

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ALEXANDRE GOMES BARRETO
MICKAELLA DOS SANTOS PESSANHA

**O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA: Análise de um minicurso voltado para
professores de Matemática de Campos dos Goytacazes**

Campos dos Goytacazes/ RJ

Abril – 2025

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ALEXANDRE GOMES BARRETO
MICKAELLA DOS SANTOS PESSANHA

**O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA: Análise de um minicurso voltado para
professores de Matemática de Campos dos Goytacazes**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos
Centro, como requisito parcial para conclusão do
Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. DR. Tiago Desteffani Admiral

Campos dos Goytacazes/RJ

Abril – 2025

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

B186 Barreto, Alexandre
O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA: Análise de um minicurso
voltado para professores de Matemática de Campos dos Goytacazes□
/ Alexandre Barreto, Mickaella Pessanha - 2025.
127 f.: il. color.

Orientador: Tiago Admiral

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro,
Curso de Licenciatura em Matemática, Campos dos Goytacazes, RJ, 2025.
Referências: f. 63 a 67.

1. GeoGebra. 2. Minicurso. 3. Tecnologias Digitais de Informação e
Comunicação. 4. Ensino de Matemática. 5. Recursos Tecnológicos. I.
Pessanha, Mickaella. II. Admiral, Tiago, orient. III. Título.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE
Campus Campos Centro
RUA DOUTOR SIQUEIRA, 273, PARQUE DOM BOSCO, CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ, CEP 28030130

DECLARAÇÃO 68/2025 - CAELCNC/DAESLCC/DIRESLCC/DGCCENTRO/IFFLU, DE 23 DE MAIO DE 2025

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA: Análise de um minicurso voltado para professores de Matemática de Campos dos Goytacazes

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 11 de Abril de 2025.

Banca Examinadora:

Leandro Sopeletto Carreiro
Mestre em Matemática - UENF
IFFluminense *Campus* Campos Centro

Mylane dos Santos Barreto
Doutora em Cognição e Linguagem - UENF
IFFluminense *Campus* Campos Centro

Tiago Desteffani Admiral
Doutor em Ciências Naturais - UENF
IFFluminense *Campus* Campos Centro

Documento assinado eletronicamente por:

- **Tiago Desteffani Admiral**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 23/05/2025 10:56:39.
- **Leandro Sopeletto Carreiro**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 23/05/2025 11:11:25.
- **Mylane dos Santos Barreto**, CHEFE - RPS - CADLMCC, COORDENACAO ADJUNTA DO CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMATICA, em 23/05/2025 16:36:21.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 23/05/2025. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.iff.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 647742
Código de Autenticação: 66e22f1512



AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente, a Deus, por nos conceder força e sabedoria ao longo do desenvolvimento deste Trabalho de Conclusão de Curso.

Aos nossos amigos, pela companhia em todos os momentos, vividos dentro e fora da faculdade, e sobretudo, pelo apoio incondicional e lealdade ao longo desses anos.

Aos nossos familiares, pelo apoio, amor, paciência e compreensão que sempre nos proporcionaram, nos dando forças para superar as dificuldades.

Ao nosso orientador, Prof. Dr. Tiago Desteffani, pelas aulas lúdicas, didáticas, inclusivas, pedagógicas e “leamáticas”, pela confiança depositada em nosso potencial, além do apoio e estímulo constante para a conclusão deste trabalho.

À Prof^a. Dr^a. Mylane dos Santos Barreto, membro da banca examinadora, por todas as valiosas aulas e por nos acompanhar desde o LEAMAT, sempre muito solícita e servindo como fonte de inspiração para nós.

Ao Prof. Me. Leandro Sopeletto Carreiro, também membro da banca examinadora, por todas as aulas, conselhos, dicas e dedicação, além do companheirismo desde os primeiros momentos da faculdade até essa etapa final.

Por fim, expressamos nossa gratidão a todos os professores titulares e substitutos, que nos apoiaram ao longo dessa trajetória acadêmica e que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho

RESUMO

As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação tem se tornado ferramentas cada vez mais presentes no cotidiano escolar, contribuindo para o ensino e a aprendizagem devido às suas potencialidades educacionais. Entre diversos recursos tecnológicos disponíveis, o *software* GeoGebra destaca-se por sua flexibilidade na representação e visualização de conceitos matemáticos em formas algébricas e geométricas, permitindo que os professores utilizem tais recursos para criar ambientes de aprendizagem mais dinâmicos e interativos. No entanto, para que essas ferramentas sejam efetivamente integradas no ambiente escolar, é importante que os docentes possuam domínio técnico e metodológico no uso crítico e planejado dessas tecnologias. Nesse contexto, o presente trabalho teve como objetivo analisar como a aplicação de um minicurso sobre o uso do *software* GeoGebra pode contribuir para a formação continuada de professores de Matemática da rede municipal de Campos dos Goytacazes. A pesquisa, de abordagem qualitativa e caracterizada como estudo de caso, consistiu na elaboração e aplicação de um minicurso acompanhado de uma apostila sobre os principais recursos de *software*. Na implementação da pesquisa os dados foram coletados por meio de observações e de dois questionários: um inicial para traçar o perfil profissional dos participantes e outro final para avaliar suas percepções sobre o minicurso. Os resultados evidenciam que os participantes reconheceram as potencialidades pedagógicas do GeoGebra e demonstraram interesse em incorporar a ferramenta em suas práticas pedagógicas, destacando sua aplicabilidade no ensino de conceitos matemáticos. Conclui-se, portanto, que iniciativas como essa contribuem para o desenvolvimento profissional dos docentes, promovendo o aprimoramento das práticas de ensino mediadas pelas tecnologias.

Palavras-chave: GeoGebra. Minicurso. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. Recursos Tecnológicos. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

Digital Information and Communication Technologies have become increasingly present tools in the school environment, contributing to teaching and learning due to their educational potential. Among the various technological resources available, the GeoGebra software stands out for its flexibility in representing and visualizing mathematical concepts in algebraic and geometric forms, enabling teachers to use these resources to create more dynamic and interactive learning environments. However, for these tools to be effectively integrated into the school environment, it is essential that teachers possess technical and methodological proficiency in the critical and planned use of these technologies. In this context, the present study aimed to analyze how the implementation of a workshop on the use of GeoGebra software can contribute to the continuing education of Mathematics teachers in the municipal network of Campos dos Goytacazes. The research, with a qualitative approach and characterized as a case study, involved the design and implementation of a workshop accompanied by a guide on the software's main features. During the research implementation, data were collected through observations and two questionnaires: an initial one to outline the professional profile of the participants and a final one to evaluate their perceptions of the workshop. The results indicate that the participants recognized the pedagogical potential of GeoGebra and expressed interest in incorporating the tool into their teaching practices, highlighting its applicability in the teaching of mathematical concepts. It is concluded, therefore, that initiatives like this contribute to the professional development of teachers, fostering the improvement of teaching practices mediated by technology.

Keywords: GeoGebra. Mini-course. Digital Information and Communication Technologies. Technological Resources. Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Interface do GeoGebra	16
Figura 2 - Capa da apostila	23
Figura 3 - <i>Site</i> do GeoGebra	24
Figura 4 - Interface do GeoGebra na apostila	24
Figura 5 - Criação de um <i>applet</i>	25
Figura 6 - Questão resolvida	26
Figura 7 - Exercícios propostos	26
Figura 8 - Sala no <i>Classroom</i>	28
Figura 9 - <i>Links</i>	28
Figura 10 - <i>Applets</i> das frutas	29
Figura 11 - <i>Applet</i> da circunferência	30
Figura 12 - Atividade	30
Figura 13 - Atividade 1	31
Figura 14 - Atividade 12	32
Figura 15 - Aplicação do teste exploratório	34
Figura 16 - Participação do Teste Exploratório	35
Figura 17 - Atividade realizada	36
Figura 18 - Sumário alterado	38
Figura 19 - Propaganda	39
Figura 20 - Seduct 1	40
Figura 21 - Seduct 2	41
Figura 22 - <i>Applet</i> sobre coordenadas Cartesianas	43
Figura 23 - Momento da construção do <i>applet</i>	44
Figura 24 - Atividade Realizada no <i>tablet</i>	45
Figura 25 - Construção do <i>applet</i> no computador	46
Figura 26 - Mensagens no grupo após o minicurso	47
Figura 27 - Primeira pergunta do questionário inicial	48
Figura 28 - Segunda pergunta do questionário inicial	49
Figura 29 - Quarta pergunta do questionário inicial	50
Figura 30 - Respostas obtidas na quarta pergunta do questionário inicial	50
Figura 31 - Respostas obtidas na quinta pergunta do questionário inicial	51

Figura 32 - Primeira pergunta do questionário final	53
Figura 33 - Terceira pergunta do questionário final	54
Figura 34 - Respostas da quarta pergunta do questionário final	54
Figura 35 - Sétima pergunta do questionário final	56
Figura 36 - <i>Applet</i> do participante A	57
Figura 37 - <i>Applet</i> do participante B	58
Figura 38 - Questão da atividade 2	58
Figura 39 - Resolução da participante A	59
Figura 40 - Resolução da participante B	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REVISÃO DA LITERATURA	13
2.1	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na Educação	13
2.1.1	<i>Software GeoGebra</i>	16
2.2	Formação Continuada de Professores em Tecnologias	17
2.3	Ensino de Geometria Analítica	19
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	21
3.1	Elaboração da Apostila	23
3.2	Elaboração do minicurso	27
3.2.1	Desenvolvimento do minicurso	28
3.2.2	Elaboração dos questionários	32
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	34
4.1	Teste Exploratório	34
4.2	Aplicação do minicurso	38
4.3	Análise dos questionários	48
4.3.1	Questionário inicial	48
4.3.2	Questionário final	52
4.4	Análise das atividades	57
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
	REFERÊNCIAS	63
	APÊNDICES	68
	APÊNDICE A – Apostila	69
	APÊNDICE B – Slides do Minicurso	101
	APÊNDICE C – Questionário Inicial	112
	APÊNDICE D – Questionário Final	116
	APÊNDICE E – Classroom	120
	APÊNDICE F – Atividades do Classroom	122
	APÊNDICE G – Exemplo de atividade com <i>applet</i>	125

1 INTRODUÇÃO

Inicialmente, o interesse pelo tema deste trabalho surgiu a partir de reflexões realizadas durante o curso de Licenciatura em Matemática e em cursos livres de formação continuada. Além disso, ao trabalhar com aulas particulares, os autores identificaram que muitos estudantes demonstravam dificuldades na observação e análise de conceitos matemáticos, especialmente no que se refere à integração entre aspectos algébricos e geométricos. Diante desse cenário e da afinidade prévia dos autores com o *software* GeoGebra, surgiu o interesse em investigar se essa ferramenta pedagógica pode auxiliar professores a reduzir nessas dificuldades apresentadas pelos alunos.

Para Demuner *et al.* (2025), as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) desempenham um papel fundamental na educação contemporânea, transformando práticas pedagógicas e as interações entre docentes e discentes. Essas ferramentas têm se consolidado como recursos indispensáveis na mediação do ensino, ao permitir a apresentação de conteúdos de maneira inovadora e acessível. Em outras palavras, saber lidar e se adaptar às diferentes tecnologias vem se tornando cada vez mais necessário durante a vida profissional do docente e necessita de uma permanente atualização (Hack e Negri, 2010).

Porém, a formação continuada de professores, especialmente no que se refere ao uso das TDIC enfrenta diversos desafios. Segundo English e Sá (2014), a grande diversidade de *softwares* e recursos tecnológicos, cada um com sua linguagem e interfaces específicas, gera dificuldades significativas para a adoção dessas ferramentas em sala de aula. Além disso, como aponta Rodrigues (2014), fatores como a falta de tempo, o conhecimento tecnológico limitado, a insegurança no uso desses recursos e a resistência à mudança são algumas das barreiras encontradas pelos docentes

Tendo em vista essa problemática da constante necessidade de atualização dos professores, as autoras Barcelos, Passerino, Behar (2011, p. 91) afirmam que “Os professores percebem as dificuldades de seus alunos, no entanto não conseguem reduzir essas dificuldades pela falta de conhecimento e estratégias que possam melhorar o processo de aprendizagem dos alunos”. O trecho foi retirado do livro "Educação e tecnologia: um percurso interinstitucional" e associa que a dificuldade dos alunos está diretamente ligada às metodologias de ensino utilizadas pelo professor e a falta de conhecimento de métodos adequados para abordar os conceitos acaba mantendo o ensino tradicional e por consequência a dificuldade dos alunos.

Diante desse cenário, foi elaborado um minicurso de GeoGebra voltado para docentes, com a finalidade de ampliar as possibilidades metodológicas dos professores, proporcionando estratégias para o uso desse recurso. Os autores optaram por criar *applets* e selecionar questões relacionadas à Geometria Analítica para exemplificar as potencialidades do *software*. Essa escolha se deve tanto a afinidade dos autores com o tema quanto à versatilidade do conteúdo, que permite integrar conceitos de Álgebra e Geometria, conforme destacado por Dante (2010).

Com isso, formulou-se a seguinte questão de pesquisa: Como a aplicação de um minicurso sobre o uso do *software* GeoGebra pode contribuir para a formação continuada de professores de Matemática da rede municipal de Campos dos Goytacazes? Para responder a essa questão de pesquisa, o objetivo deste trabalho é analisar como a aplicação de um minicurso sobre o uso do *software* GeoGebra pode contribuir para a formação continuada de professores de Matemática da rede municipal de Campos dos Goytacazes.

Para alcançar esse objetivo, adotou-se a metodologia de pesquisa qualitativa do tipo Estudo de Caso. Os instrumentos de coleta de dados consistem na observação, diálogo e participação dos professores ao longo da aplicação, seguidas das respostas coletadas de dois questionários, buscando traçar o perfil dos participantes e posteriormente o *feedback* do minicurso, ambos realizados no Google *forms*.

O presente trabalho está estruturado em cinco seções principais. A primeira sessão é dedicada à introdução, onde são apresentados os objetivos e a justificativa do estudo. A segunda sessão é voltada à revisão de literatura, que está subdividida em três subseções: a primeira aborda as tecnologias digitais na educação, incluindo um sub tópico que discute o *software* GeoGebra, a segunda se concentra na Geometria Analítica e a quarta aborda a formação continuada de professores. A terceira seção descreve os procedimentos metodológicos, detalhando a elaboração e o desenvolvimento da apostila, do minicurso e dos questionários inicial e final. Na quarta seção, são apresentados as análises dos resultados da aplicação do teste exploratório, do minicurso e dos questionários aplicados. Posteriormente a última seção se destina às considerações finais.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Esta seção é destinada à fundamentação teórica do trabalho, dividida em três subseções. A primeira delas se destina a Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na Educação e tem como tópico *Software GeoGebra*. A segunda é a formação continuada de professores e a terceira se refere ao ensino de Geometria Analítica.

2.1 Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na Educação

Durante muito tempo, o uso de recursos tecnológicos como calculadora e computadores eram evitados no ambiente escolar, pois acreditava-se que a utilização desses recursos iria contribuir para que os alunos realizassem tarefas repetitivas e mecanizadas (Bento, 2010). No entanto, de acordo com Bento (2010), com o avanço e o desenvolvimento das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), tais recursos se tornam cada vez mais presentes no cotidiano e na realidade dos estudantes.

De acordo com Soares, *et al* (apud Evaristo, 2024), as TDIC são um conjunto diversificado de ferramentas tecnológicas que, por meio de equipamentos, programas e mídias, permitem conectar diferentes indivíduos. Essas tecnologias por facilitarem a comunicação entre seus participantes, permitem possibilidades de interação vantajosas durante o processo de ensino e aprendizagem (Hack e Negri, 2010).

Para Demuner, *et al* (2025), as TDIC desempenham um papel fundamental na educação contemporânea, transformando as práticas pedagógicas e as interações entre docentes e discentes. Essas ferramentas vêm se tornando essenciais na mediação do ensino, possibilitando a apresentação de conteúdos de forma inovadora e acessível.

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ressaltam a importância desses recursos em sala de aula. De acordo com os PCN, o uso de computadores e tecnologias proporciona a criação de ambientes de aprendizagem que favorecem o desenvolvimento dos alunos (Brasil, 1998). Ademais, a BNCC complementa afirmando que o desenvolvimento constante das tecnologias e as transformações ocasionadas por elas na sociedade torna necessário que os estudantes saibam lidar com esses recursos, já que as futuras profissões irão envolver computação e tecnologias digitais (Brasil, 2018).

Com isso, o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação na Matemática ganha cada vez mais relevância, mediante as suas potencialidades educativas e profissionais. Para Ponte, Oliveira e Varandas, (2003, p. 160 *apud* Duda; Silva, 2015, p. 312)

[...] uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) permite que o ensino de Matemática seja feito de forma inovadora, reforçando a importância de novas formas de representação, relativizando a importância do cálculo e da manipulação simbólica.

Em outros termos, isso significa que as TDIC não devem ser vistas como meras ferramentas a serem utilizadas durante uma aula expositiva, mas sim como possíveis potencializadores no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática. Tendo em vista que seu uso permite explorar a Matemática de uma forma transformadora e diferente daquela apresentada em uma aula tida como tradicional, reforçando aspectos importantes para o desenvolvimento crítico dos alunos.

Além disso, o docente que utiliza esses recursos em sala de aula possibilita que as atividades e os conceitos apresentados ao aluno promovam o desenvolvimento do seu lado investigativo e questionador. E com isso, ocorre uma mudança no processo de ensino e de aprendizagem, em que Rocha (2011, p. 3) afirma que:

Os computadores e as demais manifestações tecnológicas presentes nos ambientes escolares, devem ser encaradas enquanto artífices de um processo mais abrangente, em que a tecnologia educacional seja vista como recurso material e esteja engajada em qualquer prática educativa que venha a contemplar significativamente os processos de ensino e aprendizagem.

Os recursos tecnológicos no ambiente escolar podem ser usados de forma ampla, trazendo diversos benefícios para o processo de ensino e aprendizagem quando utilizados de forma correta, como um material didático e de forma a auxiliar o processo de ensino.

De forma complementar, permite ao docente ter diversas opções ao abordar conceitos matemáticos utilizando esses recursos. De acordo com Pereira Júnior *et al.* (2017), o uso das tecnologias na educação agrega valores que permitem criar diferentes formas de abordar conteúdos em sala de aula, por meio de um ensino mais próximo à realidade do aluno, mudando o papel do educador frente ao educando. Desse modo, o professor tem a função de criar ambientes de aprendizagem que auxiliem no processo de compreensão dos conhecimentos dos alunos, com o auxílio das TDIC sendo utilizadas como ferramenta educacional de complementação e de aprimoramento.

Diante desse cenário, a fala de Freire (1996) ressalta que ensinar é criar possibilidades da construção do conhecimento por parte dos alunos, questionando uma Educação Bancária, em que o educador “deposita o conhecimento” de forma mecânica e o aluno reproduz sem questionar o que lhe foi “transferido”. Tendo isso em vista, as tecnologias podem ser abordadas como ferramentas de aperfeiçoamento, nas quais, o professor estimula as capacidades investigativas e reflexivas dos alunos, pois segundo Silva (2019) é notável que a utilização de recursos tecnológicos no ambiente escolar auxilia no desenvolvimento dos saberes críticos dos alunos e em sua formação integral.

Do mesmo modo, Pablos (2006) aborda que o uso das potencialidades dos recursos tecnológicos digitais gera a flexibilização do processo de aprendizagem, permitindo um melhor aproveitamento e facilitando o acesso ao conhecimento. Mas para isso ser significativo, é necessário repensar o processo de ensino e de aprendizagem no qual a tecnologia de forma isolada não funciona devidamente.

