

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CAROLINA ROZA VIEIRA
PALOMA GOMES MONTEIRO

**AS CONTRIBUIÇÕES DO GEOGEBRA PARA O ESTUDO DA FUNÇÃO
QUADRÁTICA**

Campos dos Goytacazes/ RJ

Outubro – 2025

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CAROLINA ROZA VIEIRA
PALOMA GOMES MONTEIRO

**AS CONTRIBUIÇÕES DO GEOGEBRA PARA O ESTUDO DA FUNÇÃO
QUADRÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos
Centro, como requisito parcial para conclusão do
Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Romulo Mussel

Campos dos Goytacazes/RJ

Outubro – 2025

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

V714c

Vieira, Carolina Roza
AS CONTRIBUIÇÕES DO GEOGEBRA PARA O ESTUDO DA
FUNÇÃO QUADRÁTICA. / Carolina Roza Vieira, Paloma Gomes Monteiro -
2025.

73 f.: il. color.

Orientador: Romulo Mussel

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro,
Curso de Licenciatura em Matemática, Campos dos Goytacazes, RJ, 2025.

Referências: f. 59 a 61.

1. Função quadrática. 2. Geogebra. 3. Teoria dos Registros de
Representação Semiótica. 4. Aprendizagem Significativa. I. Monteiro, Paloma
Gomes. II. Mussel, Romulo, orient. III. Título.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE
Campus Campos Centro
RUA DOUTOR SIQUEIRA, 273, PARQUE DOM BOSCO, CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ, CEP 28030130
Fone: (22) 2726-2903, (22) 2726-2906

PARECER 7/2025 - CACLMCC/DAESLCC/DIRESLCC/DIRACADCC/DGCCENTRO/IFFLU
3 de dezembro de 2025

CAROLINA ROZA VIEIRA
PALOMA GOMES MONTEIRO

AS CONTRIBUIÇÕES DO GEOGEBRA PARA O ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 25 de setembro de 2025.

Banca Examinadora:

Carla Antunes Fontes
Mestre em Matemática Aplicada/ UFRJ
IFFluminense *Campus* Campos Centro

Flávia Peixoto Faria

Romulo Mussel (Orientador)
Mestre em Matemática/IMPA
IFFluminense *Campus* Campos Centro

COORDENACAO ACADEMICA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA

Documento assinado eletronicamente por:

- **Romulo Mussel**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 03/12/2025 17:08:56.
- **Flavia Peixoto Faria**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 04/12/2025 08:10:49.
- **Carla Antunes Fontes**, COORDENADOR(A) - FUC0001 - CLMCC, COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA, em 04/12/2025 21:52:05.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 03/12/2025. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.iff.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 706205
Código de Autenticação: 4e4cccc90b



AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradecemos a Deus, fonte de força e esperança em todos os momentos desta trajetória. Somos imensamente gratas aos nossos familiares pelo apoio, aos amigos e colegas pela companhia e incentivo, e aos professores que fizeram parte dessa nossa caminhada.

RESUMO

Ensinar funções costuma ser um desafio, pois exige abstração e habilidades analíticas por parte dos alunos. Nesse cenário, o uso do *software* GeoGebra, de forma a tornar o aprendizado mais dinâmico e significativo, constitui uma alternativa relevante. Este trabalho possui como questão norteadora: “Quais são as contribuições do uso do GeoGebra no estudo da análise e construção de gráfico de função quadrática no Ensino Médio?” e, para responder a essa pergunta, estabelece como objetivo geral investigar as contribuições decorrentes da utilização do *software* GeoGebra no processo de análise e construção de gráficos de funções quadráticas no Ensino Médio. A pesquisa adota abordagem qualitativa, tendo como público-alvo alunos do 2º e 3º ano do Ensino Médio. Os dados foram coletados a partir da observação, anotações no diário de campo, respostas das atividades propostas e entrevista em grupo. A sequência didática elaborada apoia-se no uso do GeoGebra como recurso de tecnologia digital e inspira-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, que valoriza o uso de diferentes formas de representação Matemática como meio de favorecer a aprendizagem, e na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, que destaca a importância de relacionar novos conhecimentos aos saberes prévios dos alunos para promover uma compreensão mais profunda e duradoura. A aplicação da sequência ocorreu em quatro tempos de aula, em uma escola da rede estadual de ensino, localizada no município de Campos dos Goytacazes/RJ, e evidenciou que o GeoGebra, aliado a uma proposta pedagógica bem estruturada, pode potencializar a aprendizagem da função quadrática.

Palavras-chave: Função Quadrática. GeoGebra. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Aprendizagem Significativa

ABSTRACT

Teaching functions is often a challenge, as it requires abstraction and analytical skills from students. In this context, the use of GeoGebra software, in order to make learning more dynamic and meaningful, represents a relevant alternative. This work is guided by the following question: “What are the contributions of using GeoGebra in the study of the analysis and construction of quadratic function graphs in High School?” To answer this question, the general objective is to investigate the contributions arising from the use of GeoGebra software in the process of analyzing and constructing graphs of quadratic functions in High School. The research adopts a qualitative approach, in the form of a pedagogical intervention, targeting 2nd- and 3rd-year High School students. Data were collected through observation, notes in the field diary, students’ responses to proposed activities, and group interviews. The didactic sequence developed is based on the use of GeoGebra as a digital technology resource and is inspired by Raymond Duval’s Theory of Semiotic Representation Registers, which emphasizes the use of different forms of mathematical representation as a means to foster learning, and by David Ausubel’s Theory of Meaningful Learning, which emphasizes the importance of relating new knowledge to students’ prior knowledge to promote deeper and longer-lasting understanding. The sequence was implemented over four class periods in a state public school located in the municipality of Campos dos Goytacazes/RJ, and the results showed that GeoGebra, combined with a well-structured pedagogical proposal, can enhance the learning of quadratic functions.

Keywords: Quadratic Function. GeoGebra. Theory of Registers of Semiotic Representation. Meaningful Learning

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tipos de transformação de representações semióticas.....	19
Figura 2 – Ensino potencialmente significativo.....	22
Figura 3 – Exemplo de função.....	26
Figura 4 – Exemplo para determinar os zeros da função.....	27
Figura 5 – Applet 1.....	28
Figura 6 – Applet 2.....	31
Figura 7 – Applet 3.....	31
Figura 8 – Exemplo da forma fatorada.....	32
Figura 9 – Exemplo da forma canônica.....	33
Figura 10 – Applet 4.....	33
Figura 11 – Applet 5.....	34
Figura 12 – Exercício 1.....	34
Figura 13 – Exercício 2.....	35
Figura 14 – Exercício 3.....	36
Figura 15 – Exercício 4.....	37
Figura 16 – Licenciandos no teste exploratório.....	40
Figura 17 – Alunos na sala da aplicação da sequência didática.....	45
Figura 18 – Alunas utilizando o GeoGebra.....	48
Figura 19 – Aplicação da sequência didática.....	50
Figura 20 – Resolução do exercício 1 por um aluno.....	50
Figura 21 – Resolução do exercício 1 pela aluna.....	51
Figura 22 – Roteiro para esboço do gráfico.....	53
Figura 23 – Esboço do gráfico de um aluno.....	53

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático	18
Quadro 2 – Recursos digitais utilizados.....	25

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 REVISÃO DA LITERATURA	13
2.1 Tecnologia Digital No Ensino Da Matemática	13
2.1.1 GeoGebra	15
2.2 Teoria dos Registros de Representação Semiótica	17
2.3 Teoria da Aprendizagem Significativa	20
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	23
3.1 Caracterização da pesquisa	23
3.2 Elaboração da Sequência Didática	24
3.3 Teste exploratório	37
3.4 Roteiro da Entrevista em Grupo	38
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	40
4.1 Teste exploratório	40
4.1.1 Definição da função quadrática	41
4.1.2 Zeros da função	41
4.1.3 Máximos e mínimos da função quadrática	41
4.1.4 Forma fatorada	41
4.1.5 Forma canônica	42
4.1.6 Atividades	42
4.2 Implementação da Proposta Didática	44
4.2.1 Aplicação da Sequência Didática	44
4.2.2 Entrevista em Grupo	54
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	56
REFERÊNCIAS	59
APÊNDICES	62

1 INTRODUÇÃO

O estudo de funções quadráticas é um conteúdo presente no currículo da Educação Básica. Fornecendo uma base para diversos conceitos matemáticos, tem aplicações práticas em várias disciplinas, desenvolve habilidades analíticas e prepara os alunos para estudos avançados, conforme orienta a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018).

Lopes (2013) salienta que o estudo das funções quadráticas é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio algébrico e geométrico dos alunos. A compreensão desse conceito permite aos estudantes explorar relações matemáticas de forma mais profunda e aplicar esses conhecimentos em diversas situações práticas. Além disso, as funções quadráticas têm relevância no mundo real, sendo essenciais em tecnologia, economia, engenharia e outros campos. Trabalhar funções requer o uso de diversas estratégias para conduzir o aluno na formação deste conceito matemático, Braga (2006) destaca ser crescente a importância dada às diferentes formas de representação para que sejam feitas relações com outras áreas da Matemática, além de outras ciências e situações do dia a dia dos alunos. O autor diz que:

O avanço do educando em direção a um conhecimento maior do conceito de função deverá levá-lo a uma compreensão melhor do seu dia-a-dia, disponibilizando-lhe ferramentas úteis ao exercício de sua cidadania como, por exemplo, o reconhecimento de variáveis em situações do cotidiano e o estabelecimento de relações entre elas. Esse alcance confere ao referido conteúdo uma relevância incontestável na matemática escolar. (Braga, 2006, p. 17)

O tema deste trabalho foi escolhido após as autoras refletirem sobre os tópicos em que apresentaram dificuldade tanto no Ensino Médio quanto no Ensino Superior. O conceito de função, sua análise gráfica e a conversão da linguagem algébrica para a gráfica foram revistos na disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar I do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense (IFF) e as autoras precisaram se dedicar muito para alcançar os objetivos da disciplina, utilizando o *software* GeoGebra como recurso. Além disso, busca-se ajudar aqueles que desejam explorar o GeoGebra como uma ferramenta motivadora para o ensino de função quadrática, tendo como objetivo apresentar atividades que tornem a compreensão dos conteúdos, especialmente os conceitos de funções e sua análise gráfica, mais dinâmica e envolvente.

Cerqueira, Pires e Madruga, (2019) relatam que

Muitos alunos têm concluído o Ensino Médio sem possuir um domínio consistente da noção de função, em especial, a função quadrática, e acabam por chegar ao Ensino Superior sem terem o domínio do conteúdo e habilidades suficientes para resolver problemas relacionados a esse tema. Essa dificuldade na aquisição dos

conhecimentos e da compreensão do conceito de função é tema de pesquisas que visam compreender a causa das dificuldades na aprendizagem e propor possibilidades de superação (Cerqueira; Pires; Madruga, 2019, p.139).

Buene e Munguambe (2024) explicam que as dificuldades que os alunos demonstram na compreensão de assuntos relacionados ao ensino e aprendizagem de função quadrática são crescentes e aparentemente geradas pela ausência de motivação, aulas insípidas e desconectadas do cotidiano. Para os autores, a ausência de materiais básicos, condições inadequadas das salas de aula e a superlotação são elementos que podem ser considerados desmotivadores.

A decisão de criar uma sequência didática utilizando o GeoGebra foi tomada porque as autoras enxergam as tecnologias digitais como uma ferramenta, que quando bem utilizada, favorece o processo de aprendizagem. Felipe e Vieira (2019) declaram que a realização de atividades no GeoGebra possibilita que os alunos reflitam sobre os conceitos, propriedades e interpretação gráfica da função quadrática e, além disso, a visualização simultânea das representações gráfica e algébrica favorece a compreensão.

Ao analisar a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) constata-se que os estudantes do Ensino Médio devem ter a habilidade de converter representações algébricas de funções quadráticas para representações geométricas, recorrendo ou não a recursos tecnológicos de álgebra e geometria dinâmica (Brasil, 2018).

Duval (2012) diz que a conversão entre diversas representações semióticas é um aspecto essencial do processo cognitivo na aprendizagem matemática. Para as funções quadráticas, a capacidade de alternar entre uma representação algébrica e um gráfico, e vice-versa, é fundamental para uma compreensão profunda e completa dos conceitos relacionados.

Conforme Duval (2012) explica, a conversão de representações algébricas para gráficas pode ser desafiadora para os alunos. Eles precisam entender a relação entre os coeficientes da função quadrática e as características do gráfico, como a forma da parábola, o vértice, e as interseções com os eixos. O autor enfatiza a importância da visualização na aprendizagem matemática. Ferramentas como o GeoGebra podem facilitar essa visualização e ajudar os alunos a fazerem a conexão entre a fórmula algébrica e o gráfico correspondente, o que pode ser mais difícil de realizar apenas com papel e lápis.

Diante dessa perspectiva, entendo a importância da aprendizagem significativa proposta por David Ausubel, que destaca a necessidade de relacionar novos conteúdos aos conhecimentos prévios dos alunos para que a aprendizagem ocorra de forma efetiva, e reconhecendo o uso do recurso GeoGebra como ferramenta que potencializa essa construção

de sentido, propõe-se realizar um estudo que tem como intuito elaborar uma proposta didática para o estudo de função quadrática, por meio do GeoGebra, usando como base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval. O estudo será norteado pela seguinte questão: Quais são as contribuições do uso do GeoGebra no estudo da análise e construção de gráfico de função quadrática no Ensino Médio? Por consequência, o objetivo geral é investigar as contribuições do uso do GeoGebra no estudo da análise e construção de gráficos de função quadrática no Ensino Médio. Busca-se conduzir o aluno dentro do caminho de aprendizagem, que gere maior compreensão do conteúdo proposto.

Este trabalho de conclusão de curso se divide em quatro capítulos, além desta introdução, sendo eles: Revisão de Literatura, Procedimentos Metodológicos, Resultados e Discussões, Considerações Finais.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo é apresentado o aporte teórico que embasa este trabalho. O capítulo está dividido em três seções. A primeira seção trata das tecnologias digitais utilizadas no ensino de Matemática, em especial, o GeoGebra, uma vez que este é o aplicativo empregado na sequência didática aplicada. A segunda seção discorre sobre a Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval, essa teoria desvela a relação entre as diversas representações para um mesmo objeto e seus signos. Na terceira e última seção é apresentada a teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, essa teoria leva em consideração a construção lógica criada pelo educando entre o conhecimento prévio adquirido por ele e o conteúdo a ser estudado.

2.1 Tecnologia Digital No Ensino Da Matemática

As Tecnologias de Comunicação e Informação (TIC) estão cada vez mais presentes no âmbito escolar. Por conta disso, Cerqueira, Pires e Madruga (2019) compreendem que as TIC constituem um dos tópicos que geram discussões e motivam pesquisas na área de Educação Matemática, com o intuito de beneficiar o ensino e a aprendizagem.

As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) auxiliam os docentes em sala de aula e são um grande reforço à aprendizagem escolar. Nesse contexto, Felipe e Vieira (2019, p.105) destacam que “as transformações impulsionadas pelo avanço acelerado das tecnologias digitais vêm exercendo uma perceptível influência na maneira de o indivíduo ensinar e aprender, agregando desafios ao atual cenário educacional”. Ademais, essas autoras esclarecem que uma prática mediada pelo professor e pelas tecnologias digitais oferece uma forma interativa de construir conhecimento, revelando aos alunos as potencialidades do uso de recursos digitais.

A necessidade de buscar novos caminhos para o aprendizado da disciplina de Matemática fez com que as TDIC fossem incorporadas na rotina educacional formal. É nesse sentido que Buene e Munguambe (2024) relatam que a incorporação das tecnologias como recursos auxiliares no contexto educativo tem demonstrado impactos positivos e significativos no processo de ensino e aprendizagem, possibilitando comunicação em aula e estabelecendo conexões dentro e fora da Matemática.

De acordo com Buene e Munguambe (2024), é necessário que o modelo de ensino adotado nas salas de aula seja conciliado com o uso de tecnologias, uma vez que estas têm evoluído constantemente e trazem benefícios em razão de sua aplicação frequente. As aulas

monótonas perpetuadas por séculos e mais séculos parecem não fazer sentido em um mundo digital globalizado. Dessa forma, Monteiro e Silva (2023) afirmam que as aulas tradicionais de Matemática precisam ser repensadas para despertar o interesse dos alunos, promovendo o envolvimento ativo, a troca de saberes, a reflexão e a construção de estratégias próprias para a resolução de problemas.

A Matemática é uma ciência lógica e traz com ela um arcabouço de relações e conexões com o mundo no qual habitamos e convivemos, essa ciência é responsável pela construção do pensamento crítico lógico, não apenas no que tange aos números, mas também à interpretações de situações variadas do cotidiano. Portanto, é de fácil percepção que a integração entre a Matemática e as tecnologias digitais assumem um papel importante na educação. Corroborando com esta afirmação, Cerqueira, Pires e Madruga (2019) destacam que:

A interlocução entre Matemática e tecnologia é necessária. É importante promover a construção de um pensamento crítico, reflexivo, de forma que os estudantes se apropriem dos conceitos matemáticos, se posicionem perante os resultados encontrados e reflitam sobre o que fizeram. O uso de recursos alternativos que busquem uma melhora no ensino de Matemática constitui um meio a ser utilizado para obter bons resultados na aprendizagem (Cerqueira; Pires; Madruga, 2019, p.144).

