

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA INSTITUTO
FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RENAN DA SILVA BARCELOS

DESENVOLVENDO O PENSAMENTO INVESTIGATIVO: UMA PROPOSTA
DIDÁTICA PARA OS ESTUDOS DE POLÍGONOS

Campos dos Goytacazes/ RJ

Abril – 2026

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
***CAMPUS* CAMPOS CENTRO**
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RENAN DA SILVA BARCELOS

**DESENVOLVENDO O PENSAMENTO INVESTIGATIVO: UMA
PROPOSTA DIDÁTICA PARA OS ESTUDOS DE POLÍGONOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos
Centro, como requisito parcial para conclusão do
Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Me. Pâmella de Alvarenga Souza

Campos dos Goytacazes/RJ

Abril – 2026

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

B393d

Barcelos, Renan da Silva
DESENVOLVENDO O PENSAMENTO INVESTIGATIVO: UMA
PROPOSTA DIDÁTICA PARA OS ESTUDOS DE POLÍGONOS. / Renan
da Silva - Barcelos - 2025.
129 f.: il.

Orientadora: Pâmella de Alvarenga Souza

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro,
Curso de Licenciatura em Matemática, Campos dos Goytacazes, RJ, 2025.
Referências: f. 81 a 84.

1. Investigação matemática. 2. Geometria. 3. Polígonos. 4. GeoGebra. I.
Souza, Pâmella de Alvarenga, orient. II. Título.

RENAN DA SILVA BARCELOS

DESENVOLVENDO O PENSAMENTO INVESTIGATIVO: UMA
PROPOSTA DIDÁTICA PARA OS ESTUDOS DE POLÍGONOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos
Centro, como requisito parcial para conclusão do
Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 6 de Abril de 2026.

Banca Examinadora:

Prof.^a Mylane dos Santos Barreto (Examinadora)
Doutora em Cognição e Linguagem - UENF - RJ
IFFluminense *Campus* Campos Centro

Prof.^a Layanne Andrade Mendonça (Examinadora)
Doutora em Gestão Ambiental - Universidade Positivo
IFFluminense *Campus* Campos Centro

Prof.^a Pâmella de Alvarenga Souza (Orientadora)
Mestre em Matemática (PROFMAT) - UENF - RJ
IFFluminense *Campus* Campos Centro

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus. À minha amada esposa, Priscila, meu porto seguro e quem me dá forças para realizar meus sonhos. Aos meus filhos, que são minha maior motivação para seguir em frente. De modo especial, agradeço à minha querida filha Maitê, por compreender e suportar minhas ausências diárias; ao meu amado filho Gabriel, por entender, ainda que contrariado, a minha falta de tempo para brincar; e, por fim, ao meu amado filho Rafael, meu caçulinha, que também é parte essencial dessa caminhada.

Registro um agradecimento especial à professora Carla, coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática, por interceder por mim em um momento muito delicado da minha trajetória acadêmica — não tenho palavras para expressar minha gratidão. À minha orientadora, professora Pâmella, por assumir esse compromisso comigo e por me guiar de forma brilhante até este momento. Por fim, agradeço à minha sogra, Cilézia, pelo apoio constante, e às minhas irmãs, que sempre estiveram ao meu lado, oferecendo ajuda nos momentos mais difíceis.

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso tem como objetivo analisar as contribuições das atividades investigativas, apoiada pelo uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), em especial o *software* GeoGebra, para o ensino de Polígonos no Ensino Fundamental dos Anos Finais. A pesquisa justifica-se pela necessidade de valorizar o ensino da Geometria, historicamente reduzido nos currículos escolares após o Movimento da Matemática Moderna, bem como de superar práticas tradicionais centradas na memorização de fórmulas. O estudo fundamenta-se em revisão de literatura acerca da importância da Geometria, da metodologia Investigação Matemática e do papel das TIC no processo de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a relevância de atividades investigativas, da interdisciplinaridade e do uso de recursos digitais para promover uma aprendizagem mais significativa e alinhada às demandas contemporâneas. Com vistas à construção da proposta didática, foi realizado um teste exploratório com licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática, o que possibilitou avaliar a clareza das instruções e subsidiar a elaboração do material a ser aplicado em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. Posteriormente, a proposta foi estruturada em três partes investigativas, nas quais os alunos exploraram conceitos de Polígonos por meio de atividades abertas, utilizando o GeoGebra para construir, manipular e analisar figuras geométricas, enquanto o professor atuou como mediador, incentivando a formulação de conjecturas e a justificativa dos resultados. A aplicação em sala de aula ocorreu em três partes: introdução da tarefa, realização da investigação e discussão dos resultados. Os dados evidenciaram maior autonomia dos alunos, desenvolvimento do raciocínio lógico e aumento da motivação para aprender Geometria. Conclui-se que a Investigação Matemática, aliada ao uso do GeoGebra, favorece uma aprendizagem ativa e crítica, contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas e para a formação de estudantes mais preparados para os desafios contemporâneos. Para atingir os objetivos propostos, o trabalho está organizado em quatro seções: Revisão de Literatura, Procedimentos Metodológicos, Considerações Finais e Referências.

Palavras-chave: Investigação Matemática. GeoGebra. Polígonos.

ABSTRACT

This Final Course Project aims to analyze the contributions of investigative activities, supported by the use of Information and Communication Technologies (ICT), especially the GeoGebra software, to the teaching of Polygons in the final years of Elementary School. The research is justified by the need to value the teaching of Geometry, historically reduced in school curricula after the Modern Mathematics Movement, as well as to overcome traditional practices centered on the memorization of formulas. The study is based on a literature review on the importance of Geometry, the Mathematical Investigation methodology, and the role of ICT in the teaching and learning process. In this context, the National Curriculum Parameters (PCN) highlight the relevance of investigative activities, interdisciplinarity, and the use of digital resources to promote more meaningful learning aligned with contemporary demands. With a view to constructing the didactic proposal, an exploratory test was carried out with undergraduate students in the Mathematics Licentiate program. This allowed for the evaluation of the clarity of the instructions and provided input for the development of the material to be applied in an 8th-grade class in Elementary School. Subsequently, the proposal was structured in three investigative parts, in which students explored the concept of Polygons through open-ended activities, using GeoGebra to construct, manipulate, and analyze geometric figures, while the teacher acted as a mediator, encouraging the formulation of conjectures and the justification of results. The classroom application occurred in three parts: introduction of the task, carrying out the investigation, and discussion of the results. The data showed greater student autonomy, development of logical reasoning, and increased motivation to learn Geometry. It is concluded that Mathematical Investigation, combined with the use of GeoGebra, favors active and critical learning, contributing to the development of problem-solving skills and to the formation of students better prepared for contemporary challenges. To achieve the proposed objectives, the work is organized into four sections: Literature Review, Methodological Procedures, Final Considerations, and References.

Keywords: Mathematical Investigation. GeoGebra. Polygons.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Livros didáticos utilizados na elaboração do material de apoio.....	35
Figura 2 - Livros didáticos não utilizado	35
Figura 3 - <i>Applets</i> do GeoGebra	36
Figura 4 - Convite do teste exploratório	37
Figura 5 - Apostila de apoio ao conteúdo de introdução aos polígonos	38
Figura 6 – 1ª questão de fixação do conteúdo da Parte 1	40
Figura 7 – 2ª questão de fixação do conteúdo da Parte 1	41
Figura 8 - Apostila de apoio ao conteúdo de diagonais e um polígono	43
Figura 9 - Item <i>a</i> da 1ª questão da Parte 2	45
Figura 10 - Item <i>b</i> da 1ª questão da Parte 2	45
Figura 11 - Item <i>c</i> da 1ª questão da Parte 2.....	46
Figura 12 – 2ª questão da Parte 2	46
Figura 13 – 3ª questão da Parte2	47
Figura 14 - Apostila de apoio ao conteúdo de ângulos internos e externos.....	48
Figura 15 – 1ª, 2ª e 3ª questão da Parte 3	50
Figura 16 – 6ª, 7ª e 8ª questão da Parte 3	51
Figura 17 - Apostila atualizada de apoio ao conteúdo de introdução aos polígonos	55
Figura 18 - Resposta do aluno H, referente à 1ª questão da Parte 1.....	57
Figura 19 - Resposta do aluno G, referente à 1ª questão da Parte 1.....	58
Figura 20 - Apostila atualizada de apoio ao conteúdo de diagonais e um polígono.....	59
Figura 21 - Resposta do aluno H, referente à 1ª questão (item <i>a</i>) da Parte 2.....	60
Figura 22 - Resposta do aluno J, referente à 1ª questão (item <i>b</i> e <i>c</i>) da Parte 2	61
Figura 23 - Resposta do aluno J, referente à 2ª questão da Parte 2	62
Figura 24 - Resposta do aluno I, referente à 3ª questão da Parte 2	64
Figura 25 - Resposta do aluno I, referente à questão desafio da parte de ângulos.....	65
Figura 26 - Apostila atualizada de apoio ao conteúdo de ângulos internos e externos.....	67
Figura 27 - Resposta do aluno J, referente à 1ª questão da Parte 3	69
Figura 28 - Resposta do aluno I, referente à questão desafio da Parte 3	70
Figura 29 - Resposta do aluno F, referente à 4ª e 5ª questão da Parte 3.....	71
Figura 30 - Resposta do aluno G, análise do <i>applet</i>	72
Figura 31 - Resposta do aluno G, referente à 6ª questão da Parte 3.....	74
Figura 32 - Resposta do aluno H, referente à 7ª, 8ª e 9ª questão da Parte 3.....	75

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Momentos da Competência Investigação e Compreensão.....	19
Quadro 2 - Métodos Baseados na Inquirição	20
Quadro 3 - Etapas da realização da Investigação Matemática	22
Quadro 4 - Processo de Filtragem dos Trabalhos Seleccionados	28
Quadro 5 - Trabalhos Relacionados	32
Quadro 6 - Análise de desempenho da Parte 1	53
Quadro 7 - Análise de desempenho da Parte 2	53
Quadro 8 - Análise de desempenho da Parte 3	53
Quadro 9 - Desempenho dos alunos Parte 1	76
Quadro 10 - Desempenho dos alunos Parte 2	77
Quadro 11 - Desempenho dos alunos Parte 3	77

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
2 REVISÃO DA LITERATURA.....	17
2.1 Investigação Matemática.....	17
2.2 Recurso pedagógico GeoGebra.....	24
2.3 Trabalhos Relacionados	27
2.3.1 Investigação matemática e o ensino da geometria: Uma proposta de Intervenção em sala de aula com o uso do GeoGebra.....	28
2.3.2 Entre o formal e o intuitivo: atitudes dos estudantes em atividades de investigação matemática sobre pontos notáveis de triângulos.....	29
2.3.3 Investigando com o GeoGebra 3D: o Método Axiomático em Atividades de Geometria Espacial e Esférica	30
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	33
3.1 Proposta Didática.....	34
3.2 Teste Exploratório.....	37
3.3 Aplicação na turma regular	54
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	79
REFERÊNCIAS.....	81
APÊNDICES	85
APÊNDICE A - Material para os licenciandos: Estudo de Polígonos.....	86
APÊNDICE B - Material para os alunos: Estudo de Polígonos	101
APÊNDICE C - Questionário de Avaliação	117
APÊNDICE D - Respostas dos alunos.....	120

1 INTRODUÇÃO

A motivação para o desenvolvimento do presente trabalho surgiu a partir de reflexões críticas construtivas por meio das quais foi identificada a relevância sobre o ensino da Geometria. No que concerne ao conteúdo de Polígonos, a partir de uma contextualização abrangente que contemplasse os conceitos da Investigação Matemática como instrumental metodológico e didático que reunisse aspectos interessantes e pouco usuais em sala de aula.

Dessa forma, o objetivo está centrado em trazer para os alunos os conceitos de Polígonos dentro de um contexto de uma aula investigativa, a qual os alunos serão provocados a deduzir as fórmulas, sem a necessidade de decorar, sendo motivados a entender o conteúdo por meio de uma forma diferente, ou seja, num cenário onde eles serão os protagonistas e o professor será apenas um facilitador.

As reflexões culminaram no reconhecimento sobre a importância do ensino da Geometria, por meio do qual inclui-se a exploração analítica independente e também complementar relacionadas aos eixos que aprofundem sobre a teoria, bem como sua aplicação prática, buscando contribuir para o avanço do conhecimento teórico e didático para essa área de conhecimento. A escolha do tema reflete, assim, na busca por questões que despertam interesse acadêmico.

A Geometria é fundamental não apenas para a Matemática, mas também para a compreensão do mundo ao nosso redor. Ela nos permite entender e descrever as formas, tamanhos, posições e propriedades espaciais dos objetos, sendo essencial para diversas áreas do conhecimento, como arquitetura, engenharia, física e até mesmo arte. Além disso, desenvolve o raciocínio lógico e a capacidade de Resolução de Problemas, ajudando na organização do pensamento e na aplicação prática de conceitos em situações cotidianas, como no planejamento de espaços, navegação e até mesmo em tecnologia.

Geometria é considerada importante por pesquisadores e curriculistas porque, por meio dela, a criança desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive, além de ser um campo fértil para se trabalhar com situações-problemas (Pires; Cury; Campos, 2000, p. 15).

Um ponto que justifica a escolha do tema tem referência histórica no Movimento da Matemática Moderna, ocorrido nas décadas de 1960 e 1970, que suprimiu dos programas escolares o estudo da Geometria (Rêgo; Rêgo; Vieira, 2012), resultando em uma ênfase maior sobre a Álgebra. Esse

deslocamento de foco tem gerado uma lacuna no entendimento e na valorização da Geometria, que é fundamental não apenas para o desenvolvimento do raciocínio lógico, mas também para a compreensão de conceitos espaciais e suas aplicações em diversas áreas do conhecimento (Rêgo; Rêgo; Vieira, 2012).

De acordo com Guzman (1995), o que foi considerado positivo para a fundamentação do ensino foi, em muitos casos, visto também como eficaz para a transmissão de conhecimentos. Contudo, as consequências desse enfoque para o ensino da Matemática, de maneira geral, foram prejudiciais, especialmente no que se refere ao desenvolvimento do pensamento geométrico. Apesar disso, há um consenso de que é necessário recuperar o espírito geométrico no ensino da Matemática, algo que parece ser amplamente apoiado (Guzman, 1995).

A recuperação e a valorização da Geometria no ensino, portanto, surgem como uma necessidade para reequilibrar a abordagem Matemática nos currículos escolares, permitindo uma formação mais completa e diversificada dos alunos.

[...] necessidade de resgatar o ensino de Geometria nas escolas passou a ser um dos destaques em diferentes propostas curriculares e artigos sobre o assunto. Chama-se atenção para a importância do desenvolvimento de um pensamento geométrico, de tanta relevância para o aluno como o pensamento aritmético ou algébrico (Pires; Cury; Campos, 2000, p. 21).

No entanto, explorar a construção de conceitos de Geometria, mais especificamente o conteúdo de Polígonos, utilizando a Investigação Matemática como metodologia e com o apoio da tecnologia é, de fato, uma prática desafiadora, mas que oferece um grande potencial para inovar o ensino de Matemática. Esse tipo de abordagem permite que os alunos se envolvam de forma mais ativa no processo de aprendizagem, promovendo a descoberta, a análise e a reflexão crítica sobre os conceitos matemáticos, a partir de uma experiência prática que permita sua assimilação e aplicabilidade cotidianas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

A Investigação Matemática, ao ser aplicada no ensino de Geometria, incentiva os alunos a explorar padrões, formular hipóteses, testar conjecturas e, sobretudo, a desenvolver uma postura investigativa e curiosa (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024). Em vez de apenas aprender fórmulas e regras, os alunos se tornam pesquisadores de sua própria aprendizagem, o que torna o processo mais significativo e desafiador em diferentes aspectos e desdobramentos.

Analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que orienta os professores da Educação Básica, percebe-se que esses documentos enfatizam a importância de situações investigativas no

processo de construção do conhecimento matemático (Brasil, 1997). Os PCN ressaltam que, para além de simplesmente memorizar conceitos ou aplicar fórmulas, o estudante deve ser estimulado a desenvolver o espírito de investigação, ou seja, a curiosidade e a capacidade de explorar e questionar a Matemática, reconhecendo-a como área de conhecimento curricular constituinte do seu cotidiano (Brasil, 1997).

Um dos pontos centrais do PCN é a promoção da aprendizagem ativa, que vai além da reprodução mecânica de procedimentos. Ao indicar que os estudantes devem ser capazes de argumentar sobre suas conjecturas, o currículo sugere que a Matemática não deve ser ensinada de maneira unidimensional, mas sim como um campo de exploração contínua e dinâmica. O desenvolvimento de um pensamento crítico e investigativo, em que os alunos possam propor hipóteses, testá-las e refletir sobre os resultados, é fundamental para a formação de indivíduos mais autônomos e reflexivos em relação ao seu aprendizado (Brasil, 1997).

[...], a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (Brasil, 1997, p. 27).

Além disso, os PCN indicam a importância de habilidades matemáticas e analíticas para o exercício pleno da cidadania, especialmente no que se refere à tomada de decisões em questões sociais e políticas (Brasil, 1997). O cálculo, a medição, o raciocínio lógico, a argumentação e a capacidade de tratar informações estatísticas são fundamentais para compreender e interpretar os dados, garantindo que as decisões tomadas sejam baseadas em análises corretas e fundamentadas (Brasil, 1997).

Ademais, os PCN sugerem que a prática pedagógica deve ser integrada e interdisciplinar. Ou seja, os professores devem contextualizar o aprendizado por meio de problemas reais, que envolvam temas sociais, políticos e outras áreas do conhecimento, com o reconhecimento da interlocução que promove a conexão entre os saberes de cada área de conhecimento. Esse enfoque contribui para o desenvolvimento de uma visão mais crítica e reflexiva dos alunos, preparando-os para a participação ativa e consciente na sociedade (Brasil, 1997).

A utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) também é indicada como ferramenta importante para apoiar esse processo. A tecnologia oferece novas formas de interação com o conhecimento e pode ser um meio eficaz de acessar dados, realizar análises e promover uma

aprendizagem mais dinâmica e conectada com o contexto atual. Assim, a combinação de habilidades Matemáticas à interdisciplinaridade, aos temas transversais e ao uso da tecnologia favorece à formação de cidadãos mais bem preparados para lidar com os desafios contemporâneos, contribuindo para um raciocínio lógico e resolutivo sobre questões cotidianas das mais simples àquelas mais complexas (Miskulin, 2012).

Com o avanço das TIC, especialmente nas áreas de inteligência artificial, robôs interativos e realidade virtual tornam-se, cada vez, mais inviável à manutenção da educação baseada no modelo tradicional, que se limita à instrução programada e à transmissão mecânica das informações. O progresso tecnológico oferece novas possibilidades para o processo educacional, superando os paradigmas antigos e permitindo uma abordagem mais dinâmica e inovadora, que vai além do simples treinamento do pensamento algorítmico (Miskulin, 2012).

No presente trabalho, o *software* GeoGebra será adotado como recurso de apoio na investigação de conceitos geométricos. Desenvolvido em 2001 pelo matemático austríaco Markus Hohenwarter, no âmbito de sua tese de doutorado, o programa caracteriza-se por ser gratuito e por apresentar ampla compatibilidade com diferentes plataformas, podendo ser utilizado em computadores, *smartphones* e tablets, conforme (Silva, 2022).

O GeoGebra configura-se como um ambiente de geometria dinâmica que promove a articulação entre distintos campos da Matemática, tais como Geometria, Álgebra, Aritmética. Essa integração favorece a construção e a análise de múltiplas representações de um mesmo objeto matemático, contribuindo significativamente para a compreensão dos conceitos abordados. Ademais, o *software* disponibiliza diferentes versões para utilização, as quais podem ser acessadas e obtidas por meio de sua plataforma oficial.

Com relação ao uso de tecnologia digitais os PCN, afirmam que:

[...] tudo indica que pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente na medida em que possibilita o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a distintos ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros (Brasil, 1997, p. 44).

A partir do que foi descrito, foi desenvolvida a seguinte questão de pesquisa: como o desenvolvimento do pensamento investigativo, por meio da metodologia de Investigação Matemática, utilizando o GeoGebra, pode ser aplicado na elaboração de uma proposta didática sobre Polígonos?

Este estudo tem como objetivo analisar as contribuições das atividades investigativas, com

o uso do GeoGebra como ferramenta de apoio, para o ensino de Polígonos.

Para tanto, tem-se como objetivos específicos: (i) aprofundar o estudo sobre o ensino e aprendizagem de Polígonos; (ii) verificar a abordagem quanto ao conteúdo de de alguns livros didáticos indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para o Ensino Fundamental pós Base Nacional Comum Curricular (BNCC); (iii) relacionar o conteúdo de Polígonos e uso de tecnologias digitais por meio de estudos e pesquisas; (iv) pesquisar sobre Investigação Matemática e suas contribuições no processo de ensino e aprendizagem.

Para atingir os objetivos, o presente trabalho divide-se em quatro seções, distribuídas conforme a seguir: Revisão de Literatura, Procedimentos Metodológicos, Considerações Finais e Referências.

A Introdução, apresenta a motivação, a justificativa que fundamenta essa investigação, a delimitação do tema atrelada ao objetivo de realização e aplicabilidade dos conceitos analisados na pesquisa, com uma breve contextualização do desenvolvimento da pesquisa proposta para o presente trabalho.

A presente pesquisa fundamenta-se em três eixos centrais evidenciados na revisão de literatura. O primeiro refere-se à Investigação Matemática, entendida como uma abordagem que estimula a curiosidade, a formulação de hipóteses e a construção de conjecturas, promovendo uma aprendizagem ativa, reflexiva e crítica. Nessa perspectiva, conforme destacam (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024) investigar em Matemática envolve a exploração de situações abertas, que permitem múltiplas estratégias e soluções, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e da autonomia dos estudantes. Assim, o aluno assume papel protagonista, enquanto o professor atua como mediador do processo de aprendizagem.

O segundo eixo aborda o uso do GeoGebra como recurso pedagógico no ensino da Geometria. O *software* possibilita a construção e manipulação dinâmica de figuras e representações, ampliando as possibilidades de visualização e tornando o ensino mais dinâmico e significativo.

O terceiro eixo contempla trabalhos acadêmicos relacionados ao tema, os quais reforçam a relevância da articulação entre Investigação Matemática e GeoGebra, evidenciando contribuições para o engajamento dos alunos, a compreensão dos conceitos e o desenvolvimento da argumentação matemática.

Quanto aos procedimentos metodológicos, cabe destacar que a referida pesquisa tem um caráter qualitativo inspirado na intervenção pedagógica e foi organizada em três momentos: elaboração de uma proposta didática investigativa com uso do GeoGebra, realização de um teste exploratório com

um grupo reduzido e aplicação da proposta em uma turma do Ensino Fundamental, envolvendo apresentação, investigação e discussão dos resultados.

A análise dos dados indica que a integração entre Investigação Matemática e GeoGebra favorece uma aprendizagem mais ativa e significativa, contribuindo para o desenvolvimento da autonomia, da argumentação e da compreensão dos conceitos geométricos. Dessa forma, evidencia-se que a articulação entre metodologias investigativas e recursos tecnológicos fortalece o ensino de Geometria e contribui para a formação de estudantes mais críticos e autônomos.

2 REVISÃO DA LITERATURA

O presente capítulo apresenta o embasamento teórico que fundamenta esta pesquisa. Para melhor organização e compreensão, está estruturado em três partes distintas: (i) Investigação Matemática; (ii) o GeoGebra como recurso pedagógico; e (iii) trabalhos relacionados, resultantes de pesquisas realizadas com o objetivo de identificar produções acadêmicas com temáticas convergentes a este estudo. Dessa forma, busca-se não apenas discutir os principais referenciais teóricos que sustentam a investigação, mas também situar a pesquisa no contexto acadêmico, evidenciando sua relevância e contribuição para o ensino de Geometria.

2.1 Investigação Matemática

Na Matemática, o conceito de investigar se refere ao processo de explorar e analisar um problema, com o objetivo de encontrar soluções ou entender melhor a situação em questão. De acordo com as ideias de (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024), isso envolve a busca por padrões, relações e propriedades, além de tentar identificar métodos ou estratégias que possam ser aplicados para resolver o problema e mostrar uma forma de resolução prática e, em contrapartida, também analítica. Investigar na Matemática pode ser entendido como uma abordagem ativa e criativa, onde o matemático ou estudante tenta formular hipóteses, testar suposições, formular conjecturas e, eventualmente, chegar a uma conclusão. Muitas vezes, essa investigação pode levar a novas descobertas, como fórmulas, teoremas ou métodos de Resolução de Problemas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. [...] investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado (Ponte *et al.*, 2003, p. 9).

Contextualizando sobre o significado do termo “investigar”, os autores refletem a questão de como se dá a compreensão Matemática. Nesse contexto, Braumann (2002) ao relatar sobre o processo de aprendizagem Matemática, afirma que:

[...] aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza Matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. [...] Aprender Matemática sem forte intervenção de sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar fazendo erros e aprendendo com eles (Braumann, 2002, p. 5)

A Investigação Matemática, enquanto metodologia, vem sendo utilizada em diversos países, dentre os quais destaca-se os Estados Unidos, Inglaterra, França, Portugal e Brasil. Tal metodologia é mencionada em vários documentos curriculares, sugerindo sua implementação nas aulas de Matemática (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

No que concerne ao Brasil, os PCN enfatizam a importância de implementar essas atividades, com o objetivo de desenvolver habilidades que “[...] permitam provar os resultados, testar seus efeitos e comparar diferentes caminhos para alcançar a solução [...]” (Brasil, 1997, p. 42). O processo de ensino e a aprendizagem construídos por meio de iniciativas que estimulem o conhecimento, devem ser incentivados nos alunos, especialmente, quando eles questionam suas próprias respostas e o problema proposto. Isso os leva a formular novas questões e a explorar problemas abertos, que aceitam diversas respostas que demandam pensamento analítico (Brasil, 1997).

Um dos objetivos gerais no Ensino Fundamental, é incentivar o interesse e o desenvolvimento do espírito investigativo (Brasil, 1997). No Ensino Médio, as investigações passam a ser incorporadas como novas práticas educacionais, acompanhadas de leituras, discussões e projetos que estimulam o pensamento crítico. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) destacam três conjuntos de competências importantes, sendo uma delas a capacidade de investigar e compreender, incentivando os estudantes a se aprofundarem no conhecimento de forma mais reflexiva e autônoma (Brasil, 2002).