Com isso, segundo Araújo (2023) a utilização dos recursos tecnológicos digitais tem se mostrado promissora no desenvolvimento do aprendizado dos alunos. E por meio das diversas abordagens como *softwares*, jogos educativos, entre outros proporcionam o maior engajamento dos alunos e torna o ensino mais dinâmico e interativo, fazendo com que os conceitos matemáticos mais complexos sejam facilitados por meio da tecnologia. No entanto, Araújo (2023) afirma ser necessário que os professores tenham acesso a uma formação adequada para que possam utilizar esses recursos de forma significativa a contribuir e integrar no processo de ensino.

Infere-se portanto que, apenas a presença de recursos tecnológicos em sala de aula não garante um melhor desempenho dos alunos no processo de aprendizagem, uma vez que o importante é a forma como o professor apresenta os conteúdos utilizando os recursos tecnológicos disponíveis

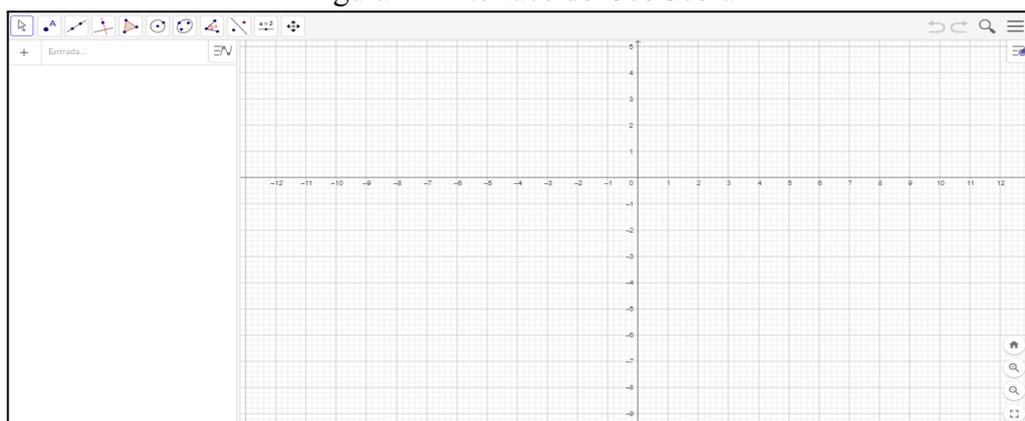
Dentre os recursos tecnológicos disponíveis, os autores Pereira e Cordeiro (2016) destacam que a utilização do *software* GeoGebra pode ser uma ferramenta diferenciada e útil para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

2.1.1 Software GeoGebra

O GeoGebra foi criado em 2001 por Markus Hohenwarter e consiste em um *software* gratuito de Matemática dinâmica, livre e multiplataforma, desenvolvido para o ensino de Matemática nos mais diversos níveis de educação, desde o fundamental até o superior. Atualmente o aplicativo conta com uma plataforma com mais de um milhão de recursos, com diversos usuários ao redor do mundo e sua interface permite o uso de diversos recursos de Geometria, Álgebra, Aritmética, planilhas, gráficos e cálculos simbólicos de maneira rápida e objetiva (GeoGebra, 2023).

No que se diz respeito a sua interface na versão de computador (Figura 1), o *software* permite que o usuário consiga realizar o estudo de diferentes conteúdos matemáticos, mudando suas representações de forma rápida e dinâmica. Isso ocorre porque o GeoGebra possui uma linguagem simples, amigável e intuitiva (Batista, 2023).

Figura 1 - Interface do GeoGebra



Fonte: Elaboração própria.

Para Nascimento (2012) o grande diferencial do GeoGebra se dá a partir da versatilidade de permitir representar um mesmo objeto matemático de diferentes formas, facilitando a visualização e análise com maior precisão de detalhes dos conteúdos estudados. Além disso, outra vantagem do *software* é a possibilidade de criar ambientes que permitam a investigação e o interesse dos alunos, pois segundo Silva (2020, p. 75) “O GeoGebra desperta nos alunos uma grande capacidade de investigação, através do uso de suas ferramentas, tornando o estudo de Matemática mais acessível, tangível e até divertido”. Diante disso, a abordagem desse *software* em sala de aula pode potencializar os resultados e auxiliar os discentes no processo de ensino e aprendizagem.

No entanto, sobre a abordagem desse *software* Santos (2013, p. 27) afirma que:

Embora o GeoGebra proporcione condições que permitam ao estudante a construção do conhecimento, o software sozinho não pode ensinar coisa alguma, por mais que tenha manuais de como fazer construções. Para que haja aprendizagem com esse recurso é necessário a elaboração de situações didáticas, o que torna indispensável a presença do professor.

Diante disso, o *software* GeoGebra pode ser considerado um ótimo recurso a ser utilizado em sala de aula, mas é fundamental que a abordagem seja feita de forma adequada e planejada, permitindo que o professor desempenhe um papel de mediador na construção do conhecimento do aluno, criando assim um ambiente favorável para a aprendizagem. Tendo em vista a necessidade de saber lidar com esses recursos tecnológicos, a formação continuada pode possibilitar que os professores aprimorem seus conhecimentos e conheçam formas de utilizá-las em sala de aula.

2.2 Formação Continuada de Professores em Tecnologias

É possível observar que algumas instituições de ensino possuem recursos tecnológicos e ambientes informatizados. No entanto, para que esses recursos obtenham os resultados esperados e significativos na educação, é necessário que o docente saiba utilizar esses recursos para fins educacionais e como ferramentas que auxiliem seus alunos a compreenderem melhor o conteúdo. Valente (1991, p. 1) afirma que:

A implantação da informática na educação consiste basicamente de quatro ingredientes: o computador, o software educativo, o professor capacitado para usar o computador como ferramenta educacional e o aluno. O software educativo tem tanta importância quanto os outros ingredientes pois, sem ele, o computador jamais poderá ser utilizado na educação.

Ou seja, a utilização do computador ou do *software* de forma isolada não pode ser considerado um recurso pedagógico, tendo em vista que são necessários outros fatores para que haja um melhor aproveitamento desses aparelhos, dentre eles, um professor capacitado para que o ensino tenha os resultados desejados.

Sendo assim, torna-se evidente a importância da formação continuada em tecnologias no desenvolvimento da profissão docente. Segundo Nóvoa (2022) a percepção de um ambiente escolar no modelo tradicional, com um professor junto ao quadro dando aula para alunos sentados apenas ouvindo, deve ser transformada em um espaço no qual vários professores desenvolvem suas aulas utilizando de diferentes práticas pedagógicas integradas, visando uma aprendizagem significativa.

Com isso, as práticas citadas podem proporcionar um ambiente favorável para o processo de ensino e aprendizagem, tendo em mente que o professor deve estar sempre buscando aprimorar suas práticas pedagógicas. Diante do cenário de um mundo globalizado, que vem mudando cada vez mais rápido por conta da grande quantidade de informações que o desenvolvimento da *internet* e das novas tecnologias proporcionaram, o docente que consegue mediar a seu favor essas novidades pode tornar sua aula mais atrativa, motivadora e interessante para os alunos (Mercado, 1999).

Outro fator que contribuiu para que o uso de tecnologias em sala de aula se tornasse uma tendência cada vez mais presente foi a pandemia do Covid-19, que teve início no final de 2019 (Arruda, Silva, Bezerra, 2020). Durante o período do isolamento social, muitas escolas foram fechadas e tiveram que se adaptar, criar estratégias e preparar materiais para dar continuidade ao funcionamento das atividades escolares, porém no formato emergencial e a distância. Diante desse cenário, os educadores tiveram que buscar se aperfeiçoar e aprender a utilizar novos recursos que os auxiliassem em seu trabalho nesse momento pandêmico (Cordeiro, 2020). Ou seja, em meio a pandemia vários professores tiveram que procurar cursos de formação continuada para conseguir ministrar suas aulas por meio de recursos tecnológicos.

Percebe-se portanto, que a formação continuada é uma necessidade não apenas para que o professor possa utilizar os recursos tecnológicos em suas aulas, mas também para seu desenvolvimento profissional. Além disso, os autores Endlich e Sá (2014) afirmam que com estudo aprofundado do tema, o docente consegue criar um pensamento crítico e reflexivo em meio a sua prática pedagógica. Dessa forma, os professores enriquecem suas práticas a partir de embasamento teórico e metodológico relacionados aos temas educacionais, analogamente com o aprimoramento dos estudos envolvendo tecnologias no âmbito educacional.

Entretanto, a formação continuada de professores necessita levar em consideração os desafios encontrados pelos docentes durante a realização destes cursos de aprimoramento. English e Sá (2014) reforçam que a grande variação de *softwares* e recursos tecnológicos, cada uma com sua própria linguagem e interface, tem como consequência a dificuldade na utilização dos diversos programas disponíveis.

Além disso, existem diversos outros fatores que dificultam o acesso e a permanência de professores em cursos de formação continuada em tecnologias, como ressalta Rodrigues (2014, p. 3):

[...] a integração das tecnologias digitais em contexto educativo depara-se com dificuldades generalizadas por parte dos professores ao nível da falta de tempo e reduzido conhecimento tecnológico. Os professores apresentam também dificuldades na tomada de decisão de utilização das tecnologias, seja pela pouca confiança que possam ter na sua utilização, seja pela resistência pessoal intrínseca à mudança, sentindo necessidade de obterem orientações mais claras sobre a sua utilização e sobre os métodos de avaliação a usar quando integram as TD.

Ou seja, a falta de tempo para aprender como utilizar essas novas tecnologias em sala de aula, frequentemente por conta da grande jornada de trabalho, somada às dificuldades encontradas durante a utilização de recursos tecnológicos com diferentes interfaces acabam desmotivando o professor a buscar aprender sobre os recursos ou se aperfeiçoar. Isso implica na redução nas possibilidades de desenvolvimento das suas práticas pedagógicas, deixando de usar as potencialidades dos recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem.

2.3 Ensino de Geometria Analítica

A Geometria Analítica, ou Geometria Cartesiana, pode ser entendida como a junção de duas áreas da Matemática: a Álgebra e a Geometria. René Descartes (1596 - 1650), filósofo e matemático francês, desenvolveu a Geometria Analítica ao perceber que seria possível estabelecer relações entre objetos geométricos, ao inseri-los no plano cartesiano e representá-los por meio de equações algébricas (Dante, 2010). Dessa forma, para Giardinetto (2000, p. 138):

por um lado, na geometria analítica há o esclarecimento das construções geométricas pelo enfoque algébrico, por outro lado, as próprias expressões algébricas através de suas equações, passaram a ser melhor interpretadas pelo auxílio de suas representações geométricas construídas pelos conceitos reelaborados pela geometria analítica.

Por meio do estudo da Geometria Analítica é possível visualizar os objetos geométricos a partir da Álgebra e interpretar a Álgebra utilizando os conceitos geométricos. Desse modo, fica evidente a importância de relacionar a Álgebra e a Geometria para o entendimento, de forma significativa, da Geometria Analítica.

Diante disso, fica evidente a importância do estudo da Geometria Analítica, que no Brasil é reforçado pela BNCC (Brasil, 2016, p. 272), na qual destaca que as relações entre a Álgebra e a Geometria devem ser ressaltadas desde cedo no Ensino Fundamental II. Segundo a BNCC, essa abordagem pode ser feita por meio do estudo do Plano Cartesiano e deve ser ampliada com a análise gráfica de sistemas lineares de equações de primeiro grau, e

posteriormente trabalhado no Ensino Médio. Isso possibilita que o aluno consiga perceber que a Geometria não é uma área isolada da Álgebra, mas sim que existe uma integração entre elas.

Entretanto, o estudo da Geometria Analítica apresenta diversas dificuldades que impactam o significado desse conteúdo. Segundo Marquez, Pires e Ibanez (2024), entre os principais desafios está a falta de visualização do significado dos conceitos geométricos, o que frequentemente leva os alunos a apenas decorarem os conteúdos sem compreendê-los profundamente. Além disso, a apresentação de conceitos ou desenhos geométricos tridimensionais em um quadro bidimensional não favorece o desenvolvimento da percepção tridimensional dos alunos, dificultando a compreensão de objetos espaciais

Além disso, para Silva (2021), o ensino da Geometria Analítica na educação básica apresenta diversos problemas que devem ser solucionados, dentre eles o principal se refere a maneira como esse conteúdo é apresentado em sala de aula. Sendo mostrado apenas como um conjunto de fórmulas prontas, focando na parte algébrica, sem promover uma conceituação ou contextualização bem construída. Outro ponto criticado, se refere aos exercícios presentes nos livros didáticos que envolvem essa temática, pois a grande maioria deles se limitam a manipulações algébricas em detrimento aos exercícios que exigem análise, visualização e interpretação de resultados.

Diante das dificuldades e desafios apresentados no ensino da Geometria Analítica, o papel do professor assume uma dimensão que vai além do simples domínio do conteúdo a ser ministrado. Segundo Medeiros, *et al* (2024), é essencial que o docente adote modos, meios e estratégias eficazes durante o processo de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, o professor deve atuar como mediador, questionador e incentivador, promovendo a curiosidade do aluno em relação ao que está sendo proposto. Com isso, Melo (2023), ressalta que o papel do docente mediante ao ensino da Geometria Analítica é promover interação mais significativa entre o aluno e os conceitos abordados, permitindo que ele visualize, analise e interprete os objetos matemáticos de forma mais integrada, compreendendo as equações algébricas por meio de suas representações geométricas.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção serão abordados os procedimentos metodológicos desta pesquisa que tem como objetivo: Analisar como a aplicação de um minicurso sobre o uso do *software* GeoGebra pode contribuir para a formação continuada de professores de Matemática da rede municipal de Campos dos Goytacazes.

Para alcançar tal objetivo, o presente trabalho tem como abordagem uma pesquisa qualitativa com metodologia de estudo de caso. Para Silveira e Córdova (2009, p. 32) “A pesquisa qualitativa preocupa-se, portanto, com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais”. Ou seja, esse tipo de pesquisa se preocupa com o desempenho e o desenvolvimento do objeto estudado.

Além disso, o estudo de caso pode ser definido como um método de pesquisa que permite a investigação de um fenômeno social a partir da análise de um contexto específico (Coimbra e Martins, 2014). Essa metodologia destaca-se, pela proximidade do pesquisador com os eventos e situações analisadas, o que possibilita descrição detalhada das ações, análises das interações e os entendimentos dos participantes ao longo da pesquisa (Ludke, André, 2013). Dessa forma, é possível compreender não apenas como esses fenômenos surgem e se desenvolvem, mas também como evoluem ao longo do tempo.

O público-alvo desta pesquisa são professores de Matemática da rede municipal de ensino de Campos dos Goytacazes, que participarão de um minicurso voltado para a formação continuada em tecnologias, em específico o *software* GeoGebra. A realização do minicurso foi realizada em parceria com a prefeitura municipal de Campos dos Goytacazes, visando capacitar os docentes para utilização do *software* em suas aulas, por meio de *tablets* ou computadores disponibilizados pela mesma. Esse público-alvo foi escolhido devido ao interesse dos autores em, no futuro, trabalhar com a formação de professores. Além disso, a escolha se justifica pela relevância de capacitar docentes que atuam diretamente na rede municipal de ensino, onde há uma demanda por estratégias que possam auxiliá-los em sala de aula.

Inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica acerca do tema, tendo como finalidade o aprofundamento sobre a utilização de tecnologias digitais na educação com ênfase na utilização do *software* GeoGebra. Além de leituras relacionadas a formação continuada de professores com foco em tecnologias.

Em seguida, foi feita a elaboração de um minicurso voltado para a utilização de tecnologias digitais nas aulas de matemática operando com o *software* GeoGebra para um melhor aproveitamento das aulas por meio desse recurso. O minicurso foi organizado em duas etapas. A primeira etapa ocorreu de forma presencial, na qual foram apresentadas as principais ferramentas do *software* e como utilizá-lo na realização de exercícios, criação de applets e confecção de atividades dinâmicas em sala de aula. A segunda etapa foi realizada *online*, nela os participantes deveriam realizar a construção de um *applet*, seguindo um roteiro de construção e, em seguida, resolver uma questão utilizando as ferramentas abordadas no minicurso.

Por fim, para realizar a coleta de dados, além da observação e diálogos com os docentes participantes, foram utilizados dois questionários que consistiam em “ [...] uma série ordenada de perguntas que devem ser respondidas por escrito pelo informante [...]” (Gerhardt *et al.*, 2009, p. 69). Segundo Gil (2021), esse instrumento tem como objetivo obter informações a respeito de algum assunto que se tenha interesse em saber. O primeiro questionário foi aplicado no início das inscrições dos participantes do minicurso buscando identificar o perfil profissional dos docentes e sua opinião sobre o uso da tecnologia em sala de aula. O segundo foi aplicado ao final do minicurso, disponibilizado de forma *online*, na sala de aula do Google *Classroom* como forma de obter os *feedbacks* dos professores participantes acerca das atividades propostas ao longo do minicurso.

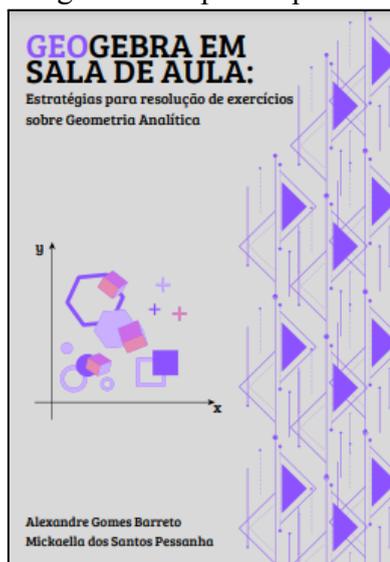
Portanto, as etapas do presente trabalho foram estruturadas da seguinte forma:

- 1) Revisão bibliográfica;
- 2) Elaboração da apostila;
- 3) Elaboração do minicurso;
- 4) Elaboração dos questionários;
- 5) Aplicação do teste exploratório;
- 6) Revisão dos materiais após teste exploratório;
- 7) Aplicação do minicurso e dos questionários;
- 8) Análise dos dados obtidos;
- 9) Escrita da monografia.

3.1 Elaboração da Apostila

A elaboração da apostila¹ (Apêndice A) teve como objetivo introduzir o *software* GeoGebra, oferecendo uma visão inicial sobre suas funcionalidades. O material inclui uma breve descrição das vantagens e recursos que o *software* disponibiliza e questões de vestibulares para serem realizadas com o uso do aplicativo.

Figura 2 - Capa da apostila



Fonte: Elaboração Própria.

Após essa breve descrição, a apostila apresenta a interface do *site* GeoGebra (Figura 3), detalhando as principais funções disponíveis na versão de *desktop*. Nesta seção, são explicados os passos para criar um perfil ou fazer login. Além disso, é destacado o recurso de busca, que possibilita encontrar materiais feitos por outros usuários do *GeoGebra*. Por fim, a apostila orienta sobre como acessar a calculadora gráfica, local onde será realizada a construção de *applets*.