Apesar da importância das TDIC em sala de aula, o simples uso dessas ferramentas não garante a qualidade do ensino e muito menos o desenvolvimento intelectual do educando. Para Felipe e Vieira (2019), a utilização da tecnologia digital em sala de aula não assegura um ambiente favorável à aprendizagem. Embora seja um recurso que contribui para este fim, faz-se necessário que sua aplicação esteja alinhada com a prática educativa desejada. Para Monteiro e Silva (2023), o uso de tecnologias como recurso didático surge como alternativa para tornar as aulas mais atrativas e dinâmicas, despertando o interesse e a motivação para a aprendizagem da disciplina. Conforme destacam Cerqueira, Pires e Madruga (2019), a utilização eficaz das tecnologias em sala de aula requer planejamento didático adequado, formação continuada e capacitação docente. Os autores afirmam que todas essas ações podem ajudar a evitar que imprevistos comprometam o desenvolvimento das atividades pedagógicas.

O docente deve previamente selecionar as ferramentas que servirão como facilitadoras em suas aulas, para isso é necessário ter capacidade técnica de operá-las. Além disso, deve-se reconhecer o potencial das ferramentas e o nível de complexidade que será exigido aos alunos para que consigam aproveitar, ao máximo, as funcionalidades das TDIC que serão trabalhadas em aula. De acordo com Nóbrega *et al.* (2022) é fundamental que os docentes busquem compreender profundamente as potencialidades dos recursos que utilizarão em suas aulas. É

necessário alinhar o planejamento, o conteúdo matemático, os recursos disponíveis, a realidade dos alunos e os objetivos a serem alcançados.

É evidente que o uso das TDIC envolve uma série de fatores, além do conhecimento docente, das limitações dos *softwares* utilizados e da compreensão lógica do discente, destaca-se a necessidade de um ambiente favorável para o aprendizado, seja um micródromo ou, ao menos, uma aparelhagem móvel capaz de ser transportada e utilizada na sala de aula. Segundo Nóbrega *et al.* (2022), ao realizar atividades em ambientes informatizados, além de trazer a visualização para o centro da aprendizagem, enfatiza-se a experimentação. Ainda no campo da experimentação, os *softwares* têm um papel crucial para o ensino. Rezende, Pesco e Bortolossi (2012) corroboram esta afirmação ao defenderem que o uso de *softwares* no ensino da Matemática favorece práticas como a experimentação, a formulação de estratégias, a elaboração de conjecturas, a argumentação e a dedução de propriedades matemáticas, ações valiosas no ensino da Matemática em variados domínios e em todos os níveis de ensino.

Diante do exposto, nota-se que o uso das TDIC é de grande importância para o processo de ensino e aprendizagem de qualquer disciplina, principalmente a de Matemática e as disciplinas correlatas. Alguns conteúdos dessa disciplina, como, por exemplo, o conteúdo de funções, são comumente apresentados aos discentes por meio de gravuras em livros didáticos ou até mesmo esboçados em uma lousa, sem que ocorra qualquer interatividade entre o educando e o conteúdo estudado. Segundo Monteiro e Silva (2023), o uso de tecnologias digitais no ensino do conceito de funções contribui não apenas para aumentar a motivação dos estudantes, mas também se mostra eficaz como ferramenta de apoio à manipulação simbólica, no traçado de gráficos e à resolução de problemas matemáticos. É nesse contexto que o *software* GeoGebra se destaca como uma TDIC valiosa para o ensino de Matemática.

2.1.1 GeoGebra

O *software* GeoGebra é considerado um programa ou aplicativo versátil, o próprio nome é um neologismo composto pela aglutinação das palavras Geometria e Álgebra. O *software* une dois grandes ramos da Matemática e apresenta ao usuário uma correspondência entre ambos. O GeoGebra, criado e desenvolvido por Markus Hohenwater, um professor e pesquisador austríaco da área de informática aplicada à Educação Matemática, é distribuído de forma gratuita. Cerqueira, Pires e Madruga (2019) explicam que o GeoGebra é um *software* de Matemática Dinâmica, pois permite utilizar Geometria, Álgebra e Cálculo de forma prática. Os autores afirmam que o GeoGebra permite a construção simultânea de

diferentes representações gráficas em um único plano, recurso que dificilmente pode ser reproduzido com precisão no ambiente tradicional onde se faz uso, apenas, de papel e lápis.

O GeoGebra está disponível em diversos idiomas e conta com uma ampla variedade de materiais e interações produzidos pela comunidade mundial da plataforma. Além disso, ele pode ser instalado e utilizado por usuários em telefones móveis, tablets e computadores (Monteiro; Silva, 2023).

O programa oferece uma plataforma intuitiva e com recursos avançados, como, por exemplo, a criação de aplicativos em sítios da rede mundial de computadores. Outra vantagem é que a representação simultânea de um mesmo objeto por duas formas distintas e interativas — a janela geométrica (que pode ser 2D ou 3D) e a janela algébrica — permite uma abordagem integrada entre sua visualização e a expressão simbólica que o representa (Monteiro; Silva, 2023).

Os usuários podem adquirir o GeoGebra no sítio eletrônico do programa. Este ainda permite manipular o *software* de forma remota, visto que a aplicação é disponibilizada por meio de uma espécie de GeoGebra virtual. Ademais, o sítio do programa conta com uma comunidade. Nela, os usuários podem disponibilizar suas aplicações para acesso de outros membros da comunidade, bem como utilizar as que foram desenvolvidas pelos demais membros. As aplicabilidades criadas, também conhecidas como *applets*, podem ser encontradas no sítio eletrônico e estão categorizadas por assunto. Na condição de pesquisador e integrante de uma comunidade dedicada à aprendizagem colaborativa sobre o GeoGebra, Gonçalves (2023) ressalta que inúmeros usuários da plataforma desenvolvem e compartilham suas experiências na seção específica do sítio voltada à divulgação de produções. Para o autor, o GeoGebra configura-se não apenas como um *software* educacional, mas como uma ampla comunidade internacional dedicada à produção e ao compartilhamento de múltiplas possibilidades voltadas ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

De acordo com Monteiro e Silva (2023), o uso do *software* GeoGebra desempenha um papel importantíssimo no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, uma vez que esse *software* estimula a reflexão e a busca por soluções pelos alunos, permitindo a construção e o mapeamento de objetos geométricos, o que favorece a visualização de figuras.

Esta pesquisa utilizará o GeoGebra como recurso digital, uma vez que é uma ferramenta valiosa e enriquecedora para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, promovendo uma compreensão mais profunda e prática dos conceitos matemáticos e facilitando a resolução de problemas de forma interativa e acessível.

2.2 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A Teoria de Registros de Representação Semiótica foi desenvolvida por Raymond Duval, filósofo e psicólogo, que destaca a importância da linguagem e das representações na Educação Matemática. Duval afirma que a obtenção do conhecimento matemático distingue-se epistemologicamente das outras áreas do saber, visto que os objetos matemáticos não são tangíveis e nem fazem parte do mundo físico e por isso precisam ser representados para então serem entendidos (Ribeiro; Vieira; Costa, 2021).

Sabe-se que um objeto matemático, por vezes, assume diversos tipos de representação. A conexão entre essas representações ajuda o estudante a compreender os objetos matemáticos. Nesse sentido, Duval (2012) afirma que a necessidade de que os objetos matemáticos possuam representantes torna a representação semiótica essencial na atividade Matemática, pois é através das representações que ocorre a assimilação de conceitos matemáticos. Duval (2003) explica que os registros de representações semióticas empregadas na Matemática são abundantes, dentre eles estão os sistemas de numeração, as representações gráficas e a língua natural, mesmo quando usada de modo diferente da língua corrente.

As representações podem ser agrupadas em quatro tipos distintos, conforme apresenta o Quadro 1.

Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • argumentação a partir de observações e de crenças...; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensões 0, 1, 2 ou 3). • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: • numéricas (binária, decimal, fracionária,...) • algébrica; • simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos: • mudanças de sistemas de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval, 2003, p. 14.

O presente trabalho tem como interesse a relação entre os registros monofuncionais de representação discursiva e não discursiva, visto que uma função pode ser representada por um sistema de escrita algébrico ou por um gráfico esboçado em um plano cartesiano. Segundo Ribeiro, Vieira e Costa (2021), a aprendizagem dos conceitos matemáticos se dá por meio da coordenação dos diferentes registros de representação semiótica. É fácil compreender que cada ser humano é dotado de particularidades inatas. Dessa forma, alguns têm mais habilidades com as representações algébricas, enquanto outros se sentem mais confortáveis com as representações gráficas.

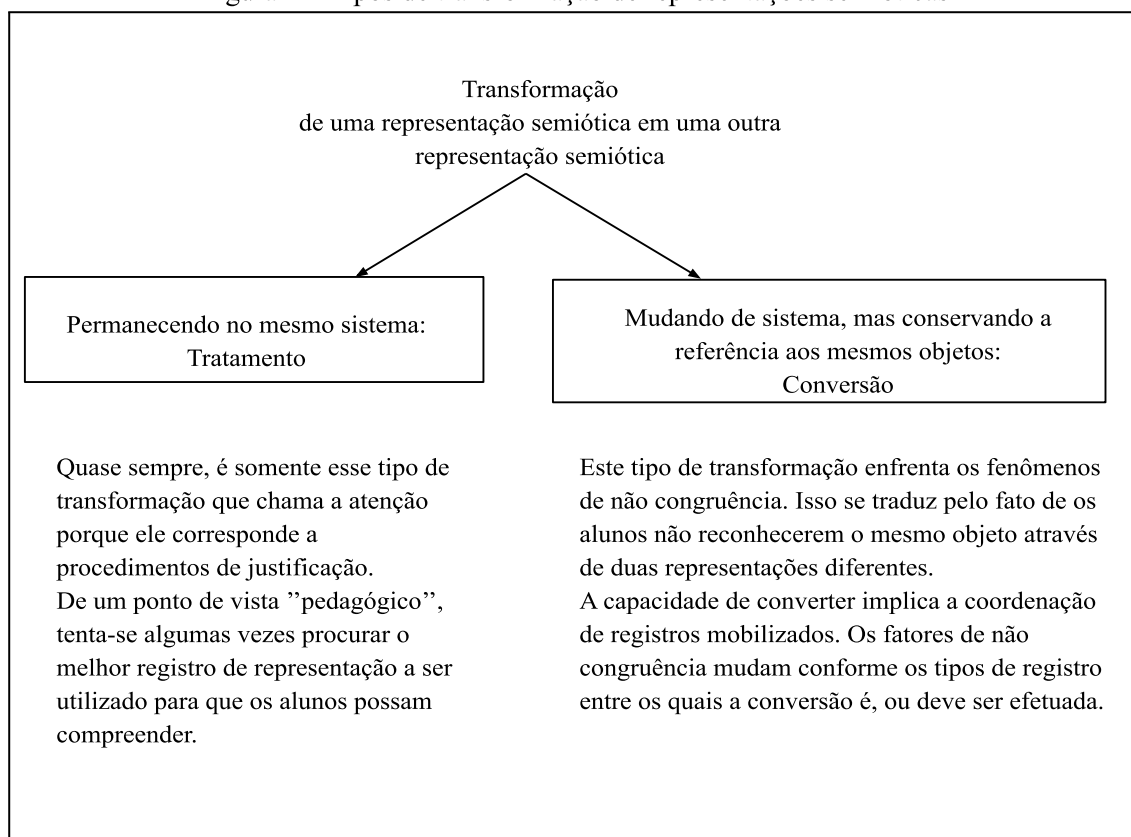
De acordo com Duval (2012), a diversidade desses registros está relacionada ao funcionamento cognitivo do pensamento, ou seja, está diretamente relacionada à forma como os indivíduos processam, interpretam e conectam informações, o que torna essencial que as atividades matemáticas contemplem múltiplos registros de um mesmo objeto para que a aprendizagem seja efetiva.

Tecnicamente, é preciso compreender quando ocorre a conversão entre os registros de representação semiótica utilizados para um mesmo objeto, uma vez que esse é um interesse deste trabalho. Silva e Teles (2020) explicam que existe diferença entre registro de representação semiótica e representações semióticas, devido às representações semióticas desempenharem o papel de substituir algo; enquanto o registro de representação semiótica diz respeito às funções cognitivas de comunicação, objetivação e tratamento. As autoras utilizam o Código Morse como exemplo de representação semiótica, pois ele possui a função de

comunicação (codificação e decodificação de mensagem), porém não dispõe da função de objetivação e nem de tratamento. Duval (2012) descreve as representações semióticas como produções que utilizam signos pertencentes a sistemas específicos de significação e funcionamento, como por exemplo, figuras geométricas e enunciados em linguagem natural, que ilustram diferentes sistemas semióticos que coexistem no contexto matemático.

A Figura 1, apresenta a explicação de Duval (2003) sobre a diferença entre as transformações através de um esquema.

Figura 1 – Tipos de transformação de representações semióticas



Fonte: Adaptado de Duval (2003, p. 15).

Para Duval (2003), as transformações de representações semióticas podem ser classificadas em dois tipos:

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica (Duval, 2003, p. 15).

2.3 Teoria da Aprendizagem Significativa

David Paul Ausubel, psicólogo educacional norte-americano, é amplamente reconhecido por ter formulado a Teoria da Aprendizagem Significativa. Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a aprendizagem significativa está diretamente relacionada à construção de novos significados, em que a compreensão do estudante decorre da articulação entre os conhecimentos previamente adquiridos e os novos saberes. Nesse contexto, Moreira e Masini (1982) explicam que o foco central da teoria é a relação entre o conhecimento prévio do aluno e os novos conteúdos a serem aprendidos. Dessa forma, o aluno aprende de maneira significativa quando consegue estabelecer relações lógicas e substanciais entre os conteúdos novos e suas ideias pré-existentes.

O conhecimento prévio, de acordo com Ausubel (2003), constitui o principal determinante do processo de aprendizagem, pois é a partir dele que o indivíduo consegue atribuir significado ao que aprende. O autor compreende o conhecimento como resultado de um processo psicológico de interação entre ideias culturalmente construídas, já ancoradas na estrutura cognitiva de cada aprendiz, e os mecanismos mentais que permitem a aprendizagem significativa. Essa interação entre conhecimentos antigos e novos é essencial para que os conteúdos recém-aprendidos sejam internalizados de forma duradoura e para que os conhecimentos prévios adquiram maior estabilidade cognitiva.

É preciso destacar que a aprendizagem significativa se manifesta quando os novos conhecimentos como: conceitos, ideias, proposições, modelos ou fórmulas, passam a ter sentido para o aprendiz. Moreira (2003) reforça que isso ocorre quando o estudante consegue explicar situações com suas próprias palavras, resolver problemas inéditos e construir novos significados a partir de conceitos previamente adquiridos. Dessa maneira, a aprendizagem significativa caracteriza-se pela interação entre novos conhecimentos e aqueles já existentes na estrutura cognitiva do sujeito, sendo que apenas conteúdos previamente relevantes contribuem para a construção de novos significados.

Complementando essa perspectiva, Moreira (2010) observa que a aprendizagem significativa não se realiza de forma literal ou arbitrária, mas por meio de relações lógicas e substanciais entre os conhecimentos prévios e os novos. Nesse processo, os novos conteúdos adquirem significado para o sujeito, enquanto os conhecimentos previamente estabelecidos são reorganizados, fortalecidos e ampliados, garantindo compreensão profunda e duradoura.

Assim, o ensino baseado na aprendizagem significativa deve priorizar estratégias que possibilitem ao estudante estabelecer essas conexões, favorecendo a compreensão, a retenção e a aplicação prática dos conceitos aprendidos.

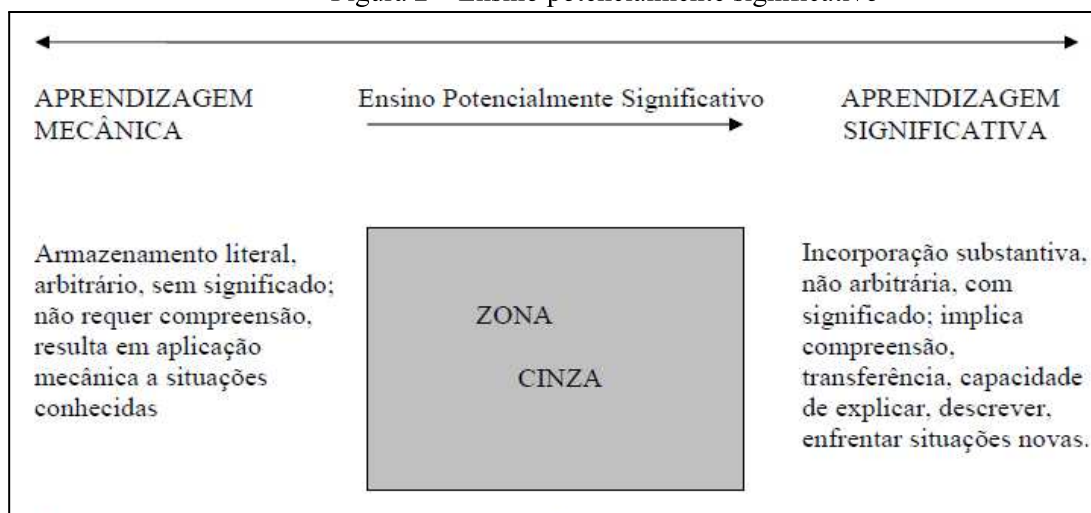
Nesse contexto, Moreira e Masini (1982) destacam que os organizadores prévios desempenham papel fundamental como “ponte” entre o que o aluno já sabe e o que ainda precisa aprender, facilitando a aprendizagem significativa. Os autores complementam que, para que essa aprendizagem ocorra plenamente, é necessário que o estudante esteja motivado e engajado, percebendo a relevância do conteúdo para sua própria formação. Dessa maneira, a teoria de Ausubel não apenas descreve como a aprendizagem acontece, mas também fornece subsídios teóricos para a prática docente, permitindo que o ensino seja planejado e estruturado de forma a favorecer a compreensão profunda e a aplicação do conhecimento em diferentes situações.

