

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

AYLA ALVES SALES ABREU
TIAGO AZEVEDO VIANNA BARRETO

GEOMETRIA PRÁTICA: A UTILIZAÇÃO DOS MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO
DE RAIZ QUADRADA DOS ESCRIBAS MEDIEVAIS

Campos dos Goytacazes/ RJ

Março – 2026

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

AYLA ALVES SALES ABREU
TIAGO AZEVEDO VIANNA BARRETO

**GEOMETRIA PRÁTICA: A UTILIZAÇÃO DOS MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO
DE RAIZ QUADRADA DOS ESCRIBAS MEDIEVAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos
Centro, como requisito parcial para conclusão do
Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.^a: Dr.^a. Ana Mary Fonseca Barreto
de Almeida

Campos dos Goytacazes/RJ

Março – 2026

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

A162g Abreu, Ayla Alves Sales
Geometria Prática: a utilização dos métodos de aproximação de raiz quadrada dos Escribas Medievais / Ayla Alves Sales Abreu, Tiago Azevedo Vianna Barreto - 2026.
121 f.: il. color.

Orientadora: Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Curso de Licenciatura em Matemática, Campos dos Goytacazes, RJ, 2026.
Referências: f. 74 a 78.

1. Raiz Quadrada. 2. Métodos Aproximativos. 3. História da Matemática. 4. Geometria Prática. 5. Intervenção Pedagógica. I. Barreto, Tiago Azevedo Vianna. II. Almeida, Ana Mary Fonseca Barreto de, orient. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da Biblioteca Anton Dakitsch do IFF com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

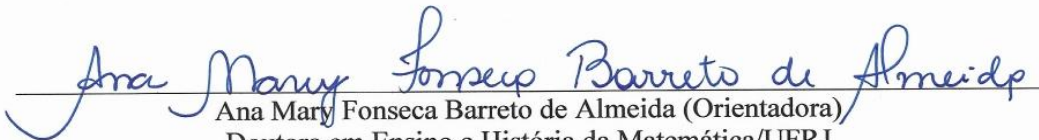
AYLA ALVES SALES ABREU
TIAGO AZEVEDO VIANNA BARRETO

GEOMETRIA PRÁTICA: A UTILIZAÇÃO DOS MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO DE
RAIZ QUADRADA DOS ESCRIBAS MEDIEVAIS.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos
Centro, como requisito parcial para conclusão do
Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 09 de março de 2026.

Banca Examinadora:


Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida (Orientadora)
Doutora em Ensino e História da Matemática/UFRJ
IFFluminense Campus Campos Centro


Ana Paula Rangel de Andrade (Examinadora)
Doutora em Planejamento e Gestão da Cidade/UCAM
IFFluminense Campus Campos Centro


Paula Eveline da Silva dos Santos Miranda (Examinadora)
Mestre em Matemática PROFMAT/UENF
IFFluminense Campus Campos Centro

AGRADECIMENTOS (Ayla)

Agradeço a Deus por conduzir minha trajetória acadêmica, mesmo que árdua, com muita fé e discernimento. A condução divina manteve-me forte, resiliente e perseverante em todos os momentos, na certeza de que o melhor seria feito em minha vida.

Agradeço à minha família por todo apoio ao longo dos anos percorridos, especialmente pela compreensão nos momentos de ausência. Aos meus pais, por fazerem tudo o que era necessário para que eu alcançasse meus objetivos, mesmo quando isso se mostrou desafiador. Aos meus irmãos, por trazerem vida e felicidade aos meus dias. Em especial, presto minha reverência ao meu pai, Alanildo Sales Abreu, e à minha tia, Sally Sales Abreu, por serem exemplos de dedicação, compromisso e doação à educação pública.

Agradeço a Fernanda Maria da Silva Fernandes, professora de Matemática, que me fez apreciar essa área do conhecimento durante as aulas de reforço no Ensino Médio, tornando os conteúdos leves por meio de diálogos e tardes de café.

Agradeço à minha orientadora, Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida, por uma orientação exemplar, sempre disposta a nos direcionar com precisão e, principalmente, a incentivar uma escrita independente e crítica. Sem dúvidas, nossos encontros foram valiosos e possibilitaram uma aproximação cada vez maior com o universo matemático e científico.

Agradeço a todos os docentes do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense - Campus Campos Centro, por serem tão participativos em nossa formação acadêmica e profissional, sempre dispostos a ensinar, preparar, esclarecer dúvidas, dialogar e auxiliar em nosso desenvolvimento.

Agradeço também ao meu grande parceiro Tiago Azevedo Vianna Barreto, que, além de amigo de graduação, foi como um irmão ao longo desses quatro anos, fazendo-se presente tanto nos momentos bons quanto nos difíceis.

Muito obrigada!

Ayla Alves Sales Abreu

AGRADECIMENTOS (Tiago)

Agradeço primeiramente a Deus, por sua presença constante em minha vida, pela força concedida em momentos de dificuldade, e perseverança para sempre seguir em frente em meio às adversidades.

Agradeço também a toda minha família por todo apoio durante toda a minha vida, em especial, minha mãe Laura, meu pai Flávio e o meu irmão João Pedro. Obrigado por fazerem parte dos meus momentos mais importantes e por servirem de exemplo de integridade e honestidade, pela construção de valores e por jamais desacreditar de mim em momentos em que nem eu mesmo acreditava.

Agradeço imensamente à minha orientadora Professora Ana Mary por orientação sem igual, sempre com muita leveza e paciência, suas valiosas contribuições e incentivo constante foram extremamente valiosos para o meu desenvolvimento acadêmico.

Agradeço a todos os professores docentes do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense - Campos Centro, onde tive o privilégio de aprender com excelência ao longo da minha trajetória acadêmica na instituição.

Agradeço também a Ayla Sales, por toda a parceria ao longo do desenvolvimento do presente trabalho e ao longo dos semestres na faculdade, ajudando a tornar o processo muito mais leve e descontraído.

Agradeço ao Clube de Regatas do Flamengo, símbolo nacional de garra, força e superação, por inspirar não apenas nos momentos de alegria no esporte, mas também valores que levo para minha trajetória acadêmica e pessoal.

Muito obrigado!

Tiago Azevedo Vianna Barreto

Sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus, que um dia você chega lá. De alguma maneira você chega lá.

(Ayrton Senna da Silva)

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo geral identificar como a utilização dos métodos dos Escribas Medievais pode auxiliar no ensino e na aprendizagem do cálculo de raízes quadradas por métodos aproximativos. A relevância do estudo se justifica pela necessidade de compreender a Matemática como uma construção humana, influenciada por necessidades práticas e sociais ao longo do tempo. A partir de uma fundamentação na História da Matemática, com foco na Geometria Prática e nos cálculos aproximativos dos babilônios, o estudo busca conectar aspectos históricos, culturais e matemáticos. A metodologia da investigação segue uma abordagem qualitativa, do tipo intervenção pedagógica que envolve a elaboração, aplicação e avaliação de uma proposta didática. Essa proposta incorpora recursos tecnológicos e materiais didáticos manipuláveis, tendo como destaque o uso do *software* GeoGebra. A produção de dados foi realizada por meio de três instrumentos principais: o questionário inicial, a observação participante e as anotações dos estudantes na proposta didática. A aplicação ocorreu em uma turma de 8.º ano do Ensino Fundamental - Anos Finais, com a participação de estudantes de uma escola pública municipal na cidade de Campos dos Goytacazes - RJ. Os resultados mostram que a combinação de uma abordagem histórica, com apoio na visualização geométrica e o uso de tecnologias digitais, ajudou na compreensão conceitual do cálculo das raízes quadradas. Essa estratégia também estimulou o raciocínio matemático e promoveu uma aprendizagem mais significativa, reflexiva e contextualizada. Além disso, evidenciou como os métodos aproximativos utilizados pelos Escribas Medievais podem ser úteis no ensino de Matemática na Atualidade.

Palavras-chave: Raiz Quadrada. Métodos Aproximativos. História da Matemática. Geometria Prática. Intervenção Pedagógica.

ABSTRACT

This work aims to identify how the use of Medieval Scribes' methods can aid in the teaching and learning of square root calculation using approximate methods. The relevance of the study is justified by the need to understand mathematics as a human construct, influenced by practical and social needs over time. Based on a foundation in the History of Mathematics, focusing on Practical Geometry and the approximate calculations of the Babylonians, the study seeks to connect historical, cultural, and mathematical aspects. The research methodology follows a qualitative approach, of the pedagogical intervention type, involving the elaboration, application, and evaluation of a didactic proposal. This proposal incorporates technological resources and manipulable didactic materials, highlighting the use of GeoGebra software. Data production was carried out through three main instruments: the initial questionnaire, participant observation, and students' notes on the didactic proposal. The application took place in an 8th-grade class of Elementary School - Final Years, with the participation of students from a municipal public school in the city of Campos dos Goytacazes - RJ. The results show that combining a historical approach, supported by geometric visualization and the use of digital technologies, aided in the conceptual understanding of calculating square roots. This strategy also stimulated mathematical reasoning and promoted more meaningful, reflective, and contextualized learning. Furthermore, it highlighted how the approximate methods used by Medieval Scribes can be useful in teaching Mathematics today.

Keywords: Square Root. Approximation Methods. History of Mathematics. Practical Geometry. Pedagogical Intervention.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fotografia da face frontal e verso do tablete YBC 7289	7
Figura 2 - Fotografia legendada da parte frontal do tablete YBC 7289	8
Figura 3 - Representação do retângulo na tábua VAT 6598	11
Figura 5 - Quadrados de 1 e 3 unidades de área sobrepostos	13
Figura 6 - Representação geométrica da aproximação	15
Figura 7 - Aproximação maior do que a raiz real	15
Figura 8 - Aplicação do teste exploratório	24
Figura 9 - Excerto do Questionário Inicial	25
Figura 10 - Questão 5 do Questionário Inicial	26
Figura 11 - Antes e Depois da Questão 4	26
Figura 12 - Questões removidas	27
Figura 13 - Questão acrescentada	27
Figura 14 - Excerto da Atividade 1	28
Figura 15 - Excerto da Atividade 1 após alterações	29
Figura 16 - Antes e depois da tradução de um dos applets	30
Figura 17 - Antes e depois das alterações visuais do applet “Approximating Square Roots”	31
Figura 18 - Resposta da Questão 4 do estudante C	33
Figura 19 - Applet “Approximation of Square Roots” com alterações	41
Figura 20 - Slide 8 da Proposta Didática	42
Figura 21 - Applet “Perfect Squares”	43
Figura 22 - Applet “Hot and Cold Activity” traduzido	44
Figura 23 - Slide 11 da Proposta Didática	45
Figura 24 - Slide 12 da Proposta Didática	45
Figura 25 - Etapas do passo a passo utilizando cartolina e papel colorido	47
Figura 26 - Applet “Babylonian Approximation of Square Roots” com tradução	48
Figura 27 - Slides 15 a 20 da Proposta Didática	49
Figura 28 - Estudante A desenvolvendo a Atividade 1	54
Figura 29 - Respostas dos estudantes C e I, na segunda questão da Atividade 1	56
Figura 30 - Realização da Atividade 2	57
Figura 31 - Exemplo no applet “Perfect Squares”	59
Figura 32 - Exemplo no applet “Estimating Squares: Hot and Cold Activity”	59
Figura 33 - Peças de cartolina do material didático manipulável	61
Figura 34 - Exemplo do applet “Babylonian Approximation of Square Roots”	63
Figura 35 - Resoluções da questão 1 do estudante G	65
Figura 36 - Resoluções da questão 1 do estudante I	66
Figura 37 - Resoluções da questão 1 do estudante C	67
Figura 38 - Resposta do estudante K na segunda questão da Atividade 3	69
Figura 39 - Respostas dos estudantes C e K na terceira questão da Atividade 3	70

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Idade dos estudantes	32
Gráfico 2 - Quanto os estudantes gostam de estudar Matemática	33
Gráfico 3 - Como pensam os estudantes quando veem um exercício com símbolo de raiz quadrada	34
Gráfico 4 - Estudantes que realizam cálculos mentais ou fazem aproximações	34
Gráfico 5 - Gráfico da Questão 7	35

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Proposta Didática	36
Quadro 2 - Relação de presença dos estudantes em cada encontro	52
Quadro 3 - Relação de cada um dos estudantes que participaram da Atividade 3	64

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
VAT	<i>Vorderasiatische Abteilung Tafel</i>
YBC	<i>Yale Babylonian Collection</i>
TEA	Transtorno do Espectro Autista

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DA LITERATURA	4
2.1 Geometria Prática e o cálculo de raízes quadradas dos Escribas Medievais	4
2.1.1 Geometria Prática	4
2.1.2 A origem do método dos escribas nos tabletas babilônicos	6
2.1.3 O cálculo de raízes quadradas dos Escribas Medievais	12
2.1.4 Interpretação Geométrica do Método Babilônico	14
2.2 A História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem	16
2.3 O método aproximativo no cálculo de raízes quadradas utilizado na Atualidade	18
2.4 Utilização de recursos tecnológicos e materiais manipuláveis no ensino de Matemática	19
2.5 Trabalhos Relacionados	20
3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	21
3.1 Caracterização da pesquisa	21
3.2 Instrumento de Produção de Dados	22
3.3 Detalhamento da Intervenção Pedagógica e as Etapas de Pesquisa	22
3.3.1 Planejamento	24
3.3.1.1 Teste Exploratório	24
3.3.1.2 Análise do Questionário Inicial	32
3.3.1.3 Análise a priori da Proposta Didática	35
3.3.2 Implementação	50
3.3.3 Avaliação	50
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	51
4.1 Primeiro Encontro	53
4.2 Segundo Encontro	58
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
REFERÊNCIAS	74
APÊNDICES	79
APÊNDICE A - Questionário Inicial	80
APÊNDICE B - Atividade 1	83
APÊNDICE C - Atividade 2	86
APÊNDICE D - Atividade 3	88
APÊNDICE E - Slides	91
APÊNDICE F - Cartolina para representação geométrica do método	103

1. INTRODUÇÃO

O conceito de radiciação e suas propriedades são trabalhados, inicialmente, no 8.º ano do Ensino Fundamental. Porém, pode-se identificar que o conhecimento adquirido ao longo desse período de escolaridade é de suma importância para os anos subsequentes na vida do estudante. Tendo em vista esse panorama, surge a necessidade do professor de se capacitar em promover o conhecimento desse conteúdo para os seus estudantes (Brasil, 2017, p. 265).

Segundo Roque (2012, p. 6), é possível se utilizar da História da Matemática para realizar contextualizações práticas, visando abordar determinados conteúdos matemáticos. Esse estilo de abordagem, sugerido pela autora, tem como enfoque desvendar significados referentes ao tópico a ser abordado, além de ser capaz de desmentir falácias e mitos a seu respeito.

Em outra obra de Roque (2014, p. 168), a autora explicita que na utilização da abordagem da História da Matemática, o professor deve tomar uma importante decisão a respeito de qual método de abordagem ele irá seguir, o que é corroborado por Michael Fried. De acordo com as ideias de Fried (2014, p. 670, 680), existem três temas centrais possíveis para o ensino da História na Matemática, sendo eles, tema motivacional, curricular e cultural. O presente trabalho será pautado na utilização do tema cultural, uma vez que este pode ser considerado, segundo Roque (2014, p. 169), o caminho ideal para se esclarecer e aprofundar em conhecimentos matemáticos, reconhecendo a Matemática como parte dessa cultura.

De acordo com Albuquerque (2014, p. 1), durante os estudos do conteúdo de radiciação nos anos finais do Ensino Fundamental, surge a necessidade de, em alguns casos, realizar determinadas aproximações para encontrar um resultado compatível com o problema. Pois, para ele, é também nessa etapa do currículo escolar que os estudantes possuem, pela primeira vez, contato com os números irracionais. O autor segue destacando a importância de realizar aproximações no cálculo de raízes quadradas, argumentando que, embora os estudantes compreendam facilmente a relação $x = \sqrt{r} \Leftrightarrow x^2 = r$ ($r \geq 0$), eventualmente eles se deparam com números irracionais, cuja raiz não pode ser expressa de forma exata.

Além disso, a utilização de aproximações em cálculos de raízes quadradas também é contemplada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998, p. 114), nos quais é explicitado o interesse na realização de estimativas no momento do cálculo para ampliar a compreensão desse conceito.

Podemos notar que, tendo em vista as normas previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), não está contemplado um tópico específico para a realização de estudos

referentes à métodos de aproximação de raízes quadradas (Brasil, 2017, p. 300-319). Tal descompromisso gerado por parte dos currículos pode criar uma certa negligência para com a abordagem de determinados conteúdos, principalmente aritméticos, uma vez que a atual abordagem contribui para uma visão da Matemática pautada em procedimentos, e não na compreensão dos conceitos, resultando em um entendimento limitado (Moura; Silva; Petito, 2024, p. 1, 2).

A escolha do tema desta pesquisa surgiu de uma experiência marcante durante o componente curricular “Introdução à História da Matemática”. Essa disciplina revelou-se como uma verdadeira ponte entre o passado e o presente, conectando conteúdos matemáticos significativos às demandas dos currículos escolares atuais. Inspirados por essa perspectiva, buscamos explorar as inúmeras possibilidades de integrar a rica História da Matemática no ensino, tornando o aprendizado mais relevante e instigante para os estudantes.

Justifica-se, assim, a relevância deste estudo para o entendimento da transmissão e da evolução do conhecimento matemático, bem como para a análise das influências práticas e culturais que moldaram as bases da geometria ao longo dos séculos. Dessa forma, a pesquisa contribui para uma visão mais abrangente da Matemática como um campo de saber em constante transformação, fortemente influenciado por demandas práticas e sociais.

Dessa forma, a pergunta de pesquisa que guia este estudo é: Como a utilização dos métodos dos Escribas Medievais pode auxiliar na aprendizagem do cálculo de raízes quadradas por métodos aproximativos?

Para responder à questão de pesquisa, estabelece-se como objetivo geral identificar como a utilização dos métodos dos Escribas Medievais pode auxiliar no ensino e na aprendizagem do cálculo de raízes quadradas por métodos aproximativos. Para atingir esse objetivo geral, foram propostos os seguintes objetivos específicos: (i) articular o uso da história no processo de ensino e aprendizagem; (ii) compreender os conceitos relacionados à Geometria Prática; (iii) identificar os métodos aproximativos do cálculo de raízes quadradas utilizados pelos Escribas Medievais; (iv) e, analisar o método de cálculo de raízes quadradas por tentativa e erro utilizado na Atualidade.

O presente trabalho estrutura-se em cinco capítulos que compreendem, além desta Introdução, a Revisão da Literatura, os Procedimentos Metodológicos, os Resultados e Discussões e as Considerações Finais.

No Capítulo 2, intitulado *Revisão da Literatura*, apresentam-se as principais considerações acerca da articulação do uso da História da Matemática no processo de ensino e

aprendizagem e os conceitos relacionados à Geometria Prática e os métodos no cálculo de raízes quadradas.

No Capítulo 3, *Procedimentos Metodológicos*, descreve-se a metodologia adotada e a trajetória da pesquisa.

No Capítulo 4, intitulado *Resultados e Discussões*, apresentam-se os resultados da pesquisa, relatando o processo de implementação e avaliação, com base no referencial teórico.

O Capítulo 5 compreende as *Considerações Finais*, no qual destacam-se os principais resultados, apresentam-se as limitações e dificuldades vivenciadas na pesquisa, bem como algumas sugestões de continuidade da pesquisa.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo aborda a fundamentação teórica deste trabalho e está dividido em quatro seções. A primeira seção discorre sobre a Geometria Prática e os métodos aproximativos de raízes quadradas dos Escribas Medievais; a segunda sobre a História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem; a terceira seção aborda os recursos tecnológicos no ensino de Matemática e; a quarta, e última seção, apresenta os trabalhos relacionados.

2.1 Geometria Prática e o cálculo de raízes quadradas dos Escribas Medievais

O estudo das práticas geométricas em civilizações antigas é essencial para compreender a evolução do pensamento matemático e sua aplicabilidade em diferentes contextos históricos. A abordagem histórica ajuda a compreender a origem das técnicas matemáticas utilizadas no ensino e sua evolução ao longo do tempo, permitindo refletir acerca do ensino atual da Matemática. Ela permite apresentar não apenas os métodos de cálculo, mas também suas fundamentações teóricas e limitações. Assim, buscou-se em Høyrup (2006, 2007) contextualizar os processos matemáticos para o ensino das raízes quadradas ao longo da história, a partir dos métodos utilizados pelos Escribas Medievais. Com isso, essa seção se divide em três subseções: Geometria Prática; a origem do método dos escribas nas tábuas babilônicas e o método aproximativo no cálculo de raízes quadradas dos Escribas Medievais.

2.1.1 Geometria Prática

Os conhecimentos geométricos da Baixa Idade Média (Séculos XI a XV), historicamente, estavam mais ligados às práticas de ofícios, assim, eram chamados de Geometria Construtiva ou Geometria Prática e representavam coisas diferentes. Para Shelby (1972, p. 419 *apud* Almeida, 2024, p. 117), a Geometria Construtiva consiste em procedimentos geométricos básicos para a transformação em desenhos arquitetônicos. Já a Geometria Prática, segundo Høyrup (2006, p. 1), está mais associada aos ambientes escribas, pois consiste em cálculos de comprimentos, áreas ou volumes de medições já realizadas.

Do ponto de vista histórico e sociológico, os escribas desempenharam um papel fundamental na sistematização e transmissão de conhecimentos matemáticos ao longo da Antiguidade e da Idade Média. Inseridos em contextos administrativos e culturais específicos, esses profissionais eram responsáveis por registrar e operacionalizar saberes voltados,

sobretudo, para cálculos de comprimentos, áreas e volumes, a partir de medições já realizadas (Høyrup, 2006, n.p.).

Diferentemente de outros agentes, como agrimensores ou construtores, os escribas não se dedicavam diretamente à realização de medições ou construções geométricas, mas à organização e aplicação de procedimentos matemáticos em registros escritos, evidenciando uma forma particular de produção e circulação do conhecimento matemático ao longo do tempo (Høyrup, 2006, n.p.).

Desde os babilônios até os mestres-pedreiros medievais existia um conhecimento técnico especializado, mas pouco compartilhado entre diferentes grupos, como agrimensores e construtores. Em geral, as culturas geométricas pré-modernas de escribas, agrimensores e mestres-pedreiros eram bastante isoladas uma das outras (Høyrup, 2006, p. 8). O fato desse conhecimento estar isolado, reflete a ausência de um pensamento matemático unificado, evidenciando que algoritmos e aproximações eram desenvolvidos com base nas necessidades práticas de cada grupo. Høyrup (2006, p. 2) afirma que métodos como a aproximação do valor de π realizada pelos babilônios (utilizando a razão $\frac{22}{7}$) e a construção de octógonos regulares demonstram que, apesar da ausência de um formalismo matemático rigoroso, esses povos desenvolveram soluções eficientes e aproximativas para problemas geométricos recorrentes.

Em outra obra, o estudo das aproximações de raízes quadradas na História da Matemática revela a evolução das técnicas numéricas e sua relação com a Geometria Prática. Høyrup (2007, p. 89-100), no capítulo 15 do livro *Jacopo da Firenze's Tractatus Algorismi and Early Italian Abacus Culture*, analisa como matemáticos medievais lidavam com cálculos aproximados, destacando a influência das tradições árabes e europeias. O texto evidencia que, durante a Idade Média, diferentes métodos foram empregados para obter aproximações de raízes quadradas, muitas vezes sem distinção clara entre valores exatos e aproximados.

Esse estudo de Høyrup (2007) revela como textos matemáticos, como os manuscritos *Milan, Trivulziana MS 90* e *Florence, Riccardiana MS 2236*, apresentavam aproximações sem especificar sua natureza, o que levava a confusões conceituais. Além disso, o autor examina a abordagem de Jacopo da Firenze, que aplicava métodos sem justificativas formais, sugerindo que suas técnicas eram baseadas mais na prática do que na fundamentação teórica. Mas, é a partir da imersão nos textos do Høyrup (2006; 2007) que foi possível conhecer o método dos Escribas Medievais para o cálculo de raízes quadradas e, mais surpreendente, saber que tais métodos já eram conhecidos desde a Antiguidade, como será apresentado na seção 2.1.3.

2.1.2 A origem do método dos escribas nos tabletos babilônicos

A Matemática Babilônica se refere ao tipo de matemática cultivada na antiga Mesopotâmia, a região entre os rios Eufrates e Tigres, o que hoje seria de forma grosseira dizer que é a região do Iraque, conforme afirma Aaboe (2002, p. 1). Ao final do século XIX, muitas escavações foram realizadas nessa região e os arqueólogos encontraram muitos testemunhos das esplêndidas civilizações antigas, dentre os quais milhares de tabletas de argila com inscrições e, em algumas dessa já se reconhecia que lidavam com números. Contudo, é só na década de 70 do século XX que se teve uma compreensão mais profunda da matemática babilônica (Aaboe, 2002, p. 2).

Segundo Struik (1997, p. 58), a Matemática Babilônica atingiu um nível muito elevado, pois seus textos revelavam grande habilidade em calcular a partir de sistemas sexagesimais, no qual usavam o mesmo símbolo com valores diferentes a partir da posição, embora a origem do sistema posicional ainda seja bastante obscura. Em textos datados da 1.^a dinastia babilônica, encontram-se a aritmética transformada numa álgebra bem estabelecida, segundo o autor. Afirma ainda que, os babilônios tinham posse completa da técnica para manipular as equações quadráticas, resolviam equações cúbicas e biquadráticas, mesmo que as resoluções fossem enumeração de passos. Para Struik (1997, p. 59, 60) a geometria babilônica era fundamentada em problemas práticos com a medição, mas a maneira de apresentar se dava como uma questão algébrica. Decerto, as matemáticas orientais não eram puramente práticas. Além disso, a sabedoria tradicional era transmitida de geração em geração, com determinada consciência moral. Essa era uma característica comum também nas sociedades chinesas, egípcias e indiana, e diferente na grega que traz para a matemática padrões de um novo tipo de ciência (Struik, 1997, p. 67).

São conhecidos hoje cerca de 400 tabletas ou fragmentos de tabletas de conteúdo matemático que estão guardados em museus em diversos países. É possível identificar uma escrita feita com marcações simples em forma de cunha – por isso chamado de escrita cuneiforme – provavelmente impressa com um tipo de estilete quando a argila ainda estava úmida. A maior parte desses tabletas datam em torno de 1700 - 1800 antes da Era Comum¹ (a.E.C) (Aaboe, 2002, p. 2). Esses tabletas de argila que contêm textos matemáticos babilônicos registram cálculos ou exercícios e problemas práticos (Thureau-Dangin, 1938, p. 127).

¹ Atualmente utilizado como “antes da Era Comum” no lugar de “Antes de Cristo” para evitar conotações religiosas (Roque, 2012, p. 35).

A originalidade da matemática babilônica reside em grande parte no seu sistema de numeração. Trata-se de um sistema sofisticado de origem suméria², bastante distinto do sistema comumente utilizado pelos babilônios. Enquanto, em regra geral, empregavam um sistema decimal (base 10), era o sistema sexagesimal (base 60) em que se baseavam em cálculos matemáticos. Portanto, esse não é um sistema puramente sexagesimal: ele usa alternadamente o fator 10 e o fator 6, daí a escala 1, 10, 60, 600, 3600, etc (Thureau-Dangin, 1938, p. 128-131).

Um número no sistema babilônico é composto de unidades de ordens diferentes e essa ordem de grandeza relativa das unidades é expressa por sua posição (Thureau-Dangin, 1938, p. 128). Tal afirmação pode ser ilustrada no tablete YBC 7289 (Figura 1), que é um tablete matemático, e é uma das fontes que mostram o uso do sistema sexagesimal pelos babilônios.