1

¹ Apostila: <https://drive.google.com/file/d/1tnuLetreKc4cNp9OEzhKuJKdi3LQ-QTN/view?usp=sharing>

Figura 3 - Site do GeoGebra

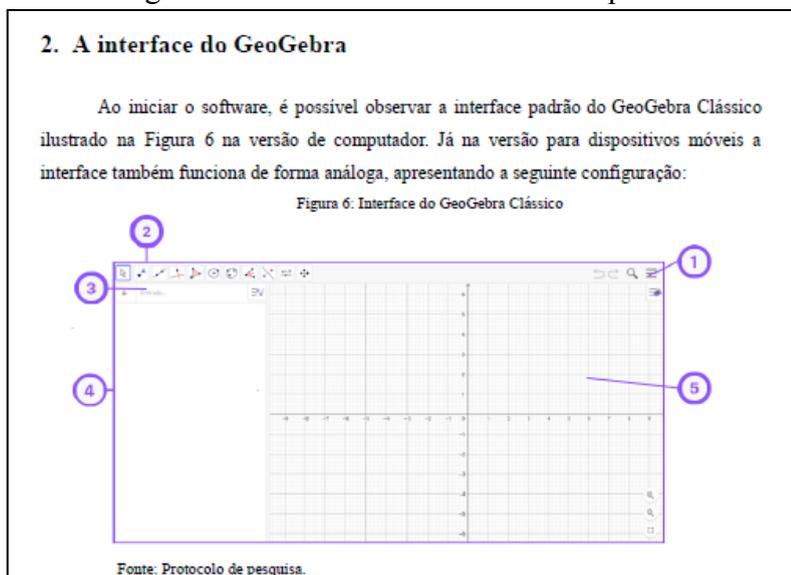


Fonte: Elaboração Própria.

Em seguida é apresentada a versão mobile do *software*. Nela são comentadas as etapas necessárias para baixar o aplicativo em dispositivos móveis. Além disso, são fornecidas orientações sobre como iniciar a calculadora gráfica desejada, sendo possível escolher entre a calculadora gráfica, Geometria, 3D, Científica, Cálculo Simbólico ou probabilidade.

A apostila apresenta uma descrição detalhada de cada ferramenta e da interface do GeoGebra (Figura 4), abordando de forma geral os principais elementos e funcionalidades disponíveis no *software*. Essa descrição possibilita que os leitores interessados em se aprofundarem nas ferramentas, obtenham informações mais completas das funções que o GeoGebra pode oferecer.

Figura 4 - Interface do GeoGebra na apostila



Fonte: Elaboração Própria.

Na sequência, o material apresenta uma proposta prática para a criação de um *applet* (Figura 5), com o objetivo de demonstrar, de forma aplicada, a utilização de diversos recursos e ferramentas do *software*. Essa abordagem exemplifica como os conhecimentos adquiridos no GeoGebra podem ser integrados a diferentes conceitos e conteúdos. Neste *applet* em específico, ao manipular os controle deslizante, os catetos do triângulo retângulo inscrito na circunferência são ampliados ou reduzidos, permitindo que o usuário observe e compreenda uma relação entre esses catetos e a Equação da Circunferência.

Figura 5 - Criação de um *applet*

3. Criação de um *applet* no GeoGebra

Para exemplificar como funciona a criação de construções e atividades no GeoGebra, será apresentada uma série de instruções, organizadas em etapas, para construir o *applet* da Figura 21, que está disponível em <https://www.GeoGebra.org/m/bhrz4qc4>. Essa atividade tem como objetivo representar, de forma geométrica e algébrica a equação da circunferência e a possibilidade de associá-la a outros conteúdos, como o Teorema de Pitágoras. A utilização desse *applet* contribui para uma abordagem diferente desses conceitos e permite a visualização geométrica e algébrica.

Figura 21: *Applet* pronto

Fonte: Protocolo de pesquisa.

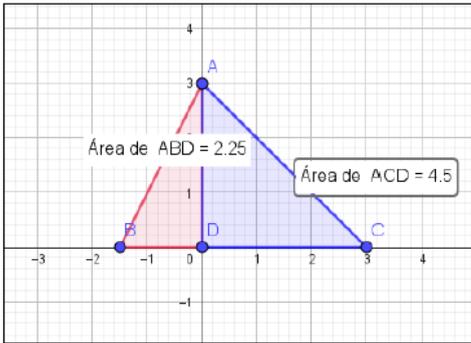
Fonte: Elaboração Própria.

Além disso, foram selecionados exercícios resolvidos sobre o conteúdo de Geometria Analítica, com o objetivo de demonstrar, de forma prática, como o *software* GeoGebra pode ser utilizado na resolução de questões (Figura 6). Essa etapa não apenas mostra as potencialidades do programa, mas também busca possibilitar ao leitor a compreensão de que a aplicação de conceitos Matemáticos nesse aplicativo permite uma melhor visualização e interação mais ampla com o problema proposto.

Figura 6 - Questão resolvida

Resolução:

Na interface do *software* GeoGebra, vamos utilizar a Janela de Álgebra e a Janela de Visualização. Inicialmente, escreva os pontos dados no enunciado e forme as retas AC e AB. Em seguida, com a ferramenta “Polígono”, construa o triângulo ABD, clicando nos pontos dos vértices na sequência, e o triângulo ACD. No oitavo item da barra de ferramentas, clique em “Área” e selecione um triângulo por vez. Essa ferramenta vai calcular e mostrar o valor da área de cada triângulo, como mostra a figura abaixo.



Tendo os valores das áreas, resta calcular a razão entre elas. Com isso, a resposta é $\frac{1}{2}$, letra e.

Fonte: Elaboração Própria.

Complementarmente, os autores selecionaram uma série de exercícios propostos (Figura 7), abordando a temática de Geometria Analítica, para que os participantes tentem resolvê-los de forma independente. Nessa etapa, os leitores têm a oportunidade de colocar em prática tudo que foi aprendido ao longo da apostila, desafiando-se a resolver as questões explorando as potencialidades do *software*.

Figura 7 - Exercícios propostos

3.1 Exercício Propostos

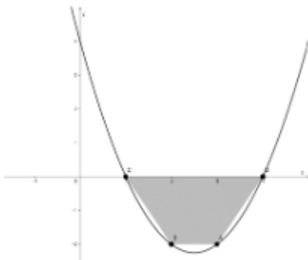
1) (UFF-RJ - Adaptada) A palavra “perímetro” vem da combinação de dois elementos gregos: o primeiro, peri, significa “em torno de”, e o segundo, metron, significa “medida”. O perímetro do trapézio cujos vértices têm coordenadas (-1, 0), (9, 0), (8, 5) e (1, 5) é igual a aproximadamente:

- 20,48
- 26,48
- 27,1
- 27,2
- 27,48

2) (IFF - 2023.2) Considere a função dada por $f(x) = x^2 - 5x + 4$, cujo gráfico é representado pela parábola da figura a seguir, e o trapézio ABCD, cujos vértices são pontos da parábola.

A área do trapézio ABCD é

- 8 unidades de área.
- 6 unidades de área.
- 4 unidades de área.
- 12 unidades de área.
- 16 unidades de área.



Fonte: Elaboração Própria.

Por fim, foi deixado disponível o *link* de um material complementar² gratuito elaborado e disponibilizado pelo Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN), sobre temática de Geometria Analítica, caso algum leitor não se recordasse de algum conteúdo abordado nas questões teria um apoio para consultar os conceitos bases da disciplina.

3.2 Elaboração do minicurso

A elaboração do minicurso foi pensada para professores de Matemática da rede municipal de Campos dos Goytacazes, em parceria com a prefeitura municipal de Campos dos Goytacazes. O minicurso foi elaborado em duas partes, a primeira sendo um momento presencial, com duração de 2 horas, e a segunda parte um momento *online*. Tendo como objetivo utilizar os recursos do *software* GeoGebra para abordar estratégias de resolução de exercícios sobre Geometria Analítica.

Para o desenvolvimento do minicurso, os autores elaboraram uma sequência de *slides* para serem transmitidas durante a realização do trabalho. Esse material está disponível no Apêndice B. Esses *slides* foram estruturados com base na sequência dos tópicos abaixo.

Momento Presencial

1. Apresentação dos autores e objetivo do trabalho.
2. Apresentação da dinâmica do minicurso.
3. Inserção dos participantes no Google *Classroom*.
4. Apresentação dos materiais disponíveis no *Classroom*.
5. Realização do questionário inicial.
6. Diálogo com os professores sobre educação matemática e suas experiências.
7. Abordagem da temática Tecnologias Digitais na Educação.
8. Apresentação do *software* GeoGebra e suas potencialidades.
9. Construção de um *applet* nos computadores.
10. Realização da atividade associada ao *applet* construído.
11. Realização de exercícios da apostila por meio do *software* GeoGebra.

Momento *online*

1. Realização das atividades presentes no *classroom*.
2. Realização do questionário final.

2

² Material Complementar: <https://memoria.ifrn.edu.br/handle/1044/1010?show=full>

3.2.1 Desenvolvimento do minicurso

No primeiro momento, os autores se apresentaram para os professores presentes e falaram sobre o objetivo do presente trabalho. Em seguida, foi comentado sobre as duas etapas compõem o minicurso, sendo a primeira o momento presencial, buscando apresentar o *software* e suas funcionalidades; e o segundo momento, de forma *online*, com o objetivo de pôr em prática a utilização dos recursos do *software* na resolução de exercícios. Ressaltando a importância da realização do segundo questionário, para a coleta de dados do trabalho. Ademais, após esse primeiro contato, os professores foram orientados a entrar na plataforma do Google *Classroom* (Figura 8) e responder o questionário inicial.

Figura 8 - Sala no *Classroom*



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Além disso, os autores mostraram os materiais que estão disponíveis no Google *classroom*, como apostila digital e *links* úteis (Figura 9). Esses recursos ficaram anexados para uso como material de apoio para os professores.

Figura 9 - *Links*



Fonte: Protocolo de pesquisa.

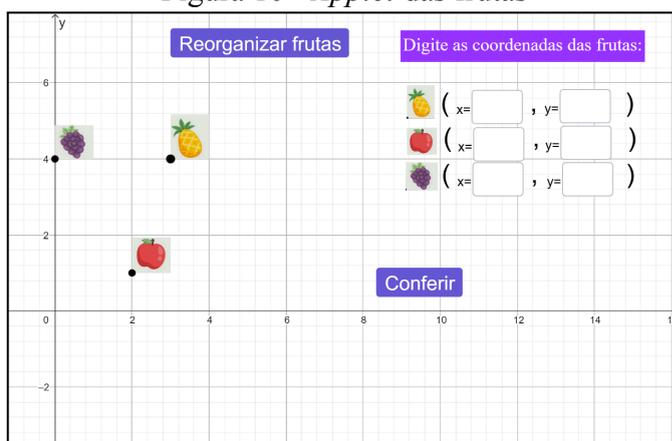
Em seguida, foi realizado um diálogo com os professores, buscando saber brevemente a concepção dos docentes sobre o ensino da Matemática, quais as dificuldades que os alunos

apresentaram durante as suas aulas, quais as metodologias utilizadas para minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos e se o uso de recursos tecnológicos é uma metodologia utilizada pelos docentes.

A partir da realização dessa conversa com os docentes, os autores dialogaram sobre a importância do uso de tecnologias em sala de aula, especificamente do *software* GeoGebra. Para isso, foi mostrada a interface do *site* na versão de *desktop* e do aplicativo na versão *mobile*, falando brevemente sobre as ferramentas e seus recursos.

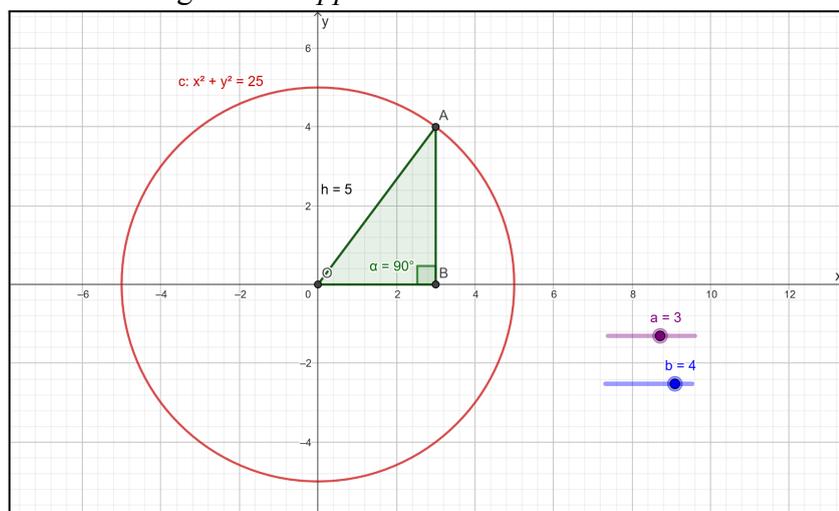
Posteriormente, foi apresentada uma construção feita pelos autores, intitulada *applet* das frutas (Figura 10), cujo objetivo principal é demonstrar as potencialidades que o *software* tem, de forma lúdica e interativa. O *applet* funciona como um jogo, com a finalidade de localizar frutas no plano cartesiano, identificando corretamente os valores da abscissa e da ordenada de cada uma delas. Essa atividade buscava mostrar aos professores que o GeoGebra possui diversas funcionalidades e formas de abordar um conteúdo.

Figura 10 - *Applet* das frutas



Fonte: Elaboração própria

Dando continuidade, os autores propuseram a construção de um novo *applet* (Figura 11), de forma simultânea com os participantes. Esse *applet* tem como finalidade estabelecer uma relação entre a Equação da Circunferência e o Teorema de Pitágoras, proporcionando uma aplicação prática das ferramentas e comandos previamente apresentados. Essa abordagem busca consolidar o aprendizado, incentivando a exploração das funcionalidades do *software*. Esse momento ocorreu de forma que um dos autores ficou orientando os docentes oralmente e projetando, simultaneamente, as construções realizadas na TV. Enquanto isso, o outro autor auxiliou os professores, quando necessário, em caso dúvidas durante a atividade.

Figura 11 - *Applet* da circunferência

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, foi disponibilizado para os docentes uma atividade sobre a construção realizada (Figura 12). Esse material é composto de questões discursivas que associam as manipulações dos controles deslizantes com o *applet*. Sendo orientado que os participantes apenas lessem os exercícios. O objetivo dessa tarefa é exemplificar uma possível atividade a ser elaborada utilizando o GeoGebra.

Figura 12 - Atividade



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense



GOVERNO FEDERAL
MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Atividade associado ao *applet* da circunferência

1) Mova o controle deslizante "a" até o valor 3 e o controle deslizante "b" até o valor 4, qual o valor do raio apresentado pelo *software*?

2) A equação exibida se assemelha a algum outro conteúdo que você já tenha estudado?

3) No *applet* da circunferência:

a) Ao mexer no Controle Deslizante "a", o que você percebeu?

b) Ao mexer no Controle Deslizante "b", o que você percebeu?

4) Por que ao colocar ambos os controles deslizantes em zero, a circunferência se torna um ponto?

Fonte: Elaboração própria.

Para finalizar, utilizando a apostila, presente no Apêndice A, os professores foram orientados a resolver os exercícios presentes no capítulo 5. Esses exercícios foram selecionados em provas de vestibulares envolvendo Geometria Analítica. O objetivo dessa etapa é para que os docentes possam colocar em prática os recursos do GeoGebra apresentados no minicurso. Os professores tiveram um tempo para realizar a tarefa sozinhos e, em seguida, foi realizada a correção em conjunto com a turma. Vale ressaltar que a todo momento, quando solicitado, os autores ficaram à disposição dos professores para tirar dúvidas sobre as tarefas e sobre os recursos do GeoGebra. Dessa forma foi finalizado o momento presencial do minicurso.

No segundo momento do minicurso, o *online*, foram disponibilizadas duas atividades, sendo a primeira para que os professores construam um *applet*, como mostra a Figura 13. Nessa atividade, foi anexado um PDF com as instruções para a construção de um hexágono regular inscrito em uma circunferência. E solicita-se que ao terminar a atividade o professor anexe o *link* na tarefa.

Figura 13 - Atividade 1

Atividade 1

O objetivo desta atividade é construir um *applet* no software GeoGebra, contendo um hexágono regular inscrito numa circunferência. Sendo a circunferência de raio 2 e centro na origem do plano cartesiano.

Para fazer a atividade, siga as instruções abaixo. Realize a construção no GeoGebra Clássico e salve no seu perfil do site, crie um perfil caso necessário. Se houverem dúvidas quanto à criação do perfil ou a algum passo desta construção, retorne ao material disponibilizado na apostila ou entre em contato com os autores do minicurso.

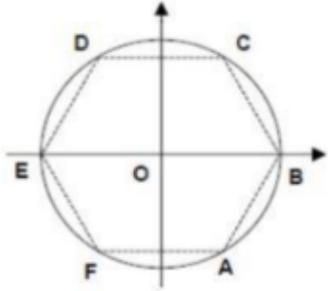
1. Crie o ponto $O = (0, 0)$;
2. Utilizando a ferramenta **Círculo: Centro e Raio**, crie uma circunferência de centro em O e raio igual a 2;
3. Utilizando a ferramenta **Interseção de Dois Objetos**, clique na circunferência e em seguida no eixo x , sendo criados dois pontos A e B ;
4. Renomeie os pontos A para E ;
5. Utilizando a ferramenta **Ângulo com Amplitude fixa**, selecione os pontos O e E , em seguida digite 60 graus;
6. Renomeie os pontos O' para D ;
7. Utilizando a ferramenta **Polígono Regular**, selecione os pontos D e E , em seguida digite 6 para o número de lados do polígono;
8. Renomeie os pontos para G , C e A para, respectivamente, C , A e F ;
Até essa etapa já foram construídos a circunferência de raio 2 e o hexágono inscrito
9. Utilizando a ferramenta **Polígono**, clique nos pontos B , D e F , criando o triângulo BDF
10. Utilizando a ferramenta **Caixa para Exibir/ Esconder Objetos**, posicione em qualquer lugar da tela, digite como legenda "Exibir Triângulo BDF " e selecione todos os objetos que pertencem ao triângulo BDF plotado. (Dica: observe na Janela de Álgebra os objetos matemáticos que têm a mesma cor que o Triângulo BDF);
11. Salve a construção realizada e copie o link.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na segunda atividade os docentes resolveram uma questão de vestibular, anexada na Atividade 2 (Figura 14). Essa resolução deve ser realizada utilizando o *applet* construído na atividade anterior, permitindo a aplicação prática dos conceitos explorados. Após a conclusão da resolução, os docentes anexaram sua construção na sala de aula do *Classroom*, para posterior análise dos autores.

Figura 14 - Atividade 2

(UFPR 2009) Considere o hexágono retangular inscrito na circunferência de raio 2 centrada na origem do sistema de coordenadas cartesianas, conforme representado na figura ao lado. Nessas condições, é incorreto afirmar:



a) A equação da circunferência é $x^2 + y^2 = 4$.

b) O triângulo com vértices nos pontos B, D e F e O é equilátero

c) A distância entre os pontos A e D é 4.

d) A equação da reta que passa pelos pontos A e C pode ser escrita na forma $px + qy = r$, com $r = 0$.

e) A equação da reta que passa pelos pontos B e D pode ser escrita na forma $y = px + q$, com $p < 0$ e $0 < q < 2$.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por fim, os professores finalizaram o momento *online* do minicurso realizando o questionário final disponibilizado no Google *Classroom*.

3.2.2 Elaboração dos questionários

Para a coleta de dados, foram elaborados dois questionários: Questionário inicial e Questionário final. As perguntas variaram entre discursiva, múltipla escolha e seleção de uma ou mais alternativas.

Os questionários foram elaborados na plataforma do Google *Forms*, as questões estão disponíveis nos Apêndice C e D. Ambos os questionários não identificam os participantes.

O questionário inicial tem como objetivo traçar o perfil dos professores, sendo composto por perguntas com os seguintes temas:

- Maior nível de formação do professor;

- Quais segmentos de ensino os participantes ministram aulas;
- Tempo de experiência em sala de aula;
- Quais recursos tecnológicos os professores costumam utilizar em suas aulas;
- Saber se os professores conhecem, de forma prévia, o *software* GeoGebra;
- Opinião dos professores em relação aos recursos tecnológicos na compreensão dos conceitos matemáticos.