Moreira (2010) explica que a aprendizagem significativa não se caracteriza pela retenção permanente dos conteúdos, mas pela construção de significados que, mesmo quando parcialmente esquecidos, permanecem integrados à estrutura cognitiva do indivíduo. O autor esclarece que quando o esquecimento ocorre de forma completa, a ponto de o indivíduo não demonstrar qualquer vestígio de ter aprendido determinado conteúdo, é provável que o processo tenha sido baseado em uma aprendizagem mecânica, sem significação real.

Conforme explicam Moreira e Masini (1982), na aprendizagem mecânica o aluno assimila informações sem conectá-las ao conhecimento previamente adquirido, nesse caso, o conteúdo é retido de forma isolada, sem integração lógica à estrutura cognitiva existente, o que compromete a compreensão profunda e dificulta a aplicação em situações novas.

Embora a aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica sejam conceitos distintos, Ausubel enfatiza que não se trata de uma dicotomia absoluta (Moreira, 2010). A Figura 2 apresenta um esquema que sugere uma zona cinza entre a aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica, onde, segundo Moreira (2010), ocorre grande parte da aprendizagem.

Figura 2 – Ensino potencialmente significativo



Fonte: Adaptado de Moreira (2010, p. 12).

Conforme destacado por Novak *et al.* (2000), toda aprendizagem em sala de aula pode ser compreendida ao longo de duas dimensões independentes: o contínuo que vai da aprendizagem mecânica à aprendizagem significativa e o contínuo que vai da aprendizagem por recepção à aprendizagem por descoberta. Desse modo, o processo educativo pode apresentar graus variados de significatividade e formas diversas de aquisição do conhecimento, dependendo do contexto e da abordagem pedagógica utilizada.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo apresenta os referenciais teóricos e os procedimentos metodológicos que sustentam a elaboração deste trabalho. Sua estrutura está organizada em quatro seções. A primeira seção é dedicada à caracterização da pesquisa, contemplando a definição do tipo de pesquisa adotado, os instrumentos utilizados para a coleta de dados, o público-alvo envolvido e as etapas da pesquisa. A segunda seção aborda o processo de elaboração da sequência didática empregada, detalhando os critérios utilizados em sua construção. A terceira seção trata da aplicação do teste exploratório, descrevendo o contexto em que foi realizado e seus objetivos. A quarta seção apresenta o roteiro elaborado para a realização da entrevista em grupo, detalhando os objetivos propostos e os critérios que nortearam a formulação das perguntas.

3.1 Caracterização da pesquisa

A pesquisa possui abordagem qualitativa e propõe uma sequência didática. André e Gatti (2008) afirmam que as pesquisas qualitativas consideram todos os elementos de uma situação em suas interações e influências mútuas. Gerhardt e Silveira (2009) relatam que as pesquisas qualitativas são usadas por aqueles que pretendem entender as razões por trás das coisas, uma vez que nesse tipo de pesquisa não há mensuração de valores e nem análise métrica.

Tendo como público-alvo do presente trabalho alunos do 2º e 3º anos do Ensino Médio, uma vez que, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), eles já trabalharam com a função quadrática no 1º ano do Ensino Médio. Dessa forma, considera-se que esses estudantes possuem conhecimentos prévios que podem ser mobilizados no processo de aprendizagem. Conforme destaca Ausubel (2003), o fator mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; portanto, é essencial identificar e utilizar esses saberes como ponto de partida para a construção de novos conhecimentos. Nesse sentido, para o estudo da função quadrática por meio do GeoGebra, é necessário que o aluno tenha uma base conceitual consolidada, de modo que a nova aprendizagem possa ocorrer de forma significativa, relacionando o conteúdo anterior às novas representações gráficas e exploratórias proporcionadas pelo *software*.

Planeja-se utilizar como instrumentos de coleta de dados: a observação, as anotações no diário de campo, as respostas dos alunos às atividades, a entrevista em grupo semiestruturada com os discentes e a gravação em áudio.

Decidiu-se utilizar a observação como técnica de coleta de dados, pois ela possibilita ao pesquisador um contato direto e aprofundado com os fenômenos estudados. Conforme apontam Gerhardt e Silveira (2009, p.74), esta técnica “faz uso dos sentidos para a apreensão de determinados aspectos da realidade. Ela consiste em ver, ouvir e examinar os fatos, os fenômenos que se pretende investigar [...]”. De maneira complementar, Lüdke e André (1986) enfatizam que a experiência direta permite verificar a ocorrência de determinados fenômenos, evidenciando que a observação é uma estratégia eficaz para registrar informações que dificilmente seriam captadas apenas por questionários ou provas. O registro das observações realizadas no diário de campo permitirá acompanhar de forma detalhada o comportamento dos alunos nas atividades, favorecendo uma análise mais aprofundada dos dados coletados.

Além disso, optou-se por conduzir uma entrevista em grupo com gravação de áudio ao final da última aula, pois conforme apontam Gerhardt e Silveira (2009), na entrevista em grupo os participantes respondem às perguntas de forma espontânea e simultânea, permitindo que o entrevistador organize as respostas posteriormente. Essa entrevista terá como foco identificar as percepções dos alunos sobre o processo de aprendizagem da função quadrática por meio do uso do *software* GeoGebra, buscando compreender de que maneira essa ferramenta digital contribuiu para a visualização e compreensão dos conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula.

3.2 Elaboração da Sequência Didática

A escolha da escola para a aplicação da sequência didática leva em consideração critérios como a disponibilidade de turmas do Ensino Médio que já tenham estudado o conteúdo de função quadrática, o interesse da gestão escolar em participar da pesquisa e o acesso dos alunos a recursos tecnológicos. Pretende-se selecionar uma instituição que disponha de sala de informática e conexão à internet, de modo a possibilitar a utilização do *software* GeoGebra durante as aulas. Antes da aplicação da proposta, é realizada uma visita ao local com o objetivo de verificar o funcionamento dos equipamentos e a estabilidade do acesso à internet, assegurando que o ambiente esteja devidamente preparado para o desenvolvimento das atividades. A escolha desse ambiente é fundamental para garantir condições adequadas à realização das atividades propostas e para promover a integração entre teoria e prática no estudo da função quadrática.

A sequência didática utilizada na presente pesquisa está estruturada em 4 tempos de aula, com o objetivo de responder à seguinte questão de pesquisa: “Quais são as contribuições do uso do GeoGebra no estudo da análise e construção de gráfico de função quadrática no

Ensino Médio?”. A sequência está organizada em seis etapas: Definição da função quadrática; Zeros da função; Máximos e mínimos da função quadrática; Forma fatorada; Forma canônica e Atividades.

Uma apostila composta por definições teóricas, exemplos explicativos e atividades práticas foi desenvolvida com base no volume 1 da coleção “Matemática: contexto e aplicações” do autor Luiz Roberto Dante. Além disso, foram utilizados *applets* do *software* GeoGebra a partir de materiais compartilhados no site oficial. Os *applets* foram desenvolvidos pelas autoras deste trabalho visando a apresentação dos conteúdos em mais de um tipo de registro de representação semiótica. O intuito dos diversos registros é fazer com que os alunos tenham seu aprendizado potencializado por meio das transformações entre os diferentes registros de representações semióticas (Duval, 2003). O Quadro 2 apresenta os *applets*, as etapas onde foram utilizados e seus objetivos.

Quadro 2 – Recursos digitais utilizados

Recurso	Etapas	Objetivo
<i>Applet 1</i>	Zeros da função; Máximos e mínimos	Visualizar e reconhecer algebricamente os zeros de uma função quadrática; Explorar visualmente o impacto do coeficiente de x^2 na concavidade da parábola.
<i>Applet 2</i>	Forma fatorada	Compreender a equivalência entre a forma fatorada e a forma geral de uma equação do segundo grau.
<i>Applet 3</i>	Forma fatorada	Explorar os impactos na parábola ao alterar suas raízes e o coeficiente de x^2 ; Visualizar diferentes formas de escrita da mesma função.
<i>Applet 4</i>	Forma canônica	Explorar os impactos na parábola ao alterar as coordenadas do seu vértice e do coeficiente de x^2 ; Visualizar diferentes formas de escrita da mesma função.
<i>Applet 5</i>	Resolução das atividades	Auxiliar na resolução de exercícios propostos.

Fonte: Elaboração própria.

Nos dois primeiros tempos de aula são abordados: Definição da função quadrática; Zeros da função; Máximos e mínimos da função quadrática. Os objetivos dessa parte da aula são:

- Compreender o conceito de função quadrática e sua forma geral;
- Identificar os coeficientes e o papel de cada termo na estrutura da função;
- Representar graficamente a função quadrática e reconhecer suas principais características;
- Determinar os zeros da função quadrática por meio da fórmula resolutive da equação polinomial do 2º grau;
- Compreender o significado dos zeros no gráfico da função;
- Analisar a existência ou não de zeros reais de uma função, com base no discriminante;
- Identificar o vértice da parábola como ponto de máximo ou mínimo da função quadrática;
- Calcular as coordenadas do vértice da parábola utilizando fórmulas apropriadas;
- Interpretar o comportamento da função a partir do valor do coeficiente de x^2 .

Essa primeira etapa da aula é composta pela apresentação da definição de função quadrática, mencionando que seu gráfico é representado por uma parábola, e algumas de suas aplicações práticas, como no estudo de trajetórias de projéteis na Física, no desenho de estruturas parabólicas na Engenharia e Arquitetura, bem como nas trajetórias observadas em jogos, como o futebol, em que a bola descreve um movimento parabólico ao ser lançada. Em seguida, será apresentado um exemplo de função para explicar a identificação de cada coeficiente, conforme mostra a Figura 3

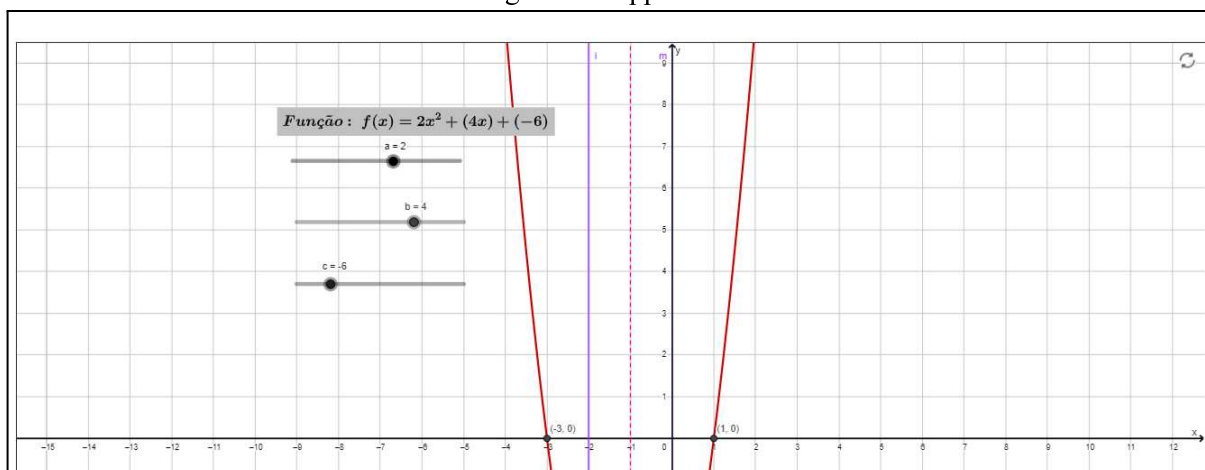
Figura 3 – Exemplo de função

Exemplo: $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$, sendo $a = 2$, $b = 4$ e $c = -6$.

Fonte: Elaboração própria.

Logo após, são abordados o conceito de zeros da função e a fórmula resolutive da equação polinomial do 2º grau. Um exemplo foi apresentado na apostila para se encontrar os zeros de uma função, trabalhando assim o tratamento algébrico da função. A questão é resolvida em grupo para que os componentes do grupo possam identificar os coeficientes e determinar os zeros da função quadrática. A Figura 4, a seguir, apresenta o exemplo retirado

Figura 5 – Applet 1



Fonte: Elaboração própria.

Neste *applet* há controles deslizantes em cada coeficiente da função, assim ao modificar os valores, será possível visualizar em tempo real o gráfico que representa a função e também os zeros da função. Após a manipulação inicial, eles serão incentivados a utilizar os valores da função resolvida na apostila, assim terão acesso a representação gráfica da função que realizaram o tratamento algébrico.

O discriminante (Δ) de uma função quadrática será abordado em seguida. Os alunos serão convidados a observar que a quantidade de zeros da função, depende do valor obtido pela expressão $\Delta = b^2 - 4ac$. Serão apresentados, no *Applet* 1, exemplos de funções quadráticas com diferentes valores discriminantes, permitindo aos alunos observarem como essas variações influenciam a forma das parábolas.

Na etapa da sequência didática referente aos máximos e mínimos de uma função quadrática, ainda com o auxílio do *Applet* 1, os estudantes serão conduzidos a explorar visualmente como o coeficiente de x^2 influencia a concavidade da parábola e, consequentemente, a natureza do vértice, que poderá representar um ponto de mínimo ou de máximo da função.

A dedução das fórmulas que determinam os pontos de máximo e mínimo da função quadrática será realizada a partir da análise do gráfico no *Applet* 1, cuja composição é dada por uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, pela reta auxiliar $r: y = c$ e por uma linha vertical tracejada. Essa linha passa pelo ponto médio do segmento de reta, cujas extremidades são compostas pelas interseções entre a função f e a reta r . A construção proposta permite aos alunos relacionarem visualmente os elementos da parábola às expressões algébricas correspondentes. É importante salientar que os coeficientes da função f podem ser

manipulados por intermédio dos controles deslizantes.

Com base nesse recurso interativo, a dedução será conduzida por meio da manipulação do valor do coeficiente de x^2 , os alunos observarão que a concavidade da parábola muda. Para $a > 0$, a concavidade ficará voltada para cima, caracterizando o vértice como ponto de mínimo. Para $a < 0$, a concavidade estará voltada para baixo, e o vértice corresponderá ao ponto de máximo. Essa relação será explorada visualmente e verbalmente durante a atividade.

Considerando a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ e a reta $r: y = c$, pode-se igualar a função e a reta, de modo que $f(x) = c$. Assim, obtém-se a equação:

$$ax^2 + bx + c = c$$

Eliminando o termo constante c em ambos os lados, tem-se:

$$ax^2 + bx = 0$$

Colocando x em evidência, resulta:

$$x(ax + b) = 0$$

Dessa forma, as soluções da equação são $x_1 = 0$ e $x_2 = \frac{-b}{a}$. Observa-se, portanto, que o ponto médio entre essas duas soluções corresponde ao valor de x do vértice da parábola, ou seja:

$$x_v = \frac{0 + (\frac{-b}{a})}{2} = \frac{-b}{2a}$$

Geometricamente, nota-se que a função $f(x)$ intersecta o eixo y no ponto $(0, c)$, e a reta $r: y = c$, por construção, também passa por esse mesmo ponto. Essa coincidência visual reforça que o ponto $(0, c)$ está sempre presente na função quadrática, e que o ponto médio entre as interseções da função $f(x)$ e da reta r define a abscissa do vértice da parábola.

Com o valor de x_v conhecido, os alunos poderão identificar que a coordenada y do vértice pode ser calculada substituindo esse valor na função original, ou seja:

$$y_v = f(x_v) = ax_v^2 + bx_v + c$$

Essa substituição poderá ser feita diretamente no *applet*, permitindo verificar visualmente o ponto exato do vértice no gráfico.

Por fim, será reforçado que o valor de y_v representa o valor máximo da função quando $a < 0$, e o valor mínimo quando $a > 0$. Essa interpretação será facilitada pelo aspecto visual do gráfico e pelas mudanças dinâmicas observadas conforme os coeficientes forem ajustados.

Através desta atividade os alunos poderão visualizar as propriedades algébricas e gráficas da função quadrática de maneira integrada, tornando a dedução das fórmulas do vértice mais acessível e significativa. Com a utilização do *Applet 1* do GeoGebra como ferramenta didática, visamos promover a construção do conhecimento por meio da exploração, da experimentação e da argumentação.