Figura 1 - Fotografia da face frontal e verso do tablete YBC 7289

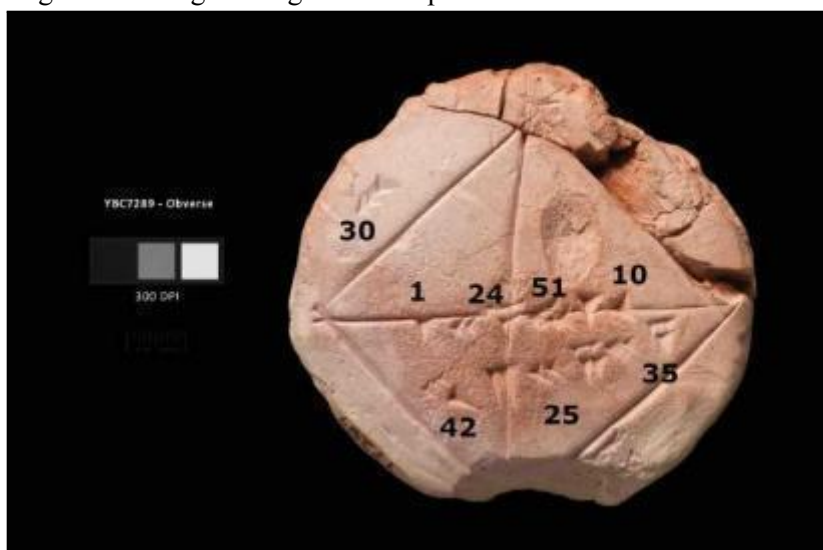


Fonte: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=76347955>. Acesso em: 10/11/2025.

² Habitantes da região da Mesopotâmia até o segundo milênio a.E.C. (Roque, 2012, p. 36).

A Figura 1 mostra a face frontal (anverso) e o verso do tablete YBC 7289. O anverso contém um desenho de um quadrado com diagonal e números inscritos e o verso um desenho de um retângulo com uma de suas diagonais, contudo os registros não estão bem preservados quanto os apresentados na parte frontal. É possível identificar símbolos dispostos em colunas construídos usando-se dois símbolos básicos, uma cunha vertical que representa 1 e uma cunha angular que significa 10 (Figura 1) (Fowler; Robinson, 1998, p. 367).

Figura 2 - Fotografia legendada da parte frontal do tablete YBC 7289



Fonte: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=76347956>. Acesso em: 10/11/2025.

A Figura 2 apresenta uma fotografia legendada da face frontal do tablete YBC 7289 da Coleção Babilônica de Yale. Esse tablete mostra uma aproximação da raiz quadrada de 2 que pode ser lida e transcrita por 1 24 51 10, na base sexagesimal. Normalmente esses números babilônios são transcritos pelos estudiosos da Atualidade como $1^\circ 24' 51'' 10'''$ (um grau, vinte e quatro minutos, cinquenta e um segundos e dez terceiros), usando símbolos herdados da notação sexagesimal angular para representar o que seriam as “ordens” do sistema de numeração na base 60. Outros apresentam separados por ponto e vírgula, o que seria 1; 24; 51; 10 (Fowler; Robinson, 1998, p. 367).

Para Aaboe (2002, p. 14, 15), as semelhanças entre o sistema de numeração decimal e o sistema numérico babilônio são várias: (i) ambos se utilizam de um número finito de símbolos (exemplo, os dez algarismos indo-arábicos) para exprimir todos os inteiros; (ii) há uma importância na posição desses símbolos, de modo que com cada mudança de casa para a esquerda, seu valor seja multiplicado por um fator constante (por 10 e pelos babilônios, 60); (iii) como extensão desses princípios exprimem-se certas frações, ou seja, se fizer movimentar

os símbolos para a direita, significa dividir seu valor pelo fator constante 10 (no sistema decimal) ou 60 (no sistema sexagesimal). Dessa maneira, da mesma forma que no sistema decimal as frações de denominador múltiplo de 10 são chamados de frações decimais, as correspondentes babilônias são chamadas de frações sexagesimais (Aaboe, 2002, p. 15). O que mostra que o sistema de numeração babilônico era posicional, implicando que um mesmo símbolo poderia significar, 1, 60 ou 60^2 ou até mesmo $\frac{1}{60}$ ou $\frac{1}{60^2}$. A casa das unidades fica sempre conhecida, como sempre acontece, pelo contexto (Aaboe, 2002, p. 14).

Assim pode-se traduzir que o número que fica sobre a diagonal do quadrado no tablete YBC 7289 significa:

$$1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} \cong 1,41421296...$$

O que é uma aproximação notavelmente precisa de $\sqrt{2}$.

Mas, o tablete também mostra que se o lado do quadrado for 30, a diagonal valerá $42^\circ 25' 35''$. O que equivale a:

$$42 + \frac{25}{60} + \frac{35}{60^2} \cong 42,4263888...$$

Ou seja, uma ótima aproximação de $30 \cdot \sqrt{2} \cong 42,42640687...$

Com esse simples tablete é possível identificar que os babilônios sabiam que a diagonal de um quadrado era o produto da $\sqrt{2}$ pelo lado do quadrado; o que implica que eles tinham conhecimento, pelo menos, de uma das relações métricas do triângulo retângulo ao qual fica denominado por Teorema de Pitágoras. Cabe ressaltar que isso ocorreu 1200 anos antes do que acredita-se ser o período Pitagórico. Além disso, os estudos sobre essa civilização apontam que os babilônios tinham técnicas aritméticas suficientes para obterem uma excelente aproximação para $\sqrt{2}$ (Aaboe, 2002, p. 27, 28).

Outro tablete que tem grande importância neste trabalho é o tablete VAT 6598 que é uma tábua de argila da antiga Babilônia, atualmente preservada no Museu Vorderasiatisches (Berlim) — daí o prefixo VAT, de *Vorderasiatisches Tafel*. Ele data do período babilônico antigo (1800 a.E.C.), e é escrita em cuneiforme sobre argila (Thureau-Dangin, 1938, p. 127-131).

O método de aproximação da raiz quadrada abordado neste trabalho tem origem nessa tábua babilônica VAT 6598 analisada por François Thureau-Dangin (1938, p. 127-131). A

tábua VAT 6598, embora exista como artefato catalogado, é conservada apenas em fragmentos, uma porção significativa do tablete original se perdeu ou quebrou (Preston, 1996, p. 131). Um dos fragmentos conhecidos (BM 96957) foi posteriormente reconhecido como parte da porção faltante, o que permite reconstruir parte dos cálculos originais, mas deixa claro que não se trata da peça intacta que originalmente continha os problemas matemáticos completos (Preston, 1996, p. 131).

Esse registro antigo apresenta procedimentos utilizados por escribas para resolver problemas geométricos por meio de médias e ajustes que se aproximam do modelo atual. Cabe ressaltar que esses cálculos eram, originalmente, realizados na base sexagesimal. Além disso, é possível identificar a geometria presente no método de cálculo da aproximação de raiz quadrada na tábua VAT 6598 (Thureau-Dangin, 1938, p. 127-131), uma vez que se baseia na aplicação prática para a mensuração do comprimento de um muro. Tal método é apresentado como uma “receita de bolo”, indicando o passo a passo. Para facilitar a compreensão do leitor, os exemplos a seguir serão apresentados já convertidos para a base decimal e destaca-se, também, que todas as citações diretas foram previamente traduzidas pelos autores. Os trechos originais presentes na tábua se encontram no rodapé da página.

No trecho “Divida $2^{\circ}10'$ (a soma do comprimento e da espessura da parede) por dois e você encontrará $1^{\circ}5'$ ”³, o escriba orienta que se tome a soma do comprimento e da espessura do muro, equivalente à 130, e se divide por dois, obtendo 65. Em seguida, o texto continua: “Quadrado $1^{\circ}5'$, você encontrará $1^{\circ}10'25''$ ”⁴, que corresponde à elevação dessa média ao quadrado. O cálculo é $65^2 = 4225$. Esse resultado representa a área de um quadrado construído a partir da média das duas medidas do muro.

Prosseguindo, o escriba indica: “Subtraia 20, o terreno que você retém, de $1^{\circ}10'25''$, e você encontrará $50'25''$ ”⁵. Aqui, o “terreno” é um valor conhecido do problema, registrado como 1200 em decimal. A operação então é $4225 - 1200 = 3025$. Logo após isso, o escriba pergunta: “Qual é o quadrado de $50'25''$? É o quadrado de $55'$.”⁶, que significa verificar qual número ao quadrado resulta em 3025. A resposta é 55, pois este valor ao quadrado resulta em 3025. O procedimento se conclui com a orientação: “Adicione $55'$ a $1^{\circ}5'$ que você cruzou, você encontrará 2: o comprimento é 2 NINDA.”⁷. Vale ressaltar, que de acordo com Segrè (1944, p. 74), NINDA trata-se de uma unidade de medida, onde sua

³ “Fractionne en deux $2^{\circ}10'$, [la som]me de la longueur et de l'épaisseur du mur, tu trouveras $1^{\circ}5'$ ”

⁴ “Carre $1^{\circ}5'$, tu trouveras $1^{\circ}10'25''$ ”

⁵ “Soustrais 20, le sol, que tu retiens, de $1^{\circ}10'25''$, tu trouveras $50'25''$ ”

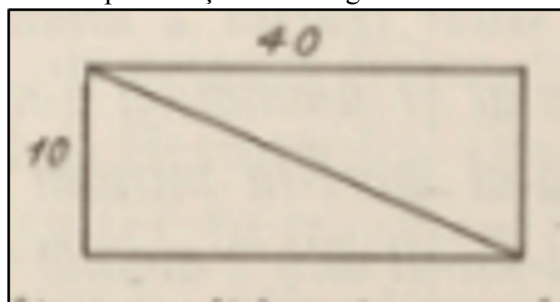
⁶ “De quoi $50'25''$ est-il le carré? C'est le carré de $55'$ ”

⁷ “Ajoute $55'$ à $1^{\circ}5'$, que tu as croisé, tu trouveras 2: la longueur est 2 NINDA.”

unidade equivale a aproximadamente 6 metros. Ou seja, soma-se o valor 55 à média anterior 65, resultando em 120, que representa o comprimento final do muro. Aqui, diferentemente da aplicação da expressão moderna para extrair diretamente uma raiz, os babilônios utilizavam esse processo para resolver um problema geométrico prático: determinar a medida faltante de uma das dimensões do muro, a partir da média e da diferença ajustada. Infelizmente, segundo o autor, esta parte da tábua, assim como algumas outras, estavam extremamente deterioradas, portanto não existe uma figura geométrica referente a este trecho.

Posteriormente na tábua VAT 6598, existe um problema que envolve o cálculo da diagonal de um retângulo (Figura 3), observa-se uma estrutura semelhante para o passo a passo (Thureau-Dangin, 1938, p. 131).

Figura 3 - Representação do retângulo na tábua VAT 6598



Fonte: Thureau-Dangin, 1938, p. 130.

O texto orienta: “Quadrado de 10', a largura, você encontrará 1'40" ⁸, eleva-se 10 (a largura) ao quadrado, obtendo-se 100. Depois, com a altura sendo 40, soma-se os quadrados dos catetos para obter a soma dos quadrados necessária ao cálculo da diagonal. O processo segue: “Divida 2'30" pela metade, você encontrará 1'15". Adicione 1'15" a 40' à altura, você encontrará 41'15": a diagonal é 41'15". É assim que se faz.” ⁹ Aqui, esta operação se alinha com a etapa de ajustar a média e realizar a correção. O objetivo é obter o valor aproximado da diagonal representado, na linguagem atual, por $d = \sqrt{10^2 + 40^2}$. Esse conjunto de etapas mostra que, os procedimentos aritméticos dos babilônios – baseados em médias, subtrações e ajustes – reproduzem um mesmo roteiro. Tais conjuntos de procedimentos – que também foram utilizados pelos escribas – fundamentam o que hoje traduz-se numa linguagem algébrica, ou seja, a expressão de aproximação da raiz quadrada.

⁸ “Carre 10', la largeur, tu trouveras 1'40" ”

⁹ “Fractionne en deux 2'30", tu trouveras 1'15". [A]joute 1'15" [à 40', la hauteur], tu trouveras 41'15": la diagonale est 41'15". C'est la façon d'opérer.”

2.1.3 O cálculo de raízes quadradas dos Escribas Medievais

Este trabalho busca apresentar a característica aritmético-algébrica da matemática do período com soluções apresentadas em sua forma algébrica. Considera-se que a releitura da história aplicada pelos autores está implicada numa naturalização da notação simbólica, mostrando que as interpretações não são neutras.

No presente trabalho, utilizar-se-á um método aproximativo baseado na técnica babilônica, descrita por Høyrup (2007, p. 91), para a determinação de raízes quadradas. Esse método se baseia em determinar a raiz quadrada de um número s a partir da seguinte expressão:

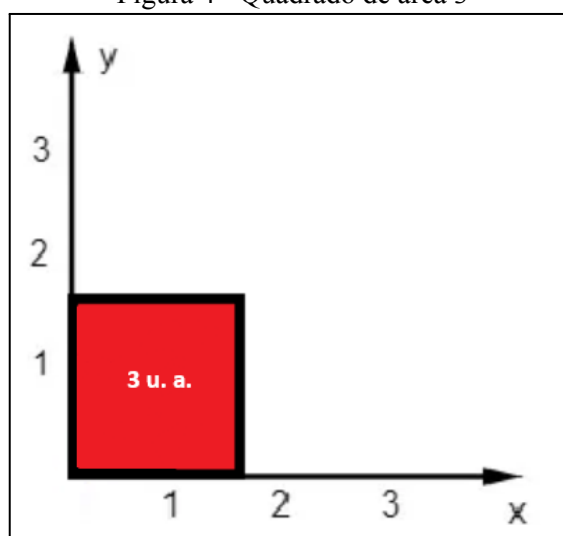
$$\sqrt{s} \cong a + \frac{b}{2a}$$

Nela, s representa o número cuja raiz quadrada deseja-se calcular; a é o maior número racional cujo quadrado não ultrapassa s ; b é a diferença entre s e a^2 , ou seja, o excesso em relação ao quadrado perfeito mais próximo; e $2a$ é o denominador que ajusta a correção da estimativa inicial. Essa expressão será denominada, neste trabalho, como “fórmula”.

Pode-se ilustrar tal método a partir de uma situação. Por exemplo, como calcular $\sqrt{3}$.

Calcular $\sqrt{3}$ significa encontrar um número que elevado ao quadrado tenha como resultado o número 3. O que geometricamente representa um quadrado de área 3 e se quer descobrir a medida de seu lado conforme pode-se observar na Figura 4.

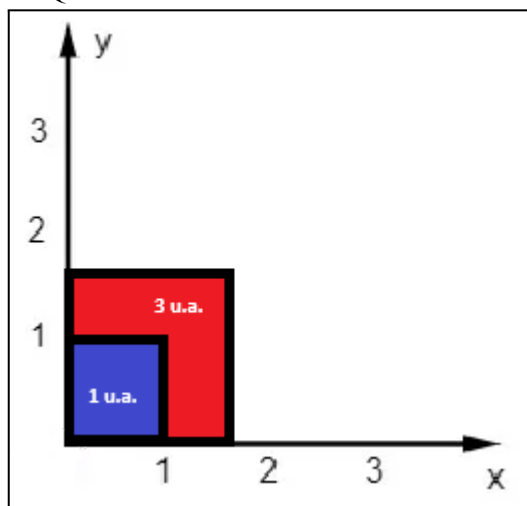
Figura 4 - Quadrado de área 3



Fonte: Elaboração própria.

Como 3 não é um número quadrado perfeito, ou seja, não há nenhum número inteiro que elevado ao quadrado tenha ele como resultado, busca-se o número quadrado perfeito que seja menor do que 3. Identifica-se que é o número 1, pois $1^2 = 1$ e $2^2 = 4$, o que já ultrapassa 3, como pode-se observar na Figura 5.

Figura 5 - Quadrados de 1 e 3 unidades de área sobrepostos



Fonte: Elaboração própria.

É possível identificar na Figura 5 que o lado do quadrado vermelho é 1 mais uma pequena parte desconhecida, que pode ser chamada de x . Ao retomar a “fórmula”:

$$\sqrt{s} \cong a + \frac{b}{2a}$$

Identifica-se então que $a = 1$ e que $x = \frac{b}{2a}$, uma vez que é possível analisar o fato de que quadrado maior trata-se do quadrado azul (lado medindo 1) juntamente com uma parte (chamamos de x) do quadrado vermelho (lado medindo $\sqrt{3}$).

Depois, verifica-se que o excesso é dado por b , que nesse caso: $b = 3 - 1^2 = 2$ (pois $b = s - a^2$) e aplicamos a “fórmula”:

$$\sqrt{3} \cong 1 + \frac{2}{2 \cdot 1} = 1 + 1 = 2$$

Como essa primeira aproximação superestima o valor real, repete-se o processo com $a = 1,5$, pois $1,5^2 = 2,25$ que é mais próximo de 3, portando o novo excesso será dado por $b = 3 - 1,5^2 = 3 - 2,25 = 0,75$ e aplica-se novamente na “fórmula”:

$$\sqrt{3} \cong 1,5 + \frac{0,75}{2 \cdot 1,5} = 1,5 + 0,25 = 1,75$$

Esse valor está mais próximo do real, pois $\sqrt{3} \simeq 1,732$ e o processo pode continuar para obter maior precisão.

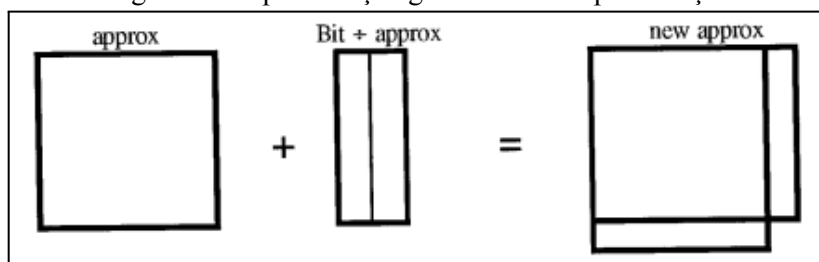
Essa análise histórica justifica-se pela necessidade de compreender a origem das técnicas matemáticas utilizadas no ensino e sua evolução ao longo do tempo. Além disso, a pesquisa contribui para reflexões sobre o ensino atual da matemática, destacando a importância de apresentar não apenas os métodos de cálculo, mas também suas fundamentações teóricas e limitações. Dessa forma, o estudo da obra de Høyrup (2007) permite contextualizar os processos matemáticos no tempo e compreender as diferentes abordagens adotadas para o ensino das raízes quadradas e outros conceitos numéricos ao longo da história.

2.1.4 Interpretação Geométrica do Método Babilônico

A compreensão da fórmula babilônica para aproximação de raízes quadradas, expressa modernamente como $\sqrt{s} \cong a + \frac{b}{2a}$, exige recuperar o modo como os escribas do período Paleobabilônico compreendiam a relação geométrica entre uma área e a relação com o seu comprimento de lado. Como mostram Fowler e Robson (1998), o método não surge como uma manipulação algébrica abstrata, mas como a interpretação de uma figura geométrica composta por quadrados e retângulos, construída a partir da diferença entre uma área conhecida e o quadrado de uma estimativa inicial da raiz.

Segundo os autores Fowler e Robson (1998, p. 370), o ponto de partida que um determinado número N , pode ser decomposto como um quadrado de uma aproximação inicial, denominado “*approx*”, e um excedente denominado “*Bit*”. Geometricamente, isso corresponde a um quadrado de lado *approx* ao qual é adicionado um retângulo estreito *Bit*, que pode ser rearranjado para satisfazer a aproximação. Os escribas reinterpretavam esse excedente *Bit* como um retângulo de lados *approx* e $Bit \times |G|$, onde $|G|$ representa a divisão $\frac{Bit}{approx}$, e ao cortar esse retângulo ao meio no sentido do comprimento e redistribuir suas metades nos lados do quadrado original, obtém-se uma figura quase quadrada, mas com um pequeno “dente” faltando em um dos cantos, como pode-se observar na Figura 6 (Fowler; Robson, 1998, p. 371).

Figura 6 - Representação geométrica da aproximação

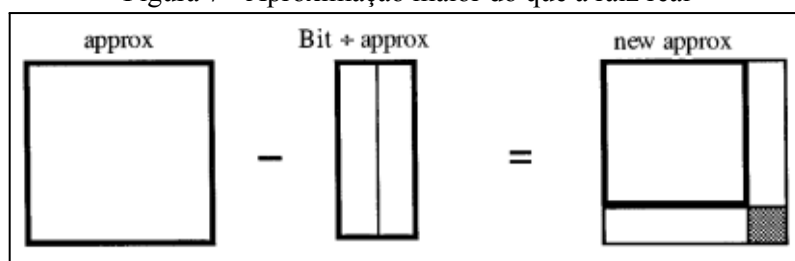


Fonte: Fowler e Robson, 1998, p. 371

Assim, quando a aproximação inicial é menor do que a raiz verdadeira, escreve-se $Number = Square\ of\ approx + Bit$, e como o novo lado desse quase-quadrado representa a nova aproximação, temos: $new\ approx = approx + \frac{1}{2}(Bit \times |G|)$, o que na expressão moderna se refere a $a + \frac{2b}{a}$, e que posteriormente, completa a “fórmula” que já se conhece: $\sqrt{s} \cong a + \frac{b}{2a}$ (Fowler; Robson, 1998, p. 371).

Quando a aproximação inicial é maior do que a raiz real, o procedimento é análogo, mas subtrai-se o excesso, obtendo-se uma figura também quase quadrada, mas com um pequeno quadrado sendo removido do canto, como pode-se observar (Figura 7) em Fowler e Robson (1998, p. 372).

Figura 7 - Aproximação maior do que a raiz real



Fonte: Fowler; Robson, 1998, p. 372.

Nesse caso, obtém-se: $Number = Square\ of\ approx - Bit$, e o novo lado aproximado, tornava-se $new\ approx = approx - \frac{1}{2}(Bit \times |G|)$, o que traduz para $a - \frac{2b}{a}$, que novamente completa a aproximação conhecida em $\sqrt{s} \cong a - \frac{b}{2a}$ (Fowler; Robson, 1998, p. 372).

2.2 A História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem

A articulação do uso da História da Matemática como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem é capaz de produzir questionamentos a respeito de fundamentos epistemológicos e metodológicos da matemática ensinada atualmente. Um dos pontos que definem essa epistemologia é o fato de que os estudantes começam a seguir determinados critérios formais, como as regras para a formulação de proposições (Roque, 2014, p.170, 171). Trata-se de um limite de formalização que, uma vez ultrapassado, possibilita, ao discurso científico, estabelecer os axiomas fundamentais e as estruturas proposicionais que são consideradas válidas. A articulação do uso da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem permite que a matemática seja compreendida não como um conjunto de verdades atemporais, mas como uma construção cultural e histórica, moldada por necessidades práticas e debates teóricos ao longo do tempo (Saito, 2014, p. 28, 29).

A reconstrução de instrumentos históricos e a análise das práticas que originaram objetos matemáticos podem promover uma aprendizagem mais significativa e reflexiva, conectando os estudantes ao "fazer matemático" de diferentes épocas (Roque, 2014, p. 170, 171).

O estudo histórico do conhecimento matemático revela que conceitos fundamentais, como a medição, adquirem significados mais amplos quando analisados em seus contextos originais. Ao retirar a medição das estruturas formais da matemática moderna e reintroduzi-la em seu processo histórico, torna-se possível compreender melhor as relações conceituais subjacentes ao ato de medir. Essa abordagem dialética entre concepções do passado e do presente permite que a medição seja ressignificada, trazendo à tona questões epistemológicas que demonstram como esse conceito foi moldado por diferentes necessidades, contextos e práticas matemáticas ao longo da história (Saito, 2014, p. 40).

No ensino, essa abordagem histórica contribui para a percepção de que a Matemática Moderna¹⁰, com sua formalização rigorosa, é apenas uma das possíveis formas de estruturar o conhecimento matemático. A opacidade característica dessa matemática decorre de escolhas que, ao longo do tempo, excluíram práticas e saberes alternativos que possuíam outras formas de cientificidade. Compreender essas diferentes matemáticas permite atribuir um novo significado aos objetos da matemática contemporânea, mostrando que eles são construções

¹⁰ O Movimento da Matemática Moderna constituiu-se em um esforço internacional de reformulação do ensino da matemática escolar, inspirado nas concepções estruturalistas da matemática e nas ideias do grupo Bourbaki, buscando uma matemática mais lógica, rigorosa e unificada” (Miguel, 1993).

singulares e que existem outras formas legítimas de pensamento matemático, desenvolvidas por diferentes civilizações e em distintos momentos históricos (Roque, 2014, p. 170).

A ideia de realizar essa articulação também é corroborada por Lara (2013). Em seu trabalho, a autora discute a importância da História da Matemática no ensino destacando que seu uso vai além de uma ferramenta meramente informativa. A autora também argumenta que a História da Matemática permite aos estudantes compreenderem como os conceitos matemáticos foram gerados, adquiridos e organizados ao longo do tempo, promovendo uma aprendizagem mais significativa e crítica. Além disso, Lara (2013, p. 52) articula essa abordagem com a Etnomatemática¹¹, enfatizando que essa conexão possibilita aos estudantes perceberem diferentes formas de “matematizar” desenvolvidas por diversas culturas, assim, a História da Matemática não apenas contextualiza conceitos, mas também contribui para a construção de um olhar investigativo e reflexivo sobre o conhecimento matemático. Portanto, a História da Matemática, ao ser integrada ao ensino, possibilita que os estudantes desenvolvam uma compreensão mais ampla sobre a construção do conhecimento matemático, indo além da mera memorização de fórmulas e procedimentos. A autora Lara (2013, p. 55, 56) afirma que ao investigar como determinados conceitos surgiram, quais desafios impulsionaram seu desenvolvimento e de que maneira diferentes civilizações contribuíram para sua consolidação, os estudantes passam a enxergar a Matemática como um produto histórico e cultural, e não apenas como um conjunto de verdades absolutas. Essa abordagem se alinha, conforme dito anteriormente, à Etnomatemática, pois considera as influências sociais, políticas e econômicas no processo de geração e disseminação do conhecimento matemático, promovendo uma visão crítica que valoriza a diversidade dos modos de pensar e resolver problemas matemáticos em diferentes contextos históricos e culturais.

Conforme o pensamento de Sousa e Santos (2021, p. 454), a História da Matemática pode ser utilizada como um instrumento metodológico no ensino, permitindo aos estudantes não apenas compreender a evolução dos conceitos matemáticos, mas também estabelecer conexões entre a disciplina e seu contexto histórico e cultural. Ambas argumentam que, ao relacionar os conteúdos matemáticos com o cotidiano, os estudantes desenvolvem maior interesse e engajamento, tornando a aprendizagem mais significativa (Sousa; Santos, 2021, p. 451). Além disso, as autoras ressaltam que o uso da História da Matemática pode auxiliar na construção de uma abordagem interdisciplinar, conectando a matemática a outras áreas do

¹¹ Etnomatemática é o conjunto das práticas matemáticas que identificam os modos de explicar, de entender e de lidar com o ambiente natural e sociocultural em diferentes contextos culturais (D'Ambrosio, 1990, p. 9).

conhecimento e promovendo uma visão mais ampla sobre o seu desenvolvimento ao longo do tempo (Sousa; Santos, 2021, p. 457, 458).

