 2025) sobre a percepção auditiva, ampliando a compreensão dos estudantes sobre a presença dos Logaritmos em fenômenos cotidianos e favorecendo a aproximação do conteúdo matemático com experiências reais.

Logo após a exibição do vídeo, os pesquisadores promoveram um momento de discussão coletiva, conduzindo os alunos a refletirem sobre o percurso histórico dos Logaritmos. Destacou-se que seu surgimento no século XVII respondeu a uma grande demanda social e econômica da época, marcada pela necessidade de simplificar cálculos longos e trabalhosos em um contexto de avanços científicos e comerciais. Em seguida, os pesquisadores explicaram que, com o desenvolvimento de tecnologias como calculadoras, computadores e posteriormente celulares, essa função inicial atribuída aos Logaritmos foi sendo progressivamente substituída, perdendo relevância em seu uso original.

No entanto, retomando as aplicações exploradas em sala de aula, evidenciou-se que os Logaritmos permanecem fundamentais na atualidade, especialmente na modelagem matemática, contribuindo para a compreensão de fenômenos, a análise de dados e a interpretação de grandezas que variam de forma não linear. Essa leitura histórica e contextualizada reforça o que Mendes (2006) descreve como potencial cognitivo da História da Matemática que é permitir que o aluno compreenda não apenas o conceito em si, mas seus propósitos, usos e transformações ao longo do tempo, atribuindo sentido ao que aprende.

O encontro foi finalizado com a aplicação do Questionário Final, que teve como propósito não apenas avaliar a aprendizagem dos conceitos trabalhados, mas também estimular a reflexão crítica dos estudantes sobre a trajetória histórica e as aplicações práticas dos Logaritmos.

4.2.5 Análise dos dados obtidos no segundo encontro

A análise dos dados obtidos durante o segundo encontro evidencia que a continuidade da sequência didática, apoiada pela Contextualização, contribuiu para o avanço progressivo na compreensão dos alunos acerca das relações que sustentam o conceito de Logaritmo.

A etapa seguinte, dedicada à exploração das aplicações dos Logaritmos, revelou-se um ponto alto da sequência didática. As observações em sala mostraram que os alunos demonstraram grande interesse nas discussões sobre as escalas logarítmicas, especialmente nas que possuíam relação direta com o cotidiano, como a Escala Richter (terremotos), a escala de pH (química) e a escala de decibéis (música e som). A atividade prática com a caixa de som, em que o volume foi aumentado gradualmente para ilustrar o crescimento logarítmico da percepção sonora, despertou expressivo envolvimento e curiosidade, confirmando o potencial da Contextualização interdisciplinar (Kato & Kawasaki, 2011).

As respostas orais registradas após a atividade apontaram que os alunos compreenderam não apenas o comportamento matemático das escalas, mas também sua aplicação para interpretar fenômenos naturais e sensoriais. Isso indica que a abordagem prática e contextualizada contribuiu para o aprimoramento do conhecimento matemático a situações reais, conforme defende Horta (2020). O interesse manifestado pelos estudantes na relação entre Matemática, música e percepção humana evidencia que a aprendizagem foi além da simples assimilação de regras, alcançando o nível de significação conceitual.

A análise das respostas ao questionário permite compreender, a partir de cada uma das questões propostas, como os estudantes perceberam e avaliaram as atividades desenvolvidas ao longo da sequência didática, articulando indícios estatísticos pontuais às interpretações decorrentes dessas respostas.

Na primeira questão, que tratava da resolução de multiplicações extensas sem o uso de calculadora, observa-se uma concordância quase unânime entre os estudantes. Dos 21 alunos participantes, 20 afirmaram que a atividade os ajudou a perceber a dificuldade que motivou a criação dos Logaritmos, o que corresponde a aproximadamente 95% da turma. Esse resultado indica que a experiência prática foi eficaz para evidenciar o problema matemático que deu origem aos Logaritmos, permitindo que a maioria dos alunos compreendesse o conteúdo a partir de sua necessidade histórica.

A segunda questão, referente à atividade investigativa com tabelas de progressões aritméticas e geométricas, apresenta respostas majoritariamente positivas. Do total de alunos, 14 (cerca de dois terços da turma) indicaram que a atividade facilitou a compreensão da ideia dos Logaritmos, enquanto 4 alunos (aproximadamente 19%) consideraram essa contribuição parcial e apenas 1 aluno afirmou que a atividade não contribuiu. Esses dados sugerem que a proposta favoreceu avanços conceituais relevantes, embora parte dos estudantes ainda necessite de mais tempo ou de retomadas para consolidar plenamente as relações envolvidas.

Na terceira questão, que investigava o experimento com a escala de decibéis, os dados revelam ampla aceitação da atividade. Dos 21 alunos, 16 (cerca de 76%) afirmaram que o experimento contribuiu diretamente para relacionar os Logaritmos à percepção humana da intensidade sonora, enquanto os demais avaliaram essa contribuição como parcial, não havendo respostas negativas. Esse resultado aponta para a eficácia do experimento em tornar compreensível a ideia de crescimento logarítmico, especialmente no que diz respeito à relação entre variações numéricas e percepção sensorial.

A quarta questão, que solicitava a aplicação considerada mais interessante, evidencia a predominância da escala de decibéis, mencionada por 14 alunos. A escala Richter foi assinalada por 8 alunos e a escala de pH por 4, sendo que alguns estudantes marcaram mais de uma opção. Esse dado indica que as diferentes aplicações despertaram interesse de forma complementar, com destaque para aquelas mais próximas da vivência cotidiana dos alunos.

Na quinta questão, relacionada à compreensão dos motivos que levaram à criação dos Logaritmos após a aula, 17 alunos (cerca de 80% da turma) afirmaram compreender melhor essa finalidade, enquanto 4 alunos indicaram entendimento parcial. Esse resultado sugere que a sequência contribuiu de maneira significativa para a atribuição de sentido histórico e funcional ao conceito, ainda que esse entendimento não tenha sido plenamente consolidado para todos.

A sexta questão, de caráter aberto, traz indícios importantes sobre os aspectos que mais chamaram a atenção dos estudantes durante a aula. Entre as falas registradas, destacam-se comentários como “a relação da escala de decibéis com Logaritmo”, “a forma em que o som alto pode atrapalhar”, “o modo como ouvimos” e “a intensidade do som”, o que evidencia a centralidade do experimento sonoro na aprendizagem. Também aparecem observações como “a forma dinâmica das aulas”, “a finalidade” e “o fato de como uma variação pequena é maior do que parece”, indicando que os alunos perceberam tanto a metodologia quanto ideias conceituais fundamentais dos Logaritmos. Além disso, respostas como “o que me chamou

atenção foi coisas tão fáceis que muitas vezes colocamos dificuldades” sugerem uma mudança na percepção dos estudantes em relação ao conteúdo.

Por fim, a sétima questão, que solicitava sugestões para a melhoria da atividade, reforça a avaliação positiva da sequência didática. Entre as poucas sugestões apresentadas, aparecem falas como “ir com um pouco mais de calma” e “mais aplicações de atividade”, indicando a necessidade de maior tempo para desenvolvimento e aprofundamento dos temas. Ao mesmo tempo, muitos alunos afirmaram não ter sugestões, destacando que “a atividade foi ótima e completa” ou que “gostei de aprender sobre os Logaritmos e ia amar que tivesse mais vezes com certeza”. Essas falas evidenciam o engajamento dos estudantes e a aceitação da proposta, bem como o interesse em dar continuidade a esse tipo de abordagem em aulas futuras.

Em síntese, os dados analisados permitem concluir que, no primeiro encontro, a experiência prática com o cálculo manual proporcionou uma reflexão sobre os limites das técnicas aritméticas tradicionais e preparou os alunos para a compreensão da necessidade dos Logaritmos. Já no segundo, a atividade investigativa com P.A. e P.G. promoveu a descoberta das relações estruturais que fundamentam o conceito, consolidando uma visão mais clara e funcional do tema.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo nasceu de uma motivação pessoal, isto é, a dificuldade vivenciada por um dos integrantes da pesquisa e compartilhada por inúmeros estudantes, em compreender o conceito de Logaritmo no Ensino Médio.

A falta de conexões significativas, o caráter excessivamente formal das aulas e o distanciamento entre o conteúdo e sua utilidade prática despertaram, desde o início, o desejo de construir uma proposta capaz de transformar essa experiência.

Com o amadurecimento proporcionado pelo curso de Licenciatura em Matemática, essa inquietação inicial se ampliou e assumiu o compromisso mais abrangente de desenvolver um caminho didático que tornasse o estudo dos Logaritmos mais claro, investigativo e, sobretudo, significativo para os alunos da Educação Básica.

Desse movimento emergiu a questão norteadora que guiou toda a pesquisa: Como uma abordagem investigativa, articulada com a História da Matemática e com a Contextualização, pode contribuir para a compreensão do conceito de Logaritmo no Ensino Básico? Ao longo do processo, essa pergunta mostrou-se não apenas pertinente, mas essencial para repensar práticas de ensino ainda muito pautadas na memorização de regras e na resolução mecânica de exercícios.

A sequência didática foi elaborada com o propósito de aproximar os estudantes das ideias fundamentais que estruturam o conceito de Logaritmo, articulando História da Matemática, Contextualização e Investigação.

O objetivo geral consistiu em analisar as contribuições dessa abordagem integrada para promover uma aprendizagem mais significativa. Contudo, reconheceu-se que seria pouco provável que todos os estudantes alcançassem uma compreensão conceitual plena, considerando as limitações de tempo, o histórico de dificuldades com operações básicas e o reduzido contato prévio com práticas exploratórias.