No terceiro e quarto tempos de aula serão abordados: Forma fatorada; Forma canônica; e Atividades. Os objetivos são:

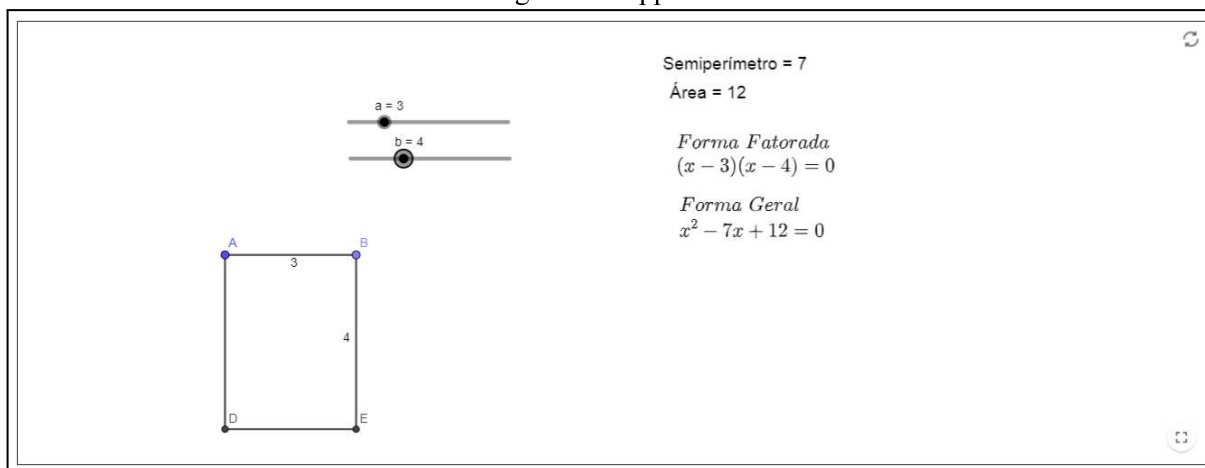
- Identificar e interpretar a forma canônica da função quadrática;
- Identificar a forma fatorada, compreendendo sua relação com os zeros da função;
- Converter a função quadrática entre as formas geral, canônica e fatorada;
- Utilizar recursos tecnológicos (*applet* do GeoGebra) para representar graficamente as diferentes formas algébricas e observar suas implicações visuais;
- Resolver problemas e interpretar situações envolvendo a função quadrática nas suas diferentes formas de representações semióticas.

A segunda parte da aula, será iniciada dialogando com os alunos sobre a possibilidade de expressar uma função quadrática de forma diferente da forma geral vista na etapa anterior. Será, então, mostrada a forma fatorada e, utilizando-se do *Applet 2*, será elucidada a correlação entre as formas geral e fatorada, a partir da análise da área e do semiperímetro de um retângulo.

No *Applet 2*, apresentado abaixo na Figura 6, existem controles deslizantes que permitem modificar as medidas dos lados do retângulo e assim visualizar a figura do retângulo e os valores do seu semiperímetro e área. Com os cálculos desses valores

será possível mostrar aos alunos a relação entre as diferentes formas de expressar uma função quadrática.

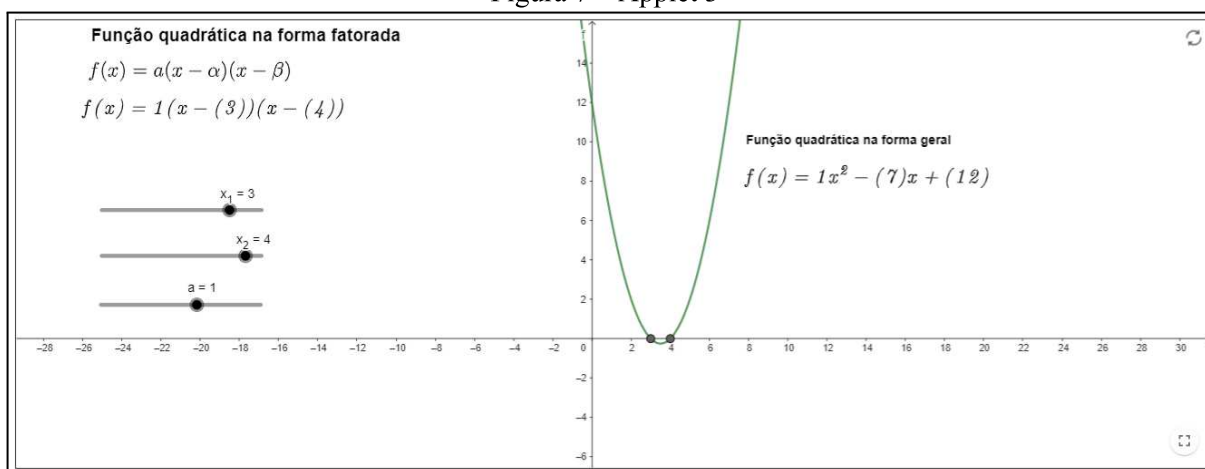
Figura 6 – Applet 2



Fonte: Elaboração própria.

A demonstração algébrica da forma fatorada será indicada na apostila e, depois, será apresentado o *Applet 3* conforme mostra a Figura 7.

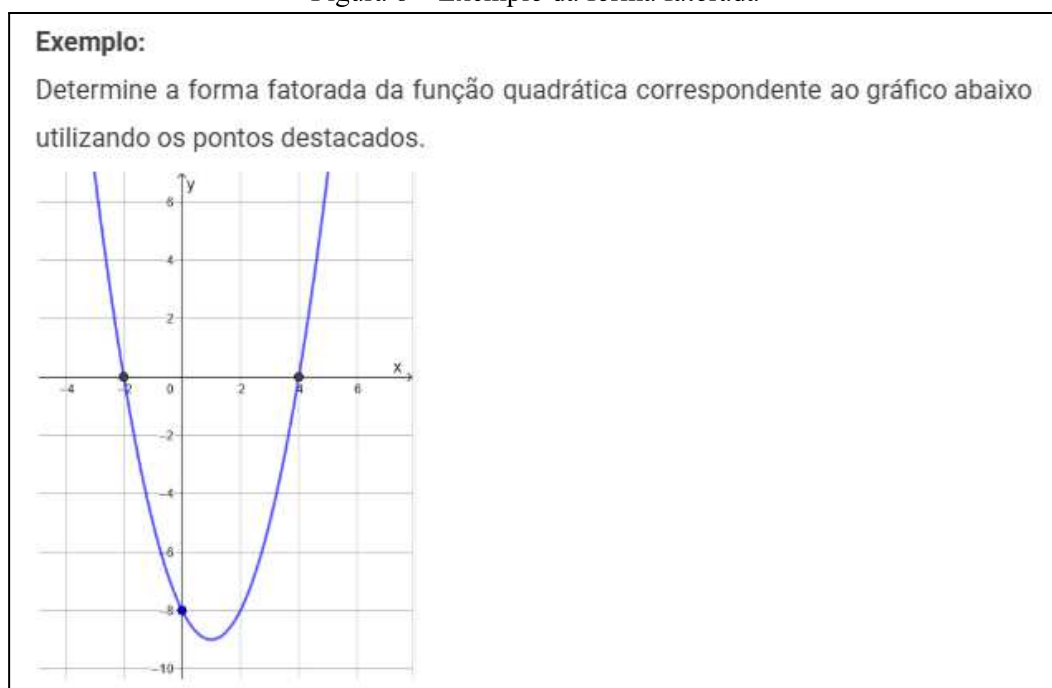
Figura 7 – Applet 3



Fonte: Elaboração própria.

Neste *applet*, há controles deslizantes para alterar os valores dos zeros e do coeficiente de x^2 da função quadrática, então será possível visualizar a forma geral, a forma fatorada e o gráfico da função. Os alunos terão alguns minutos para manipular o *applet* e, em seguida, será resolvido um exemplo que pede para determinar a forma fatorada de uma função quadrática por meio do seu gráfico, utilizando os pontos destacados nele. A Figura 8 mostra o exemplo retirado da apostila.

Figura 8 – Exemplo da forma fatorada



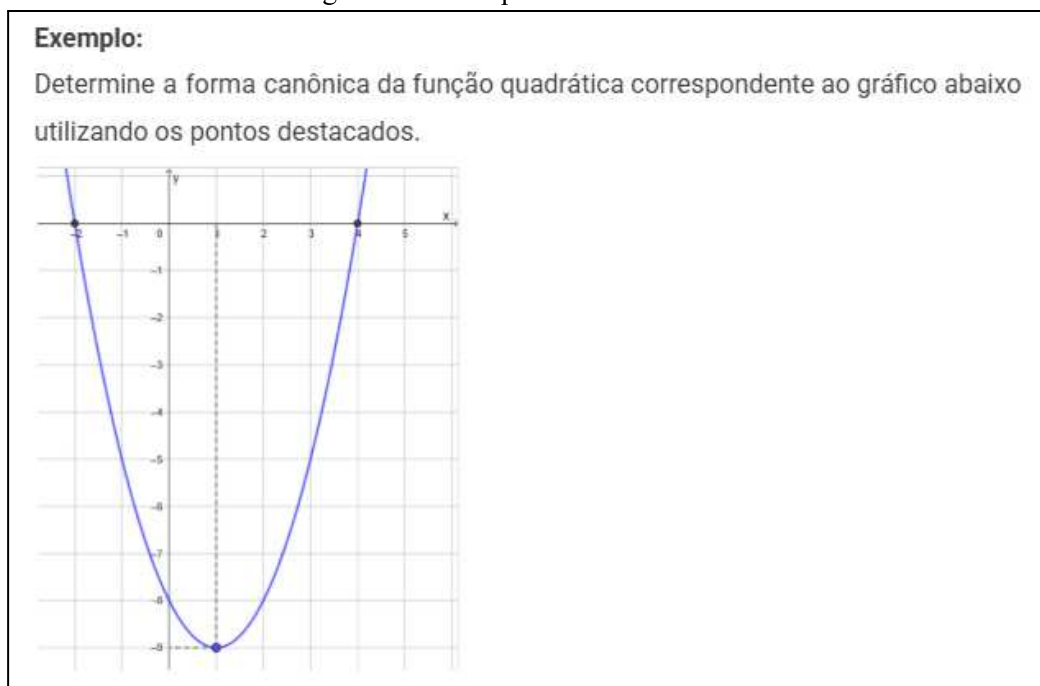
Fonte: Elaboração própria.

Os alunos serão incentivados a tentarem resolver o exemplo de forma individual na apostila e, após alguns minutos, o exercício será resolvido em grupo no quadro branco.

Na continuidade da sequência didática, será abordada a forma canônica da função quadrática, apresentada como uma alternativa à forma geral. Inicialmente, será explicado que a forma canônica representa a função quadrática na estrutura $f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$, a qual evidencia diretamente as coordenadas do vértice da parábola. Assim como discutido anteriormente na explicação dos pontos de máximo e mínimo, os alunos compreenderão que essa forma permite a identificação imediata do vértice, o que facilita a análise gráfica do comportamento da função.

Em seguida, será mencionado que, a partir da forma canônica, é possível deduzir a fórmula resolutiva da equação polinomial do segundo grau, evidenciando a equivalência entre as diferentes formas de representação da função quadrática. A demonstração algébrica desse processo será apresentada na apostila didática disponível no Apêndice, que acompanhará as aulas. Neste momento, será aberto espaço para o esclarecimento de dúvidas relacionadas ao cálculo e à manipulação algébrica envolvida na transformação entre as formas da função. Após essa explanação teórica, será proposta uma questão prática, com o objetivo de aplicar os conhecimentos adquiridos. A Figura 9 mostra o exemplo retirado da apostila

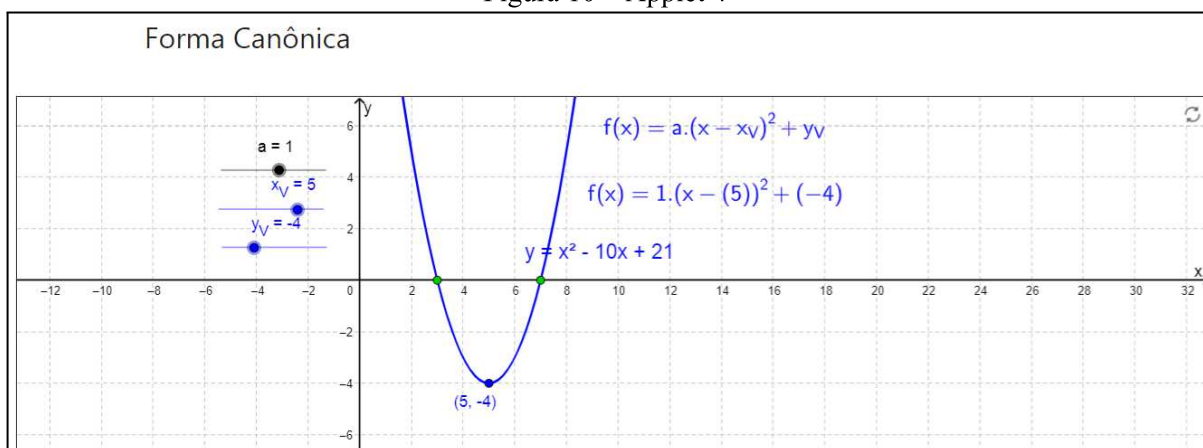
Figura 9 – Exemplo da forma canônica



Fonte: Elaboração própria.

Na sequência, será utilizado o *Applet 4* no GeoGebra, apresentado na Figura 10.

Figura 10 – Applet 4



Fonte: Elaboração própria.

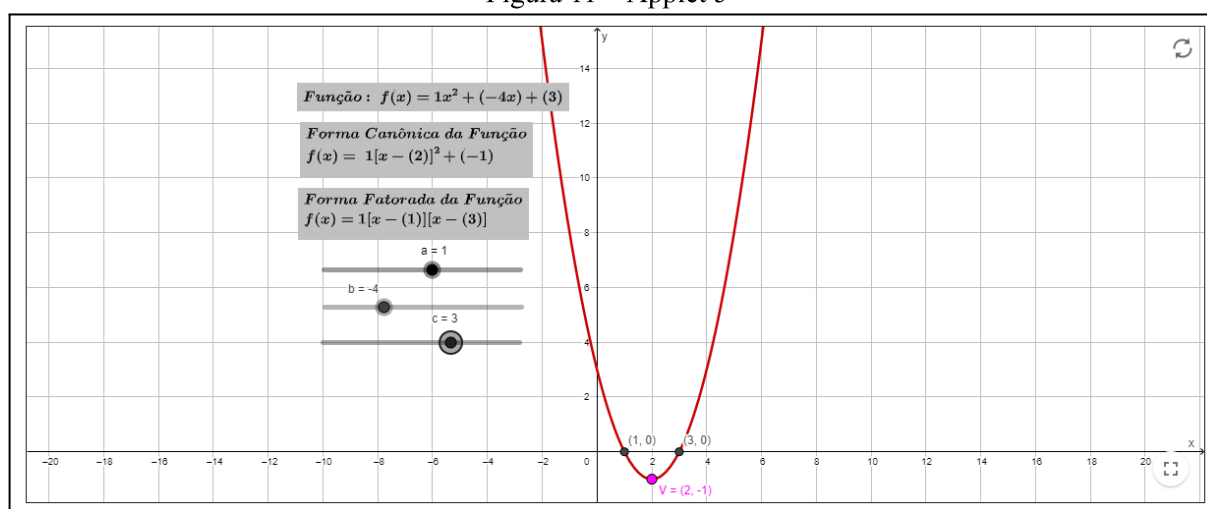
Esse *applet* foi especialmente configurado com controles deslizantes para os valores do coeficiente de x^2 , da abscissa do vértice x_v e da ordenada y_v . Os estudantes manipularão esses parâmetros livremente, observando, em tempo real, as transformações que ocorrem no gráfico da parábola. Essa atividade proporcionará uma visualização concreta das variações na função, promovendo uma aprendizagem ativa e significativa.

Essa abordagem interativa, aliando teoria, prática e tecnologia, favorecerá a construção de um entendimento sólido sobre a forma canônica e suas aplicações, bem como

sobre a relação entre as diferentes representações da função quadrática.

Como última parte do trabalho, foram escolhidos quatro exercícios e publicados como uma atividade do GeoGebra no *link* <https://www.geogebra.org/m/gjq89grd>. Junto com os exercícios foi disponibilizado o *Applet* 5, apresentado na Figura 11, que mostra a forma geral, fatorada e canônica da função quadrática e a função é definida ao atribuir valores para os coeficientes através de controles deslizantes.

Figura 11 – Applet 5



Fonte: Elaboração própria.

Durante a aplicação da sequência didática, cada exercício será inicialmente apresentado e explicado, de modo que os alunos compreendam o objetivo da atividade. Em seguida, será concedido um tempo para que os alunos tentem resolvê-los individualmente. Posteriormente as respostas serão discutidas e corrigidas coletivamente, promovendo o diálogo e a troca de ideias entre os participantes.

A seguir, apresentam-se os fragmentos dos exercícios disponíveis no *link* citado, juntamente com o objetivo de cada um deles.

Figura 12 – Exercício 1

Exercício 1

Encontre algebricamente os zeros da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$ e confira sua resposta no applet.

Fonte: Elaboração própria.

O exercício 1, apresentado no Figura 12, terá como propósito desenvolver a capacidade dos alunos de transitar entre diferentes registros de representação semiótica ao determinar as raízes de uma função quadrática. Inicialmente, os estudantes determinarão

algebricamente os zeros da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$, utilizando a resolução da equação do segundo grau por meio da fórmula resolutive da equação polinomial do segundo grau. Essa etapa mobilizará o registro algébrico, no qual os alunos operarão com expressões matemáticas.

Em seguida, os alunos utilizarão o *Applet 5* do GeoGebra para verificar graficamente os zeros obtidos, o que permitirá estabelecer uma relação entre o registro gráfico (representação da parábola no plano cartesiano) e o resultado algébrico previamente calculado. Essa articulação entre registros distintos favorecerá o processo de compreensão conceitual, conforme proposto por Duval (2003), ao permitir que os estudantes interpretem os significados matemáticos através de múltiplas representações cognitivas. Além disso, o uso do recurso tecnológico GeoGebra proporcionará uma aprendizagem visual, interativa e significativa, promovendo a validação empírica do resultado e incentivando a autonomia dos estudantes na verificação e análise dos conceitos de zeros de função e interseções com o eixo das abscissas.