O questionário final tem como objetivo obter os comentários dos professores em relação aos conceitos e ferramentas abordados durante o minicurso. Esse questionário é composto por perguntas com os seguintes temas:

- Identificar se os professores conheciam ou não os recursos utilizados no minicurso;
- Saber se os professores encontraram dificuldades em utilizar o *software* GeoGebra;
- Saber se os professores encontram dificuldades nos conceitos de Geometria Analítica desenvolvidos durante o minicurso;
- Opinião dos docentes a respeito da utilização do GeoGebra para resolução de exercícios;
- Identificar se os professores já tinham conhecimento de como montar *applets* e resolver exercícios por meio do *software* GeoGebra;
- Opinião dos professores sobre os recursos do *software* após o minicurso;
- Saber se os professores têm interesse em usar o GeoGebra em suas aulas.

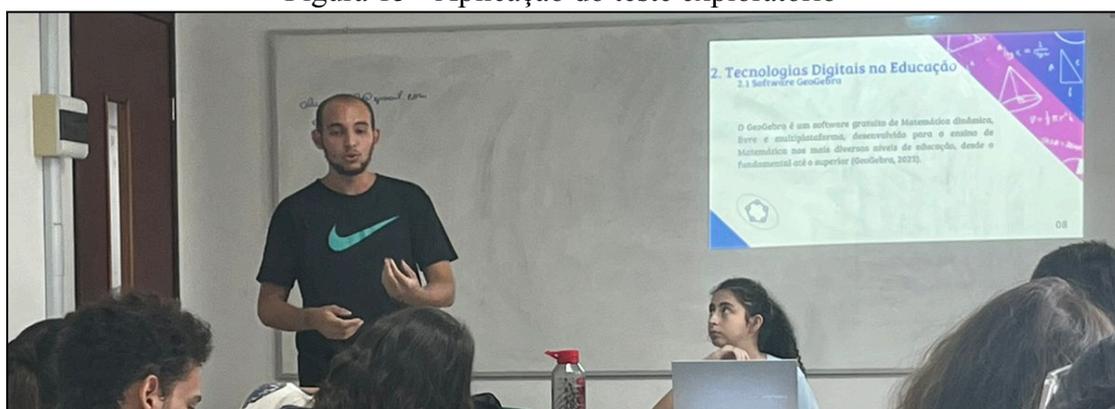
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo está estruturado em quatro subtópicos: o primeiro tratará do teste exploratório, o segundo abordará a aplicação do minicurso, o terceiro será dedicado à análise dos questionários e o último da análise das atividades realizadas de forma *online* pelos participantes.

4.1 Teste Exploratório

O teste exploratório foi realizado no dia 15 de março de 2024, durante duas horas, no Instituto Federal Fluminense. Participaram do teste treze licenciandos, que estavam entre o 6º e o 8º período do curso de Licenciatura em Matemática, e uma professora da Licenciatura em Matemática (Figura 15). Vale ressaltar que os participantes já tiveram contato com o exercício da profissão docente por meio de projetos de iniciação à docência e vivências relacionadas ao estágio. Além disso, a participação de uma professora da Licenciatura se justifica por ela lecionar aulas na disciplina de Geometria Analítica e teve interesse em participar do teste exploratório.

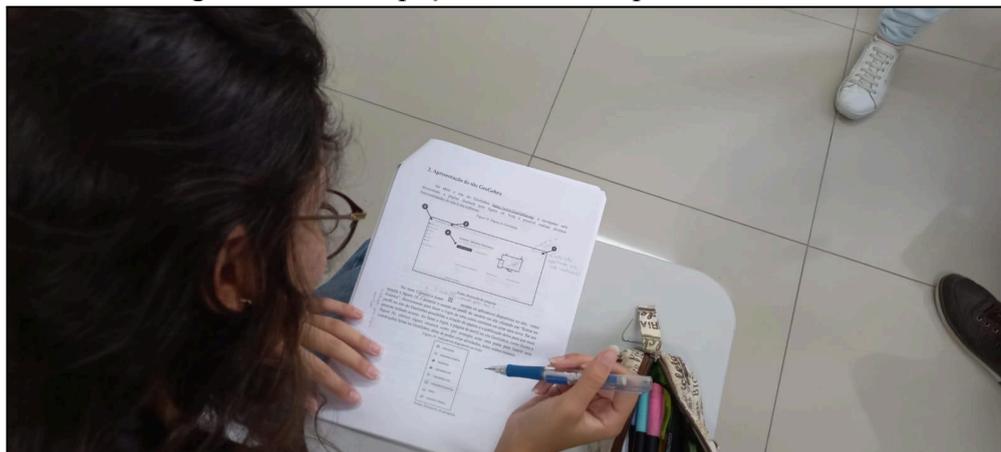
Figura 15 - Aplicação do teste exploratório



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O objetivo do teste exploratório foi analisar a qualidade da apostila produzida, juntamente com a clareza dos questionários utilizados para a coleta de dados, bem como a coerência das atividades propostas com o material apresentado (Figura 16). Além disso, os autores buscaram avaliar se seria possível a realização de todos os exercícios propostos no tempo delimitado.

Figura 16 - Participação do Teste Exploratório



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para dar início a realização do teste exploratório, cada licenciando recebeu um *tablet*, já com o aplicativo do GeoGebra instalado, juntamente da apostila do minicurso. Posteriormente, foi realizada a apresentação dos autores com ideia principal do trabalho com o uso de Tecnologias Digitais e o objetivo do minicurso.

Em seguida, foi abordado como seria o funcionamento do minicurso, no qual é composto da parte presencial, *online* e a coleta de dados para o trabalho. Na sequência, foi disponibilizado aos licenciados o acesso a sala de aula no Google *Classroom*, acesso a um material de apoio e a apostila de forma digital, ambos presentes na plataforma. Além disso, foram apresentados o questionário inicial, que continham questões para coleta de dados dos participantes, e o questionário final, em que a finalidade era saber o *feedback* dos participantes em relação ao minicurso. Essa etapa do trabalho tinha como objetivo que os licenciandos analisassem o *classroom* e os questionários disponibilizados.

Após a análise dos questionários, deu-se início à apresentação para os licenciandos sobre o uso de Tecnologias em sala de aula. Essa discussão começou com a reflexão de que, historicamente, o emprego desses recursos nem sempre foi bem recebido. Conforme aponta Bento (2010), as Tecnologias em sala de aula enfrentaram algumas resistências e não eram amplamente aceitas. Em contrapartida, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) atualmente recomenda o uso desses recursos em sala de aula, reconhecendo-as como possíveis facilitadoras do processo de ensino e aprendizagem. Durante a apresentação, os licenciandos sugeriram que algumas partes fossem resumidas e discutidas brevemente com os professores.

Em seguida, foi apresentado o *software* GeoGebra juntamente com suas vantagens e potencialidades. Posteriormente, foi feita uma breve apresentação da interface do aplicativo, tanto na versão de *desktop*, pelo *site*, quanto na versão *mobile*, pelo *tablet* (Figura 17). Foi

apresentado, de forma resumida, alguns comandos importantes e suas funcionalidades.

Figura 17 - Atividade realizada



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ademais, foi destacado que o uso isolado do aplicativo não auxilia no processo de ensino e aprendizagem. Para isso, torna-se evidente o papel do professor na organização e planejamento de forma consciente do uso desses recursos em sala de aula.

Com isso, a próxima etapa foi um diálogo com os participantes do minicurso, sobre o ensino de Matemática e quais metodologias eram utilizadas pelos professores, buscando saber se utilizavam recursos tecnológicos e especificamente o GeoGebra em sala de aula. Foi sugerido pelos licenciandos que esse diálogo fosse realizado antes de abordar o *software* GeoGebra e que por conta do tempo, fosse realizado essa atividade ao invés da apresentação mais detalhada sobre as tecnologias.

Para que fosse realizado o teste exploratório, foi necessário o uso de *tablets* da instituição. No entanto, os *tablets* concedidos possuíam diferentes versões o que ocasionou algumas adversidades na utilização do *software* analisado. Alguns *tablets* tinham a versão suíte, que era a recomendada, e outros tinham o *software* apenas da versão gráfica. No geral, era possível realizar as atividades propostas, no entanto essas diferentes versões possuíam alguns comandos dispostos de maneiras diferentes, o que gerou dificuldades na hora da explicação geral da atividade. Uma das sugestões foi que no momento da realização do minicurso fosse verificado as versões do *software*, com o intuito de padronizar a explicação das etapas da atividade.

Na sequência do teste exploratório foi realizada a construção do *applet* utilizando os *tablets*, em que os autores auxiliaram os participantes do teste exploratório na realização dessa atividade. O objetivo dessa dinâmica era a construção de um *applet* que estabelecesse a relação entre os conceitos do Teorema de Pitágoras e a Equação da Circunferência. Por meio

da ferramenta controle deslizante, os licenciados, ao manipulá-la, poderiam visualizar de forma dinâmica a conexão entre esses conteúdos. Além disso, foi sugerido que o *applet* construído no minicurso tivesse uma atividade relacionada aos conceitos trabalhados com o intuito de dar uma finalidade a construção do *applet*.

Na próxima etapa do teste exploratório, foram selecionados exercícios para serem desenvolvidos pelos licenciandos com o apoio do *software* GeoGebra. Inicialmente, a apresentação de *slides* tinha 3 exercícios resolvidos para que os participantes usassem como exemplo e 9 exercícios propostos. Na realização do teste os autores explicaram um dos exercícios resolvidos e foi proposto que os licenciandos tentassem resolver os outros, em seguida a atividade foi corrigida por um dos autores. Por fim, os licenciandos conseguiram resolver até a questão 3 dos Exercícios Propostos. Vale ressaltar que os licenciandos não apresentaram dificuldades com a resolução das questões, mas sim com o tempo. Além disso, outro fator que atrapalhou a execução, foram as diferentes versões do aplicativo, tendo em vista que os *tablets* disponibilizados pela instituição não permitiam o *download* da mesma versão para os aparelhos, sendo assim, alguns ficaram com a versão *suíte* e outros apenas com a calculadora gráfica.

Outra sugestão proposta pelos participantes foi a alteração da ordem dos tópicos abordados na apostila, para que ficasse mais coerente. Sendo interessante que a apostila fosse iniciada pelas informações sobre o *software*. Como ilustra a Figura 16, as modificações sugeridas foram de trocar os subtópicos 1.1 Barra de Menus e 1.2 Barra de Ferramentas por 1.1 Apresentação do *software* GeoGebra e 1.2 Apresentação da versão *Mobile*.

Na sequência, a sugestão foi que o tópico 2 abordasse os recursos do *software* GeoGebra, desse modo o tópico 2 passa a corresponder a “2. Interface do GeoGebra”, contemplando os tópicos sobre Barras de Menus e Barra de Ferramentas. Por fim, foi sugerido a retirada do tópico “Resolução de Exercícios Propostos”, tópico 5.

Figura 18 - Sumário alterado

SUMÁRIO	
1. Sobre o <i>software</i> Geogebra	03
1.1. Barra de Menus	04
1.1. Barra de Ferramentas	04
1.2. Versão <i>mobile</i>	14
2. Apresentação do site GeoGebra	16
2.1 Criação de um <i>applet</i>	17
3. Exercícios resolvidos sobre Geometria Analítica	27
3.1 Exercícios Propostos	29
4. Sugestão de Leitura complementar	32
5. Resolução de Exercícios Propostos	33
Referências	41

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As sugestões apresentadas nesse tópico foram acatadas, sendo feitas as respectivas alterações nos materiais do minicurso.

4.2 Aplicação do minicurso

A aplicação do minicurso foi realizada em parceria com a Escola de Formação de Educadores Municipal (EFEM) de Campos dos Goytacazes. A Instituição ficou responsável por determinar a data e os horários da aplicação do projeto. O dia disponibilizado pela EFEM para o desenvolvimento do minicurso foi 19 de março de 2024 com um grupo de professores no turno da manhã, das 9h até às 11h, e outro grupo no turno da tarde, das 14h às 16h. No primeiro horário estavam presentes oito professores da rede municipal de ensino e no segundo horário nove professores da rede municipal de ensino.

Essa parceria foi escolhida devido à possibilidade de alcançar um maior número de participantes no minicurso, uma vez que a EFEM possui um amplo contato com os professores da rede municipal e estrutura para organizar diversos eventos formativos. A divulgação da aplicação ocorreu pelo *site* da prefeitura de Campos dos Goytacazes, como mostra a Figura 19, por meio de um cartaz direcionado para docentes de matemática do município que tivessem interesse na temática.

Figura 19 - Propaganda

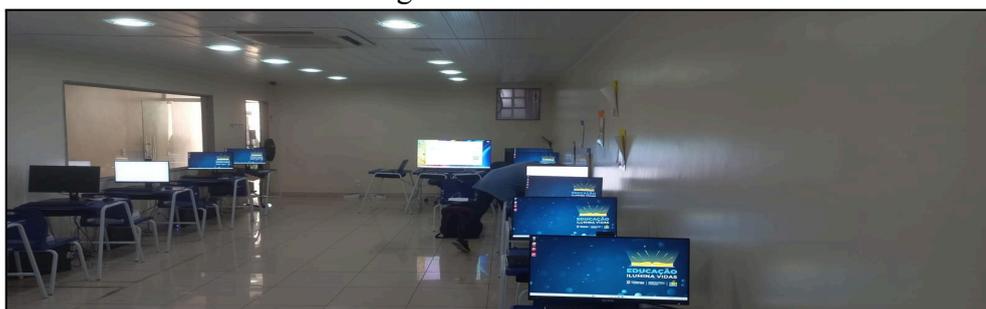


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Posteriormente às inscrições dos docentes, foi criado um grupo no *Whatsapp* com os professores que se inscreveram pelo *site* da Prefeitura de Campos dos Goytacazes para o desenvolvimento do minicurso. Todos os participantes foram inseridos no grupo, independente do turno em que participaram. Esse recurso teve como finalidade facilitar a comunicação entre os autores e os participantes do minicurso, além de disponibilizar algumas instruções para os professores. Inicialmente, foi solicitado que os participantes se inscrevessem na sala do Google *Classroom* e respondessem ao formulário inicial, ambos os *links* foram anexados no aplicativo. Além disso, esse canal de comunicação serviu de apoio para eventuais dúvidas dos professores.

O minicurso foi aplicado em um ambiente disponibilizado na sede da EFEM, localizado na Avenida Alberto Torres, 174, no Centro em Campos dos Goytacazes. O espaço era composto por uma sala equipada com computadores em funcionamento em todas as 16 mesas dos participantes, conforme ilustrado na Figura 20. A sala contava com *Wi-Fi* regular para utilização, uma TV para transmissão de recursos didáticos, como *slides*, e um computador na mesa central para o uso do palestrante.

Figura 20 - Seduct 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Vale ressaltar que antes da chegada dos professores, foram colocados sobre as mesas um *tablet*, com o GeoGebra já aberto e em funcionamento, e uma apostila impressa para que os docentes utilizassem como material de consulta durante o minicurso. Além disso, todos os *tablets* estavam com a mesma versão do GeoGebra *Suíte*, enquanto os computadores da sala contavam com a versão *Classic* do *software*. Os *slides* produzidos para o minicurso foram transmitidos na TV do ambiente, de forma que todos os participantes conseguissem acompanhá-los ao longo do desenvolvimento do projeto.

O minicurso foi realizado de forma análoga em ambos os turnos, ocorrendo apenas algumas alterações que serão citadas posteriormente. No turno da manhã, os autores iniciaram o minicurso apresentando os objetivos do trabalho e explicando como seria o seu funcionamento (Figura 21). Considerando que o minicurso contou com um momento presencial e outro *online*, durante a explicação foi feita a verificação se os professores já tinham acessado o Google *Classroom* e se haviam preenchido o formulário inicial. Apesar de terem sido orientados a preencher o formulário de forma prévia, muitos participantes acabaram preenchendo o formulário durante o minicurso.

Após essa verificação, os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, formalizando para os devidos fins que estavam participando da aplicação de um trabalho de conclusão de curso. Em seguida, foram apresentados os materiais elaborados e disponibilizados no Google *Classroom* para uso dos professores. Essa organização inicial teve como objetivo assegurar que os docentes respondessem ao questionário inicial e tivessem acesso posteriormente a apostila digital e aos *slides* utilizados durante a aplicação.

Figura 21 - Seduct 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na sequência, ocorreu o diálogo breve com os professores sobre suas experiências em sala de aula no ensino de Matemática e as metodologias que utilizam. Durante esse momento, os professores se mostraram bastante participativos, compartilhando experiências pessoais e relatando as dificuldades enfrentadas ao ministrar aulas de Matemática no contexto do pós-pandemia.

De modo geral, os professores relataram que os alunos apresentam significativas lacunas de aprendizagem acumuladas ao longo dos anos anteriores, sendo o cenário educacional durante a pandemia de Covid-19 apontada como a principal causa. Essas lacunas incluem dificuldades na leitura, escrita, realização de operações matemáticas básicas e principalmente na interpretação de enunciados. Esses relatos destacaram a necessidade de estratégias e metodologias para superar esses desafios.

Nesse sentido, Nóvoa (2022), argumenta que a percepção de um ambiente escolar no modelo tradicional, em que o professor ministra aulas expositivas para os alunos passivamente sentados, deve ser transformada em um espaço mais dinâmico, no qual vários professores desenvolvem suas aulas utilizando diferentes práticas pedagógicas integradas. Essa visão reforça a importância da formação continuada para capacitar os docentes a adotarem novas abordagens e ferramentas, capazes de atender às necessidades dos estudantes

Para lidar com essa situação, os docentes comentaram que tentam usar outros recursos e metodologias diversificadas, como jogos educativos, trilhas de aprendizagem, entre outros, para auxiliar os alunos e amenizar suas dificuldades. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), reconhece e reforça que a utilização de recursos didáticos como jogos é de suma importância para a compreensão e a abordagem dos conceitos matemáticos (Brasil, 2018).

Esse momento de diálogo estabelecido com os professores sobre suas experiências em

sala de aula no ensino de Matemática e suas metodologias, reflete os princípios de Paulo Freire (1996) sobre a importância de dar voz aos sujeitos envolvidos no processo educativo. Freire defende que a prática pedagógica deve ser fundamentada no diálogo, que possibilita a troca de saberes e a valorização das vivências dos participantes. Ao compartilhar suas experiências pessoais e os desafios enfrentados no ensino de Matemática no contexto do pós-pandemia, os professores não apenas contribuíram para uma compreensão das dificuldades enfrentadas, mas também participaram de forma ativa na construção coletiva de estratégias e soluções.