A articulação da História da Matemática no ensino revela-se uma estratégia pedagógica fundamental para ampliar a compreensão conceitual dos estudantes e enriquecer o trabalho docente, pois ao incorporar elementos históricos nas atividades escolares, o professor possibilita que os estudantes percebam a matemática como um conhecimento construído ao longo do tempo, resultado de necessidades culturais, sociais e intelectuais de diferentes civilizações (Mendes; Chaquiam, 2016, p. 18). Essa abordagem contribui não apenas para o desenvolvimento das competências formativas do professor, mas também para despertar nos estudantes o interesse pelo patrimônio cultural da matemática, favorecendo a valorização e a preservação dessa memória intelectual humana (Mendes; Chaquiam, 2016, p. 18). Além disso, a inserção de discussões históricas confere maior significado aos conteúdos ensinados, permitindo que o estudante compreenda os conceitos matemáticos de forma contextualizada e, portanto, mais profunda, tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior (Mendes; Chaquiam, 2016, p. 18, 19)

2.3 O método aproximativo no cálculo de raízes quadradas utilizado na Atualidade

No Ensino Fundamental e Médio, a introdução dos números irracionais tem acontecido, frequentemente, por meio do estudo das raízes quadradas não exatas, tais como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ e $\sqrt{5}$ (Andrini; Vasconcellos, 2012, p. 19). Nesse contexto, os estudantes aprendem a estimar essas raízes utilizando o método de tentativa e erro, no qual identificam um intervalo de números reais em que a raiz se encontra. Para se chegar ao valor aproximado da raiz quadrada desses números, testam-se valores até obter uma aproximação satisfatória. O método consiste em identificar, inicialmente, entre quais números quadrados perfeitos o valor do radicando está e, em seguida, determinar a raiz quadrada desses números quadrados perfeitos. Assim, o resultado será um valor entre essas raízes. Por exemplo, para calcular $\sqrt{2}$ o estudante reconhece que 2 é um valor entre 1 e 4 – que são números quadrados perfeitos – e, que cujas raízes quadradas são 1 e 2, respectivamente. Ou seja, $1^2 = 1$ e $2^2 = 4$, concluindo assim que $\sqrt{2}$ é um número entre 1 e 2. A partir disso, ele pode testar valores decimais, como 1,4 e 1,5, verificando seus quadrados: $1,4^2 = 1,96$ (próximo, mas ainda é menor do que 2); $1,5^2 = 2,25$ (maior do que 2). Logo, a raiz está entre 1,4 e 1,5. Consequentemente, o estudante pode ir acrescentando mais casas decimais em seus cálculos, como por exemplo,

$1,41^2 = 1,9881$ e verificar o que mais chegará próximo da raiz desejada. Segundo Andrini e Vasconcellos (2012, p. 19), a introdução desses algoritmos permite que os estudantes desenvolvam habilidades de estimativa e raciocínio matemático, facilitando sua compreensão da importância dos números irracionais na Matemática e em aplicações do cotidiano.

2.4 Utilização de recursos tecnológicos e materiais manipuláveis no ensino de Matemática

O uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática tem se consolidado como um componente essencial para ampliar a compreensão conceitual dos estudantes e enriquecer a prática docente. Conforme argumentam Lima e Rocha (2022, p. 729, 730), as tecnologias digitais oferecem novas formas de visualização, permitindo ao estudante perceber relações matemáticas que, de outro modo, permaneceriam abstratas e de difícil apreensão, além de proporcionar um auxílio para o professor no ensino de determinados conteúdos.

Nesse cenário, o *software GeoGebra* assume papel de grande relevância, pois contribui de forma significativa para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Sua utilização possibilita que os estudantes construam e explorem objetos geométricos de maneira interativa, promovendo a reflexão, a formulação de estratégias e a busca por soluções. Assim, ao privilegiar a visualização de figuras e relações matemáticas, o *GeoGebra* torna-se um recurso didático que potencializa a compreensão conceitual e aproxima o estudante de uma aprendizagem mais ativa e significativa (Monteiro; Silva, 2023, p. 33).

O *GeoGebra*, foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, em colaboração com uma equipe internacional de programadores, e foi criado com o objetivo de apoiar o ensino e a aprendizagem da Matemática em todos os níveis escolares, oferecendo ferramentas que promovem exploração, experimentação e visualização de ideias matemáticas de maneira interativa e intuitiva (Soares, 2016, p. 5). Além disso, trata-se de um *software* gratuito, que integra em um único ambiente, diversas áreas da Matemática, como a geometria, tabelas, gráficos, álgebra, estatística e cálculo (Soares, 2016, p. 5).

Além dos recursos digitais, a utilização de materiais didáticos também se revela como uma estratégia facilitadora para o ensino e a aprendizagem, sendo definido por Sérgio Lorenzato (2012, p. 18) como: “Qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”.

Lorenzato (2012, p. 19) comenta sobre materiais didáticos manipuláveis, no qual esses instrumentos podem ser moldados e adaptados de maneira específica, o que possibilita uma participação mais ativa e desperta o interesse dos estudantes, além de favorecer a percepção

de determinados conteúdos de maneira lúdica e interativa, possibilitando uma construção efetiva da aprendizagem.

2.5 Trabalhos Relacionados

Durante o desenvolvimento do trabalho, foram realizadas pesquisas acerca de estudos e produções já existentes que se relacionam ao tema escolhido, a fim de complementar teoricamente a proposta e ampliar a compreensão sobre o tema de pesquisa.

O primeiro trabalho analisado foi “*Aplicação algébrica para se calcular o valor da raiz quadrada de um número natural não-quadrado perfeito pelo método iterativo babilônico*” (Saraiva *et al.*, 2022). O artigo analisa diferentes métodos iterativos para o cálculo da raiz quadrada de números naturais, com ênfase nos que não são quadrados perfeitos. Após apresentar tais métodos, o autor discute as dificuldades envolvidas nesse cálculo e propõe uma simulação de aula fictícia em uma escola babilônica, combinando elementos históricos com a linguagem matemática atual, mas sem recorrer aos símbolos originais da época. Embora traga cinco métodos distintos, o trabalho não apresenta registros de aplicação em sala de aula. A principal convergência identificada entre esse estudo e este trabalho reside no interesse em articular a História da Matemática com práticas contemporâneas, integrando ambas ao contexto escolar, além de abordar o tema do cálculo aproximado da raiz quadrada.

Posteriormente, foi analisada uma dissertação de Mestrado intitulada “*Alguns Métodos Interessantes de Extração e Aproximação da Raiz Quadrada*” (Oliveira, 2013). A dissertação tem como objetivo apresentar diferentes formas de calcular ou aproximar a raiz quadrada, utilizando números racionais para representar irracionais, de modo a tornar o tema mais dinâmico e conectado a outros tópicos da Matemática. O trabalho resgata o algoritmo tradicional e explora métodos alternativos, como o Chinês, o Babilônico e as Aproximações por Frações Contínuas, associando cada um a níveis de ensino específicos. Embora não apresente resultados de aplicação em sala de aula, destaca-se pela articulação entre métodos históricos e a prática pedagógica, convergindo com este trabalho na valorização da História da Matemática e no uso de técnicas de aproximação de raiz quadrada.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta seção tem o objetivo de apresentar os procedimentos metodológicos adotados neste estudo. Serão discutidos o tipo de pesquisa, os instrumentos utilizados para a coleta de dados, a caracterização do público-alvo e as etapas que compõem o desenvolvimento da investigação.

3.1 Caracterização da pesquisa

Para uma compreensão mais clara do percurso metodológico adotado, reafirma-se o objetivo geral desta pesquisa: identificar como a utilização dos métodos dos Escribas Medievais pode auxiliar no ensino e na aprendizagem do cálculo de raízes quadradas, por métodos aproximativos.

A fim de atingir o respectivo objetivo, propõe-se uma pesquisa de natureza qualitativa, do tipo intervenção pedagógica. A pesquisa de natureza qualitativa, aliada à intervenção pedagógica, busca compreender e transformar os processos de ensino e aprendizagem por meio de mudanças planejadas e avaliadas. Segundo Damiani *et al.* (2013, p. 59, 60), a pesquisa do tipo intervenção pedagógica caracteriza-se pela implementação de estratégias que visam promover avanços na aprendizagem dos participantes, seguidas de uma análise sistemática dos efeitos dessas intervenções. A pesquisa interventiva, portanto, não apenas investiga, mas também propõe soluções e melhorias baseadas em evidências observadas ao longo do processo. De acordo com a autora, a abordagem qualitativa dessas pesquisas fundamenta-se na Teoria Histórico-Cultural da Atividade, considerando o desenvolvimento dos sujeitos em seu contexto social e educacional (Damiani *et al.*, 2013, p. 60). A intervenção pedagógica não se limita à implementação de mudanças, mas também se preocupa com a avaliação de seus impactos, possibilitando reflexões sobre os desafios enfrentados e os avanços obtidos (Damiani *et al.*, 2013, p. 58).

O público-alvo do presente trabalho, considerados sujeitos da pesquisa, são 12 estudantes do 8.º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de ensino regular, no âmbito municipal. Os sujeitos da pesquisa são identificados pelas letras maiúsculas do alfabeto latino de A a L. A decisão pelo 8.º ano se deu pela necessidade de os estudantes terem conhecimentos prévios sobre raízes quadradas exatas e números quadrados perfeitos. A escolha da referida escola esteve atrelada à facilidade de contato e aprovação para aplicação da pesquisa, devido a um dos servidores públicos que atuam na escola ter vínculo familiar com um dos autores deste trabalho.

3.2 Instrumento de Produção de Dados

No contexto metodológico desta pesquisa, a produção de dados foi realizada por meio de três instrumentos principais: o questionário inicial, a observação participante e as anotações dos estudantes na proposta didática.

O questionário inicial¹² foi utilizado para identificar o perfil dos estudantes e os conhecimentos prévios dos mesmos sobre o tema estudado, possibilitando compreender suas dificuldades e percepções iniciais (Caleffe; Moreira, 2008, p. 105). Esse instrumento se destaca por ser uma maneira popular de coletar dados e suas respostas, propondo um uso eficiente do tempo, possibilidade de anonimato, alta taxa de retorno e dos autores padronizarem as perguntas (Caleffe; Moreira, 2008, p. 95, 96).

A observação participante¹³ possibilita acompanhar ativamente o desenvolvimento das atividades, registrando interações, comportamentos e estratégias utilizadas pelos estudantes no processo de aprendizagem, uma vez que essa estratégia permite que o pesquisador mergulhe no mundo social dos respectivos participantes da pesquisa (Caleffe; Moreira, 2008, p. 201). Vale ressaltar que a abordagem de observação definida pelos pesquisadores é a de observadores revelados, na qual, segundo Caleffe e Moreira (2008, p. 202), essa é a abordagem em que os pesquisadores declaram os verdadeiros objetivos da pesquisa.

Já as anotações, realizadas pelos próprios estudantes ao longo da proposta didática, servem como um registro direto de sua compreensão e progressão no conteúdo, oferecendo subsídios para avaliar a eficácia da intervenção pedagógica. Dessa forma, a triangulação desses instrumentos contribui para uma análise mais ampla e aprofundada dos dados coletados (Caleffe; Moreira, 2008, p. 165).

3.3 Detalhamento da Intervenção Pedagógica e as Etapas de Pesquisa

A noção de intervenção pedagógica, conforme discutida por Damiani *et al.* (2013, p. 58), refere-se a um tipo específico de investigação educacional que envolve o planejamento, a implementação e a avaliação de ações intencionais voltadas à transformação de processos de

¹² Questionário pode ser definido como um tipo de instrumento de coleta de dados constituído por um conjunto de perguntas organizadas de forma lógica, elaborado com a finalidade de medir ou descrever variáveis e circunstâncias relacionadas ao objeto de estudo (Bastos *et al.*, 2023, p. 1).

¹³ Observação participante é um tipo de procedimento metodológico no qual o pesquisador se insere como observador em uma situação social específica, com o objetivo de coletar dados e realizar uma investigação científica (Minayo, 2013 *apud* Marques, 2016, p. 277).

ensino e aprendizagem. Diferentemente de observações meramente descritivas, a intervenção pressupõe a introdução de mudanças ou inovações que têm como objetivo promover avanços e melhorias na aprendizagem dos sujeitos envolvidos, de modo que o pesquisador não atua como espectador, mas como agente que reorganiza, problematiza e tensiona práticas pedagógicas existentes (Damiani *et al.*, 2013, p. 58).

Embora o termo seja amplamente consolidado em áreas como Psicologia, Medicina e Administração, seu emprego na Educação tem sido alvo de debate, como aponta Damiani *et al.* (2013, p. 58), em razão de concepções equivocadas que por vezes vinculam “intervenção” a ações impositivas ou autoritárias.

No entanto, Damiani *et al.* (2013, p. 58) defende que, no âmbito educacional, a intervenção pedagógica deve ser compreendida como um processo colaborativo e reflexivo, orientado por fundamentos teóricos e metodológicos sólidos, no qual o pesquisador planeja, media e avalia situações didáticas que possibilitam a produção de novos conhecimentos e práticas mais qualificadas. Assim, a intervenção pedagógica configura-se como uma estratégia investigativa legítima e necessária, capaz de articular teoria e prática para promover melhorias reais no contexto escolar (Damiani *et al.*, 2013, p. 58).

Damiani *et al.* (2013, p. 63) analisa algumas pesquisas do tipo intervenção pedagógica, e é notável a presença de três etapas fundamentais para a execução de um trabalho dessa natureza. As etapas são: Planejamento, Implementação e Avaliação. Portanto, a presença dessas três etapas foram necessárias.

O desenvolvimento deste trabalho ocorreu em três etapas que se complementam. Primeiro, na etapa de Planejamento foi feita uma revisão bibliográfica para entender melhor o tema e reunir as bases teóricas necessárias. Depois, foi elaborado um questionário inicial (Apêndice A) com a intenção de investigar o perfil e os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o conteúdo e, em seguida, elaborou-se a Proposta Didática a ser aplicada na turma. Ainda nessa etapa, ou seja, antes de levá-la à sala de aula, realizou-se um teste exploratório para verificar se as atividades funcionam na prática e se algum ajuste é necessário. Com base nesse teste, analisam-se os resultados e reformulam-se, quando pertinente, tanto o questionário quanto a Proposta Didática. Somente após esse refinamento aplica-se o questionário inicial aos estudantes. A etapa seguinte, a Implementação, é quando aplica-se a Proposta Didática planejada aos sujeitos da pesquisa. Por fim, a terceira e última etapa, a Avaliação, que é quando os dados obtidos ao longo da aplicação são organizados e analisados, permitindo avaliar o impacto das atividades e refletir sobre o processo como um todo. A partir

dessas análises, realiza-se a escrita final da monografia, na qual se sistematizam as etapas desenvolvidas, as observações realizadas e os resultados alcançados.

3.3.1 Planejamento

Uma vez destacados os principais aspectos a serem considerados neste estudo e, paralelamente, à revisão bibliográfica, iniciou-se o procedimento de elaboração do Questionário Inicial e da Proposta Didática a ser experimentada com licenciandos com o objetivo de identificar possíveis melhorias em ambos. Tal experimentação consiste no que se denominou Teste Exploratório.

3.3.1.1 Teste Exploratório

O teste exploratório (Figura 8) do presente trabalho ocorreu no dia 26 de agosto de 2025, contou com a participação de 13 estudantes matriculados no curso de Licenciatura em Matemática, e teve a duração total de duas horas. Vale ressaltar que foi deixado claro para todos os participantes que, o que era de interesse da participação deles não era a resposta final em si, mas sim as opiniões e sugestões críticas sobre o que poderia ser melhorado ou alterado durante o processo de aplicação da Proposta Didática.

Figura 8 - Aplicação do teste exploratório



Fonte: Protocolo de pesquisa.

No primeiro momento, foi realizada a aplicação do Questionário Inicial (Figura 9), que tem como objetivo identificar se os estudantes possuem familiaridade com o conteúdo de raiz quadrada, o costume de utilizar a calculadora e se fazem contas aproximadas de cabeça.

Figura 9 – Excerto do Questionário Inicial

 INSTITUTO FEDERAL Fluminense	GOVERNO FEDERAL MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO	 BRASIL UNIÃO E RECONSTRUÇÃO
--	--	--

IFF - INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE CAMPUS CAMPOS CENTRO	
Curso: Licenciatura em Matemática	
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Tiago Azevedo Vianna Barreto	
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida	
Aluno:	Data:

Este questionário foi elaborado por Ayla Alves Sales Abreu e Tiago Azevedo Vianna Barreto, sob orientação da Prof.ª Dr.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida, como parte do desenvolvimento do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense – Campus Campos Centro.

As informações pessoais coletadas têm exclusivamente fins acadêmicos e científicos, sendo garantido o sigilo e o anonimato dos participantes conforme os princípios éticos da pesquisa.

QUESTIONÁRIO

1 - Qual é o seu nome?

2 - Qual é a sua idade?

3 - Com qual gênero você se identifica?

() Feminino
() Masculino
() Prefiro não responder

4 - Em uma escala de 1 a 5, considerando 1 como “pouco” e 5 como “muito”, qual é a sua afinidade com a Matemática?

() 1 () 2 () 3 () 4 () 5

Fonte: Elaboração própria.

Logo após a aplicação, imediatamente já surgiram as primeiras sugestões dos licenciandos, como por exemplo, remover a Questão 1, uma vez que o estudante já teria preenchido seu nome no cabeçalho. Algumas dessas sugestões se pautavam em realizar

pequenas alterações em termos específicos para não gerar nenhum tipo de ambiguidade ou interpretação errônea por conta dos estudantes, como por exemplo, na Questão 5 (Figura 10).

Figura 10 - Questão 5 do Questionário Inicial

5 - Você costuma usar calculadora nas atividades de matemática?		
☐ Sim	☐ Não	☐ Só quando é permitido

Fonte: Elaboração própria.

Os licenciandos alegaram que nessa questão, a alternativa “Sim”, quando comparada com as outras, implicaria em o estudante admitir que utiliza a calculadora sem a permissão do professor(a). Após essa sugestão, foi removida a opção “Só quando é permitido”, a fim de simplificar a questão.

Uma outra sugestão que surgiu foi a de alterar o termo “afinidade” em uma das questões, o que acarretou a reformulação de toda questão, conforme podemos comparar na Figura 11.

Figura 11 - Antes e Depois da Questão 4

4 - Em uma escala de 1 a 5, considerando 1 como “pouco” e 5 como “muito”, qual é a sua afinidade com a Matemática?	
☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5	ANTES
3 - Em uma escala de 1 a 5, considerando 1 como “pouco” e 5 como “muito”, quanto você gosta de estudar Matemática?	
☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5	DEPOIS

Fonte: Elaboração própria.

Acatou-se também, uma sugestão que consistia em substituir as alternativas de uma questão por alternativas em escala de intensidade, além de remover outras duas questões pois não estavam muito alinhadas com o objetivo do questionário. Portanto, a Figura 12 indica as questões que foram removidas.

Figura 12 - Questões removidas

9 - Em seu cotidiano, você já precisou utilizar a matemática que você aprendeu na sala de aula? Comente.
10 - Se você pudesse aprender matemática de uma forma diferente, como seria?

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, analisou-se que não havia nenhuma questão que abordava a História da Matemática no ensino, um dos principais pilares do presente trabalho, portanto, foi acrescentada ao questionário uma pergunta com a intenção de conhecer um pouco mais sobre o uso da História da Matemática no ensino da referida turma (Figura 13).

Figura 13 - Questão acrescentada

8 - Durante os seus estudos de matemática, algum professor abordou um conteúdo utilizando a História da Matemática? Se sim, comente.
--

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, foi aplicada a Atividade 1 (Figura 14), que consistia em completar uma Tábua Pitagórica adaptada para o cálculo de multiplicação de 1 a 15, ou seja, era um grande quadro 15 x 15.

Figura 14 – Excerto da Atividade 1



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

GOVERNO FEDERAL

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



UNião e Reconstrução

IFF - INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE CAMPUS CAMPOS CENTRO	
Curso: Licenciatura em Matemática	
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Tiago Azevedo Vianna Barreto	
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida	
Aluno(s):	Data:

Complete a tabela de multiplicações a seguir:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															

O que você percebeu em relação aos números que compõem a diagonal desta tabela?

Fonte: Elaboração própria.

Além disso, eles deveriam colorir a diagonal principal desse quadro, pois o objetivo básico dessa atividade era fazer com que os estudantes visualizassem o surgimento dos quadrados perfeitos presentes no quadro, e que ficassem destacados, pois iria servir como base de apoio para o restante da Proposta Didática. Segundo Aquino, Vega e Lima (2024, p. 5), a Tábua de Pitágoras é uma tabela de multiplicação que é composta por uma dupla entrada, que são os dois eixos: horizontal e vertical (linha e coluna, respectivamente). Em cada um desses eixos, números de 1 a 10 são distribuídos, e, assim, forma-se uma grade de

números, em que cada quadrado simboliza uma célula, a qual, por sua vez, representa o produto da multiplicação de dois números que rotulam a linha e a coluna correspondentes à célula fixada.

Após a aplicação em paralelo com a aula, surgiram as primeiras sugestões à respeito dessa atividade, como por exemplo, alterar a ordem dos números presentes na tabela para que ficassem em consonância com um dos *applets* do GeoGebra que seria utilizado nas aulas, facilitando assim a visualização do estudante em relação ao que o *applet* exigia. Outra sugestão diz respeito a deixar preenchido uma boa parte das multiplicações a fim de poupar um bom tempo, além de já entregar para os estudantes a tabela com a diagonal digitalmente pintada, para evitar qualquer tipo de cenário onde eles poderiam pintar a diagonal secundária, ou até mesmo, não estarem com lápis de cor no momento da aplicação da Proposta Didática. A Figura 15 indica a Atividade 1 após as alterações realizadas.

Figura 15 - Excerto da Atividade 1 após alterações



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

MINISTÉRIO DA
Educação



GOVERNO FEDERAL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

IFF - INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE CAMPUS CAMPOS CENTRO														
Curso: Licenciatura em Matemática														
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Tiago Azevedo Vianna Barreto														
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida														
Aluno(a):										Data:				

ATIVIDADE 1

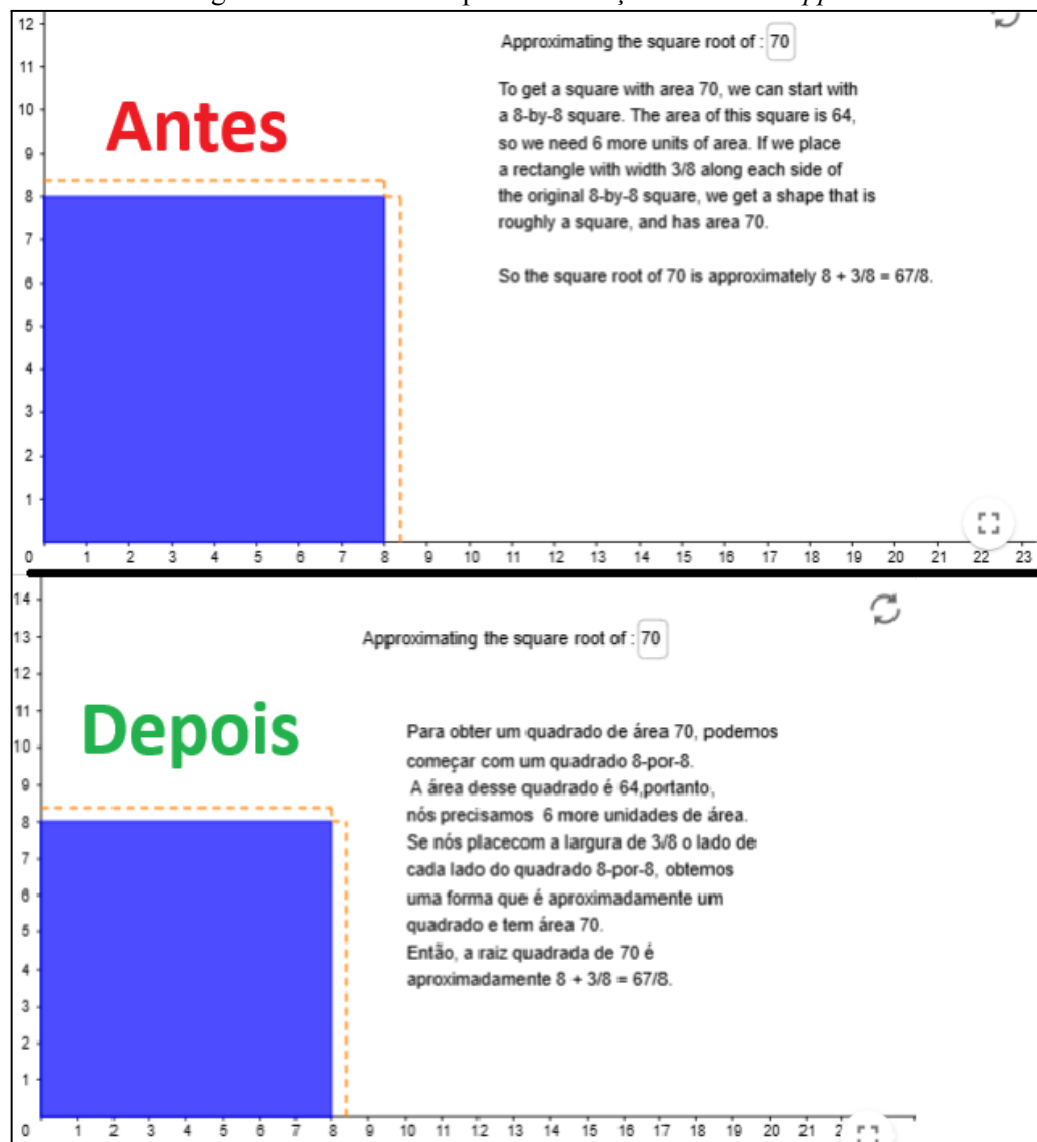
1. Complete a tabela de multiplicações a seguir:

15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150					
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126						
13	13	26	39	52	65	78	91	104							
12	12	24	36	48	60	72	84								
11	11	22	33	44	55	66									
10	10	20	30	40	50										150
9	9	18	27	36										126	135
8	8	16	24										104	112	120
7	7	14										84	91	98	105
6	6										66	72	78	84	90
5										50	55	60	65	70	75
4									36	40	44	48	52	56	60
3								24	27	30	33	36	39	42	45
2							14	16	18	20	22	24	26	28	30
1						6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Fonte: Elaboração própria.

Durante a apresentação e explicação do uso dos *applets*, as principais sugestões foram de alteração na língua, pois todos os três *applets* foram originalmente desenvolvidos em inglês, portanto, era uma necessidade traduzi-los para português para que todos os estudantes conseguissem compreender tudo que estava escrito em cada um deles, conforme é possível observar na Figura 16.

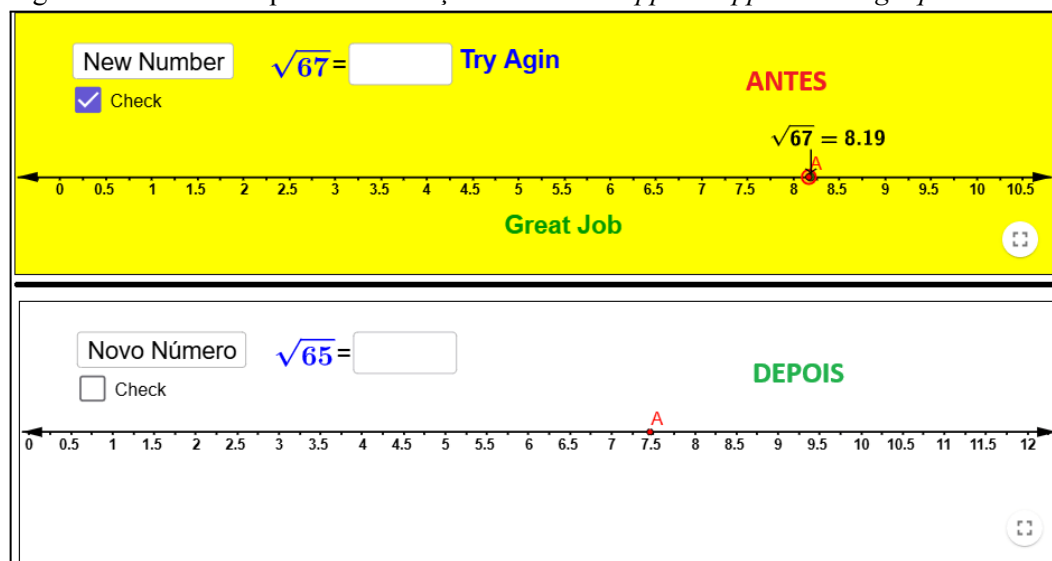
Figura 16 - Antes e depois da tradução de um dos *applets*



Fonte: Elaboração própria.