Figura 13 – Exercício 2

Exercício 2 Utilizando o applet e analisando o gráfico correspondente, responda a seguinte questão: Uma bola é lançada ao ar. A sua altura h (metros) está relacionada com o tempo (segundos) de lançamento por meio da expressão $h(t) = -t^2 + 4t + 5$. a) Em que instante a bola atinge a altura máxima? b) Qual a altura máxima atingida pela bola?

Fonte: Elaboração própria.

O exercício 2, mostrado na Figura 13, tem como objetivo promover a interpretação de situações do cotidiano por meio da função quadrática, utilizando diferentes registros de representação semiótica para desenvolver o raciocínio matemático dos estudantes. A partir do uso do *Applet 5*, os alunos deverão inserir os coeficientes e analisar o gráfico da função $h(t) = -t^2 + 4t + 5$, que modela a altura (h), em metros, de uma bola lançada ao ar em função do tempo (t), em segundos. Com base na visualização gráfica, os estudantes deverão identificar o instante em que a altura máxima é atingida (questão a) e o valor dessa altura máxima (questão b), articulando o registro gráfico com o algébrico.

Sob a perspectiva da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003), essa atividade favorece a construção de novos conhecimentos a partir da relação entre o conteúdo apresentado na atividade 2 do *Applet 5* e os conceitos previamente adquiridos pelos alunos,

tais como tempo, altura e trajetória. O uso de *applets* desenvolvidos no ambiente GeoGebra possibilitam a interação dinâmica com os coeficientes da função, permitindo que os estudantes observem, de forma imediata, as transformações no gráfico e relacionem essas variações aos parâmetros algébricos. De acordo com Duval (2012), essa integração entre as representações gráfica e algébricas contribuem para que a aprendizagem ocorra de maneira mais ativa e contextualizada, estimulando a compreensão conceitual em vez da simples memorização de fórmulas.

O exercício 3, apresentado na Figura 14, tem por finalidade desenvolver a capacidade dos estudantes de interpretar, representar e comparar registros diferentes de uma mesma função quadrática, promovendo uma compreensão mais ampla do conceito de função por meio da articulação entre o registro gráfico manual (esboço em papel) e o registro gráfico digital (no ambiente GeoGebra).

Figura 14 – Exercício 3

Exercício 3

Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2 + 4x + 3$ na apostila e em seguida no [Geogebra](#)

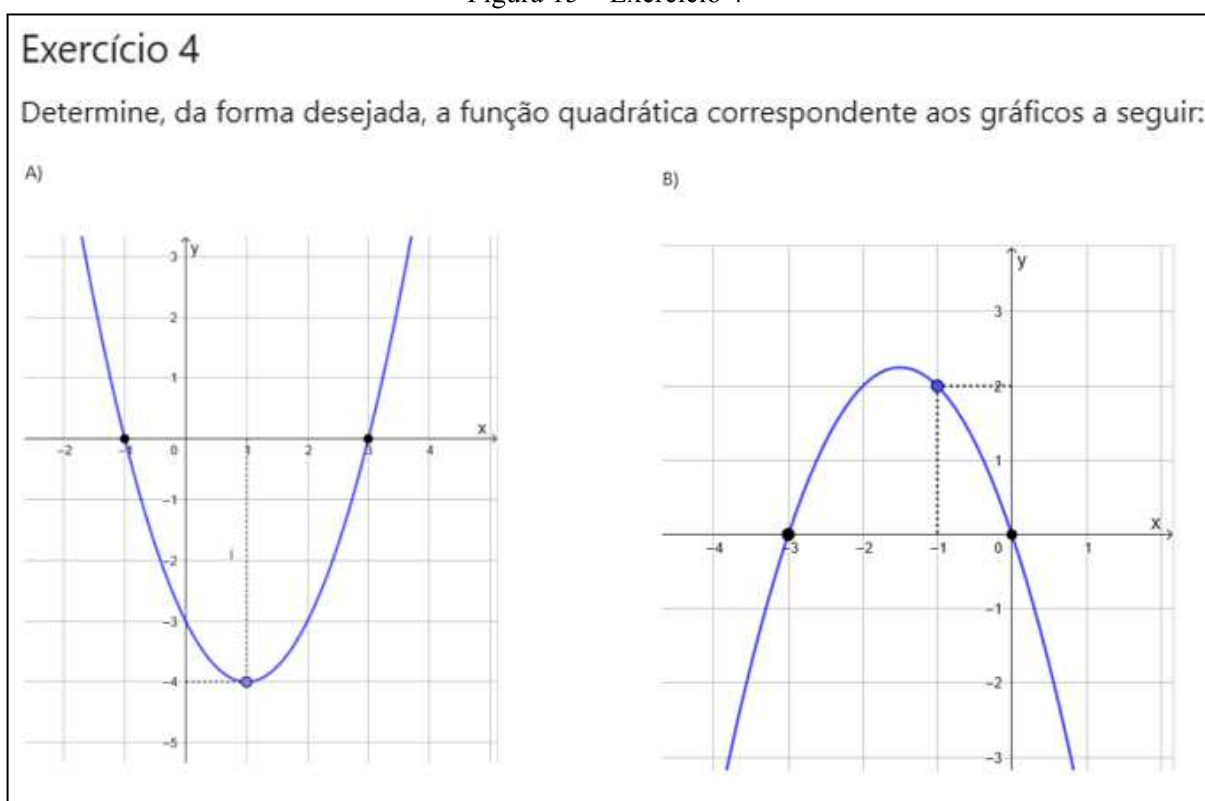
Fonte: Elaboração própria.

Inicialmente, os alunos realizarão o esboço do gráfico da função na apostila, utilizando cálculos prévios como vértice, zeros da função e ponto de interseção com o eixo y. Essa etapa mobilizará o registro figural construído manualmente, incentivando a análise e a antecipação das características principais do gráfico. Em seguida, os estudantes construirão o mesmo gráfico utilizando o aplicativo GeoGebra, o que lhes permitirá visualizar com mais precisão as propriedades da parábola, além de explorar a função de maneira interativa. Esse momento oportunizará a comparação entre a representação feita à mão e a versão gerada tecnologicamente, favorecendo a identificação de possíveis erros, dúvidas ou imprecisões no esboço inicial. O uso do recurso tecnológico GeoGebra será essencial para ampliar o potencial didático da atividade, ao oferecer um ambiente visual, dinâmico e exploratório, que estimula a aprendizagem ativa e a validação empírica dos conhecimentos construídos anteriormente.

O último exercício, exposto na Figura 15, possui como objetivo desenvolver a habilidade dos alunos de identificar funções quadráticas a partir de sua representação gráfica, incentivando a mobilização consciente dos diferentes registros de representações semióticas.

A proposta apresentará aos estudantes duas imagens com representação gráfica de funções quadráticas. A partir das informações visuais fornecidas, eles deverão determinar a expressão algébrica correspondente, utilizando uma das formas estudadas anteriormente: geral, fatorada ou canônica. Essa liberdade de escolha permitirá que os alunos exercitem o reconhecimento dos elementos-chave do gráfico, como zeros da função, vértice e concavidade da parábola, e os relacionem com as formas algébricas associadas.

Figura 15 – Exercício 4



Fonte: Elaboração própria.

Durante a atividade, será incentivado o uso do GeoGebra como ferramenta de validação e apoio, permitindo aos estudantes testar e comparar a função construída com o gráfico dado, promovendo uma experiência de aprendizagem mais interativa e investigativa.

3.3 Teste exploratório

O teste exploratório foi realizado no dia vinte e seis de fevereiro de 2025, em um laboratório de informática durante dois tempos de aulas, com os licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense. Todos os licenciandos convidados a participar do teste exploratório já haviam cursado a disciplina Fundamentos de Matemática I, na qual se estuda a função quadrática, proporcionando, assim, um olhar crítico para a sequência didática, bem como sugestões construtivas. Ressalta-se que não foi

necessário realizar uma visita prévia para verificação dos equipamentos, uma vez que o Instituto dispõe de laboratório de informática devidamente estruturado para o uso do *software* GeoGebra e demais recursos digitais .

Os objetivos do teste foram analisar o tempo de realização, a clareza das explicações e enunciados das questões, além da qualidade dos materiais utilizados (apostila e *applets*) e a organização da sequência didática. Também se buscou avaliar a contribuição da Tecnologia Digital para o processo de ensino, bem como o papel dos *applets* na transição entre diferentes registros de representação e possíveis alterações nesses registros.

Os dados obtidos neste teste, assim como sua análise, serão apresentados no Capítulo 4, item 4.1.

3.4 Roteiro da Entrevista em Grupo

A necessidade da entrevista em grupo foi identificada após a aplicação do teste exploratório, onde foi identificada a importância de obter relatos dos participantes a respeito de suas vivências e percepções relacionadas ao trabalho. Por meio das perguntas, busca-se promover um ambiente de diálogo coletivo onde seja possível compartilhar experiências, contribuindo para a análise da implementação da sequência didática.

Primeira pergunta: “Você encontrou alguma dificuldade ao usar os *applets*? Se sim, quais?”. O objetivo é entender as dificuldades no uso da Tecnologia Digital e identificar possibilidades de melhoria.

A segunda pergunta é: “A manipulação dos coeficientes no GeoGebra ajudou você a entender como eles influenciam a forma e a posição da parábola?”. A pergunta visa compreender como foi para cada um o processo de investigação das características do gráfico da função polinomial do segundo grau por meio da Tecnologia Digital.

Como terceira pergunta temos: “Na sua opinião, a visualização do gráfico utilizando o GeoGebra traz algum benefício em comparação a um esboço do gráfico feito no quadro? Se sim, qual(is)?”. A pergunta tem como finalidade comparar a observação do gráfico realizada nas aulas convencionais - ou seja, sem a utilização de recursos tecnológicos - com a visualização do gráfico a partir do uso da ferramenta GeoGebra.

Quarta pergunta: “Como você compara o aprendizado com o GeoGebra em relação ao uso de métodos tradicionais, como quadro e papel?”. Esta pergunta visa entender a maneira como os estudantes reconhecem a relevância da utilização da Tecnologia Digital nas atividades propostas.

A quinta pergunta é: “O fato de poder ver o gráfico mudando em tempo real te ajudou a fazer conexões entre a função e o gráfico?”. Esta pergunta busca compreender como foi para os alunos o papel dos *applets* na transição entre diferentes registros de representação.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo está dividido em duas seções. A primeira seção é referente ao teste exploratório, que foi aplicado no dia 26 de fevereiro de 2025 e teve como objetivo verificar a adequação da sequência didática proposta. A segunda seção apresenta a implementação da proposta didática e os resultados da pesquisa.

4.1 Teste exploratório

Esta seção apresenta e analisa os resultados obtidos pelo teste exploratório, no qual ocorreu a aplicação da sequência didática aos licenciandos em Matemática que participaram do estudo. Sua estrutura está organizada em subseções que descrevem o desenvolvimento das atividades, as observações realizadas durante o processo e as modificações propostas com base nas análises e sugestões do grupo.

A primeira subseção aborda o teste exploratório, detalhando o contexto da aplicação, os procedimentos adotados e as principais etapas que compuseram a sequência didática. Em seguida, são discutidos os resultados e as observações referentes à participação dos licenciandos, com ênfase nas dificuldades encontradas, nas estratégias de superação e nas contribuições do uso do GeoGebra para a compreensão dos conceitos envolvidos. Por fim, são apresentadas as sugestões de modificações na sequência didática a partir das reflexões das autoras e das sugestões dos participantes, com o intuito de aprimorar sua aplicabilidade e eficácia no ensino da função quadrática.

Dez licenciandos participaram da aplicação da sequência didática, conforme mostra a Figura 16, e, para manter o sigilo de suas identidades, foram nomeados por $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, L_8, L_9, L_{10}$.

Figura 16 – Licenciandos no teste exploratório



Fonte: Protocolo de pesquisa.

4.1.1 Definição da função quadrática

Durante esta etapa, foi explicado o conceito da função quadrática, também denominada função polinomial do segundo grau. Além disso, foi abordado o conceito dos coeficientes, destacando que a representação gráfica da função quadrática corresponde a uma parábola. Discutiu-se ainda a importância da função quadrática em diversas áreas do conhecimento e suas aplicações práticas. Os licenciados não tiveram dúvidas neste momento.

4.1.2 Zeros da função

Nesta etapa, foi apresentado o conceito de zeros da função e o método para determiná-los por meio da fórmula resolutiva da equação polinomial do segundo grau. Para ilustrar a aplicação dessa fórmula, foi resolvido em conjunto com o grupo um exemplo na apostila que pede para encontrar os zeros da função dada por $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.

Em seguida, foi explicado como encontrar os zeros de uma função utilizando o *Applet* 1 desenvolvido no *software* GeoGebra. Posteriormente, discutiu-se o discriminante e sua relação com a quantidade de zeros da função, conforme o valor obtido em seu cálculo. Por fim, o *applet* foi novamente utilizado para que o gráfico da função pudesse ser visualizado a partir de suas particularidades

4.1.3 Máximos e mínimos da função quadrática

Nesta etapa, foi apresentado o conceito de máximos e mínimos. Foi explicado sobre a concavidade da parábola e para ilustrar de forma mais clara a influência do coeficiente de x^2 no gráfico da função, utilizou-se o *Applet* 1 do GeoGebra. Além disso, foi realizada uma dedução, também com o auxílio do GeoGebra, das fórmulas que determinam o vértice da parábola, destacando como as coordenadas x e y do vértice podem ser calculadas. Os licenciandos demonstraram dificuldades iniciais na compreensão da parte algébrica envolvida no cálculo das fórmulas, mas a explicação detalhada e a realização do passo a passo, com o auxílio do GeoGebra, contribuíram para a superação das dificuldades.

4.1.4 Forma fatorada

Neste momento, foi apresentada a possibilidade de expressar uma função quadrática em diferentes formas, além da forma geral. Introduziu-se a forma fatorada e, com o auxílio do

Applet 2, explicou-se a relação entre a forma geral e a fatorada por meio da área e do semiperímetro de um retângulo.

A demonstração algébrica foi indicada na apostila e foi apresentado o *Applet 3*, que permite visualizar a forma geral, a forma fatorada e o gráfico da função. Em seguida, a turma trabalhou em grupo na resolução de um exemplo retirado da apostila, que consistia em determinar a forma fatorada de uma função quadrática com base no gráfico apresentado. Para isso, utilizaram os pontos destacados na imagem como referência. A resolução coletiva do exercício contribuiu significativamente para a compreensão do método de obtenção da forma fatorada, permitindo que os participantes visualizassem a relação entre os elementos do gráfico e a estrutura algébrica da função.

4.1.5 Forma canônica

Nesta etapa, foi explicado que a forma canônica é uma maneira alternativa de representar a função quadrática, e que, por meio dela, também é possível obter a forma geral.

Como já havíamos abordado o conceito de vértices, os licenciandos compreenderam com facilidade. Contudo, utilizamos o *Applet 4* para aprimorar a visualização de gráficos e suas transformações, proporcionando uma compreensão mais detalhada.

Na sequência, foi resolvido um exemplo da apostila semelhante ao da etapa anterior. Neste exercício, os pontos destacados no gráfico foram utilizados como referência para determinar a forma canônica da função quadrática. A resolução ocorreu de forma satisfatória, sem que houvesse manifestações de dúvidas por parte dos licenciandos, o que indicou uma boa assimilação dos conceitos abordados até aquele momento.

4.1.6 Atividades

Após a apresentação das explicações, definições e exemplos, os licenciandos foram orientados a responder quatro questões disponibilizadas na plataforma GeoGebra. O acesso à atividade foi realizado por meio de um *link* localizado ao final da página utilizada durante a aula e foi solicitado que registrassem as resoluções algébricas na folha destacável da apostila.

O detalhamento das atividades propostas encontra-se no Capítulo 3, item 3.2. Nessa seção, optamos por apresentar as ações realizadas durante a aplicação do teste exploratório, bem como as impressões observadas ao longo do processo.

A primeira questão consistia em determinar os zeros da função solicitada e verificar a resposta no aplicativo. O objetivo dessa questão é fazer com que os alunos encontrem

algebricamente os zeros da função e os visualizem no gráfico através do *Applet* 5. Os licenciandos apreciaram essa questão, pois conseguiram visualizar os zeros no gráfico de forma mais clara, e não surgiram dúvidas.

A segunda questão consistia em utilizar o mesmo aplicativo do GeoGebra para analisar o gráfico da função fornecida. O objetivo era identificar as coordenadas do vértice da função e surgiu um questionamento sobre como saber que a questão se referia ao cálculo do vértice, mas foi esclarecido que a própria questão explicava o significado de cada variável. Dessa forma, a dúvida foi sanada.

Na terceira questão, solicitou-se que os licenciandos esboçassem o gráfico da função fornecida. Para auxiliar nesse processo, foi fornecido um passo a passo para o esboço do gráfico, além de uma malha quadriculada. Em seguida, os licenciandos também reproduziram o gráfico da função no GeoGebra.

Na quarta questão, considerando o tempo disponível e a necessidade de alguns licenciandos se retirarem mais cedo para utilizarem o transporte escolar, optou-se por realizar a resolução de forma coletiva. A atividade consistia em determinar a lei de formação da função quadrática, na forma geral, fatorada ou canônica, com base nos gráficos apresentados. Essa questão tem como objetivo fazer com que o aluno realize a conversão da forma gráfica para a algébrica. Nesse momento, os licenciandos lembraram das explicações sobre as formas canônicas e fatoradas, e, trabalhando juntos, conseguiram resolver a questão.