A reunião de todas as informações pertinentes a essa competência é bem extensa. No Quadro 1 tem-se um resumo da referida competência.

Quadro 1 - Momentos da Competência Investigação e Compreensão

INVESTIGAÇÃO E COMPREENSÃO	
Estratégias para enfrentamento de situações-problema	
Identificar em dada situação-problema as informações ou variáveis relevantes e possíveis estratégias para resolvê-las.	
Interações, relações e funções; invariantes e transformações	
Identificar fenômenos naturais ou grandezas em dado domínio do conhecimento científico, estabelecer relações; identificar regularidades, invariantes e transformações.	
Medidas, quantificações, grandezas e escalas	
Selecionar e utilizar instrumentos de medição e de cálculo, representar dados e utilizar escalas, fazer estimativas, elaborar hipóteses e interpretar resultados.	
Modelos explicativos e representativos	
Reconhecer, utilizar, interpretar e propor modelos explicativos para fenômenos ou sistemas naturais ou tecnológicos.	
Relações entre conhecimentos disciplinares, interdisciplinares e inter-áreas	
Articular, integrar e sistematizar fenômenos e teorias dentro de uma ciência, entre as várias ciências e áreas de conhecimento.	

Fonte: BRASIL (2002.p. 30 *apud* SOUZA, 2019, p. 39)

De acordo com Ernest (1996, p. 25), a Matemática é entendida "como uma instituição social que surge a partir da formulação e Resolução de Problemas pelo ser humano". O autor também destaca que os problemas matemáticos vão além de simples desafios, e que as técnicas empregadas para os solucionar representam progressos essenciais no campo da Matemática que facilitam o aprendizado e, por consequência, a Resolução de Problemas.

O autor também afirma que há uma relação estreita entre a Resolução de Problemas e a teoria que fundamenta a Investigação Matemática, embora haja diversas interpretações sobre essas abordagens. Para o referido autor, há um consenso entre outros estudiosos de que tanto a Resolução de Problemas quanto à investigação está ligadas ao processo de inquirição Matemática. Nesse contexto, o referido conceito, envolve a busca por informações e soluções para questões, caracterizando-se pela atitude de questionar (Ernest, 1996).

Ernest (1996) aponta algumas distinções entre o objeto e o processo de inquirição, ressaltando que, apesar das diferenças, ambos não podem ser separados. Segundo o autor Ernest (1996, p. 29), "o objeto de inquirição é o próprio problema ou o ponto de partida da investigação". Por outro lado, o processo de inquirição, no contexto da Resolução de Problemas, refere-se a uma atividade que busca

um caminho para encontrar uma resposta. O autor também destaca que, nesse processo de busca, não se deve esperar apenas uma única solução, podendo surgir várias soluções ou, em alguns casos, nenhuma solução (Ernest, 1996).

Explicando os métodos de inquirição, conforme o Quadro 2, Ernest (1996) apresenta todo o trajeto desde a descoberta guiada até à abordagem investigativa, percorrendo também pela Resolução de Problemas.

Quadro 2 - Métodos Baseados na Inquirição

Método	Papel do Professor	Papel do Aluno
Descoberta Guiada.	Formula o problema ou escolhe a situação com o objetivo em mente. Conduz o aluno para o objetivo.	Segue a orientação.
Resolução de problemas.	Formula o problema. Deixa o método de solução em aberto.	Encontra o seu próprio caminho para resolver o problema.
Abordagem investigativa	Escolhe uma situação de partida (ou aprova a escolha do aluno).	Define os seus próprios problemas dentro da situação. Tenta resolver pelo seu próprio caminho

Fonte: Elaboração própria

Conforme demonstra o Quadro 2, os métodos que se baseiam na inquirição vão além de processos matemáticos. Eles também interferem no papel do professor. Ou seja, nesse processo, o docente não detém controle total sobre as respostas nem sobre a forma como os alunos utilizarão tais métodos. No entanto, exerce papel fundamental ao apresentar, orientar e demonstrar quais são os possíveis resultados esperados a partir dessa aplicação. Nesse contexto o papel do aluno também se transforma, ele deixa de ter uma postura passiva, pois não contará com as instruções do professor, entretanto poderá escolher os métodos e o percurso que julgar mais assertivo (Ernest, 1996).

No que se refere à Resolução de Problemas, o aluno utiliza todo o seu repertório de conhecimento em situações práticas. Entretanto, o professor ainda detém o controle sobre a gestão do conteúdo e a forma de ministrá-lo. Já na abordagem investigativa, o aluno passa a ser protagonista desse processo, pois ele passa a ter liberdade para definir, dentro de um determinado contexto, seus próprios problemas e buscar suas soluções de forma independente, conduzindo a inquirição por conta

própria (Ernest, 1996).

No processo de Investigação Matemática, o aluno assume o papel de "investigador" que busca compreender e resolver uma determinada situação-problema (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024). Esse processo envolve não apenas a aplicação de conceitos matemáticos, mas também a formulação de estratégias, a análise crítica das possíveis soluções e a exploração de diferentes caminhos para chegar à resposta e a mensuração dos resultados e efeitos alcançados, alcançando, com isso, uma visão holisticamente crítica do todo.

O professor, nesse contexto, atua como um facilitador, apresentando desafios que incentivam o pensamento crítico e a curiosidade. Essas situações podem variar em complexidade e podem envolver desde exercícios simples, que servem para fixar conceitos, até problemas mais elaborados, que exigem a exploração de diferentes ideias e a aplicação de raciocínio lógico (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2024), no processo de elaboração de uma aula investigativa normalmente a mesma é concebida considerando-se três etapas principais: (i) introdução da tarefa; (ii) realização da investigação e (iii) discussão dos resultados.

Na primeira fase, o professor deve apresentar a proposta aos alunos, de forma oral ou escrita, garantindo que todos compreendam claramente o papel que desempenharão. É importante que o professor explique o significado de investigar e forneça pistas para a exploração, incentivando os alunos a estabelecerem suas próprias conjecturas. O objetivo é que os alunos interpretem a atividade de forma autônoma ou colaborativa, criando um ambiente favorável para que eles se sintam à vontade para pensar, explorar ideias e compartilhar seus resultados com o professor e os colegas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

Na segunda fase, os alunos podem realizar as investigações de forma individual, em duplas, pequenos grupos ou com toda a turma, cabendo ao professor acompanhar o desenvolvimento do trabalho, oferecendo apoio sempre que necessário. A atividade de investigação deve envolver os processos de exploração e formulação de questões, formulação de conjecturas, teste e reformulação das conjecturas, além de justificação e avaliação das conjecturas, sendo esses momentos essenciais para o desenvolvimento do trabalho dos alunos (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

Na última fase, os alunos devem apresentar aos colegas o trabalho realizado, sendo que o professor deve atuar como moderador, assegurando que todos tenham acesso aos resultados e processos da investigação, estimulando questionamentos e promovendo a reflexão. Esse momento deve ressaltar a importância da justificativa Matemática e das conjecturas, além de permitir que os

alunos, por meio da discussão, compreendam o processo de investigação, desenvolvam a capacidade de se comunicar matematicamente e reflitam sobre o seu trabalho (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

Cabe destacar que, durante o processo de Investigação Matemática, quando inserido como metodologia de ensino, deve-se utilizar os quatros momentos principais, conforme descrito abaixo:

[...] O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E finalmente o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024, p. 20).

O Quadro 3, consolida todos os momentos na realização da investigação e as etapas que podem ser inseridas.

Quadro 3 - Etapas da realização da Investigação Matemática

MOMENTOS	ATIVIDADES
Exploração e formulação de questões	1. Reconhecer uma situação problemática; 2. Explorar a situação problemática; 3. Formular questões.
Conjecturas	1. Organizar dados; 2. Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	1. Realizar testes; 2. Refinar uma conjectura.
Justificação e avaliação	1. Justificar uma conjectura; 2. Avaliar o raciocínio ou resultado do raciocínio

Fonte: Elaboração própria.

No que se refere ao processo de ensino através de atividades investigativas, Ponte (2005, p. 16), afirma que:

[...] a realização de tarefas abertas, de carácter exploratório e investigativo é um elemento marcante neste tipo de ensino, mas importância idêntica assumem os momentos de discussão em que os alunos apresentam o seu trabalho, relatam suas conjecturas e conclusões, apresentam as suas justificações e questionam-se uns aos outros e que o professor aproveita para procurar que clarifiquem os conceitos e procedimentos, se avalie o valor dos argumentos e se estabeleçam conexões dentro e fora da Matemática (Ponte, 2005, p. 16).

O autor destaca a importância de propor atividades investigativas que envolvam o aluno desde o início do processo, com a formulação de questões a serem resolvidas, até os momentos de discussão, nos quais ocorre a construção colaborativa do novo conhecimento (Ponte, 2005).

De acordo com Ponte (2010), as tarefas exploratórias e investigativas favorecem o envolvimento dos alunos nas aulas de Matemática, impactando diretamente o trabalho do professor. A aprendizagem, por sua vez, é influenciada por diversos fatores que se interrelacionam com a prática docente, incluindo a participação ativa dos alunos na investigação e a comunicação entre todos os envolvidos no processo educativo.

Em uma aula investigativa, as tarefas são essenciais, mas o aspecto crucial é a maneira como elas são abordadas em sala de aula, pois é isso que realmente caracteriza a investigação (Guerra, 2015). O professor desempenha um papel fundamental nesse processo, sendo responsável por selecionar, adaptar ou até criar tarefas que incentivem a investigação. Essas tarefas precisam ser atrativas, de modo a despertar o interesse dos alunos, levando em consideração sua faixa etária, os conhecimentos matemáticos já adquiridos e seus interesses pessoais (Guerra, 2015).

Conforme Guerra (2015), inicialmente em uma aula investigativa, o professor apresenta a proposta à turma, entrega a tarefa por escrito aos alunos ou ao grupo e os motiva a se tornarem exploradores, buscando uma ou mais soluções para o desafio. É fundamental que os alunos compreendam o que precisam realizar e entendam seu papel dentro da proposta investigativa.

Com essa compreensão, inicia-se a fase em que o professor se coloca à disposição dos alunos, acompanhando o processo de formulação das hipóteses (Guerra, 2015). Durante a fase investigativa, a figura do professor pode apoiar os alunos, relembrando conceitos previamente aprendidos por meio de perguntas que os ajudem a recordar a Matemática já abordada. É importante incentivar os alunos a compartilharem suas ideias com os colegas, promovendo a construção do conhecimento de maneira colaborativa.

Na sequência do processo de investigação todos os alunos devem ser incentivados a participar, expondo suas ideias e oferecendo suas opiniões sobre os argumentos e conclusões apresentados, na resolução dos desafios propostos.

Um aspecto crucial para uma aula investigativa de qualidade é o ambiente de aprendizagem. O professor deve conhecer profundamente seus alunos e, com base nesse conhecimento, criar situações que estejam alinhadas com suas expectativas e experiências cotidianas, evitando abordagens distantes ou desinteressantes.

Considerando a função do professor numa atividade investigativa Bisognin *et al.* (2009),

coloca que:

[...] a utilização dessa metodologia [Investigação Matemática] faz com que o professor desempenhe um papel de moderador das atividades. Ela exige do professor uma capacidade de reagir e interagir em situações improvisadas nas quais ele deixa de ter controle dos métodos e processos que os alunos utilizam, ou seja, não tem um caminho pré-determinado; em consequência, professor e alunos se transformam, interagindo entre si (Bisognin *et al.* 2009, p. 191).

Sendo assim, o professor que deseja realizar atividades investigativas em sua prática pedagógica precisa desenvolver competências que vão além das utilizadas no ensino tradicional. É essencial cultivar uma relação positiva com o processo investigativo, estar disposto a enfrentar novas situações, propor tarefas que façam sentido para os alunos e que se conectem com seu cotidiano, criando, assim, um ambiente favorável à investigação (Bisognin *et al.*, 2009).

Durante essas atividades, é possível que os alunos formulem conjecturas que o professor não havia previsto. Nesse contexto, o papel dele é compreender essas conjecturas e, por meio do diálogo, explorar o conhecimento de forma a estimular a reflexão coletiva, adotando uma postura interrogativa que favoreça o desenvolvimento do raciocínio matemático (Bisognin *et al.*, 2009).

2.2 Recurso pedagógico GeoGebra

Segundo Silva (2022) o processo de Educação Matemática nos dias atuais não pode se desvincular da realidade tecnológica que permeia o cotidiano dos alunos. Nesse cenário, torna-se fundamental uma reconfiguração do papel da escola e do docente frente a esse cenário, no qual as TIC se fazem presente. A tradicional lousa e o pincel devem ceder espaço, sem que sejam totalmente descartados, às novas tecnologias (Silva, 2022).

Conforme Kenski (2008), a escola tem o papel fundamental de formar cidadãos aptos a lidar com a realidade e os desafios do mundo contemporâneo, proporcionando-lhes as ferramentas necessárias para compreender e explorar as transformações e informações que afetam diversos aspectos da sociedade. A partir desse processo de conscientização e reflexão, o estudante desenvolve a capacidade de enfrentar os desafios e as inovações do conhecimento adquirido no ambiente escolar, o qual estenderá para sua vida social e prática cotidiana.

Atualmente existem inúmeras possibilidades tecnológicas que podem ser empregadas como ferramentas complementares no processo de ensino da Matemática. Exemplos disso, incluem os computadores e todos os seus recursos, tablets com aplicativos educativos, além dos *smartphones* e

suas funcionalidades. Diante dos avanços tecnológicos e da necessidade de integrar essas inovações ao contexto educacional, Almeida (2000) analisa as responsabilidades do professor no uso pedagógico desses recursos tecnológicos em sala de aula.

Diante desse contexto de transformação e de novas exigências em relação ao aprender, as mudanças prementes não dizem respeito à adoção de métodos diversificados, mas sim à atitude diante do conhecimento e da aprendizagem, bem como a uma nova concepção de homem, de mundo e de sociedade. Isto implica que o professor terá papéis diferentes a desempenhar, o que torna necessários novos modos de formação que possam prepará-lo para o uso pedagógico do computador (Almeida, 2000, p. 16).

De acordo com Almeida (2000) destaca-se as competências essenciais que o professor deve desenvolver ao atuar em um ambiente educacional mediado por tecnologias.

(1). procurar construir um quadro teórico coerente, que oriente sua conduta de professor mediador; (2). dominar as técnicas de programação e os recursos do *software* em uso, de forma a fornecer subsídios aos alunos; (3). procurar dominar os conteúdos do campo de exploração trabalhado no computador pelos alunos; (4). e, quando necessário, aprofundar estudos sobre os mesmos de forma a orientar a aprendizagem dos conteúdos e das respectivas estruturas envolvidas nas pesquisas; (5). estar sempre aberto a “aprender a aprender”; (6). diante de um novo problema assumir atitude de pesquisador e levantar hipóteses; realizar experimentações, reflexões e depurações; (7). buscar a validade de suas experiências (Almeida, 2000, p.16).

Quanto à utilização do computador, as opções para explorar essa ferramenta no ensino da Matemática são vastas, abrangendo desde o uso de programas de cálculo e análise de dados até à aplicação de *softwares* educativos. No entanto, compartilhamos da perspectiva de Lima (2009) ao considerar a maneira como essa tecnologia será integrada ao contexto de ensino e aprendizagem da Matemática.

[...] ao considerar as possibilidades de ensino com o computador, o que pretendo é destacar que a dinamicidade desse instrumento pode ser utilizada para que os alunos trabalhem como se fossem pesquisadores, investigando os problemas matemáticos propostos pelo professor e construindo soluções ao invés de esperarem um modelo a ser seguido (Lima, 2009, p.36).

Pesquisas indicam que o acesso à tecnologia, particularmente ao computador, impacta o desempenho em Matemática. Nesse sentido, Staa (2007) destaca que:

Em 2005, a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) conseguiu mostrar que [...] os alunos que afirmaram não ter acesso a um computador tiveram desempenho pior em Matemática. [...] Este é o estudo mais amplo já realizado neste sentido e indica que o aluno sem o computador está em franca desvantagem, tantos em termos de conhecimento de tecnologia, quanto em termos de desempenho em Matemática (Staa, 2007, p. 27).

Neste estudo, adotaremos o uso do programa GeoGebra como ferramenta de apoio na exploração de conceitos geométricos. Desenvolvido em 2001 pelo austríaco Markus Hohenwarter como parte de sua pesquisa de doutorado, o *software* é gratuito e compatível com diversas plataformas, permitindo sua utilização em computadores, *smartphones* e tablets.

O GeoGebra é um *software* de Geometria dinâmica que integra diversas áreas da Matemática, como Geometria, Álgebra, Aritmética e Planilhas. Ele permite aos usuários explorar múltiplas representações de um mesmo conceito, oferecendo uma visualização interativa e rica. Por meio do GeoGebra, é possível criar figuras geométricas, manipular gráficos e resolver problemas de maneira dinâmica. Sua interface intuitiva e versatilidade fazem dele uma ferramenta poderosa para o ensino e aprendizado, ajudando os alunos a entenderem as interconexões entre os diferentes tópicos.

Além disso, o GeoGebra favorece a construção do conhecimento ao possibilitar a experimentação e a exploração de conceitos matemáticos em tempo real, permitindo que o estudante teste hipóteses, observe resultados imediatos e estabeleça relações entre diferentes representações. Ao estimular a criatividade e o desenvolvimento do raciocínio lógico, o uso do *software* contribui para tornar o processo de aprendizagem mais dinâmico e significativo. Nesse contexto, evidencia-se como uma ferramenta pedagógica relevante e eficaz para o ensino de Geometria, especialmente por potencializar a participação ativa dos alunos na construção do saber (Silva, 2022).

Entretanto, é importante destacar que, mesmo diante desses avanços tecnológicos, os recursos tradicionais não perdem sua relevância no ensino da Matemática. As construções geométricas com régua e compasso, por exemplo, possuem uma tradição histórica que remonta ao século V a.C., sendo amplamente utilizadas pelos pitagóricos e contribuindo significativamente para o desenvolvimento da Matemática na Grécia Antiga e em civilizações posteriores, conforme Rocha (2021). Essas construções consolidaram-se como fundamentos da Geometria clássica, especialmente por sua precisão e rigor lógico.

Nesse sentido, conforme afirma Roque (2012, p. 142), “deve-se usar a régua e o compasso sempre que possível para simplificar a solução dos problemas de construção”, evidenciando a importância desses instrumentos na resolução sistemática de problemas geométricos. Dentre eles, a régua destaca-se como um recurso essencial, amplamente utilizado no ensino e na prática da

Geometria, sendo geralmente confeccionada em materiais como acrílico ou plástico transparente e graduada em centímetros (cm) e milímetros (mm), o que permite o traçado de retas, segmentos e a medição de pequenas distâncias com precisão.

Dessa forma, evidencia-se que uma abordagem pedagógica eficaz no ensino da Matemática deve promover a integração entre recursos tecnológicos e instrumentos tradicionais, articulando a dinamicidade proporcionada pelas tecnologias digitais com o rigor e a concretude das construções geométricas clássicas. Essa integração amplia as possibilidades de aprendizagem, favorecendo tanto a exploração quanto a formalização dos conceitos matemáticos.

Entretanto, é importante destacar que, mesmo diante desses avanços tecnológicos, os recursos tradicionais não perdem sua relevância no ensino da Matemática. As construções geométricas com régua e compasso, por exemplo, possuem uma tradição histórica que remonta ao século V a.C., sendo amplamente utilizadas pelos pitagóricos e contribuindo significativamente para o desenvolvimento da Matemática na Grécia Antiga e em civilizações posteriores, conforme Rocha (2021). Essas construções consolidaram-se como fundamentos da Geometria clássica, especialmente por sua precisão e rigor lógico.

2.3 Trabalhos Relacionados

Com o objetivo de explorar mais profundamente o tema do presente trabalho, foram realizadas pesquisas para identificar trabalhos com temas semelhantes. Sendo assim, no dia 26 de fevereiro de 2025 foi realizada uma pesquisa no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES). Para a realização da referida pesquisa, foram utilizadas as seguintes palavras-chave: “Investigação Matemática”, “Geometria” e “GeoGebra”, como resultado foram encontrados 20 trabalhos.

Quadro 4 - Processo de Filtragem dos Trabalhos Selecionados

Etapas	Descrição
Base de dados	Capes
Data	26/02/2026
Palavras-chave	Investigação Matemática; Geometria; GeoGebra
Resultados iniciais	20 trabalhos
Filtragem	Leitura de resumos e introduções
Critério de seleção	Alinhamento com o tema; método; ferramenta; área

Fonte: Elaboração própria.

A partir da presente pesquisa, todos os trabalhos encontrados foram analisados integralmente, não sendo necessária a aplicação de filtros adicionais. Após a leitura dos resumos e das introduções, foram selecionados três estudos considerados elegíveis por apresentarem forte convergência com os objetivos desta investigação. Em comum, esses trabalhos adotam a Investigação Matemática como metodologia de ensino, utilizam o GeoGebra como ferramenta de apoio e tem a Geometria como campo de estudo, o que reforça a pertinência de sua escolha para fundamentar esta pesquisa.

2.3.1 Investigação matemática e o ensino da geometria: Uma proposta de Intervenção em sala de aula com o uso do GeoGebra

O presente trabalho refere-se a uma dissertação elaborada pelo aluno Josielson Rodrigues da Silva, intitulada “Investigação Matemática e o ensino da Geometria: Uma proposta de Intervenção em sala de aula com o uso do GeoGebra” (Silva, 2022), teve por objetivo apresentar um plano de aplicação da metodologia de Investigação Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, utilizando o *software* GeoGebra como ferramenta de apoio nesse processo.

Para a elaboração deste trabalho o autor apresentou uma proposta de aplicação de atividades investigativas como ferramenta para a construção de aprendizado significativo, integrando essa abordagem ao uso do *software* GeoGebra como mediador da relação de construção progressiva do ensino-aprendizagem do conteúdo de triângulos, explorando sua área e a condição de existência. Para isso, foi realizada uma profunda análise bibliográfica com o intuito de fundamentar os conceitos relacionados à metodologia de Investigação Matemática.

Além disso, foram propostas duas atividades investigativas, utilizando o GeoGebra, como

exemplos práticos para ilustrar e apoiar a proposta deste estudo, por se tratar de uma ferramenta que permite a instrumentalização dinâmica conciliadora entre conceitos da Álgebra e da Matemática.

Na conclusão do trabalho o autor traz algumas ponderações que são fundamentais para a aplicação da referida proposta, das quais destaca-se: a formação continuada do professor, no que se refere, à adição do uso de TIC no processo de ensino e aprendizagem o que exige do professor um suporte teórico para estruturação desse processo. Outro ponto de extrema relevância apontado pelo autor está na mudança tanto do professor quanto dos alunos para o desenvolvimento de uma aula que trabalha com a metodologia de Investigação Matemática, já que tal aula foge dos padrões das aulas tradicionais.

Por fim, um dos pontos colocado como dificuldade para a execução do trabalho utilizando a referida metodologia, principalmente quando for trabalhada em conjunto com o *software* GeoGebra, está atrelada ao tempo disponível, tendo em vista que as atividades investigativas demandam dos alunos uma postura mais autônoma e assim constrói uma emancipação protagonista desse processo.

Apesar dos pontos elencados acima, o autor entende que a Investigação Matemática, enquanto metodologia de ensino, é um importante instrumento no processo formativo do conhecimento matemático, por meio do qual são descobertas muitas possibilidades e identificadas oportunidades de compreender essa área do saber como parte de diversos aspectos da vida cotidiana, em suas mais variadas formas e expressões.

A dissertação converge para este trabalho de conclusão de curso, no que se refere à utilização da Metodologia de Investigação Matemática e a Geometria como campo da Matemática e a aplicabilidade utilitária do GeoGebra. Para tanto, a divergência para este projeto está no fato da dissertação ter sido elaborada como uma proposta de aplicação e o presente trabalho será devidamente aplicado em sala de aula, para fins de avaliação do desenvolvimento da utilização desse instrumental, bem como para fins avaliativos sobre os possíveis e conferidos desdobramentos.

2.3.2 Entre o formal e o intuitivo: atitudes dos estudantes em atividades de investigação matemática sobre pontos notáveis de triângulos

O trabalho realizado por Arlis dos Santos Amorim, descrito em sua dissertação intitulada “Entre o formal e o intuitivo: atitudes dos estudantes em atividades de Investigação Matemática sobre pontos notáveis de triângulos” (Amorim, 2022) tem como objetivo entender os efeitos de uma proposta didática, baseada nos princípios do processo investigativo, nas percepções dos estudantes sobre a Matemática.

Inicialmente o autor procurou compreender como o desenho geométrico se desenvolveu com base nas ideias apresentadas por Zuin (2001) e Seerban (2018). A hipótese era de que essas atividades poderiam favorecer uma transformação na concepção de aprendizagem, permitindo que os estudantes percebessem que o conhecimento pode ser construído de maneiras distintas daquelas com as quais estão acostumados.

Além disso, apresentou situações que destacam a abordagem algorítmica no ensino, com base nas ideias de Powel e Bairral (2006) e Sirotic e Zazkis (2007), que enfatizam o papel do algoritmo na construção do conhecimento. Também analisou temas relacionados à pesquisa nos documentos oficiais, como os PCN e a BNCC, abordando o papel da investigação, a utilização de tecnologia e o trabalho com pontos notáveis no ensino básico.

Constata-se que a metodologia investigativa está presente nesses documentos e é uma abordagem rica para o desenvolvimento das competências fundamentais neles descritas.

A partir da aplicação, que ocorrera em três turmas no 9º ano do Ensino Fundamental anos finais e teve uma duração de seis aulas, o autor relata problemas ocorridos na aplicação como: falha no *software* GeoGebra, instabilidade na conexão à internet, dentre outros. Entretanto, ele enfatiza que tais questões não impactaram a aplicação.

Por fim, o autor destaca o quão importante foi a utilização do GeoGebra na explanação do conteúdo de pontos notáveis e destaca também, a curiosidade dos alunos em utilizar a metodologia de Investigação Matemática. Ao fim da aplicação o autor relata o *feedback* dos alunos, após a aula investigativa, no qual eles relatam que a aula foi ótima para treinar o raciocínio lógico e que a compreensão do conteúdo, ocorreu de formas mais simples e rápida.

A referida pesquisa assemelha-se a este trabalho quanto à utilização do GeoGebra, apoiando a aplicação de atividades, como também pela utilização da metodologia de Investigação Matemática e a escolha da Geometria como campo da Matemática a ser explorado.