Assim, mais do que buscar o “domínio” do conceito, o foco foi criar condições para iniciar um processo de construção de significados, permitindo que os estudantes desenvolvessem percepções preliminares sobre a motivação histórica dos Logaritmos, sobre as relações entre P.A. e P.G. e sobre sua presença em situações reais.

Do ponto de vista motivacional, optou-se por partir de uma experiência que evidenciasse

um problema autêntico: a dificuldade de realizar cálculos longos apenas com lápis e papel. Essa escolha não pretendia retomar procedimentos aritméticos por si só, mas provocar um estranhamento produtivo que levasse os alunos a compreender por que métodos como os Logaritmos se tornaram necessários ao longo da história. A expectativa era de que essa vivência inicial despertasse curiosidade e servisse como porta de entrada para as atividades investigativas subsequentes.

Entretanto, a análise dos dados do primeiro e do segundo encontros revela que essa motivação inicial, embora tenha gerado engajamento e reflexão, não foi suficiente para consolidar plenamente as relações conceituais pretendidas. Os registros indicam avanços importantes, especialmente no reconhecimento intuitivo de padrões entre P.A. e P.G. e na percepção das aplicações contemporâneas dos Logaritmos, mas também evidenciam dificuldades persistentes de organização, cálculo, generalização e verbalização das ideias. Os resultados mostram, portanto, que os objetivos foram parcialmente alcançados: houve um despertar conceitual e uma construção inicial de significados, ainda que a compreensão estruturada e formalizada do tema permaneça em desenvolvimento.

A pesquisa foi organizada em cinco etapas articuladas. Primeiro, realizou-se uma revisão teórica abrangente sobre ensino de Logaritmos, História da Matemática, investigação, Contextualização e Aprendizagem Significativa. Em seguida, elaborou-se a sequência didática e definiram-se os instrumentos de coleta. O teste exploratório, aplicado a licenciandos, possibilitou ajustes relevantes no material. Na quarta etapa, ocorreu a aplicação em sala de aula, permitindo observar, por meio do diário de campo e dos questionários, indícios concretos das contribuições da proposta. Por fim, a etapa de análise e interpretação buscou compreender como os estudantes mobilizaram conceitos, estratégias e percepções ao longo das atividades.

A observação da postura dos alunos durante a aplicação evidenciou envolvimento, curiosidade e abertura ao diálogo, elementos pouco frequentes em propostas estritamente tradicionais. As trocas entre as duplas, os argumentos apresentados e as justificativas registradas revelaram uma participação ativa, na qual o estudante não apenas executa um procedimento, mas tenta compreendê-lo e relacioná-lo a ideias mais amplas. Para os pesquisadores, esse movimento representou um indicativo valioso de que a abordagem investigativa, quando bem estruturada, cria um ambiente apropriado para que os estudantes atribuam significado ao que estudam.

Os resultados reforçam essa percepção. No primeiro encontro, a atividade envolvendo o cálculo manual permitiu aos alunos reconhecer, a partir de suas próprias limitações

aritméticas, a necessidade histórica do surgimento dos Logaritmos. No segundo encontro, ao explorar relações numéricas em P.A. e P.G., muitos estudantes inferiram espontaneamente correspondências estruturais que sustentam o raciocínio logarítmico, inferências estas que antecederam qualquer formalização. Tal comportamento mostra que o entendimento conceitual pode emergir de forma natural quando as condições de investigação são adequadamente planejadas.

Do ponto de vista pessoal e profissional, esta pesquisa ampliou de forma significativa o repertório pedagógico dos pesquisadores. Elaborar e aplicar uma sequência investigativa, observar as reações dos alunos, analisar respostas e revisar estratégias possibilitou vivenciar concretamente os desafios e as potencialidades do ensino de Matemática na Educação Básica. Além disso, reafirmou-se a importância de integrar História, Contextualização e investigação para a formação de estudantes críticos e capazes de atribuir sentido aos conteúdos matemáticos.

Por fim, esta experiência abre caminho para novas investigações. Estudos futuros podem aplicar essa abordagem em diferentes níveis de ensino, integrar tecnologias digitais como softwares de modelagem ou simulação ao estudo dos Logaritmos, ou aprofundar a análise sobre o impacto das atividades investigativas na autonomia intelectual dos estudantes. Comparações entre métodos tradicionais e investigativos também podem contribuir para fortalecer o campo de pesquisas sobre o ensino de Logaritmos na Educação Básica.

Além disso, sugere-se que futuras aplicações considerem um tempo mais amplo e melhor distribuído para o desenvolvimento das atividades investigativas, permitindo que os estudantes formulem conjecturas com maior segurança e maturidade conceitual. A fragmentação mais cuidadosa das etapas, acompanhada da utilização inicial de tabelas e dados organizados de forma mais simples, pode favorecer a compreensão progressiva, criando condições para que, em fases posteriores, sejam explorados níveis mais elevados de complexidade.

Outro aspecto relevante diz respeito ao reconhecimento do perfil da turma, de modo a assegurar que os conhecimentos prévios necessários estejam suficientemente consolidados. A atenção a essas condições iniciais evita que dificuldades elementares comprometam o desenvolvimento das atividades e garante que o foco permaneça na construção investigativa do conceito de Logaritmos. Tais ajustes podem potencializar significativamente os resultados e qualificar futuras implementações dessa proposta.

Em síntese, esta pesquisa reafirma que ensinar Logaritmos pode e deve, ir além da

simples aplicação de regras e manipulações algébricas. Ao articular História, Contextualização e Investigação, abre-se espaço para que o estudante compreenda o conceito não como um obstáculo abstrato, mas como uma ferramenta matemática carregada de significado, construída historicamente para resolver problemas reais e ainda hoje essencial em diversas áreas do conhecimento. Trata-se, sem dúvida, de um caminho promissor para tornar a aprendizagem mais profunda, relevante e verdadeiramente significativa.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, Saddo Ag. Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. **Revista de Educação Matemática**. São Paulo: v. 13, n. 1, p. 1-15, 2016. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/304216391_Contexto_e_contextualizacao_nos_processos_de_ensino_e_aprendizagem_da_Matematica. Acesso em: 28 jan. 2025.

ALVES, Ricardo José Chamon. **Novas perspectivas para o uso da História da Matemática**. 2016. 75 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <https://www.bdt.uerj.br:8443/bitstream/1/17530/2/Disserta%20Ricardo%20Jos%20Chamon%20Alves%20-%202016%20-%20Completa.pdf.pdf>. Acesso em: 01 fev. 2025.

ARAÚJO, Vitoria; TORRES, Maria Camila Sousa; FERREIRA, Guttenberg Sergistótanés Santos. Abordagem conceitual no ensino de logaritmos: perspectivas de licenciandos e egressos do curso de matemática. **RCeEM**, Fortaleza, v. 3, n. 7, p. 1-16, 2024. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/rceem/article/view/4114>. Acesso em: 20 mar. 2025.

AQUINO, Daniel Takahashi Demetrio de. **O Ensino de Matemática e as Linguagens: Logaritmo como expoente**. 2018. 73 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade de São Paulo, Instituto de Matemática e Estatística, São Paulo, 2018. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-02052019-164559/pt-br.php>. Acesso em: 01 fev. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC, SEB, 2013. p. 242-254. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/>. Acesso em: 23 fev. 2025.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 10 jan. 2025.

CÔRTE, Sara Raquel Perestrelo. **Atividades Investigativas: Abordagem investigativa na aprendizagem da Matemática**. 2012. 80 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade da Madeira, Funchal, 2012. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/62478227.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2025.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva. Como ensinar Matemática hoje? **Temas e Debates**. Brasília, v. 1, n. 2, p. 15-19, jan. 1989. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/td/article/view/2651>. Acesso em: 03 fev. 2025.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1999.

FERREIRA, Ronize Lampert; BISOGNIN, Eleni. O Estudo de Logaritmo por meio de uma Seqüência de Ensino: a Engenharia Didática como apoio metodológico. **Experiências em Ensino de Ciências**, Santa Maria, v. 2, n. 1, p. 64-78, mar. 2007. Disponível em: <https://www.if.ufmt.br/eenci/?go=artigos&idEdicao=15>. Acesso em: 03 fev. 2025.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2008.

GRANERO, Chaiene Alarcon Mendes. **Função Logarítmica e Exponencial: Aplicação à Matemática Financeira**. 2016. 45 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de São João del-Rei, São João del-Rei. Disponível em: <https://l1library.org/document/yd9mkelz-funcao-logaritmica-e-exponencial-aplicacao-a-matematica-financeira.html>. Acesso em: 01 fev. 2025.

GROENWALD, Claudia et al. **A História da Matemática como recurso didático para o ensino da Teoria dos Números e a aprendizagem da Matemática no Ensino Básico**. Paradigma, Maracay, v. 26, n. 2, p. 15, 2005. Disponível em: https://www.academia.edu/102699006/A_hist%C3%B3ria_da_matem%C3%A1tica_como_recurso_did%C3%A1tico_para_o_ensino_da_teor%C3%BAmeros_ea_aprendizagem_da_matem%C3%A1tica_no_ensino_b%C3%A1sico. Acesso em: 01 fev. 2025.

HORTA, Deborah Alves. **Base matemática para o estudo de metrologia dimensional nos cursos técnicos em mecânica: proposta de material complementar**. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Campos dos Goytacazes, 2020.

HOLANDA, M. D. M.; FREITAS, I. B.; RODRIGUES, A. C. da S. Matemática no ensino médio: dificuldades encontradas nos conteúdos das quatro operações básicas. **Revista de Iniciação à Docência**, [S. l.], v. 5, n. 2, p. 56-69, 2020. DOI: 10.22481/rid-uesb.v5i2.7160. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/rid/article/view/7160>. Acesso em: 19 nov. 2025.