Considerando as propostas do grupo, decidimos adotar as seguintes sugestões:

- Alteração da demonstração do cálculo do x do vértice de forma a destacar os valores encontrados para x e explicar melhor o cálculo do ponto médio, como proposto pelo licenciando L_1 .
- L_1 também sugeriu escrever na apostila a função utilizada no exercício 3 do *link*, assim o aluno poderia esboçar o gráfico sem precisar consultar a atividade no GeoGebra.
- L_3 sugeriu a alteração de nomenclatura dos valores de x encontrados na etapa dos zeros da função, para que não ocorresse confusão.
- L_8 destacou que seria interessante alterar o tracejado da reta presente em um dos *applet*, pois a mesma fica sobre o eixo y e poderia atrapalhar a visualização. Entendemos que essa alteração era adequada e modificamos o *applet*.
- Outra sugestão apresentada pelo grupo foi alterar a exibição do ponto de interseção do gráfico com o eixo y , deixando os valores do ponto e não o rótulo do mesmo.

4.2 Implementação da Proposta Didática

Esta seção descreve a aplicação prática da sequência didática previamente planejada, desenvolvida em sala de aula com uma turma do ensino regular. Em seguida, são expostas as considerações decorrentes da entrevista conduzida com os integrantes da turma.

4.2.1 Aplicação da Sequência Didática

Conforme apresentado na fase de elaboração da sequência didática, a escolha da escola para a aplicação da proposta considerou critérios como a disponibilidade de turmas do Ensino Médio que já haviam estudado o conteúdo de função quadrática, o interesse da gestão escolar em participar da pesquisa e o acesso dos alunos a recursos tecnológicos. Três dias antes da aplicação, foi realizada uma visita à escola com o objetivo de verificar o funcionamento dos equipamentos e a estabilidade da conexão à internet, assegurando que o ambiente estivesse devidamente preparado para o desenvolvimento das atividades propostas.

A sequência foi aplicada em um único encontro dividido em quatro tempos de aula, com a participação de uma turma do 2º ano do Ensino Médio e outra do 3º ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual de Campos dos Goytacazes. No total, 17 alunos participaram do encontro, sendo 9 do 2º ano do Ensino Médio e 8 do 3º ano do Ensino Médio e, para manter o sigilo de suas identidades, foram nomeados por $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}, A_{17}$.

O encontro foi realizado no dia 11 de agosto de 2025 e foi dividido em duas partes, devido ao intervalo para lanche que teve a duração de dez minutos.

Os tempos de aula foram cedidos pela professora que ministra a disciplina “Laboratório de Matemática e suas tecnologias”, que vai ao encontro do tema da nossa proposta. O laboratório utilizado, conhecido como Sala Maker, é um espaço que conta com um computador conectado à televisão, um quadro branco de pequenas dimensões e cinco mesas com cadeiras, onde foram dispostos os *chromebooks*, computadores portáteis que utilizam o sistema operacional desenvolvido pela empresa Google, utilizados pelos alunos durante a aula. Como esses equipamentos são armazenados na sala da direção, foi necessário retirá-los previamente, antes do início das atividades.

Nos foram cedidos um *chromebook* para cada aluno. Conseguimos ligar os equipamentos e abrir o GeoGebra antes da chegada das turmas, porém devido a problemas técnicos, três alunas precisaram compartilhar o mesmo equipamento. A estrutura da sala

impediu o carregamento de um dos *chromebooks*, pois, mesmo com a extensão que providenciamos não foi possível carregar um dos equipamentos, já o outro não estava conectando a internet e não conseguimos identificar o motivo. Foi sugerido às alunas que formassem duplas com outros colegas, a fim de evitar a formação de trio, mas devido à afinidade entre elas e ao fato de estarem compartilhando a mesma mesa redonda, optaram por permanecer juntas. A Figura 17, a seguir, mostra a disposição do mobiliário da sala, os *chromebooks* em funcionamento e a organização dos alunos, enquanto aguardavam as primeiras instruções para o início das atividades.

Figura 17 – Alunos na sala da aplicação da sequência didática



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Durante a aplicação da sequência didática, conforme mencionado na elaboração da mesma, presente no Capítulo 3, foram utilizados como instrumentos de coleta de dados a observação, os registros no diário de campo e as respostas dos alunos às atividades propostas na apostila. Os registros no diário de campo consistiram em anotações realizadas pelas autoras ao longo de todas as etapas da aplicação, com o intuito de documentar as ações, reações e interações observadas em sala de aula.

Nesses registros, foram descritos aspectos como o nível de engajamento dos alunos nas atividades, suas dificuldades e estratégias de resolução, além das interações com o *software* GeoGebra. Esse material permitiu uma análise qualitativa mais aprofundada do processo de aprendizagem, servindo de base para compreender como os estudantes construíram o conhecimento matemático a partir das experiências vivenciadas, uma vez que, conforme apontam Kroef, Gavillon e Ramm (2020), os diários de campo configuram-se como

ferramentas metodológicas fundamentais em pesquisas qualitativas por possibilitarem o registro e a análise da experiência do pesquisador e dos participantes.

No início da aula, as autoras se apresentaram para os estudantes e explicaram o propósito do encontro e informaram como elas conduziriam a aplicação da sequência didática. As autoras deste trabalho deram início a aula perguntando aos alunos sobre o conhecimento deles com relação à função quadrática. Todos os alunos confirmaram já ter estudado a função polinomial do segundo grau, possuindo assim os conhecimentos prévios necessários para o desenvolvimento das atividades propostas. Esses saberes foram considerados um critério fundamental na escolha das turmas participantes, a fim de garantir que a aula oportunizasse a reorganização e o refinamento conceitual, permitindo que os alunos adquirissem novas informações, como diferentes formas de representação, ao repertório já existente. Uma vez que, conforme explica Ausubel (2003), aquilo que o aluno já sabe é um fator decisivo que influencia diretamente a construção de significados mais profundos.

A apostila foi entregue aos alunos e serviu como material de apoio nas etapas da sequência didática. Primeiramente, as autoras apresentaram os conceitos e definições fundamentais da função quadrática, abordando suas características, aplicações, formas de representação e propriedades.

Em seguida foram encontrados algebricamente os zeros da função $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$, presente na apostila. O exemplo foi resolvido em grupo e as autoras utilizaram o quadro branco para que os alunos pudessem acompanhar os passos realizados.

Após esse momento, o *software* GeoGebra (*Applet 1*) foi apresentado, explicando seu funcionamento e seu potencial como ferramenta didática. Com o objetivo de promover a familiarização com o uso do *software*, as autoras conduziram, juntamente com os alunos, a resolução do exemplo previamente trabalhado de forma algébrica na apostila. A atividade foi projetada na televisão com o objetivo de elucidar a relação entre as representações algébrica e gráfica da função quadrática. A articulação entre essas diferentes representações está em consonância com a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2003), segundo a qual a compreensão em Matemática depende da capacidade de conversão entre os diversos registros de representação de um mesmo objeto, no caso, os registros algébrico e gráfico. Após a resolução da atividade e sua exibição na televisão da sala, as autoras verificaram os *chromebooks* dos alunos, a fim de assegurar que todos haviam conseguido acompanhar e reproduzir corretamente os passos no ambiente digital.

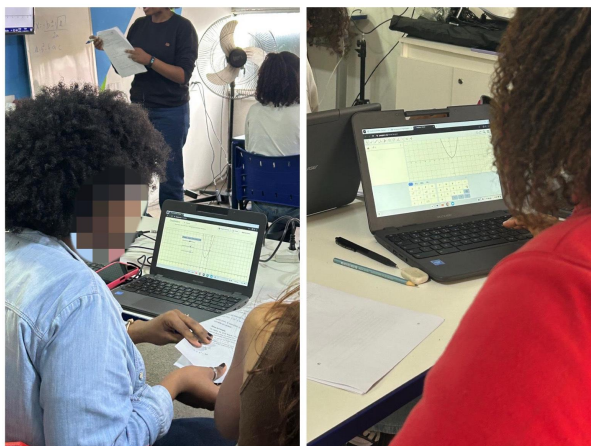
Na abordagem do conteúdo referente aos máximos e mínimos da função quadrática, foi realizada a leitura conjunta, do material presente na apostila, observando-se a forma como o coeficiente de x^2 influencia no comportamento do gráfico. Em seguida, foi solicitado que os estudantes manipulassem o *Applet* 1 do GeoGebra, utilizando o controle deslizante que permite alterar o valor atribuído ao coeficiente de x^2 , assim eles puderam analisar de maneira prática as alterações na concavidade da parábola.

Nessa etapa, buscou-se ainda que os alunos compreendessem, de forma investigativa, a relação entre a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ e a reta $r: y = c$. Assim, foi possível determinar o ponto médio entre as interseções desses elementos, definindo a abscissa do vértice ($x_v = \frac{-b}{2a}$), conforme o exposto no capítulo 3. Com o auxílio do *Applet* 1, os estudantes puderam visualizar graficamente essa dedução, observando que tanto a função $f(x)$ quanto a reta r passam pelo ponto $(0, c)$ e que o vértice se encontra exatamente no ponto médio entre as interseções de ambas. Essa atividade favoreceu a compreensão da simetria da parábola e consolidou o entendimento de que o vértice representa o ponto de máximo ou mínimo da função, dependendo do sinal do coeficiente de x^2 .

Os cálculos foram desenvolvidos de forma detalhada no quadro branco, permitindo maior interação entre as autoras e os alunos. Observou-se conforme anotado nos registros do diário de campo, que alguns estudantes apresentaram dificuldades em compreender os procedimentos algébricos envolvidos. Contudo, ao retornarem ao *applet* no GeoGebra e estabelecerem conexões entre as representações gráficas e as manipulações algébricas, os estudantes ampliaram sua compreensão acerca do conteúdo abordado. Dessa forma, o uso do recurso tecnológico assumiu um papel mediador entre o conhecimento teórico e a prática, contribuindo para a construção de significados e para o aprimoramento do raciocínio matemático, evidenciando, conforme explicam Felipe e Vieira (2019), as potencialidades do uso de recursos digitais.

Na Figura 18 é possível observar duas alunas utilizando o GeoGebra durante essa atividade.

Figura 18 – Alunas utilizando o GeoGebra



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Pouco antes de concluirmos a explicação sobre o vértice da parábola, a coordenadora de turno esteve na sala pedindo para liberar os alunos, pois era o horário do intervalo e seria servido um lanche aos estudantes. Liberamos os alunos após a conclusão da explicação e eles retornaram 10 minutos depois.

Dando continuidade a aula, apresentamos a forma fatorada da função quadrática. Nenhum dos alunos conheciam essa forma de escrita da função e mostramos para eles a equivalência entre a forma fatorada e a forma geral através do *Applet 2*, utilizando a área e o semiperímetro de um retângulo. Essa estratégia favoreceu a aprendizagem significativa. Conforme ressalta Ausubel (2003), ao relacionar novos conceitos a conhecimentos concretos e prévios, torna-se o aprendizado mais compreensível e contextualizado

Após a explicação, os alunos resolveram o exemplo da apostila que pede para determinar a forma fatorada da função correspondente ao gráfico, permitindo assim a conversão entre o registro gráfico e algébrico. Durante a atividade, os registros no diário de campo revelaram que o aluno A_7 , da turma do 2º ano que havia se destacado por demonstrar interesse pela Matemática, foi o primeiro a resolver o exercício e interagiu de forma participativa, explicando seu raciocínio aos colegas. A observação mostrou que o envolvimento de alunos mais confiantes contribuiu para a colaboração e o engajamento coletivo da turma.

As autoras circularam pela sala para acompanhar o raciocínio dos estudantes e registraram no diário de campo que muitos deles apresentaram dificuldade em identificar o valor do coeficiente de x^2 . Diante disso, optou-se por resolver a questão coletivamente no quadro. Essa intervenção proporcionou um momento de mediação pedagógica, em que o

diálogo entre professora e aluno facilitou a reorganização cognitiva, processo essencial para a subsunção de novos significados conforme descrito por Ausubel (2003).

Depois de determinar a forma fatorada, os alunos foram orientados a utilizar o GeoGebra. Com o *Applet* 3, foi possível visualizar a forma geral da função quadrática cuja forma fatorada eles identificaram algebricamente. Nesse momento, de acordo com o registro no diário de campo, foi possível observar que os alunos, ao perceberem a coerência entre os cálculos e o gráfico gerado pelo *software*, demonstraram entusiasmo e segurança quanto ao aprendizado.

Na sequência dos conteúdos, foi apresentada a forma canônica da função quadrática como uma alternativa de representação dessa função, destacando-se que, por meio dela, é possível chegar à forma resolutiva da equação polinomial do segundo grau. A dedução dessa relação foi realizada no quadro branco, de maneira a favorecer a compreensão.

Como os estudantes já haviam estudado o tema de máximos e mínimos, a compreensão da forma canônica mostrou-se mais fácil, uma vez que essa representação está diretamente relacionada ao vértice da parábola. Essa conexão permitiu que os alunos percebessem a importância da forma canônica, não apenas como uma maneira distinta de escrita, mas também como uma ferramenta útil na análise do gráfico e de suas propriedades. Ressaltou-se ainda que a demonstração completa da forma canônica está descrita na apostila, caso os alunos desejassem aprofundar-se no tema de maneira autônoma. Observou-se conforme registrado no diário de campo que os estudantes passaram a compreender que as diferentes formas de representação (geral, fatorada e canônica) estão interligadas, cada uma com sua utilidade analítica e interpretativa. Essa percepção evidencia a importância da articulação entre registros semióticos, de acordo com Duval (2003), e reforça a relevância da tecnologia como suporte visual que torna tais relações mais explícitas.

Em continuidade, foi solicitado que os estudantes manipulassem o *Applet* 4 no GeoGebra, a fim de explorar, de maneira prática, a construção da forma canônica. Para consolidar o aprendizado, trabalhou-se um exemplo em que era fornecido um gráfico e solicitado que os alunos encontrassem sua respectiva forma canônica. Essa atividade contribuiu para integrar a teoria discutida no quadro branco com a visualização dinâmica possibilitada pelo *software*.

Em seguida, os alunos passaram a resolver individualmente as atividades propostas, disponíveis por meio do *link* do GeoGebra, cujo detalhamento completo encontra-se no Capítulo 3, item 3.2. As autoras conversaram com os estudantes sobre as atividades e reforçaram a importância de que cada um mantivesse registradas em sua apostila as respostas

e anotações originais realizadas ao longo da atividade, de modo que esses registros pudessem posteriormente ser analisados como parte dos dados da pesquisa.

Foi disponibilizado um tempo para que cada estudante tentasse solucionar as questões de forma autônoma, decidiu-se que os alunos resolveriam uma questão por vez e, em seguida, ela seria corrigida coletivamente. Após a correção, procedeu-se da mesma forma até que todas as questões fossem resolvidas. Assim, foi possível estimular a participação ativa dos alunos tanto na discussão das soluções quanto no esclarecimento de dúvidas. A Figura 19, a seguir, apresenta um momento da aplicação da sequência didática, em que os alunos observam atentamente a explicação proposta.

Figura 19 – Aplicação da sequência didática



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na primeira questão da atividade, que pedia para encontrar algebricamente os zeros da função e conferir a resposta no *Applet 5*, o aluno A_7 foi o primeiro a resolver corretamente, conforme ilustrado na Figura 20.

Figura 20 – Resolução do exercício 1 pelo aluno A_7

Exercício 1

$$p(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$\Delta = -4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$$

$$\Delta = 16 - 12$$

$$\Delta = 4$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{4 + 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

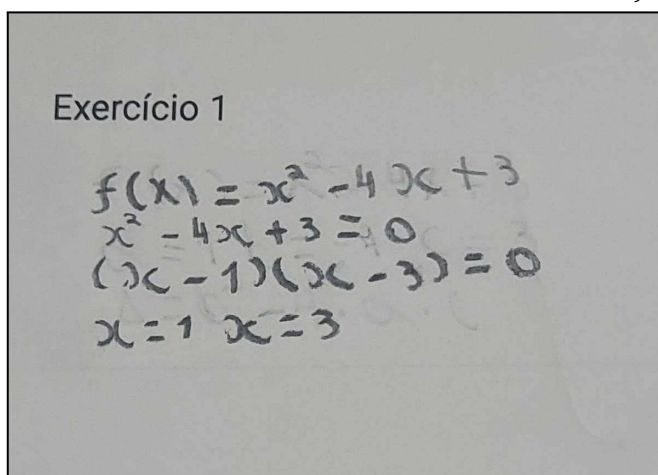
$a=1 \quad b=-4 \quad c=3$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As autoras sanaram os questionamentos dos alunos, como da aluna A_1 que teve dúvida no sinal do coeficiente de x ao utilizar a fórmula resolutiva da equação polinomial do segundo grau. A resolução no quadro foi iniciada logo que os alunos concluíram a resolução da questão.

Todos os alunos conseguiram determinar os zeros da função quadrática utilizando a fórmula resolutiva da equação polinomial do segundo grau, previamente lembrada, considerando que já haviam estudado esse conteúdo anteriormente. Entretanto, a aluna A_9 optou por um procedimento alternativo, conforme registrado na sua folha de resposta, ela utilizou uma multiplicação entre dois binômios, como ilustrado na Figura 21.

Figura 21 – Resolução do exercício 1 pela aluna A_9



Exercício 1

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 1)(x - 3) = 0$$

$$x = 1 \quad x = 3$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Durante a atividade, foi confirmado que essa abordagem estava correta, e a aluna relatou que a considerava mais rápida e intuitiva do que a aplicação da fórmula resolutiva da equação polinomial do segundo grau. Essa situação evidencia um processo de aprendizagem significativa, conforme defendido por Moreira (2010), uma vez que a estudante conseguiu relacionar um novo contexto de resolução a um conhecimento prévio, atribuindo sentido pessoal ao conteúdo.