No entanto, a pesquisa se diferencia deste estudo ao adotar uma abordagem algorítmica no desenvolvimento de sua aplicação. Enquanto este trabalho foca na Investigação Matemática com o uso do GeoGebra para explorar a Geometria de maneira dinâmica, a outra pesquisa utiliza algoritmos e processos formais para construir soluções Matemáticas. Assim, apesar de ambos utilizarem o GeoGebra, as metodologias e abordagens são distintas.

2.3.3 Investigando com o Geogebra 3D: o Método Axiomático em Atividades de Geometria Espacial e Esférica

A dissertação realizada por Lucas Santos Barbosa, intitulada “Investigando com o GeoGebra

3D: o Método Axiomático em Atividades de Geometria Espacial e Esférica”, teve por objetivo propor atividades no campo da Geometria utilizando o *software* GeoGebra no ambiente 3D.

Para alcançar o objetivo da presente pesquisa, foi utilizada a Investigação Matemática, que permite os alunos envolverem na produção de seu próprio conhecimento, ao formular conjecturas e buscar justificativas ou refutações para elas. Em conjunto com a referida metodologia estão as ferramentas de Geometria Dinâmica podem ajudar a superar as dificuldades no ensino de Geometria, permitindo a construção de figuras com base em propriedades estabelecidas.

No decorrer do processo foi aplicada uma atividade de Geometria Euclidiana Espacial em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio com pouca experiência prévia em Geometria. Realizada em duplas, favoreceu discussões e o registro das descobertas dos alunos. A maioria chegou às conclusões esperadas, mas a escrita não foi formal, utilizando verbos de ação e condições desnecessárias. O questionário pós-atividade indicou dificuldades de generalização e dependência das figuras do *software*. Embora os alunos dominassem os comandos do GeoGebra, houve erros na escrita e na omissão de passos menores nas construções.

O autor conclui que a maioria dos objetivos propostos no presente trabalho foi alcançada, mas os alunos ainda estão em níveis iniciais de justificativa Matemática, possivelmente devido a uma formação básica que priorizou cálculos em vez de investigação e Geometria. Para complementar, foi proposta uma atividade sobre o conteúdo de Geometria Elíptica, que objetivava ampliar o uso do GeoGebra e enfatizar a importância dos axiomas no desenvolvimento teórico, visando melhorar as demonstrações em Geometria.

A pesquisa em questão é semelhante a este trabalho no uso do GeoGebra com ferramenta suporte na aplicação de atividades, na adoção da metodologia de Investigação Matemática e na escolha da Geometria como área da Matemática a ser desenvolvida. No entanto, ela se diferencia deste estudo ao optar pelo Ensino Médio como público-alvo, apesar do autor relatar que a pesquisa em questão também poderia ser aplicada no Ensino Fundamental, obviamente com a adequação do conteúdo.

Na sequência o Quadro 5 trará, de forma resumida, os trabalhos relacionados elencados para subsidiar a revisão de literatura do presente trabalho de conclusão de curso:

Quadro 5 - Trabalhos Relacionados

Título	Converge	Diverge
Investigação Matemática e o ensino da Geometria: Uma proposta de Intervenção em sala de aula com o uso do GeoGebra.	Usa a Metodologia de Investigação Matemática, Geometria, como campo da Matemática, e aplicabilidade utilitária do GeoGebra.	O trabalho sugere uma proposta de aplicação. Trabalha os conceitos de áreas de triângulo e condição de existência.
Entre o formal e o intuitivo: atitudes dos estudantes em atividades de Investigação Matemática sobre pontos notáveis de triângulos.	Usa o GeoGebra, com a aplicação de atividades e, também, a metodologia de Investigação Matemática, além da Geometria.	Adota uma abordagem algorítmica no desenvolvimento de sua aplicação. Trabalha a parte da Geometria referente aos pontos notáveis de um triângulo.
Investigando com o GeoGebra 3D: o Método Axiomático em Atividades de Geometria Espacial e Esférica.	Usa o GeoGebra como ferramenta para a aplicação de atividades, adota a metodologia de Investigação Matemática, além da Geometria.	Opta pelo Ensino Médio como público-alvo. Trabalha a parte de Geometria Espacial e Esférica.

Fonte: Elaboração própria.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente trabalho de conclusão de curso fez uma pesquisa do tipo qualitativa por meio de uma intervenção pedagógica. Dessa forma, segundo Borba e Araújo (2019) pode-se perceber, que pesquisas realizadas por meio de uma abordagem qualitativa fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado as ações.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994, *apud* Araujo e Borba, 2025, p. 25) uma boa apresentação de uma pesquisa qualitativa, acontece da seguinte forma:

- (1). Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal (p. 47);
- (2). A investigação qualitativa é descritiva (p. 48);
- (3). Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo nosso processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos (p. 49);
- (4). Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva (p. 50);
- (5). O significado é de importância vital na abordagem qualitativa (p. 50).

Já no que se refere à pesquisa do tipo intervenção pedagógica, de acordo com Damiani *et al.* (2013, p. 59) é definida da seguinte forma:

[...] investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências (Damiani *et al.*, 2013, p. 59).

Trata-se de pesquisas que propõem e testam novas abordagens, observando os resultados com o intuito de promover melhorias nas práticas educacionais. Essas investigações são desenvolvidas em contextos reais, com sujeitos e situações concretas, sem o controle característico de ambientes laboratoriais. Por lidarem com a complexidade do cotidiano, os resultados incluem frequentemente a análise e interpretação do pesquisador, baseadas na vivência direta com o objeto de estudo (Damiani *et al.* 2013). Dessa forma cabe destacar que, segundo Damiani *et al.* (2013).

Em uma pesquisa interventiva, não há preocupação com o controle das outras variáveis que poderiam afetar os efeitos da intervenção, pois ela não visa a estabelecer relações de causa e efeito, fazer generalizações ou predições exatas a partir dos seus achados, como os experimentos (Damiani *et al.*, 2013, p. 59).

Para a obtenção dos dados da pesquisa, serão utilizados os seguintes instrumentos de coleta de informações: (i) atividade diagnóstica: será abordado o conteúdo sobre Polígono; (ii) registro das respostas dos alunos; (iii) questionário avaliativo ao final da proposta didática.

A proposta foi realizada com uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, já que o estudo de Geometria faz parte dos conteúdos previstos para essa etapa, conforme orientações da BNCC (Brasil, 2017). E para o desenvolvimento da presente pesquisa, foram estratificadas as seguintes etapas:

1ª Etapa: elaboração da proposta didática;

2ª Etapa: teste exploratório;

3ª Etapa: aplicação na turma regular.

3.1 Proposta Didática

A proposta didática desenvolvida neste trabalho fundamenta-se na elaboração de um material de apoio estruturado em três partes, concebido com o intuito de subsidiar tanto a realização do teste exploratório quanto na sua posterior aplicação em uma turma regular. Tal organização buscou garantir uma progressão didática coerente, favorecendo a construção gradual dos conceitos pelos estudantes. Inicialmente, o material contempla uma parte introdutória dedicada ao estudo dos Polígonos (Parte 1), com o objetivo de apresentar noções fundamentais e promover a familiarização dos alunos com os elementos que caracterizam essas figuras geométricas.

Na sequência, a Parte 2 aborda o conceito de Diagonais dos Polígonos, explorando suas propriedades e relações, de modo a aprofundar a compreensão acerca da estrutura dessas figuras. Por fim, a Parte 3 dedica-se ao estudo dos ângulos internos e externos, buscando consolidar o entendimento por meio da identificação de regularidades e da formulação de generalizações.

Para a construção desse material, foram utilizados dois livros didáticos como referência: um pertencente ao ciclo atual do PNLD (2024–2027) e outro oriundo de um ciclo anterior, conforme a Figura 1. Apesar da defasagem temporal de um dos materiais, verificou-se que o conteúdo referente aos Polígonos se mantinha alinhado às abordagens presentes no livro do ciclo vigente, o que assegurou a consistência teórica e a adequação pedagógica da proposta.

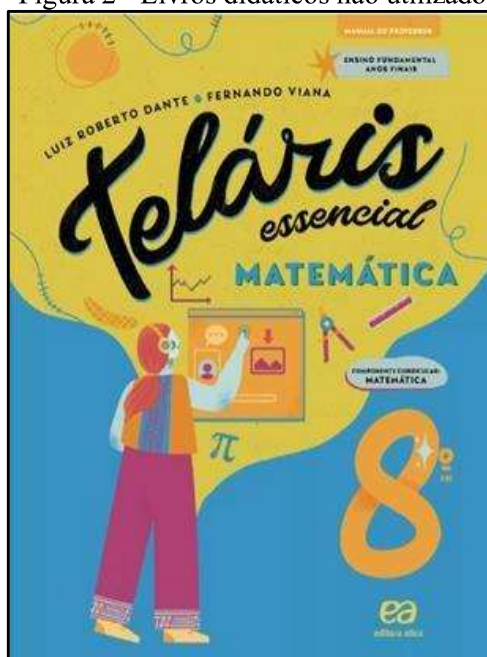
Figura 1 - Livros didáticos utilizados na elaboração do material de apoio



Fonte: <https://issuu.com/categories/book>

Entretanto, o processo de acesso aos livros didáticos mostrou-se desafiador. Após diversas tentativas sem êxito, a obtenção dos materiais só foi possível por meio da colaboração de professores parceiros, que disponibilizaram dois exemplares. Ainda assim, constatou-se que um dos livros não contemplava o conteúdo de Polígonos, o que exigiu uma reorganização das referências e maior critério na seleção dos conteúdos a serem trabalhados (Figura 2).

Figura 2 - Livros didáticos não utilizados



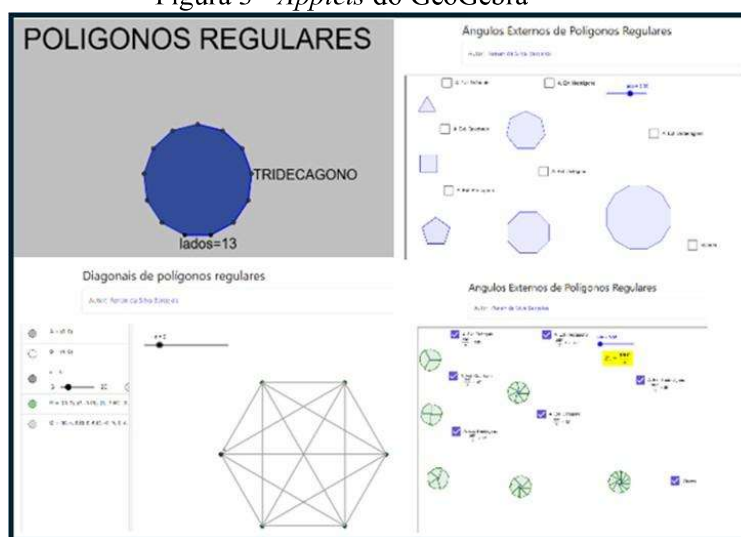
Fonte: <https://www.edocente.com.br/>

Superada essa limitação inicial, deu-se início à elaboração das atividades, processo este conduzido sob a orientação da professora orientadora. Desde o princípio, buscou-se desenvolver um material que fosse, simultaneamente, conciso e consistente, equilibrando clareza na apresentação com profundidade conceitual. Ademais, uma preocupação central, compartilhada tanto pelo professor em formação quanto pela professora orientadora, consistiu em alinhar o material à metodologia da Investigação Matemática (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024), de modo que as atividades propostas fossem intuitivas e favorecessem a participação ativa dos estudantes.

Nesse sentido, o material foi concebido para atuar como um facilitador do processo de aprendizagem, possibilitando que, com a mediação do professor em formação, os alunos pudessem propor estratégias de resolução e construir conhecimentos a partir de suas próprias compreensões.

Outro aspecto relevante considerado durante a elaboração do material foi a necessidade de sua articulação com o uso do GeoGebra. Buscou-se, portanto, garantir que as atividades propostas convergissem para uma atuação integrada entre o material didático, o *software* GeoGebra e a metodologia de Investigação Matemática. Essa integração mostrou-se bastante positiva, uma vez que potencializou a exploração dos conceitos por meio de recursos dinâmicos e interativos, ao mesmo tempo em que introduziu aos alunos uma abordagem ainda pouco presente em sua rotina escolar. Assim, o uso do GeoGebra não apenas ampliou as possibilidades de visualização e experimentação, mas também contribuiu para tornar as aulas mais significativas, promovendo uma articulação efetiva entre teoria, prática e tecnologia no processo de ensino e aprendizagem (Figura 3).

Figura 3 - *Applets* do GeoGebra



Fonte: Elaboração própria.

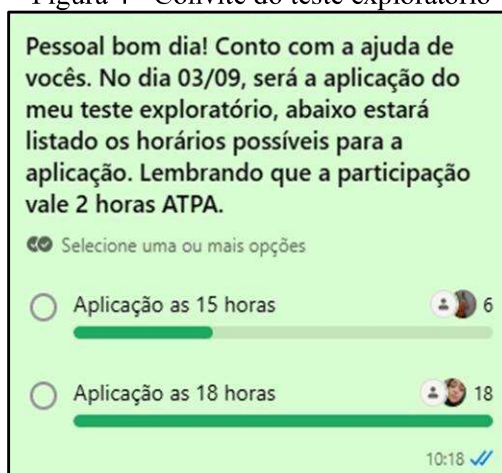
Para a condução das atividades, foram disponibilizados tablets aos estudantes, viabilizando o acesso aos *applets* utilizados como suporte às tarefas propostas. Um elemento didático de grande relevância foi a inserção de QR Codes ao longo do material, os quais direcionavam diretamente para os respectivos *applets* no GeoGebra. Dessa forma, cada atividade proposta contava com um QR Code específico, facilitando o acesso rápido e organizado aos recursos digitais, além de otimizar o tempo em sala de aula e favorecer a autonomia dos estudantes durante a realização das atividades.

Nesse contexto, a construção do material ocorreu de forma colaborativa e reflexiva, sendo marcada por sucessivas discussões e trocas de e-mails entre o professor em formação e a professora orientadora. Essas interações foram fundamentais para o refinamento das atividades propostas, contribuindo para a elaboração de um material didático coerente, bem estruturado e alinhado aos objetivos da pesquisa. Por fim, pode-se afirmar que o material didático alcançou uma versão final de forma bastante satisfatória, mostrando-se coerente com os objetivos propostos pelo autor do presente trabalho e devidamente validado pela professora orientadora.

3.2 Teste Exploratório

Com o objetivo de subsidiar o planejamento da pesquisa e compreender de forma mais aprofundada o público-alvo, foi realizado, no dia 03 de setembro de 2025, um teste exploratório com licenciandos do curso de Matemática. O convite foi encaminhado por meio do grupo de WhatsApp (Figura 4) utilizado pela coordenação do curso para comunicados e orientações gerais. Embora 18 licenciandos tenham confirmado presença, apenas seis participaram efetivamente da atividade, o que já evidenciou um primeiro aspecto relevante relacionado à adesão e à disponibilidade dos estudantes.

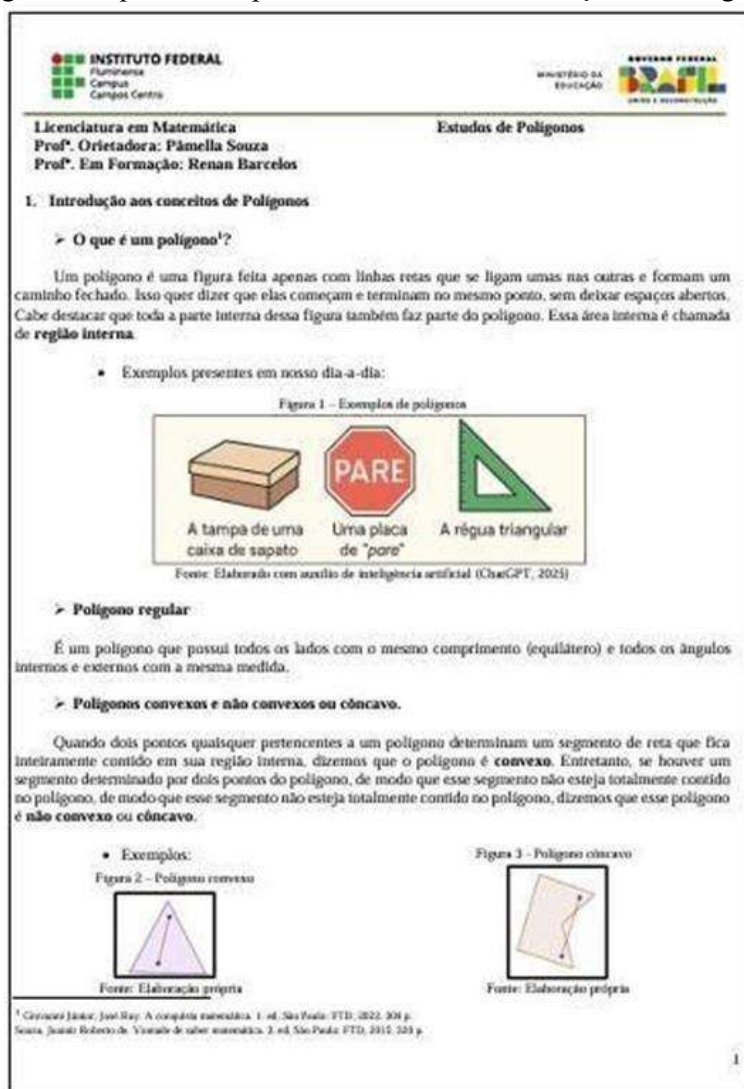
Figura 4 - Convite do teste exploratório



Fonte: Elaboração própria.

Conforme o planejamento previamente definido, os seis licenciandos participantes deste estudo, identificados como A, B, C, D, E e F, receberam o material de apoio (Apêndice A) elaborado para a realização do teste exploratório. A Figura 5 apresenta a capa do material desenvolvido para a Parte 1 da aplicação.

Figura 5 - Apostila de apoio ao conteúdo de introdução aos Polígonos



Fonte: Elaboração própria.

Um ponto que tornou essa experiência ainda mais rica foi o fato de os licenciandos estarem em períodos diferentes da graduação. Essa diversidade trouxe contribuições importantes, pois permitiu perceber como estudantes em fases distintas da formação pensam, interpretam e articulam os conhecimentos matemáticos.

O licenciando C estava no 1º período, iniciando sua trajetória no curso, o licenciando A

cursava o 3º período, B, E e F estavam no 4º período, e o licenciando D encontrava-se no 8º período, já em fase mais avançada da formação. Essa variedade de vivências acadêmicas possibilitou observar diferentes níveis de segurança, maturidade e aprofundamento conceitual, enriquecendo significativamente as análises e reflexões que seriam, futuramente, geradas a partir da aplicação do referido teste exploratório.

Em seguida, iniciou-se a aplicação do teste propriamente dito, marcando o início das atividades investigativas com os participantes. O primeiro momento foi dedicado a uma explanação introdutória sobre o conceito de polígono, na qual foram abordados os polígonos regulares, sua classificação em convexos e côncavos, bem como os principais elementos que os constituem, como lados, vértices e ângulos.

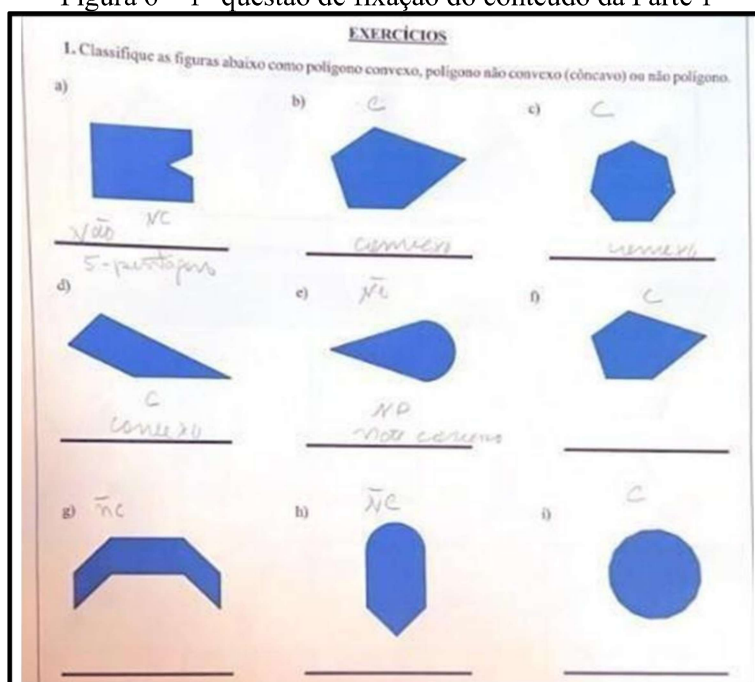
Essa etapa foi conduzida de forma dialogada, buscando estabelecer um ambiente participativo, no qual as contribuições dos licenciandos fossem valorizadas e incorporadas à construção coletiva do conhecimento. Mais do que uma exposição expositiva tradicional, priorizou-se uma abordagem interativa, com questionamentos e provocações que incentivassem os alunos a refletir e a se posicionar diante das situações apresentadas.

A organização das atividades foi cuidadosamente planejada para guiá-los de maneira progressiva e intuitiva, permitindo que, a partir das situações propostas, pudessem levantar hipóteses, testar ideias e construir suas próprias conclusões, conforme defendem (Ponte, Brocardo e Oliveira 2024). Nesse contexto, o professor em formação atuou como mediador do processo, acompanhando, orientando e intervindo sempre que necessário, de modo a favorecer a aprendizagem e o aprofundamento conceitual dos participantes.

Ao longo desse processo, foi possível perceber o envolvimento dos participantes e observar como cada um assimilava os conceitos apresentados. Alguns demonstravam maior segurança ao se expressar, enquanto outros refletiam mais antes de registrar suas ideias. Essas observações se mostraram extremamente relevantes, pois ofereceram indícios importantes para o planejamento das etapas seguintes da pesquisa.

Após essa introdução, foram propostas duas atividades com o objetivo de verificar se os conceitos estavam sendo compreendidos conforme o esperado. Na primeira atividade (Apêndice A), ficou evidente que o conteúdo havia sido assimilado de maneira satisfatória pela maioria. No entanto, chamou atenção a variedade na forma de registro das respostas, conforme exposto na Figura 6. Cada licenciando organizou suas ideias de maneira própria, o que revelou diferentes modos de pensar e estruturar o raciocínio matemático.

Figura 6 – 1ª questão de fixação do conteúdo da Parte 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Essa diversidade de registros, embora positiva do ponto de vista formativo — por evidenciar diferentes estratégias de pensamento e formas de expressão matemática — revelou também a necessidade de maior orientação quanto à organização e à padronização das produções dos alunos. Durante a aplicação, observou-se que, apesar de conseguirem desenvolver as ideias propostas, muitos licenciandos apresentaram registros pouco sistematizados, o que, em alguns casos, dificultou a clareza na comunicação dos raciocínios.

Diante disso, compreende-se que, em futuras aplicações, especialmente no contexto da educação básica, torna-se fundamental explicitar critérios mais claros para a elaboração dos registros, como o uso adequado de linguagem matemática, organização lógica das etapas de resolução e representação coerente dos conceitos trabalhados. Tal encaminhamento pode contribuir significativamente para o desenvolvimento da precisão, da clareza e da comunicação matemática, aspectos essenciais para a consolidação da aprendizagem.

A segunda atividade foi pensada com a intenção de levar os licenciandos a mobilizarem tudo o que havia sido discutido até então tanto na introdução quanto na primeira atividade. A proposta exigia que colocassem em prática os conceitos trabalhados, articulando definição, classificação e identificação dos elementos dos polígonos.

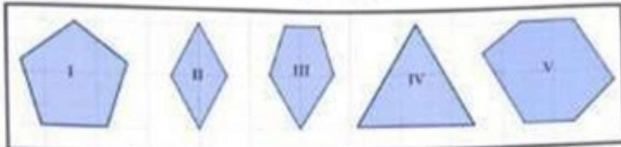
Na atividade, foram apresentados cinco polígonos para análise. A partir da observação de cada figura, os participantes deveriam preencher um quadro informando o número de lados, o nome do

polígono e se ele poderia ser classificado como regular ou não. Nos casos em que o polígono fosse considerado regular, também era necessário identificar e nomear seus lados, vértices e ângulos internos.

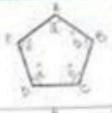
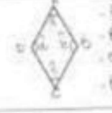
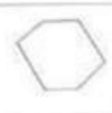
Mais do que verificar respostas corretas, essa etapa buscava compreender como os licenciandos organizavam seu raciocínio ao analisar as figuras, quais critérios utilizavam para classificar os polígonos e de que forma justificavam suas escolhas. Assim, a atividade tornou-se um momento importante de consolidação dos conceitos e de observação do processo de construção do conhecimento. Na Figura 7, apresenta-se o registro da resposta de um dos licenciandos, exemplificando o erro mais recorrente observado nessa questão.

Figura 7 – 2ª questão de fixação do conteúdo da Parte 1

2. Observe os polígonos representados na malha quadricular.



A partir da observação do quadro acima, complete tabela com o que se pede:

Polígonos	Nº de lados	Nome	É um polígono regular?	Caso seja um polígono regular, nomeie seus lados, vértices e ângulos internos.
I	5 lados	Pentágono	Sim	
II	4 lados	Quadrilátero	Sim	
III	5 lados	Pentágono	Não	
IV	3 lados	Triângulo	Sim	
V	6 lados	Hexágono	Não	

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Durante a aplicação da atividade, ficaram evidentes alguns aspectos que não haviam sido observados anteriormente, mas que se mostraram de grande importância para o processo de resolução da questão. Entre esses pontos, destaca-se a observação feita pelos licenciandos C e E, que apontaram a necessidade do uso de uma régua para verificar, entre os polígonos apresentados, quais poderiam

ser classificados como regulares.

Outro aspecto que mereceu maior atenção foi a compreensão dos conceitos abordados, embora tenham sido comentados e debatidos previamente, nenhum dos licenciandos classificou corretamente o Polígono II. Conforme ilustrado na Figura 7, todos os licenciandos o identificaram como regular, o que não procede, já que um polígono regular deve ser ao mesmo tempo equilátero e equiângulo, condição que não se aplica ao item em questão.

Com a conclusão da segunda atividade, encerrou-se a primeira parte da aplicação do teste exploratório. Nesse momento, o professor em formação promoveu uma breve conversa com os licenciandos, buscando ouvir suas impressões iniciais sobre a experiência. Em seguida, solicitou que registrassem, por escrito, sugestões e apontamentos sobre possíveis melhorias no material e na condução das atividades, de modo a aprimorar as próximas etapas da pesquisa.