Outra sugestão foi a de alterar a paleta de cores de um dos três *applets*, pois estas se contrastavam entre si e a visualização não ficava agradável aos olhos. A Figura 17 indica as alterações visuais realizadas.

Figura 17 - Antes e depois das alterações visuais do *applet* “Approximating Square Roots”



Fonte: Elaboração própria.

Para a Atividade 2, a principal sugestão que surgiu foi a de reduzir o número de questões, pois na visão dos licenciandos estava um pouco extensa e cansativa. Esta sugestão também foi acatada para a Proposta Didática.

Pode-se concluir que a aplicação do teste exploratório foi de extrema importância para o presente trabalho, pois surgiram opiniões de licenciandos que não haviam tido contato prévio com o material produzido e que por isso, puderam colaborar de maneira ativa e imparcial com sugestões relevantes para uma melhor aplicação da Proposta Didática.

Além disso, o teste exploratório mostrou-se fundamental para a decisão do nível escolar da turma na qual seria aplicada a Proposta Didática, tratando-se do 8.º ano do Ensino Fundamental de uma escola de ensino público.

Em reuniões realizadas posteriormente à aplicação do teste exploratório, foi constatado que, para melhor aplicação da Proposta Didática, apenas dois horários de aula não seriam suficientes. Portanto, para cumprir todos os objetivos propostos, foi decidido que dois encontros seriam necessários, com cada encontro contendo duas horas-aula.

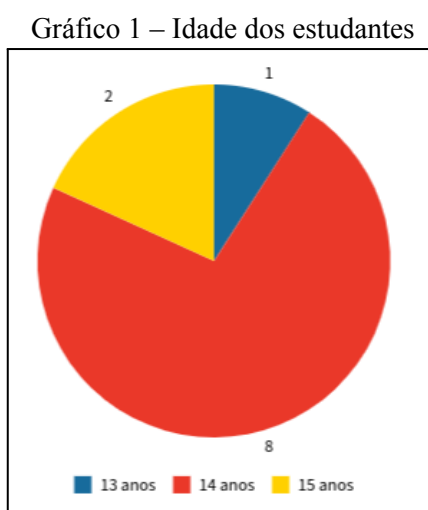
Os primeiros contatos de uma possível aplicação em uma escola pública iniciaram-se cerca de duas semanas antes da aplicação do teste exploratório, porém, apesar de um início promissor de conversa, a ideia foi descontinuada devido à dificuldade de comunicação com o professor responsável pela turma. Cerca de uma semana após a aplicação do teste, outro contato com uma escola pública municipal se iniciou, se mostrando ainda mais promissor e otimista que o primeiro, onde foi obtido um horário compatível com os encontros planejados, em uma turma de 8.º ano de Ensino Fundamental. Contudo, o professor com o qual se deram

os primeiros contatos precisou afastar-se de suas atividades por motivo de doença. Assim, foi realizada uma nova negociação com a professora substituta, e acordou-se uma data definitiva para a aplicação da Proposta Didática.

3.3.1.2 Análise do Questionário Inicial

O Questionário Inicial tem como intuito obter mais informações sobre os estudantes, tais como a idade, afinidade com o tema, afinidade com a matemática, e se o estudante possui alguma experiência prévia em uma aula com uma abordagem histórica, o que dialoga com Caleffe e Moreira (2008, p. 105).

O Questionário Inicial foi aplicado para 11 estudantes matriculados no 8.º ano de uma escola da rede pública municipal de ensino. No questionário foram levantados dados acerca do perfil dos estudantes, sujeitos da pesquisa, bem como o levantamento pedagógico do conhecimento dos estudantes sobre raiz quadrada e sobre o uso da história no ensino da matemática. Em relação à idade, dos 11 estudantes, oito responderam ter 14 anos, dois com 15 anos e um estudante com 13 anos (Gráfico 1).



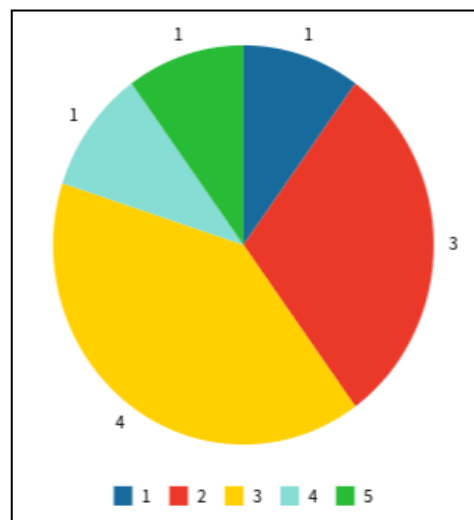
Fonte: Elaboração própria.

A Questão 2 contava com o seguinte enunciado: “Com qual gênero você se identifica?”, foram obtidas as seguintes respostas: 10 Masculino, 1 Feminino e nenhum estudante respondeu a alternativa “Prefiro não responder”.

Quanto à pergunta: Quanto você gosta de estudar Matemática?, foram respondidas numa escala de 1 a 5, considerando 1 pouco e 5 muito. Apenas dois dos estudantes disseram gostar de estudar Matemática (Gráfico 2). Tal dado encontra respaldo na literatura que aponta que a disciplina historicamente apresenta elevados índices de rejeição entre os estudantes,

muitas vezes associada à percepção de dificuldade, exigência intelectual elevada e experiências negativas anteriores, o que contribui para atitudes pouco favoráveis em relação ao seu estudo (Tatto; Scapin, 2012, p. 2).

Gráfico 2 – Quanto os estudantes gostam de estudar Matemática



Fonte: Elaboração própria.

Já a Questão 4, trazia o seguinte questionamento: “Você costuma usar calculadora nas atividades de matemática?” Oito responderam “Não” e 3 responderam “Sim”. O curioso é que um dos estudantes respondeu por escrito que utiliza a calculadora escondido do professor, conforme pode ser identificado na Figura 18.

Figura 18 - Resposta da Questão 4 do estudante C

4 - Você costuma usar calculadora nas atividades de matemática?

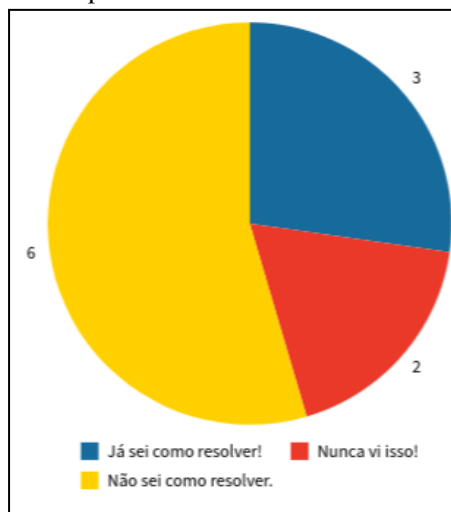
☒ Sim ☐ Não

mais e escondido

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Com o objetivo de coletar informações a respeito do conhecimento dos estudantes sobre o tema do trabalho, perguntou-se sobre a reação deles quando veem, num exercício, um número acompanhado do símbolo de raiz quadrada. Assim, perguntou-se: “Quando aparece um número com raiz quadrada em um exercício, o que você pensa?”. Seis estudantes disseram não saber resolver e dois disseram nunca ter visto (Gráfico 3).

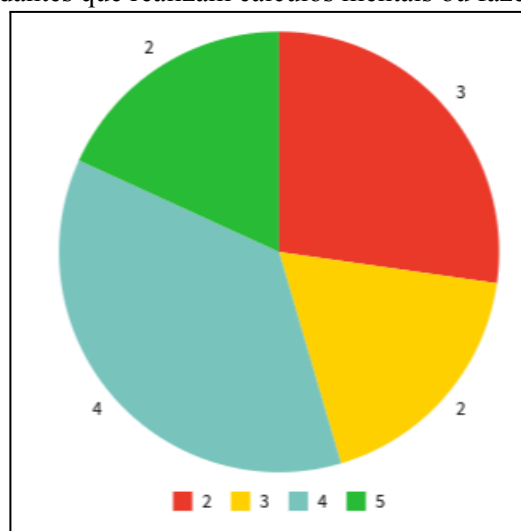
Gráfico 3– Como pensam os estudantes quando veem um exercício com símbolo de raiz quadrada



Fonte: Elaboração própria.

Ainda buscando coletar informações a respeito do conhecimento dos estudantes sobre o tema do trabalho, perguntou-se se eles tinham hábitos de realizar cálculos mentais ou realizar aproximações. A Questão 6 apresentava o seguinte texto: “Em uma escala de 1 a 5, considerando 1 como ‘pouco’ e 5 como ‘muito’, com que frequência você faz contas ‘de cabeça’ ou por aproximação, como por exemplo em compras ou situações cotidianas?” Mais da metade dos estudantes respondeu ter alguma prática com cálculos mentais ou aproximações, conforme descrito no Gráfico 4. Tal fator, é corroborado por Santana (2023, p. 1257), no qual os cálculos mentais podem extrapolar a barreira escolar e se tornarem extremamente presentes na vida cotidiana do estudante.

Gráfico 4– Estudantes que realizam cálculos mentais ou fazem aproximações



Fonte: Elaboração própria.

A Questão 7 (Gráfico 5) contava com as seguintes alternativas: “Qual(is) dessas atividades você acha que usaria matemática (pode marcar mais de uma):”

- () Medir um terreno () Jogar um jogo digital () Usar redes sociais
() Escrever uma redação () Fazer uma receita de bolo () Outros. Quais?

Gráfico 5 - Gráfico da Questão 7



Fonte: Elaboração própria.

De maneira geral, com base nas respostas obtidas ao longo do questionário, foi possível perceber que a maioria (oito de dez) dos estudantes não possuía o conhecimento prévio desejado em relação ao conteúdo de radiciação, porém por outro lado, oito dos dez estudantes (não se tratam dos mesmo oito no comentário anterior) já eram familiarizados em realizar aproximações de cabeça, o que já favorece o andamento da proposta.

3.3.1.3 Análise *a priori* da Proposta Didática

A Proposta Didática foi planejada para ser aplicada em dois encontros: o Primeiro Encontro e o Segundo Encontro. Assim, o Primeiro Encontro deve favorecer a aplicação do Questionário Inicial e a aplicação das Atividades 1 e 2. O Segundo Encontro envolve os momentos em que são trabalhados os métodos de cálculos de raízes quadradas não-exatas pelo método aproximativo de tentativa e erro e pelo método babilônico, culminando na aplicação da Atividade 3.

A Proposta Didática foi planejada para ocorrer ao longo de 11 momentos distribuídos em dois encontros. A fim de organizar e detalhar as etapas da Proposta Didática, apresenta-se o quadro a seguir (Quadro 1):

Quadro 1 - Proposta Didática

1) Conteúdos
Cálculo de Raiz Quadrada, História da Matemática
2) Competência
Ser capaz de articular o uso da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem por meio de um método aproximativo para calcular raízes quadradas utilizado por Escribas Medievais.
3) Habilidades
- Estipular um valor aproximado para uma raiz quadrada não-exata; - Reconhecer a relação da matemática com seu respectivo contexto histórico; - Identificar algarismos sumérios cuneiformes utilizados pelos babilônios; - Compreender o método aproximativo; - Realizar exercícios utilizando este método.
4) Material necessário
Questionário inicial, apostilas com atividades, cartolinas coloridas, quadro branco (canetas de quadro e apagador), projetor e notebook com internet.
5) Metodologia
Planejamento
1.ª Etapa: Questionário Inicial
O Questionário Inicial deve ser aplicado na turma antes das etapas posteriores. Esse questionário tem por objetivo identificar se os estudantes possuem familiaridade com o conteúdo de raiz quadrada, se eles possuem costume de utilizar a calculadora e se faziam contas aproximativas de cabeça. Para isso, o professor da turma deverá disponibilizar, cerca de 20 minutos de sua aula para que os estudantes possam responder. Em seguida, o questionário deverá ser recolhido para análise, porém cabe ressaltar que, as respostas dos estudantes não influenciaram na elaboração da proposta didática.
Implementação e Avaliação
2.ª Etapa: Aplicação da Proposta Didática
A 2.ª Etapa prevê onze momentos: Momento 1 – Atividade 1; Momento 2 – o cálculo de

raízes quadradas não-exatas; Momento 3 – uso do *applet*¹⁴ “*Approximation of Square Roots*”; Momento 4 – uso do GeoGebra e a síntese do conhecimento; Momento 5 - Atividade 2; Momento 6 – uso do *applet* “*Estimating Squares: Hot and Cold Activity*”; Momento 7 – o Contexto Histórico; Momento 8 – A prática geométrica por trás dos métodos babilônicos; Momento 9 – Compreensão do método parte 1; Momento 10 - Compreensão do método parte 2 e; Momento 11 – Atividade 3.

Essa etapa deve ser realizada em duas horas-aula (100 minutos) e tem por objetivo desenvolver todas as habilidades descritas anteriormente. O uso dos *applets* do GeoGebra, neste trabalho, será conduzido por meio de um *notebook* e um projetor multimídia manipulado pelos licenciandos. Sugere-se a utilização de um laboratório de informática que permita que os estudantes explorem as funcionalidades dos *applets* do GeoGebra.

Momento 1: Atividade 1

No dia da aplicação da Proposta Didática, após uma breve apresentação (*slide* 1), os estudantes receberão a Atividade 1 (Apêndice B), que consiste em uma apostila contendo três questões para os estudantes. A primeira questão solicita que os estudantes completem uma tabela de multiplicação 15x15, e a segunda questão estimula o estudante a identificar que a diagonal colorida desta tabela é composta por números que são resultados da multiplicação de um número natural por ele mesmo. O intuito dessa atividade, é fazer com que os estudantes, por meio das multiplicações, construam a linha diagonal da tabela, formando os quadrados perfeitos de 1 até 225 para, em seguida identificar as raízes quadradas exatas desses valores, após arguição oral. Os licenciandos podem auxiliar aqueles que tiverem dificuldade neste momento, porém sem apresentar diretamente a resposta. Essa atividade tem como objetivo induzir os primeiros conceitos relacionados à radiciação e quadrados perfeitos.

Momento 2: Compreendendo o cálculo de uma raiz quadrada não exata

Dando continuidade à proposta, apresentam-se os *slides* 2 e 3 (a partir de um projetor multimídia), que abordam o cálculo aproximado da raiz quadrada de 5. Os *slides* compõem o Apêndice E deste trabalho. Inicialmente, será incentivado que os estudantes reflitam sobre o intervalo em que esse valor se encontra. Os estudantes terão um tempo para realizar tentativas e erros, anotando valores e observações. O objetivo é que eles retomem o método do cálculo de raízes quadradas por aproximações que, espera-se já se ter aprendido na escola. Como orientação, sugere-se circular pela sala para acompanhar o raciocínio dos estudantes, fazendo perguntas que direcionam o pensamento reflexivo, mas sem indicar diretamente o resultado.

Momento 3: Explorando o *applet* “*Approximation of Square Roots*”¹⁵

Em seguida, será utilizado o *applet* “*Approximation Square Roots*” do GeoGebra, projetado na tela e manipulado pelos pesquisadores, com o objetivo de auxiliar o processo de aproximação de raízes quadradas, visto que esses valores podem ser visualizados numa reta numérica presente no *applet*. Recomenda-se abrir o *applet* do GeoGebra, e apresentar a reta

¹⁴ *Applets* (*applets* Java) são programas desenvolvidos em linguagem de programação Java®, que podem ser incluídos em códigos HTML (*Hypertext Markup Language*). Estes, em geral, visam a adicionar interatividade a aplicações Web (Moreira; Batista; Barcelos, 2008). Neste trabalho os *applets* utilizados foram desenvolvidos no Geogebra.

¹⁵ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/utksgmz2>.

numérica, orientando os estudantes a realizarem novas tentativas para encontrar valores aproximados, agora com apoio visual. Para acessar os *applets*, recomenda-se o uso de laboratório com computadores para que os estudantes possam manipulá-los a vontade ou de um *notebook* manipulado pelo professor, caso não haja uma disponibilidade do laboratório. Deve-se incentivar a participação ativa, convidando estudantes a realizarem suas tentativas e, após cada tentativa, discutir com a turma os motivos que levaram à escolha daquele valor. Sugere-se estimular comparações entre o método manual e o digital, reforçando a compreensão.

Momento 4: Sintetizando o conhecimento

Nessa etapa, serão apresentados os *slides* de 4 a 8 (Apêndice E), com o objetivo de sintetizar e confirmar os cálculos de aproximação obtidos anteriormente. A explicação retomará os passos realizados nas tentativas manuais e com o uso do GeoGebra, apontando as vantagens e limitações de cada abordagem.

Momento 5: Atividade 2

Nesse momento, deverá ser entregue aos estudantes a Atividade 2 (Apêndice C), que se trata de uma folha com questões para que eles resolvam utilizando o método de tentativa e erro estudado durante a aula.

Momento 6: Explorando os *applets* “*Perfect Squares*”¹⁶ “*Estimating Squares: Hot and Cold Activity*”¹⁷

No Momento 6, será utilizado o *applet* do GeoGebra “*Perfect Squares*”, o *applet* trata-se de uma atividade em que o usuário deverá construir um quadrado perfeito possuindo uma determinada quantidade de unidades de área, gerada aleatoriamente pelo próprio *applet*. Será também utilizado o *applet* “*Estimating Squares: Hot and Cold Activity*”, também no GeoGebra, que permitirá reforçar o conceito de aproximação de raízes quadradas de forma lúdica. Os estudantes terão que ajustar o lado de um quadrado no eixo x e no eixo y para obter uma área previamente indicada (por exemplo, 12 unidades). A ideia é que os estudantes relacionem essa observação ao conceito de raiz quadrada como medida de lado de um quadrado.

Momento 7: Compreendendo o contexto histórico

Retomando o aspecto histórico, serão apresentados os *slides* 9 a 13 sobre a origem babilônica do método de aproximação de raízes quadradas. Sugere-se iniciar com uma conversa sobre como civilizações antigas elaboravam seus próprios métodos de cálculo, destacando a relevância histórica para o desenvolvimento da matemática. Será mostrada a tábua YBC 7289, explicando os símbolos cuneiformes e apresentando uma tabela de conversão. Neste momento, os estudantes ainda não serão apresentados à “fórmula” de fato.

Momento 8: Construindo o método com materiais didáticos manipuláveis

¹⁶ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/zmqeuaxx>.

¹⁷ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/m7gedvv7>.

Nesse momento apresentar-se-á uma representação visual com os dois eixos, o eixo x e o eixo y , com marcações que vão de 0 até 3. Posteriormente, sugere-se questioná-los a respeito de como os babilônios, cerca de 4 mil anos atrás, compreendiam geometricamente uma raiz quadrada que não tivesse uma solução inteira (pois naquele momento, os estudantes já sabem como se visualiza geometricamente uma raiz quadrada exata nos eixos x e y).

Tomar-se-á como exemplo a construção geométrica da $\sqrt{5}$, e posteriormente, será questionado aos estudantes qual é número quadrado perfeito mais próximo de 5, que não o ultrapasse. Após obter o número 4 como resposta, deverá ser colado um quadrado de área 4, ou seja, um quadrado de lado 2 feito em cartolina colorida (sugere-se azul) sobre um eixo cartesiano feito em cartolina branca que deve ser colado no quadro. O quadrado azul deve ser colado de forma a coincidir dois de seus lados com os eixos, a partir da origem do sistema cartesiano. Assim, mostrando que o quadrado perfeito mais próximo de 5 com valor menor do que ele é o 4.

Posteriormente, deve-se questionar em quantas unidades de área 4 se distancia de 5. Conforme os estudantes respondam 1, será explicado que os babilônios então, chegavam à conclusão, que a representação geométrica da raiz quadrada de 5 deverá ser um quadrado de área um pouco maior do que o quadrado de área 4. Nesse momento, cola-se na cartolina, uma figura em formato de “L” de cor contrastante ao quadrado que representa justamente esta unidade de área a mais que o quadrado deve ter.

Prosseguindo, questiona-se: “Mas como eles faziam para saber exatamente quão maior deveria ser este quadrado?”. Após ouvir a turma, é revelado aos estudantes que os babilônios distribuem essa 1 unidade de área em dois retângulos em cujo lado maior deve conter o mesmo tamanho do lado do quadrado (nesse momento, deve-se colar os dois retângulos referidos conforme observado na Figura 6) , e que por consequência, cada retângulo deverá ter meia unidade de área, para que somados resultem em 1.

Portanto, deve ser questionado “Se cada retângulo possui um lado em comum com o quadrado que mede 2, quanto a base de cada retângulo deve medir para que sua área seja igual a 0,5?”, após ouvir os estudantes, deve-se sintetizar que as bases devem medir $\frac{1}{4}$ ou 0,25. E que portanto o lado de um quadrado com 5 unidades de área, deve medir $2 + \frac{1}{4}$.

Vale ressaltar que, durante todo este desenvolvimento, é necessário associar cada um dos valores citados e descobertos com o intuito de desenvolver o método de maneira genérica no quadro, chegando ao resultado: $\sqrt{s} = a + \frac{s-a^2}{2a}$.

Momento 9: Descobrimos o método por meio do *applet* “*Babylonian Approximation of Square Roots*”¹⁸

Será utilizado o *applet* “*Babylonia Approximation of Square Roots*” no GeoGebra para ilustrar, de forma prática, o processo babilônico de aproximação. Deve-se permitir que os estudantes escolham a área de um quadrado a ser aproximada e demonstrem, passo a passo, como o excesso é redimensionado, comparando com o método que foi aprendido no Momento 8.

Nesta Proposta didática, optou-se apenas por trabalhar valores que trabalhassem com aproximação por falta, ou seja, a aproximação inicial é menor do que a raiz verdadeira, como descrito no item 2.1.3.

¹⁸ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/vycyxmgb>.

Momento 10: Compreendendo a origem do método
Apresentar-se-ão os <i>slides</i> 14 a 20 (Apêndice E), com a síntese da “fórmula” de aproximação e sua origem geométrica.
Momento 11: Atividade 3
Nesta última etapa, a Atividade 3 (Apêndice D) vem para verificar a aprendizagem adquirida pelos estudantes durante a proposta, contendo quatro alternativas idênticas a da Atividade 2, porém dessa vez, os estudantes devem resolver por meio do método de aproximação babilônico. Posteriormente, a 2. ^a questão pede para o estudante comentar a diferença e comparar com o resultado obtido utilizando uma calculadora. E por fim, a 3. ^a questão questiona o estudante sobre qual método ele preferiu utilizar.

Fonte: Elaboração própria

Planejamento do Primeiro Encontro

O Primeiro Encontro tem como objetivo revisar o conteúdo de radiciação e aproximações de raízes quadradas não exatas e deve ser iniciado com a aplicação do Questionário Inicial. Após os estudantes concluírem o Questionário Inicial, eles devem completar as questões propostas na Atividade 1.

A Atividade 1 (Apêndice B) consiste em uma apostila contendo quatro questões para serem resolvidas pelos estudantes. A primeira questão solicita que os estudantes completem uma tabela de multiplicação 15x15, e a segunda questão estimula o estudante a identificar que a diagonal colorida desta tabela é composta por números que são resultados da multiplicação de um número natural por ele mesmo. O intuito dessa atividade é fazer com que os estudantes, por meio das multiplicações, construam a linha diagonal da tabela, formando os quadrados perfeitos de 1 até 225 para, em seguida, identificar as raízes quadradas exatas desses valores. Essa atividade tem como objetivo induzir os primeiros conceitos relacionados à radiciação e quadrados perfeitos. Amparada pelos conceitos de estimativas no cálculo de raízes quadradas não-exatas propostos por Andrini e Vasconcellos (2012, p. 19) e apresentados neste trabalho na Seção 2.3, essa etapa revela-se como uma espécie de requisito para o restante da Proposta Didática.

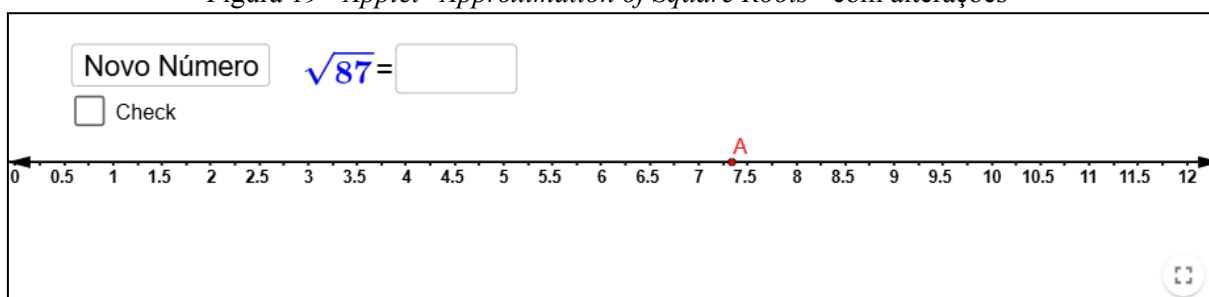
Posteriormente, ainda em diálogo com Andrini e Vasconcellos (2012, p. 19), é apresentado aos estudantes o método proposto nos livros didáticos para realizar o cálculo aproximado de uma raiz quadrada não-exata. Essa etapa tem como principal objetivo expor aos estudantes que não existe uma maneira direta de se obter uma determinada aproximação,

mas sim concluindo o respectivo raciocínio por meio de tentativas, que nem sempre serão efetivas, podendo gerar um processo longo e desgastante na realização do cálculo.

Portanto, juntamente com os estudantes, é realizado o cálculo aproximativo da $\sqrt{5}$ (slides 2 a 8), realizando conexões com a Atividade 1, e questionando-os com perguntas do tipo: “Vocês acham que o valor aproximado da $\sqrt{5}$ se encontra entre quais valores?”, com o intuito de gerar uma associação entre o valor desejado e os quadrados perfeitos presentes na diagonal colorida anteriormente calculada. Assim, é esperado que o conceito da realização de uma aproximação revelar-se-á como algo que pode ser respectivamente direcionado, e não de maneira aleatória.

Busca-se consolidar o conceito da aproximação de uma raiz quadrada por meio do aplicativo GeoGebra, acessando o *applet* intitulado “*Approximation of Square Roots*”¹⁹ (Figura 19), que amparado por Monteiro e Silva (2023, p. 33), atua de maneira significativa para o ensino e aprendizagem, servindo como consolidação do método de aproximação utilizado pelos livros didáticos da Atualidade. O *applet* será projetado na tela e manipulado pelos pesquisadores, com o objetivo de auxiliar o processo de aproximação de raízes quadradas, visto que esses valores podem ser visualizados numa reta numérica presente no *applet*. O referido *applet* gera valores aleatórios para raízes não-exatas, e o usuário deve posicionar em uma reta numérica o valor de sua respectiva aproximação. Nesta etapa, o estudante deve atuar como protagonista, portanto, para cada exemplo ele deve ser estimulado a desenvolver um pensamento crítico para obter uma aproximação satisfatória, e novamente, fazendo uma associação com a tabela realizada na Atividade 1, que possui um papel suporte fundamental nessa etapa.