IRIGOYEN, Rafel. **Limiar da dor auditiva**. Instagram, 10 ago. 2025. Disponível em: <https://www.instagram.com/p/DNMF2cWhXO9/>. Acesso em: 22 ago. 2025.

KATO, Danilo Seithi; KAWASAKI, Clarice Sumi. As concepções de contextualização do ensino em documentos curriculares oficiais e de professores de ciências. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 17, n. 1, p. 35-50, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1516-73132011000100003>. Acesso em: 31 fev. 2025.

LARA, Isabel Cristina Machado de. O ensino da Matemática por meio da História da Matemática: Possíveis articulações com a Etnomatemática. **VIDYA**, Santa Maria, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul./dez. 2013. Disponível em: https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/11704/2/O_ensino_da_Matematica_por_meio_da_Historia_da_Matematica_possiveis_articulacoes_com_a_Etnomatematica.pdf. Acesso em: 31 jan. 2025.

LEONARDO, Maria Eliza Sitolino; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Resolução de Problemas no Ensino de Matemática: Reflexões sobre o conhecimento de pedagogos. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, v. 17, p. 1-21, 2023. Disponível em: reeduc.ufscar.br. Acesso em: 10 fev. 2025.

LEITE, Igor Soares. **História da Matemática no Ensino de Logaritmos**. 2017. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2017.

LOUREIRO, Vanilda. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**: Um Estudo com alunos no Ensino Médio. 2013. 59 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas, Vitória, 2013. Disponível em: <https://dspace4.ufes.br/items/16463190-0074-4976-a410-40a7256610ec>. Acesso em: 03 fev. 2025.

MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática como agente de cognição**. 2006.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática**: propostas e desafios. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

MOREIRA, Marcos Antonio. A teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. *in*: **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: LF Editorial. 2011. Cap. 1, p. 1-11.

PONTE, João Pedro Mendes da. **Investigar, ensinar e aprender**. In: PROFMAT, 2003, Lisboa. Actas do ProfMat 2003 [CD-ROM]. Lisboa: APM, 2003. p. 25-39. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~dpdias/2012/MAT1500-3-Ponte%28Profmat%29.pdf>. Acesso em: 24 mar. 2025.

SANTOS, Juliana Pereira Batista dos; LARA, Isabel Cristina Machado de. O ensino de Logaritmos. **Hipátia**, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 180-196, dez. 2021. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/1847>. Acesso em: 02 fev. 2025.

SILVA, E.M. Estratégias pedagógicas inovadoras no ensino de matemática: desafios e possibilidades . **Revista Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, v. 2, pág. 45-64, 2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/351951569_ENSINO_DE_MATEMATICA_de_safios_e_possibilidades. Acesso em: 31 mar. 2025.

VIEIRA, Sonia. **Como elaborar questionários**. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Materiais utilizados no teste exploratório

APÊNDICE A-I – Apresentação de slides



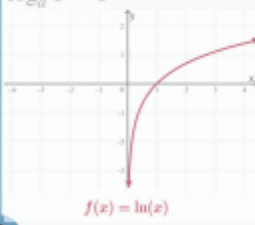
INSTITUTO FEDERAL
Fluminense



GOVERNO FEDERAL
BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

A Evolução do Conceito de Logaritmo e suas Aplicações: Uma Abordagem Investigativa

$\log_a 1 = 0$



$f(x) = \ln(x)$

Licenciandos: Melissa Mota e Samuel Pereira
Orientadora: Prof^a. Me. Carla Antunes Fontes

$\log_a a = 1$

$\text{Log}_a b = x$

Base ←

Logaritmando ←

Logaritmo ←

2025.1

1

Sumário

1. Introdução	3
1.1 O contexto histórico e a motivação prática	3
2. Atividade proposta	4
3. Método de Prostaferese	6
4. Atividade Investigativa	13
5. Generalização	14
6. Logaritmos: De progressões a contribuições de Napier	15
7. Aplicações	16
7.1 Gerais	17
7.2 Música	19
Referências	23

1. Introdução



1.1 O contexto histórico e a motivação prática

- Avanços na astronomia e navegação e dificuldade para fazer cálculos extensos e complicados;
- O método de Prostaférese e as fórmulas trigonométricas;
- Surgimento dos logaritmos;
- Principais nomes: Napier, Burgi, Briggs;
- Briggs lança sua obra "Os Primeiros Mil Logaritmos" em 1617 e "Aritmética Logarítmica" em 1624;
- Contribuições de Euler

3

2. Atividade proposta

Efetue cálculos sem o auxílio da calculadora

Efetue $2,5325 \times 40,5716$ utilizando apenas lápis e borracha, na área delimitada abaixo.

Registre:

- Tempo gasto:
- Quais dificuldades você encontrou?
- Que estratégias usou?

4

2. Atividade proposta

Efetue cálculos sem o auxílio da calculadora

Efetue $2,5325 \times 40,5716$ utilizando apenas lápis e borracha, na área delimitada abaixo.

Registre:

- Tempo gasto
- Quais dificuldades você encontrou?
- Que estratégias usou?

Resolução:

$$\begin{array}{r}
 2,5325 \\
 \times 40,5716 \\
 \hline
 151950 \\
 25325 \\
 177275 \\
 126625 \\
 00000 \\
 +101300 \\
 \hline
 102,74757700
 \end{array}$$

5

3. Método de Prostaférese

- Ideia: usar trigonometria para converter multiplicações em somas;

Fórmulas trigonométricas:

$$2 \cos A \cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$$

$$2 \sin A \cos B = \sin(A + B) + \sin(A - B)$$

$$2 \cos A \sin B = \sin(A + B) - \sin(A - B)$$

$$2 \sin A \sin B = \cos(A - B) - \cos(A + B)$$

Figura 1 -Tabela

Ângulos em graus	Seno	Cosseno	Tangente
1°	0,0175	0,9998	0,0175
2°	0,0349	0,9994	0,0349
3°	0,0523	0,9986	0,0524
⋮	⋮	⋮	⋮
24°	0,4067	0,9135	0,4452
25°	0,4226	0,9063	0,4663
⋮	⋮	⋮	⋮
64°	0,8968	0,4384	2,0503
65°	0,9063	0,4226	2,1445
⋮	⋮	⋮	⋮

Fonte: Elaboração própria

6

3. Método de Prostaférese

Exemplo:

$$8.768 \times 9.063$$



7

3. Método de Prostaférese

Exemplo:

$$8.768 \times 9.063$$

Passo 1

$$8.768 \rightarrow \cos A = 0,4384$$

$$9.063 \rightarrow \cos B = 0,9063$$



8

3. Método de Prostaférese (Cont.)

Exemplo:

$$8.768 \times 9.063$$

Passo 1

$$8.768 \rightarrow \cos A = 0,4384$$

$$9.063 \rightarrow \cos B = 0,9063$$

Passo 2

Consulta à tabela trigonométrica:

$$\cos A = 0,4384 \rightarrow A \approx 64^\circ$$

$$\cos B = 0,9063 \rightarrow B \approx 25^\circ$$

9

3. Método de Prostaférese (Cont.)

Exemplo:

$$8.768 \times 9.063$$

Passo 1

$$8.768 \rightarrow \cos A = 0,4384$$

$$9.063 \rightarrow \cos B = 0,9063$$

Passo 2

Consulta à tabela trigonométrica:

$$\cos A = 0,4384 \rightarrow A \approx 64^\circ$$

$$\cos B = 0,9063 \rightarrow B \approx 25^\circ$$

Passo 3

Aplicando a fórmula:

$$2 \cos A \cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$$

$$2 \cos 64^\circ \cos 25^\circ = \cos 89^\circ + \cos 39^\circ$$

10

3. Método de Prostaférese (Cont.)

Exemplo:

$$8.768 \times 9.063$$

Passo 1

$$8.768 \rightarrow \cos A = 0,4384$$

$$9.063 \rightarrow \cos B = 0,9063$$

Passo 2

Consulta à tabela trigonométrica:

$$\cos A = 0,4384 \rightarrow A \approx 64^\circ$$

$$\cos B = 0,9063 \rightarrow B \approx 25^\circ$$

Passo 3

Aplicando a fórmula:

$$2 \cos A \cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$$

$$2 \cos 64^\circ \cos 25^\circ = \cos 89^\circ + \cos 39^\circ$$

Passo 4

Usando a tabela:

$$\cos 89^\circ \approx 0,0175$$

$$\cos 39^\circ \approx 0,7771$$

$$\text{Soma: } 0,7946$$

11

3. Método de Prostaférese (Cont.)

Exemplo:

$$8.768 \times 9.063$$

Passo 1

$$8.768 \rightarrow \cos A = 0,4384$$

$$9.063 \rightarrow \cos B = 0,9063$$

Passo 2

Consulta à tabela trigonométrica:

$$\cos A = 0,4384 \rightarrow A \approx 64^\circ$$

$$\cos B = 0,9063 \rightarrow B \approx 25^\circ$$

Passo 3

Aplicando a fórmula:

$$2 \cos A \cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$$

$$2 \cos 64^\circ \cos 25^\circ = \cos 89^\circ + \cos 39^\circ$$

Passo 4

Usando a tabela:

$$\cos 89^\circ \approx 0,0175$$

$$\cos 39^\circ \approx 0,7771$$

$$\text{Soma: } 0,7946$$

Passo 5

Ajustando escala:

$$(0,8768 \times 0,9063) \times 10^8 \approx 0,7946 \times 10^8$$

$$\checkmark \text{ Resultado: } 79.460\,000$$

12

4. Atividade investigativa

13

5. Generalização

Figura 2 -Tabela: Generalização

PG	PA
1	0
q	r
q^2	$2r$
q^3	$3r$
q^4	$4r$
q^5	$5r$
q^6	$6r$
$\vdots$	$\vdots$

Fonte: Elaboração própria

14

6. Logaritmos: De progressões a contribuições de Napier

Figura 3 -Tabela Logaritmica

x	$\log_3 x$
1	0
3	1
9	2
27	3
81	4
243	5
729	6

Fonte: Elaboração própria

15

7. Aplicações

Escala Linear

Dois intervalos de iguais comprimentos em um eixo correspondem a diferenças iguais entre seus respectivos pares de extremos.