Após a finalização da primeira etapa da aplicação, deu-se início à segunda parte, dedicada ao estudo das diagonais de um polígono. Essa etapa foi planejada com o objetivo de aprofundar os conhecimentos construídos anteriormente sobre Polígonos, possibilitando aos licenciandos avançarem para a investigação de novas propriedades e relações geométricas.

Para o desenvolvimento dessa atividade, foi disponibilizado aos participantes um material didático previamente elaborado, conforme apresentado na Figura 8. Esse recurso foi pensado como instrumento de apoio teórico e metodológico, oferecendo subsídios conceituais sobre o conteúdo abordado, de modo a orientar os estudantes na análise das situações propostas e favorecer a construção do conhecimento necessário ao alcance dos objetivos estabelecidos para a aplicação.

Figura 8 - Apostila de apoio ao conteúdo de diagonais e um polígono



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos



UNIVERSIDADE FEDERAL
do Rio de Janeiro

Licenciatura em Matemática
Profª. Orientadora: Pâmella Souza
Profª. Em Formação: Renan Barcelos

Estudos de Polígonos

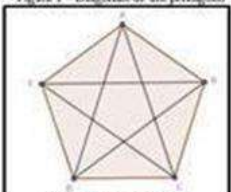
2. Diagonais de um polígono¹ convexo

➤ **O que é uma diagonal?**

Todo o segmento de reta que une dois vértices não consecutivos de um polígono é chamado de **diagonal do polígono**.

No pentágono representado abaixo, os segmentos de retas AC , AD , BD , BE e CE são diagonais desse polígono.

Figura 1 – Diagonais de um pentágono



Fonte: Elaboração própria

Algumas observações devem ser levadas em conta para traçar as diagonais de um polígono.

- Se quisermos traçar as diagonais a partir do vértice A, por exemplo, não podemos ligá-lo a três vértices do polígono: a ele mesmo (A) e aos vértices consecutivos (B e E).
- $\overline{AC}$, por exemplo, indica a mesma diagonal que $\overline{CA}$.
Em geral, a quantidade de diagonais não coincide com a quantidade de lados do polígono. A única exceção é o pentágono, que, como acabamos de observar na figura, possui cinco lados e cinco diagonais.



¹ Giovanni Jukier, José Ray. A geometria matemática. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022. 304 p.
Tosca, Joaze Roberto de. Visões de sobre matemática. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015. 109 p.

1

Fonte: Elaboração própria.

Além de apresentar os conceitos fundamentais relacionados às diagonais de um polígono, o material buscou estimular a observação de padrões, a formulação de hipóteses e a construção de generalizações, em consonância com a proposta metodológica da Investigação Matemática. Dessa forma, pretendeu-se criar condições para que os licenciandos não apenas reproduzissem procedimentos, mas compreendessem as relações envolvidas no tema, fortalecendo o raciocínio lógico e a autonomia na resolução das atividades.

Conforme o planejamento, iniciou-se a parte conceitual, na qual foi abordado o conceito de diagonal, utilizando como exemplo a figura de um pentágono. Nesse momento, o professor em formação dirigiu-se ao quadro e destacou aos licenciandos alguns pontos de atenção, como, por exemplo: a partir do quadrilátero regular, ao traçar uma diagonal, devem se desconsiderar os lados adjacentes ao vértice de origem da diagonal e o próprio vértice, outro ponto enfatizado foi o conceito

de diagonal, compreendida como um segmento que une dois vértices não consecutivos. Ressaltou-se, ainda, a necessidade de atenção para não contabilizar mais de uma vez a mesma diagonal, já que cada diagonal conecta dois vértices distintos. Tais esclarecimentos foram considerados fundamentais para a realização das atividades propostas.

Após a explanação realizada no quadro pelo professor em formação, deu-se início à resolução das atividades. Ressalta-se que o material disponibilizado continha um QR Code, que direcionava para um *applet* no GeoGebra sobre diagonais de um polígono, com o objetivo de auxiliar os licenciandos no desenvolvimento das tarefas propostas. Para possibilitar o acesso ao *applet*, foram disponibilizados tablets aos licenciandos, entretanto, observou-se que os dispositivos não conseguiam abrir o GeoGebra, o que comprometeu parcialmente a dinâmica planejada. Ainda assim, os licenciandos conseguiram acessar o recurso por meio de seus *smartphones*, permitindo a continuidade da aplicação.

Esse fato, contudo, gerou um ponto de alerta no âmbito do presente trabalho, especialmente porque o público-alvo real é composto por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Nesse contexto, destaca-se a existência de uma legislação que restringe o uso de *smartphones* em sala de aula, permitindo-o apenas para fins pedagógicos e mediante autorização da escola. Além disso, haveria a problemática de verificar se todos os estudantes dispunham do dispositivo para acompanhar a atividade.

Superada a dificuldade inicial, deu-se sequência à resolução dos exercícios. Conforme a proposta do presente trabalho, o professor em formação acompanhou o desenvolvimento das atividades, colocando-se à disposição dos licenciandos para auxiliá-los. No entanto, considerando que o objetivo central desta investigação é a utilização da metodologia de Investigação Matemática, todas as intervenções foram conduzidas nesse sentido: as dúvidas apresentadas pelos licenciandos eram respondidas por meio de novas perguntas, que os instigavam a refletir sobre o problema e, assim, construir o raciocínio necessário para alcançar os objetivos propostos, (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

Na primeira atividade, conforme já mencionado, foi disponibilizado um *applet*, para auxiliar na resolução. Entretanto, a partir das respostas e dúvidas apresentadas pelos licenciandos, constatou-se a necessidade de realizar ajustes em alguns itens e de repensar outros. Destaca-se que determinadas respostas causaram surpresa, não pela sua correção ou incorreção, mas pela forma como foram elaboradas e justificadas pelos licenciandos. Essa situação pode ser observada na Figura 9.

Figura 9 - Item a da 1ª questão da Parte 2

a) O que muda em um polígono quando a quantidade de lados é par ou quando é ímpar? Justifique?

Ímpar -> Quando é ímpar o centro abre um espaço

Par -> Quando é par o centro fecha o espaço

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Responderam conforme o esperado, enquanto a licenciando F apresentou uma resposta alternativa. Em uma situação real de sala de aula, seria pertinente dialogar com essa estudante para discutir a resposta apresentada e compreender o raciocínio que a levou àquela conclusão.

No item a da primeira questão, solicitava-se que o licenciando, a partir da análise do *applet*, identificasse o que ocorre quando o polígono possui número de lados par e quando possui número de lados ímpar. A resposta esperada era que, nos polígonos com número par de lados, algumas de suas diagonais passam pelo centro da figura, fato que não ocorre nos polígonos com número ímpar de lados. Dos seis licenciandos participantes do teste, apenas a licencianda A não apresentou a resposta correta; os licenciandos B, C, D e E acertaram a referida questão.

No item b, conforme a Figura 10, a questão pedia o número de diagonais que passavam pelo centro dos polígonos de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 lados. Para isso, os licenciandos tinham à disposição um *applet* que auxiliava na execução da atividade. Observou-se que apenas os licenciandos A e D não conseguiram alcançar o objetivo proposto, enquanto os demais obtiveram êxito.

Figura 10 - Item b da 1ª questão da Parte 2

b) Quantas diagonais passam pelo centro dos polígonos de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10? Justifique?

3 = nenhuma *9 = 3*

4 = 1 *10 = 4*

5 = 2

6 = 3

8 = 4

relaciona a duplicidade

Demonte a fórmula

m

2

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Já o item c, conforme a Figura 11, estava diretamente relacionado à questão anterior, pois solicitava que, a partir das observações feitas com o auxílio do *applet*, os licenciandos elaborassem uma generalização para o cálculo das diagonais de um polígono. Nesse caso, apenas os licenciandos A e F não atingiram o objetivo esperado.

Figura 11 - Item c da 1ª questão da Parte 2

c) A partir do que foi observado no item acima, generalize o cálculo de diagonais que passam pelo centro de um polígono?

São apenas as diagonais que passam pelo centro

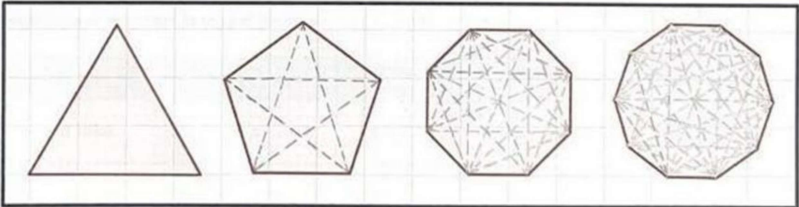
Fonte: Protocolo de pesquisa.

A análise dessa primeira atividade evidenciou que alguns licenciandos apresentaram dificuldades não previstas inicialmente. Cabe destacar que a limitação técnica dos tablets, que não suportaram a utilização do GeoGebra, impactou o desempenho dos participantes. Além disso, alguns encontraram bastante dificuldade em manipular o programa por meio do *smartphone*, o que comprometeu, em certa medida, a experiência de aprendizagem.

Na questão 2, Figura 12, foi solicitado aos licenciandos que traçassem as diagonais a partir de um vértice dos polígonos regulares de 3, 5, 8 e 10 lados, justificando nos casos em que não fosse possível realizá-las. Percebeu-se, entretanto, que a maioria não compreendeu plenamente o enunciado, o que resultou em diversos erros. Apenas o licenciando E conseguiu atingir o objetivo esperado.

Figura 12 – 2ª questão da Parte 2

2. Conforme os polígonos apresentados abaixo, escolha um vértice e trace suas diagonais. Caso haja alguma impossibilidade justifique?



No caso do triângulo, não há diagonais pois elas seriam os lados.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Durante a atividade, os licenciandos destacaram que a falta de réguas dificultou bastante a execução da tarefa, especialmente no momento de traçar as diagonais com maior precisão. Essa limitação acabou gerando insegurança em alguns, que tiveram dificuldades em manter a clareza e a organização dos registros. A observação mostrou-se muito pertinente, já que o uso de instrumentos adequados contribui não apenas para a exatidão geométrica, mas também para uma compreensão mais clara do conceito em estudo. Diante disso, a sugestão foi acolhida.

Por fim, passou-se à resolução da questão 3, Figura 13, que consistia no preenchimento de uma tabela. Nela, eram apresentados os polígonos regulares e o número de lados de cada um; em seguida, os licenciandos deveriam completar as colunas com as informações referentes às diagonais em 1 vértice, às diagonais em n vértices e, por último, ao número total de diagonais.

O objetivo central dessa questão era consolidar os conhecimentos trabalhados até aquele momento, permitindo que os licenciandos identificassem padrões nas respostas e percebessem a possibilidade de generalização dos cálculos. Em outras palavras, buscava-se que fossem capazes de deduzir a fórmula para o número de diagonais de um polígono.

Ao analisar as respostas obtidas, constatou-se que apenas o licenciando A não alcançou o objetivo proposto. Todos os demais compreenderam a atividade, conseguiram chegar à generalização do cálculo das diagonais e, além disso, destacaram que a metodologia utilizada contribuiu para uma compreensão mais fácil e clara do conteúdo, (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

Figura 13 – 3ª questão da Parte 2

3. Complete o quadro verificando o padrão entre o número de lados e o número de diagonais por vértice, e estenda a análise para n vértices.

Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
	3	0	0	0
	4	1	4	$n(n-3) = 2$
	5	2	10	6
	6	3	3x6=18	9
	7	4	4x7=28	14
	8	5	5x8=40	$\frac{5 \times 8}{2} = 20$

Agora vamos generalizar!
A partir das análises explicitadas no quadro acima, você consegue pensar em uma fórmula para contabilizar as diagonais de um polígono?

Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
n lados	n	$n-3$	$(n-3)$	$\frac{n(n-3)}{2}$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na sequência, Figura 14, iniciou-se a última parte da aplicação do teste exploratório, cujo tema foi o estudo dos ângulos internos e externos de um polígono, onde inicialmente foi distribuído

o material de apoio devidamente elaborado pelo professor em formação. É importante destacar que a aplicação ocorreu em apenas dois tempos de aula e, nesse momento, já era perceptível o cansaço dos licenciandos, o que impactou diretamente em seu desempenho.

Figura 14 - Apostila de apoio ao conteúdo de ângulos internos e externos



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos Centro



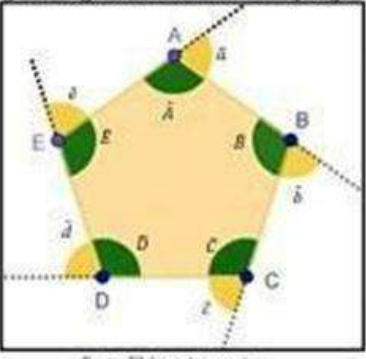
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
BRASIL
UNIR e RECONSTRUIR

Licenciatura em Matemática
Prof.^a Orientadora: Pâmella Souza
Prof.^a Em Formação: Renan Barcelos

Estudos de Polígonos

3. Ângulo¹ Interno e Ângulo Externo

Figura 1 – Ângulos internos e externos de um pentágono



- No vértice A: $\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{a}') = 180^\circ$.
- No vértice B: $\text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{b}') = 180^\circ$.
- No vértice C: $\text{med}(\hat{C}) + \text{med}(\hat{c}') = 180^\circ$.
- No vértice D: $\text{med}(\hat{D}) + \text{med}(\hat{d}') = 180^\circ$.
- No vértice E: $\text{med}(\hat{E}) + \text{med}(\hat{e}') = 180^\circ$.

Fonte: Elaboração própria

Um ângulo interno e um ângulo externo de mesmo vértice de um polígono são sempre **adjacentes suplementares**.

➤ **Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo**

Analisemos, agora, como podemos calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo. Vamos partir do conhecimento de que a **soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180°** .

Quando queremos determinar a soma das medidas dos ângulos internos (S_i) de um polígono convexo, podemos decompor esse polígono em triângulos, uma vez que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo já é conhecida e é igual a 180° . Fazemos isso traçando as diagonais que partem de um único do polígono.

- Traçando todas as diagonais a partir do mesmo vértice, podemos dividir um pentágono em três triângulos.

Figura 2 – Diagonais de um vértice de um pentágono



Fonte: Elaboração própria

¹ Clemença Júnior, José Ray. *A conquista matemática*. 1. ed. São Paulo: ITD, 2022. 304 p.

Souza, Joazeir Roberto de. *Visão de saber matemática*. 1. ed. São Paulo: ITD, 2011. 320 p.

1

Fonte: Elaboração própria.

Contudo, o autor deste trabalho já havia considerado que, em uma aplicação em uma turma regular do 8º ano do Ensino Fundamental, o mais adequado seria que a atividade fosse desenvolvida

em, no mínimo, quatro tempos de aula, distribuídos em dois tempos por dia, de modo a garantir maior aproveitamento por parte dos estudantes.

Iniciou-se a explanação do conteúdo sobre ângulos internos, partindo do conhecimento de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° . A partir desse ponto, esse saber foi expandido para os demais polígonos regulares, com o objetivo de subsidiar os licenciandos na construção do raciocínio necessário para alcançar o objetivo proposto. Cabe ressaltar que a proposta deste trabalho foi desenvolver o conteúdo com base na metodologia de Investigação Matemática, princípio que foi respeitado durante toda a aplicação.

Dando continuidade, e com o objetivo de ampliar o conceito da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono regular, foi desenhada no quadro a figura de um pentágono regular. A partir de um de seus vértices, traçaram-se as diagonais. Nesse momento, os licenciandos puderam observar que essas diagonais dividiam o pentágono em três triângulos. Dessa forma, alguns deles, de maneira intuitiva, já conseguiram deduzir o valor da soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono.

Toda essa parte introdutória, referente à terceira etapa da aplicação, teve como objetivo preparar os licenciandos para responder à primeira questão. Nessa atividade, Figura 15, foi apresentada uma tabela em que o nome e a figura do polígono já estavam devidamente preenchidos, cabendo aos licenciandos completar as colunas correspondentes ao número de lados, ao número de triângulos formados e, por fim, à soma das medidas dos ângulos internos do polígono.

O propósito principal dessa proposta era possibilitar que os licenciandos identificassem padrões nas respostas e, a partir disso, alcançassem a generalização do cálculo, ou seja, a dedução da fórmula para a soma dos ângulos internos de um polígono. Nessa questão, em específico, apenas os licenciandos B e F não conseguiram alcançar o objetivo proposto.

Figura 15 – 1ª, 2ª e 3ª questão da Parte 3

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° , a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono é $3 \cdot 180^\circ$, ou seja, 540° . Esse processo, porém, pode ser longo e demorado, principalmente se o polígono tiver muitos lados.

1. Complete o quadro abaixo, verificando o padrão entre o número de lados, o número de triângulos e a soma dos ângulos internos.

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Quadrilátero		4	2	$2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$
Pentágono		5	3	$3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$
Hexágono		6	4	$4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$
Heptágono		7	5	$5 \cdot 180^\circ = 900^\circ$

2. Agora vamos generalizar. A partir das análises explicitadas no quadro acima, você consegue pensar em uma fórmula para contabilizar a soma dos ângulos internos de um polígono?

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Polígono	Infinito	n	$n - 2$	$180^\circ \cdot n$

3. Desafio! Calcule a soma dos ângulos internos de um polígono, conforme se pede abaixo.

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Tetradecágono		14	12	$12 \cdot 180^\circ = 2160^\circ$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A partir do preenchimento da tabela e da consequente dedução da fórmula, foram elaboradas duas questões destinadas apenas à aplicação direta desse resultado. No entanto, a partir desse momento, tornou-se ainda mais evidente o cansaço dos licenciandos e, como consequência, observou-se uma queda considerável no engajamento durante a atividade. Entretanto todos os licenciandos obtiveram êxito nessas questões.

Na parte final da apresentação, foi utilizado um *applet* para exibir diferentes polígonos regulares. Os licenciandos demonstraram grande interesse pela animação, que mostrava polígonos com distintos números de lados, mas que, ainda assim, possuíam o mesmo valor para

a soma das medidas dos ângulos externos.

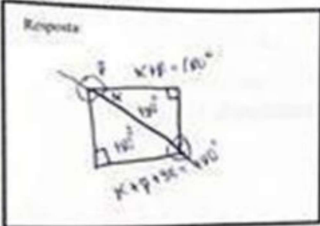
E para finalizar a aplicação, foram apresentadas três questões para avaliar a absorção do conteúdo apresentado, Figura 16. Apenas o licenciando E respondeu à questão de forma correta, os demais mencionaram cansaço ou problemas relacionados ao horário de transporte para o retorno para casa.

Figura 16 – 6ª, 7ª e 8ª questão da Parte 3

6. Desenhe os polígonos indicados, decomponha cada um deles em triângulos e calcule a soma das medidas dos ângulos internos.

a) Quadrilátero

Resposta:



b) Eneágono → 9 lados

Resposta:

7. Calcule a soma dos ângulos internos e a medida de cada um dos ângulos externos.

a) Pentadecágono

Resposta:

b) Icoságono

Resposta:

8. Quantos lados tem um polígono cuja a soma das medidas dos ângulos internos é:

a) 2 160°?

Resposta:

b) 3 060°?

Resposta:

dois pontos de vista tem que ser aplicados esse exemplo.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A aplicação do teste exploratório se mostrou uma oportunidade valiosa para compreender como os licenciandos assimilam os conceitos e identificar tanto os acertos quanto as dificuldades durante as atividades. Observou-se que, embora a maioria tenha alcançado os

objetivos propostos, alguns participantes enfrentaram limitações devido ao cansaço, à logística de deslocamento e à dificuldade no uso de recursos tecnológicos, como tablets e *smartphones* para acessar o GeoGebra. Esses pontos reforçam a importância de planejar atividades considerando o tempo necessário e oferecendo suporte adequado para o uso das ferramentas digitais.

Além disso, a experiência evidenciou como estratégias que incentivam a investigação e a descoberta podem favorecer a aprendizagem. Ao longo das três partes do teste exploratório, os licenciandos puderam identificar padrões, deduzir fórmulas e aplicar conceitos relacionados a polígonos, diagonais e ângulos internos e externos. Essa abordagem mostrou-se eficaz para estimular o raciocínio matemático e ajudar os alunos a construir seu próprio conhecimento, evidenciando que a metodologia de Investigação Matemática (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024) é capaz de tornar o aprendizado mais ativo e significativo.

Por fim, os resultados apontam a necessidade de pequenos ajustes para futuras aplicações, como disponibilizar materiais adequados, organizar melhor o tempo de aula e criar estratégias que mantenham o engajamento, especialmente em atividades mais longas. O uso de recursos tecnológicos, como *applets* e animações, revelou-se motivador e útil para reforçar conceitos complexos, desde que haja suporte técnico disponível. Dessa forma, a experiência forneceu aprendizados importantes para planejar intervenções pedagógicas mais eficazes e desenvolver materiais didáticos que realmente auxiliem a compreensão dos alunos.

Com o objetivo de analisar de forma mais detalhada o desempenho dos licenciandos nas atividades propostas, foram elaborados quadros específicos para cada etapa da intervenção. O Quadro 6 apresenta, de forma sistematizada, as respostas dos licenciandos referentes à Parte 1, que contempla a abordagem introdutória sobre polígonos, permitindo evidenciar o nível de compreensão inicial dos participantes acerca do tema.

Quadro 6 - Análise de desempenho da Parte 1

Atividades		Resolução		
		Correta	Incompleta	Incorreta
Parte 1	1-a	A, C, E	B, F	D
	1-b	A, C, E	B, D, F	
	1-c	A, C, E	B, D, F	
	1-d	A, C, E	B, D, F	
	1-e	A, C, E	B, D, F	
	1-f	A, C, E	B, D, F	
	1-g	A, C, D, E	B, F	
	1-h	C, D, E	B, F	A
	1-i	A, C, D, E	B, F	
	2-I	B, C, F	A, D, E	
	2-II	C	A, E	B, D, F
	2-III	B, C, F	A, D, E	
	2-IV	B, C, F	A, D, E	
	2-V	B, C, F	A, D, E	

Fonte: Elaboração própria.

Já o Quadro 7 apresenta as respostas dos exercícios referentes à Parte 2, sobre conteúdo de diagonais dos polígonos.

Quadro 7 - Análise de desempenho da Parte 2

Atividades		Resolução		
		Correta	Incompleta	Incorreta
Parte 2	1-a	B, C, E, F		A, D
	1-b	B, C, E, F		A, D
	1-c	B, C, D, E, F		A, F
	2	B, C, E		A, D, F
	3	B, C, E, F	A	D
	4	C, E	B	A, D, F

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, o Quadro 8 é referente à Parte 3 de exercícios, sobre o conteúdo da soma das medidas dos ângulos internos e externos.

Quadro 8 - Análise de desempenho da Parte 3

Atividades		Resolução		
		Correta	Incompleta	Incorreta
Parte 3	1	B, C, D, E, F	A	
	2	A, C, D, E	B	F
	3	B, C, D, E		A, F
	4	A, B, C, D, E, F		
	5	A, C, D, E		B, F
	6-a	A, B, C, E		D, F
	6-b	B, C, E	D	A, F
	7-a	B, C, E, F	D	A
	7-b	B, C, E, F	D	A
	8-a	E	C, D	A, B, F
	8-b	E	C, D	A, B, F

Fonte: Elaboração própria.

3.3 Aplicação na turma regular

Nos dias 29 e 30 de outubro, foi realizada a aplicação de uma proposta didática, etapa integrante do processo de construção deste trabalho, em uma turma regular do 8º ano do Ensino Fundamental. A atividade ocorreu em uma escola da rede privada do município de Campos dos Goytacazes, configurando-se como um momento fundamental para a validação e o aprimoramento da proposta elaborada, ao possibilitar a análise de sua efetividade em um contexto real de sala de aula.

Essa etapa prática teve como principal objetivo verificar a pertinência dos conteúdos selecionados, bem como a adequação das estratégias pedagógicas adotadas, especialmente no que se refere à abordagem baseada na Investigação Matemática. Ao levar a proposta para o ambiente escolar, tornou-se possível observar de forma mais concreta como os alunos interagem com as atividades, quais dificuldades emergem e de que maneira constroem seus conhecimentos ao longo do processo.

Durante os dois dias de aplicação, foram ministradas cinco aulas, organizadas de modo a favorecer a participação ativa dos estudantes, a troca de ideias e o desenvolvimento do raciocínio investigativo. Além disso, esse momento também foi essencial para a coleta de dados relevantes para a pesquisa, permitindo analisar aspectos como o nível de engajamento dos alunos, a compreensão dos conceitos abordados e a adequação da proposta às demandas e características do contexto escolar.

Dessa forma, a aplicação prática contribuiu não apenas para a validação da proposta didática, mas também para a identificação de possíveis ajustes e melhorias, reforçando seu potencial como instrumento de ensino e aprendizagem da Matemática.

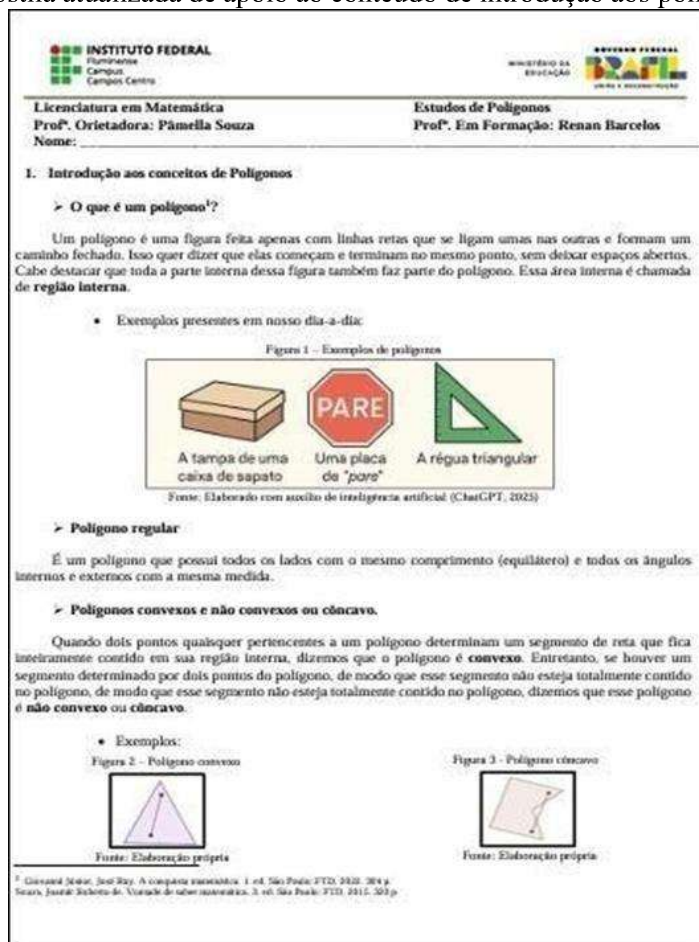
A turma selecionada como objeto de estudo deste trabalho era composta por cinco estudantes, que, para fins de análise e preservação da identidade, serão identificados pelas letras F, G, H, I e J. Trata-se de um grupo reduzido, o que possibilitou acompanhar mais de perto o desempenho individual e as interações ocorridas durante o desenvolvimento das atividades.