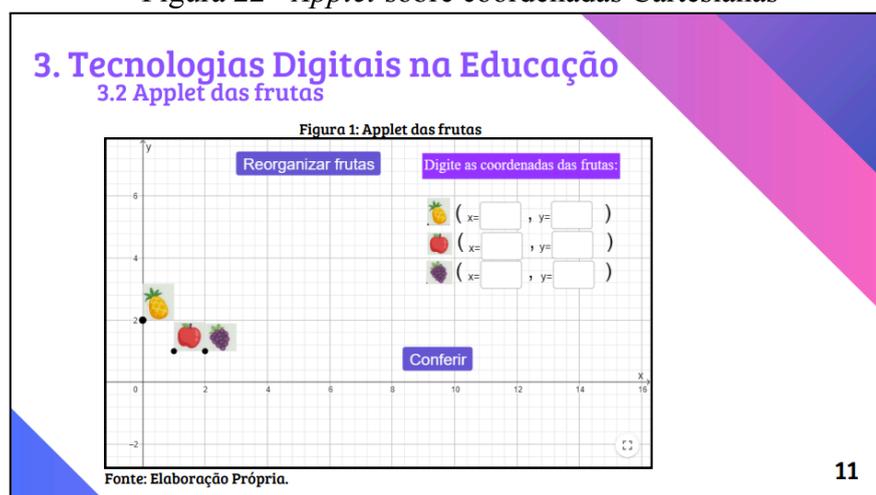
Durante a apresentação sobre o uso das TDIC em sala de aula, os docentes mostraram saber dos benefícios da utilização desses recursos, no entanto, parte dos professores falaram que não utilizam tecnologias em sala por dois motivos. O primeiro motivo é a inviabilidade causada pela falta de recursos, como acesso a internet e outros equipamentos no ambiente de ensino. Outra parte comentou que, embora a escola possuísse tais recursos e tivessem interesse em usá-los, não se sentiam confiantes para usufruir em suas aulas e não tem tempo para buscar capacitação, devido à rotina intensa de trabalho em diferentes instituições. Essas ressalvas vão ao encontro do texto de Araújo (2023), em que aborda a necessidade de uma formação adequada para que o docente possa utilizar esses recursos de forma que contribua para o processo de ensino e aprendizagem. Além disso, Araújo (2023) acrescenta que embora nem todas as escolas tenham esses recursos disponíveis, as experiências proporcionadas por uma abordagem com os recursos tecnológicos trazem contribuições para o ambiente escolar.

Após essa discussão, foi apresentado o *software* GeoGebra, suas vantagens em abordar diversos conceitos matemáticos, flexibilidade e o fácil acesso em diferentes plataformas como computadores, *tablets* e *smartphones*, além da possibilidade de implementação de novas abordagens desses conhecimentos matemáticos em sala de aula (Araújo, 2023). Ressaltando que o uso das Tecnologias deve ser realizado de forma planejada e vinculada a situações didáticas, tendo como base o trabalho de Hack e Negri (2010), para a implementação desses recursos é preciso analisar e articular estratégias para vincular a utilização das TDIC sendo mediadora do conhecimento.

Com o intuito de exemplificar o uso do *software* GeoGebra em sala de aula, foi apresentado um *applet* que trabalha os conceitos de coordenadas cartesianas, intitulado *Applet* das frutas, como ilustra a Figura 22. A dinâmica desse *applet* consiste em observar as coordenadas cartesianas das três frutas e em seguida inserir as respostas encontradas, ao finalizar por meio do botão conferir os campos de resposta ficarão verdes, caso a resposta

esteja correta, ou vermelho, caso a resposta esteja incorreta. Essa atividade tem como finalidade mostrar aos docentes que, segundo Barcelos, Passerino, Behar (2011), muitas vezes os professores não têm conhecimento de estratégias para sanar algumas dificuldades dos alunos. Com isso, por meio desse *software* o docente encontra diversos recursos, sobre temas matemáticos para auxiliar no processo de aprendizagem.

Figura 22 - Applet sobre coordenadas Cartesianas



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na sequência, os professores foram orientados a utilizar o *tablet* disponível, acompanharem as instruções e explicações a respeito do GeoGebra, que seriam transmitidas na TV, essa transmissão partia também de um *tablet* que estava sendo manuseado por um dos autores. Nesse momento, foi mostrado o *site* do GeoGebra e como criar um perfil nele. Posteriormente foi apresentado a interface do *software* juntamente com os seus recursos, ressaltando as ferramentas que teriam mais importância durante o minicurso e que os demais recursos estão descritos de forma detalhada na apostila.

Desse modo, os autores começaram a fazer a construção do *applet* utilizando o *tablet*, que relaciona o Teorema de Pitágoras e a Equação da Circunferência. Essa atividade tinha como objetivo familiarizar os professores aos recursos tecnológicos disponíveis no *software*, as ferramentas e comandos.

Nessa etapa do trabalho, foi ilustrado no *slide* o *applet* que seria construído para que os professores observassem a construção final. Na sequência, foram iniciadas as orientações dos passos a serem realizados no *tablet* feita acompanhando o ritmo dos professores, como ilustra a Figura 23. Enquanto um licenciando falava os passos da construção para todos, o outro auxiliava os professores com suas dúvidas durante a construção e os questionamentos

comuns eram respondidos de forma coletiva. No turno da manhã, durante o momento das construções foram utilizados os recursos dos *tablets*, o que demandou um tempo maior do que o previsto, já que os professores não estavam habituados a usar o *tablet*.

Figura 23 - Momento da construção do *applet*



Fonte: Protocolo de pesquisa.

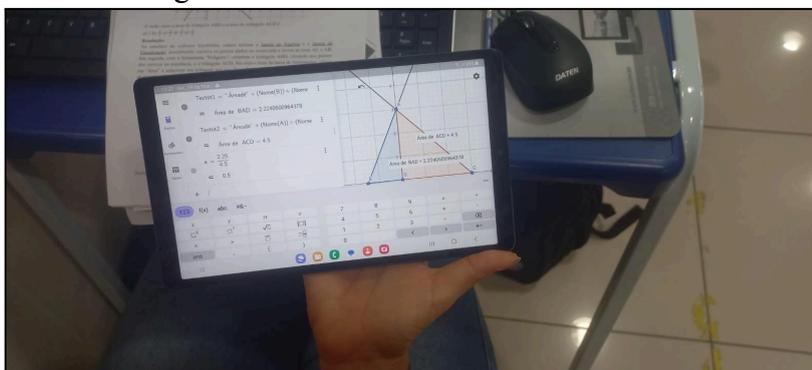
Os professores foram se habituando gradualmente com a ferramenta, explorando as funcionalidades do GeoGebra e superando a dificuldade inicial de manuseio do *tablet*. Durante o processo de construção do *applet*, sempre que algum participante demonstrava dúvida, um dos autores se dirigia à sua mesa para fornecer apoio individualizado. Essa dinâmica permitiu que as dúvidas fossem sanadas respeitando o ritmo de aprendizado de cada participante. Como resultado, tanto no turno da manhã quanto no turno da tarde, todos os participantes conseguiram concluir a construção do *applet*.

Na sequência os autores entregaram aos professores uma atividade (Apêndice G), com a finalidade observar as alterações nos controles deslizantes e as mudanças geradas no triângulo e na circunferência realizada na construção. Sendo um exemplo de atividade Matemática que deve ser realizada associando o *applet* e os conceitos abordados nele. O intuito dessa atividade foi demonstrar aos docentes que existem diversas possibilidades para trabalhar com os recursos do GeoGebra.

Após a finalização dessa construção e da observação da atividade sobre os conceitos envolvidos nesse *applet*, foi solicitado aos professores comesçassem a resolução dos exercícios propostos presentes na apostila. Esse momento representou uma oportunidade para que os docentes colocassem em prática as ferramentas, comandos e recursos apresentados durante o minicurso. Todos os participantes utilizaram o GeoGebra de forma livre, com os licenciando os auxiliando caso fosse apresentada alguma dúvida. Por meio desse ambiente de aprendizagem favorável é possível incentivar a participação no processo de aprendizagem de forma ativa (Araújo, 2023). Com isso os professores exploram suas ideias de resolução das atividades propostas, como mostra na Figura 24, com o auxílio da ferramenta de forma

criativa e reflexiva.

Figura 24 - Atividade Realizada no *tablet*



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na realização dos exercícios propostos os professores conseguiam visualizar os elementos Matemáticos presentes na questão e associá-los com as ferramentas do *software* GeoGebra. Ao longo dessa atividade e por conta do tempo foram realizados apenas dois exercícios propostos da apostila. Para finalizar o momento presencial, os autores orientaram os professores a responder às atividades complementares, que compõem o momento *online* do minicurso, baseadas nos recursos abordados em sala que estavam disponíveis no *Google Classroom* e a realizar o questionário final.

Após finalizar o primeiro turno, os autores notaram que as dificuldades de manuseio dos *tablets*, por parte dos professores, demandou mais tempo para a construção dos *applets* e resoluções de exercícios. Tendo em vista a importância em adaptar as estratégias para que o uso da Tecnologia seja bem sucedida (Hack e Negri, 2010), os autores optaram em deixar que os professores do turno da tarde escolhessem entre utilizar o *tablet* ou o computador para realizar os exercícios propostos.

No turno da tarde, que ocorreu das 14h até as 16h, participaram nove professores. A aplicação ocorreu de forma análoga ao turno da manhã, seguindo as mesmas etapas. Contudo, houve uma alteração durante a explicação da construção do *applet* da circunferência, na qual os professores desse turno poderiam escolher entre utilizar o *tablet* ou o computador para a realização dessas tarefas (Figura 25). Ressalta-se que a utilização do *software* GeoGebra funciona de forma semelhante em ambos os dispositivos. A maior parte dos participantes optou por utilizar o computador em vez do *tablet*.

Figura 25 - Construção do *applet* no computador

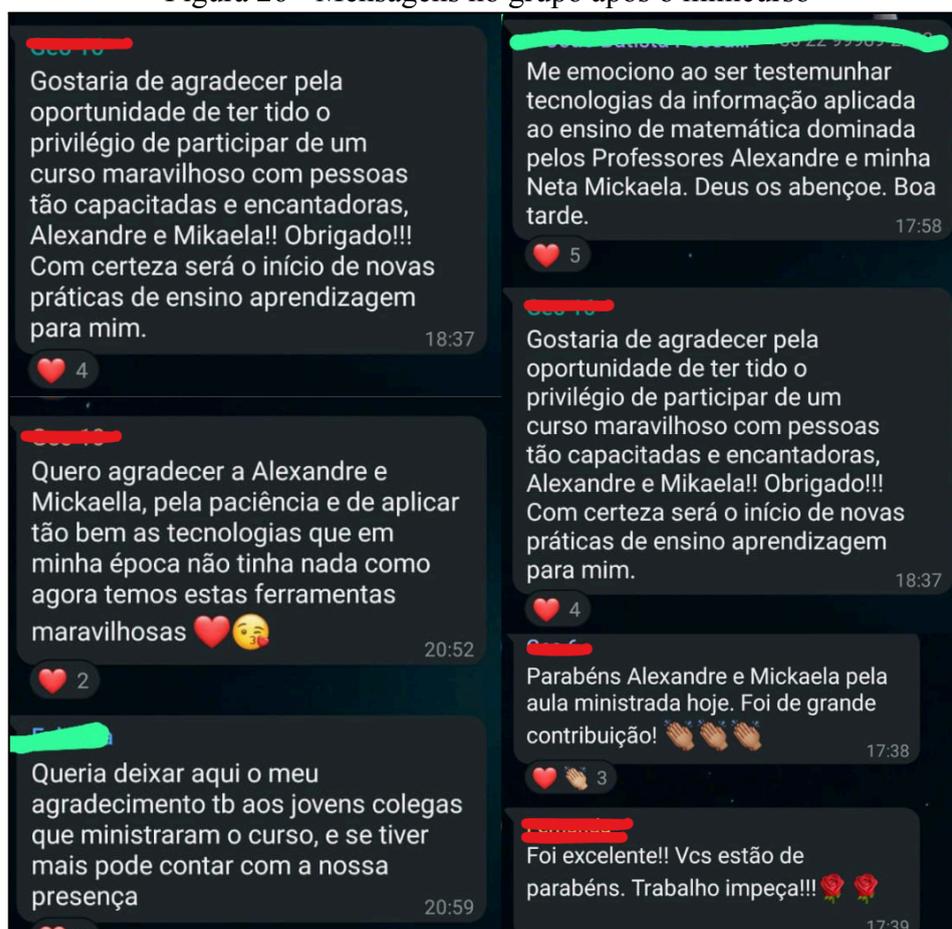
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Com essa modificação, oito dos docentes conseguiram realizar questões das atividades propostas e apenas um dos docentes conseguiu realizar todos os exercícios. Vale ressaltar que a adaptação e a possibilidade de flexibilizar a plataforma que os professores utilizaram para realizar as atividades foi de suma importância, trazendo muitas vantagens no ambiente educacional. Além disso, os docentes também foram orientados a responder às tarefas complementares, correspondentes ao momento *online*, no Google *Classroom* e a responder o questionário final.

Além disso, os autores ressaltam que durante o desenvolvimento do minicurso, os professores tiveram entre si muitas trocas significativas relacionadas às tecnologias e recursos que podem facilitar o desenvolvimento de suas aulas. Um exemplo foi a utilização do recurso do GeoGebra que exporta imagens, ao realizar uma construção no GeoGebra é possível utilizar as imagens obtidas e copiá-las em outras plataformas para serem utilizadas. Os professores acharam esse recurso muito interessante pois facilita na hora de montar listas e atividades que precisam de figuras matemáticas específicas. Segundo Demuner et al (2025) a formação de professores deve ser um ambiente de trocas de experiências entre os participantes promovendo um aprendizado e reflexões sobre o aprimoramento das práticas de ensino.

Após a realização do minicurso, os participantes demonstraram grande entusiasmo e compartilharam suas opiniões sobre o projeto no grupo de *WhatsApp* criado para comunicação e suporte, dentre elas, os autores selecionaram algumas conforme ilustra a Figura 26.

Figura 26 - Mensagens no grupo após o minicurso



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Com base no *feedback* apresentado nas mensagens do grupo de *WhatsApp*, pode-se observar que, ao final do minicurso, os docentes demonstraram um retorno extremamente positivo. Os professores expressaram sua gratidão e reconhecimento pela qualidade das atividades realizadas, destacando o quanto a experiência foi enriquecedora e relevante para a prática docente. Muitos enfatizaram o impacto do uso das ferramentas tecnológicas aprendidas e a dedicação da equipe responsável pela aplicação do curso.

O retorno positivo dos participantes do minicurso reflete não apenas a relevância do conteúdo abordado, mas também a aplicação prática das ideias defendidas por English e Sá (2014). Segundo os autores, com um estudo dos recursos tecnológicos, o docente é capaz de desenvolver um pensamento crítico e reflexivo em sua prática pedagógica. Nesse contexto, o minicurso além de introduzir algumas ideias sobre o funcionamento do *software* também destacou novas abordagens didáticas e metodológicas.

4.3 Análise dos questionários

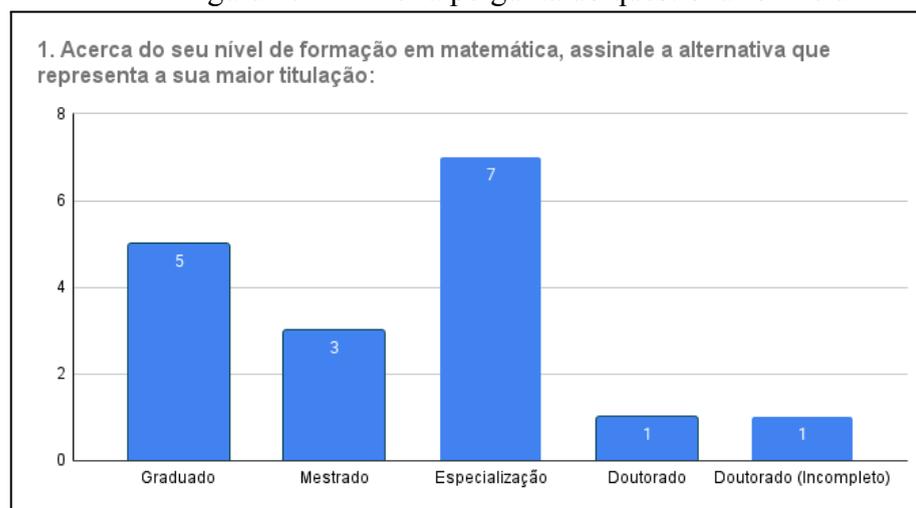
Esse subtópico tem como propósito a análise do questionário inicial e do questionário final aplicados no minicurso.

4.3.1 Questionário inicial

O questionário inicial, que tem por objetivos traçar o perfil profissional dos professores, conhecer quais recursos tecnológicos são utilizados em suas aulas e identificar se já tiveram contato com o *software* GeoGebra. Nesse questionário, foram obtidas 17 respostas, ou seja, todos os participantes do minicurso responderam.

A primeira pergunta (Figura 27) tinha como finalidade saber o maior grau de formação dos professores e nela os autores buscavam saber se os participantes possuíam formação continuada em sua área de atuação.

Figura 27 - Primeira pergunta do questionário inicial



Fonte: Elaboração própria.

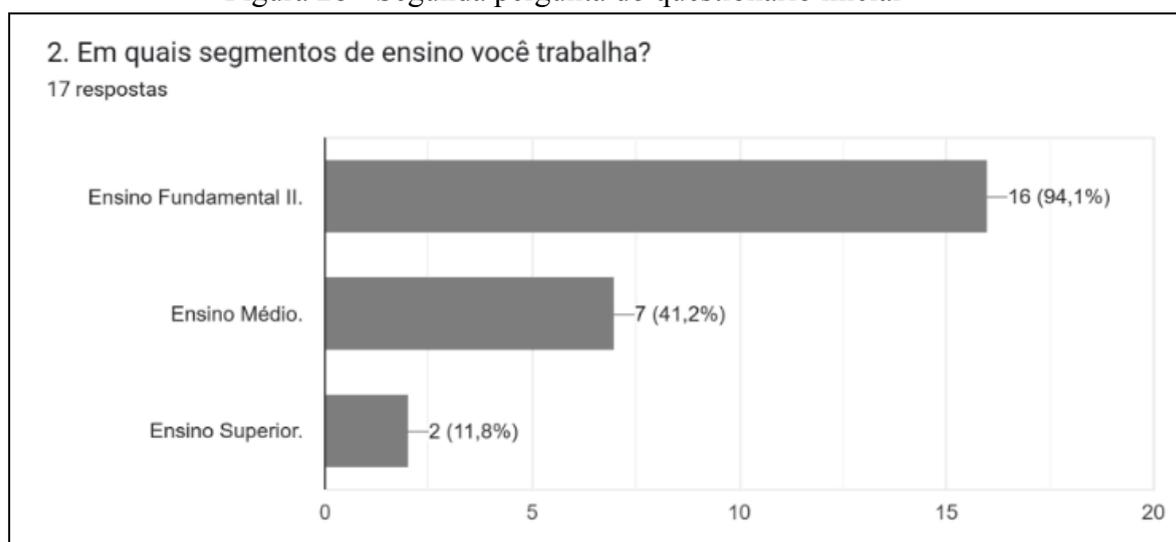
Dentre as respostas obtidas, os dados indicam que 29,4% dos participantes são graduados; 41,7% possuem especialização; 17,6% têm mestrado; 5,9% possuem o doutorado incompleto e 5,9% concluíram o doutorado. Com base nas respostas, é notável que a maior parte dos professores que compareceram ao minicurso possuem formação continuada. Para Endlich e Sá (2014), a formação continuada é uma forma do docente conseguir aprofundar seus conhecimentos prévios e refletir de maneira crítica sua prática docente.

As tecnologias passaram a ser mais utilizadas no ambiente escolar durante o cenário da pandemia da Covid-19, em que os docentes tiveram que se adaptar ao isolamento social e tendo que criar estratégias para dar continuidade nas atividades escolares. Segundo Cordeiro

(2020), diante desse cenário os professores tiveram que se aperfeiçoar e aprender a usar os recursos tecnológicos para o desenvolvimento de suas aulas. Dando ênfase aos cursos de formação continuada e ao aperfeiçoamento profissional do docente e proporcionando o enriquecimento de suas práticas.

A segunda pergunta consiste em saber em quais segmentos de ensino os professores estão em exercício atualmente. De acordo com o gráfico na Figura 28, a maior parte dos professores leciona no ensino fundamental. Porém, também há professores que ministram aula no Ensino Médio e no Ensino Superior.

Figura 28 - Segunda pergunta do questionário inicial



Fonte: Elaboração própria.