Figura 19 - *Applet “Approximation of Square Roots” com alterações*

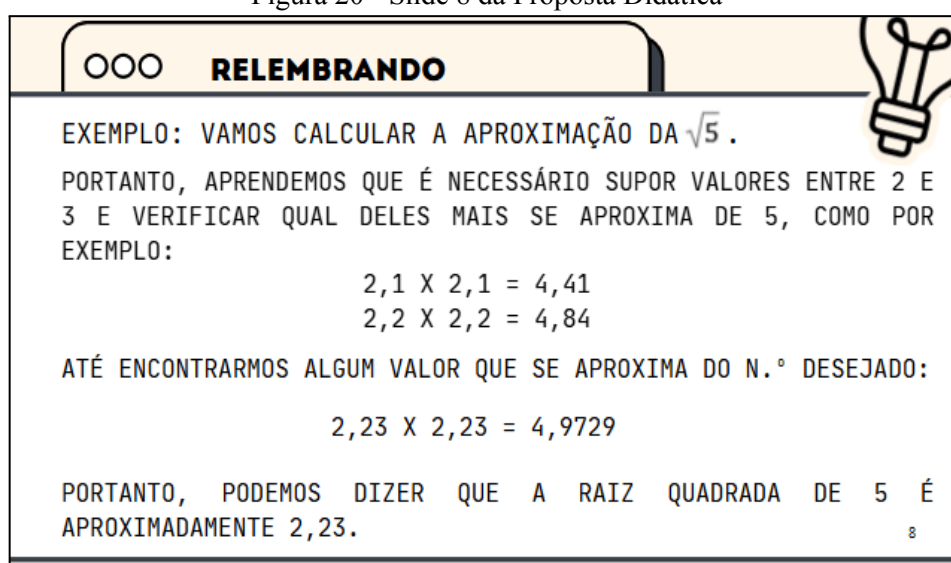


Fonte: < <https://www.geogebra.org/m/utksgmz2> >

¹⁹ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/utksgmz2>. Nesse *applet*, o usuário dispõe de uma reta numérica com um ponto vermelho que poderá ser ajustável para determinados valores inteiros e decimais. O objetivo da atividade é que o usuário posicione o ponto em um valor que corresponde à uma aproximação de uma raiz quadrada não exata gerada aleatoriamente.

Desta etapa em diante, espera-se que o método aproximativo trabalhado esteja respectivamente fixado e compreendido pelos estudantes. Essa breve etapa tem como objetivo apenas sintetizar os conhecimentos obtidos, conforme o raciocínio de Andrini e Vasconcellos (2012, p. 19) de calcular uma raiz quadrada não exata pelo método de tentativa e erro. Nela, o estudante deve desenvolver técnicas de aproximação para realizar cálculos de raízes quadradas não exatas. Por meio do uso do *slide* 8 (Figura 20), é apresentado aos estudantes o passo a passo da aproximação da $\sqrt{5}$ previamente calculada.

Figura 20 - Slide 8 da Proposta Didática



○○○ **RELEMBRANDO**

EXEMPLO: VAMOS CALCULAR A APROXIMAÇÃO DA $\sqrt{5}$.

PORTANTO, APRENDEMOS QUE É NECESSÁRIO SUPOR VALORES ENTRE 2 E 3 E VERIFICAR QUAL DELES MAIS SE APROXIMA DE 5, COMO POR EXEMPLO:

$$2,1 \times 2,1 = 4,41$$

$$2,2 \times 2,2 = 4,84$$

ATÉ ENCONTRARMOS ALGUM VALOR QUE SE APROXIMA DO N.º DESEJADO:

$$2,23 \times 2,23 = 4,9729$$

PORTANTO, PODEMOS DIZER QUE A RAIZ QUADRADA DE 5 É APROXIMADAMENTE 2,23.

8

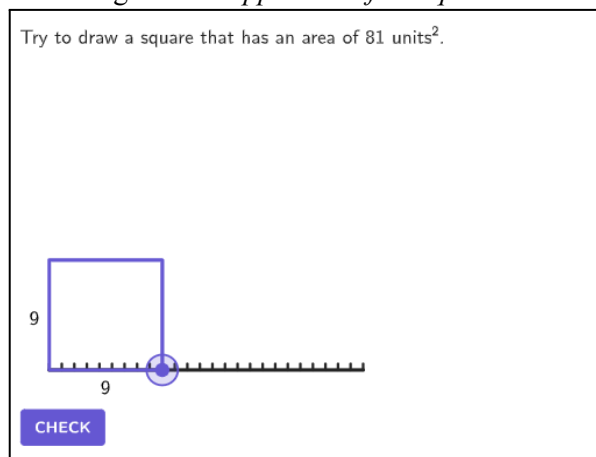
Fonte: Elaboração própria.

O slide 8 possibilitou a conclusão e a síntese do objeto de estudo até então, ou seja, o cálculo de raízes quadradas pelo método de tentativa e erro.

Novamente amparado nas ideias de Monteiro e Silva (2023, p. 30, 33), os recursos tecnológicos podem servir de grande auxílio no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pois além de se revelar uma nova maneira de aprendizagem, surge como um método inovador e que coloca o estudante como protagonista e desenvolvedor do conhecimento próprio. Assim, seguido ao estudo aproximativo do cálculo de $\sqrt{5}$, utiliza-se o *applet* “*Perfect Squares*”(Figura 21) com o objetivo de introduzir, aos estudantes, o conceito geométrico de uma raiz quadrada exata, e como ela pode ser representada utilizando-se o lado de um quadrado, cujo valor de sua área representa o radicando da raiz quadrada que se deseja obter. Assim, o estudante deveria observar que o valor do lado do quadrado, representa o resultado da respectiva raiz quadrada. Desta maneira, o *applet* pode atuar como o início da “ponte” que realiza a transição para a abordagem do conceito histórico, pois o *applet* “*Perfect*

Squares” trabalha com a visualização geométrica de uma raiz quadrada, e ao trabalhar com quadrados perfeitos, é apresentado ao estudante, de maneira lúdica, o completamento de unidades de área de um quadrado perfeito, o que será crucial para a compreensão do método babilônico que será trabalhado posteriormente. Cabe ressaltar que o *applet*, apesar de constar no Quadro 1, foi conhecido pelos pesquisadores três dias antes da aplicação.

Figura 21 - *Applet “Perfect Squares”*

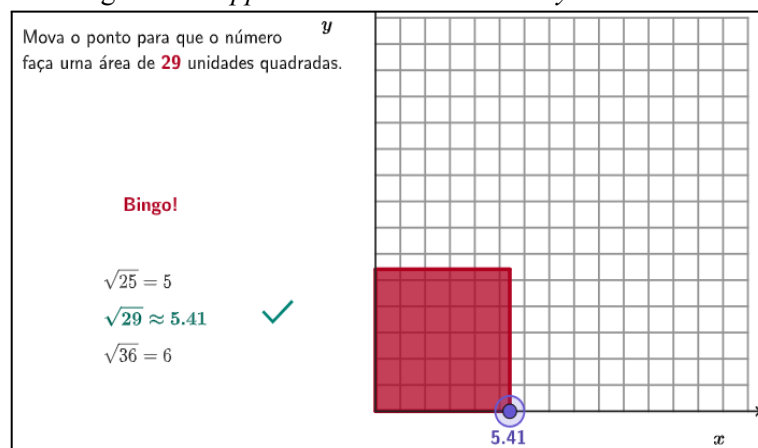


Fonte: < <https://www.geogebra.org/m/zmqueuaxx> >.

Com o objetivo de consolidar a interpretação geométrica da representação de uma raiz quadrada, utiliza-se logo a seguir o *applet* denominado “*Hot and Cold Activity*”²⁰ (Figura 22) que possui um papel similar ao “*Perfect Squares*”, já apresentado anteriormente. Contudo, trata-se de um jogo no estilo “Quente e Frio”, no qual o usuário deve formar um quadrado cuja área deve ser a aproximação de uma raiz quadrada gerada de maneira aleatória, o que inclui a necessidade de, novamente, realizar aproximações para concluir os objetivos propostos. Vale ressaltar que o estudante deverá ser o protagonista, expondo os seus pensamentos e opiniões a respeito das ações a serem tomadas no jogo, o que ao mesmo tempo torna essa etapa em um leve momento de descontração alinhada à construção do conhecimento.

²⁰ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/m7gedvv7>. O *applet* consiste em uma atividade em que o usuário deve construir manualmente um quadrado não necessariamente perfeito, possuindo uma determinada quantidade de unidades de área que se aproxime do valor desejado. Ao longo da construção do quadrado, o *applet* dá dicas ao usuário, informando se ele está “quente” ou “frio” em relação à aproximação ideal.

Figura 22 - Applet “Hot and Cold Activity” traduzido



Fonte: < <https://www.geogebra.org/m/m7gedvv7> >.

Em seguida, aplica-se a Atividade 2 (Apêndice C). Essa deverá ser a última etapa programada para o Primeiro Encontro, e trata-se da realização de uma atividade que visa avaliar a compreensão dos estudantes a respeito do método aproximativo de tentativa e erro utilizado na Atualidade, segundo Andrini e Vasconcellos (2012, p. 19). A Atividade consiste em questões nas quais os estudantes devem realizar os cálculos aproximados de cinco raízes quadradas não-exatas, e para isso, é esperado que seja utilizado todo o conhecimento obtido ao longo do encontro, alinhado ao estímulo do uso da tabela da Atividade 1 como suporte para a realização dessa respectiva atividade. Cabe esclarecer que o termo “método de tentativas” utilizado no enunciado refere-se ao método aproximativo de tentativa e erro.

Planejamento do Segundo Encontro

O Segundo Encontro tem início com a compreensão do contexto histórico. Essa deve ser a primeira etapa do Segundo Encontro programado, cujo objetivo é introduzir a abordagem histórica da Proposta Didática. De acordo com Roque (2012, p. 6), a História da Matemática pode ser empregada como recurso didático para contextualizar de forma prática o ensino, facilitando e possibilitando a abordagem de determinados conteúdos, nesse caso, a aproximação de raízes quadradas.

Para iniciar essa contextualização, deve ser apresentado aos estudantes o Tablete YBC (Figura 23), que contém antigos registros do cálculo da $\sqrt{2}$, além da utilização de diferentes representações para o que hoje entende-se como números. A Figura 23 consiste em um slide que deve ser utilizado para apresentar o tablete na aula.

Figura 23 - Slide 11 da Proposta Didática



Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, é apresentada uma tabela de conversão (Figura 24) de cada uma das representações para os algarismos atuais, o que dialoga com Lara (2013, p. 52), que destaca que a História da Matemática possibilita aos estudantes entenderem o processo de construção dos conceitos matemáticos e compreenderem que diferentes civilizações tinham os seus próprios sistemas de numeração e que podem ser bem diferentes dos conhecidos por eles.

Figura 24 - Slide 12 da Proposta Didática

OOO **A ORIGEM**

1	11	21	31	41	51
2	12	22	32	42	52
3	13	23	33	43	53
4	14	24	34	44	54
5	15	25	35	45	55
6	16	26	36	46	56
7	17	27	37	47	57
8	18	28	38	48	58
9	19	29	39	49	59
10	20	30	40	50	

12

Fonte: Elaboração própria.

Mesmo utilizando os *applets*, deve-se introduzir o método babilônico para cálculos aproximados de raízes quadradas utilizando-se figuras geométricas recortadas em cartolinas coloridas. Essa etapa enquadra-se como uma das mais cruciais do presente trabalho.

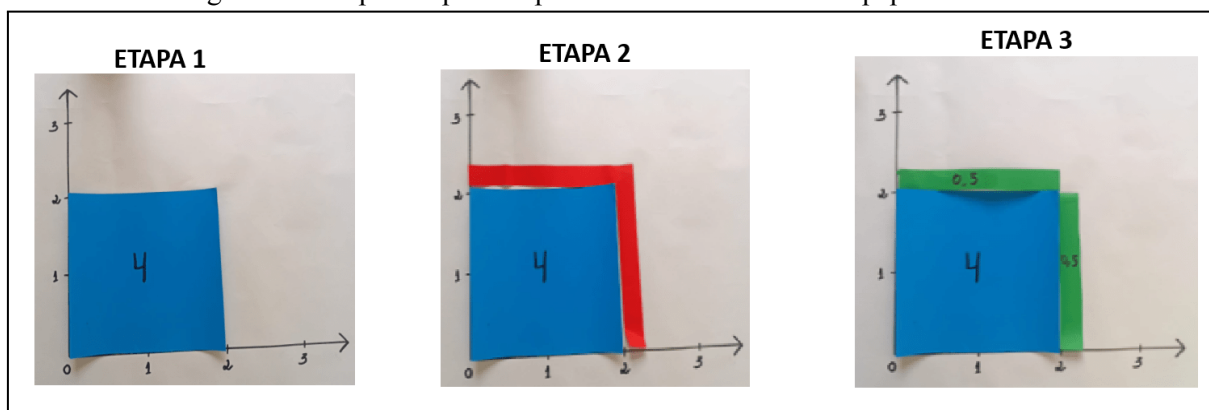
De acordo com os conceitos de Lorenzato (2012, p. 18), o material didático manipulável é de extrema utilidade no processo de ensino-aprendizagem, podendo se tornar um elemento facilitador para o estudante compreender o objeto de estudo, portanto, a escolha de deduzir o respectivo método por meio de materiais didáticos manipuláveis²¹ é extremamente importante, pois possibilita a construção do conhecimento de maneira lúdica e interativa, ativando a percepção visual do estudante a respeito do objeto trabalhado.

Inicialmente, deverá ser colada no quadro branco uma cartolina com os eixos x e y pré desenhados, com suas respectivas marcações de medidas. Logo após, deve ser colado um quadrado de lado dois, e ao associar com elementos trabalhados no encontro anterior, é esperado que os estudantes identifiquem que esse respectivo quadrado possua área medindo quatro unidades (Figura 25).

Posteriormente, deve ser feito o questionamento de como seria possível imaginar um quadrado medindo cinco unidades de área, ao invés das quatro já ali existentes. Portanto, espera-se que os estudantes compreendam a maneira com que os babilônios pensavam e desenvolviam seu método próprio, pautado no acréscimo de dois retângulos de áreas medindo o valor necessário para alcançar a área desejada. No exemplo a ser trabalhado, a diferença será de uma unidade de área, consequentemente, cada retângulo deverá medir meia unidade de área cada. Nesse momento, devem ser colados os dois respectivos retângulos com cores contrastantes em relação ao quadrado. Deve-se questionar “Se cada retângulo deve possuir meia unidade de área, e um de seus lados mede 2, qual deverá ser a outra medida desse retângulo?” Este valor é justamente o valor que devemos acrescentar ao lado do quadrado original para obter a raiz quadrada aproximada de 5, conforme pode ser observado na Figura 25.

²¹Definido por Sérgio Lorenzato como objetos palpáveis, como sólidos geométricos ou cartolinas que facilitam a observação e participação do aluno, servindo como facilitador para novas descobertas no processo de aprendizagem (Lorenzato, 2012, p. 18, 19).

Figura 25 - Etapas do passo a passo utilizando cartolina e papel colorido



Fonte: Elaboração própria.

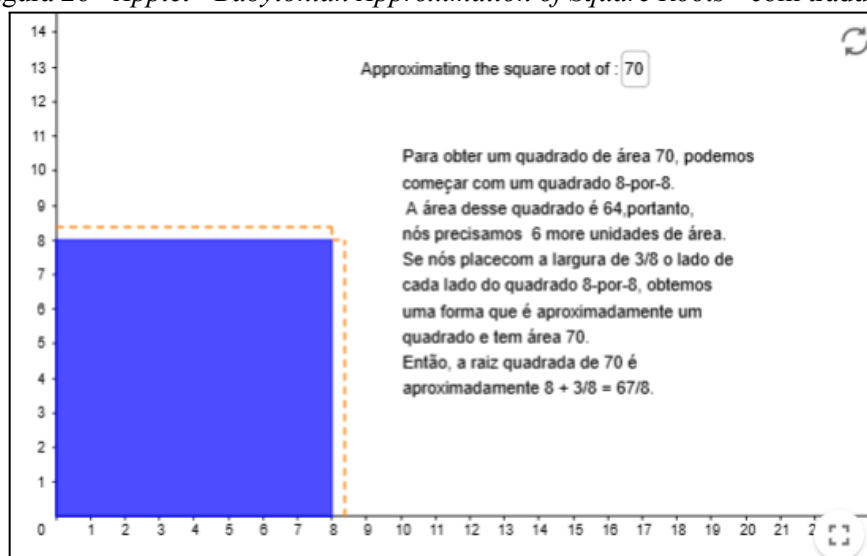
O uso do material didático manipulável, tem por objetivo introduzir a etapa de generalização do método. Essa etapa tem como objetivo realizar o desenvolvimento de uma “fórmula”, conforme analisada por Høyrup (2007, p. 91), em que os babilônios desenvolveram seu próprio método para obtenção de cálculos aproximados de raízes quadradas não exatas. Os estudantes devem deduzir, juntamente com o apoio do professor e de acordo com a linha de raciocínio dos babilônios, uma “fórmula” para que seja possível generalizar para a utilização de qualquer raiz quadrada.

Como exemplo, utilizando o mesmo raciocínio, os estudantes devem agora calcular a raiz quadrada aproximada de 12 e de 30, para que durante as resoluções, as primeiras generalizações surjam, para enfim alcançar a “fórmula”: $\sqrt{s} \approx a + \frac{b}{2a}$.

Após o desenvolvimento da “fórmula” do método, deve-se sintetizar os conhecimentos adquiridos até aqui por meio da visualização geométrica, similar a realizada com o material didático manipulável, porém dessa vez, em meio digital, utilizando o *applet* “*Babylonian Approximation of Square Roots*”²² (Figura 26), o que reitera o discurso de Monteiro e Silva (2023, p. 30, 33), em que destaca a importância da utilização de recursos digitais para favorecer a visualização e o processo de ensino e aprendizagem. O *applet* possibilita ao usuário selecionar qualquer valor inteiro entre 1 e 100 e, automaticamente, representar de maneira gráfica o raciocínio do método babilônico, favorecendo com que o estudante consolide de vez o conhecimento.

²² Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/vycyxmgb>. No *applet*, o usuário deve escrever em uma caixa de texto qualquer valor no intervalo de 1 a 100, o *applet* irá gerar automaticamente a representação geométrica do método babilônico para construção de um quadrado com unidade de área aproximado ao valor escolhido pelo usuário, fornecendo o passo a passo em detalhes.

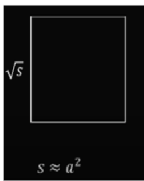
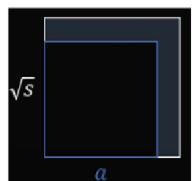
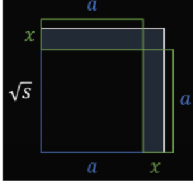
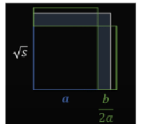
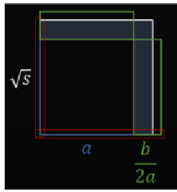
Figura 26 - Applet “*Babylonian Approximation of Square Roots*” com tradução



Fonte: < <https://www.geogebra.org/m/vycyxmgb> >

Para concluir essa etapa, deverá ser apresentada, por meio de slides (Figura 27), mais uma construção da “fórmula” por meio do método babilônio de acrescentar dois retângulos, realizando associações com a “receita de bolo” produzida por essa civilização, há cerca de quatro mil anos (Thureau-Dangin, 1938, p. 127-131).

Figura 27 - Slides 15 a 20 da Proposta Didática

○○○ ORIGEM GEOMÉTRICA  PRIMEIRO, IMAGINAMOS UM QUADRADO CUJA ÁREA SEJA s, CONSEQUENTEMENTE O VALOR DOS SEUS LADOS IRÁ MEDIR $\sqrt{s}$. $s \approx a^2$	○○○ ORIGEM GEOMÉTRICA  AGORA, PARA BUSCAR UMA APROXIMAÇÃO PARA O VALOR DE $\sqrt{s}$ IMAGINAMOS UM OUTRO QUADRADO DE LADO a DENTRO DO QUADRADO ORIGINAL.
○○○ ORIGEM GEOMÉTRICA  A PARTE EM BRANCO DA FIGURA, É JUSTAMENTE A DIFERENÇA DA ÁREA DO QUADRADO MAIOR PELO MENOR, É O QUE CHAMAMOS DE b.	○○○ ORIGEM GEOMÉTRICA  É POSSÍVEL REDISTRIBUIR ESSA PARTE EM BRANCO COMO DOIS RETÂNGULOS (REPRESENTADOS EM VERDE) QUE COMPLEMENTAM O QUADRADO ORIGINAL. UM DOS SEUS LADOS TEM MEDIDA a E O OUTRO CHAMAMOS DE x. PORTANTO, COMO A ÁREA DE UM RETÂNGULO É BASE $\cdot$ ALTURA, TEMOS QUE: $x \cdot a + x \cdot a = b$
○○○ ORIGEM GEOMÉTRICA PROSSEGUINDO, TEMOS QUE $2xa = b$ E ISOLANDO x TEMOS: $x = \frac{b}{2a}$ SUBSTITUINDO O VALOR DE x NO RETÂNGULO, TEMOS: 	○○○ ORIGEM GEOMÉTRICA  COMO A FIGURA É UM QUADRADO, SEUS LADOS SÃO IGUAIS, DAÍ SURGE A RELAÇÃO QUE CONHECEMOS: $\sqrt{s} \approx a + \frac{b}{2a}$

Fonte: Elaboração própria.

A aplicação da Atividade 3 (Apêndice D) consiste na última etapa da Proposta Didática e ela contém as mesmas raízes presentes na Atividade 2, porém dessa vez, o estudante deverá resolver as aproximações por meio do método babilônico aprendido.

Após concluir as aproximações, o estudante receberá uma calculadora para calcular as mesmas raízes, com o objetivo de comparar os dois resultados, o primeiro, resolvido pelo método aproximativo e o segundo, realizado por meio do método babilônico. Em seguida, os estudantes devem compará-los e identificar qual método permitiu resultados mais próximos aos valores obtidos com o uso da calculadora.

Para concluir, o estudante deve ser questionado sobre sua preferência em relação aos dois métodos trabalhados. O objetivo dessa atividade de verificação final é avaliar o quanto os estudantes compreenderam os conhecimentos trabalhados ao longo da Proposta Didática.

3.3.2 Implementação

De acordo com Damiani *et al.* (2013, p. 58), a implementação consiste na realização de intervenções planejadas, caracterizadas por mudanças ou inovações, com o objetivo de promover avanços e melhorias nos processos de ensino e aprendizagem dos sujeitos envolvidos. Após essa etapa, procede-se à análise dos efeitos produzidos por tais intervenções, buscando compreender em que medida contribuíram para o desenvolvimento educacional.

O presente trabalho, alinha-se a esta definição, uma vez que a implementação trata-se de uma Proposta Didática planejada com diversos objetivos a serem alcançados, a fim de promover aprimoramentos no processo de ensino e aprendizagem.

3.3.3 Avaliação

De acordo com Damiani *et al.* (2013, p. 62) a avaliação em uma sequência didática tem como propósito descrever e justificar os instrumentos de coleta e análise de dados empregados para identificar os efeitos da intervenção pedagógica. Nessa perspectiva, o pesquisador deve apresentar de forma clara os procedimentos avaliativos utilizados, fundamentando sua escolha em referenciais teóricos que sustentem a metodologia adotada. Assim, a definição e aplicação dos instrumentos de avaliação em uma sequência didática seguem princípios semelhantes aos de uma pesquisa empírica, na medida em que buscam evidenciar, de modo sistemático, as transformações ocorridas no processo de ensino e aprendizagem decorrentes da proposta implementada.

No presente trabalho, o processo de avaliação consiste em uma análise minuciosa dos dados coletados, durante o processo de implementação, e uma confrontação destes com o referencial teórico deste estudo.

As etapas de Implementação e Avaliação fazem parte dos Resultados e Discussões que serão descritos no capítulo seguinte.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo descreve as etapas de Implementação e Avaliação da pesquisa, possibilitando analisar os dados coletados e relacioná-los com o referencial teórico. As duas etapas de Implementação e Avaliação são apresentadas de forma simultânea, ficando dividido em três Seções denominadas: “Primeiro Encontro”, “Segundo Encontro” e “Avaliação Final”.

A Implementação – que consiste em intervenções planejadas (Ver Seção 3.3.2) – se desenvolve a partir da aplicação da Proposta Didática que ocorreu em uma escola municipal de nível fundamental (anos iniciais e finais). A aplicação foi desenvolvida e pensada para uma turma de 8.º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, e a respectiva escola possuía, na data da aplicação, apenas uma turma desse ano de escolaridade, sendo, portanto, a turma escolhida. As aulas de Matemática dessa turma eram geminadas, na segunda-feira de 9h15min até 11h15min e na terça-feira de 7h15min até 9h15min, respectivamente.

A escolha pelo 8.º ano para a aplicação da Proposta Didática fundamenta-se no fato de que, segundo a BNCC (Brasil, 2017, p. 312, 313), os estudantes dessa etapa já deveriam ter sido introduzidos aos conceitos de radiciação, especialmente no que se refere às relações entre potências, raízes e operações inversas. Dessa forma, pressupôs-se que o conteúdo fizesse parte de seus conhecimentos prévios, o que possibilitaria desenvolver a atividade com maior profundidade e explorar abordagens históricas e metodológicas relacionadas ao tema.

Um aspecto relevante que chamou atenção, foi o fato de que no Diário de Classe constavam 21 estudantes, porém em conversas com a assistente social da escola, foi informado previamente que frequentavam cerca de 14 estudantes, apenas. Tal ocorrência pode estar relacionada com a evasão escolar no Brasil, uma vez que para Dore e Lüscher (2011, p. 775) ela engloba não apenas o ato de o estudante abandonar a escola ou o sistema de ensino formalmente, mas também situações como a retenção e repetência (dificuldade em progredir), a não conclusão de um nível obrigatório de ensino e a ausência de ingresso nesse nível.

Essa instabilidade em relação à presença dos estudantes se refletiu nos dois dias de aplicação, uma vez que foi perceptível a oscilação da presença de alguns estudantes em ambos os encontros, como pode-se observar no Quadro 2 a seguir, no qual a cor verde indica a presença do estudante e a cor vermelha indica que o estudante faltou ao respectivo encontro.

Quadro 2 - Relação de presença dos estudantes em cada encontro

Estudante	1.º Encontro	2.º Encontro
A		
B		
C		
D		
E		
F		
G		
H		
I		
J		
K		
L		

Fonte: Elaboração própria.

Assim, estiveram presentes oito estudantes no Primeiro Encontro (porém somente sete sujeitos da pesquisa) e 10 estudantes no Segundo Encontro, sendo que, apenas cinco estudantes estiveram presentes nos dois dias. Com isso, considerou-se que os 12 participantes – identificados por A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L – são sujeitos da pesquisa, devido à importante participação de todos. A turma continha três estudantes diagnosticados com Transtorno do Espectro Autista (TEA), sendo que, apenas uma aluna obtinha mediação. Os outros dois estudantes participaram ativamente da pesquisa, sem necessidade de intervenção individualizada. Como não ocorreu uma comunicação prévia da escola sobre esses casos, a aluna que possuía mediação e maior comprometimento motor/cognitivo não foi considerada sujeito da pesquisa, já que não foram aplicadas atividades adaptadas.

O atraso dos estudantes para chegarem na aula, principalmente no Segundo Encontro, que começaria às 7h15min, também foi um fator que chamou bastante atenção e influenciou no andamento da aplicação da Proposta Didática, uma vez que foram perdidos alguns minutos destinados à espera dos estudantes que estavam a caminho. De acordo com a própria professora de Matemática da turma, esse atraso já é extremamente usual na escola, alegando

que a maioria dos estudantes depende de transporte público, que nem sempre atende às necessidades e garante a chegada no horário correto de início das aulas.

4.1 Primeiro Encontro

O Primeiro Encontro aconteceu no dia 20 de outubro de 2025, com o planejamento de ocorrer entre 9h15min e 11h15min, e assim foi feito. No total, havia oito estudantes presentes, dos quais sete eram sujeitos da pesquisa, juntamente com a professora de Matemática da turma.