Exemplo: a distância entre 0 e 1 é a mesma entre 7 e 8.
Outros exemplos de escalas lineares são a fita métrica e a régua

Escala Logarítmica

Os números são representados como potências de uma base fixa e os expoentes são usados como valores para demarcar os intervalos de igual comprimento no eixo.

Como os valores aumentam exponencialmente, a dois intervalos de iguais comprimentos em um eixo, correspondem diferenças distintas entre seus respectivos pares de extremos.

16

7. Aplicações

7.1 Gerais:

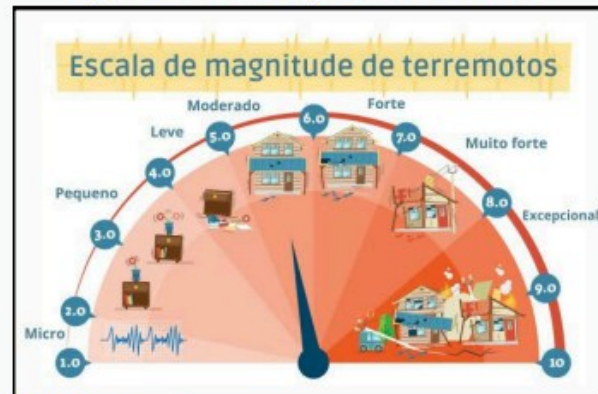
7.1.1 Escala Richter

► Desenvolvida por Charles F. Richter e Beno Gutenberg, em 1935

$$I = \frac{2}{3} \cdot \log \frac{E}{E_0}$$

I : varia de 0 a 9;
E : energia liberada em Kw/h;
 $E_0 : 7 \cdot 10^{-3} \text{ Kw/h.}$

Figura 4 - Escala de magnitude de terremotos



Fonte: Brasil escola

17

7. Aplicações (Cont.)

7.1 Gerais:

7.1.2 Escala de pH

► Função: mede a acidez ou basicidade de soluções;

► Natureza: escala logarítmica;

► Interpretação logarítmica: cada unidade representa 10× de variação na $[H^+]$ (ANDRADE, 2023, p. 59)



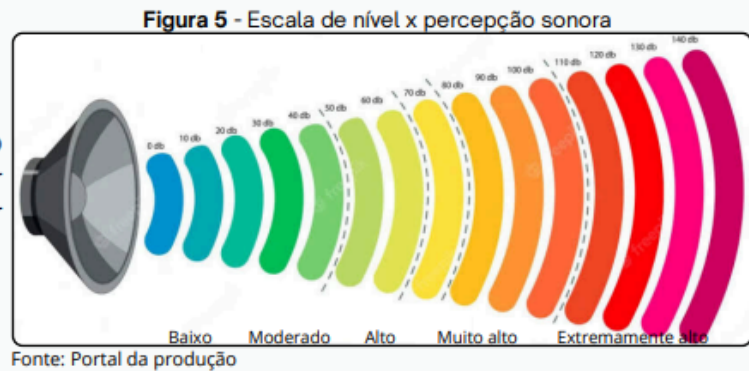
18

7. Aplicações (Cont.)

7.2 Música

Escala de decibéis:

Escala desenvolvida pelo cientista escocês e inventor do telefone, Alexander Graham Bell (1847-1922)



19

7. Aplicações (Cont.)

- **Som** - vibração que se propaga no ar;
- **Intensidade** - energia da vibração;
- **Percepção** - logarítmica.

20

7. Aplicações (Cont.)

► Fórmula decibéis

$$L = 10 \cdot \log(I / I_0)$$

L = nível de som em dB;

I = intensidade do som;

I₀ = intensidade mínima audível.

► interpretação da escala de decibéis

21

7. Aplicações (Cont.)

► Link de acesso para música

<https://www.youtube.com/watch?v=UxvTdW9CLfI>

22

7. Aplicações (Cont.)

Figura 6 - Escala de decibéis

	I (watt/m ²)	dB (Decibéis)	
Avião a jato a 30m	10	130	Limiar de dor
Turbina de avião a 7 m	1	120	
Trovão	0,1	110	
Motor de Caminhão	0,01	100	Show de rock
Picos muito fortes de música	0,001	90	Música Clássica
Tráfego (carros)	0,0001	80	
Média de uma fábrica	0,00001	70	Conversa normal
Escritório ruidoso	0,000001	60	
Média de um escritório	0,0000001	50	Sala silenciosa
Média de uma residência	0,00000001	40	
Brisa entre as árvores	0,000000001	30	Estúdio de gravação
	0,0000000001	20	
	0,00000000001	10	
	0,000000000001	0	Limiar de audição

Fonte: Andrade, 2023.

23

7. Aplicações (Cont.)

► Link de acesso: Limiar da dor auditiva

<https://www.instagram.com/reel/DNMF2cWhXO9/?l=1>

<https://www.instagram.com/reel/DNMF2cWhXO9/?igsh=MWg2dGg2cHZuZjkxdw==>

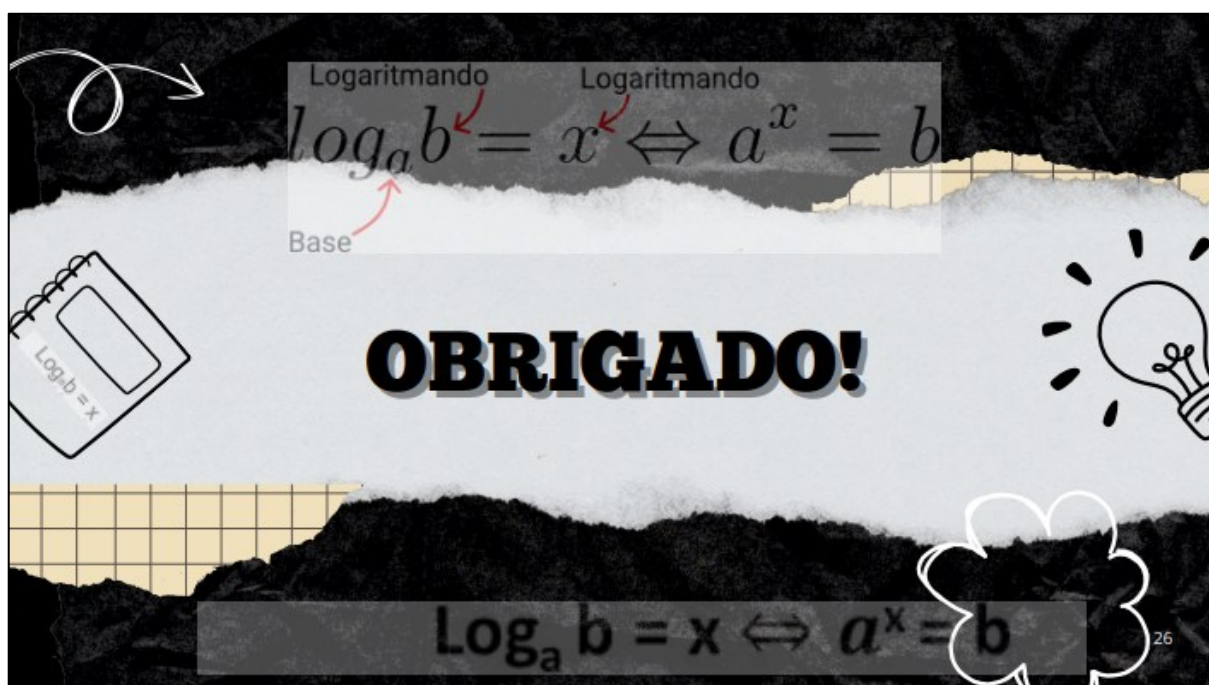
24

Referências

ANDRADE, Érico Felinto de. **Uma proposta para o aprofundamento do ensino de logaritmos: as escalas logarítmicas**. 2023. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2023. Disponível em: <https://dspace.sti.ufcg.edu.br/jspui/bitstream/riufcg/33257/1/%c3%89RICO%20FELINTRO%20DE%20ANDRADE%20-%20DISSERTA%c3%87%c3%83O%20%28PROFMAT%29%202023.pdf>. Acesso em: 02 ago. 2025.

SILVA, Rodrigo Felipe da. **Função exponencial e logarítmica**. 2016. 118 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Presidente Prudente, 2016. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/f23d9a12-5780-4e7c-a7b2-a3013ddb2533/content>. Acesso em: 02 ago. 2025.

25



Logaritmando Logaritmando

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Base

OBRIGADO!

Log: b = x

$\text{Log}_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$

26

APÊNDICE A-II – Apostila I

Curso: LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

2025.1

Disciplina: TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO II

Pesquisadores: MELISSA FERREIRA MOTA E SAMUEL PEREIRA DE BRITO

ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES

NOME: _____ DATA: __/__/__

Apostila I

Descobrimos relações entre operações com termos de uma PA e de uma PG

1. Efetuando cálculos sem o auxílio da calculadoraEfetue $2,5325 \times 40,5716$ utilizando apenas lápis e borracha, na área delimitada abaixo.

Registre:

Tempo gasto: _____

Quais dificuldades você encontrou?