Na terceira pergunta, os professores teriam que indicar o tempo de experiência que possuem como docentes. A partir das respostas obtidas, verifica-se que o grupo de professores apresenta uma grande variedade de tempo de atuação, com experiências que variam de um ano até cinquenta anos dedicados à educação.

A quarta pergunta (Figura 29) busca identificar quais recursos computacionais os professores costumam usar em suas aulas. De acordo com Silva (2019), o uso de recursos tecnológicos em sala de aula, não auxilia apenas o professor em seu planejamento e elaboração de aulas, mas também pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos.

Figura 29 - Quarta pergunta do questionário inicial

4. Quais dos recursos computacionais abaixo você utiliza ou já utilizou em suas aulas? *

Word.

Excel.

Canva

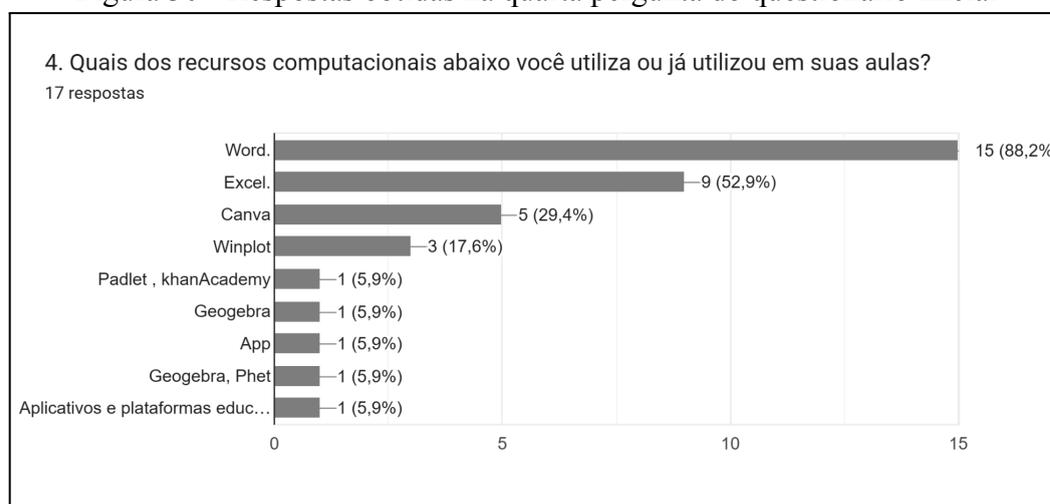
Winplot

Outros...

Fonte: Elaboração própria.

Com base na Figura 29, observa-se que o Word e o Excel são os recursos tecnológicos que aparecem com maior frequência, o que sugere que essas ferramentas são os recursos mais conhecidos e utilizados pelos participantes do Minicurso. Por outro lado, o GeoGebra, que é foco do presente trabalho, apresenta uma baixa frequência, o que pode refletir uma baixa familiaridade com o *software*.

Figura 30 - Respostas obtidas na quarta pergunta do questionário inicial



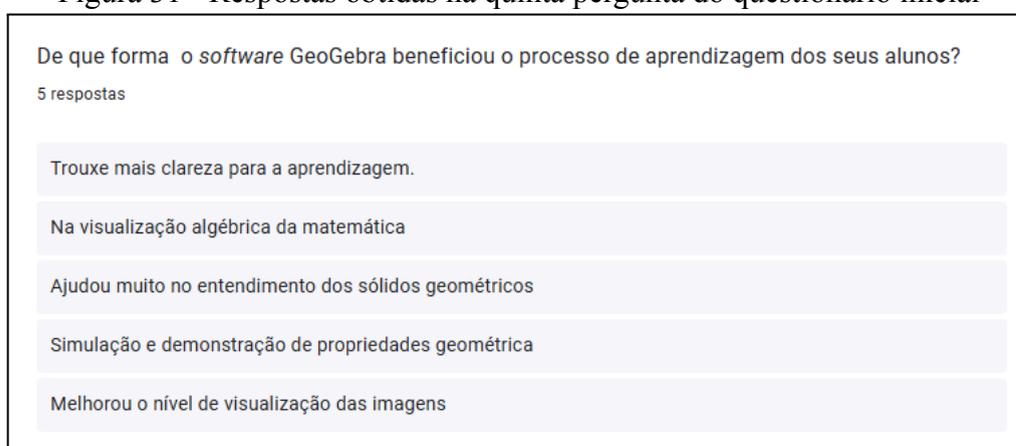
Fonte: Elaboração própria.

Na sequência, foi questionado se o professor já utilizou o GeoGebra em suas aulas. Nessa pergunta, doze professores responderam que não utilizaram e cinco professores responderam sim. Ou seja, a maior parte dos professores nunca utilizaram o *software* em suas aulas. Reforçando a justificativa do minicurso, tendo em vista as potencialidades que os recursos tecnológicos, em especial o Geogebra, trazem e os diversos benefícios para o processo de ensino e aprendizado. Segundo Pereira Júnior *et al.* (2017) possibilita a abordagem dos conteúdos de diferentes formas, agregando valor ao ambiente educacional.

Para cinco os professores que responderam positivamente à questão cinco, foi perguntado se a utilização desse recurso foi benéfica para o ensino e aprendizagem dos seus alunos. Todos os participantes responderam que a utilização do *software* foi de grande valor. Esse retorno positivo pode se relacionar ao pensamento de Batista (2023), que destaca o GeoGebra como um *software* com uma linguagem simples e direta, o que proporciona uma experiência positiva para seus usuários.

Em caso afirmativo, os professores teriam que descrever brevemente de que forma o *software* beneficiou o processo de aprendizagem de seus alunos. As respostas obtidas estão apresentadas na Figura 31.

Figura 31 - Respostas obtidas na quinta pergunta do questionário inicial



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Diante disso, fica evidente que, para esses participantes, a utilização do GeoGebra desempenha um papel significativo ao facilitar a visualização e compreensão de vários conteúdos que possuem tanto um viés algébrico quanto geométrico. Essas observações estão alinhadas com a fala de Pereira e Cordeiro (2016), que destacam como o uso desse *software* pode ser uma ferramenta útil para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, por conta de sua versatilidade.

Na última questão, foi questionado se, na opinião dos participantes, as tecnologias digitais nas aulas auxiliam na abordagem de conceitos matemáticos. Todos os participantes, concordaram que o uso de recursos tecnológicos podem auxiliar os alunos na compreensão de diversos conteúdos da Matemática.

E em caso afirmativo, na questão anterior os docentes teriam que relatar de que forma esses recursos podem auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos. Dentre as dezessete respostas discursivas, todos os professores de forma geral, comentaram sobre como

os *softwares* e recursos tecnológicos podem auxiliar na visualização e no estudo dos conteúdos de forma lúdica, além de servir de motivação para os discentes.

Diante dos dados obtidos no questionário inicial e na experiência vivida durante a aplicação do minicurso, os autores perceberam que, embora grande parte dos professores não tenham recebido ao longo da formação inicial e continuada orientações sobre como utilizar o *software* GeoGebra, todos se mostraram bastante interessados e reconheceram as potencialidades que o uso desse recurso pode trazer para dentro de sala de aula.

Além disso, os dados reforçam a necessidade de ampliar a oferta de cursos de formação continuada para capacitar professores no uso de ferramentas tecnológicas, considerando o potencial motivador que esses recursos podem trazer para dentro de sala de aula (Araujo, 2023).

Por fim, os autores destacam uma fala de um dos participantes sobre como as tecnologias digitais podem auxiliar na abordagem de conceitos matemáticos:

“Entramos no mundo deles, a linguagem que eles nasceram aprendendo é a tecnológica” - Professor 1.

Essa afirmação, mostra que os professores reconhecem a presença constante das tecnologias no cotidiano dos alunos e a necessidade de integrá-las ao ambiente escolar. Essa afirmação entra em consonância com Soares et al. (apud Evaristo, 2024) que apontam as TDIC como ferramentas capazes de fornecer interações enriquecedoras em sala de aula. Hack e Negri (2010) reforçam que as TDIC, ao facilitarem a comunicação, ampliam as possibilidades de interação entre os participantes do processo educacional. Além disso, Demuner et al. (2025) destacam que essas tecnologias têm transformado as práticas pedagógicas, permitindo uma mediação inovadora e acessível dos conteúdos, o que é essencial na educação contemporânea.

4.3.2 Questionário final

O questionário final, que é composto por sete perguntas, foi realizado de forma *online* pelos professores e obteve oito respostas. Ou seja, dentre os dezessete professores que participaram, nove não responderam ao questionário, apesar do ênfase dado pelos autores durante o minicurso sobre a importância desse instrumento de coleta de dados.

Como foi ressaltado no tópico sobre a elaboração dos questionários, o questionário final tem como objetivo obter dados relacionados à opinião dos docentes sobre os recursos tecnológicos abordados ao longo do minicurso. Além disso, busca saber se a partir da

realização das atividades propostas os professores têm o interesse em utilizar o *software* GeoGebra em sala de aula.

A pergunta inicial questiona se, durante o minicurso, foi apresentada alguma ferramenta que os professores não conheciam. Dentre as respostas, sete professores responderam que sim e apenas um respondeu não.

Para caso afirmativo da resposta, foi solicitado que os professores descrevessem quais ferramentas ou recursos eles não conheciam de forma prévia. As respostas obtidas podem ser vistas na Figura 32:

Figura 32 - Primeira pergunta do questionário final

Em caso afirmativo da questão 1, responda:

Quais recursos ou ferramentas você não conhecia?

7 respostas

Conhecia o Geogebra, mas não conhecia a versão online.

App geogebra conhecia pouco

O novo geogebra eu não conhecia, várias funções novas.

Os procedimentos intuitivos que as atividades carrega [por exemplo: para o ser aprendiz, a noção de par ordenado para definir um ponto no plano]

Notas e matérias didáticos.

Toda a ferramenta do Geogebra pra mim foi novidade pois eu desconhecia tantos recursos e tanta funcionalidade

Muitas das configurações do Geogebra, como o deslizador

Fonte: Elaboração própria.

Nota-se que a maior parte dos professores não estavam totalmente familiarizados com o *software* ou nunca tiveram contato com o GeoGebra. Esse fato pode ser atribuído à falta de treinamento adequado, uma vez que durante o diálogo com os participantes a maioria relatou não ter recebido orientações sobre o GeoGebra durante a formação inicial ou continuada. Tendo em vista essa problemática, Rodrigues (2014) ressalta que uma das barreiras enfrentadas pelos professores para integrar o uso de tecnologias em suas aulas é a falta de tempo para buscar capacitação.

Na sequência, foi indagado se os professores tiveram alguma dificuldade ao utilizar o *software* GeoGebra. Caso a resposta fosse positiva, o professor seria direcionado para descrever quais foram essas dificuldades. Apenas um participante apresentou dificuldades mencionando que: “É preciso familiarizar-se com o *software*”. Ou seja, apesar do *software* GeoGebra ser um recurso com interface simples e intuitiva (Batista, 2023), alguns professores

ainda podem se sentir inseguros devido à falta de prática e familiaridade com esse recurso tecnológico (Rodrigues, 2014).

Na terceira pergunta (Figura 33), foi questionado se o professor teve dificuldades para lembrar conceitos de Geometria Analítica abordados durante o minicurso:

Figura 33 - Terceira pergunta do questionário final



Fonte: Elaboração própria.

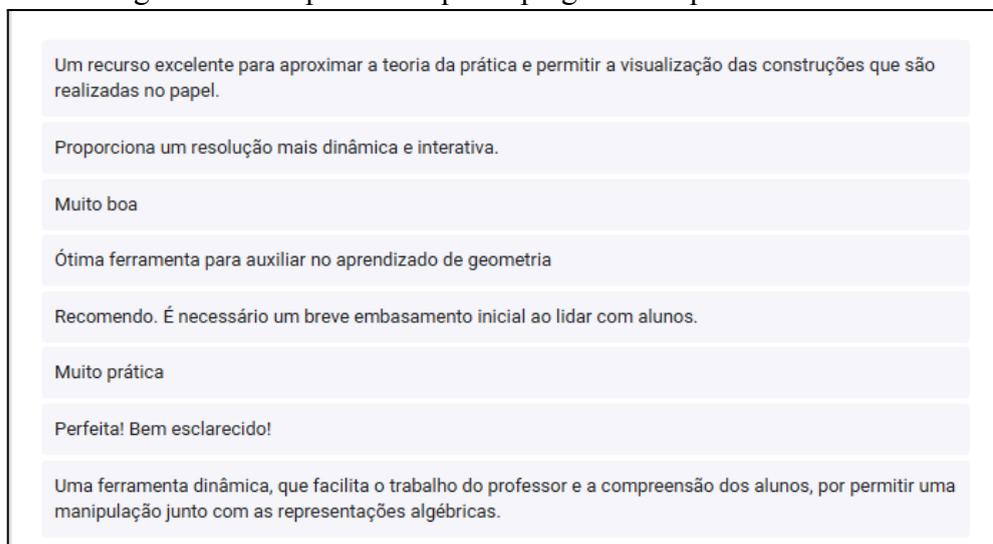
Para o caso afirmativo, foi solicitado que o professor relatasse quais dificuldades sobre Geometria Analítica foram encontradas e o único relato foi:

“Relembrar algumas ferramentas”.

Porém ao longo da aplicação os autores ressaltaram que na apostila existia um material de apoio para lembrar conceitos de Geometria Analítica caso os professores quisessem consultar.

A quarta pergunta (Figura 34) consiste em saber a opinião sobre a utilização do *software* GeoGebra como ferramenta de resolução de exercícios. As oito respostas foram:

Figura 34 - Respostas da quarta pergunta do questionário final



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Dentre as respostas obtidas, é possível notar os aspectos positivos da utilização do GeoGebra, ressaltado pelos professores como um *software* que permite uma melhor visualização das construções matemáticas, resoluções dinâmicas e interativas, além de auxiliar na aprendizagem de Geometria, como uma ferramenta prática, que facilita o trabalho do professor e a compreensão dos alunos. Ao decorrer do minicurso os autores perceberam que todos os participantes se mostraram ativos e questionadores, reconhecendo que o GeoGebra pode despertar uma grande capacidade de investigação nos discentes, tornando a Matemática mais acessível (Silva, 2020).

A quinta questão consiste em saber se os participantes já sabiam, de forma prévia, resolver questões usando o GeoGebra ou construir *applets*. Como resposta, 62,5% dos participantes responderam que não sabiam construir *applets* e 37,5% responderam que sabiam construir.

Com essas respostas, fica evidente que a maior parte dos professores não sabiam das funcionalidades do *software*, o que refletia diretamente na dificuldade em trazer o GeoGebra como um recurso na resolução de questões em sala de aula.

Na sexta questão, os autores tinham como objetivo saber qual a percepção dos professores sobre o *software* e a utilização do GeoGebra após o minicurso e se houve alguma mudança significativa em relação ao uso dessa ferramenta.

Por se tratar de uma questão discursiva, no geral os professores responderam positivamente em relação a mudança significativa sobre as ferramentas do GeoGebra. Dois professores afirmaram que pretendem incorporar o uso desse recurso em suas aulas. Dentre as demais respostas, destaca-se as seguintes afirmações:

“O Geogebra proporciona interação entre os campos algébrico e geométrico que auxiliam na resolução de problemas” - Professor 2

A declaração do Professor 2 reforça a potencialidade e versatilidade do GeoGebra, permitindo analisar um objeto matemático de diversas formas. A visualização algébrica e geométrica na Matemática gera muitas dificuldades nos alunos, essa análise visual que o *software* proporciona contribui para o melhor entendimento de questões e facilita a resolução dos problemas.

“Com certeza houve uma mudança significativa para o ensino e aprendizado da geometria.” - Professor 3

Com a afirmação do Professor 3 é evidenciado o benefício da utilização desse recurso tecnológico em sala de aula, sendo uma ferramenta promissora para o processo de

ensino e aprendizagem. Tendo ênfase no ensino de Geometria que é um tema que gera dúvidas por parte dos alunos pela necessidade da visualização geométrica, que pode ser facilitada por meio do *software* GeoGebra.

“*Revisão natural dos embasamentos teóricos.*”- Professor 4

A resposta dada pelo Professor 4 ressalta que o *software* auxilia na aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos, pois para realizar construções e atividades no GeoGebra é necessário que tenha conhecimento sobre o objeto estudado. Além disso, a plataforma oferece orientações sobre os conceitos matemáticos dos recursos disponíveis, favorecendo o estudo ativo e investigativo.

A questão sete busca saber, de forma quantitativa, de 1 a 5 qual seria a probabilidade desse professor utilizar o *software* em suas futuras aulas é mostrada na Figura 35.

Figura 35 - Sétima pergunta do questionário final

7. Após a realização do minicurso, qual a probabilidade de você utilizar o GeoGebra em suas aulas? *

1 2 3 4 5

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Com isso, sete professores responderam 5 e um professor respondeu 4.

Com base na análise dos dois questionários aplicados, ficou evidente o potencial transformador dos recursos tecnológicos, em especial o do *software* GeoGebra. Esse recurso além de versátil, é capaz de promover uma abordagem mais dinâmica e visual no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. No entanto, a análise também expõe lacunas na formação dos docentes que precisam ser superadas por meio da ampliação e incentivo de cursos que os formem para o uso das tecnologias em sala de aula.

Além disso, o diálogo com os professores durante as atividades e os *feedbacks* recebidos indicam um impacto positivo da capacitação. Muitos docentes demonstraram entusiasmo para aplicar as ferramentas aprendidas em suas aulas, visando aprimorar a aprendizagem de seus alunos. Esse resultado evidencia que a formação continuada prática, feita em minicurso, pode ser de grande valia, para a construção de um ambiente educacional mais interativo e dinâmico.

Por fim, os autores destacam que foi notável o aumento da confiança dos participantes em relação ao GeoGebra. Eles reconheceram suas potencialidades e versatilidade,

compreendendo como o *software* pode ser explorado de diversas formas. Além disso, pela resposta da última pergunta do questionário final, há uma grande chance desses professores usarem os recursos desenvolvidos no decorrer do minicurso futuramente em suas aulas para auxiliar a aprendizagem dos seus alunos.

4.4 Análise das atividades

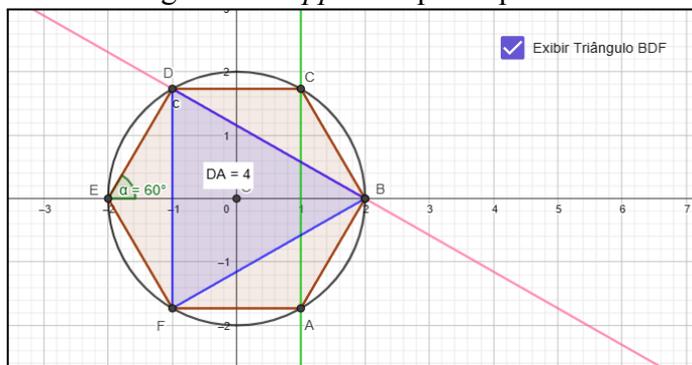
As atividades que foram disponibilizadas no Google *Classroom* tiveram uma baixa taxa de realização. Apesar de oito pessoas terem respondido ao questionário final, apenas duas pessoas realizaram as atividades solicitadas, discriminamos como participante A e participante B.

Para a realização da análise das atividades entregues pelos participantes, os autores utilizaram o protocolo de construção das respostas. Esse recurso do *software* GeoGebra permite que a cada objeto construído na interface do *software* seja registrado neste protocolo e por meio dessa ferramenta é possível observar os procedimentos e ferramentas utilizadas pelos docentes na resolução das tarefas propostas.

Como citado anteriormente, o momento *online* consistia na resolução de duas atividades propostas (Apêndice F). Na primeira atividade, o professor deveria *plotar* um hexágono regular inscrito numa circunferência, nessa etapa os autores disponibilizaram um roteiro de construção que poderia ser seguido para construir o *applet*.