Para o início da aplicação, cada aluno recebeu um kit contendo régua, transferidor e esquadro, instrumentos selecionados com o propósito de apoiar a exploração dos conceitos geométricos abordados, cabe ressaltar que essa foi uma sugestão acatada do teste exploratório aplicado aos licenciandos. A disponibilização prévia desses materiais visou garantir que todos os estudantes dispusessem das condições necessárias para realizar construções, medições e verificações ao longo das atividades, minimizando possíveis interferências decorrentes da

ausência de recursos adequados.

Na sequência, foi distribuído o primeiro material teórico (Apêndice B), elaborado pelo professor em formação, marcando o início das atividades propostas. A Figura 17 apresenta a atividade reformulada a partir dos resultados obtidos no teste exploratório, com o objetivo de mitigar as dificuldades identificadas na aplicação junto aos licenciandos.

Figura 17 - Apostila atualizada de apoio ao conteúdo de introdução aos polígonos



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, teve início a aplicação da Parte 1, em que a condução dessa fase esteve fundamentada nos princípios da Investigação Matemática (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024), de modo que tanto o material didático utilizado quanto a atuação do professor em formação foram planejados para estimular a participação ativa dos alunos, incentivando a observação, o questionamento e a construção de significados.

Inicialmente, essa metodologia causou certa estranheza nos estudantes, uma vez que não estavam habituados a esse tipo de abordagem; no entanto, ao longo da aula, demonstraram

interesse e envolvimento crescentes com as atividades propostas.

Após essa etapa introdutória, foram propostas duas questões com o objetivo de verificar se os alunos estavam assimilando os conteúdos trabalhados dentro da perspectiva investigativa. A primeira questão, que foi reformulada a partir dos resultados do teste exploratório, solicitava a classificação de diferentes figuras geométricas em polígonos convexos, polígonos côncavos e não polígonos. Essa atividade buscou retomar diretamente os conceitos apresentados, permitindo avaliar não apenas a compreensão dos alunos, mas também sua capacidade de aplicar os conhecimentos em novas situações, organizando e justificando suas respostas de maneira coerente.

Com o intuito de favorecer o processo de ensino e aprendizagem, foi incorporado ao material de apoio um QR Code. Para viabilizar o acesso, o professor em formação disponibilizou tablets e orientou o uso de *smartphones*, permitindo que os alunos acessassem o recurso de forma prática e orientada. Ao escanear o código, os estudantes eram direcionados a um *applet* no GeoGebra, cuidadosamente selecionado para auxiliar na visualização e na exploração do conteúdo.

O uso dessa ferramenta digital possibilitou uma abordagem mais interativa e dinâmica, estimulando a curiosidade, a experimentação e o protagonismo dos alunos durante o desenvolvimento das questões propostas, além de contribuir para uma compreensão mais concreta e significativa dos conceitos trabalhados em sala de aula (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

Durante o desenvolvimento da tarefa, constatou-se que, embora todos os estudantes demonstrassem compreender a ideia geral de polígono, muitos apresentaram dificuldades ao distinguir, na prática, as características que diferenciam polígonos convexos de polígonos côncavos. Apenas o aluno H, conforme a Figura 18, conseguiu completar a atividade de forma totalmente correta, enquanto os demais se confundiram especialmente na identificação de concavidades nas figuras. Esse resultado evidenciou que, apesar do interesse inicial e da participação ativa da turma, determinados conceitos ainda necessitavam de maior aprofundamento e de exemplos mais variados para consolidar a aprendizagem.

Figura 18 - Resposta do aluno H, referente à 1ª questão da Parte 1

EXERCÍCIOS

1. Observe atentamente as figuras a seguir e determine se cada uma representa um polígono convexo, um polígono não convexo (côncavo) ou um não polígono. Em seguida, registre a letra correspondente na tabela abaixo, analisando a coluna adequada à sua classificação.

(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

(F)

(G)

(H)

(I)

• Registre a resposta na tabela abaixo, conforme solicitado.

Polígono Convexo	Polígono Côncavo	Não Polígono
B	A	E
C	G	H
D		
F		
I		

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A segunda questão foi planejada com a intenção de fazer com que os alunos mobilizassem todo o conteúdo trabalhado até aquele momento, tanto o apresentado na introdução quanto o explorado na primeira tarefa. Nessa questão, foram disponibilizados cinco polígonos para análise, e os estudantes deveriam preencher um quadro com informações sobre cada um deles: número de lados, nome do polígono e indicação de ser ou não regular. Além disso, nos casos em que o polígono fosse classificado como regular, os alunos precisavam identificar e nomear seus lados, vértices e ângulos internos. A proposta buscava não apenas verificar a compreensão dos conceitos, mas também incentivar uma observação mais cuidadosa das características de cada figura.

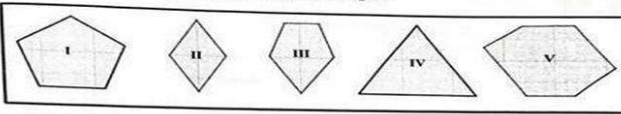
No decorrer da realização da atividade, foi possível perceber que a turma havia assimilado bem o conteúdo e se mostrou extremamente engajada durante a explicação, o que contribuiu significativamente para o andamento da aula. Contudo, apesar de o conceito de polígono regular ter sido amplamente enfatizado destacando-se que, para receber essa classificação, o polígono deve apresentar todos os seus lados com a mesma medida e todos os

ângulos internos congruentes, isto é, deve ser simultaneamente equilátero e equiângulo, observou-se uma dificuldade específica na resolução.

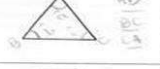
Na questão proposta, Figura 19, o Polígono II apresentava um polígono equilátero, porém não equiângulo. Essa característica levou todos os alunos a classificá-lo equivocadamente como polígono regular, uma vez que foram induzidos pela igualdade dos lados. As demais classificações, por outro lado, foram realizadas corretamente pelos estudantes, conforme ilustrado na figura a seguir.

Figura 19 - Resposta do aluno G, referente à 1ª questão da Parte 1

2. Observe os polígonos representados na malha quadriangular.



A partir da observação do quadro acima, complete tabela com o que se pede. Caso seja necessário, utilize uma régua:

Polígonos	Nº de lados	Nome	É um polígono regular?	Caso seja um polígono regular nomeie seus lados, vértices e ângulos internos.
I	5	pentágono	Sim	
II	4	quadrilátero	Sim	
III	5	pentágono	não	
IV	3	triângulo	Sim	
V	6	hexágono	não	

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Concluída a etapa introdutória da aula, deu-se início ao estudo das diagonais de um polígono. Nesse momento, o professor em formação buscou estabelecer uma transição natural entre os conteúdos, retomando brevemente conhecimentos prévios dos alunos e contextualizando o novo tema a partir de exemplos simples do cotidiano e de figuras geométricas já conhecidas pela turma.

Em seguida, foi distribuído o material Parte 2, com o objetivo de subsidiar a compreensão do conteúdo e orientar o desenvolvimento das atividades propostas. Esse material serviu como apoio para a continuidade da aula, favorecendo a participação dos estudantes, o esclarecimento de dúvidas e a construção gradual do conceito de diagonais em polígonos, de maneira mais significativa e acessível, conforme a Figura 20.

Figura 20 - Apostila atualizada de apoio ao conteúdo de diagonais e um polígono



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos Centro



GOVERNO FEDERAL
MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO
UNião e Reconstrução

Licenciatura em Matemática
Profª. Orientadora: Pâmella Souza
 Nome: _____

Estudos de Polígonos
Profª. Em Formação: Renan Barcelos

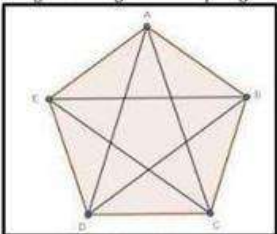
2. Diagonais de um polígono¹ convexo

➤ O que é uma diagonal?

Todo o segmento de reta que une dois vértices não consecutivos de um polígono é chamado de **diagonal do polígono**.

No pentágono representado abaixo, os segmentos de retas $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$ são diagonais desse polígono.

Figura 1 – Diagonais de um pentágono



Fonte: Elaboração própria

Algumas observações devem ser levadas em conta para traçar as diagonais de um polígono.

- Se quisermos traçar as diagonais a partir do vértice A, por exemplo, não podemos ligá-lo a três vértices do polígono: a ele mesmo (A) e aos vértices consecutivos (B e E).
- $\overline{AC}$, por exemplo, indica a mesma diagonal que $\overline{CA}$.

Em geral, a quantidade de diagonais não coincide com a quantidade de lados do polígono. A única exceção é o pentágono, que, como acabamos de observar na figura, possui cinco lados e cinco diagonais.



¹ Giovanni Júnior; José Ruy. A conquista matemática. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022. 304 p.
 Souza, Joamir Roberto de. Vontade de saber matemática. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015. 320 p.

1

Fonte: Elaboração própria.

Inicialmente, o professor em formação apresentou o conceito de diagonal de um polígono, explicando de maneira clara e acessível seu significado e sua função dentro da figura geométrica. Em seguida, abordou-se a notação de segmento de reta, retomando esse conhecimento para garantir a compreensão dos alunos, uma vez que a diagonal de um polígono é, justamente, o segmento que une dois vértices não consecutivos.

Ao longo dessa explicação, tornou-se evidente o engajamento dos estudantes, que demonstraram interesse e participação ativa nas discussões. Esse envolvimento foi favorecido, sobretudo, pela forma como o conteúdo foi conduzido, com explicações dialogadas e exemplos visuais, bem como pelo uso dos *applets* no GeoGebra. A utilização dessa ferramenta tecnológica, pouco comum na rotina das aulas, despertou curiosidade e entusiasmo nos alunos, contribuindo significativamente para a motivação e para uma aprendizagem mais dinâmica e significativa.

Na continuidade da atividade proposta, iniciou-se a resolução das atividades propostas, com o objetivo de consolidar os conhecimentos trabalhados por meio de uma metodologia diferenciada daquela à qual os alunos estavam habituados. Essa etapa, assim como as demais, foi conduzida de forma investigativa, estimulando a observação, a reflexão e o diálogo entre os estudantes.

Com o apoio do *applet* no GeoGebra, os alunos foram convidados a explorar diferentes polígonos e a analisar suas características. A partir dessa exploração, o professor em formação lançou a seguinte questão norteadora, conforme Figura 21, “o que é possível observar em um polígono quando o número de lados é par ou ímpar, especificamente em relação às diagonais?” Essa abordagem incentivou a participação ativa da turma, permitindo que os próprios alunos construíssem hipóteses e chegassem às conclusões, (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024), a partir da experimentação, tornando o processo de aprendizagem mais significativo e envolvente, fato que pode ser observado nas respostas, pois todos os alunos obtiveram êxito.

Figura 21 - Resposta do aluno H, referente à 1ª questão (item *a*) da Parte 2

a) Ao observar polígonos com número **par** e **ímpar** de lados, o que você percebe de diferente entre eles? Justifique sua resposta.

Na par as diagonais se cruzam no meio já na ímpar não.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Subsidiados pelos conhecimentos construídos na questão anterior, fundamentais para o desenvolvimento desta atividade, os estudantes foram convidados a investigar as propriedades dos polígonos apresentados, com o objetivo de identificar regularidades e padrões. Em consonância com os princípios da Investigação Matemática (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024), a proposta favoreceu a exploração, a formulação de conjecturas e a reflexão acerca das relações

observadas, possibilitando que os alunos generalizassem o padrão identificado a partir de suas próprias análises.

Observou-se que todos os estudantes atingiram o objetivo da questão, reconhecendo o padrão proposto e elaborando conjecturas consistentes quanto à sua generalização. Esse resultado pode ser evidenciado na Figura 22, na qual o aluno J apresenta uma resposta correta para a questão.

Figura 22 - Resposta do aluno J, referente à 1ª questão (item *b* e *c*) da Parte 2

b) Quantas diagonais passam pelo centro dos polígonos de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 lados? Justifique, caso o polígono não tenha diagonais que passem pelo centro?

Polígono	Nº de lados	Nº de diagonais que passam pelo centro
	3	0
	4	2
	5	0
	6	3
	7	0
	8	4
	9	0
	10	5

c) A partir do que foi observado no item acima, generalize o cálculo de diagonais que passam pelo centro de um polígono?

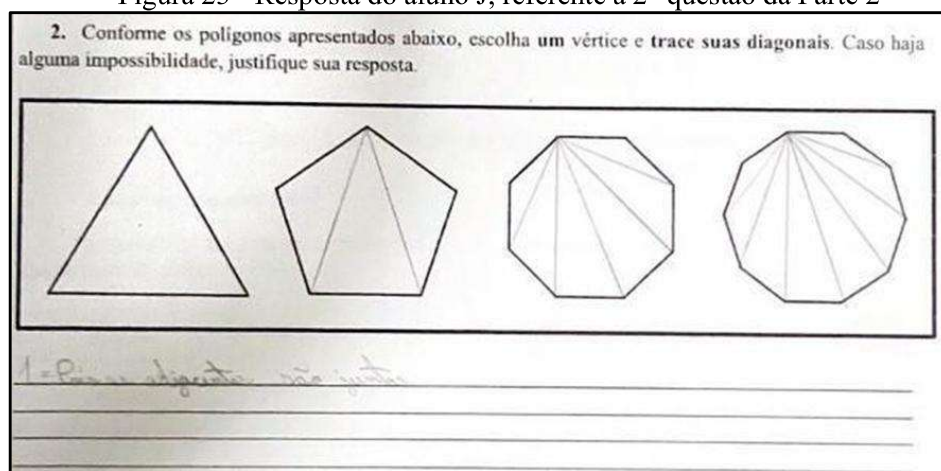
Polígono	Nº de lados	Nº de diagonais que passam pelo centro
n lados	n	$D = n : 2$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Findada a primeira questão, deu-se continuidade à segunda questão, na qual os alunos se mostraram bastante dispostos e interessados no conteúdo proposto, especialmente pela forma como estava sendo apresentado. A metodologia adotada diferenciava-se das práticas rotineiras vivenciadas em sala de aula, o que contribuiu significativamente para a motivação dos estudantes.

Na segunda questão, Figura 23, o objetivo foi verificar se o conteúdo estava sendo efetivamente assimilado pelos alunos. Mais uma vez, o objetivo proposto foi alcançado, uma vez que todos os alunos conseguiram traçar corretamente as diagonais solicitadas e justificar a inexistência de diagonais no triângulo, explicando que essa figura é composta apenas por lados adjacentes, o que impossibilita a formação de diagonais.

Figura 23 - Resposta do aluno J, referente à 2ª questão da Parte 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Cabe destacar que, apesar de todos os alunos terem compreendido a proposta da atividade e o conceito envolvido, alguns apresentaram dificuldades na elaboração das justificativas por escrito. Esse aspecto evidencia a necessidade de maior incentivo e trabalho contínuo com a escrita Matemática, de modo a favorecer a organização do pensamento e a argumentação adequada no processo de aprendizagem.

Seguindo para a próxima questão, o objetivo principal era estimular nos alunos a observação e a identificação de padrões, incentivando-os a perceber regularidades e, a partir delas, construir generalizações (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024). A intenção não era apenas que encontrassem respostas pontuais, mas que desenvolvessem um raciocínio investigativo, analisando as relações existentes entre os elementos apresentados.

Para isso, foi elaborado um quadro contendo diferentes polígonos, variando do triângulo

ao octógono. Em cada caso, além da representação da figura, também era informado o número de lados correspondente. A proposta consistia em solicitar que os alunos determinassem: o número de diagonais a partir de um único vértice, o número de diagonais considerando todos os vértices (n vértices) e, por fim, o número total de diagonais do polígono.

Durante o processo de resolução da atividade, foi possível perceber um avanço significativo na compreensão dos alunos, especialmente quando comparado ao desempenho apresentado nos exercícios da parte introdutória. Demonstraram maior segurança e autonomia ao analisar as figuras e preencher o quadro proposto, o que evidenciou que já estavam mais familiarizados com a proposta investigativa da aula.

Ao longo do preenchimento, surgiram poucas dúvidas, e estas estavam mais concentradas no item em que se solicitava o número de diagonais por vértice em um polígono de n lados. Esse momento exigia um nível maior de abstração, pois os alunos precisavam deixar de pensar apenas em casos específicos (como triângulo, quadrilátero ou pentágono) e passar a refletir sobre uma generalização válida para qualquer polígono.

Diante dessa dificuldade, o professor em formação seguiu o que foi planejado desde a concepção dessas atividades, ou seja, não apresentar diretamente a resposta. Em vez disso, continuou a formular perguntas orientadoras, incentivando os estudantes a retomarem os exemplos anteriores, compararem os resultados encontrados e identificarem o padrão que se repetia. Questionamentos como: “O que acontece em todos os casos analisados?” e “Quantos vértices não podem ser ligados por diagonais a partir de um vértice escolhido?” estimularam a reflexão e o diálogo entre os alunos.

Essa postura mediadora mostrou-se bastante eficaz, pois possibilitou que os próprios estudantes construíssem o raciocínio necessário para chegar à generalização (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024). A proposta funcionou muito bem, conforme a Figura 24, promovendo participação ativa, troca de ideias e maior compreensão do conteúdo trabalhado.

Figura 24 - Resposta do aluno I, referente à 3ª questão da Parte 2

Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
	3	0	0	0
	4	1	4	2
	5	2	10	5
Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
n lados	n	$n-3$	$(n-3) \cdot n$	$[(n-3) \cdot n] : 2$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A partir dessa atividade, cujo objetivo principal era promover a construção do entendimento e consolidar alguns conceitos fundamentais sobre diagonais de polígonos, os alunos demonstraram êxito significativo. Ao longo do processo, participaram ativamente das discussões, testaram hipóteses e analisaram os resultados obtidos em cada caso específico, o que favoreceu a identificação de padrões (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024).

Gradualmente, conseguiram perceber a regularidade presente na quantidade de diagonais e, com mediação adequada, chegaram à generalização da fórmula para um polígono de n lados (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024). Esse momento foi especialmente relevante, pois a fórmula não foi apresentada de forma pronta, mas construída a partir das próprias observações e reflexões dos estudantes, tornando a aprendizagem mais significativa.

Como etapa seguinte, Figura 25, foi proposta uma nova atividade em que os alunos aplicaram a fórmula que eles mesmos haviam deduzido. Essa aplicação possibilitou a consolidação do conhecimento e reforçou a confiança no raciocínio desenvolvido anteriormente. A experiência mostrou-se bastante positiva, tanto pelo envolvimento da turma quanto pela compreensão demonstrada.

Dessa forma, a atividade marcou de maneira produtiva o encerramento do conteúdo referente ao estudo das diagonais de polígonos, evidenciando não apenas a assimilação do conceito, mas também o desenvolvimento da autonomia intelectual dos alunos.

Figura 25 - Resposta do aluno G, referente à questão desafio da Parte 2

Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
	6	3	18	9
	7	4	28	14
	8	5	40	20
Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
	13	10	130	65
	18	15	270	135

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Dessa forma, encerrou-se o primeiro dia de aplicação da proposta didática, o qual se mostrou extremamente produtivo. Ao longo da aula, foi possível perceber o envolvimento progressivo dos alunos com as atividades propostas, especialmente nos momentos de discussão e construção coletiva das ideias. A participação ativa da turma evidenciou não apenas interesse pelo conteúdo, mas também disposição para refletir, questionar e compartilhar estratégias de resolução.

O engajamento observado foi bastante significativo, sobretudo porque os estudantes assumiram um papel mais protagonista no processo de aprendizagem (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024). Além disso, o retorno apresentado por eles, tanto por meio das falas quanto da postura em sala, indicou que a forma como a aula foi conduzida contribuiu para tornar o conteúdo mais compreensível e acessível.

Assim, o primeiro dia foi concluído com a percepção de que os objetivos planejados foram alcançados, estabelecendo uma base sólida para a continuidade do trabalho nos encontros seguintes.

Dando continuidade à proposta didática, iniciou-se o segundo dia de aplicação, realizado em 30 de outubro de 2025. Esse momento marcou o início da última etapa do estudo sobre polígonos. Após o trabalho desenvolvido anteriormente com as diagonais e a construção das generalizações, a atenção voltou-se agora para o estudo dos ângulos internos e externos, bem como para as relações e propriedades que envolvem esse conteúdo.

A aula foi planejada de modo a retomar brevemente alguns conhecimentos prévios,

estabelecendo conexões com o que já havia sido trabalhado, para então aprofundar o estudo dos ângulos. Essa retomada mostrou-se importante para situar os alunos dentro da proposta didática e reforçar a ideia de que os conceitos matemáticos estão interligados.

O foco, nesse momento, não estava apenas na apresentação de fórmulas, mas na compreensão do significado dos ângulos internos e externos, na identificação de padrões e na construção das relações que permitem determinar suas medidas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024). Buscou-se, assim como no encontro anterior, incentivar a participação ativa da turma, promovendo questionamentos, discussões e momentos de investigação.

Dessa forma, o segundo dia iniciou-se com a perspectiva de consolidar o estudo dos polígonos, ampliando o entendimento dos alunos e aprofundando o olhar sobre as propriedades geométricas que estruturam esse conteúdo.

A organização prévia desse recurso, Figura 26, buscou proporcionar maior clareza e direcionamento durante a aula, permitindo que os estudantes acompanhassem as explicações, registrassem observações importantes e aplicassem, de maneira prática, os conhecimentos discutidos. Além disso, a disponibilização do material contribuiu para tornar o momento mais dinâmico e estruturado, oferecendo suporte tanto para a participação em sala quanto para estudos posteriores.

Figura 26 - Apostila atualizada de apoio ao conteúdo de ângulos internos e externos



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos Centro



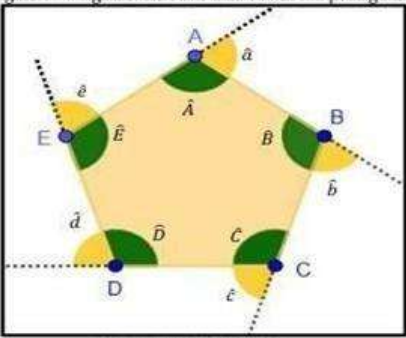
GOVERNO FEDERAL
MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

Licenciatura em Matemática
Prof.^a Orientadora: Pâmella Souza
Nome: _____

Estudos de Polígonos
Prof.^o Em Formação: Renan Barcelos

3. Ângulo¹ Interno e Ângulo Externo

Figura 1 – Ângulos internos e externos de um pentágono



- No vértice A: $\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{a}) = 180^\circ$.
- No vértice B: $\text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{b}) = 180^\circ$.
- No vértice C: $\text{med}(\hat{C}) + \text{med}(\hat{c}) = 180^\circ$.
- No vértice D: $\text{med}(\hat{D}) + \text{med}(\hat{d}) = 180^\circ$.
- No vértice E: $\text{med}(\hat{E}) + \text{med}(\hat{e}) = 180^\circ$.

Fonte: Elaboração própria

Um ângulo interno e um ângulo externo de mesmo vértice de um polígono são sempre **adjacentes suplementares**.

➤ **Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo**

Analisaremos, agora, como podemos calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo. Vamos partir do conhecimento de que a **soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180°**.

Quando queremos determinar a soma das medidas dos ângulos internos (S_i) de um polígono convexo, podemos decompor esse polígono em triângulos, uma vez que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo já é conhecida e é igual a 180°. Fazemos isso traçando as diagonais que partem de um único do polígono.

- Traçando todas as diagonais a partir do mesmo vértice, podemos dividir um pentágono em três triângulos.

Figura 2 – Diagonais de um vértice de um pentágono



Fonte: Elaboração própria

¹ Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022. 304 p.
 Souza, Joamir Roberto de. Vontade de saber matemática. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015. 320 p.

1

Fonte: Elaboração própria.

Essa estratégia, já utilizada no encontro anterior, mostrou-se novamente pertinente, pois auxiliou na condução da aula e favoreceu o envolvimento dos alunos com as atividades propostas.

Logo no início da aula, foram apresentados os conceitos de ângulos internos e ângulos externos de um polígono, buscando inicialmente compreender o significado de cada um dentro da construção geométrica. Nesse momento, destacou-se também a relação existente entre o ângulo interno e o ângulo externo de um mesmo vértice, enfatizando que ambos são adjacentes suplementares, ou seja, quando somados, totalizam 180°. Essa observação foi importante para

que os alunos percebessem que há uma relação direta e lógica entre essas medidas, e não apenas fórmulas isoladas a serem memorizadas.

Subsequentemente, passou-se ao estudo da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo. Para tornar o raciocínio mais acessível, iniciou-se a explicação a partir do triângulo, retomando o conhecimento já consolidado de que a soma de seus ângulos internos é igual a 180° . A partir desse ponto, os alunos foram conduzidos a perceber que qualquer polígono convexo pode ser decomposto em triângulos, o que permite determinar a soma de seus ângulos internos de maneira lógica e fundamentada.

Essa abordagem favoreceu a compreensão do processo, pois os estudantes não apenas receberam a fórmula pronta, mas puderam visualizar como ela é construída a partir de um conceito já conhecido. Assim, o conteúdo foi desenvolvido de maneira progressiva, valorizando o raciocínio e a construção do conhecimento.

Com o objetivo de consolidar os conhecimentos trabalhados até então e, sobretudo, de construir, juntamente com os alunos, uma fórmula que permitisse calcular a soma dos ângulos internos de um polígono convexo, foi proposta uma questão que, assim como as demais, esteve fundamentada na metodologia de Investigação Matemática. A proposta buscava conduzi-los, de forma intuitiva e participativa, à dedução dessa relação matemática, evitando a simples apresentação da fórmula pronta.