Que estratégias usou?

2. Atividade Investigativa

PG	PA
1	0
2	3
4	6
8	9
16	12
32	15
64	18
128	21
256	24
512	27
1024	30
2048	33
4096	36
8192	39
16384	42
32768	45
65536	48
131072	51
262144	54
524288	57
1048576	60
2097152	63
:	:

a) Na coluna da PG, multiplique o termo da linha 5 pelo o termo da linha 11 e registre o resultado obtido.

b) Na coluna da PA, some o termo da linha 5 com o termo da linha 11. Qual foi o resultado?

c) Os resultados obtidos nos itens anteriores estão na tabela? Na mesma linha ou em linhas diferentes?

d) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.

e) Na coluna da PG, divida o termo da linha 22 pelo termo da linha 10 e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha ele se encontra.

f) Na coluna da PA, efetue a subtração do termo da linha 22 pelo termo da linha 10 e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha.

g) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (e) e (f)? Tente explicar com suas palavras.

h) Agora utilizando a tabela e o que você observou, encontre o resultado de cada operação, sem efetuar os cálculos da maneira convencional.

(i) $256 \times 2048 =$

(ii) $\frac{1048576}{64} =$

(iii) $128^2 =$

(iv) $\sqrt{256} =$

3. Generalizando as relações observadas

PG	PA
1	0
q	r
 q^2	 $2r$
q^3	$3r$
q^4	$4r$
q^5	$5r$
q^6	$6r$
$\vdots$	$\vdots$
$q^3 \times q^2 = q^5$	$3r + 2r = 5r$

PG	PA
1	0
q	r
q^2	$2r$
q^3	$3r$
q^4	$4r$
 q^5	 $5r$
q^6	$6r$
$\vdots$	$\vdots$
$q^5 \div q^4 = q^1$	$5r - 4r = 1r$

Referências

CERGOLI, Daniel. **Ensino de logaritmos por meio de investigações matemáticas em sala de aula**. Dissertação de Mestrado – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-29112017-171710/publico/Daniel_Cergoli.pdf. Acesso em:

APÊNDICE A-III – Apostila II

Curso: LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

2025.1

Disciplina: TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO II

Pesquisadores: MELISSA FERREIRA MOTA E SAMUEL PEREIRA DE BRITO

Orientadora: CARLA ANTUNES FONTES

Nome: _____ DATA: ____/____/____

Apostila II**1. Logaritmos: De Progressões à Contribuição de Napier.**

Uma tabela de logaritmos é uma tabela organizada com uma PG de primeiro termo igual a um na primeira coluna e uma PA de primeiro termo igual a zero e razão igual a um na segunda coluna. Nessa tabela, para cada termo da PG associa-se um termo da PA, que representa seu logaritmo.

Em outras palavras, o termo da PA é o logaritmo do termo da PG correspondente. O termo da PG que aparece na mesma linha em que está o "um" da PA é chamado de base do logaritmo.

Por exemplo, na tabela abaixo, temos alguns logaritmos de base 3:

x	$\log_3 x$
1	0
3	1
9	2
27	3
81	4
243	5
729	6

Observe que o logaritmo de 9 na base 3 é igual a 2, ou seja, 2 é o expoente ao qual se deve elevar 3 para obter 9. Isso pode ser representado por $\log_3 9 = 2 \Leftrightarrow 3^2 = 9$.

O logaritmo de 243 na base 3 é igual a 5, ou seja, 5 é o expoente ao qual se deve elevar 3 para obter 243. Isso pode ser representado por $\log_3 243 = 5 \Leftrightarrow 3^5 = 243$.

Do mesmo modo, dizemos que o logaritmo de 1 na base 3 é igual a 0, e representamos $\log_3 1 = 0$.

É claro que nem todos os logaritmos serão números inteiros, mas a ideia inicial para a criação do conceito de logaritmo foi justamente a observação das relações entre as operações realizadas entre termos de uma PG e de uma PA.

5. Aplicações atuais

5.1 Gerais

Antes de falar sobre as escalas logarítmicas, vamos entender a diferença entre escala linear e escala logarítmica.

Uma escala linear é um sistema de medição ou representação que segue uma progressão constante e uniforme de um valor para outro. Nesse tipo de escala, dois intervalos de iguais comprimentos em um eixo correspondem a diferenças iguais entre seus respectivos pares de extremos. Assim, a distância de uma unidade de medida entre os pontos 0 e 1 é a mesma entre os pontos 7 e 8. Alguns exemplos de escala linear são: régua escolar e fita métrica.

A escala logarítmica, por sua vez, é aquela na qual os números são representados como potências de uma base fixa, sendo os expoentes usados como valores para demarcar os intervalos de igual comprimento no eixo. Porém, como nesse tipo de escala os valores aumentam exponencialmente, a dois intervalos de iguais comprimentos em um eixo, correspondem diferenças distintas entre seus respectivos pares de extremos.

As escalas logarítmicas são usadas quando todas as medidas de uma grandeza são positivas e tomam valores em uma ampla faixa, desde valores muito pequenos a muito grandes.

5.1.1 Escala Richter

A escala Richter é a escala logarítmica mais conhecida e utilizada para determinar a intensidade de terremotos. Foi desenvolvida no Instituto de Tecnologia da Califórnia (Caltech) por Charles F. Richter e Beno Gutenberg, em 1935.

Acompanhe a tabela que mostra os efeitos das diferentes magnitudes dos terremotos:

Figura 1 - Escala Richter

<i>Magnitude Richter</i>	<i>Efeitos</i>
Menor que 3,5	Geralmente não sentidos, mas gravados.
Entre 3,5 e 5,4	Às vezes sentidos, mas raramente causam danos
Entre 5,5 e 6,0	No máximo causam pequenos danos a prédios bem construídos, mas podem danificar seriamente casas mal construídas em regiões próximas.
Entre 6,1 e 6,9	Podem ser destrutivos em áreas em um raio de até 100km do epicentro.
Entre 7,0 e 7,9	Grandes terremotos. Podem causar sérios danos numa grande faixa.
8,0 ou mais	Enormes terremotos. Podem causar grandes danos em muitas áreas mesmo que estejam a centenas de quilômetros.

Fonte: Andrade, 2023.

Para calcular a energia liberada por um terremoto, usamos a seguinte fórmula:

$$I = \frac{2}{3} \cdot \log \frac{E}{E_0}$$

sendo:

I : varia de 0 a 9;

E : energia liberada em Kw/h;

$E_0 : 7 \cdot 10^{-3} \text{ Kw/h.}$

5.1.2 Escala de pH

A escala de pH mede o grau de acidez ou basicidade de uma solução. Trata-se de uma escala logarítmica, pois pequenas variações no pH representam grandes variações na concentração de íons hidrogênio.

A fórmula utilizada é:

$$\text{pH} = -\log[H^+]$$

Isso significa que uma diferença de 1 unidade no pH representa uma variação de 10 vezes na acidez. Por exemplo, uma solução com pH 4 é 10 vezes mais ácida que outra com pH 5.

A escala varia de 0 a 14:

- pH < 7 → solução ácida
- pH = 7 → solução neutra

- $\text{pH} > 7 \rightarrow$ solução básica

Conforme Andrade (2023, p. 59), a escala de pH é um exemplo claro de como os logaritmos estão presentes em situações cotidianas, sendo fundamentais para representar grandezas que se comportam de forma exponencial.

5.2 Música

O som é uma vibração que se propaga pelo ar e chega aos nossos ouvidos. A intensidade com que ele é percebido está diretamente ligada à quantidade de energia transportada pela onda sonora. No entanto, essa percepção não ocorre de forma linear, mas sim logarítmica. Em outras palavras, dobrar a intensidade de um som não nos dá a sensação de que o volume dobrou — nosso cérebro interpreta essas variações de forma proporcional ao logaritmo da intensidade (Andrade, 2023, p. 56).

Por isso, usamos a escala de decibéis (dB), baseada em logaritmos, para medir o volume sonoro de forma mais próxima da percepção humana.

A fórmula é:

$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

sendo:

L : nível de intensidade sonora em decibéis;

I : intensidade medida do som;

I_0 : menor intensidade audível pelo ouvido humano (referência padrão).

Cada aumento de 10 dB corresponde a uma percepção de som 10 vezes mais intenso (ANDRADE, 2023, p. 56).

Exemplo:

60 dB é 10 vezes mais intenso que 50 dB.

70 dB é 100 vezes mais intenso que 50 dB.

Na produção musical, softwares utilizam escalas logarítmicas para ajustar volume, equalizar frequências e comprimir dinâmicas, já que o ouvido percebe o som logaritmicamente (Andrade, 2023, p. 57).

5.2.1 Escala de Decibel

APÊNDICE A-IV – Questionário final



Curso: LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

2025.1

Disciplina: TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO II

Pesquisadores: MELISSA FERREIRA MOTA E SAMUEL PEREIRA DE BRITO

ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES

NOME: _____ DATA: __/__/__

Questionário final

1. Resolver multiplicações grandes sem calculadora ajudou você a perceber a dificuldade que motivou a criação dos logaritmos?

☐ Sim ☐ Não

2. A atividade investigativa com a tabela de PA e PG facilitou a compreensão da ideia por trás dos logaritmos?

☐ Sim ☐ Não ☐ Parcialmente

3. O experimento com a escala de decibéis (som) contribuiu para relacionar os logaritmos com a percepção humana de intensidade sonora?