Depois de concluir a parte algébrica da questão, os alunos demonstraram entusiasmo em voltar a trabalhar com o GeoGebra e não tiveram dificuldade em manipular o *applet*. A aluna A_2 destacou que, ao manipular o GeoGebra (*Applet 5*), conseguiu compreender com maior clareza a localização dos zeros da função quadrática. Dessa forma, a aluna conseguiu associar os zeros da função e a interseção da parábola com o eixo x . Esse movimento entre os registros algébrico e gráfico está em consonância com a Teoria dos Registros de

Representação Semiótica apresentada por Duval (2003), que enfatiza a importância das conversões entre diferentes formas de representação para a construção do conhecimento matemático.

No segundo exercício, sobre uma bola lançada, analisando o gráfico da função, os estudantes deveriam identificar o instante em que a altura máxima é atingida e o valor dessa altura máxima. Observou-se dificuldade na compreensão de que as respostas correspondiam ao vértice da parábola formada pela trajetória do chute da bola. Essa dificuldade foi registrada no diário de campo e superada por meio de uma abordagem concreta: utilizou-se uma bola real que foi encontrada na sala, para representar o formato da sua trajetória ao ser chutada, conectando o fenômeno físico à sua representação gráfica no GeoGebra. A aluna A_2 pensou, de forma equivocada, que precisaria encontrar as respostas algebricamente, então as autoras reforçaram para toda a turma que a questão pedia para ir ao *applet* e analisar o gráfico correspondente.

Ao utilizar o *Applet 5*, os estudantes conseguiram visualizar de maneira dinâmica a trajetória representada na questão, o que facilitou a compreensão e contribuiu para a superação das dificuldades apresentadas. Esse resultado vai ao encontro do que afirmam Monteiro e Silva (2023), ao destacarem que o uso do GeoGebra possibilita uma aprendizagem mais significativa, ao integrar representações algébricas, gráficas e geométricas de forma interativa e visual.

Quando a questão foi resolvida coletivamente, os alunos A_7 e A_1 se sentiram confortáveis em compartilhar com a turma os valores que encontraram, respectivamente, nas letras a e b da questão. Como forma de incentivo, ambos foram aplaudidos pelas autoras e pela turma.

A terceira questão foi mais trabalhosa e exigiu maior tempo para a resolução, uma vez que foi necessário identificar os pontos-chaves para então esboçar o gráfico. Os estudantes foram orientados a seguir o roteiro presente na apostila, apresentado na Figura 22, para construírem o esboço do gráfico da função $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

As autoras caminharam pela sala para sanar as dúvidas que foram aparecendo no processo de resolução. Conforme o registro no diário de campo, a aluna A_3 indagou a respeito da obrigatoriedade de escolher valores arbitrários para x e marcar outros pontos (x, f(x)), como está escrito no passo 4 do roteiro. Foi então explicado para toda turma que, conforme está descrito no quarto passo, a escolha de outros valores deve ser realizada se o aluno julgar necessário.

Figura 22 – Roteiro para esboço do gráfico

Exercício 3. Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2 + 4x + 3$

Esboço do gráfico

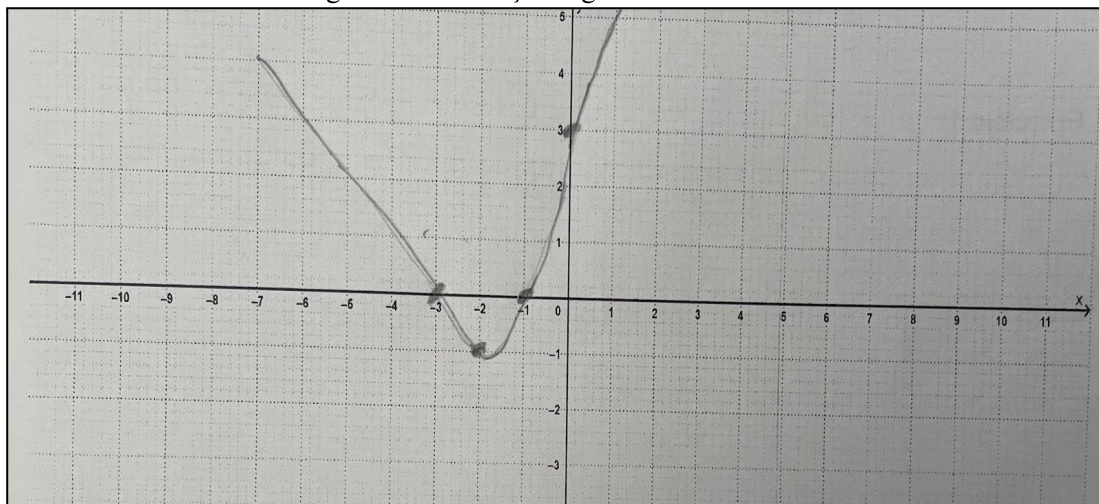
O esboço do gráfico de uma função quadrática pode ser feito marcando no plano alguns dos seus pontos-chave, seguindo os passos abaixo:

1. Marque, se houver, as interseções do gráfico com o eixo x.
2. Marque a interseção do gráfico com o eixo y.
3. Marque o vértice da parábola.
4. Se necessário, escolha alguns valores arbitrários para x e marque outros pontos $(x, f(x))$, para facilitar a visualização
5. Observe a concavidade da parábola (de acordo com o sinal do coeficiente a) e esboce o gráfico passando pelos pontos marcados.

Fonte: Elaboração própria.

Após todos os alunos encontrarem algebricamente os pontos-chaves, começaram, então, a marcá-los na malha quadriculada presente na apostila. A maioria teve dificuldade em traçar a parábola, pois a curva acabava não passando perfeitamente em todos os pontos. A turma então foi lembrada de que estavam realizando um esboço e que, no GeoGebra, conseguiriam criar o gráfico da forma ideal. A Figura 23 mostra um esboço elaborado por um dos alunos durante a aula.

Figura 23 – Esboço do gráfico de um aluno



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Com a finalização dos esboços, as autoras abriram o GeoGebra Classic no computador ligado a televisão e orientaram os alunos a fazerem o mesmo nos seus computadores, utilizando o *link* presente no exercício. A ferramenta “Ponto” foi apresentada a turma, mostrando como marcar no plano cartesiano do GeoGebra os mesmos pontos marcados no esboço. Depois da marcação, os alunos foram orientados a digitar a função através do teclado que o GeoGebra disponibiliza, utilizando, assim, o mouse e facilitando a inserção da função. Foi possível, então, visualizar o gráfico da função passando por todos os pontos-chaves.

Na última questão, que pede para determinar, da forma desejada (geral, fatorada ou canônica) a função quadrática correspondente aos gráficos, os alunos lembraram dos exemplos que foram resolvidos em aula e por isso acabaram não manifestando dúvida no processo de resolução. A forma fatorada acabou sendo a mais utilizada, acreditamos que isso ocorreu devido ao fato de ambos os gráficos possuírem as raízes destacadas. De acordo com o registro no diário de campo, o aluno A_4 comentou que, como em ambas as funções o coeficiente de x^2 possuía o valor 1, não precisava escrevê-lo na função quadrática após a identificação por meio dos cálculos.

4.2.2 Entrevista em Grupo

Após a finalização da correção das atividades, comunicamos aos alunos que seria realizada uma entrevista em grupo, com registro de áudio, cuja finalidade consistia em promover um espaço de diálogo que possibilitasse a compreensão de suas vivências e percepções acerca da atividade da qual participaram. Além de identificar dificuldades e avanços na aprendizagem com o uso do *software* GeoGebra.

A análise das respostas às atividades, dos registros no diário de campo e dos relatos da entrevista possibilitaram responder à questão norteadora desta pesquisa: Quais são as contribuições do uso do GeoGebra no estudo da análise e construção de gráficos de funções quadráticas no Ensino Médio?

Os alunos apresentaram timidez para manifestar suas opiniões e as autoras não insistiram para não interferir em suas respostas.

Após apresentar a primeira pergunta: “Você encontrou alguma dificuldade ao usar os *applets*? Se sim, quais?”, grande parte dos alunos respondeu que não sentiu dificuldade. Uma aluna respondeu que no início sentiu dificuldade em mexer nos controles deslizantes, porém depois se acostumou. Essa dificuldade ocorreu em razão do uso do *chromebook* sem mouses externos, pois estes não estavam disponíveis na Unidade Escolar. Uma segunda aluna informou que teve dificuldade no *Applet* 5, presente nas atividades, pois, ao mexer nos controles deslizantes, o gráfico acabava ficando em cima deles, atrapalhando a utilização.

A segunda pergunta foi: “A manipulação dos coeficientes no GeoGebra ajudou você a entender como eles influenciam a forma e a posição da parábola?”. Os alunos afirmaram que a manipulação dos coeficientes da função quadrática ajudou na compreensão e uma das alunas completou que o GeoGebra ajudou porque “é melhor ver do que falar”. Ela quis dizer que o processo de “ver acontecendo” foi mais eficaz do que apenas “ouvir ou falar sobre o assunto”.

Em relação à terceira pergunta, “Na sua opinião, a visualização do gráfico utilizando o GeoGebra traz algum benefício em comparação a um esboço do gráfico feito no quadro? Se sim, qual(is)?”, os alunos afirmaram que a visualização do gráfico no GeoGebra traz benefícios. Um aluno destacou que, com o GeoGebra, é possível “ver várias alternativas, várias funções diferentes, permitindo uma perspectiva melhor”. Outro aluno relatou que “pelo GeoGebra economiza tempo, no quadro demora muito pra fazer as contas e aqui já aparece na hora”. pois ele percebeu a agilidade e a praticidade que o uso da tecnologia nesse caso, o GeoGebra, proporciona no processo de aprendizagem da Matemática.

A quarta pergunta foi: “Como você compara o aprendizado com o GeoGebra em relação ao uso de métodos tradicionais, como quadro e papel?”. Uma aluna respondeu que “é muito melhor, não preciso gastar meus dedos, é mais fácil, pode ficar testando várias vezes”. Ela ainda deu a ideia de que a escola poderia aderir ao GeoGebra nas aulas de Matemática.

A quinta pergunta foi: “O fato de poder ver o gráfico mudando em tempo real te ajudou a fazer conexões entre a equação e o gráfico?”. Os alunos afirmaram que sim. Uma aluna afirmou que ajudou bastante e um aluno relatou que: “Sim, porque quando eu mexia nos números e via o gráfico mudando na hora, dava pra entender melhor o que cada parte da equação fazia na parábola”, se referindo ao fato de que ao mexer nos controles deslizantes conseguia visualizar a mudança dos gráficos em tempo real e, então, compreender a relação entre os coeficientes da função e as características visuais do gráfico.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Partindo do interesse das autoras em investigar o potencial do GeoGebra como uma ferramenta educacional motivadora no ensino de funções quadráticas — especialmente diante dos desafios enfrentados por estudantes do Ensino Médio, que, conforme apontam Cerqueira, Pires e Madruga (2019), frequentemente concluem essa etapa sem domínio consistente da noção de função — este Trabalho de Conclusão de Curso teve como objetivo principal investigar as contribuições do uso do *software* GeoGebra no processo de análise e construção de gráficos de funções quadráticas no Ensino Médio.

Para tanto, após leitura de trabalhos relacionados ao tema e pesquisa aprofundada, foi elaborada uma sequência didática fundamentada na utilização do GeoGebra e inspirada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. Considerando a natureza abstrata e teórica que caracteriza o conteúdo de funções quadráticas, buscou-se, com esta pesquisa, proporcionar uma abordagem mais dinâmica, visual e significativa para os estudantes.

Conforme afirmam Ribeiro, Vieira e Costa (2021), o estudo de funções é favorecido pelo uso de mais de um registro de representação e também pelo emprego de tecnologia que facilite a transformação entre representações. Os autores afirmam que entre as principais contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica destacam-se a possibilidade de compreender o processo de aquisição do conhecimento, o apoio à prática docente e o favorecimento da aprendizagem do aluno, já que este pode conhecer o objeto matemático em suas diferentes formas de representação.

Nesse contexto, o uso de tecnologias digitais, como o *software* GeoGebra, permite explorar conceitos matemáticos de maneira mais interativa, conectando diferentes formas de representação e promovendo maior compreensão. Trata-se de uma ferramenta valiosa que enriquece o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, ao permitir a resolução de problemas de forma dinâmica e acessível. Além disso, como explicam Monteiro e Silva (2023), o GeoGebra possibilita aos alunos visualizar as transformações no gráfico da parábola em resposta às variações das variáveis envolvidas, aprofundando a relação entre teoria e prática.

A Teoria da Aprendizagem Significativa contribui para esse cenário ao enfatizar a importância de relacionar novos conhecimentos a estruturas cognitivas já existentes. Ao interagir com diferentes registros de representação por meio do GeoGebra, os estudantes não apenas visualizam os conceitos matemáticos, mas também atribuem sentido a eles,

integrando-os aos conhecimentos prévios. Essa abordagem favorece uma compreensão mais profunda e duradoura dos conteúdos, pois estimula uma aprendizagem que vai além da memorização mecânica. Tal perspectiva está alinhada com Ausubel (2003), que afirma que a aprendizagem significativa ocorre quando o novo conhecimento é integrado de forma substancial e não arbitrária às estruturas cognitivas já existentes do aluno.

Com base nas pesquisas realizadas, os materiais elaborados para a sequência didática foram concebidos com o intuito de favorecer a transição entre diferentes registros de representação da função quadrática e suas transformações. Uma vez que Duval (2003), explica que diversas observações demonstraram que os bloqueios ou falhas dos alunos, em diferentes etapas de ensino, tendem a crescer significativamente sempre que há a necessidade de uma mudança de registro ou quando é exigida a mobilização simultânea de dois registros.

Para garantir sua efetividade, os materiais foram submetidos a um teste exploratório, cujo objetivo foi identificar ajustes necessários à clareza e à compreensão dos conteúdos. Reformulações, como a reescrita de demonstrações, foram realizadas a partir das sugestões dos participantes envolvidos nessa etapa preliminar, bem como das observações feitas pelas autoras durante o processo.

A aplicação da sequência didática nas turmas regulares do 2º e 3º ano do Ensino Médio evidenciou resultados positivos no processo de ensino e aprendizagem da função quadrática. Entre os pontos positivos, destaca-se a possibilidade de observar o gráfico mudando de forma concomitante ao mexer nos coeficientes da função, o que ajudou os estudantes a entenderem melhor como a equação se relaciona com a forma da parábola. Além disso, os alunos perceberam que as atividades ficaram bem mais rápidas, já que não era necessário fazer todas as substituições manualmente no quadro, permitindo focar na análise e compreensão do gráfico. Foi possível observar maior engajamento e participação dos alunos com o uso do GeoGebra como ferramenta de apoio para a resolução das atividades propostas e da construção e análise dos gráficos, uma vez que ele promove a leitura da representação gráfica da função e de sua relação com as variações na representação algébrica.

Entre os pontos negativos, alguns alunos tiveram dificuldades técnicas, devido a utilização dos *chromebooks* sem mouse, o que dificultou mexer nos controles deslizantes dos *applets*. Durante a aplicação, também vivenciamos a interferência de fatores externos, pois alguns equipamentos utilizados pelos alunos apresentaram instabilidades técnicas que impactaram parcialmente a experiência deles no GeoGebra. No entanto, tais dificuldades não comprometeram o processo de aprendizagem, uma vez que a estratégia de agrupar esses alunos num mesmo computador foi utilizada para garantir o acesso aos conteúdos e a

continuidade da realização das atividades.

Os registros no diário de campo, as respostas às atividades e os relatos da entrevista indicaram que a visualização dinâmica das representações gráficas no GeoGebra, associada à manipulação dos coeficientes algébricos, contribuiu significativamente para a compreensão das propriedades da função quadrática. Como explica Duval (2003, p.22), “passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto”.

Conclui-se que o uso do GeoGebra, aliado a uma proposta pedagógica bem estruturada, pode ser uma estratégia eficaz para potencializar a aprendizagem da função quadrática no Ensino Médio, promovendo a articulação entre teoria e prática e contribuindo para uma experiência mais significativa, motivadora e conectada à prática; além de auxiliar os alunos na construção de uma compreensão mais sólida e contextualizada em relação à aprendizagem da função quadrática.

REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de; GATTI, Bernadete Angelina. **Métodos Qualitativos de Pesquisa em Educação no Brasil: origens e evolução**. [S.l.: s.n.], 2008. Versão apresentada no Simpósio Brasileiro-Alemão de Pesquisa Qualitativa e Interpretação de Dados. Disponível em: <https://www.uffs.edu.br/uffs/conteudo/pastas-ocultas/bd/pro-reitoria-de-pesquisa-e-pos-graduacao/repositorio-de-arquivos/arquivos-do-programa-de-formacao/M%C3%B3dulo%20VII%20Pesquisa%20Qualitativa%20parte%20II.pdf>. Acesso em: 13 set. 2024.
- AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Paralelo Editora, LDA., 2003.
- AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BRAGA, Ciro. **Função: a alma do ensino da matemática**. 1. ed. São Paulo: Annablume/FAPESP, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 05 ago. 2024
- BUENE, Bento Carlos; MUNGUAMBE, Yula. **GeoGebra como Software auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de funções quadráticas**. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 61-89, 2024. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/65054>. Acesso em: 25 ago. 2024
- CERQUEIRA, Samuel Lopes; PIRES, Rogério Fernando; MADRUGA, Zulma Elizabete de Freitas. **Aprendizagem de função quadrática: uma proposta com auxílio do software GeoGebra**. Revista Polyphonia, Goiânia, v. 30, n. 2, p. 138-157, 2019. Disponível em: <https://revistas.ufg.br/sv/article/view/65110>. Acesso em: 05 ago. 2024.
- DUVAL, Raymond. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. Tradução Méricles Thadeu Moretti. Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 30 ago. 2024
- DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.
- FELIPE, Elisama de Mendonça; VIEIRA, Edite Resende. **Software GeoGebra: uma proposta de ensino para potencializar a interpretação gráfica da função quadrática**. Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática, Sergipe, v. 4, n. 2, p. 104–119, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufs.br/ReviSe/article/view/9939>. Acesso em: 05 ago. 2024.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Org.). **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: UFRGS Editora, 2009. (Série Educação à Distância). Disponível em: <http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf> . Acesso em: 30 ago. 2024.

GONÇALVES, William Vieira. **Amadurecendo como professor, pesquisador e colaborador com o GeoGebra**. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 221-238, 2023. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/63643/43268>. Acesso em: 26 set. 2025.

KROEFF, Renata Fischer da Silveira; GAVILLON, Póti Quartiero; RAMM, Laís Vargas. **Diário de Campo e a Relação do(a) Pesquisador(a) com o Campo-Tema na Pesquisa-Intervenção**. Estudos e Pesquisas em Psicologia, Rio de Janeiro, v. 20, n. 2, p. 464-480, maio/ago. 2020. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/revispsi/article/view/52579>. Acesso em: 28 set. 2025. DOI: <https://doi.org/10.12957/epp.2020.52579>.

LOPES, Sandra Pereira. **Registros de representações semióticas no estudo das funções polinomiais de segundo grau**. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas. Paraná, 2013. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/1554_1454_ID.pdf. Acesso em: 25 ago. 2024.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MONTEIRO, Claudino Luís Tavares; DA SILVA, Adelino Lopes. **GeoGebra como ferramenta facilitadora na resolução de problemas envolvendo função quadrática**. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, São Paulo, v. 12, n. 1, p. 29-42, 2023. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/59819/42356>. Acesso em: 25 ago. 2024.

MOREIRA, Marco Antonio. **Linguagem e Aprendizagem significativa**. Conferência de encerramento do IV Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Maragogi, 2003. Versão revisada e ampliada de participação em mesa redonda sobre Linguagem e Cognição na Sala de Aula de Ciências, realizada durante o II Encontro Internacional Linguagem, Cultura e Cognição, Belo Horizonte, 2003. Disponível: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/linguagem.pdf>. Acesso: 26 set. 2025.

MOREIRA, Marco Antonio. **O que é afinal aprendizagem significativa?**. Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso. Cuiabá, 2010. Aceito para publicação, Qurrriculum, La Laguna, Espanha, 2012. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf>. Acesso em: 26 set. 2025.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes Ltda, 1982.

NÓBREGA, Maria Rafaela Andrade da *et al.* A utilização, relação e contribuição das tecnologias da informação e comunicação no ensino de matemática. *In*: CONGRESSO

NACIONAL DE PESQUISA E ENSINO EM CIÊNCIAS, 7., 2022, Campina Grande. **E-book VII CONAPESC**. Campina Grande: Realize Editora, 2022. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/87862>. Acesso em: 25 ago. 2024

NOVAK, Joseph Donald *et al.* Teoria da Aprendizagem Significativa. *In*: ENCONTRO INTERNACIONAL SOBRE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, 3., 2000, Peniche. **Contributos do III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa**. Peniche, 2000. Disponível em: <http://www.mlrg.org/memberpublications/LivroPeniche2000.pdf>. Acesso em: 26 set. 2025

REZENDE, Wanderley Moura; PESCO, Dirce Uesu; BORTOLOSSI, Humberto José. **Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra**. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 74-89, 2012. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8370>. Acesso em: 25 ago. 2024.

RIBEIRO JUNIOR, Osvaldo Antônio; VIEIRA, Bárbara Medeiros; COSTA, Renata da. **A Teoria de Raymond Duval no ensino de funções matemáticas**. Research, Society and Development, São Paulo, v. 10, n. 3, p. 27, 2021. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/13325>. Acesso em: 30 ago. 2024

SILVA, Andreza Santana da; TELES, Rosinalda Aurora de Melo. **Convergências entre a abordagem do livro didático e o ensino de função quadrática**: um olhar sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica. Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 604–634, 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/47455>. Acesso em: 14 set. 2024.

APÊNDICES

APÊNDICE – Apostila

Aluno(a): _____

Função Polinomial Do Segundo Grau ou Função Quadrática

Definição: A função quadrática, também chamada de função polinomial do segundo grau, é uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ representada pela seguinte expressão:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Onde a , b e c são números reais e $a \neq 0$.

Exemplo: $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$, sendo $a = 2$, $b = 4$ e $c = -6$.

Nesse caso, o polinômio da função quadrática é de grau 2, pois 2 é o maior expoente da variável.

Zeros da Função

Os zeros de uma função quadrática, também conhecidos como raízes, são os valores de x para os quais $f(x) = 0$. Eles determinam quais são os pontos onde o gráfico da função intercepta o eixo das abscissas (eixo x).

Obtemos os zeros de uma função pela resolução da equação de segundo grau:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0.$$

Uma das maneiras de resolver essa equação é por meio da aplicação da fórmula resolutiva da equação polinomial do segundo grau, conhecida como **Fórmula de Bhaskara**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Exemplo:

Encontre os zeros da função $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$

Solução:

Sendo

a =

b =

c =

Substituindo esses valores na fórmula resolutive da equação polinomial do segundo grau (fórmula de Bhaskara), temos:

$\Delta =$

$x =$

$x_1 =$

$x_2 =$

Portanto, os pontos onde o gráfico da função intercepta o eixo x são ____ e ____.

Observe que a quantidade de zeros de uma função quadrática vai depender do valor obtido pela expressão: $\Delta = b^2 - 4ac$, o qual é chamado de **discriminante**.

Assim,

- Se $\Delta > 0$, a função terá dois zeros reais e distintos (ou seja, a equação quadrática associada terá duas raízes reais diferentes);
- Se $\Delta < 0$, a função não terá zeros reais (a equação terá duas raízes complexas diferentes);

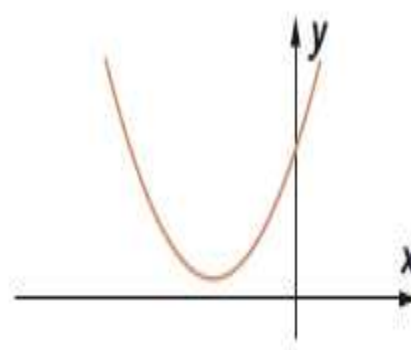
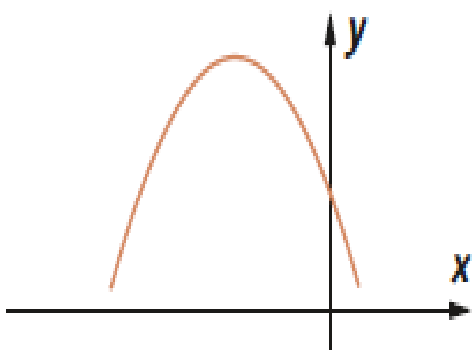
- Se $\Delta = 0$, a função terá um zero real (ou seja, a equação terá duas raízes reais iguais).

Máximos e mínimos da função

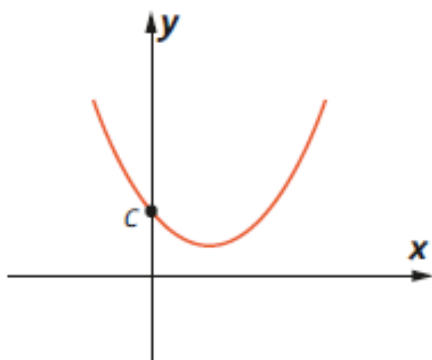
Considere uma função do segundo grau qualquer, do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. O seu gráfico é uma parábola e a concavidade da parábola varia de acordo com o coeficiente a .

Se $a < 0$: a concavidade da parábola é voltada para baixo;

Se $a > 0$: a concavidade da parábola é voltada para cima;



O **coeficiente c** indica o ponto onde a parábola intersecta o eixo y



A parábola cruza o **eixo y** no ponto **(0, C)**.

O vértice da parábola, é o ponto de valor máximo ou mínimo da função. Este ponto é encontrado usando-se a seguinte fórmula:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \text{ e } y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Demonstração

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$y = c$$

$$ax^2 + bx + c = c \Leftrightarrow ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax + b) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$$

$$ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$\text{Cálculo do ponto médio: } x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} \Leftrightarrow x_v = \frac{\frac{-b}{a} + 0}{2}$$

$$\text{logo } x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = f(x_v) = ax_v^2 + bx_v + c$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{-b}{2a}\right) &= a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c \Leftrightarrow a\left(\frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{2a} + c \Leftrightarrow \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{b^2}{4a} - \frac{2b^2}{2 \cdot 2a} + \frac{4a \cdot c}{4a \cdot 1} = \frac{b^2}{4a} - \frac{2b^2}{4a} + \frac{4ac}{4a} = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \end{aligned}$$

$$\text{logo } y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

O vértice irá representar o ponto de valor máximo da função quando a parábola tiver sua concavidade voltada para baixo e o ponto de valor mínimo quando tiver sua concavidade voltada para cima. Ou seja, o vértice determina o maior ou o menor valor que a função pode assumir em todo o seu domínio.

Forma fatorada

Fatorar significa escrever em forma de produto, ou seja, com fatores. Quando $\Delta \geq 0$ a equação $ax^2 + bx + c = 0$ possui duas raízes reais, que podemos chamar de α e β .

A forma **fatorada** da função quadrática é $f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$.

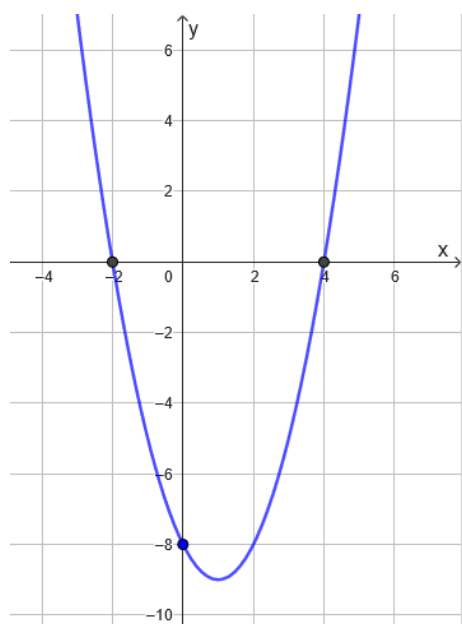
Sabendo que $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$, logo $-(\alpha + \beta) = \frac{b}{a}$ e também que $\alpha\beta = \frac{c}{a}$.

Obtemos a forma fatorada ao colocarmos a em evidência na lei de formação da função f:

$$\begin{aligned} f(x) &= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) \\ &= a\left[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\right] \\ &= a\left[x^2 - \alpha x - \beta x + \alpha\beta\right] \\ &= a[x(x - \alpha) - \beta(x - \alpha)] \\ &= a(x - \alpha)(x - \beta) \end{aligned}$$

Exemplo:

Determine a forma fatorada da função quadrática correspondente ao gráfico abaixo utilizando os pontos destacados.



Resposta:

Forma Canônica

Podemos também reescrever a lei de formação da função quadrática

$f(x) = ax^2 + bx + c$ da seguinte forma:

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

De maneira equivalente:

$$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$$

Onde

$$x_v = -\frac{b}{2a} \text{ e } y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Esta é a chamada forma **canônica** da função quadrática.

A partir da forma canônica podemos chegar a fórmula resolutiva da equação polinomial do segundo grau (fórmula Bhaskara):

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

$$f(x) = 0$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = 0$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Demonstrando a Forma Canônica

A expressão $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser reescrita usando o binômio quadrado perfeito. Esse processo é conhecido como completar o quadrado.

Primeiro, isolamos $ax^2 + bx$ da seguinte forma:

$$f(x) = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c$$

Para completar o quadrado, adicionamos e subtraímos o termo necessário para formar um trinômio quadrado perfeito. O termo que devemos adicionar é:

$$\left(\frac{\frac{b}{a}}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$$

Adicionamos e subtraímos esse valor dentro do parêntese:

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c$$

O trinômio dentro do parêntese agora é um quadrado perfeito:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

Portanto, a equação torna-se:

$$f(x) = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c$$

Expandimos o parêntese:

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\frac{b^2}{4a^2} + c$$

Simplificando o segundo termo:

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

Colocamos tudo na forma final da função quadrática:

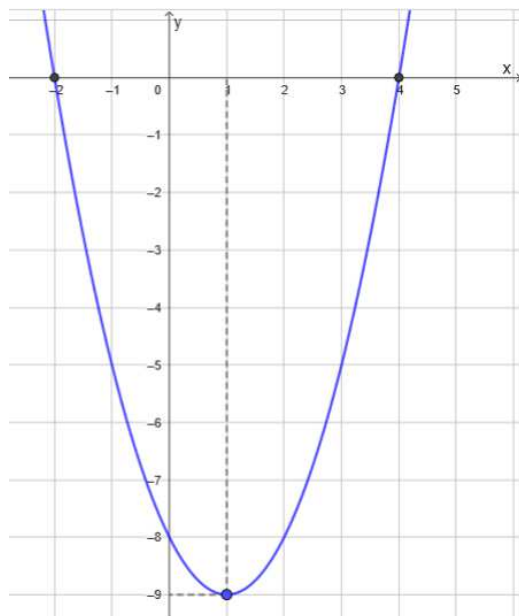
$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(c - \frac{b^2}{4a}\right)$$

O termo $x + \frac{b}{2a}$ indica o deslocamento horizontal do vértice.

O valor $c - \frac{b^2}{4a}$ é a coordenada y do vértice (ordenada do vértice).

Exemplo:

Determine a forma canônica da função quadrática correspondente ao gráfico abaixo utilizando os pontos destacados.



Resposta:

RESOLUÇÕES DAS ATIVIDADES

Exercício 1

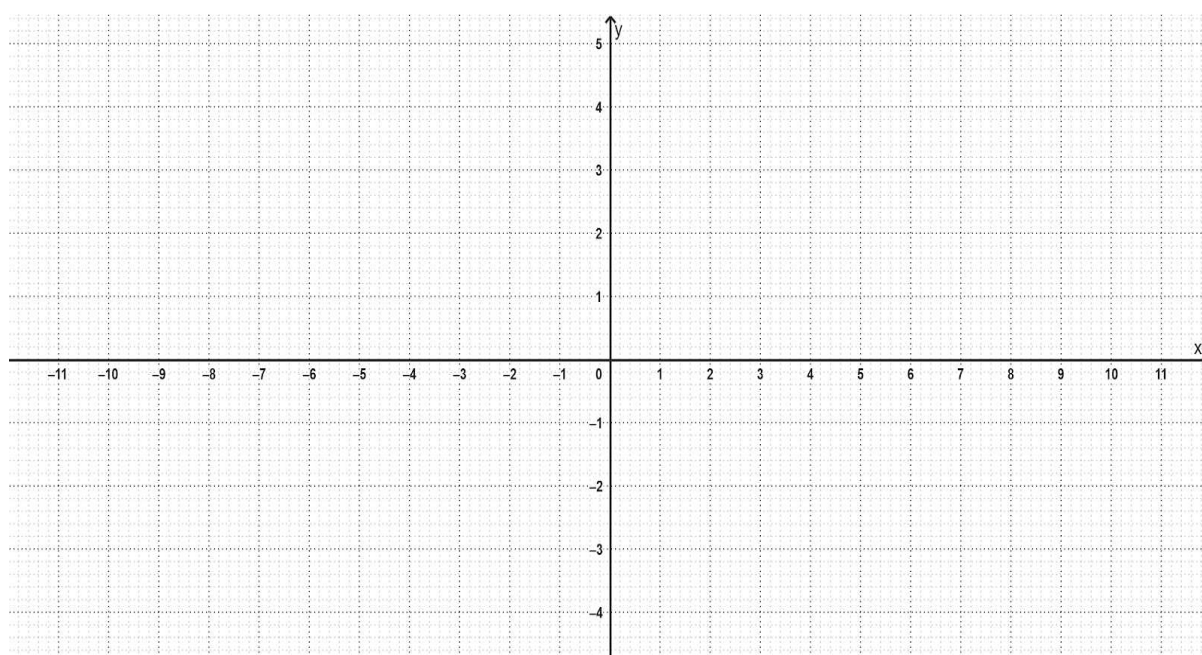
Exercício 2

Exercício 3. Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2 + 4x + 3$

Esboço do gráfico

O esboço do gráfico de uma função quadrática pode ser feito marcando no plano alguns dos seus pontos-chaves, seguindo os passos abaixo:

1. Marque, se houver, as interseções do gráfico com o eixo x.
2. Marque a interseção do gráfico com o eixo y.
3. Marque o vértice da parábola.
4. Se necessário, escolha alguns valores arbitrários para x e marque outros pontos $(x, f(x))$, para facilitar a visualização
5. Observe a concavidade da parábola (de acordo com o sinal do coeficiente a) e esboce o gráfico passando pelos pontos marcados.



Exercício 4

A)

B)