Na referida questão, a partir da indicação de um polígono regular com mais de três lados, os estudantes deveriam identificar o número de lados e traçar todas as diagonais possíveis a partir de um único vértice. A partir desse procedimento, tornava-se evidente a decomposição do polígono em triângulos e, como a soma dos ângulos internos de um triângulo é conhecida (180°), isso favorecia a dedução da soma dos ângulos internos de qualquer polígono regular.

Essa estratégia permitiu que os alunos percebessem o padrão que se estabelecia entre o número de lados e a quantidade de triângulos formados, favorecendo a identificação da regularidade necessária para a generalização da fórmula (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024). O momento foi marcado por discussões, comparações de resultados e construção coletiva do raciocínio, fortalecendo a compreensão do conteúdo e estimulando a participação ativa da turma.

Dessa maneira, conforme a Figura 27, a dedução da fórmula tornou-se um processo construído em conjunto, o que contribuiu para uma aprendizagem mais significativa e para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

Figura 27 - Resposta do aluno J, referente à 1ª questão da Parte 3

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Quadrilátero		4	2	360°
Pentágono		5	3	540°
Hexágono		6	4	720°
Heptágono		7	5	900°
Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Polígono de n lados		n	$n-2$	$(n-2) \cdot 180$

Fonte: Protocolo de pesquisa

Logo após, foi proposta uma atividade-desafio com o objetivo de reforçar e aprofundar os conceitos trabalhados na questão anterior. A intenção era proporcionar aos alunos uma oportunidade de aplicar o raciocínio construído coletivamente, estimulando a autonomia e a segurança na utilização da fórmula deduzida.

De modo geral, foi possível observar que os estudantes compreenderam bem o conteúdo e conseguiram desenvolver a atividade com êxito. A maioria chegou ao resultado esperado, demonstrando entendimento tanto do processo de decomposição do polígono em triângulos quanto da relação estabelecida para o cálculo da soma dos ângulos internos.

Entretanto, durante a correção, percebeu-se que alguns alunos cometeram erros em cálculos simples de multiplicação. Esse aspecto evidenciou que, embora o conceito geométrico tenha sido assimilado, ainda existem fragilidades em habilidades operatórias básicas, que podem interferir no resultado final. Tal observação reforça a importância de trabalhar a Matemática de forma integrada, considerando não apenas os conceitos específicos do conteúdo em estudo, mas também a consolidação das operações fundamentais.

De modo geral, a atividade mostrou-se bastante produtiva, pois possibilitou avaliar o nível de compreensão da turma, identificar avanços alcançados e reconhecer aspectos que ainda

demandam maior atenção. A Figura 28, apresentada a seguir, exemplifica a questão mencionada.

Figura 28 - Resposta do aluno I, referente à questão desafio da Parte 3

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Tetradecágono		14	12	2170

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Com o intuito de consolidar o aprendizado, foram elaboradas duas novas questões a partir da fórmula que os próprios alunos haviam deduzido anteriormente. Diferentemente das propostas iniciais, essas questões apresentavam uma abordagem distinta, exigindo maior atenção, interpretação e autonomia por parte da turma.

Nessas questões, a figura do polígono não era apresentada, o que exigiu dos estudantes um esforço maior de abstração. Em uma das questões, era fornecido o número total de lados do polígono, e os alunos deveriam calcular a soma das medidas dos ângulos internos. Já na outra, a proposta invertia o raciocínio: era apresentada a soma das medidas dos ângulos internos, e os alunos precisavam determinar o número de lados do polígono correspondente.

Essa mudança na forma de apresentação teve como objetivo estimular o raciocínio lógico e promover uma compreensão mais significativa da fórmula, evitando a simples reprodução mecânica de procedimentos. Diante dessa abordagem, e considerando a metodologia de Investigação Matemática adotada, os alunos demonstraram compreender a proposta investigativa, o que contribuiu diretamente para a resolução das atividades. Assim, conseguiram alcançar os objetivos propostos, evidenciando êxito na aplicação das fórmulas e dos conceitos construídos ao longo do processo, o que reforça uma aprendizagem mais efetiva e fundamentada.

De modo geral, as atividades, conforme a Figura 29, contribuíram para fortalecer a compreensão do tema, ao mesmo tempo em que evidenciaram a importância da leitura atenta e da organização do pensamento matemático na resolução de problemas.

Figura 29 - Resposta do aluno F, referente à 4ª e 5ª questão da Parte 3

4. Utilize a fórmula anterior e calcule a soma dos ângulos internos de um polígono de 13 lados.

$$13 - 2 = 11 \cdot 180^\circ = 1980$$

5. A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono é 1 800°. Quantos lados tem esse polígono?

$$\begin{array}{r} 2160 \overline{) 1800} \\ \underline{- 180} \\ 0360 \\ \underline{- 360} \\ 00 \end{array}$$

$$S_i = (N - 2) \cdot 180^\circ$$

$$1800 = (N - 2) \cdot 180^\circ$$

$$1800 = 180 \cdot N - 360^\circ$$

$$1800 + 360 = 180 \cdot N$$

$$2160 = 180 \cdot N$$

$$N = 2160 \div 180$$

$$N = 12$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na sequência da aula, os alunos foram chamados pela direção da escola e permaneceram cerca de 20 minutos fora da sala. Esse intervalo inesperado acabou comprometendo significativamente o andamento e a finalização das atividades que ainda estavam previstas para aquele momento. A interrupção quebrou o ritmo da aula e dificultou a retomada da concentração anteriormente estabelecida.

Após o retorno, percebeu-se também que os alunos já demonstravam sinais de cansaço, o que impactou diretamente o rendimento e a participação nas atividades restantes. A exaustão, somada à interrupção, tornou o ambiente menos propício para a continuidade do trabalho com a mesma intensidade observada no início do encontro.

Durante esse intervalo, o professor em formação aproveitou a oportunidade para dialogar com o professor regente, que se mostrou extremamente solícito e disponível para esclarecer as dúvidas apresentadas. Esse momento de troca foi bastante enriquecedor, pois possibilitou refletir sobre a condução das aulas, discutir estratégias pedagógicas e fortalecer o processo de formação docente.

Apesar dos imprevistos, a experiência contribuiu para evidenciar a importância da flexibilidade no planejamento e da capacidade de adaptação diante das situações que surgem no cotidiano escolar.

Após o intervalo inesperado, as atividades foram retomadas buscando restabelecer o foco e a dinâmica da aula. Nesse momento inicial de retomada, o professor em formação

solicitou que os alunos acessassem o QR Code disponibilizado no material impresso, o qual direcionava para uma atividade de caráter investigativo.

Por meio de um *applet* interativo, os estudantes puderam explorar diferentes polígonos convexos e observar, de forma dinâmica, as medidas de seus ângulos externos. A ferramenta permitia a visualização e a manipulação das figuras, favorecendo uma compreensão mais concreta e visual do conteúdo.

A atividade investigativa buscou estimular a curiosidade dos alunos, incentivando-os a observar padrões, levantar hipóteses e tirar conclusões a partir da experimentação. Ao interagir com o *applet*, os estudantes puderam perceber regularidades relacionadas à soma dos ângulos externos, construindo o conhecimento de maneira mais ativa.

Assim, a utilização do recurso digital configurou-se como uma estratégia para diversificar a metodologia da aula, promover maior engajamento e reforçar os conceitos trabalhados anteriormente de forma mais dinâmica e participativa.

Como parte dessa dinâmica investigativa, foi solicitado aos alunos que registrassem, por escrito, as observações realizadas durante a exploração do *applet*, conforme pode ser conferido na Figura 30. A proposta tinha como objetivo não apenas verificar a compreensão do conteúdo, mas também estimular a organização do pensamento matemático por meio da linguagem escrita.

Figura 30 - Resposta do aluno G, análise do *applet*

Assim como fizemos para os ângulos internos, vamos investigar a soma das medidas dos ângulos externos (S_e) de um polígono convexo. Utilize o QR Code para essa descoberta.



> Vamos investigar juntos?

Selecione o polígono que desejar e utilize o controle deslizante para a investigação!

Registre suas observações.

Se cada ângulo que ele se fecha cria um círculo de 360°, independente da quantidade de lados

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nesse momento, ficou novamente evidente a dificuldade de alguns estudantes em se expressar por escrito. Embora conseguissem verbalizar corretamente o que estavam observando na ferramenta, isto é, que independentemente do polígono convexo analisado, a soma das

medidas de seus ângulos externos é sempre igual a 360° , muitos encontraram obstáculos ao tentar formalizar essa ideia no papel.

Essa situação evidenciou um aspecto importante do processo de aprendizagem: compreender um conceito e conseguir comunicá-lo de forma clara e estruturada são habilidades distintas, ambas fundamentais no ensino da Matemática. A atividade, portanto, não apenas reforçou o conteúdo geométrico trabalhado, como também revelou a necessidade de incentivar práticas que desenvolvam a argumentação e o registro escrito dos alunos.

Apesar das dificuldades observadas, o momento foi significativo, pois permitiu identificar avanços conceituais e, ao mesmo tempo, apontar caminhos para o aprimoramento da expressão Matemática na turma.

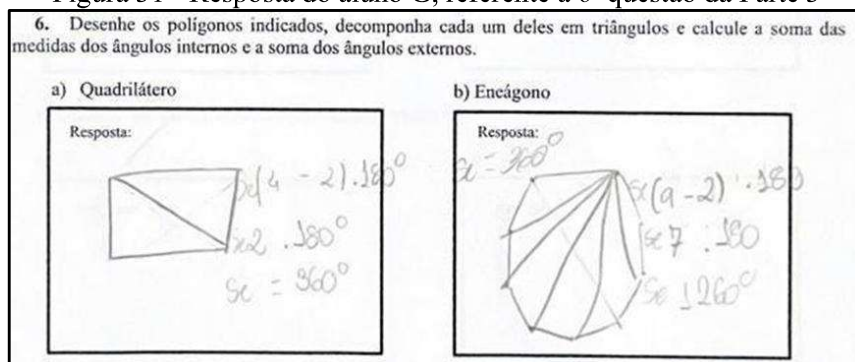
Em razão de uma paralisação inesperada ocorrida na instituição, houve a necessidade de reorganizar o planejamento da aula e acelerar a abordagem dos conteúdos previstos para o dia. Essa situação acabou comprometendo, de forma significativa, a parte final da aula, que precisou ser conduzida em um ritmo mais intenso do que o inicialmente planejado.

Como consequência, o tempo destinado às explicações mais detalhadas, aos exemplos práticos e aos momentos de interação e esclarecimento de dúvidas foi reduzido, o que impactou diretamente o processo de aprendizagem do conteúdo trabalhado. Além disso, considerando o contexto atípico e as alterações na rotina, os alunos já apresentavam sinais de cansaço e dispersão, fatores que também interferiram no aproveitamento da turma.

Dessa forma, ressalta-se que a paralisação não apenas exigiu ajustes metodológicos imediatos, como também influenciou o engajamento dos alunos e a assimilação do conteúdo. Diante desse cenário, tornou-se necessária a retomada e o reforço dos principais pontos em momento oportuno, a fim de garantir a consolidação da aprendizagem.

Entretanto, essa retomada não foi possível em razão da indisponibilidade de horários na agenda do professor regente para a oferta de aulas adicionais, situação plenamente compreensível, considerando a necessidade de reorganizar o cronograma e assegurar a conclusão do conteúdo previsto para o semestre. A Figura 31 ilustra o impacto dessa paralisação na atividade, evidenciando, por exemplo, que o aluno G apresentou uma resposta incompleta à questão proposta.

Figura 31 - Resposta do aluno G, referente à 6ª questão da Parte 3



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Percebeu-se que a questão da notação Matemática ainda se mantinha como uma dificuldade recorrente entre os alunos, tornando-se cada vez mais evidente nas resoluções das atividades propostas. Erros relacionados à escrita simbólica, à organização das expressões e ao uso adequado dos sinais comprometeram parte significativa das respostas, demonstrando que esse aspecto ainda não estava plenamente consolidado.

Ressalta-se que a importância da atenção à notação Matemática foi mencionada de forma reiterada ao longo da aula, com orientações constantes quanto à necessidade de rigor, clareza e organização na escrita. Contudo, a paralisação inesperada e a consequente necessidade de acelerar o andamento da aula prejudicaram o aprofundamento desse ponto, limitando as oportunidades de retomada, correção coletiva e prática orientada.

Por fim, no que se refere às três últimas questões propostas, conforme a Figura 32, apenas um aluno conseguiu concluí-las integralmente. Os demais já demonstravam sinais evidentes de cansaço e dificuldade de concentração, o que impactou diretamente o desempenho nessa etapa final da aula.

Figura 32 - Resposta do aluno H, referente à 7ª, 8ª e 9ª questão da Parte 3

7. Considere a seguir, polígonos regulares. Calcule a soma dos ângulos internos e a medida de cada um de seus ângulos internos.

a) Pentadecágono 15

Resposta:

$$(n-2) \cdot 180$$

$$(15-2) \cdot 180$$

$$13 \cdot 180$$

$$2340$$

$S_i = 2340$

medida interna: 156

b) Icoságono 20

Resposta:

$$(20-2) \cdot 180$$

$$18 \cdot 180$$

$$3240$$

$S_i = 3240$

medida interna: 162

8. Quantos lados tem um polígono cuja a soma das medidas dos ângulos internos é:

a) 2160°?

Resposta:

$$S_i = (n-2) \cdot 180$$

$$2160 = (n-2) \cdot 180$$

$$(n-2) = \frac{2160}{180}$$

$$n-2 = 12$$

$$n = 14$$

b) 3060°?

Resposta:

$$3060 = (n-2) \cdot 180$$

$$(n-2) \cdot 180 = 3060$$

$$n-2 = \frac{3060}{180}$$

$$n-2 = 17$$

$$n = 19$$

9. Quantos lados tem polígono cujo o ângulo externo é:

a) 30°?

Resposta:

$$Se: 360$$

$$n = \frac{360}{30}$$

$$n = 12$$

b) 24°?

Resposta:

$$n = \frac{360}{24}$$

$$n = 15$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Esse cenário pode ser compreendido à luz do contexto vivenciado: em razão da paralisação inesperada, foi necessário acelerar a explicação do conteúdo, reduzindo o tempo inicialmente previsto para a resolução das atividades. Com isso, os alunos dispuseram de um período menor para analisar as questões com calma, organizar o raciocínio e registrar adequadamente as respostas.

Assim, o baixo número de conclusões nessas últimas questões não pode ser atribuído exclusivamente à dificuldade do conteúdo, mas também às condições atípicas da aula, marcadas pelo ritmo mais intenso, pelo tempo reduzido e pelo desgaste acumulado ao longo do período.

Vivenciar a realidade da sala de aula, com seus desafios, imprevistos e necessidades de adaptação constante, proporcionou aprendizados que ultrapassam o campo teórico, contribuindo de maneira significativa para o amadurecimento profissional e pessoal.

A receptividade do professor regente foi fundamental nesse processo, demonstrando

abertura, disponibilidade e disposição para o diálogo, o que favoreceu um ambiente colaborativo e acolhedor. Da mesma forma, o acompanhamento firme, criterioso e tecnicamente consistente da professora orientadora ofereceu segurança e direcionamento, possibilitando reflexões importantes sobre a prática pedagógica, a postura docente e as escolhas metodológicas.

Nesse sentido, mais do que uma etapa acadêmica, essa vivência constituiu-se como um momento marcante na formação docente, transformando desafios em oportunidades de crescimento e reafirmando o compromisso com uma prática educativa responsável, sensível e fundamentada.

Com a finalidade de examinar de maneira mais aprofundada o desempenho dos alunos nas atividades propostas, foram organizados quadros específicos para cada etapa da intervenção. Nesse contexto, o Quadro 9 apresenta, de forma sistematizada, as respostas dos alunos relativas à Parte 1, correspondente à introdução ao estudo dos polígonos, possibilitando identificar o nível de compreensão inicial dos participantes sobre o conteúdo.

Quadro 9 - Desempenho dos alunos Parte 1

Atividades		Resolução		
		Correta	Incompleta	Incorreta
Parte 1	1-a	F, G, H, I		J
	1-b	F, G, H, I		J
	1-c	F, G, H, I, J		
	1-d	H		F, G, I, J
	1-e	F, G, H, I, J		
	1-f	H		F, G, I, J
	1-g	F, G, H, I, J		
	1-h	F, G, H, I, J		
	1-i	F, G, H, I, J		
	2-I	F, G, H, I, J		
	2-II			F, G, H, I, J
	2-III	F, G, H, I, J		
	2-IV	F, G, H, I, J		
	2-V	F, G, H, I, J		

Fonte: Elaboração própria.

Já o Quadro 10 apresenta as respostas referentes à Parte 2 de exercícios, sobre o conteúdo de diagonais dos polígonos.

Quadro 10 - Desempenho dos alunos Parte 2

Atividades		Resolução		
		Correta	Incompleta	Incorreta
Parte 2	1-a	F, G, H, I, J		
	1-b	F, G, H, I, J		
	1-c	F, G, H, I, J		
	2	F, G, H, I, J		
	3	F, G, H, I, J		
	4	F, G, H, I, J		

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, o Quadro 11 é referente à Parte 3 de exercícios, sobre o conteúdo das somas das medidas dos ângulos internos e externos de um Polígono.

Quadro 11 - Desempenho dos alunos Parte 3

Atividades		Resolução		
		Correta	Incompleta	Incorreta
Parte 3	1	B, C, D, E, F	A	
	2	A, C, D, E	B	F
	3	B, C, D, E		A, F
	4	A, B, C, D, E, F		
	5	A, C, D, E		B, F
	6-a	A, B, C, E		D, F
	6-b	B, C, E	D	A, F
	7-a	B, C, E, F	D	A
	7-b	B, C, E, F	D	A
	8-a	E	C, D	A, B, F
	8-b	E	C, D	A, B, F

Fonte: Elaboração própria.

A análise de cinco questionários de avaliação revelou, de modo geral, que os estudantes não possuíam experiência prévia com o uso do *software* GeoGebra. Ainda assim, foi possível observar uma adaptação satisfatória à ferramenta ao longo da atividade, especialmente quando utilizada em dispositivos móveis, o que facilitou o acesso e a interação durante as aulas.

De modo geral, a maioria dos alunos considerou o uso do aplicativo acessível e intuitivo, o que contribuiu para uma inserção mais natural e fluida da tecnologia no contexto pedagógico. Esse resultado é particularmente relevante, pois indica que a ausência de familiaridade inicial com ferramentas digitais não constitui, necessariamente, um obstáculo para sua utilização em sala de aula, desde que haja mediação adequada e propostas bem

estruturadas.

Nesse sentido, os dados evidenciam o potencial do uso de recursos tecnológicos no ensino de Matemática, sobretudo quando integrados a metodologias ativas, como a Investigação Matemática. O GeoGebra, nesse contexto, mostrou-se um instrumento capaz de favorecer a visualização, a experimentação e a construção de conceitos, ampliando as possibilidades de aprendizagem e tornando o processo mais dinâmico e significativo para os estudantes.

No que se refere à aprendizagem dos conteúdos, os dados indicam que o uso do *applet* contribuiu significativamente para a compreensão da relação entre o número de lados e as diagonais dos polígonos. Entretanto, a assimilação de conceitos mais abstratos, como a soma dos ângulos externos, ocorreu parcialmente para parte dos estudantes, sugerindo a necessidade de maior aprofundamento e retomada desses conteúdos em momentos posteriores. Ainda assim, observa-se que a abordagem adotada favoreceu a construção do conhecimento de forma mais investigativa e menos mecânica.

A interatividade proporcionada pela tecnologia foi reconhecida como um fator positivo, sendo associada ao aumento da motivação e do engajamento dos alunos durante a aula. Em comparação com metodologias tradicionais, a maioria dos estudantes avaliou seu aprendizado como superior, além de relatar maior participação nas atividades propostas. Contudo, em relação ao trabalho em grupo, as respostas indicaram uma contribuição apenas parcial, apontando para a necessidade de estratégias que fortaleçam a colaboração e a troca de ideias entre os alunos.

Por fim, o retorno obtido por meio do questionário avaliativo aplicado aos alunos reforça a importância dos aspectos visuais e dinâmicos proporcionados pelo GeoGebra. Os estudantes destacaram a clareza na visualização das figuras e a possibilidade de manipulação como elementos que facilitaram a compreensão dos conteúdos abordados. Não foram apontados aspectos negativos relevantes, o que evidencia uma percepção positiva em relação à aula ministrada pelo professor em formação.

Como sugestão, alguns alunos indicaram a necessidade de maior familiarização com o aplicativo, a fim de potencializar seu uso pedagógico. De modo geral, as avaliações atribuídas à atividade situaram-se no nível “bom”, indicando uma experiência satisfatória, com resultados positivos e possibilidades de aprimoramento na prática docente.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho evidenciou a relevância da integração entre recursos tecnológicos e instrumentos tradicionais no ensino da Geometria, destacando, sobretudo, o papel do professor como mediador nesse processo. A análise teórica e prática demonstrou que o uso de *software* como o GeoGebra potencializa a aprendizagem ao proporcionar aos alunos oportunidades de investigar, experimentar e construir soluções de forma dinâmica, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e da autonomia intelectual. Nesse contexto, percebeu que o ensino da Matemática precisa estar alinhado à realidade tecnológica vivenciada pelos estudantes, o que reforça a necessidade de uma postura docente aberta às inovações e às metodologias investigativas.

Nessa perspectiva, observa-se que, embora as tecnologias digitais ampliem as possibilidades pedagógicas, os recursos tradicionais, como régua e compasso, continuam desempenhando um papel fundamental. Esses instrumentos preservam seu valor histórico e pedagógico, contribuindo para o rigor lógico e a precisão das construções geométricas. Assim, a articulação entre o clássico e o digital não se configura como uma substituição, mas como uma relação de complementaridade, que enriquece o processo de ensino e aprendizagem, tornando-o mais significativo e contextualizado.

Corroborando essa discussão, a experiência vivenciada durante a aplicação do teste exploratório com os licenciandos evidenciou, de maneira concreta, a potência da Investigação Matemática como abordagem pedagógica. Mais do que abordar conteúdos como polígonos, diagonais e ângulos, a proposta possibilitou colocar os estudantes no centro da aprendizagem, incentivando-os a observar, formular hipóteses, testar ideias e construir generalizações a partir de suas próprias descobertas. Desse modo, as aulas tornaram-se mais dinâmicas, participativas e significativas, rompendo com a lógica tradicional baseada na mera reprodução de fórmulas.

Além disso, o teste exploratório contribuiu para identificar possibilidades de aprimoramento nos materiais teóricos, auxiliando o professor em formação a reconhecer aspectos que demandavam ajustes ou reformulações para uma melhor aplicação em sala de aula. Quando implementada na turma regular, a proposta destacou-se pela receptividade do professor regente e pelo engajamento dos alunos, que participaram ativamente das atividades. A utilização de régua e esquadros, associada a manipulação de *applets* por meio de *smartphones* ou tablets, tornou a experiência mais interativa e visual, favorecendo a compreensão dos conceitos geométricos.

Dando continuidade à análise, a pesquisa qualitativa, aliada à intervenção pedagógica com estudantes do 8º ano, evidenciou que a organização das atividades em etapas progressivas, juntamente com o uso de tecnologias digitais, contribuiu para a construção gradual do conhecimento e para a participação ativa dos alunos. Ademais, o teste exploratório com licenciandos mostrou-se relevante para a validação da proposta, embora tenha apontado desafios, como a adesão dos participantes e a necessidade de formação continuada dos professores para o uso efetivo das TIC.

Em síntese, este estudo reafirma que o ensino da Geometria, quando articulado à Investigação Matemática e ao uso de tecnologias digitais, promove uma aprendizagem mais dinâmica, crítica e significativa. Entretanto, evidencia-se que a efetividade dessa abordagem está diretamente relacionada à preparação docente, à disponibilidade de recursos e à valorização de práticas que integrem inovação e tradição. Dessa forma, conclui-se que a integração equilibrada entre ferramentas digitais e instrumentos clássicos constitui um caminho promissor para o fortalecimento da Educação Matemática no contexto contemporâneo.

Nesse sentido, destaca-se que a Geometria é apresentada como um campo essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolução de problemas, além de ser fundamental para a compreensão do mundo ao nosso redor. Ela permite descrever formas, tamanhos e posições, sendo amplamente aplicada em áreas como arquitetura, engenharia, física e arte. Com isso, reforça a necessidade de resgatar e valorizar o ensino da Geometria nos currículos escolares, equilibrando-o com outras áreas da Matemática.

No que se refere ao estudo de Polígonos, o trabalho destaca a importância de abordá-los por meio da Investigação Matemática, incentivando os alunos a deduzirem fórmulas e conceitos em vez de apenas memorizá-los. Essa metodologia, apoiada pelo uso de tecnologias como o GeoGebra, promove uma aprendizagem ativa e significativa, na qual os estudantes assumem papel protagonista e o professor atua como mediador. O qual os alunos são incentivados a explorar padrões, formular hipóteses, testar conjecturas e, sobretudo, a desenvolver uma postura investigativa e curiosa. Assim, o estudo de Polígonos consolida-se como um espaço fértil para a construção de um conhecimento crítico, reflexivo e fundamentado.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. E. B. de. Informática e formação de professores. *In*: ALONSO, M. (org); ALMEIDA, M. E. B. (org.). **Formação de gestores escolares: ProInfo: Informação e Formação de Professores**. Brasília-DF: SEED, 2000. Volume 2.
- AMORIM, A. dos S. **Entre o formal e o intuitivo: atitudes dos estudantes em atividades de Investigação Matemática sobre pontos notáveis de triângulos**. 2022 129 f. Dissertação. (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-graduação em Matemática e Estatística – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-27012023-114625/publico/Dissertacao_ArlisAmorim.pdf. Acesso em: 09 mar 2026.
- BARBOSA, L. de S. **Investigando com o GeoGebra 3D: O Método Axiomático em Atividades de Geometria Espacial e Esférica**. 2017. 144f. Dissertação. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Instituto de Matemática, Estatística e Física - Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande do Sul, 2017. Disponível em: https://profmatt.furg.br/images/TCC/TCC_Lucas_Barbosa_FURG_final.pdf. Acesso em: 09 mar 2026.
- BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V.; BURIOL, C.; Atividades de investigação como alternativa metodológica para o ensino de Matemática. *In*: FROTA, M. C. R (org).; NASSER, L. (org.). **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisa e debates**. Recife, PE: SBEM, 2009. p.189- 202.
- BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2025.
- BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2019.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Volume 3. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 09 mar 2026.
- BRASIL. Ministério da Educação do. Parâmetros Curriculares Nacionais. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, DF: MEC/SE, 2002. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 09 mar 2026.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 09 mar 2026.
- BRAUMANN, C. Divagações sobre Investigação Matemática e o seu papel na aprendizagem da Matemática. *In*: PONTE, João Pedro (org); *et al.* **atividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Coimbra, PT: Sociedade

Portuguesa de Ciências de Educação - Secção de Educação e Matemática, 2002. Disponível em: https://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/atas_EIEM_2002.pdf. Acesso em: 09 mar 2026.