☐ Sim ☐ Não ☐ Parcialmente

4. Entre as aplicações vistas (Escala Richter, pH, Decibéis, Música), qual você achou mais interessante?

- ☐ Escala Richter (Terremotos)
☐ Escala de pH (Química)
☐ Escala de Decibéis (Som/Música)

5. Você considera que, depois da aula, entende melhor por que logaritmos foram criados?

☐ Sim ☐ Não ☐ Mais ou menos

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

APÊNDICE B – Materiais utilizados em sala de aula

APÊNDICE B-I – Apresentação de slides

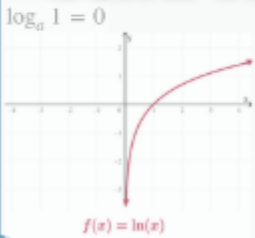


INSTITUTO FEDERAL
Fluminense



GOVERNO FEDERAL
BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

A Evolução do Conceito de Logaritmo e suas Aplicações: Uma Abordagem Investigativa



$\log_a 1 = 0$

$f(x) = \ln(x)$

Licenciandos: Melissa Mota e Samuel Pereira
Orientadora: Prof^a. Me. Carla Antunes Fontes

$\log_a a = 1$

$\text{Log}_a b = x$

Base ←

Logaritmando ←

Logaritmo ←

2025.1

1. Introdução

1.1 O contexto histórico e a motivação prática

- Avanços na astronomia e navegação e dificuldade para fazer cálculos extensos e complicados;
- O método de Prostaferese e as fórmulas trigonométricas;
- Surgimento dos logaritmos;
- Principais nomes: Napier, Burgi, Briggs;
- Briggs lança sua obra "Os Primeiros Mil Logaritmos" em 1617 e "Aritmética Logarítmica" em 1624;
- Contribuições de Euler.





2

2. Atividade proposta

Efetando cálculos sem o auxílio da calculadora

Efetue $2,5325 \times 40,5716$ utilizando apenas lápis e borracha, na área delimitada abaixo.

Registre:

- Tempo gasto:
- Quais dificuldades você encontrou?
- Que estratégias usou?

3

2. Atividade proposta

Efetando cálculos sem o auxílio da calculadora

Efetue $2,5325 \times 40,5716$ utilizando apenas lápis e borracha, na área delimitada abaixo.

Registre:

- Tempo gasto
- Quais dificuldades você encontrou?
- Que estratégias usou?

Resolução:

$$\begin{array}{r}
 2,5325 \\
 \times 40,5716 \\
 \hline
 151950 \\
 25325 \\
 + \quad 177275 \\
 \quad 126625 \\
 \quad 00000 \\
 \hline
 101300 \\
 \hline
 102,74757700
 \end{array}$$

4

3. Método de Prostaferese

- Ideia: usar trigonometria para converter multiplicações em somas;

Fórmulas trigonométricas:

$$2 \cos A \cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$$

$$2 \sin A \cos B = \sin(A + B) + \sin(A - B)$$

$$2 \cos A \sin B = \sin(A + B) - \sin(A - B)$$

$$2 \sin A \sin B = \cos(A - B) - \cos(A + B)$$

Figura 1 -Tabela trigonométrica

Ângulos em graus	Seno	Cosseno	Tangente
1°	0,0175	0,9998	0,0175
2°	0,0349	0,9994	0,0349
3°	0,0523	0,9986	0,0524
⋮	⋮	⋮	⋮
24°	0,4067	0,9135	0,4452
25°	0,4226	0,9063	0,4663
⋮	⋮	⋮	⋮
64°	0,8988	0,4384	2,0503
65°	0,9063	0,4226	2,1445
⋮	⋮	⋮	⋮

Fonte: Elaboração própria

5

3. Método de Prostaferese

Exemplo:

$$8\,768 \times 9\,063$$

6

3. Método de Prostaférese

Exemplo:

8768 x 9063

Passo 1

8.768 $\rightarrow \cos A = 0,4384$

9.063 $\rightarrow \cos B = 0,9063$

7

3. Método de Prostaférese (Cont.)

Exemplo:

8768 x 9063

Passo 1

8.768 $\rightarrow \cos A = 0,4384$

9.063 $\rightarrow \cos B = 0,9063$

Passo 2

Consulta à tabela trigonométrica:

$\cos A = 0,4384 \rightarrow A \approx 64^\circ$

$\cos B = 0,9063 \rightarrow B \approx 25^\circ$

8

3. Método de Prostaférese (Cont.)

Exemplo:

$$8768 \times 9063$$

Passo 1

$$8.768 \rightarrow \cos A = 0,4384$$

$$9.063 \rightarrow \cos B = 0,9063$$

Passo 2

Consulta à tabela trigonométrica:

$$\cos A = 0,4384 \rightarrow A \approx 64^\circ$$

$$\cos B = 0,9063 \rightarrow B \approx 25^\circ$$

Passo 3

Aplicando a fórmula:

$$2 \cos A \cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$$

$$2 \cos 64^\circ \cos 25^\circ = \cos 89^\circ + \cos 39^\circ$$



9

3. Método de Prostaférese (Cont.)

Exemplo:

$$8768 \times 9063$$

Passo 1

$$8.768 \rightarrow \cos A = 0,4384$$

$$9.063 \rightarrow \cos B = 0,9063$$

Passo 2

Consulta à tabela trigonométrica:

$$\cos A = 0,4384 \rightarrow A \approx 64^\circ$$

$$\cos B = 0,9063 \rightarrow B \approx 25^\circ$$

Passo 3

Aplicando a fórmula:

$$2 \cos A \cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$$

$$2 \cos 64^\circ \cos 25^\circ = \cos 89^\circ + \cos 39^\circ$$

Passo 4

Usando a tabela:

$$\cos 89^\circ \approx 0,0175$$

$$\cos 39^\circ \approx 0,7771$$

$$\text{Soma: } 0,7946$$



10

3. Método de Prostaférese (Cont.)

Exemplo:

$$8768 \times 9063$$

Passo 1

$$8.768 \rightarrow \cos A = 0,4384$$

$$9.063 \rightarrow \cos B = 0,9063$$

Passo 2

Consulta à tabela trigonométrica:

$$\cos A = 0,4384 \rightarrow A \approx 64^\circ$$

$$\cos B = 0,9063 \rightarrow B \approx 25^\circ$$

Passo 3

Aplicando a fórmula:

$$2 \cos A \cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$$

$$2 \cos 64^\circ \cos 25^\circ = \cos 89^\circ + \cos 39^\circ$$

Passo 4

Usando a tabela:

$$\cos 89^\circ \approx 0,0175$$

$$\cos 39^\circ \approx 0,7771$$

$$\text{Soma: } 0,7946$$

Passo 5

Ajustando escala:

$$(0,8768 \times 0,9063) \times 10^8 \approx 0,7946 \times 10^8$$

$$\checkmark \text{ Resultado: } 79.460\,000$$

11

4. Atividade investigativa

12

5. Generalização

Figura 2 - Generalizando a multiplicação

P.G.	P.A.
0	0
q	r
q ²	2r
q ³	3r
q ⁴	4r
q ⁵	5r
q ⁶	6r
⋮	⋮

Fonte: Elaboração própria

13

5. Generalização (Cont.)

Figura 3 - Generalizando a divisão

P.G.	P.A.
0	0
q	r
q ²	2r
q ³	3r
q ⁴	4r
q ⁵	5r
q ⁶	6r
⋮	⋮

Fonte: Elaboração própria

14

6. Logaritmos: De progressões a contribuições de Napier

Figura 4 -Tabela Logarítmica

x	$\log_3 x$
1	0
3	1
9	2
27	3
81	4
243	5
729	6

Fonte: Elaboração própria

15

7. Aplicações

Escala Linear

Dois intervalos de iguais comprimentos em um eixo correspondem a diferenças iguais entre seus respectivos pares de extremos.

Exemplo: a distância entre 0 e 1 é a mesma entre 7 e 8.

Outros exemplos de escalas lineares são a fita métrica, a trena e a régua

Figura 5 - Eixo com Escala Linear



Fonte: Andrade, 2023.

16

7. Aplicações

Escala Logarítmica

Os números são representados como potências de uma base fixa e os expoentes são usados como valores para demarcar os intervalos de igual comprimento no eixo.

Como os valores aumentam exponencialmente, a dois intervalos de iguais comprimentos em um eixo, correspondem diferenças distintas entre seus respectivos pares de extremos.

Figura 6 - Eixo com Escala Logarítmica



Fonte: Andrade, 2023.

17

7. Aplicações

7.1 Gerais:

7.1.1 Escala Richter

► Desenvolvida por Charles F. Richter e Beno Gutenberg, em 1935.

$$I = \frac{2}{3} \cdot \log \frac{E}{E_0}$$

I: varia de 0 a 9;

E: energia liberada em Kw/h

$E_0: 7 \cdot 10^{-3}$ Kw/h

Figura 7 - Escala de magnitude de terremotos



Fonte: Brasil escola

18

7. Aplicações (Cont.)

7.1 Gerais:

7.1.2 Escala de pH

► Desenvolvida por Peter Lauritz Sorensen em 1909.

$$pH = -\log[H^+]$$

Soluções ácidas

- 0 a 1: Ácido estomacal e ácido de baterias;
- 2 a 3: Suco de laranja e limão;
- 4 a 6: leite, café e tomate;

Solução neutra

- 7: Água pura;

Soluções alcalinas

- 8 a 9: Água do mar, bicarbonato de sódio;
- 10 a 12: Comprimido estomacal, sabão;
- 13 a 14: Água sanitária, soda cáustica.

19

7. Aplicações (Cont.)

7.2 Música

Escala de decibéis:

Escala desenvolvida pelo cientista escocês e inventor do telefone, Alexander Graham Bell (1847-1922)

Figura 8 - Escala de nível x percepção sonora



Fonte: Portal da produção

20

7. Aplicações (Cont.)

- ▶ **Som** - vibração que se propaga no ar;
- ▶ **Intensidade** - energia da vibração;
- ▶ **Percepção** - logarítmica.