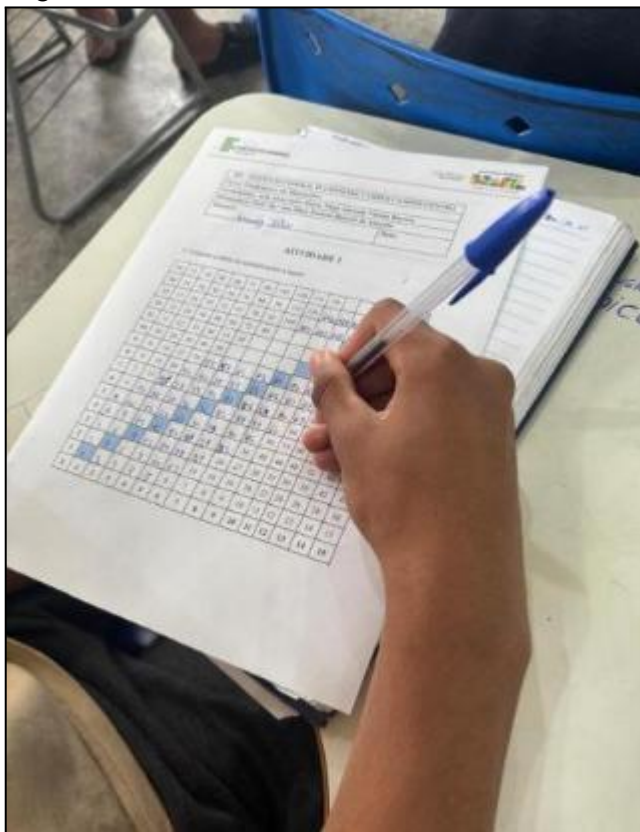
Como citado anteriormente, durante a aplicação da Proposta Didática, observou-se a presença de uma estudante acompanhada por mediadora escolar que não participou das atividades propostas. Segundo relato da mediadora, a aluna apresenta histórico recorrente de não participação nas aulas, independentemente da metodologia utilizada. Embora a literatura sobre educação inclusiva destaque a importância do planejamento de estratégias pedagógicas diferenciadas e adaptações que atendam às especificidades dos estudantes público-alvo da Educação Especial (Mantoan, 2004, p. 4), no contexto desta pesquisa não foi possível elaborar adaptações específicas para essa aluna. Tal limitação deve-se ao fato de a proposta ter sido aplicada em aulas consecutivas, o que inviabilizou a reorganização do planejamento em tempo hábil. Dessa forma, optou-se por manter a estrutura original da atividade, registrando-se a situação como um dado relevante para a análise e reflexão sobre os desafios da inclusão no cotidiano escolar.

Com base no planejamento desenvolvido para a Proposta Didática, esse encontro tinha como objetivo revisar o conteúdo de radiciação e aproximações de raízes quadradas não exatas, o que em teoria, os estudantes já deveriam possuir conhecimento prévio. Porém, após o contato inicial com a turma na aplicação da primeira questão da Atividade 1, foi possível notar uma defasagem significativa em relação ao conteúdo que seria abordado. Tal defasagem, pode ser relacionada à pandemia do vírus Sars-COV-2, mais conhecida como COVID-19, que agravou os desafios já existentes no ensino de Matemática, especialmente em razão da transição para o ensino remoto emergencial, onde as dificuldades de acesso aos recursos tecnológicos, aliadas a condições socioeconômicas desfavoráveis e a lacunas prévias de aprendizagem, contribuíram para a intensificação das defasagens que já estavam presentes no cotidiano escolar, tornando-se ainda mais evidentes no período pós-pandemia. (Ferreira; Pereira das Virgens, 2024, p. 3)

Dando início à resolução da Atividade 1, foi possível notar uma grande dificuldade dos estudantes na resolução das operações de multiplicação que compunham a tabela que

posteriormente serviria de apoio no andamento da aula. Entretanto, após alguns minutos, os estudantes começaram a compreender e realizar os cálculos de maneira eficiente, utilizando a soma e a identificação de padrões presentes na tabela (Figura 28).

Figura 28 - Estudante A desenvolvendo a Atividade 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Mesmo com as dificuldades iniciais na operação de multiplicação, conforme o andamento da Atividade 1, alguns estudantes foram compreendendo como realizar a atividade de maneira mais rápida e efetiva, por meio da soma de parcelas. Com a devida autorização dos estudantes, foi gravado um áudio de uma conversa que ocorreu entre os estudantes C e I.

O Estudante C diz: “É uma tabela numérica. É porque isso aqui é uma tabela numérica, aí há padrões de números. A gente vai saber depois, é só somar a diferença de um número para o outro, vai saber o padrão, ou então tipo um código também pode ser.”

O Estudante I responde: “Mas não tem um padrão fixo. É, não é padrão fixo. São outros números. De 4 para 4 é 3. De 4 para 9 é 5. Não tem um padrão aqui. 3, 5, 1 a 1. Tipo número ímpar e número par também pode ser. Às vezes pode, às vezes não pode.”

Os estudantes prosseguiram interagindo, conversando e debatendo sobre maneiras mais eficientes de se completar a tabela, até que o Estudante I, em uma conversa com o

Estudante H afirmou que: “É só somar o número antigo pelo padrão, que você vai encontrar o número novo a partir do número antigo.”

Uma vez compreendida a questão do preenchimento da tabela, os estudantes foram instigados a raciocinar o motivo da diagonal principal estar pintada de azul. A linha de raciocínio do Estudante I foi a seguinte: “É porque [...] deve ser também a raiz quadrada, porque a raiz quadrada é todo um número multiplicado por ele mesmo”. Cabe ressaltar que, apesar do estudante utilizar o termo “raiz quadrada”, ele tinha como intenção citar os números quadrados perfeitos.

Foi possível constatar que essa comunicação entre os estudantes foi crucial para a compreensão do objeto de estudo. Tal afirmação se respalda em Sierpinska (1998 *apud* Guerrero *et al.*, 2016, p. 286), pois para ela a interação entre estudantes durante a resolução de atividades matemáticas encontra respaldo no ensino exploratório da Matemática, o qual pode ser compreendido a partir da metáfora segundo a qual “professor e estudantes dialogam”, caracterizando-se por uma comunicação de natureza multidirecional e socialmente construída. Nessa perspectiva, a construção do conhecimento matemático ocorre na interação entre os sujeitos, emergindo de processos de negociação de significados, nos quais o professor exerce um papel fundamental de mediação e suporte às aprendizagens dos estudantes (Bishop; Goffre, 1986 *apud* Guerrero *et al.*, 2016, p. 286). Ao prosseguir para a segunda questão, foi interessante observar a pluralidade nas respostas dos estudantes em relação ao questionamento dos números que compunham a diagonal principal da tabela preenchida, nas quais muitos queriam dizer a mesma coisa, porém com escritas diferentes, conforme é possível analisar na Figura 29.

Figura 29 - Respostas dos estudantes C e I, na segunda questão da Atividade 1

Resposta do Aluno C

2. O que você percebeu em relação aos números que compõem a diagonal desta tabela?

o número que se multiplica por ele mesmo se torna os
quadrados

Resposta do Aluno I

2. O que você percebeu em relação aos números que compõem a diagonal desta tabela?

São formados sempre por ^{contas} ~~os~~ ^{de} quadrados

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para concluir a atividade, os estudantes em sua totalidade não se recordavam como esses números eram chamados, portanto, explicou-se que esses recebiam o nome de “quadrados perfeitos”, uma vez que eram frutos da multiplicação de dois números iguais.

Foi necessário um tempo significativo para a conclusão dessa atividade, tomando cerca de uma hora do encontro. Ao fim da atividade, explicou-se para os estudantes que esse material iria servir como base para o restante da aula.

No início do segundo momento da proposta, foram utilizados *slides* para comentar a respeito do método aproximativo utilizado em alguns livros didáticos na Atualidade, e foi conduzido de maneira a relacionar com a diagonal principal previamente preenchida na tabela. Foi realizado, juntamente com os estudantes, o cálculo aproximado da raiz quadrada do número cinco utilizando o método de tentativa e erro, até se convergir em uma aproximação satisfatória do valor desejado.

Em seguida, foi utilizado o *applet* “*Approximation of Square Roots*” para a realização de diversos cálculos aproximados de raízes quadradas. Nesse momento, foi possível perceber que todos os estudantes se encontravam extremamente engajados e participativos, o que dialoga diretamente com Monteiro e Silva (2023, p. 33), em que aponta que o GeoGebra

assume um papel de um importante recurso didático capaz de potencializar a obtenção de conhecimento.

Ao final do encontro e por meio dos slides, foi realizada uma síntese geral do conteúdo aplicado. Devido ao tempo utilizado na realização da Atividade 1, e como a aula estava se encaminhando para o final, foi tomada a decisão de adiar para o Segundo Encontro dois momentos pertencentes ao planejamento da proposta – o Momento 3 e o Momento 4 (Ver Quadro 1, Seção 3.3.1) –, para dar início à Atividade 2, ainda no Primeiro Encontro. Tal flexibilização de planejamento, pode vir a ser algo usual no panorama docente, uma vez que "A flexibilidade do planejamento é condição essencial para responder às demandas emergentes do processo educativo" (Nóvoa, 2013, p. 167 *apud* Sousa, 2025, n.p.).

Durante a realização da Atividade 2 (Figura 30), os estudantes não tiveram muitas dificuldades para realizar os cálculos aproximados de raízes quadradas propostas, e foi concluída dentro do prazo estipulado da aula. Novamente, foi possível notar que houve uma crucial comunicação entre os estudantes, apesar da atividade não ter sido feita em dupla, optou-se pela não-interferência na comunicação dos estudantes, uma vez que eles estavam colaborando entre si e trocando informações, visando realizar os cálculos com boa precisão e mais praticidade. Portanto, foi possível mais uma vez relacionar um respectivo momento da Proposta Didática com as ideias de Sierpinska (1998 *apud* Guerrero *et al.*, 2016, p. 286), uma vez que a comunicação entre os estudantes se demonstrou peça-chave no andamento da Atividade 2.

Figura 30 - Realização da Atividade 2



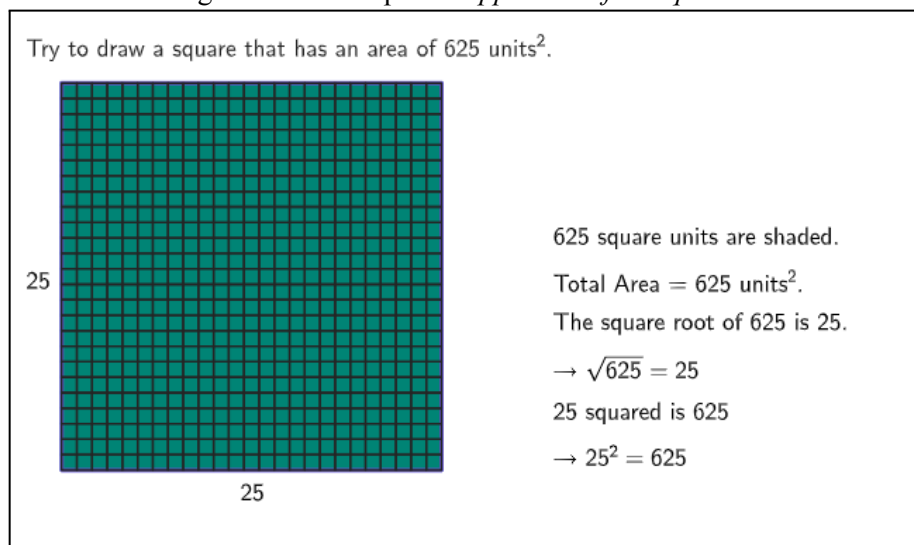
Fonte: Protocolo de pesquisa.

4.2 Segundo Encontro

O Segundo Encontro aconteceu no dia 21 de outubro de 2025, e a princípio, a sua duração deveria ser de 7h15min até 9h15min. Porém, devido ao atraso extremo dos estudantes, só foi possível iniciar às 7h45min, com 30 minutos de atraso. Estavam presentes 10 estudantes que participaram ativamente da aula.

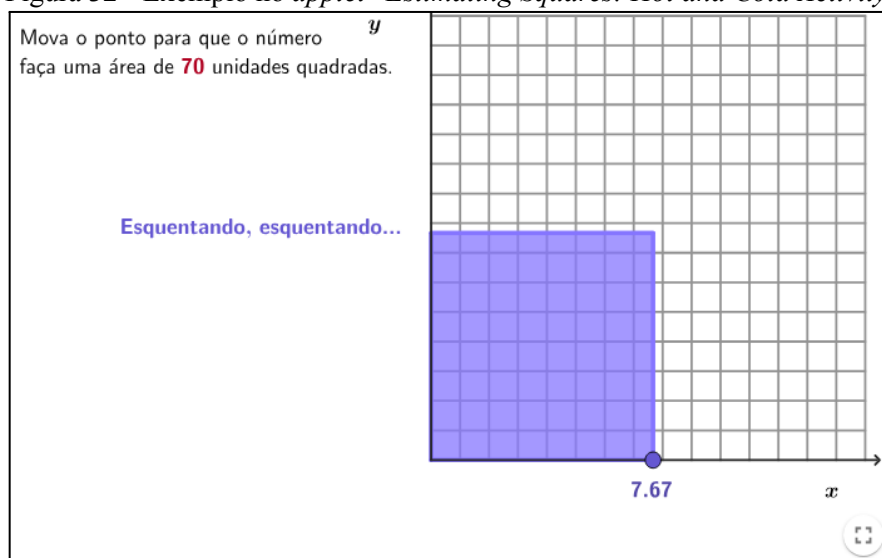
Como havia estudantes que não estavam presentes no dia anterior, comentou-se, de maneira geral, o que havia sido abordado visto que, para a participação efetiva dos estudantes faltantes, seria necessária a realização da Atividade 1. Os estudantes faltantes foram auxiliados a preencherem somente as multiplicações da diagonal principal para gerar os quadrados perfeitos que serviriam de apoio para o restante da proposta.

Por conta do tempo insuficiente no Primeiro Encontro, surgiu a necessidade de adiar dois momentos (Momentos 3 e 4) previstos no planejamento (Quadro 1), conforme descrito anteriormente, para serem realizados no início do Segundo Encontro. Portanto, o Segundo Encontro se iniciou com os estudantes interagindo a partir do *applet* “*Perfect Squares*”, do GeoGebra (Figura 31), e compreendendo geometricamente a representação de um quadrado perfeito e a relação do valor de seu lado com sua área. Tal momento tinha como objetivo introduzir, aos estudantes, o conceito geométrico de uma raiz quadrada exata, e como ela pode ser representada utilizando-se o lado de um quadrado, cujo valor de sua área representa o radicando da raiz quadrada que se deseja obter. Assim, o estudante deveria observar que o valor do lado do quadrado, representa o resultado da respectiva raiz quadrada. Os exemplos apresentados pelo *applet* foram gerados aleatoriamente e os estudantes não demonstraram dificuldades nesse momento do Segundo Encontro.

Figura 31 – Exemplo no *applet* “*Perfetc Squares*”

Fonte: < <https://www.geogebra.org/m/zmqeuaxx> >

Posteriormente, foi trabalhado o *applet* “*Estimating Squares: Hot and Cold Activity*” (Figura 32), que atuou de maneira lúdica e divertida, no qual os estudantes estimaram valores aproximados de um lado do quadrado para construir uma respectiva área solicitada aleatoriamente pelo *applet*. Conforme o valor tendia para a aproximação desejada, surgiam mensagens na tela onde dizia se aquele valor estava “quente” ou “frio” em relação ao objetivo.

Figura 32 - Exemplo no *applet* “*Estimating Squares: Hot and Cold Activity*”

Fonte: < <https://www.geogebra.org/m/m7gedvv7> >.

As duas últimas situações apresentadas dialogam com os conceitos de Monteiro e Silva (2023, p. 33) no que diz respeito à praticidade e à potencialização da construção do

conhecimento matemático que o GeoGebra é capaz de proporcionar, uma vez que é possível desenvolver uma abordagem interativa e lúdica com os estudantes.

Dando continuidade, foi possível iniciar o que foi planejado para o Segundo Encontro por volta das 8h20min. Por meio dos slides, foi introduzida a parte histórica, com figuras e o contexto de antigos tabletas babilônicos que deram origem ao método que seria trabalhado. Nesse momento, foi possível notar o interesse e a curiosidade dos estudantes em relação ao tema. Tal fato evidencia a relevância de conduzir uma aula de matemática através de seu viés histórico, conforme é evidenciado nos PCN:

Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias (sic) matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns ‘porquês’ e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento (Brasil, 1997, p. 34).

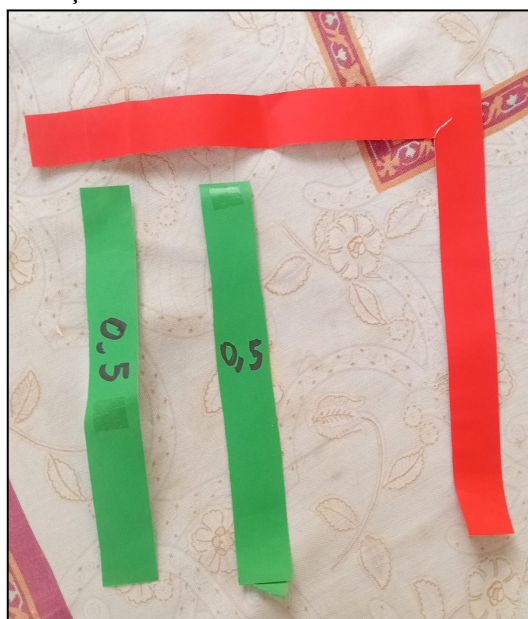
Além disso, também se identificou, com base nos dados do Questionário Inicial, que eles nunca haviam tido contato com uma aula de matemática com uma abordagem histórica cultural. Diante dessa lacuna a utilização da disciplina sob essa perspectiva revela-se fundamental pois, de acordo com Roque (2012, p. 6), a História da Matemática pode ser empregada como recurso didático para contextualizar de forma prática o ensino, facilitando a abordagem de conteúdos como a aproximação de raízes quadradas.

Após compreendido o contexto, deu-se o momento crucial da Proposta Didática, no qual, por meio de material didático manipulável – elaborado com cartolina, fita dupla-face e papel cartão colorido –, desenvolveu-se, em parceria com os estudantes, o método babilônico de aproximação de raízes quadradas. Os estudantes participaram da construção da linha de raciocínio até chegar ao cálculo da aproximação da raiz quadrada de cinco, traduzida para a nossa linguagem matemática. O uso de material didático manipulável, nessa etapa, revelou-se fundamental para uma explicação e desenvolvimento do método de maneira mais lúdica e clara, atuando como um elemento facilitador no processo de ensino-aprendizagem, bem como os materiais manipuláveis em geral (Lorenzato, 2012, p. 18). Durante esse processo os estudantes demonstraram, inicialmente, não terem compreendido muito bem o desenvolvimento do método que foi desenvolvido cooperativamente com eles, participando de maneira pouco ativa e sem muito interesse. Porém, após a aplicação do primeiro exemplo com a raiz quadrada de cinco, alguns estudantes começaram a demonstrar compreensão em relação ao método, e também participando de maneira mais ativa.

Após esse cálculo, com o auxílio dos estudantes, foram desenvolvidos e discutidos no quadro outros dois exemplos distintos de aproximações, utilizando a mesma linha de raciocínio, dessa vez com as raízes quadradas de 12 e 30 e sem o auxílio do material didático manipulável utilizado no exemplo anterior. Nesse momento, um dos autores do presente trabalho foi ao quadro e representou um plano cartesiano de eixos x e y perpendiculares entre si, com o auxílio de uma régua de quadro. Em seguida, questionou-se a turma a respeito do lado do quadrado que seria construído, portanto, qual seria o maior quadrado perfeito que não ultrapassa o valor desejado, que era o de 12, inicialmente. Os estudantes responderam que o valor do quadrado perfeito mais próximo, e que não ultrapassa 12, é o nove. Após, foi perguntado a respeito do excesso em relação ao valor desejado, que seria de três unidades de área e que deveriam ser divididas entre dois retângulos iguais, conforme o método apresentado na Seção 2.1.3.

O mesmo processo também foi realizado para a obtenção da raiz quadrada de 30. Os estudantes foram, aos poucos, participando cada vez mais, porém observou-se que a maior parte da turma ainda não havia compreendido totalmente os procedimentos exigidos pelo método babilônico. Tal dificuldade da compreensão do método pode ser atribuída à ordem da apresentação das peças que compõem o material didático manipulável (Figura 33). A Figura 33 apresenta três peças, em cartolina, do material didático manipulável, sendo dois retângulos verdes e uma peça vermelha com formato em “L”.

Figura 33 – Peças de cartolina do material didático manipulável



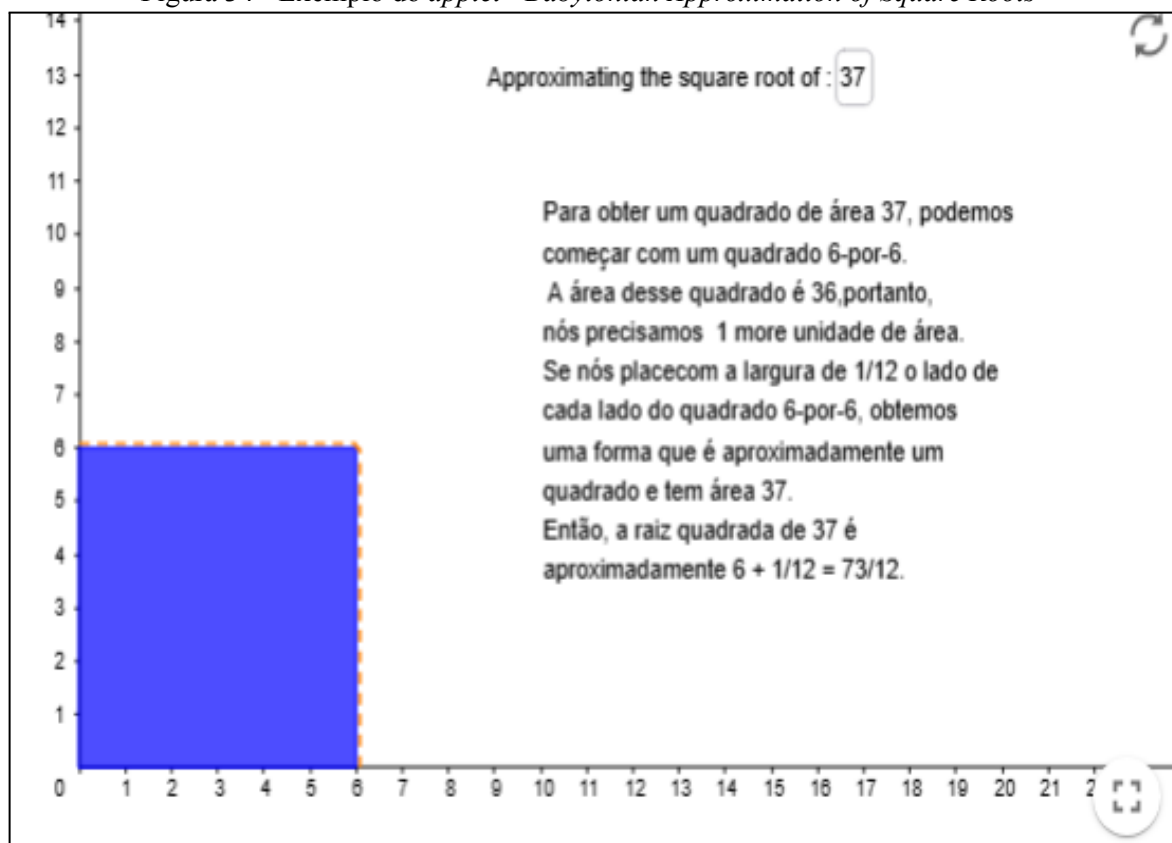
Fonte: Elaboração própria.

Tal equívoco ocasionou-se devido à ordem de posicionamento de cada uma das peças, sendo conduzida de maneira com que primeiro os dois retângulos verdes fossem posicionados, e posteriormente, a peça vermelha por cima de ambos. Porém, previamente havia sido planejado o contrário, conforme descrito no Momento 8 do Quadro 1 do planejamento da Proposta Didática (ver Seção 3.3.1). O que significa que a peça vermelha deveria ser apresentada antes dos retângulos verdes, considerando-se assim a maneira ideal de se trabalhar com esse material didático manipulável, o que infelizmente não ocorreu.

Tal equívoco pode ser relacionado a fatores emocionais motivados por algumas situações ocorridas no Segundo Encontro de aplicação da Proposta Didática, tais como: (i) o atraso dos estudantes; (ii) a presença de estudantes que não participaram das atividades ocorridas no Primeiro Encontro; (iii) a necessidade de tomada de decisões, modificando a estrutura do planejamento. Tal situação pode ser compreendida à luz de estudos que indicam que fatores emocionais interferem nos processos cognitivos, uma vez que “é bem sabido que, sob certas circunstâncias, as emoções perturbam o raciocínio” (Damásio, 2000, p. 74 *apud* Gomes; Colombo Júnior, 2020, p. 173).

Ao fim dos cálculos realizados com o material didático manipulável e exemplos realizados no quadro – com o intuito de transcrever o respectivo método –, os estudantes foram instigados a pensarem de maneira genérica com o objetivo de obter uma “fórmula”, ou seja, sem definir um valor numérico para o lado do quadrado e nem para o seu excesso a ser calculado. Para isso foram utilizadas letras minúsculas do alfabeto latino, de forma a permitir a utilização desse método de maneira mais prática e direta, conforme visto na Seção 2.1.3.

Com o objetivo de fixar, de maneira lúdica, o que acabou de ser visto, utilizou-se o *applet* “*Babylonian Approximation of Square Roots*” (Figura 34), no qual foi possível visualizar de maneira clara o desenvolvimento do método praticado para qualquer raiz quadrada de 1 a 100. Foram utilizados como exemplos os valores da raiz quadrada de 10 e, também de 37, realizando a leitura do texto explicativo fornecido pelo *applet* para cada um dos exemplos. Esses respectivos números foram pré-selecionados, uma vez que o *applet* também realiza o cálculo da raiz quadrada por meio da falta, e não apenas pelo excesso conforme foi explicado e trabalhado com os estudantes durante a Proposta Didática. Portanto, optou-se por selecionar valores cujo *applet* calcula pelo excesso, conforme o desejado. A Figura 34 consiste na apresentação do cálculo da raiz quadrada de 37 por meio do *applet* com objetivo de fixar o método babilônico.

Figura 34 - Exemplo do applet “*Babylonian Approximation of Square Roots*”

Fonte: < <https://www.geogebra.org/m/vycyxmgb> >

Devido ao atraso ocorrido no início do Segundo Encontro, chegou-se ao encerramento do horário previsto, faltando realizar com os estudantes a Atividade 3. Assim, solicitou-se à professora de Língua Inglesa, a qual iria assumir a turma no horário seguinte, que cedesse 30 minutos de sua aula para a conclusão da Proposta Didática, encerrando-se, portanto, às 9h45min, e não 9h15min conforme previsto.

Devido ao baixo número de estudantes presentes, decidiu-se que a Atividade 3 seria realizada individualmente, e não em dupla conforme havia sido planejado. Vale ressaltar que, três estudantes não conseguiram sequer iniciar a resolução da letra e da questão 1, devido ao pouco tempo disponível, sendo orientados pelos licenciandos a responder com prioridade, as questões 2 e 3, para que também não ficassem em branco.

Com o objetivo de nortear o leitor em relação à análise da Atividade 3, elaborou-se o Quadro 3, no qual é possível observar a relação das questões realizadas por cada um dos estudantes presentes no Segundo Encontro. Nele, a cor verde indica que o estudante fez a respectiva questão e a cor vermelha indica que ele não realizou a questão.

Quadro 3 - Relação de cada um dos estudantes que participaram da Atividade 3

Estudante	Questão 1	Questão 2	Questão 3
B			
C			
D			
E			
F			
G			
I			
J			
K			
L			

Fonte: Elaboração própria.

Ao longo da atividade, foi possível notar diferentes estratégias em relação à utilização do método babilônico. Quatro estudantes preferiram utilizar a “fórmula” diretamente (Figura 35) e desses quatro um estudante chegou a escrever os valores dos itens da questão na “fórmula” e começou a desenvolvê-la, porém, sem concluir os cálculos. A Figura 35 apresenta as resoluções da questão 1 do estudante G.