DAMIANI, M. F.; *et al.* Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 45, p. 57-67, mai./ago; 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/index.php/caduc/article/view/3822/3074>. Acesso em: 08 abr. 2025.

ERNEST, P. Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia. *In*: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. **Investigar para aprender Matemática**. Lisboa, PT: Projecto MPT e APM, 1996. p. 25-48.

GUERRA, S. H. R. **Investigação Matemática: Uma proposta de ensino de estatística para o 8º ano do ensino fundamental**. 2015. 132 p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) - Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Santa Maria-RS, 2015. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/680/5/Dissertacao_ShilaHeydtRequiaGuerra.pdf. Acesso em: 09 mar 2026.

GUZMAN, M. Enseñanza de las ciencias y la Matemática. **Revista Iberoamericana de Educación**, Araraquara-SP, n.43, p.19-58, 2007. Disponível em: <https://rieoei.org/historico/documentos/rie43a02.pdf>. Acesso em: 09 mar 2026.

KENSKI, V. M. Educação e comunicação: interconexões e convergências. **Educação e Sociedade**, Campinas-SP, v. 29, p. 647-665, 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/nxvgnTWSLXhgNjZrydx7sHK/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 09 mar 2026.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA. Campus Campos Centro. Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática. **Protocolo de Pesquisa: Apostila de apoio ao conteúdo de introdução aos Polígonos**. Campos dos Goytacazes. RJ: IFF Campus Centro, 2025.

LIMA, L. F. de. **Grupo de estudos de professores e a produção de atividades Matemáticas sobre funções utilizando computadores**. 2009. 175 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/4f95ee43-8ba2-4cc2-9daa-3606bf77cede/content>. Acesso em: 09 mar 2026.

MISKULIN, R. G. S. As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação Matemática mediado pelas TICs na formação de professores. *In*: LORENZATO, Sergio (ed), NASCIMENTO, Rodrigo(ed). **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. 3.ed. Campinas – SP: Autores Associados, 2012. Capítulo 8.

PIRES, C. M. C (coord); CURY, E (coord); CAMPOS, T. M. M. (coord). **Espaço e Forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo: PROEM, 2000. p. 20-21.

PONTE, J. P. da. **Gestão curricular em Matemática**. Lisboa, PT: Grupo de Investigação DIFMAT - Centro de Investigação em Educação e Departamento de Educação - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 2005. Disponível em: <https://share.google/SrSgKmYzqFiBUHSfE>. Acesso em: 3 jan. 2025.

PONTE, J. P. da. Explorar e investigar em Matemática: Uma actividade no ensino e na aprendizagem. **UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Lisboa-PT, n. 21, p. 13-30, mar; 2010. Disponível em: <https://repositorio.ulisboa.pt/entities/publication/5bbad245-2d46-478c-a672-a7ed480595ce>. Acesso em: 09 mar 2026.

PONTE, J. P. da. **Investigar, ensinar e aprender**. Lisboa-PT: Faculdade de Ciências – Universidade de Lisboa, 2003. Disponível em: [https://www.ime.usp.br/~dpdias/2012/MAT1500-3-Ponte\(Profmat\).pdf](https://www.ime.usp.br/~dpdias/2012/MAT1500-3-Ponte(Profmat).pdf). Acesso em: 10 jan. 2025.

PONTE, J. P. da, BROCARD, J., OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 4 ed, Belo Horizonte: Autêntica, 2024.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. Lisboa-PT: Grupo de Investigação DIFMAT - Centro de Investigação em Educação e Departamento de Educação Faculdade de Ciências - Universidade de Lisboa, 2005. Disponível em: <https://share.google/nbNAWwqtTvFafFcWm>. Acesso em: fev. 2025.

POWELL, A., BAIRRAL, M. **A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades**. Papirus Editora, 2006. Disponível em: <http://www.ia.ufrj.br/ppgea/conteudo/conteudo-2008-2/1SF/Bairral/A%20Escrita%20e%20o%20Pensamento%20Matematico.pdf>. Acesso em: 09 mar 2026

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M. do; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de Geometria**. Campinas: Autores Associados, 2012.

ROCHA, A. S. **Ensino de Matemática de forma remota: vivências de estudantes da Educação Básica que utilizaram régua e compasso no estudo de geometria plana**. 2021. 93 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto Federal do Piauí, Campus Floriano, Floriano, 2021.

ROQUE, T. **História da Matemática** – Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012.

SEERBAN, R. S. **Construções dos elementos na educação básica**. 2018. 116f. Dissertação. (Mestrado profissional em Educação Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-04062019-160325/publico/dissertacao_Ricardo_Seerban_Corrigida.pdf. Acesso em: 09 mar 2026

SILVA, J. R. da. **Investigações Matemáticas e o ensino da Geometria: uma proposta de intervenção em sala de aula com o uso do GeoGebra**. 2022. 63f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Departamento de Pós-Graduação, Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2022. Disponível em: <http://repositorio.unifap.br:80/jspui/handle/123456789/1620>. Acesso em: 09 mar 2026. SIROTIC, N.; ZAZKIS, A. Irrational numbers: The gap between formal and intuitive knowledge. **Educational Studies in Mathematics - CAPES Springer**, Brasília-DF, v.65, p.49–76, 2007. Disponível em: <http://doi:10.1007/s10649-006-9041-5>. Acesso em: 09 mar 2026.

SOUZA, P. de A. **Uma proposta didática para o estudo de progressões por meio dos fractais: Rotação por estações**. 2019. 166 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2019. Disponível em: https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2020/02/170460074_PAMELLA_DE_ALVARENGA_SOUZ A.pdf. Acesso em: 09 mar 2026.

STAA, B.V. Razões para investir em computadores nas escolas. **Revista Pátio**, São Paulo, n.40, p. 27-29, jan; 2007.

ZUIN, E.S.L. **Da régua ao compasso. as construções geométricas como um saber escolar no Brasil**. 2001. 211 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação - Faculdade de Educação - Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, MG, 2001. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/server/api/core/bitstreams/086fa661-c225-440f-a6d1-edbf78941f7d/content>. Acesso em: 09 mar 2026.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Material para os licenciandos: Estudo de Polígonos

Licenciatura em Matemática

Prof. Orientadora: Pâmella Souza

Prof. Em Formação: Renan Barcelos

Estudos de Polígonos

1. Introdução aos conceitos de Polígonos

➤ O que é um polígono¹?

Um polígono é uma figura feita apenas com linhas retas que se ligam umas nas outras e formam um caminho fechado. Isso quer dizer que elas começam e terminam no mesmo ponto, sem deixar espaços abertos. Cabe destacar que toda a parte interna dessa figura também faz parte do polígono. Essa área interna é chamada de **região interna**.

- Exemplos presentes em nosso dia-a-dia:

Figura 1 – Exemplos de polígonos



Fonte: Elaborado com auxílio de inteligência artificial (ChatGPT, 2025)

➤ Polígono regular

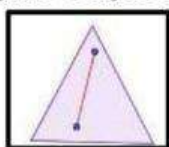
É um polígono que possui todos os lados com o mesmo comprimento (equilátero) e todos os ângulos internos e externos com a mesma medida.

➤ Polígonos convexos e não convexos ou côncavo.

Quando dois pontos quaisquer pertencentes a um polígono determinam um segmento de reta que fica inteiramente contido em sua região interna, dizemos que o polígono é **convexo**. Entretanto, se houver um segmento determinado por dois pontos do polígono, de modo que esse segmento não esteja totalmente contido no polígono, de modo que esse segmento não esteja totalmente contido no polígono, dizemos que esse polígono é **não convexo** ou **côncavo**.

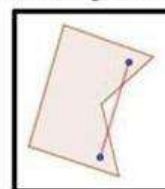
- Exemplos:

Figura 2 – Polígono convexo



Fonte: Elaboração própria

Figura 3 - Polígono côncavo



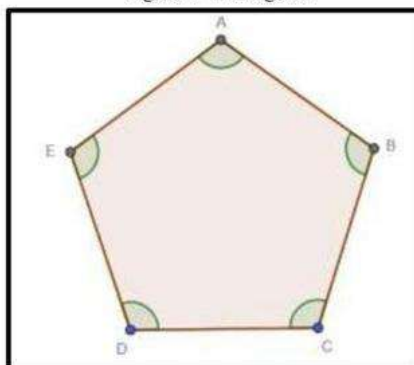
Fonte: Elaboração própria

¹ Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática. 1. ed, São Paulo: FTD, 2022. 304 p.
Souza, Joamir Roberto de. Vontade de saber matemática. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015. 320 p.

➤ Elementos de um polígono

Ao observar o polígono representado, conseguimos reconhecer alguns elementos importantes que o compõem.

Figura 4 - Pentágono



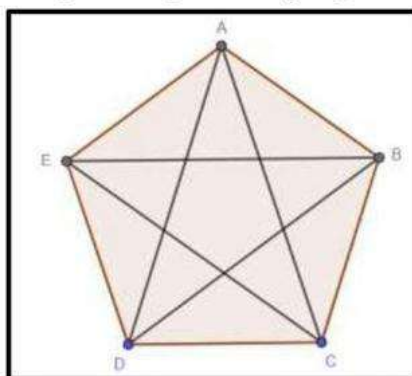
Fonte: Elaboração própria

- Os **vértices**, que são os pontos A, B, C, D e E. Nomeamos os polígonos por meio de seus vértices: no caso o polígono ABCDE.
- Os **lados**, que são segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EA}$.
- Os **ângulos internos**, que são os ângulos formados por dois lados consecutivos: $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDE}$, $\widehat{DEA}$ e $\widehat{EAB}$. Também usamos as letras que indicam os vértices para representar os ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ e $\hat{E}$.

Em um polígono, a quantidade de vértices, de lados e de ângulos internos é sempre a mesma. Além desses elementos, destacamos também:

- As **diagonais**, que são seguimentos de reta que unem dois vértices não consecutivos. Na figura a seguir, representamos as diagonais $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$.

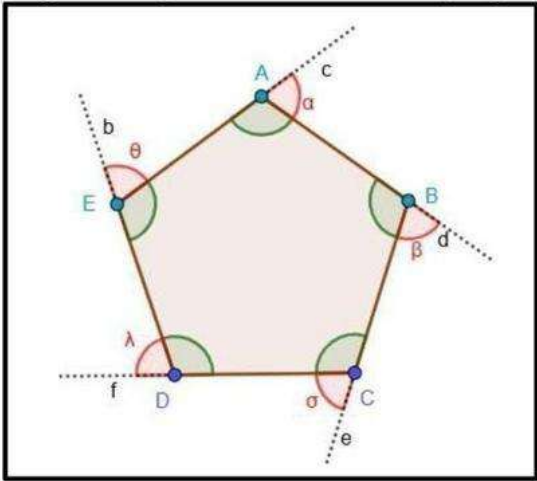
Figura 5 – Diagonais de um pentágono



Fonte: Elaboração própria

- Os **ângulos externos**, que são os ângulos formados por um lado do polígono e pelo pronlogamento de um lado consecutivo a ele. No polígono da figura a seguir, temos: $\widehat{P\hat{A}B}$, $\widehat{Q\hat{B}C}$, $\widehat{R\hat{C}D}$, $\widehat{S\hat{D}E}$ e $\widehat{T\hat{E}A}$.

Figura – 6 – Ângulos internos e externos de um pentágono

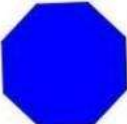


Fonte: Elaboração própria

➤ **Nomenclatura**

Embora a palavra 'polígono' tenha origem na ideia de 'muitos ângulos', também é possível nomear os polígonos de acordo com a quantidade de lados que possuem. Veja no quadro a seguir alguns exemplos com seus respectivos nomes.

Polígono	Quantidade de lados	Nome
	3	Triângulo (tri = três)
	4	Quadrilátero (quadri = quatro)
	5	Pentágono (penta = cinco)
	6	Hexágono (hexa = seis)

Polígono	Quantidade de lados	Nome
	7	Heptágono (hepta = sete)
	8	Octógono (octo = oito)
	9	Eneágono (ênea = nove)
	10	Decágono (deca = dez)

Existem, ainda, outros polígonos como aqueles que têm:

- 11 lados – undecágono
- 12 lados – dodecágono
- 15 lados – pentadecágono
- 20 lados – icoságono

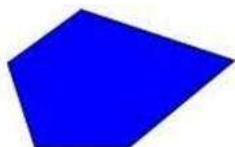
EXERCÍCIOS

1. Classifique as figuras abaixo como polígono convexo, polígono não convexo (côncavo) ou não polígono.

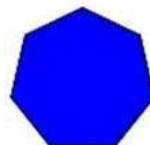
a)



b)



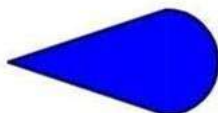
c)



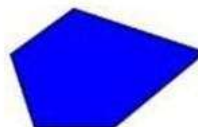
d)



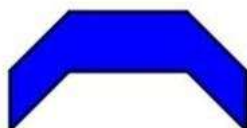
e)



f)



g)



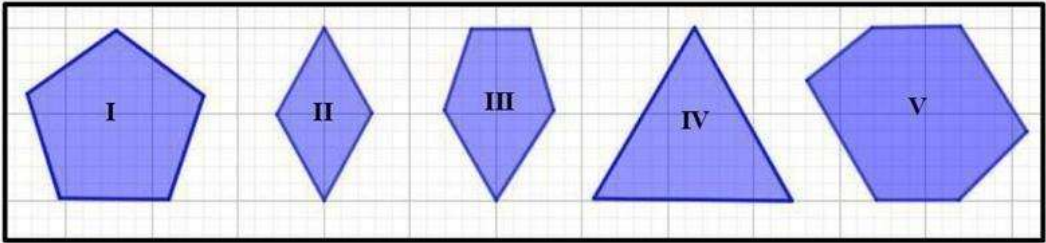
h)



i)



2. Observe os polígonos representados na malha quadriangular.



A partir da observação do quadro acima, complete tabela com o que se pede:

Polígonos	Nº de lados	Nome	É um polígono regular?	Caso seja um polígono regular nomeie seus lados, vértices e ângulos internos.
I				
II				
III				
IV				
V				

Licenciatura em Matemática
Profª. Orientadora: Pâmella Souza
Profª. Em Formação: Renan Barcelos

Estudos de Polígonos

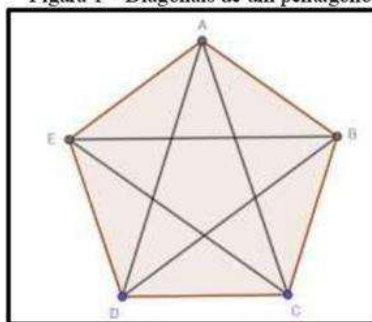
2. Diagonais de um polígono¹ convexo

➤ O que é uma diagonal?

Todo o segmento de reta que une dois vértices não consecutivos de um polígono é chamado de **diagonal do polígono**.

No pentágono representado abaixo, os segmentos de retas $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$ são diagonais desse polígono.

Figura 1 – Diagonais de um pentágono



Fonte: Elaboração própria

Algumas observações devem ser levadas em conta para traçar as diagonais de um polígono.

- Se quisermos traçar as diagonais a partir do vértice A, por exemplo, não podemos ligá-lo a três vértices do polígono: a ele mesmo (A) e aos vértices consecutivos (B e E).
- $\overline{AC}$, por exemplo, indica a mesma diagonal que $\overline{CA}$.
Em geral, a quantidade de diagonais não coincide com a quantidade de lados do polígono. A única exceção é o pentágono, que, como acabamos de observar na figura, possui cinco lados e cinco diagonais.



¹ Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022. 304 p.
Souza, Joamir Roberto de. Vontade de saber matemática. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015. 320 p.

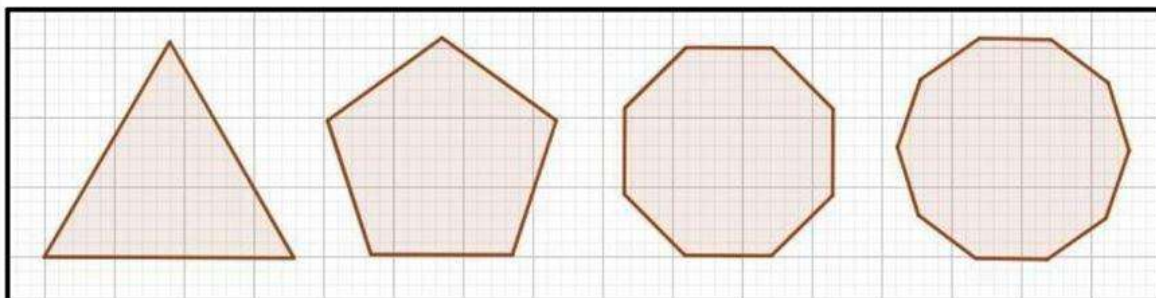
1. Com a ajuda do *applet*, acessado pelo QR Code acima, responda às questões propostas:

a) O que muda em um polígono quando a quantidade de lados é par ou quando é ímpar? Justifique?

b) Quantas diagonais passam pelo centro dos polígonos de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10? Justifique?

c) A partir do que foi observado no item acima, generalize o cálculo de diagonais que passam pelo centro de um polígono?

2. Conforme os polígonos apresentados abaixo, escolha um vértice e trace suas diagonais. Caso haja alguma impossibilidade justifique?



3. Complete o quadro verificando o padrão entre o número de lados e o número de diagonais por vértice, e estenda a análise para n vértices.

Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
	3			
	4			
	5			
	6			
	7			
	8			

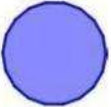
Agora vamos generalizar!

A partir das análises explicitadas no quadro acima, você consegue pensar em uma fórmula para contabilizar as diagonais de um polígono?

Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
n lados	n			

4. Desafio!

Calcule o número de diagonais em um vértice, em n vértices e o número total de diagonais do referido polígono?

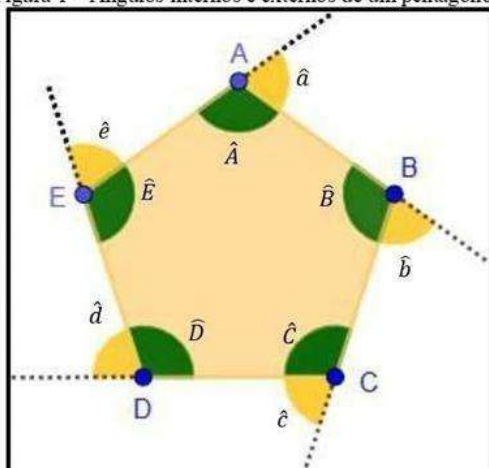
Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
	13			
	18			

Licenciatura em Matemática
Profª. Orientadora: Pâmella Souza
Profª. Em Formação: Renan Barcelos

Estudos de Polígonos

3. Ângulo¹ Interno e Ângulo Externo

Figura 1 – Ângulos internos e externos de um pentágono



Fonte: Elaboração própria

- No vértice A: $\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{a}) = 180^\circ$,
- No vértice B: $\text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{b}) = 180^\circ$,
- No vértice C: $\text{med}(\hat{C}) + \text{med}(\hat{c}) = 180^\circ$,
- No vértice D: $\text{med}(\hat{D}) + \text{med}(\hat{d}) = 180^\circ$,
- No vértice E: $\text{med}(\hat{E}) + \text{med}(\hat{e}) = 180^\circ$.

Um ângulo interno e um ângulo externo de mesmo vértice de um polígono são sempre **adjacentes suplementares**.

➤ Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo

Analisemos, agora, como podemos calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo. Vamos partir do conhecimento de que a **soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180°** .

Quando queremos determinar a soma das medidas dos ângulos internos (S_i) de um polígono convexo, podemos decompor esse polígono em triângulos, uma vez que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo já é conhecida e é igual a 180° . Fazemos isso traçando as diagonais que partem de um único do polígono.

- Traçando todas as diagonais a partir do mesmo vértice, podemos dividir um pentágono em três triângulos.

Figura 2 – Diagonais de um vértice de um pentágono

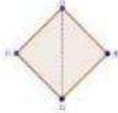


Fonte: Elaboração própria

¹ Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022. 304 p.
Souza, Joamir Roberto de. Vontade de saber matemática. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015. 320 p.

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° , a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono é $3 * 180^\circ$, ou seja, 540° . Esse processo, porém, pode ser longo e demorado, principalmente se o polígono tiver muitos lados.

1. Complete o quadro abaixo, verificando o padrão entre o número de lados, o número de triângulos e a soma dos ângulos internos.

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Quadrilátero				
Pentágono				
Hexágono				
Heptágono				

2. Agora vamos generalizar. A partir das análises explicitadas no quadro acima, você consegue pensar em uma fórmula para contabilizar a soma dos ângulos internos de um polígono?

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Polígono	infinito	n		

3. Desafio! Calcule a soma dos ângulos internos de um polígono, conforme se pede abaixo.

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Tetradecágono		14		

6. Desenhe os polígonos indicados, decomponha cada um deles em triângulos e calcule a soma das medidas dos ângulos internos.

a) Quadrilátero

Resposta:

b) Eneágono

Resposta:

7. Calcule a soma dos ângulos internos e a medida de cada um dos ângulos externos.

a) Pentadecágono

Resposta:

b) Icoságono

Resposta:

8. Quantos lados tem um polígono cuja a soma das medidas dos ângulos internos é:

a) $2\ 160^\circ$?

Resposta:

b) $3\ 060^\circ$?

Resposta:

APÊNDICE B - Material para aluno: Estudo de Polígonos

Licenciatura em Matemática
Profª. Orientadora: Pâmella Souza
Nome: _____

Estudos de Polígonos
Profª. Em Formação: Renan Barcelos

1. Introdução aos conceitos de Polígonos

➤ O que é um polígono¹?

Um polígono é uma figura feita apenas com linhas retas que se ligam umas nas outras e formam um caminho fechado. Isso quer dizer que elas começam e terminam no mesmo ponto, sem deixar espaços abertos. Cabe destacar que toda a parte interna dessa figura também faz parte do polígono. Essa área interna é chamada de **região interna**.

- Exemplos presentes em nosso dia-a-dia:

Figura 1 – Exemplos de polígonos



Fonte: Elaborado com auxílio de inteligência artificial (ChatGPT, 2025)

➤ Polígono regular

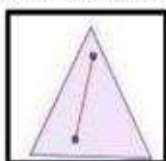
É um polígono que possui todos os lados com o mesmo comprimento (equilátero) e todos os ângulos internos e externos com a mesma medida.

➤ Polígonos convexos e não convexos ou côncavo.

Quando dois pontos quaisquer pertencentes a um polígono determinam um segmento de reta que fica inteiramente contido em sua região interna, dizemos que o polígono é **convexo**. Entretanto, se houver um segmento determinado por dois pontos do polígono, de modo que esse segmento não esteja totalmente contido no polígono, dizemos que esse polígono é **não convexo** ou **côncavo**.

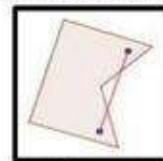
- Exemplos:

Figura 2 – Polígono convexo



Fonte: Elaboração própria

Figura 3 - Polígono côncavo



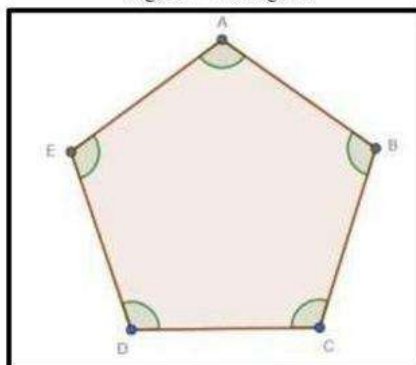
Fonte: Elaboração própria

¹ Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022. 304 p.
Souza, Joannir Roberto de. Vontade de saber matemática. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015. 320 p.

➤ Elementos de um polígono

Ao observar o polígono representado, conseguimos reconhecer alguns elementos importantes que o compõem.

Figura 4 - Pentágono



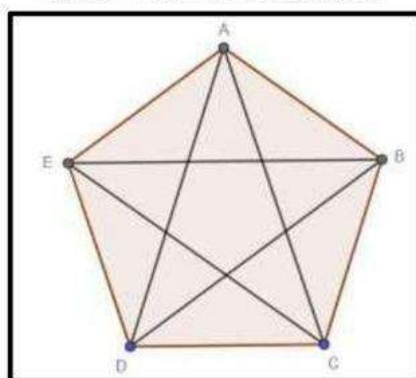
Fonte: Elaboração própria

- Os **vértices**, que são os pontos A, B, C, D e E. Nomeamos os polígonos por meio de seus vértices: no caso o polígono ABCDE.
- Os **lados**, que são segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EA}$.
- Os **ângulos internos**, que são os ângulos formados por dois lados consecutivos: $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDE}$, $\widehat{DEA}$ e $\widehat{EAB}$. Também usamos as letras que indicam os vértices para representar os ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ e $\hat{E}$.

Em um polígono, a quantidade de vértices, de lados e de ângulos internos é sempre a mesma. Além desses elementos, destacamos também:

- As **diagonais**, que são segmentos de reta que unem dois vértices não consecutivos. Na figura a seguir, representamos as diagonais $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$.

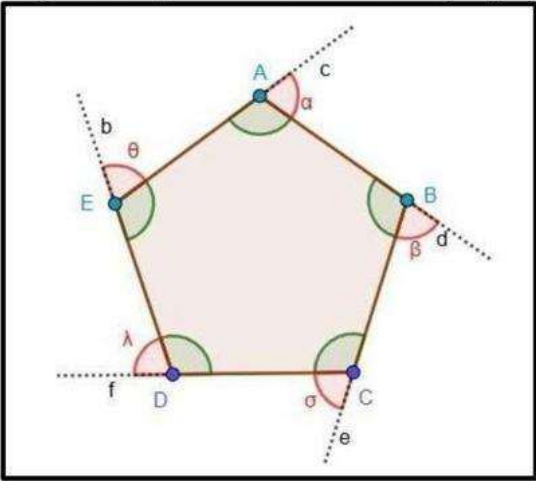
Figura 5 – Diagonais de um pentágono



Fonte: Elaboração própria

- Os **ângulos externos**, que são os ângulos formados por um lado do polígono e pelo prolongamento de um lado consecutivo a ele. No polígono da figura a seguir, temos: $P\hat{A}B$, $Q\hat{B}C$, $R\hat{C}D$, $S\hat{D}E$ e $T\hat{E}A$.