21

7. Aplicações (Cont.)

- ▶ Fórmula decibéis

$$L = 10 \cdot \log(I / I_0)$$

L = nível de som em dB;
I = intensidade do som;
I₀ = intensidade mínima audível.

- ▶ interpretação da escala de decibéis

22

7. Aplicações (Cont.)

► Link de acesso para música

<https://www.youtube.com/watch?v=UxvTdW9CLfl>

23

7. Aplicações (Cont.)

Figura 9 - Escala de decibéis

	I (watt/m ²)	dB (Decibéis)	
Avião a jato a 30m	10	130	Limiar de dor
Turbina de avião a 7 m	1	120	
Trovão	0,1	110	Show de rock
Motor de Caminhão	0,01	100	
Picos muito fortes de música	0,001	90	Música Clássica
Tráfego (carros)	0,0001	80	
Média de uma fábrica	0,00001	70	Conversa normal
Escritório ruidoso	0,000001	60	
Média de um escritório	0,0000001	50	Sala silenciosa
Média de uma residência	0,00000001	40	
Brisa entre as árvores	0,000000001	30	Estúdio de gravação
	0,0000000001	20	
	0,00000000001	10	
	0,000000000001	0	Limiar de audição

Fonte: Andrade, 2023.

24

7. Aplicações (Cont.)

► Link de acesso: Limiar da dor auditiva

<https://www.instagram.com/reel/DNMF2cWhXO9/?l=1>

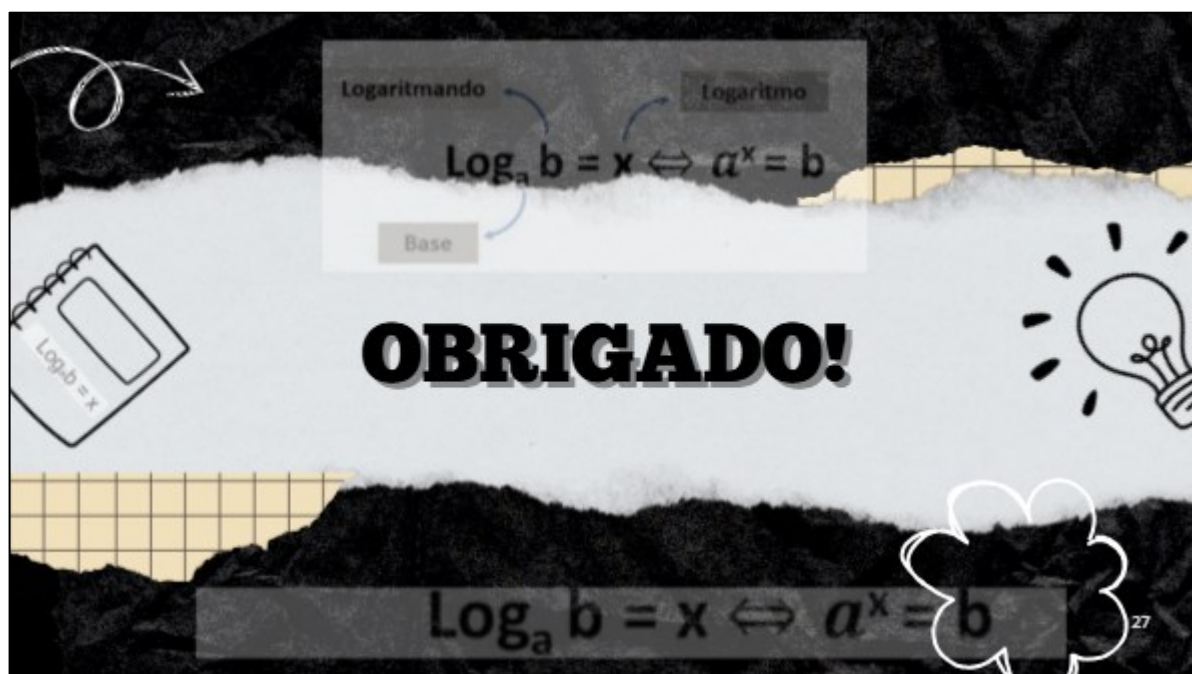
25

Referências

ANDRADE, Érico Felinto de. **Uma proposta para o aprofundamento do ensino de logaritmos: as escalas logarítmicas**. 2023. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2023. Disponível em: <https://dspace.sti.ufcg.edu.br/jspui/bitstream/riufcg/33257/1/%c3%89RICO%20FELINTRO%20DE%20ANDRADE%20-%20DISSERTA%c3%87%c3%83O%20%28PROFMAT%29%202023.pdf>. Acesso em: 02 ago. 2025.

SILVA, Rodrigo Felipe da. **Função exponencial e logarítmica**. 2016. 118 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Presidente Prudente, 2016. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/f23d9a12-5780-4e7c-a7b2-a3013ddb2533/content>. Acesso em: 02 ago. 2025.

26



APÊNDICE B-II – Apostila I



Curso: LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

2025.1

Disciplina: TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO II

Pesquisadores: MELISSA FERREIRA MOTA E SAMUEL PEREIRA DE BRITO

ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES

NOME: _____ DATA: __/__/__

Apostila I

Descobrimos relações entre operações com termos de uma P.A. e de uma P.G.

1. Efetuando cálculos sem o auxílio da calculadora

Efetue $2,5325 \times 40,5716$ utilizando apenas lápis e borracha, na área delimitada abaixo.

Registre:

Tempo gasto: _____

Quais dificuldades você encontrou?

Que estratégias usou?

2. Atividade Investigativa

Linha	PG	PA
1ª	1	0
2ª	2	3
3ª	4	6
4ª	8	9
5ª	16	12
6ª	32	15
7ª	64	18
8ª	128	21
9ª	256	24
10ª	512	27
11ª	1024	30
12ª	2048	33
13ª	4096	36
14ª	8192	39
15ª	16384	42
16ª	32768	45
17ª	65536	48
18ª	131072	51
19ª	262144	54
20ª	524288	57
21ª	1048576	60
22ª	2097152	63
⋮	⋮	⋮

a) Na coluna da P.G., multiplique o termo da linha 5 pelo termo da linha 11 e registre o resultado obtido.

b) Na coluna da P.A., some o termo da linha 5 com o termo da linha 11. Qual foi o resultado?

c) Os resultados obtidos nos itens anteriores estão na tabela? Na mesma linha ou em linhas diferentes?

d) O que você consegue observar a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.

e) Na coluna da P.G., divida o termo da linha 22 pelo termo da linha 10 e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha ele se encontra.

f) Na coluna da P.A., efetue a subtração do termo da linha 22 pelo termo da linha 10 e veja se o resultado está na tabela. Caso esteja, anote em qual linha.

g) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (e) e (f)? Tente explicar com suas palavras.

h) Agora, utilizando a tabela e o que você observou, encontre o resultado de cada operação, sem efetuar os cálculos da maneira convencional.

(i) $256 \times 2048 =$

(ii) $\frac{1048576}{64} =$

(iii) $128^2 =$

(iv) $\sqrt{256} =$

3. Generalizando as relações observadas

Generalizando a multiplicação

P.G.	P.A.
1	0
q	r
q^2	2r
q^3	3r
q^4	4r
q^5	5r
q^6	6r
⋮	⋮

$$q^2 \times q^3 = q^5$$

$$2r + 3r = 5r$$

Generalizando a divisão

P.G.	P.A.
1	0
q	r
q^2	2r
q^3	3r
q^4	4r
q^5	5r
q^6	6r
⋮	⋮

$$q^6 \div q^4 = q^2$$

$$6r - 4r = 2r$$

Referências

CERGOLI, Daniel. *Ensino de logaritmos por meio de investigações matemáticas em sala de aula*. Dissertação de Mestrado – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-29112017-171710/publico/Daniel_Cergoli.pdf. Acesso em:

SOARES, Leite Igor. *História da Matemática no ensino de Logaritmos*. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Campos dos Goytacazes, 2017.

APÊNDICE B-III – Apostila II

Curso: LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

2025.1

Disciplina: TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO II

Pesquisadores: MELISSA FERREIRA MOTA E SAMUEL PEREIRA DE BRITO

ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES

NOME: _____ DATA: __/__/__

Apostila II**1. Logaritmos: De Progressões à Contribuição de Napier.**

Uma tabela de logaritmos é uma tabela organizada com uma P.G. de primeiro termo igual a 1 na primeira coluna e uma P.A. de primeiro termo igual a 0 e razão igual a 1 na segunda coluna. Nessa tabela, para cada termo da P.G. associa-se um termo da P.A., que representa seu logaritmo.

Em outras palavras, o termo da P.A. é o logaritmo do termo da P.G. correspondente. O termo da P.G. que aparece na mesma linha em que está o "1" da P.A. é chamado de base do logaritmo.

Por exemplo, na tabela abaixo, temos alguns logaritmos de base 3:

x	$\log_3 x$
1	0
3	1
9	2
27	3
81	4
243	5
729	6

Observe que o logaritmo de 9 na base 3 é igual a 2, ou seja, 2 é o expoente ao qual se deve elevar 3 para obter 9. Isso pode ser representado por $\log_3 9 = 2 \Leftrightarrow 3^2 = 9$.

O logaritmo de 243 na base 3 é igual a 5, ou seja, 5 é o expoente ao qual se deve elevar 3 para obter 243. Isso pode ser representado por $\log_3 243 = 5 \Leftrightarrow 3^5 = 243$.

Do mesmo modo, dizemos que o logaritmo de 1 na base 3 é igual a 0, e representamos $\log_3 1 = 0$.