Figura 35 - Resoluções da questão 1 do estudante G

1 - Realize aproximações para as mesmas raízes quadradas, porém, dessa vez, utilizando o método Babilônico:

a) $\sqrt{2}$

$$\sqrt{s} \approx a + \frac{s - a^2}{2a}$$

$$\sqrt{2} \approx 1 + \frac{2 - 1^2}{2 \cdot 1}$$

$$\frac{1}{2} = 0,50$$

$$1 + 0,50 = 1,5$$

b) $\sqrt{7}$

$$\sqrt{7} \approx 2 + \frac{7 - 2^2}{2 \cdot 2}$$

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

$$2 + 0,75 = 2,75$$

c) $\sqrt{12}$

$$\sqrt{12} \approx 3 + \frac{12 - 3^2}{2 \cdot 3}$$

$$\frac{3}{2} = 1,5$$

$$3 + 1,5 = 4,5$$

d) $\sqrt{21}$

$$\sqrt{21} \approx 4 + \frac{21 - 4^2}{2 \cdot 4}$$

$$\frac{5}{8} = 0,625$$

$$4 + 0,625 = 4,625$$

e) $\sqrt{38}$

$$\sqrt{38} \approx 6 + \frac{38 - 6^2}{2 \cdot 6}$$

$$\frac{2}{3} \approx 0,666$$

$$6 + 0,666 = 6,666$$

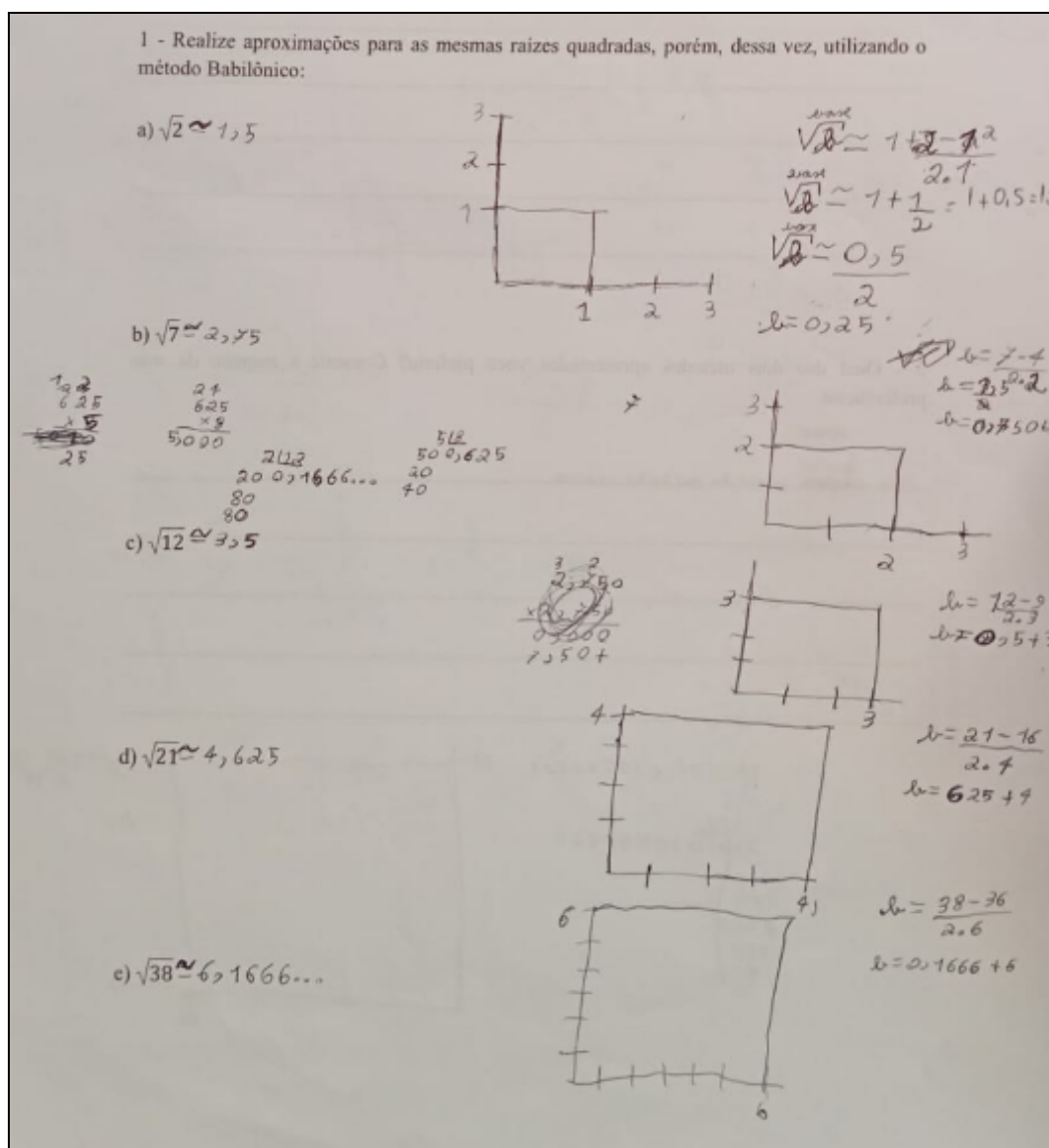
Fonte: Protocolo de pesquisa.

É possível observar que a estratégia adotada pelo estudante G foi utilizar somente a “fórmula” $\sqrt{s} \approx a + \frac{b}{2a}$ apresentada durante a aula. Ele optou por atribuir os valores diretamente na “fórmula”, porém para isso, foi necessário que o estudante G identificasse o maior quadrado perfeito que não ultrapassava os valores de cada um dos itens da questão. Além disso, foi necessário que ele identificasse b – que representa o excesso dado pela diferença entre o valor do radicando e o maior quadrado perfeito que não o ultrapasse – para

finalmente substituir os respectivos valores na “fórmula” e obter uma aproximação para as raízes quadradas.

Quatro estudantes uniram tanto o raciocínio geométrico quanto sua aplicação direta na “fórmula” (Figura 36). A Figura 36 apresenta as resoluções da questão 1 do estudante I.

Figura 36 - Resoluções da questão 1 do estudante I



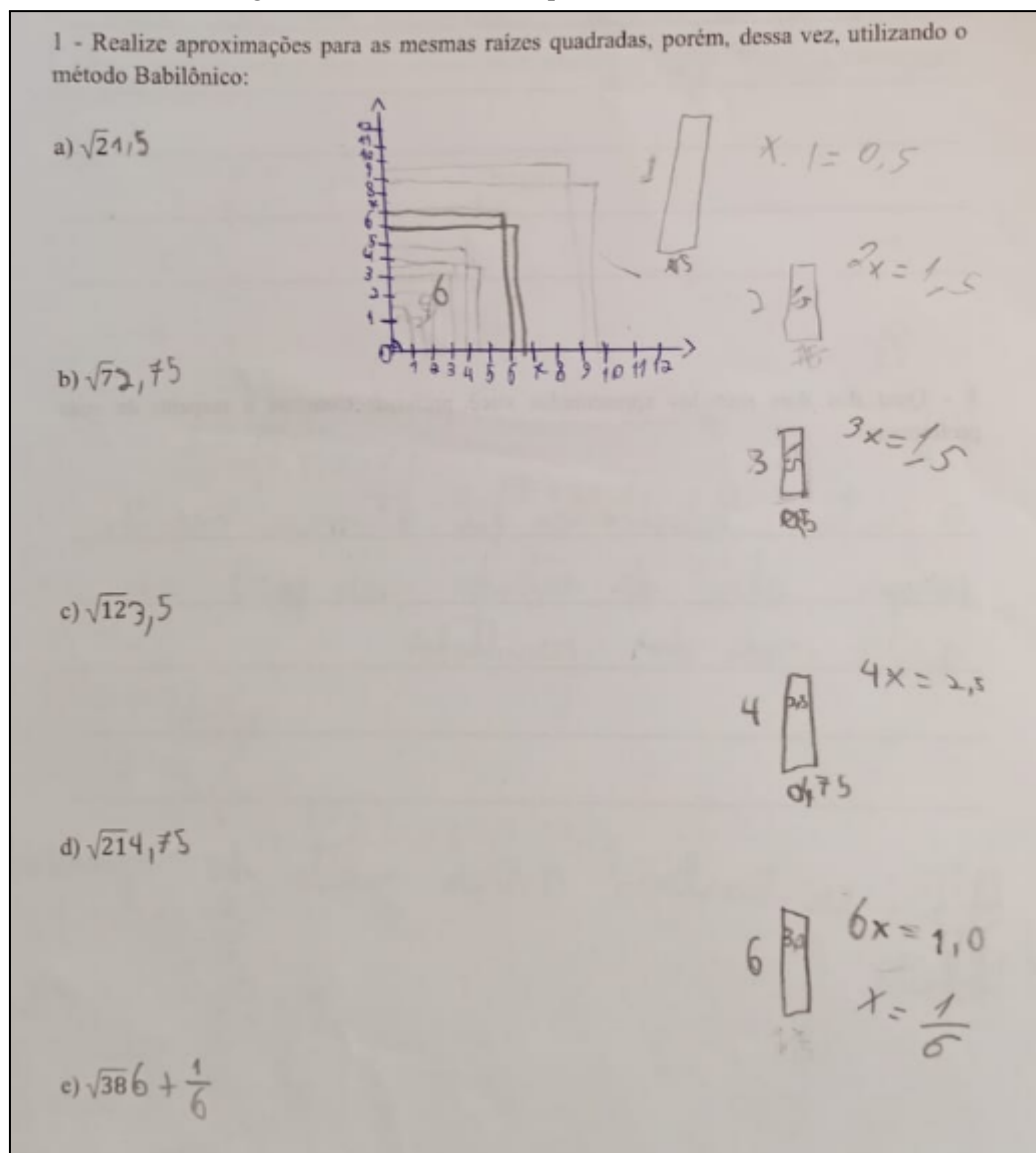
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Essa respectiva variação presente nas resoluções dos estudantes pode ser analisada nas respostas do estudante I, no qual a estratégia utilizada foi mesclar a representação geométrica com sua aplicação na “fórmula”. Foi possível observar que esses estudantes utilizaram tanto um pouco da representação geométrica, quanto sua aplicação na “fórmula”, evidenciando as

ideias de Roque (2012, p. 6), uma vez que a História da Matemática demonstrou-se como uma ferramenta útil para abordar esse respectivo conteúdo.

E por fim, dois estudantes preferiram utilizar o raciocínio puramente geométrico, ou seja, sem utilizar a “fórmula” (Figura 37). A Figura 37 apresenta as resoluções da questão 1 do estudante C.

Figura 37 - Resoluções da questão 1 do estudante C



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nessa presente situação, foi possível observar que o estudante C utilizou da representação geométrica para resolver as alternativas da questão 1 sem utilizar, em momento algum, a “fórmula”. Constatou-se que o método de resolução adotado pelo estudante C se relaciona com os conceitos apresentados durante a explicação do método com o uso de

materiais didáticos manipuláveis. Essa forma de resolução demonstra a relevância de utilizar a História da Matemática com uma abordagem cultural (Roque, 2014, p. 168), uma vez que o raciocínio desses estudantes, estava alinhado com o raciocínio utilizado na Antiguidade pelos babilônios. O estudante C resolveu todos os itens da questão 1 com um único plano cartesiano para a representação dos quadrados, ficando evidenciado apenas a solução do item e. Contudo, é possível identificar vestígios das representações dos itens anteriores apagados logo após a conclusão do respectivo item. Essa ausência dos diferentes registros só foi observada no momento de análise deste trabalho, o que configura que os licenciandos — autores da pesquisa — optaram, mesmo que inconscientemente, por dar atenção aos estudantes que apresentavam mais dificuldades na resolução da questão.

Tal situação se alinha com os conceitos de Sousa (2005, p. 9) que afirma que “Enquanto os estudantes trabalham, o professor percorre as carteiras ajudando, encorajando, dando ideias, pequenas ‘dicas’ (sem contar como se chega à solução), deixando claro quais são os objetivos, os dados do problema, as condições etc.”

Cabe ressaltar que todos os estudantes foram orientados, no enunciado da questão, a utilizar o mesmo método para resolver os itens da questão 1, chegando ao mesmo resultado final, mesmo que tenham sido realizados de maneiras diferentes.

Na letra a da questão 1, foi solicitado que os estudantes calculassem, sem o auxílio de calculadoras, a raiz quadrada de 2. Dos 10 estudantes, sujeitos da pesquisa, nove obtiveram o mesmo resultado por meio do uso do método babilônico, ou seja, o valor 1,5. Portanto, foi possível notar que nenhum dos nove estudantes optou por buscar outros valores para aprimorar a aproximação, demonstrando que o valor encontrado já os satisfaziam.

Já na letra b, o valor solicitado foi a raiz quadrada de sete, no qual nove estudantes obtiveram 2,75 como resultado, e assim prosseguindo sucessivamente até os últimos itens da questão. Conforme os estudantes iam avançando, os valores se tornavam aproximações com um número cada vez maior de casas decimais e, a partir desse ponto, foi possível notar a primeira divergência nas representações das respostas, ocorrida no item e.

No último item da questão 1, a letra e, os estudantes deveriam calcular a raiz quadrada de 38, porém somente um dos estudantes, dentre os nove, respondeu utilizando a representação decimal, ou seja, 6,1666..., os outros oito estudantes responderam $6 + \frac{1}{6}$, que foi obtido pela “fórmula” do método babilônico, porém sem calcular o decimal da fração. Tal observação pode ser identificada na Figura 37, já apresentada anteriormente.

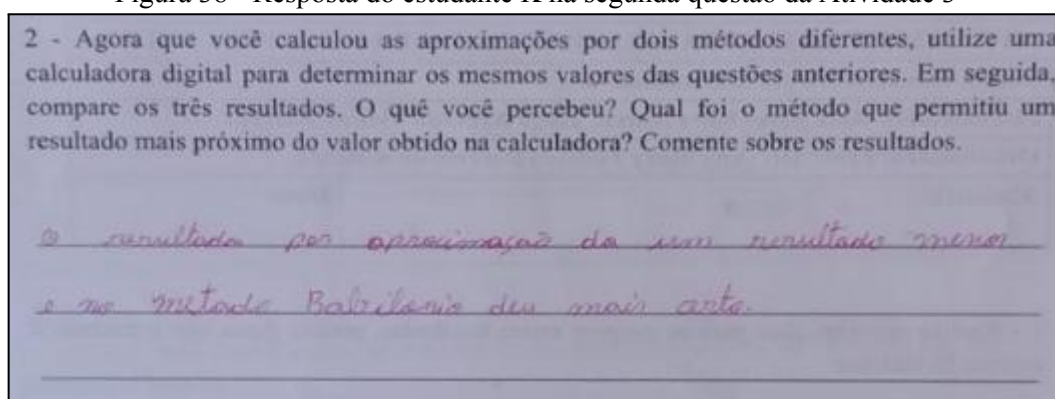
Seguido à realização dos cálculos, os estudantes faltantes ao Primeiro Encontro receberam e realizaram a Atividade 2, pois esta seria um requisito para responder as questões 2 e 3 da Atividade 3. Esse respectivo fator contribuiu para que o tempo previsto para conclusão da Atividade 3 necessitasse ser ampliado.

Vale ressaltar que, devido à necessidade de expandir o tempo de aplicação da Atividade 3 somada ao atraso ocorrido no início do Segundo Encontro, o tempo revelou-se insuficiente para todos os 10 estudantes concluírem as duas últimas questões, mesmo com os 30 minutos adicionais cedidos pela professora de Língua Inglesa.

Na questão 2, dos 10 estudantes que participaram da Atividade 3, seis conseguiram ter tempo hábil para respondê-la, e os outros quatro não responderam, portanto, não fazendo parte desse respectivo bloco de análise.

Durante a realização da questão 2, foram distribuídas calculadoras para os estudantes. O uso da calculadora tinha por objetivo auxiliar os estudantes a verificarem os cálculos realizados nas duas atividades propostas. A questão 2 solicitava que os estudantes calculassem os valores das raízes quadradas dos números constantes nos itens da questão 1 e que depois, os estudantes comparassem os três resultados obtidos – pelo método de tentativa e erro, pelo método babilônico e o obtido na calculadora. Após a comparação, era solicitada a percepção dos estudantes em relação aos resultados, ou seja, qual dos dois métodos permitiu obter valores mais próximos ao da calculadora. Dos 10 estudantes, apenas seis responderam. Desses seis, apenas um deles, o estudante K, respondeu o mais próximo do que era esperado (Figura 38).

Figura 38 - Resposta do estudante K na segunda questão da Atividade 3



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Além da resposta do estudante K, podem ser destacadas as seguintes respostas: “Eu fiquei mais próximo do resultado exato com o método antigo” (estudante I); “A calculadora

dá diferente, dá a mais e às vezes a menos” (estudante D) e; “Os resultados foram parecidos” (estudante F).

As diferentes observações apresentadas pelos estudantes evidenciam que, apesar de serem métodos diferentes, não existe um “certo” e um “errado”, uma vez que ambos têm a capacidade de convergirem para uma aproximação satisfatória, conforme eles observaram utilizando a calculadora.

Para concluir a atividade e a aula, na questão 3 os estudantes foram questionados a respeito de sua preferência em relação aos dois métodos estudados nos dois encontros. Assim como na questão 2, nem todos os 10 estudantes, sujeitos da pesquisa, conseguiram responder. Portanto, dos 10 estudantes, quatro não concluíram a questão. Cabe ressaltar que, os seis estudantes que responderam a questão 3 não são os mesmos seis estudantes que responderam a questão 2, conforme foi possível observar anteriormente no Quadro 3. Ao analisar as respostas dos seis estudantes, um fator que chamou bastante atenção foi o equilíbrio das respostas em relação às preferências, uma vez que dos seis que responderam, três escreveram sobre terem preferido o método Babilônico e os outros três preferiram o método aproximativo utilizado nas escolas atualmente. Essa situação pode ser observada na Figura 39 que apresenta a resposta de dois, desses seis estudantes, o estudante K e o estudante C.

Figura 39 - Respostas dos estudantes C e K na terceira questão da Atividade 3

Aluno C	Aluno K
3 - Qual dos dois métodos apresentados você preferiu? Comente a respeito de suas preferências. <i>O método Babilônico foi o meu favorito porque além de entender mais fácil eu gostei mais dos resultados</i> <i>ADS: eu também gostei muito do quadrado perfeito</i>	3 - Qual dos dois métodos apresentados você preferiu? Comente a respeito de suas preferências. <i>O método raízes quadrado perfeito é mais fácil de entender</i>

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na resposta do estudante K: “O método raízes quadrado perfeito, é mais fácil de entender”, ele se referia ao método de tentativa e erro. O estudante C diz ter preferido o método Babilônico, o que foi corroborado pelo estudante E: “Preferi o método Babilônico”.

Ao fim da aplicação, alguns estudantes comunicaram que gostaram bastante de ambos os encontros e que acharam eles “diferentes” do que já estavam habituados no ensino da matemática. Tal abordagem evidencia a relevância do uso da História da Matemática na construção do conhecimento, quando abordada de forma cultural (Roque, 2014, p. 169), já

que foi apresentado um conteúdo a uma turma que possuía pouco domínio, o relacionando com contextos e práticas históricas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi desenvolvido a partir das experiências vividas pelos autores durante os estudos no componente curricular “Introdução à História da Matemática”. Essa disciplina revelou-se uma ponte entre o passado e o presente, de modo a tornar o aprendizado mais relevante e instigante para nós, licenciandos. A partir das reflexões vivenciadas ao longo desses estudos, surgiu o interesse em explorarmos a História da Matemática no ensino. Foi-nos, então, apresentada a Geometria Prática e passamos a compreender que esse termo estava ligado às práticas de ofício dos escribas. As leituras nos revelaram expressões que traduziam um conjunto de regras claras utilizadas por eles, e os métodos aproximativos de cálculo de raízes quadradas nos chamou bastante atenção. Contudo, não conseguimos encontrar, inicialmente, a Geometria que estava por trás daquela expressão. A busca por essa explicação nos levou a descobertas incríveis, entendendo que o método usado pelos escribas na Idade Média tinham origem nos procedimentos de cálculos utilizados pelos babilônios, cerca de 2000 a.E.C.

Apresentamos, assim, as considerações finais deste trabalho que se baseiam na análise da Proposta Didática planejada e aplicada, além das principais decisões definidas na fase de planejamento da pesquisa. Buscando responder à questão de pesquisa: “Como a utilização dos métodos dos Escribas Medievais pode auxiliar na aprendizagem do cálculo de raízes quadradas por métodos aproximativos?” são apresentados os principais resultados, bem como os desafios enfrentados no desenvolvimento do estudo e as avaliações do cumprimento dos objetivos estabelecidos.

Para responder a questão de pesquisa, foi estabelecido como objetivo geral: “Identificar como a utilização dos métodos dos Escribas Medievais pode auxiliar na aprendizagem do cálculo de raízes quadradas por métodos aproximativos”.

A construção e implementação da Proposta Didática inclui um questionário inicial, as atividades propostas em versão impressa – com o objetivo de colher as anotações dos estudantes – e a utilização de *applets*. Foram realizadas pesquisas bibliográficas sobre Geometria Prática, o uso da História da Matemática no ensino e métodos aproximados de cálculos de raízes quadradas.

No que se refere às decisões iniciais relacionadas às variáveis de análise pertinentes a este estudo, pode-se afirmar que: (i) a decisão pelo uso da História da Matemática no ensino do cálculo de raízes quadradas foi acertada, mostrando-se como uma prática importante e pouca utilizada na sala de aula; (ii) os recursos tecnológicos, tais como os *applets* e slides

foram imprescindíveis para o entendimento e fixação do método aproximativo no cálculo das raízes quadradas, contudo, sugere-se, sempre que possível, que as atividades com *applets* possam ser realizadas em laboratórios de informática. Cabe ressaltar que a utilização do *applet* “*Perfect Squares*” foi uma decisão acertada, embora não fizesse parte do planejamento inicial presente no Quadro 1; (iii) os materiais didáticos manipuláveis (representações geométricas com cartolina) foram uma boa estratégia para criar um conteúdo mais visual e acessível, promovendo a compreensão do método babilônico e sua interpretação geométrica. Contudo, sugere-se que seja respeitada a sequência planejada no Quadro 1 deste trabalho; (iv) a segmentação das aulas, sendo em dias consecutivos, funcionou parcialmente bem. De forma positiva, pode-se afirmar que os dias consecutivos permitiram manter o interesse dos estudantes no tema da aula. Contudo, os dias consecutivos não permitiram qualquer possibilidade de alteração no planejamento, seja no sentido de incluir a aluna que necessitava de mediação — desenvolver algum outro recurso capaz de gerar uma integração entre a aluna e a Proposta Didática —, seja qualquer outra situação que pudesse estar fora do alcance do planejamento; (v) a decisão pela realização individualizada da Proposta Didática só foi possível porque, no momento da aplicação, havia um número reduzido de estudantes. Sugerimos assim que, aplicações futuras em turmas com mais de 15 estudantes em sala, a Proposta Didática seja realizada em dupla como consta do planejamento.

Embora não tenha sido variável inicial de análise, cabe destacar o cuidado na escolha dos horários de aplicação da Proposta Didática, quando objeto de avaliação. A utilização do primeiro horário de aula se mostrou um grande dificultador, seja pela impossibilidade de iniciar a Proposta Didática pelo número reduzido de estudantes, seja pela distração promovida a cada entrada de estudantes na sala de aula. Outro fator que deve compor as decisões iniciais, em nossa opinião, é a observação da turma escolhida para análise e o questionamento inicial de estudantes que necessitam de atendimento específico, pois, por não perguntarmos a respeito, não obtivemos essa informação com antecedência.

Em relação às Atividades previstas, é possível afirmar que:

- A Atividade 1 foi fundamental para revisar os fundamentos do cálculo de raízes quadradas e os números quadrados perfeitos. A partir dessa atividade, foi possível identificar as estratégias que os estudantes utilizavam para encontrar os resultados esperados, mas também a visualização por parte dos autores sobre as lacunas existentes do conteúdo de raízes quadradas e a necessidade de um reforço imediato do tema. A Tábua Pitagórica cumpriu a sua função, que foi a de promover o

entendimento sobre os números quadrados perfeitos e o cálculos das raízes quadradas exatas.

- Na Atividade 2, os estudantes foram desafiados a comparar os métodos aproximativos disponíveis na Atualidade e diferentes estratégias de resolução para calcular raízes quadradas, o que possibilitou que os estudantes começassem a perceber e praticar, individualmente, a ideia de aproximação, um fundamento importante para a introdução do método babilônico. A atividade foi bem assertiva, já que a interação dos estudantes foi muito boa, pois efetuaram de maneira eficaz os itens propostos.
- A Atividade 3, voltada para o método de aproximação de raízes quadradas utilizado pelos Escritas Medievais, foi bastante positiva. Neste exemplo, os estudantes mostraram mais engajamento, autonomia e variedade nas estratégias, usando a “fórmula” babilônica e o raciocínio geométrico por trás dela. A comparação dos resultados produzidos com os resultados da calculadora levou à consideração da precisão, eficiência e convergência dos métodos estudados. Porém, deve-se ressaltar que durante a explicação do método babilônico com a utilização de material didático manipulável, os estudantes demonstraram não compreender muito bem de início. Tal dificuldade da compreensão do método pode ser atribuída à ordem da apresentação das peças que compõem o material didático manipulável. Portanto, recomenda-se fortemente que, para futuras aplicações, a ordem de utilização das peças devam seguir estritamente o que havia sido planejado no Quadro 1 da Proposta Didática.
- A decisão de manter as atividades feitas de maneira individual, apesar do planejamento constar em dupla, foi muito positiva, já que o número de estudantes participantes não foi grande. O que fez com que, de maneira individual, pudessem efetuar as atividades com mais concentração e esclarecimento de dúvidas.

À medida que as aplicações progrediram, foi possível notar que muitos dos estudantes, inicialmente, sentiram dificuldade em fazer cálculos aproximativos com raízes quadradas, o que foi sendo sanado ao longo da aula. Isso se deve ao fato de que os pesquisadores, autores deste trabalho, realizaram uma intervenção durante a Atividade 1, esclarecendo algumas dúvidas e questionamentos sobre raízes quadradas para os estudantes. Um fato observado que foi extremamente importante para que todos concluíssem esta questão, foi o momento em que

os estudantes começaram a trocar informações a respeito de diferentes maneiras de se resolver a questão, e também auxiliando os outros colegas que estavam com dificuldades por meio de dicas e sugestões.

É possível afirmar que os resultados obtidos com a aplicação da Proposta Didática foram favoráveis. A principal contribuição do trabalho foi destacar que o uso dos métodos dos Escribas Medievais, relacionados à Geometria Prática e à História da Matemática, pode favorecer uma aprendizagem mais significativa do cálculo de raízes quadradas. As principais dificuldades encontradas foram à instabilidade na frequência dos estudantes e às limitações de tempo para a aplicação da proposta.

Portanto, sugere-se que propostas semelhantes sejam implementadas por períodos mais longos, permitindo conversas mais abrangentes e a extensão das conexões entre o conteúdo matemático e seus contextos históricos.

Assim, pode-se concluir que as técnicas de aproximação de raízes quadradas usadas por Escribas Medievais podem ser consideradas uma abordagem pedagógica eficiente para a Matemática, proporcionando aos estudantes uma compreensão de aspectos históricos, práticos e culturais do desenvolvimento do conhecimento matemático. O uso da História da Matemática no ensino das raízes quadradas não exatas, por meio do método aproximativo dos Escribas Medievais, foi crucial para a aprendizagem, facilitando aos estudantes compreenderem que as noções matemáticas não são prontas, mas sim resultado das necessidades práticas de várias sociedades e culturas.

É importante ressaltar que os resultados desta pesquisa estão delimitados ao grupo estudado, visando buscar características comuns para o processo de ensino e aprendizagem de raízes quadradas não exatas a partir do uso da História da Matemática no ensino.