Figura – 6 – Ângulos internos e externos de um pentágono

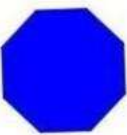


Fonte: Elaboração própria

➤ **Nomenclatura**

Embora a palavra 'polígono' tenha origem na ideia de 'muitos ângulos', também é possível nomear os polígonos de acordo com a quantidade de lados que possuem. Veja no quadro a seguir alguns exemplos com seus respectivos nomes.

Polígono	Quantidade de lados	Nome
	3	Triângulo (tri = três)
	4	Quadrilátero (quadri = quatro)
	5	Pentágono (penta = cinco)
	6	Hexágono (hexa = seis)

Polígono	Quantidade de lados	Nome
	7	Heptágono (hepta = sete)
	8	Octógono (octo = oito)
	9	Eneágono (ênea = nove)
	10	Decágono (deca = dez)

Existem, ainda, outros polígonos como aqueles que têm:

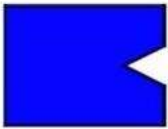
- 11 lados – undecágono
- 12 lados – dodecágono
- 15 lados – pentadecágono
- 20 lados – icoságono



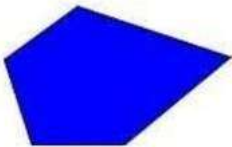
EXERCÍCIOS

1. Observe atentamente as figuras a seguir e determine se cada uma representa um polígono convexo, um polígono não convexo (côncavo) ou um não polígono. Em seguida, registre a letra correspondente na tabela abaixo, analisando a coluna adequada à sua classificação.

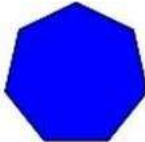
(A)



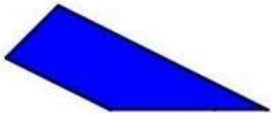
(B)



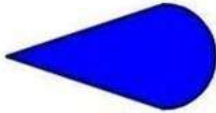
(C)



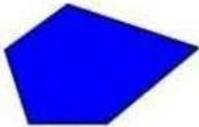
(D)



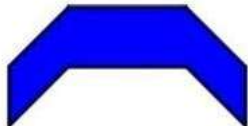
(E)



(F)



(G)



(H)



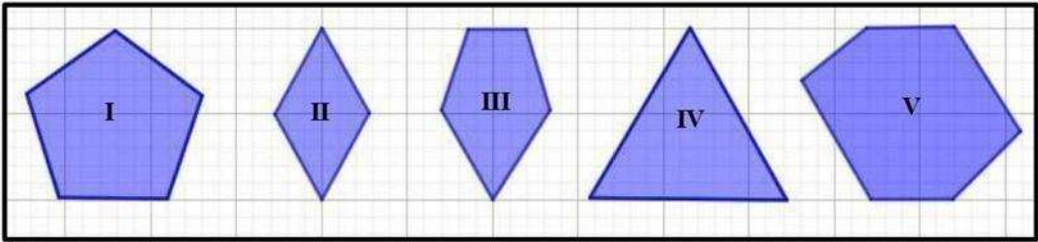
(I)



- Registre a resposta na tabela abaixo, conforme solicitado.

Polígono Convexo	Polígono Côncavo	Não Polígono

2. Observe os polígonos representados na malha quadriangular.



A partir da observação do quadro acima, complete tabela com o que se pede. Caso seja necessário, utilize uma régua:

Polígonos	Nº de lados	Nome	É um polígono regular?	Caso seja um polígono regular nomeie seus lados, vértices e ângulos internos.
I				
II				
III				
IV				
V				

Licenciatura em Matemática
Profª. Orientadora: Pâmella Souza
Nome: _____

Estudos de Polígonos
Profº. Em Formação: Renan Barcelos

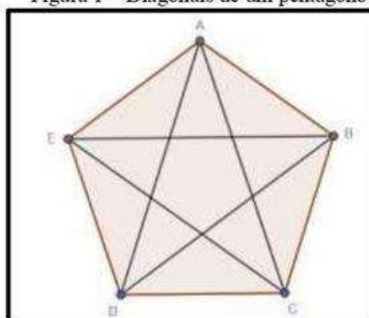
2. Diagonais de um polígono¹ convexo

➤ O que é uma diagonal?

Todo o segmento de reta que une dois vértices não consecutivos de um polígono é chamado de **diagonal do polígono**.

No pentágono representado abaixo, os segmentos de retas $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$ são diagonais desse polígono.

Figura 1 – Diagonais de um pentágono



Fonte: Elaboração própria

Algumas observações devem ser levadas em conta para traçar as diagonais de um polígono.

- Se quisermos traçar as diagonais a partir do vértice A, por exemplo, não podemos ligá-lo a três vértices do polígono: a ele mesmo (A) e aos vértices consecutivos (B e E).
- $\overline{AC}$, por exemplo, indica a mesma diagonal que $\overline{CA}$.

Em geral, a quantidade de diagonais não coincide com a quantidade de lados do polígono. A única exceção é o pentágono, que, como acabamos de observar na figura, possui cinco lados e cinco diagonais.

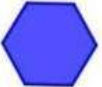


¹ Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022. 304 p.
Souza, Joamir Roberto de. Vontade de saber matemática. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015. 320 p.

1. Com a ajuda do *applet*, acessado pelo QR Code acima, responda às questões propostas:

a) Ao observar polígonos com número **par** e **ímpar** de lados, o que você percebe de diferente entre eles? Justifique sua resposta.

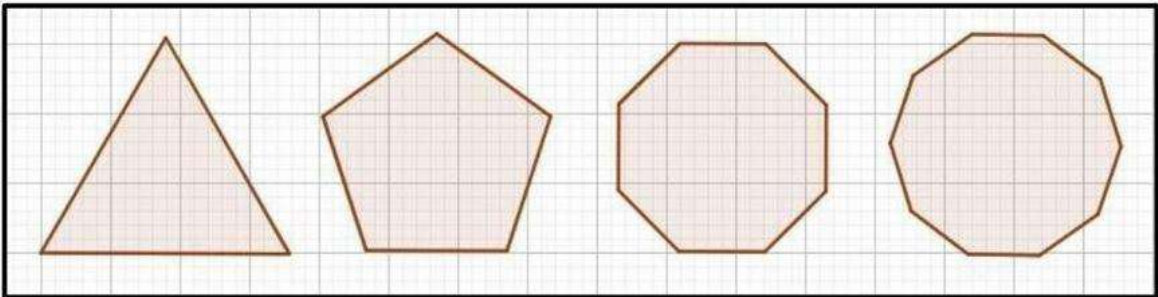
b) Quantas diagonais passam pelo centro dos polígonos de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 lados? Justifique, caso o polígono não tenha diagonais que passem pelo centro?

Polígono	Nº de lados	Nº de diagonais que passam pelo centro
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	

c) A partir do que foi observado no item acima, generalize o cálculo de diagonais que passam pelo centro de um polígono?

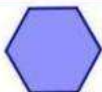
Polígono	Nº de lados	Nº de diagonais que passam pelo centro
n lados	n	

2. Conforme os polígonos apresentados abaixo, escolha **um** vértice e **trace suas diagonais**. Caso haja alguma impossibilidade, justifique sua resposta.



3. Complete o quadro observando a relação entre o número de lados de cada polígono e o número de diagonais que partem de **um único vértice**. Em seguida, descubra o padrão que relaciona o número de lados com o número de diagonais por vértice. Por fim, calcule o número total de diagonais.

Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
	3			
	4			
	5			

Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
	6			
	7			
	8			

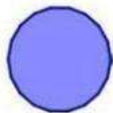
Agora vamos generalizar!

A partir das análises explicitadas no quadro acima, escreva uma fórmula para contabilizar as diagonais de um polígono n lados.

Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
n lados	n			

4. Desafio!

Aplique a fórmula encontrada na questão anterior e complete a tabela.

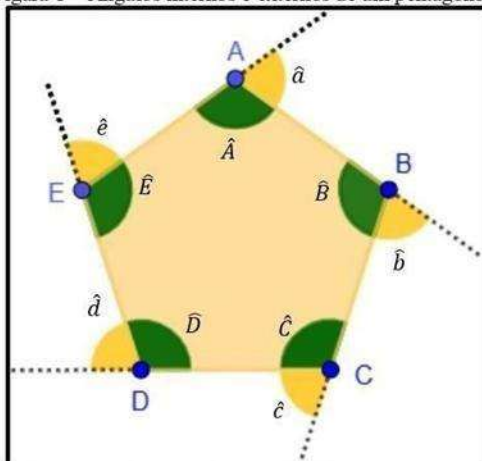
Polígono	Nº de lados	Diagonal de 1 vértice	Diagonal de n vértices	Nº total de diagonais
	13			
	18			

Licenciatura em Matemática
Profª. Orientadora: Pâmella Souza
Nome: _____

Estudos de Polígonos
Profº. Em Formação: Renan Barcelos

3. Ângulo¹ Interno e Ângulo Externo

Figura 1 – Ângulos internos e externos de um pentágono



Fonte: Elaboração própria

- No vértice A: $\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{a}) = 180^\circ$,
- No vértice B: $\text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{b}) = 180^\circ$,
- No vértice C: $\text{med}(\hat{C}) + \text{med}(\hat{c}) = 180^\circ$,
- No vértice D: $\text{med}(\hat{D}) + \text{med}(\hat{d}) = 180^\circ$,
- No vértice E: $\text{med}(\hat{E}) + \text{med}(\hat{e}) = 180^\circ$.

Um ângulo interno e um ângulo externo de mesmo vértice de um polígono são sempre **adjacentes suplementares**.

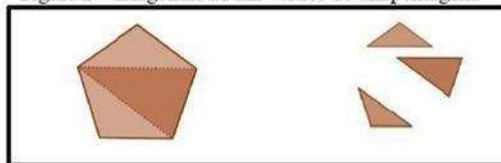
➤ Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo

Analisaremos, agora, como podemos calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo. Vamos partir do conhecimento de que a **soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180°** .

Quando queremos determinar a soma das medidas dos ângulos internos (S_i) de um polígono convexo, podemos decompor esse polígono em triângulos, uma vez que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo já é conhecida e é igual a 180° . Fazemos isso traçando as diagonais que partem de um único do polígono.

- Traçando todas as diagonais a partir do mesmo vértice, podemos dividir um pentágono em três triângulos.

Figura 2 – Diagonais de um vértice de um pentágono

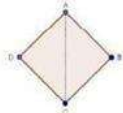
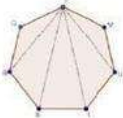


Fonte: Elaboração própria

¹ Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022. 304 p.
Souza, Joamir Roberto de. Vontade de saber matemática. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015. 320 p.

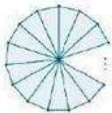
Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° , a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono é $3 \times 180^\circ$, ou seja, 540° . Esse processo, porém, pode ser longo e demorado, principalmente se o polígono tiver muitos lados.

1. Complete o quadro abaixo, com o número de lados do polígono, o número de triângulos formados e a soma dos ângulos internos.

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Quadrilátero				
Pentágono				
Hexágono				
Heptágono				

Agora vamos generalizar!

2. A partir das análises explicitadas no quadro acima, você consegue pensar em uma fórmula para contabilizar a soma dos ângulos internos de um polígono?

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Polígono de n lados		n		

3. Desafio!

Aplique a fórmula encontrada na questão anterior e complete a tabela.

Nome	Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Soma das Medidas dos ângulos internos (S_i)
Tetradecágono		14		

A partir do quadro anterior, verificamos que é possível dividir o polígono em uma quantidade de triângulos que coincide com a quantidade de lados do polígono menos dois. Podemos generalizar esse resultado para um polígono de n lados. Complete a tabela.

Linguagem	Expressão Matemática
Quantidade de lados	
Quantidade de triângulos	
Soma das medidas dos ângulos internos de cada triângulo	
Soma das medidas dos ângulos internos do polígono	

Sendo S_i a soma dos ângulos internos do polígono de n lados, concluímos que:

$$S_i = \underline{\hspace{2cm}}$$

4. Utilize a fórmula anterior e calcule a soma dos ângulos internos de um polígono de 13 lados.

5. A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono é $1\ 800^\circ$. Quantos lados tem esse polígono?

➤ **Soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo**

Assim como fizemos para os ângulos internos, vamos investigar a soma das medidas dos ângulos externos (S_e) de um polígono convexo. Utilize o QR Code para essa descoberta.



➤ **Vamos investigar juntos?**

Selecione o polígono que desejar e utilize o controle deslizante para a investigação!

Registre suas observações.

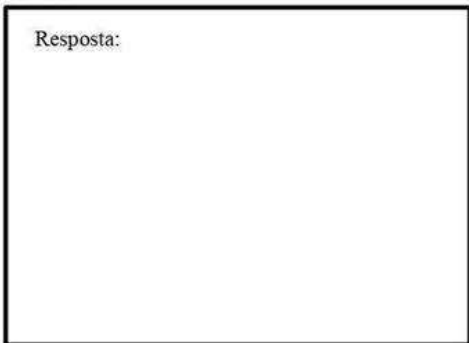
Sendo S_e a soma dos ângulos externos do polígono de n lados, concluimos que:

$$S_e = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. Desenhe os polígonos indicados, decomponha cada um deles em triângulos e calcule a soma das medidas dos ângulos internos e a soma dos ângulos externos.

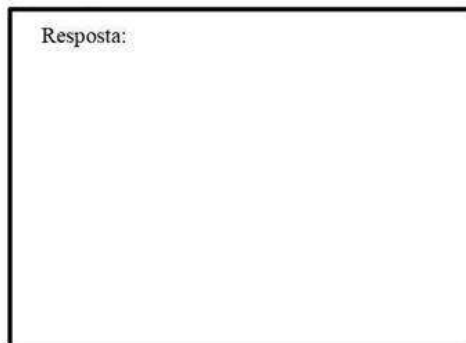
a) Quadrilátero

Resposta:



b) Eneágono

Resposta:



7. Considere a seguir, polígonos regulares. Calcule a soma dos ângulos internos e a medida de cada um de seus ângulos internos.

a) Pentadecágono

Resposta:

b) Icoságono

Resposta:

8. Quantos lados tem um polígono cuja a soma das medidas dos ângulos internos é:

a) $2\ 160^\circ$?

Resposta:

b) $3\ 060^\circ$?

Resposta:

9. Quantos lados tem polígono cujo o ângulo externo é:

a) 30° ?

Resposta:

b) 24° ?

Resposta:

APÊNDICE C - Questionário de Avaliação

Licenciatura em Matemática
Profª. Orientadora: Pâmella Souza
 Nome: _____

Estudos de Polígonos
Profª. Em Formação: Renan Barcelos

Questionário de Avaliação

1. Já utilizou o GeoGebra antes desta atividade?
☐ Sim ☐ Não
2. O uso do applet ajudou a entender a relação entre o número de lados e o número de diagonais que passam pelo centro?
☐ Sim ☐ Um pouco ☐ Não
3. A exploração no GeoGebra contribuiu para descobrir ou confirmar a fórmula da soma dos ângulos externos de um polígono?
☐ Sim ☐ Em parte ☐ Não
4. Você achou fácil usar o GeoGebra no celular/tablet?
☐ Sim ☐ Mais ou menos ☐ Não
5. A interatividade (movimentar, observar figuras no applet) facilitou o aprendizado?
☐ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não
6. Em comparação às aulas tradicionais (sem o uso de celular/tablet), você considera que o aprendizado foi:
7. ☐ Melhor ☐ Igual ☐ Pior
8. Você se sentiu mais motivado(a) a participar da aula por usar o GeoGebra no celular/tablet?
☐ Sim ☐ Mais ou menos ☐ Não
9. A atividade favoreceu o trabalho em grupo e a troca de ideias com os colegas?
☐ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não
10. O uso da tecnologia fez com que você se sentisse mais ativo(a) na construção do conhecimento?
☐ Sim ☐ Um pouco ☐ Não
11. Você acredita que aprendeu de forma mais significativa ao utilizar o GeoGebra para descobrir as fórmulas dos polígonos, em vez de apenas recebê-las prontas?
☐ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não
12. O que você mais gostou na atividade?

13. O que você menos gostou?

14. O que você mudaria ou sugeriria para melhorar essa atividade?

15. Em uma escala de 1 a 5, avalie sua satisfação geral com a atividade:

(1) Péssima (2) Ruim (3) Regular (4) Boa (5) Excelente

APÊNDICE D - Respostas dos alunos



Licenciatura em Matemática

Prof. Orientadora: Pâmella Souza

Nome:

Estudos de Polígonos

Prof. Em Formação: Renan Barcelos

Questionário de Avaliação

1. Já utilizou o GeoGebra antes desta atividade?
() Sim ☒ Não
2. O uso do applet ajudou a entender a relação entre o número de lados e o número de diagonais que passam pelo centro?
() Sim ☒ Um pouco () Não
3. A exploração no GeoGebra contribuiu para descobrir ou confirmar a fórmula da soma dos ângulos externos de um polígono?
() Sim ☒ Em parte () Não
4. Você achou fácil usar o GeoGebra no celular/tablet?
☒ Sim () Mais ou menos () Não
5. A interatividade (movimentar, observar figuras no applet) facilitou o aprendizado?
☒ Sim () Parcialmente () Não
6. Em comparação às aulas tradicionais (sem o uso de celular/tablet), você considera que o aprendizado foi:
7. () Melhor ☒ Igual () Pior
8. Você se sentiu mais motivado(a) a participar da aula por usar o GeoGebra no celular/tablet?
() Sim ☒ Mais ou menos () Não
9. A atividade favoreceu o trabalho em grupo e a troca de ideias com os colegas?
☒ Sim () Parcialmente () Não
10. O uso da tecnologia fez com que você se sentisse mais ativo(a) na construção do conhecimento?
☒ Sim () Um pouco () Não
11. Você acredita que aprendeu de forma mais significativa ao utilizar o GeoGebra para descobrir as fórmulas dos polígonos, em vez de apenas recebê-las prontas?
() Sim ☒ Parcialmente () Não
12. O que você mais gostou na atividade?

Deixar aprender um pouco das figuras

13. O que você menos gostou?

Gostei de tudo.

14. O que você mudaria ou sugeriria para melhorar essa atividade?

Dar exemplos ^{menores} técnicos e mais próximos da nossa realidade.

15. Em uma escala de 1 a 5, avalie sua satisfação geral com a atividade:

(1) Péssima (2) Ruim (3) Regular (4) Boa ☒ (5) Excelente



Licenciatura em Matemática
Profª. Orientadora: Pâmella Souza
Nome: _____

Estudos de Polígonos
Profª. Em Formação: Renan Barcelos

Questionário de Avaliação

1. Já utilizou o GeoGebra antes desta atividade?
☒ Sim ☐ Não
2. O uso do applet ajudou a entender a relação entre o número de lados e o número de diagonais que passam pelo centro?
☒ Sim ☐ Um pouco ☐ Não
3. A exploração no GeoGebra contribuiu para descobrir ou confirmar a fórmula da soma dos ângulos externos de um polígono?
☐ Sim ☒ Em parte ☐ Não
4. Você achou fácil usar o GeoGebra no celular/tablet?
☒ Sim ☐ Mais ou menos ☐ Não
5. A interatividade (movimentar, observar figuras no applet) facilitou o aprendizado?
☒ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não
6. Em comparação às aulas tradicionais (sem o uso de celular/tablet), você considera que o aprendizado foi:
7. ☒ Melhor ☐ Igual ☐ Pior
8. Você se sentiu mais motivado(a) a participar da aula por usar o GeoGebra no celular/tablet?
☒ Sim ☐ Mais ou menos ☐ Não
9. A atividade favoreceu o trabalho em grupo e a troca de ideias com os colegas?
☒ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não
10. O uso da tecnologia fez com que você se sentisse mais ativo(a) na construção do conhecimento?
☐ Sim ☒ Um pouco ☐ Não
11. Você acredita que aprendeu de forma mais significativa ao utilizar o GeoGebra para descobrir as fórmulas dos polígonos, em vez de apenas recebê-las prontas?
☐ Sim ☒ Parcialmente ☐ Não

12. O que você mais gostou na atividade?

Conseguiu ver com clareza as formas, ver as formas e mexer.

Licenciatura em Matemática
Estudos de Polígonos
Profª. Orientadora: Pâmella Souza
Profª. Em Formação: Renan Barcelos

Nome:

Questionário de Avaliação

1. Já utilizou o GeoGebra antes desta atividade?
☐ Sim ☒ Não
2. O uso do applet ajudou a entender a relação entre o número de lados e o número de diagonais que passam pelo centro?
☒ Sim ☐ Um pouco ☐ Não
3. A exploração no GeoGebra contribuiu para descobrir ou confirmar a fórmula da soma dos ângulos externos de um polígono?
☐ Sim ☒ Em parte ☐ Não
4. Você achou fácil usar o GeoGebra no celular/tablet?
☒ Sim ☐ Mais ou menos ☐ Não
5. A interatividade (movimentar, observar figuras no applet) facilitou o aprendizado?
☐ Sim ☒ Parcialmente ☐ Não
6. Em comparação às aulas tradicionais (sem o uso de celular/tablet), você considera que o aprendizado foi:
☒ Melhor ☐ Igual ☐ Pior
8. Você se sentiu mais motivado(a) a participar da aula por usar o GeoGebra no celular/tablet?
☒ Sim ☐ Mais ou menos ☐ Não
9. A atividade favoreceu o trabalho em grupo e a troca de ideias com os colegas?
☐ Sim ☒ Parcialmente ☐ Não
10. O uso da tecnologia fez com que você se sentisse mais ativo(a) na construção do conhecimento?
☒ Sim ☐ Um pouco ☐ Não
11. Você acredita que aprendeu de forma mais significativa ao utilizar o GeoGebra para descobrir as fórmulas dos polígonos, em vez de apenas recebê-las prontas?
☐ Sim ☒ Parcialmente ☐ Não

12. O que você mais gostou na atividade?

Ver as imagens com mais clareza, e as
 formas formas mexendo.
 E a interação

13. O que você menos gostou?

Gostei do Ludo

14. O que você mudaria ou sugeriria para melhorar essa atividade?

levar mais a usar o app

15. Em uma escala de 1 a 5, avalie sua satisfação geral com a atividade:

(1) Péssima (2) Ruim (3) Regular (4) Boa (5) Excelente



Licenciatura em Matemática
Prof. Orientadora: Pâmella Souza

Estudos de Polígonos
Prof. Em Formação: Renan Barcelos

Nome: _____

Questionário de Avaliação

1. Já utilizou o GeoGebra antes desta atividade?
() Sim ☒ Não
2. O uso do applet ajudou a entender a relação entre o número de lados e o número de diagonais que passam pelo centro?
☒ Sim () Um pouco () Não
3. A exploração no GeoGebra contribuiu para descobrir ou confirmar a fórmula da soma dos ângulos externos de um polígono?
() Sim ☒ Em parte () Não
4. Você achou fácil usar o GeoGebra no celular/tablet?
☒ Sim () Mais ou menos () Não
5. A interatividade (movimentar, observar figuras no applet) facilitou o aprendizado?
☒ Sim () Parcialmente () Não
6. Em comparação às aulas tradicionais (sem o uso de celular/tablet), você considera que o aprendizado foi:
7. () Melhor ☒ Igual () Pior
8. Você se sentiu mais motivado(a) a participar da aula por usar o GeoGebra no celular/tablet?
() Sim ☒ Mais ou menos () Não
9. A atividade favoreceu o trabalho em grupo e a troca de ideias com os colegas?
☒ Sim () Parcialmente () Não
10. O uso da tecnologia fez com que você se sentisse mais ativo(a) na construção do conhecimento?
☒ Sim () Um pouco () Não
11. Você acredita que aprendeu de forma mais significativa ao utilizar o GeoGebra para descobrir as fórmulas dos polígonos, em vez de apenas recebê-las prontas?
☒ Sim () Parcialmente () Não

12. O que você mais gostou na atividade?

Sobre aprender um pouco das figuras.

O que você menos gostou?

Gostei de tudo.

14. O que você mudaria ou sugeriria para melhorar essa atividade?

Dar exemplos menos técnicos e mais dentro da nossa realidade, para entendermos melhor.

15. Em uma escala de 1 a 5, avalie sua satisfação geral com a atividade:

(1) Péssima (2) Ruim (3) Regular ☒ Boa (5) Excelente

Licenciatura em Matemática
Profª. Orietadora: Pâmella Souza
Nome:

Estudos de Polígonos
Profª. Em Formação: Renan Barcelos

Questionário de Avaliação

1. Já utilizou o GeoGebra antes desta atividade?
() Sim (X) Não
2. O uso do applet ajudou a entender a relação entre o número de lados e o número de diagonais que passam pelo centro?
(X) Sim () Um pouco () Não
3. A exploração no GeoGebra contribuiu para descobrir ou confirmar a fórmula da soma dos ângulos externos de um polígono?
() Sim (X) Em parte () Não
4. Você achou fácil usar o GeoGebra no celular/tablet?
() Sim (X) Mais ou menos () Não
5. A interatividade (movimentar, observar figuras no applet) facilitou o aprendizado?
(X) Sim () Parcialmente () Não
6. Em comparação às aulas tradicionais (sem o uso de celular/tablet), você considera que o aprendizado foi:
7. (X) Melhor () Igual () Pior
8. Você se sentiu mais motivado(a) a participar da aula por usar o GeoGebra no celular/tablet?
() Sim (X) Mais ou menos () Não
9. A atividade favoreceu o trabalho em grupo e a troca de ideias com os colegas?
(X) Sim () Parcialmente () Não
10. O uso da tecnologia fez com que você se sentisse mais ativo(a) na construção do conhecimento?
() Sim (X) Um pouco () Não
11. Você acredita que aprendeu de forma mais significativa ao utilizar o GeoGebra para descobrir as fórmulas dos polígonos, em vez de apenas recebê-las prontas?
() Sim (X) Parcialmente () Não

12. O que você mais gostou na atividade?

Conseguir ver os polígonos e suas diagonais e suas áreas

13. O que você menos gostou?

O professor e aplicação a matéria, tudo foi perfeito e muito interessante

14. O que você mudaria ou sugeriria para melhorar essa atividade?

Inserir a música na aplicação de forma mais aprofundada.

15. Em uma escala de 1 a 5, avalie sua satisfação geral com a atividade:

(1) Péssima (2) Ruim (3) Regular (4) Boa (5) Excelente