É claro que nem todos os logaritmos serão números inteiros, mas a ideia inicial para a criação do conceito de logaritmo foi justamente a observação das relações entre as operações realizadas entre termos de uma P.G. e de uma P.A.

2. Aplicações atuais

2.1 Gerais

Antes de falar sobre as escalas logarítmicas, vamos entender a diferença entre escala linear e escala logarítmica.

Uma escala linear é um sistema de medição ou representação que segue uma progressão constante e uniforme de um valor para outro.

Nesse tipo de escala, dois intervalos de iguais comprimentos em um eixo correspondem a diferenças iguais entre seus respectivos pares de extremos. Assim, a distância de uma unidade de medida entre os pontos 0 e 1 é a mesma entre os pontos 7 e 8. Alguns exemplos de escala linear são: régua escolar e fita métrica.

A escala logarítmica, por sua vez, é aquela na qual os números são representados como potências de uma base fixa, sendo os expoentes usados como valores para demarcar os intervalos de igual comprimento no eixo. Porém, como nesse tipo de escala os valores aumentam exponencialmente, a dois intervalos de iguais comprimentos em um eixo, correspondem diferenças distintas entre seus respectivos pares de extremos.

As escalas logarítmicas são usadas quando todas as medidas de uma grandeza são positivas e tomam valores em uma ampla faixa, desde valores muito pequenos a muito grandes.

2.1.1 Escala Richter

A escala Richter é a escala logarítmica mais conhecida e utilizada para determinar a intensidade de terremotos. Foi desenvolvida no Instituto de Tecnologia da Califórnia (Caltech) por Charles Francis Richter e Beno Gutenberg, em 1935.

Acompanhe a tabela que mostra os efeitos das diferentes magnitudes dos terremotos:

Figura 1 - Escala Richter

<i>Magnitude Richter</i>	<i>Efeitos</i>
Menor que 3,5	Geralmente não sentidos, mas gravados.
Entre 3,5 e 5,4	Às vezes sentidos, mas raramente causam danos
Entre 5,5 e 6,0	No máximo causam pequenos danos a prédios bem construídos, mas podem danificar seriamente casas mal construídas em regiões próximas.
Entre 6,1 e 6,9	Podem ser destrutivos em áreas em um raio de até 100km do epicentro.
Entre 7,0 e 7,9	Grandes terremotos. Podem causar sérios danos numa grande faixa.
8,0 ou mais	Enormes terremotos. Podem causar grandes danos em muitas áreas mesmo que estejam a centenas de quilômetros.

Fonte: Andrade, 2023.

Para calcular a energia liberada por um terremoto, usamos a seguinte fórmula:

$$I = \frac{2}{3} \cdot \log \frac{E}{E_0}$$

sendo:

I : varia de 0 a 9;

E : energia liberada em Kw/h;

E_0 : $7 \cdot 10^{-3}$ Kw/h.

2.1.2 Escala de pH

A escala de pH mede o grau de acidez ou basicidade de uma solução. Trata-se de uma escala logarítmica, pois pequenas variações no pH representam grandes variações na concentração de íons hidrogênio.

A fórmula utilizada é:

$$\text{pH} = -\log[H^+]$$

Isso significa que uma diferença de 1 unidade no pH representa uma variação de 10 vezes na acidez. Por exemplo, uma solução com pH 4 é 10 vezes mais ácida que outra com pH 5.

A escala varia de 0 a 14:

- $\text{pH} < 7 \rightarrow$ solução ácida
- $\text{pH} = 7 \rightarrow$ solução neutra

- $\text{pH} > 7 \rightarrow$ solução básica

A escala de pH é um exemplo claro de como os logaritmos estão presentes em situações cotidianas, sendo fundamentais para representar grandezas que se comportam de forma exponencial (Andrade, 2023).

2.2 Música

O som é uma vibração que se propaga pelo ar e chega aos nossos ouvidos. A intensidade com que ele é percebido está diretamente ligada à quantidade de energia transportada pela onda sonora. No entanto, essa percepção não ocorre de forma linear, mas sim logarítmica.

Em outras palavras, dobrar a intensidade de um som não nos dá a sensação de que o volume dobrou — nosso cérebro interpreta essas variações de forma proporcional ao logaritmo da intensidade (Andrade, 2023).

Por isso, usamos a escala de decibéis (dB), baseada em logaritmos, para medir o volume sonoro de forma mais próxima da percepção humana.

A fórmula é:

$$L = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

sendo:

L : nível de intensidade sonora em decibéis;

I : intensidade medida do som;

I_0 : menor intensidade audível pelo ouvido humano (referência padrão).

Cada aumento de 10 dB corresponde a uma percepção de som 10 vezes mais intenso (Andrade, 2023, p. 56).

Exemplo:

60 dB é 10 vezes mais intenso que 50 dB.

70 dB é 100 vezes mais intenso que 50 dB.

Na produção musical, softwares utilizam escalas logarítmicas para ajustar volume, equalizar frequências e comprimir dinâmicas, já que o ouvido percebe o som logaritmicamente (Andrade, 2023).

2.2.1 Escala de Decibel

O decibel (dB) é uma unidade criada para mensurar a intensidade do som, utilizada para descrever esta ampla gama de fenômenos sonoros.

Devido à ampla variação na intensidade absoluta dos sons, a unidade dB é definida em termos de uma escala logarítmica.

Os decibéis são classificados da seguinte forma:



Fonte: Andrade, 2023.

Referências:

ANDRADE, Érico Felinto de. **Uma proposta para o aprofundamento do ensino de logaritmos: as escalas logarítmicas**. 2023. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2023. Disponível em: <https://dspace.sti.ufcg.edu.br/jspui/bitstream/ruiufcg/33257/1/%c3%89RICO%20FELINTRO%20DE%20ANDRADE%20-%20DISSERTA%c3%87%c3%83O%20%28PROFMAT%29%202023.pdf>. Acesso em: 02 ago. 2025.

SILVA, Rodrigo Felipe da. **Função exponencial e logarítmica**. 2016. 118 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Presidente Prudente, 2016. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/f23d9a12-5780-4e7c-a7b2-a3013ddb2533/content>. Acesso em: 02 ago. 2025.

APÊNDICE B-IV – Questionário final



Curso: LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

2025.1

Disciplina: TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO II

Pesquisadores: MELISSA FERREIRA MOTA E SAMUEL PEREIRA DE BRITO

ORIENTADORA: CARLA ANTUNES FONTES

NOME: _____ DATA: ____/____/____

Questionário final

1. Resolver multiplicações grandes sem calculadora ajudou você a perceber a dificuldade que motivou a criação dos logaritmos?

☐ Sim ☐ Não

2. A atividade investigativa com a tabela de PA e PG facilitou a compreensão da ideia por trás dos logaritmos?

☐ Sim ☐ Não ☐ Parcialmente

3. O experimento com a escala de decibéis (som) contribuiu para relacionar os logaritmos com a percepção humana de intensidade sonora?

☐ Sim ☐ Não ☐ Parcialmente

4. Entre as aplicações vistas (Escala Richter, pH, Decibéis, Música), qual você achou mais interessante?

- ☐ Escala Richter (Terremotos)
☐ Escala de pH (Química)
☐ Escala de Decibéis (Som/Música)

5. Você considera que, depois da aula, entende melhor por que logaritmos foram criados?

☐ Sim ☐ Não ☐ Mais ou menos

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

APÊNDICE B-V – Respostas dos alunos

d) O que você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.

Observar que os resultados de encontrar a mesma coisa de um lado e de outro.

d) O que você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.

A P.A. é feita de uma forma mais fácil e o resultado é da mesma linha da P.G.

d) O que você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.

*A TABELA P.A É A MULTIPLICAÇÃO DE 3
A TABELA P.G O NÚMERO POR 2 (Resultado)*

g) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (e) e (f)? Tente explicar com suas palavras.

Há uma relação entre os resultados, por se tratarem de múltiplos.

d) O que você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.

Uma foi multiplicação, outra soma e a última era na mesma linha.

g) Você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (e) e (f)? Tente explicar com suas palavras.

sim, que os contrários de dividir e multiplicar e o contrários de somar e subtrair.

d) O que você consegue observar algo a partir dos resultados dos itens (a), (b) e (c)? Tente explicar com suas palavras.

Observar que ambos estão na mesma linha, e dentro da tabela, nos dois cálculos.

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

A relação entre a escala de decibéis com logaritmo

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

A forma em que o som muito alto pode atrapalhar.

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

A forma dinâmica das aulas.

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

A facilidade de resolver a multiplicação com a tabela.

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

O que mais me chamou atenção foi que não coisas tão fáceis que
muitas vezes colocamos dificuldades

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

sobre sons como +60 é 100000 mais alto.

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

na Abertura atenção foram os novos professores e as escolas sobre
o terremoto.

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

o fato de como uma variação "pequena" é maior do que parece.

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

A dinâmica da aula foi muito boa.

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

Gostei da forma que os professores regiram o aula.

6. Em uma frase curta, escreva o que mais chamou sua atenção nesta aula:

O experimento da pom.

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

Mostrar mais de forma prática como funciona essa ligação entre a escala com legitimo

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

trazer⁺ exemplos dos sons, e os prejuizos para a Saúde Humana

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

Colocar mais exemplos dos temas de auto

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

Não. Achei a atividade bem legal e dinâmica.

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

mais teoria e mais dias explicando coisas

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

poderia ter mais atividades práticas.
gostei da aula! :)

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

Ir com um pouco mais de calma.

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

Gostei de aprender sobre logaritmos e ia amar que tives-
se mais vezes com certeza.

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

mais aplicações de atividades de log.

7. Você tem alguma sugestão para melhorar esta atividade?

Está ótima.