Nessa atividade, o participante A seguiu todas as onze etapas da construção, como estava orientado na atividade (Figura 36). De acordo com protocolo de construção desse participante, não foi apresentado nenhum erro, ou comando extra, indicando que o participante não apresentou dificuldade ao realizar a atividade 1.

Figura 36 - *Applet* do participante A

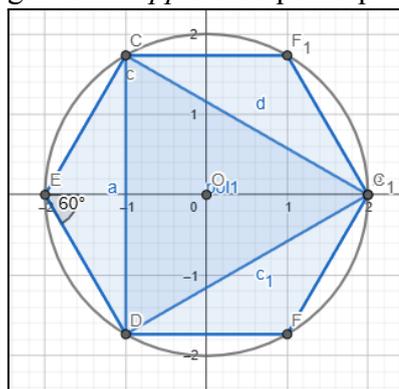


Fonte: Protocolo de pesquisa.

O participante B, também conseguiu realizar a atividade (Figura 36). De acordo com o protocolo de construção desse professor, os autores observaram que parte do *applet*, foi

desenvolvido seguindo o roteiro, embora o professor tenha adotado abordagens diferentes em determinados momentos da construção. Considerando que o GeoGebra é um *software* livre, que possui uma linguagem amigável e intuitiva (Batista, 2023), isso permite realizar uma construção de diversas maneiras. De forma geral, o participante B, analisou criticamente o contexto da atividade e a realizou com êxito. As únicas variações foram as nomenclaturas que definem os vértices do hexágono regular e a caixa de exibição do triângulo.

Figura 37 - *Applets* do participante B



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, depois de construir o *applet* da Atividade 1, os participantes deveriam responder a Atividade 2, que consistia na resolução de uma questão de vestibular da UFPR (Figura 38). Nesta etapa, os participantes deveriam analisar cada alternativa usando a construção realizada por eles e as ferramentas do GeoGebra aprendidas ao longo do minicurso para os auxiliar na análise gráfica dessa questão.

Figura 38 - Questão da atividade 2

(UFPR 2009) Considere o hexágono regular inscrito na circunferência de raio 2 centrada na origem do sistema de coordenadas cartesianas, conforme representado na figura ao lado. Nessas condições, é incorreto afirmar:

- A equação da circunferência é $x^2 + y^2 = 4$.
- O triângulo com vértices nos pontos B, D e F é equilátero.
- A distância entre os pontos A e D é 4.
- A equação da reta que passa pelos pontos A e C pode ser escrita na forma $px + qy = r$, com $r = 0$.
- A equação da reta que passa pelos pontos B e D pode ser escrita na forma $y = px + q$, com $< 0 < q < 2$.

Fonte: Elaboração própria.

O participante A, resolveu a questão de forma correta e a partir da análise do protocolo de construção, os autores observaram que o professor:

Na letra a, ao observar a janela de Álgebra, percebeu que esse resultado está correto;

Na letra b, por meio da construção realizada do triângulo BDF, no GeoGebra o professor percebeu que $DF = FB = BD = 3,6$ u.m, logo é equilátero;

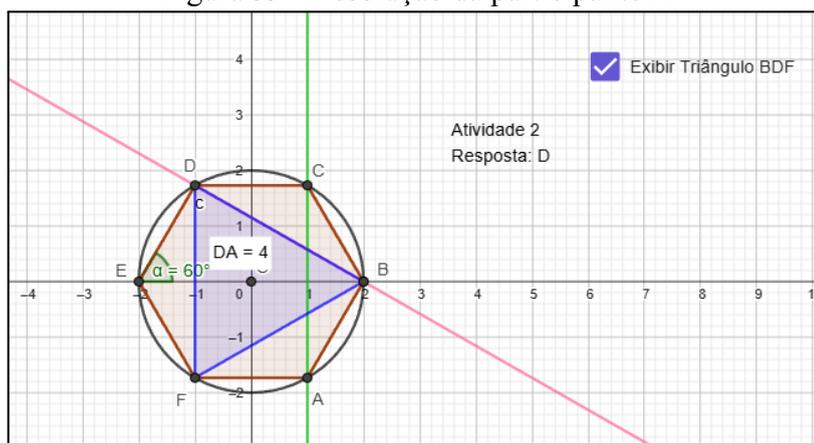
Na letra c, A por meio do comando distância entre os pontos A e D, o participante A percebeu que de fato é 4 u.m;

Na letra d, ao construir uma reta que passa por A e C, ele encontrou a reta “ $x = 1$ ” e concluiu que a alternativa estava incorreta;

Na letra e, ao construir uma reta que passa por B e D, ele encontrou a reta “ $-1.73x - 3y = -3.46$ ” e ao reescrever na forma reduzida percebeu que de fato $p < 0$ e $0 < q < 2$.

Diante disso, o participante, por meio da análise gráfica, chegou na alternativa correta que é a letra d (Figura 39).

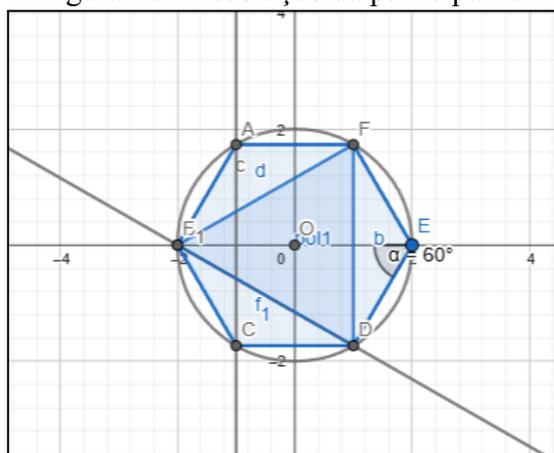
Figura 39 - Resolução da participante A



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O participante B cometeu alguns equívocos na atividade por conta da nomenclatura dos vértices utilizados na construção do *applet*. Diante disso, os autores observaram, pelo protocolo, que esse participante obteve os resultados correspondentes aos itens “a”, “b” e “c”. Porém, por conta dos vértices trocados, as construções feitas para justificar os itens “d” e “e”, ambos ficaram incorretos (Figura 40). O propósito da questão era encontrar apenas uma afirmativa incorreta e o participante B, por meio das suas construções, encontrou dois itens incorretos.

Figura 40 - Resolução da participante B



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Embora o participante B tenha cometido um equívoco nas duas últimas alternativas, o processo de construção foi estruturado de forma correta, demonstrando domínio das principais ferramentas e comandos do GeoGebra. O erro identificado não comprometeu o entendimento geral, mostrando que o participante soube usar os recursos disponíveis da melhor forma possível e seguiu os passos principais com sucesso.

Por meio do recurso do protocolo de construção, torna-se possível realizar análises sobre o que o participante estava construindo e entender o processo da realização dessa atividade. Segundo Demuner *et al.* (2025) é necessário criar estratégias de acompanhamento das atividades desempenhadas pelos alunos, usando as próprias ferramentas digitais para isso. O GeoGebra possibilita esse apoio no processo de ensino e aprendizagem, de forma dinâmica e significativa, e no momento de análise e avaliação das atividades desenvolvidas.

Nessa etapa final do minicurso, correspondente ao momento *online*, teve uma baixa participação dos docentes. No entanto, essas atividades foram planejadas de forma complementar para que os professores revissem os recursos desenvolvidos ao longo do minicurso. Vale ressaltar que um dos aspectos que contribuíram para esse panorama é a jornada de trabalho docente, na qual a falta de tempo é um fato que dificultou a realização das atividades.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de recursos didáticos e tecnológicos como os *softwares* de Geometria dinâmica têm um papel essencial no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pois permitem a criação de um ambiente interativo e visual que favorece a compreensão e utilização de noções matemáticas (Brasil, 2018). Dentre os recursos disponíveis, o grande diferencial do GeoGebra está em sua versatilidade, que permite representar um mesmo objeto matemático de diferentes formas, facilitando a visualização dos objetos matemáticos estudados (Nascimento, 2012).

No entanto, a intensa jornada de trabalho, aliada a falta de tempo para se dedicar ao aprendizado desses recursos tecnológicos, muitas vezes desmotiva o professor a explorar ou trazer essas ferramentas para sala de aula (Rodrigues, 2014). Diante disso, o objetivo geral desta pesquisa é analisar como a aplicação de um minicurso sobre o uso do *software* GeoGebra pode contribuir para a formação continuada de professores de Matemática da rede municipal de Campos dos Goytacazes. Para isso, foi escolhida a pesquisa do tipo qualitativa com metodologia de estudo de caso. Os instrumentos de coleta de dados foram dois questionários.

Os dados coletados ao longo da pesquisa apontam que os docentes deram retornos positivos quanto ao uso dos recursos tecnológicos abordados no minicurso. Além disso, os participantes mostraram interesse em usar o *software* GeoGebra em suas aulas.

Ademais, a maioria dos professores ressalta que o uso do GeoGebra e das tecnologias, de modo geral, podem auxiliar os docentes, tornando as aulas mais dinâmicas e interativas, além de facilitar a visualização dos conceitos matemáticos. No entanto, para isso seja possível, é necessário que a escola tenha estrutura adequada para a abordagem desses recursos e os professores estejam capacitados para usar essas ferramentas em sala de aula.

O GeoGebra ainda é pouco conhecido e utilizado, especialmente por professores que se formaram há mais tempo. Em alguns casos, mesmo quando os professores têm conhecimento sobre o *software* ele é de forma superficial, limitando suas potencialidades e aplicações em sala de aula.

Dessa forma, acredita-se que o objetivo geral da pesquisa foi alcançado. Essa conclusão não se deve apenas pelo engajamento dos professores durante o minicurso, mas também pela análise dos questionários propostos. O relato dos participantes colocou em evidência a importância dos minicursos e da formação continuada na utilização de novos recursos e *softwares*.

De modo geral, o presente trabalho contribuiu positivamente para o desenvolvimento da escrita acadêmica dos autores. Além disso, com a confecção do minicurso e da apostila foi possível aprofundar seus conhecimentos acerca do *software* GeoGebra e da formação continuada de professores em tecnologias.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, F. S. **Tecnologias na educação matemática**: o uso do GeoGebra como ferramenta pedagógica no ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio. 2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) Universidade Estadual do Maranhão, UEMA, MA, 2021. Disponível em: <https://repositorio.uema.br/handle/123456789/3178>. Acesso em: 15 jun. 2024.
- ARRUDA, G. Q. *et al.* O uso da tecnologia e as dificuldades enfrentadas por educadores e educandos em meio a pandemia. **Anais VII CONEDU** - Edição Online. Campina Grande: Realize Editora, 2020. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/69162>. Acesso em: 10 jan. 2025.
- BARCELOS, G. T.; PASSERINO, L. M.; BEHAR, P. A. Tecnologias na prática docente de professores de Matemática: formação continuada com apoio de uma rede social na internet. **Anais do 23º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE 2012)**, Rio de Janeiro, 2011. Disponível em: <http://milanesa.ime.usp.br/rbie/index.php/sbie/article/viewFile/1811/1573>. Acesso em 11 jan. 2025
- BATISTA, L. N. G. **O Kahoot como recurso tecnológico para o ensino de matemática**: Um Produto Educacional Baseado No Aprimoramento Do Gtmat. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Centro Federal De Educação Tecnológica De Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2023. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=Luiza&titulo=Um+Produto+Educacional+&polo=>. Acesso em: 11 de dez. 2024.
- BENTO, H. A. **O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software**: GeoGebra. 2010. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte-MG. Disponível em: http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_BentoHA_1.pdf. Acesso em: 06 de jan. 2025.
- BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. de L. (org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: 02 dez. 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental - Matemática. Brasília: MEC / SEF, 1998. Disponível em: <https://www.apostilasopcao.com.br/arquivos-opcao/erratas/11197/69245/parametros-curriculares-nacionais-terceiro-e-quarto-ciclos-do-ensino-fundamental.pdf?srsltid=AfmBOorxfXe05JfhtXEFHm-irMWmOiPUqir9VH5bhUUZ-aM3R0BD0kQN>. Acesso em: 02 dez. 2023.

CORDEIRO, K. M. A. O Impacto da Pandemia na Educação: A Utilização da Tecnologia como Ferramenta de Ensino. 2020. **Orphanet Journal of Rare Diseases**, v. 21, n. 1, 2020. Disponível em: https://www.academia.edu/download/76871647/O_IMPACTO_DA_PANDEMIA_NA_EDUCACAO_A_UTILIZACAO_DA_TECNOLOGIA_COMO_FERRAMENTA_DE_ENSINO.pdf. Acesso em: 11 dez. 2023.

CORDEIRO, S. M. S.; PEREIRA, G. S. S. GeoGebra: uma proposta para o ensino de geometria analítica na educação básica. In: JORNADA DE ESTUDOS EM MATEMÁTICA, 2., 2016, Marabá. **Anais [...]**. Pará: UFPA, 2016. p. 78-90. Disponível em: https://jem.unifesspa.edu.br/images/2JEM/ANAIS/CC/GEOGEBRA_UMA_PROPOSTA_PARA_O_ENSINO_DE_GEOMETRIA.pdf. Acesso em 20 dez. 2023.

DANTE, L. R. **Matemática, contexto e aplicações**: Volume Único. 3ª edição. São Paulo. Editora Ática, 2010.

DEMUNER, J. A.; DE LIMA, R. R.; DA SILVA, M. J.; FERRANTE, A. A. S. G.; POLARI, S. F. O. **AULAS CONECTADAS: COMO AS TDIC ESTÃO TRANSFORMANDO O ENSINO**. ARACÊ , [S. l.], v. 7, n. 3, p. 12735–12749, 2025. DOI: 10.56238/arev7n3-150. Disponível em: <https://periodicos.newsciencepubl.com/arace/article/view/3884>. Acesso em: 18 abr. 2025.

DUDA, R.; SILVA, S. C. R. Desenvolvimento de Aplicativos para Android com uso do App Inventor: Uso de Novas Tecnologias no Processo de Ensino-aprendizagem em Matemática. **Revista Conexão UEPG**, v. 11, n. 3, 2015. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6862380.pdf>. Acesso em: 04 dez. 2023

EVARISTO, A. P. Lutificação: o uso de recursos tecnológicos para o trabalho do conteúdo lutas em aulas de educação física escolar. **EaD & Tecnologias Digitais na Educação**, [S. l.], v. 12, n. 17, p. 178–188, 2024. DOI: 10.30612/eadtde.v12i17.19546. Disponível em: <https://ojs.ufgd.edu.br/ead/article/view/19546>. Acesso em: 20 abr. 2025.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes Necessários à Prática Educativa. 29. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GEOGEBRA. **Manual do GeoGebra**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about>. Acesso em: 7 dez. 2023.

GERHARDT, T. E. *et al.* Estrutura do projeto de pesquisa. In: GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de pesquisa**. 1. ed. Rio Grande do Sul: Editora da UFRGS, 2009. p. 65-88. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2025.

GIARDINETTO, J. R. B. Reflexões sobre o uso da história da matemática como contribuição para a melhoria do ensino da geometria analítica (nível 1º e 2º graus). **Nuances: estudos sobre Educação**, v. 6, n. 6, 2000.

GIL, A C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2021.

HACK, J. R. e NEGRI, F. Escola e Tecnologia: a capacitação docente como referencial para a mudança. **Ciências & Cognição**, 2010, vol. 15, n.1, p. 89-99. Disponível em: https://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1806-58212010000100009. Acesso em: 4 de fev. 2025.

LÜDKE, M; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. [2. ed]. - Rio de Janeiro: LTC, 2013.

MÁRQUEZ, M. G.; PIRES, N. H.; IBANEZ, G. C. **Tutoriais interativos 3D com OpenGL/GLUT/C para o ensino da Geometria Analítica**. CNMAC 2024.. v. 11, 2025. Disponível em: <https://proceedings.sbmac.org.br/sbmac/article/view/4939>. Acesso em: 28 de abr. 2025.

MEDEIROS, L. T.; *et al.* **Educação Matemática**: Práticas pedagógicas, currículo e formação docente. Divinópolis-MG: Meus Ritmos Editora e Produções Artísticas, 2024. Disponível em: https://www.meusritmoseditora.com.br/_files/ugd/58e20e_6d8a475aab434a0e88bdb4623f1ef7e4.pdf#page=113. Acesso em: 28 de abr. 2025

MELO, D. K. A. de. **Explorando a geometria analítica no terceiro ano do ensino médio**: aprendendo com o Geogebra. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso, IFPB, CAMPINA GRANDE, PB . Disponível em: <https://repositorio.ifpb.edu.br/handle/177683/3440>. Acesso em: 05 de out. 2024.

MERCADO, L. P. L.. **Formação continuada de professores e novas tecnologias**. Maceió: Edufal, 1999.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. 2.ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

NASCIMENTO, E. G. A. **Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de geometria**: reflexão da prática na escola. *In*: Acta de la Conferencia Latinoamericana de Geogebra. Uruguay. ISSN. 2012. p. 2301-0185. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/267840005_AVALIACAO_DO_USO_DO_SOFTWARE_GEOGEBRA_NO_ENSINO_DE_GEOMETRIA_REFLEXAO_DA_PRATICA_NA_ESCOLA. Acesso em: 10 dez. 2024.

NÓVOA, A.; ALVIM, Y. **Escolas e professores: proteger, transformar, valorizar**. Salvador: Sec/Iat, 2022, p. 32-52.

PABLOS, J. **A visão Disciplinar no Espaço das Tecnologias da Informação e Comunicação**. 2006. *In*: SANCHO, J. M., HERNÁNDES, F. Tecnologias para transformar a educação. 2008. Tradução de Valério Campos. Porto Alegre: Artmed Editora.

PEREIRA JÚNIOR, G. A. P. *et al.* A. Desenvolvimento de plataforma digital para ensino de graduação (caso do ensino de atendimento ao paciente traumatizado). **Revista de Graduação USP**, São Paulo, 2, 1, p. 13-23, mar. 2017. Disponível em: <https://revistas.usp.br/gradmais/article/view/124078>. Acesso em: 5 jul. 2024

PONTE, J. P. da; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J.M. O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas: Mercado de Letras, 2003. p. 159-192.

ROCHA, T. L. Percepção do professor acerca do uso das mídias e da tecnologia na prática pedagógica. **Cadernos da FUCAMP**, v. 10, n. 13, 2011. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/159>. Acesso em 15 jun. 2024.

RODRIGUES, A. L. Dificuldades, constrangimentos e desafios na integração das tecnologias digitais no processo de formação de professores. In: *Aprendizagem online, Atas do III Congresso Internacional das TIC na Educação* (pp. 838-846). 2014. **Anais [...]**. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/34340>. Acesso em: 19 dez. 2024

SÁ, R. A.; ENGLISH, E.. **Tecnologias digitais e formação continuada de professores. Educação**. Porto Alegre, v. 3, n. 1, p. 63-71, 2014. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?pid=S1981-25822014000100008&script=sci_abstract&lng=en. Acesso em: 19 dez. 2024.

SANTOS, A. G. dos, *et al.* **O Geogebra como recurso didático para a aprendizagem do esboço de gráficos de funções que diferem de outras por uma composição de isometrias ou homotetias**. 2013. Universidade Federal de Alagoas Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Maceió, AL. Disponível em: <https://www.repositorio.ufal.br/handle/riufal/1242>. Acesso em: 10 dez. 2024.

SILVA, I. F. M. **O uso do GeoGebra no ensino de Matemática: uma proposta de minicurso na formação continuada de professores de Matemática**. 2019. 84 p. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2018. Disponível em: <http://acervo.ufvjm.edu.br/jspui/handle/1/1985>. Acesso em: 9 dez. 2023.