Outro ponto que nos chamou atenção, foi o relato do Estudante C ao final do Segundo Encontro, onde ele perguntou para um dos pesquisadores do presente trabalho: “você acha que fui bem?”, após ouvir que sim, e que ele foi de extrema importância para a respectiva pesquisa, o estudante respondeu: “Então, eu fiquei de recuperação e todo mundo diz que vou perder em matemática. Você acha que eu sou tão ruim assim?”. Quase na totalidade das vezes, a prática educacional brasileira opera como verificação, o que é algo prejudicial para o nível de aprendizagem dos estudantes, uma vez que é utilizada de maneira negativa e sob ameaças de reprovações, desenvolvendo o ciclo do medo em crianças e jovens (Luckesi, 1998, p. 76). O que gera nos estudantes uma possível desmotivação em estudos escolares.

Considera-se que a motivação desempenha papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que sua ausência pode comprometer significativamente o

envolvimento e o desempenho dos estudantes, nesse sentido, o planejamento e a condução das aulas assumem papel central, pois podem tanto favorecer quanto prejudicar o interesse dos alunos. Assim, torna-se essencial que o professor organize suas práticas pedagógicas de modo a evitar a desmotivação, considerando as necessidades da turma, bem como os aspectos emocionais e as ansiedades que influenciam o processo de aprendizagem em determinado contexto (Moraes; Varela, 2007, p. 2).

No geral, este trabalho permitiu aos autores explorar a área com profundidade teórica e metodológica, o que aprimorou seu desenvolvimento acadêmico e profissional. Planejar, desenvolver, implementar e avaliar a Proposta Didática foi difícil, mas frutífero, e demonstrou o mérito da reflexão e contextualização histórica no ensino.

Por fim, é aconselhável que mais estudos sobre a Geometria Prática – a Geometria utilizada pelos escribas – sejam realizados em relação a outras áreas matemáticas e também em diferentes níveis de ensino. Além disso, outros estudos sobre esse mesmo método aplicado a este trabalho podem ser desenvolvidos com a possibilidade de serem adaptados para estudantes com necessidades específicas. Estudos que visem buscar integrar a História da Matemática ao ensino devem ser estimulados, ajudando a desenvolver estudantes mais críticos e que entendam como o conhecimento matemático é construído, além de compreender sua relevância histórica.

REFERÊNCIAS

- AABOE, Asger. **Episódios da história antiga da matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2002.
- ALBUQUERQUE, Danilo. **Algoritmos de aproximação de raízes quadradas**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife. 2014. Disponível em: <http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/handle/tede2/6699>. Acesso em: 2 abr. 2025.
- ALMEIDA, Ana Mary Fonseca Barreto de. **O processo de ascensão, transformação e queda da geometria descritiva**. 2024. Tese (Doutorado em Ensino e História da Matemática) – IM, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024.
- ANDRINI, Álvaro. VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.
- AQUINO, Joás Lima de; VEGA, Danielle Avanço; LIMA, Ewellen Tenório de. O uso da Tábua de Pitágoras para auxiliar na compreensão de Estruturas Multiplicativas em turmas de 7.º ano do Ensino Fundamental. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Brasília, 2024, p. 1–15. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/379>. Acesso em: 7 jan. 2026.
- BASTOS, Jennifer Ester de Sousa; SOUSA, Julia Maria de Jesus; SILVA, Pollyana Mattias Narciso da; AQUINO, Rafael Lemes de. O Uso do Questionário como Ferramenta Metodológica: potencialidades e desafios **Brazilian Journal of Implantology and Health Sciences**, [S. l.], v. 5, n. 3, 2023, p. 623–636. Disponível em: <https://bjih.s.emnuvens.com.br/bjih/article/view/304>. Acesso em: 5 jan. 2026.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. –Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 28 jan. 2026
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.
- CALEFFE, Luiz Gonzaga.; MOREIRA, Herivelto. **Metodologia da Pesquisa para o Professor Pesquisador**. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Editora Ática, 1990.
- DAMIANI, Magda Floriani.; ROCHEFORT, Renato Siqueira.; CASTRO, Rafael Fonseca de; DARIZ, Marion Rodrigues; PINHEIRO, Silvia Siqueira. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, v. 11, n. 45, p. 57-67, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822>. Acesso em: 12 mar. 2025.

DORE, Rosemary; LÜSCHER, Ana Zuleima. Permanência e evasão na educação técnica de nível médio em Minas Gerais. **Cadernos de Pesquisa**, v. 41, n. 144, p. 770-89, dez. 2011. Disponível em: <http://doi.org/10.1590/S0100-15742011000300007>. Acesso em: 12 dez. 2025.

FERREIRA, Debora da Conceição; PEREIRA DAS VIRGENS, Wellington. Em busca da Superação de defasagens de Aprendizagem durante a atividade de ensino de matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, [S. l.], v. 17, n. 45, 2024, p. 1–21. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/19589>. Acesso em: 24 jan. 2026.

FOWLER, David; ROBSON, Eleanor. Square root approximations in Old Babylonian mathematics: YBC 7289 in context. **Historia Mathematica**, v. 25, n. 4, nov. 1998, p. 366–378. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0315086098922091> Acesso em: 28 ago. 2025.

FRIED, Michael. History of mathematics education. In: MATTHEWS, Michael. **International handbook of research in history, philosophy and science teaching**. New York: Springer, 2014.

GOMES, Aline Resende; COLOMBO JUNIOR, Pedro Donizete. Investigando as emoções de licenciandos em situação de estágio curricular supervisionado. **Revista de Educação, Ciência e Cultura**, Canoas, v. 25, n. 3, p. 166-179, 2020. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.18316/recc.v25i3.6319>. Acesso em: 12 fev. 2026.

GUERRERO, António; FERREIRA, Rosa Antónia Tomás; MENEZES, Luíz; MARTINHO, Maria Helena. Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório da matemática. **Zetetike**, Campinas, v. 23, n. 2, p. 279–295, 2016. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646539>. Acesso em: 25 jan. 2026.

HØYRUP, Jens. The rare traces of constructional procedures in “practical geometries”. **Filosofi og videnskabsteori på Roskilde Universitetscenter**, v. 1, n. 2, p. 1-9, Dec. 2006.

HØYRUP, Jens. **Jacopo da Firenze’s Tractatus Algorismi and Early Italian Abbacus Culture**. Berlin: Birkhauser, 2007.

LARA, Isabel Cristina Machado. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveis articulações com a etnomatemática. **VIDYA**, Santa Maria, v. 33, n. 2, p. 51-62, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/254>. Acesso em: 29 nov. 2025.

LIMA, Marta Gomes; ROCHA, Adriano Aparecido Soares da. As tecnologias digitais no ensino de matemática. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, [S. l.], v. 8, n. 5, p. 729–739, 2022. Disponível em: <https://periodicorease.pro.br/rease/article/view/5513>. Acesso em: 14 nov. 2025.

LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

LUCKESI, Cipriano Carlos. Verificação ou avaliação: o que pratica a escola? **Gestão do currículo: avaliação da educação pública**. Ceará, p. 71-80, 2010. Disponível em: <https://www.seduc.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/37/2010/11/avaliacao1.pdf>. Acesso em: 1 abr. 2026

MANTOAN, Maria Teresa Eglér. O direito à diferença nas escolas - questões sobre a inclusão escolar de pessoas com e sem deficiências. **Revista Educação Especial**. Santa Maria, v. 23, p. 17-23, 2004. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/educacaoespecial/article/view/4952>. Acesso em: 24 jan. 2026.

MARQUES, Janote Pires. A “observação participante” na pesquisa de campo em educação. **Educação em Foco**, [S. l.], v. 19, n. 28, p. 263–284, 2016. Disponível em: <https://revista.uemg.br/educacaoemfoco/article/view/1221>. Acesso em: 5 jan. 2026.

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMat, 2016. Disponível em: https://www.sbemrasil.org.br/files/historia_nas_aulas_de_matematica.pdf. Acesso em: 29 nov. 2025.

MIGUEL, Antônio. História da Matemática: uma visão através do ensino. Campinas: **Papirus**, 1993.

MORAES, Carolina Roberta; VARELA, Simone. Motivação do aluno durante o processo de ensino-aprendizagem. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 1, n. 1, p. 1-15, 2007.

MOURA, Fábio Vinicius Gouvêa; SILVA, Fabio Menezes da; PETITO, Priscila Cardoso. Análise de uma abordagem problematizada sobre potenciação e radiciação. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Brasília, p. 1-13, 2024. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/370>. Acesso em: 29 nov. 2025.

MONTEIRO, Claudino. SILVA, Adelino da. GeoGebra como ferramenta facilitadora na resolução de problemas envolvendo função quadrática. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**. São Paulo, v. 12, n. 1, p. 29-42, 2023.

MOREIRA, Larissa de Sousa; BATISTA, Silvia Cristina Freitas; BARCELOS, Gilmar Teixeira. Desenvolvimento de applets para o estudo de trigonometria utilizando o software GeoGebra. In: Semana de Matemática, 2, 2008, Campos dos Goytacazes. **Anais da II Semana de Matemática**. Campos dos Goytacazes: CEFET Campos, 2008.

OLIVEIRA, Rubens. **Alguns Métodos Interessantes de Extração e Aproximação da Raiz Quadrada**. Orientador: Prof. Dr. Jurandir de Oliveira Lopes. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2013. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2321281#. Acesso em: 21 set. 2025.

PRESTON, Gordon. Function. **A school mathematics magazine**. Melbourne, v. 20, n. 4, p. 109-144, 1996. Disponível em: <https://www.qedcat.com/function/20.4.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2025.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, Tatiana. Desmascarando a Equação. A História no Ensino de Matemática? **Revista Brasileira de História da Ciência**. Rio de Janeiro, v. 7, n. 2, p. 167-185, jul./dez. 2014.

SAITO, Fumikazu. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre História, Ensino e Aprendizagem de Matemática. **REMATEC**. Natal, ano 9, n. 16, p. 25-47, mai./ago. 2014. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/download/320/321>. Acesso em: 29 mai. 2025.

SANTANA, Ana Paula Nunes. Cálculos mentais como instrumento facilitador para o desenvolvimento do raciocínio lógico. **Absolute Review**, v. 19, n. 1, p. 1253-1270, mar. 2023. Disponível em: <https://inovaes.com/absoulute-review-V19-marco-2024-artigo-82.pdf>. Acesso em: 7 jan. 2026

SARAIVA, Odirley Williams; DIAS, Gustavo Nogueira; VOGADO, Gilberto Emanuel Reis; BARBOSA, Eldilene da Silva; LOUREIRO, Rondineli Carneiro; BARRETO, Wagner Davi Lucas; BEIRÃO, Antonio Thiago Madeira; SILVA, Katiane Pereira da; JUNIOR, Washington Luiz Pedrosa da Silva; CARDOSO, Waljucy Furtado. Aplicação algébrica para se calcular o valor da raiz quadrada de um número natural não-quadrado perfeito pelo método iterativo babilônico. **Brazilian Journal of Development**, [S. l.], v. 8, n. 6, p. 44120–44142, 2022. Disponível em: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/48997>. Acesso em: 21 set. 2025.

SEGRÈ, Andre. Babylonian, Assyrian and Persian Measure. **Journal of the American Oriental Society**, v. 64, abr.-jun, p. 73-81, 1944.

SOARES, Giselle de Jesus Pereira. Avaliação do software educacional: utilização do GeoGebra no ensino de Matemática. Pôster. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, São Paulo. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo: SBEM, p. 1-8, 2016. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4580_3593_ID.pdf. Acesso em: 30 nov. 2025.

SOUSA, Ariana Bezerra de. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. 2005. 12 f. Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005. Disponível em: <https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/handle/10869/1544>. Acesso em: 14 fev, 2026.

SOUSA, Juciane de; SANTOS, Andréia Nunes dos. A história da matemática como instrumento de ensino e aprendizagem na educação básica. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 7, n. 20, p. 451–458, 2021. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2832>. Acesso em: 29 nov. 2025.

SOUSA, Margareth Pires Módica Alves de. A importância do planejamento pedagógico na prática docente diária. **International Integralize Scientific**. v. 5, n. 50, Agosto/2025. Disponível em: <https://iiscientific.com/artigos/04BA4B>. Acesso em: 10 fev. 2026.

STRUIK, Dirk Jan. **História concisa das matemáticas**. 3. ed. Lisboa: Gradiva, 1997.

TATTO, Franciele; SCAPIN, Ivone José. MATEMÁTICA: POR QUE O NÍVEL ELEVADO DE REJEIÇÃO?. **Revista de Ciências Humanas**, [S. l.], v. 5, n. 5, p. 57-70, 2012.

Disponível em: <https://revistas.fw.uri.br/revistadech/article/view/245>. Acesso em: 7 jan. 2026.

THUEREAU-DANGIN, François. **Textes Mathematiques Babylonien**s. 1. ed. Leiden: E. J. Brill, 1938.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Questionário Inicial



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



IFF - INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE CAMPUS CAMPOS CENTRO	
Curso: Licenciatura em Matemática	
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Tiago Azevedo Vianna Barreto	
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida	
Aluno:	Data:

Este questionário foi elaborado por Ayla Alves Sales Abreu e Tiago Azevedo Vianna Barreto, sob orientação da Prof.ª Dr.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida, como parte do desenvolvimento do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense – Campus Campos Centro.

As informações pessoais coletadas têm exclusivamente fins acadêmicos e científicos, sendo garantido o sigilo e o anonimato dos participantes conforme os princípios éticos da pesquisa.

QUESTIONÁRIO

1 - Qual é a sua idade?

2 - Com qual gênero você se identifica?

- ☐ Feminino
☐ Masculino
☐ Prefiro não responder

3 - Em uma escala de 1 a 5, considerando 1 como “pouco” e 5 como “muito”, quanto você gosta de estudar Matemática?

- ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

4 - Você costuma usar calculadora nas atividades de matemática?

- ☐ Sim ☐ Não

5 - Quando aparece um número com raiz quadrada ($\sqrt{\quad}$) em um exercício, o que você pensa?

- ☐ Já sei como resolver! ☐ Nunca vi isso! ☐ Não sei como resolver.



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



6 - Em uma escala de 1 a 5, considerando 1 como “pouco” e 5 como “muito”, com que frequências você faz contas “de cabeça” ou por aproximação, como por exemplo em compras ou situações cotidianas?

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

7 - Qual(is) dessas atividades você acha que usaria matemática (pode marcar mais de uma):

☐ Medir um terreno ☐ Jogar um jogo digital ☐ Usar redes sociais
☐ Escrever uma redação ☐ Fazer uma receita de bolo ☐ Outros. Quais?

8 - Durante os seus estudos de matemática, algum professor abordou um conteúdo utilizando a História da Matemática? Se sim, comente.

APÊNDICE B – Atividade 1



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



IFF - INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE CAMPUS CAMPOS CENTRO	
Curso: Licenciatura em Matemática	
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Tiago Azevedo Vianna Barreto	
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida	
Aluno(a):	Data:

ATIVIDADE 1

1. Complete a tabela de multiplicações a seguir:

15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150					
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126						
13	13	26	39	52	65	78	91	104							
12	12	24	36	48	60	72	84								
11	11	22	33	44	55	66									
10	10	20	30	40	50										150
9	9	18	27	36											126 135
8	8	16	24												104 112 120
7	7	14													84 91 98 105
6	6														66 72 78 84 90
5															50 55 60 65 70 75
4															36 40 44 48 52 56 60
3															24 27 30 33 36 39 42 45
2															14 16 18 20 22 24 26 28 30
1															6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



2. O que você percebeu em relação aos números que compõem a diagonal desta tabela?

3. Esses números da diagonal recebem um nome especial? Identifique.

APÊNDICE C – Atividade 2



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



IFF - INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE CAMPUS CAMPOS CENTRO	
Curso: Licenciatura em Matemática	
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Tiago Azevedo Vianna Barreto	
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida	
Aluno(s):	Data:

1 - Realize aproximações para as seguintes raízes quadradas, utilizando o método de tentativas:

a) $\sqrt{2}$

b) $\sqrt{7}$

c) $\sqrt{12}$

d) $\sqrt{21}$

e) $\sqrt{38}$

APÊNDICE D – Atividade 3



IFF - INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE CAMPUS CAMPOS CENTRO	
Curso: Licenciatura em Matemática	
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Tiago Azevedo Vianna Barreto	
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida	
Aluno(s):	Data:

1 - Realize aproximações para as mesmas raízes quadradas, porém, dessa vez, utilizando o método Babilônico:

a) $\sqrt{2}$

b) $\sqrt{7}$

c) $\sqrt{12}$

d) $\sqrt{21}$

e) $\sqrt{38}$

2 - Agora que você calculou as aproximações por dois métodos diferentes, utilize uma calculadora digital para determinar os mesmos valores das questões anteriores. Em seguida, compare os três resultados. O que você percebeu? Qual foi o método que permitiu um resultado mais próximo do valor obtido na calculadora? Comente sobre os resultados.

3 - Qual dos dois métodos apresentados você preferiu? Comente a respeito de suas preferências.

APÊNDICE E – Slides


INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
 UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

○○○ **MATEMÁTICA**



Método de Aproximação de raízes quadradas utilizado pelos

ESCRIBAS MEDIEVAIS



Orientandos: Ayla Alves Sales Abreu, Tiago Azevedo Vianna Barreto
 Orientadora: Profª Drª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

○○○ **RELEMBRANDO**



ANTES DE COMEÇARMOS, VAMOS RELEMBRAR O MÉTODO APROXIMATIVO QUE APRENDEMOS NA ESCOLA?

VAMOS CALCULAR A APROXIMAÇÃO DA $\sqrt{5}$?

2

ooo **RELEMBRANDO**



EXEMPLO: CALCULAR A APROXIMAÇÃO DA $\sqrt{5}$.

3

ooo **RELEMBRANDO**



EXEMPLO: CALCULAR A APROXIMAÇÃO DA $\sqrt{5}$.

DEVEMOS PENSAR DA SEGUINTE MANEIRA: O VALOR DA $\sqrt{5}$,
NECESSARIAMENTE SE ENCONTRA ENTE 2 E 3, POIS $2^2=4$ E
 $3^2=9$, O QUE JÁ ULTRAPASSA O VALOR DESEJADO QUE É O DE 5.

4

○○○

RELEMBRANDO



EXEMPLO: VAMOS CALCULAR A APROXIMAÇÃO DA $\sqrt{5}$.

PORTANTO, APRENDEMOS QUE É NECESSÁRIO SUPOR VALORES ENTRE 2 E 3 E VERIFICAR QUAL DELES MAIS SE APROXIMA DE 5, COMO POR EXEMPLO:

$$2,1 \times 2,1 = 4,41$$

5

○○○

RELEMBRANDO



EXEMPLO: VAMOS CALCULAR A APROXIMAÇÃO DA $\sqrt{5}$.

PORTANTO, APRENDEMOS QUE É NECESSÁRIO SUPOR VALORES ENTRE 2 E 3 E VERIFICAR QUAL DELES MAIS SE APROXIMA DE 5, COMO POR EXEMPLO:

$$2,1 \times 2,1 = 4,41$$

$$2,2 \times 2,2 = 4,84$$

6



RELEMBRANDO



EXEMPLO: VAMOS CALCULAR A APROXIMAÇÃO DA $\sqrt{5}$.

PORTANTO, APRENDEMOS QUE É NECESSÁRIO SUPOR VALORES ENTRE 2 E 3 E VERIFICAR QUAL DELES MAIS SE APROXIMA DE 5, COMO POR EXEMPLO:

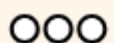
$$2,1 \times 2,1 = 4,41$$

$$2,2 \times 2,2 = 4,84$$

ATÉ ENCONTRARMOS ALGUM VALOR QUE SE APROXIMA DO N.º DESEJADO:

$$2,23 \times 2,23 = 4,9729$$

7



RELEMBRANDO



EXEMPLO: VAMOS CALCULAR A APROXIMAÇÃO DA $\sqrt{5}$.

PORTANTO, APRENDEMOS QUE É NECESSÁRIO SUPOR VALORES ENTRE 2 E 3 E VERIFICAR QUAL DELES MAIS SE APROXIMA DE 5, COMO POR EXEMPLO:

$$2,1 \times 2,1 = 4,41$$

$$2,2 \times 2,2 = 4,84$$

ATÉ ENCONTRARMOS ALGUM VALOR QUE SE APROXIMA DO N.º DESEJADO:

$$2,23 \times 2,23 = 4,9729$$

PORTANTO, PODEMOS DIZER QUE A RAIZ QUADRADA DE 5 É APROXIMADAMENTE 2,23.

8

OOO MAS E ANTIGAMENTE?

ATUALMENTE, COM A UTILIZAÇÃO DAS CALCULADORAS, CALCULAR UMA RAIZ QUADRADA NÃO EXATA JÁ NÃO É UM PROBLEMA MUITO GRANDE PARA NÓS.

MAS VOCÊ JÁ PAROU PARA PENSAR COMO AS CIVILIZAÇÕES FAZIAM ANTIGAMENTE? SEM NENHUM MÉTODO EXTREMAMENTE CONHECIDO, OU CALCULADORA, COMO AS PESSOAS CALCULAVAM AS RAÍZES NÃO EXATAS?



9

OOO MAS E ANTIGAMENTE?

A RESPOSTA É SIMPLES: ELES DESENVOLVERAM OS SEUS PRÓPRIOS MÉTODOS.

NESTA AULA DE HOJE, ESTUDAREMOS UM ANTIGO MÉTODO BABILÔNICO UTILIZADO PARA CALCULAR COM PRECISÃO RAÍZES QUADRADAS.



10

OOO A ORIGEM

ESSE MÉTODO FOI ENCONTRADO EM UMA ANTIGA TÁBUA NOMEADA YBC 7289, COM AS REPRESENTAÇÕES DOS ALGARISMOS REFERENTES AOS UTILIZADOS PELOS BABILÔNIOS.

FRENTE

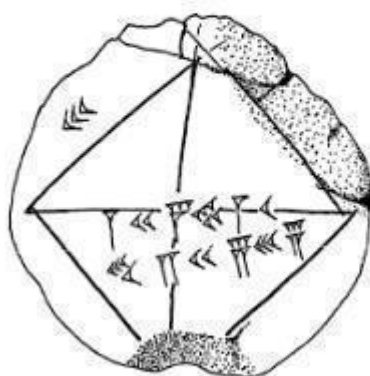


VERSO



11

OOO A ORIGEM



1	11	21	31	41	51
2	12	22	32	42	52
3	13	23	33	43	53
4	14	24	34	44	54
5	15	25	35	45	55
6	16	26	36	46	56
7	17	27	37	47	57
8	18	28	38	48	58
9	19	29	39	49	59
10	20	30	40	50	

12

OOO A ORIGEM



$$\sqrt{2} \simeq 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} \simeq 1,41412...$$

13

OOO O MÉTODO

ESTES CÁLCULOS TIVERAM ORIGEM EM UM MÉTODO DESENVOLVIDO PELOS BABILÔNIOS, QUE APÓS SEREM COMPREENDIDOS - GRAÇAS À REGISTROS EM UMA OUTRA TÁBUA (VAT 6598) -, FOI POSSÍVEL REALIZAR UMA ADAPTAÇÃO PARA A LINGUAGEM MATEMÁTICA UTILIZADA ATUALMENTE. PODEMOS COMPREENDER O MÉTODO COMO:

$$\sqrt{s} \simeq a + \frac{b}{2a}$$

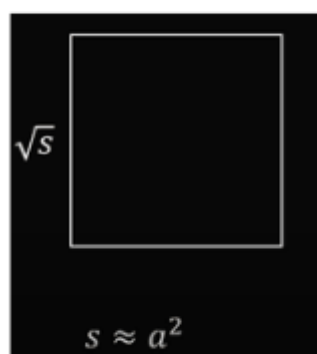
S - Representa o número cuja raiz quadrada desejamos calcular.

A - É o maior número racional cujo quadrado não ultrapassa s.

b - É a diferença entre s e a^2 , ou seja, o excesso em relação ao quadrado perfeito mais próximo.

14

ORIGEM GEOMÉTRICA

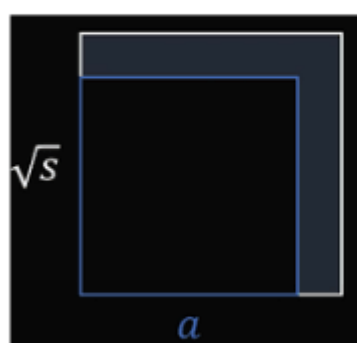


PRIMEIRO, IMAGINAMOS UM QUADRADO CUJA ÁREA MEDE s , CONSEQUENTEMENTE O VALOR DOS SEUS LADOS IRÁ MEDIR $\sqrt{s}$.



15

ORIGEM GEOMÉTRICA

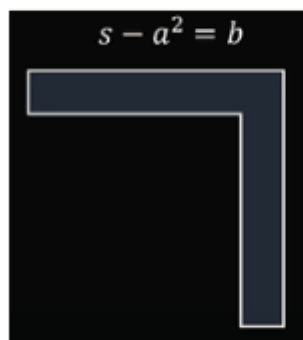


AGORA, PARA BUSCAR UMA APROXIMAÇÃO PARA O VALOR DE $\sqrt{s}$ IMAGINAMOS UM OUTRO QUADRADO DE LADO a DENTRO DO QUADRADO ORIGINAL.



16

ORIGEM GEOMÉTRICA

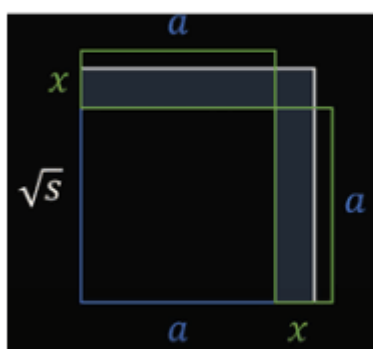


A PARTE EM BRANCO DA FIGURA, É JUSTAMENTE A DIFERENÇA DA ÁREA DO QUADRADO MAIOR PELO MENOR, É O QUE CHAMAMOS DE b .



17

ORIGEM GEOMÉTRICA



É POSSÍVEL REDISTRIBUIR ESSA PARTE EM BRANCO COMO DOIS RETÂNGULOS (REPRESENTADOS EM VERDE) QUE COMPLEMENTAM O QUADRADO ORIGINAL. UM DOS SEUS LADOS TEM MEDIDA a E O OUTRO CHAMAMOS DE x .

PORTANTO, COMO A ÁREA DE UM RETÂNGULO É BASE $\cdot$ ALTURA, TEMOS QUE: $x \cdot a + x \cdot a = b$



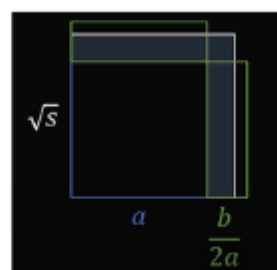
18

ORIGEM GEOMÉTRICA

PROSSEGUINDO, TEMOS QUE $2xa = b$
E ISOLANDO x TEMOS:

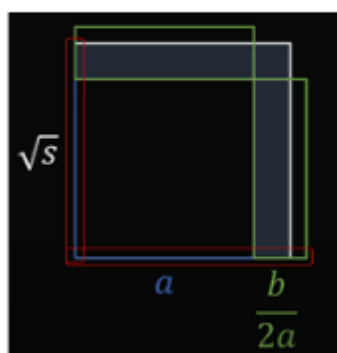
$$x = \frac{b}{2a}$$

SUBSTITUINDO O VALOR DE x NO
RETÂNGULO, TEMOS:



19

ORIGEM GEOMÉTRICA



COMO A FIGURA É UM QUADRADO,
SEUS LADOS SÃO IGUAIS, DAÍ SURGE
A RELAÇÃO QUE CONHECEMOS:

$$\sqrt{s} \simeq a + \frac{b}{2a}$$

20

○○○

ATIVIDADE

AGORA É HORA DE PÔR A MÃO NA MASSA! SENTE-SE EM DUPLA COM UM COLEGA E RESOLVA AS ATIVIDADES PROPOSTAS COM BASE NO QUE VOCÊ APRENDEU.

21

APÊNDICE F – Cartolina para representação geométrica do método