SILVA, R. C. **Uma proposta de estudo da Geometria Analítica com o uso do software GeoGebra**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) Universidade Federal do Triângulo Mineiro, UBERABA, MG, 2021. Disponível em: <http://btdt.ufcm.edu.br/handle/123456789/1606>. Acesso em: 21 nov. 2024.

SILVA, W. F. **O ponto de Fermat e o problema de Steiner Euclidiano: uma sequência didática com o uso do software geogebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, RN, 2020. Disponível em: https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=5413&id2=171052837. Acesso em: 10 dez. 2023.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. **A pesquisa científica**. In: GERHARDT, T. A.; SILVEIRA, D. T. (org.). *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Unidade 2, p. 31-34. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso

em: 15 jan. 2024.

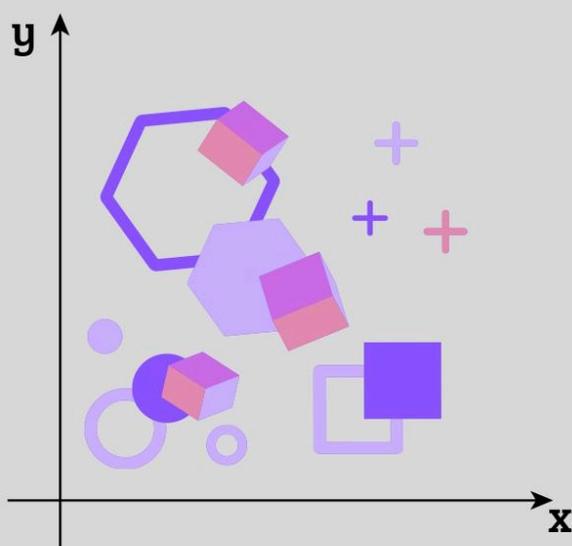
VALENTE, José Armando. **Liberando a mente**: computadores na educação especial.
Campinas: Unicamp, 1991.

APÊNDICES

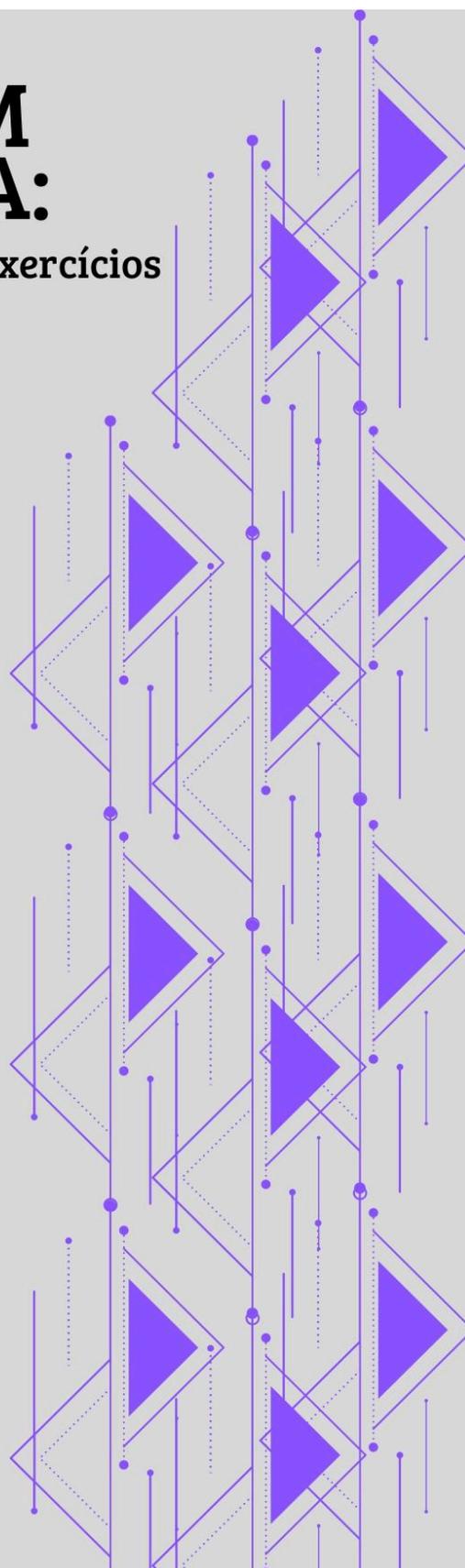
APÊNDICE A – Apostila

GEOGEBRA EM SALA DE AULA:

Estratégias para resolução de exercícios
sobre Geometria Analítica



Alexandre Gomes Barreto
Mickaella dos Santos Pessanha



Apresentação

Esse material foi elaborado com o objetivo de auxiliar professores de Matemática na abordagem dos conceitos de Geometria Analítica utilizando Tecnologias Digitais, em específico o *software* GeoGebra, pois ele permite a visualização de um mesmo objeto com diferentes representações associando a Geometria e a Álgebra.

Tendo em vista as diversas dúvidas encontradas ao abordar esses conceitos no Ensino Médio, como a dificuldade de visualização dos objetos matemáticos pelos alunos e a associação da Álgebra à Geometria, o uso de recursos tecnológicos pode auxiliar o processo de ensino e aprendizagem, permitindo um melhor aproveitamento dos conceitos matemáticos. Além disso, é possível desenvolver as capacidades reflexivas e investigativas dos alunos por meio da utilização da tecnologia, de modo adequado, no ambiente escolar.

Ao longo do material, será abordado, de forma detalhada, as possibilidades da utilização do *software* GeoGebra, suas ferramentas e o *site*. Além disso, serão apresentados alguns exemplos de como usar essa ferramenta favorecendo a resolução de exercícios e questões de vestibulares sobre Geometria Analítica.

"Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção." Paulo Freire

SUMÁRIO

1. Sobre o <i>software</i> GeoGebra	03
1.1. Apresentação do <i>site</i> GeoGebra	03
1.2. Apresentação da versão <i>Mobile</i>	04
2. A interface do GeoGebra	06
2.1. Barra de Menus	07
2.2. Barra de Ferramentas	07
3. Criação de um <i>applet</i> no GeoGebra	18
4. Exercícios resolvidos com o <i>software</i>	25
5. Exercícios Propostos	27
6. Sugestão de Leitura	29
Referências	30

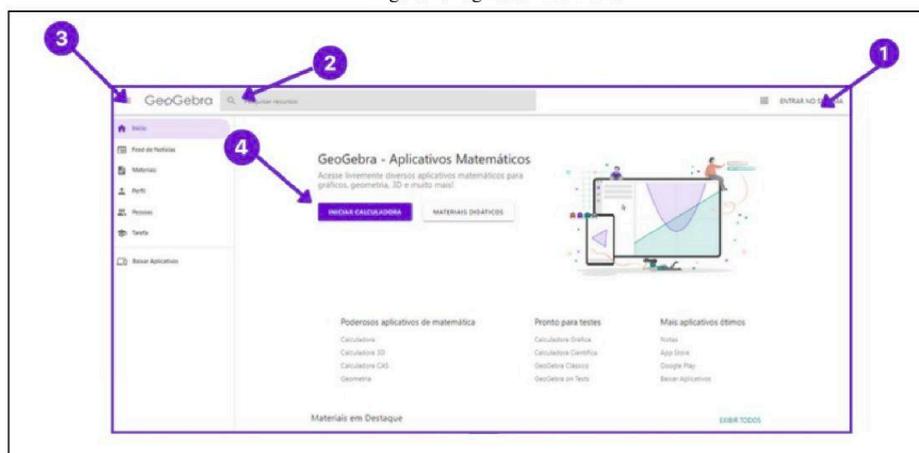
1. Sobre o *software* GeoGebra

O GeoGebra é um *software* gratuito de Matemática dinâmica, livre e multiplataforma, desenvolvido para o ensino de Matemática nos mais diversos níveis de educação, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior. O aplicativo permite o uso de vários recursos de Geometria, Álgebra, Aritmética, planilhas, gráficos e cálculos simbólicos de maneira rápida e objetiva. Atualmente, está disponível para *download* gratuito nas lojas de aplicativos para dispositivos *mobile* e, também, na versão de computador por meio do *site* <https://www.GeoGebra.org/>.

1.1. Apresentação do *site* GeoGebra

Ao abrir o *site* do GeoGebra <https://www.GeoGebra.org>, o navegador será direcionado à página ilustrada pela Figura 1. Nela, é possível realizar diversas funcionalidades do *site* e seu *software*.

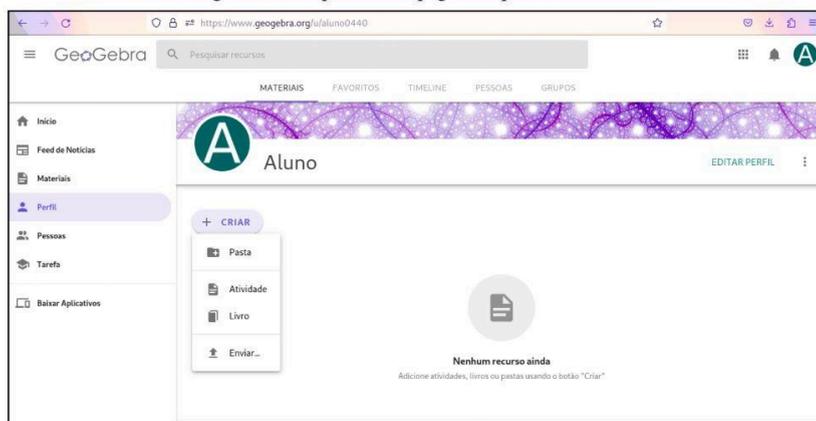
Figura 1: Página do GeoGebra



Fonte: Elaboração Própria.

O item 1 permite o acesso ao perfil do usuário no *site* clicando em “Entrar no Sistema”, direcionando para fazer o *login* de uma conta existente ou criar uma nova. Ter um perfil no *site* do GeoGebra possibilita a criação de *applets* e a publicação deles para que mais pessoas tenham acesso. Ao fazer o *login*, a página do perfil no site GeoGebra, como ilustra a Figura 2, oferece alguns recursos, como criar uma pasta para inserir suas construções feitas no GeoGebra, além de poder criar atividades, entre outros.

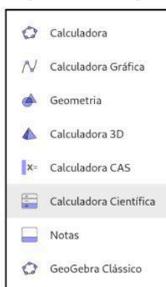
Figura 2: Exemplo de uma página de perfil de um usuário.



Fonte: Elaboração Própria.

Ao lado do item 1, existe o ícone  , que ao clicar apresenta os aplicativos disponíveis no site, como mostra a Figura 2.

Figura 2: Aplicativos disponíveis no ícone



Fonte: Elaboração Própria.

Por fim, O item 3 serve para ocultar ou exibir outras opções do menu, como “Início”, “Feed de Notícias”, “Materiais”, entre outras funcionalidades disponíveis. Já o item 4 é utilizado para iniciar a calculadora gráfica.

1.2. Apresentação da Versão *Mobile*

A versão *mobile* do GeoGebra consiste em uma adaptação do *software* de computador para os dispositivos móveis. O aplicativo se destaca pela versatilidade e praticidade, permitindo aos usuários acessar as funcionalidades do *software* em qualquer lugar, mesmo sem acesso à *internet*.

Atualmente, o aplicativo está disponível nas lojas de aplicativo na maioria dos celulares, possuindo versões com funções específicas (por exemplo, um aplicativo só para Geometria) e uma versão geral com todas as funcionalidades, como mostra a Figura 4.

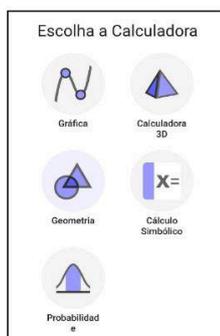
Figura 4: GeoGebra *Mobile*



Fonte: Google *Playstore*.

Ao iniciar o aplicativo, devemos escolher qual tipo de calculadora gráfica queremos, como ilustra a Figura 5. Em seguida, a interface padrão do *software* aparece, na qual cada janela e ferramenta contém as mesmas funcionalidades da versão de computador.

Figura 5: Tipos de calculadoras gráficas

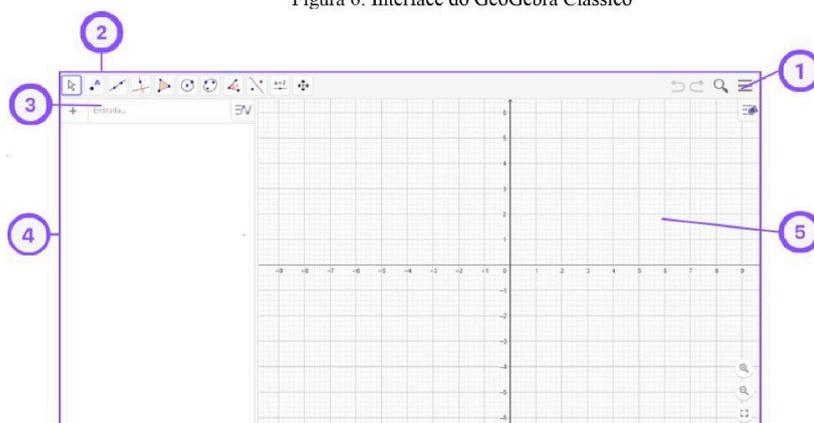


Fonte: Elaboração Própria.

2. A interface do GeoGebra

Ao iniciar o software, é possível observar a interface padrão do GeoGebra Clássico ilustrado na Figura 6 na versão de computador. Já na versão para dispositivos móveis a interface também funciona de forma análoga, apresentando a seguinte configuração:

Figura 6: Interface do GeoGebra Clássico



Fonte: Elaboração Própria.

Os elementos presentes são:

- 1) Barra de Menus: Oferece opções para salvar, editar e controlar configurações no geral.
- 2) Barra de Ferramentas: Local com atalhos para realizar as tarefas e comandos de forma rápida. Ao passar o *mouse* ou clicar sobre cada ícone aparecerá uma caixa de diálogo informando sua funcionalidade e como o comando deve ser executado.
- 3) Entrada (ou Campo de entrada): Campo de texto para se digitar comandos.
- 4) Janela de Álgebra: Local onde são exibidas as coordenadas, equações, medidas e outros atributos dos objetos construídos.
- 5) Janela de Visualização: Local onde fica a representação gráfica de cada objeto matemático construído por meio dos comandos inseridos no campo de entrada.

2.1. Barra de Menus

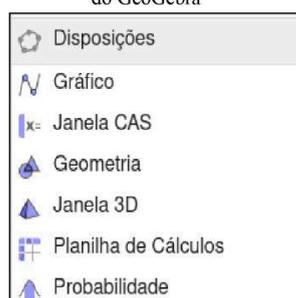
A Barra de Menus permite a realização de ações no *software* e em sua interface. Ela oferece opções para editar e configurar arquivos, trocar de calculadora, configurar a exibição de recursos, ajustar configurações gerais e personalizar a barra de ferramentas, como ilustrado nas Figuras 7 e 8.

Figura 7: Recursos da Barra de Menus



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 8: Opções de Calculadoras do GeoGebra

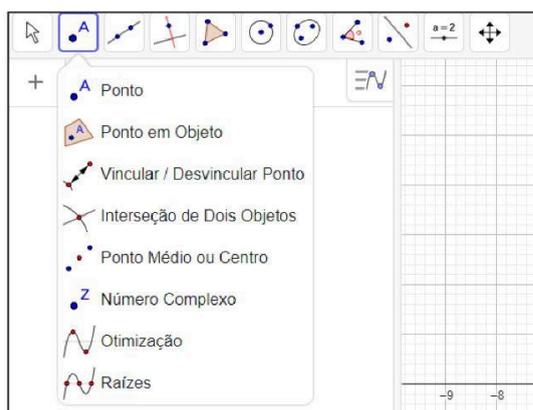


Fonte: Elaboração Própria.

2.2. Barra de Ferramentas

A Barra de Ferramentas é um facilitador na construção de objetos matemáticos, pois oferece uma grande quantidade de ferramentas. Ao passar o mouse sobre cada ícone, uma caixa de diálogos é exibida, mostrando outras ferramentas relacionadas, como ilustrado na Figura 9. Além disso, são fornecidas informações sobre como executar cada ferramenta.

Figura 9: Barra de Ferramentas



Fonte: Elaboração Própria.

Os ícones são de grande utilidade, pois a construção de *applets* no GeoGebra se torna mais rápida e dinâmica. Conhecer e saber como utilizar cada um deles se torna de extrema importância para o domínio desse *software*. Dito isso, esta seção irá abordar, em tópicos, os principais ícones presentes na Barra de Ferramentas e suas funcionalidades.

- No primeiro ícone, intitulado “Mover”, ficam as ferramentas relacionadas à manipulação, sendo elas: “Mover”, que permite mover objetos; “Função à Mão Livre”, que tem como utilidade desenhar uma função ou um objeto geométrico; “Caneta”, que permite desenhar na janela de visualização.

Figura 10: Primeiro ícone



Fonte: Elaboração Própria.

- O segundo item está relacionado a pontos e apresenta ferramentas que, além de permitir a criação de pontos, oferecem outras funcionalidades que iremos abordar de forma detalhada a seguir.

Figura 11: Segundo ícone



Fonte: Elaboração Própria.



Ponto: Cria um ponto ao clicar na janela de visualização.



Ponto em Objeto: Cria um ponto no contorno de um objeto já construído, basta clicar na ferramenta e, em seguida, no objeto desejado.



Vincular / Desvincular Ponto: Vincula um ponto a um objeto, clicando na ferramenta, depois no ponto e, por fim, no objeto.



Interseção de Dois Objetos: Cria um ponto na interseção de dois ou mais objetos. Clique na ferramenta e depois em cada objeto.



Ponto Médio ou Centro: Ao clicar em dois objetos distintos, será criado um ponto exatamente na metade da distância total entre eles.



Número Complexo: Permite a criação de um número complexo, considerando que o eixo das abscissas é a parte real e, o eixo das ordenadas, a parte imaginária do número complexo.



Otimização: Identifica os pontos extremos de uma função selecionada.



Raízes: Identifica as raízes de uma função selecionada.

- O terceiro ícone está associado à criação de retas, semirretas, segmentos e vetores, oferecendo ferramentas que permitem realizar essas construções de forma rápida.

Figura 12: Terceiro ícone



Fonte: Elaboração Própria.



Reta: Cria uma reta ao clicar em dois pontos distintos na Janela de Visualização.



Segmento: Cria um segmento ao clicar em dois pontos distintos na Janela de Visualização.



Segmento de Comprimento Fixo: Ao clicar em um ponto e informar um comprimento, a ferramenta cria um segmento com o comprimento desejado.



Semirreta: Cria uma semirreta ao clicar em dois pontos distintos na Janela de Visualização.



Caminho poligonal: Cria um caminho de segmentos ao se clicar em pontos feitos na Janela de Visualização.



Vetor: Cria um vetor ao clicar em dois pontos distintos na Janela de Visualização.



Vetor a Partir de um Ponto: Cria um vetor equipolente ao clicar em um ponto (que será a origem do novo vetor) e um vetor já existente.

- O quarto ícone está relacionado às posições relativas das retas, com ferramentas que permitem a criação de retas perpendiculares, retas paralelas, entre outros objetos matemáticos que serão abordados a seguir.

Figura 13: Quarto ícone



Fonte: Elaboração Própria.



Reta Perpendicular: Cria uma reta perpendicular ao clicar em um ponto e em uma reta (segmento, vetor ou semirreta) existentes na Janela de Visualização.



Reta Paralela: Cria uma reta paralela ao clicar em um ponto e em uma reta (segmento, vetor ou semirreta) existentes na Janela de Visualização.



Mediatriz: Cria uma mediatriz ao clicar em dois pontos distintos na Janela de Visualização.



Bissetriz: Cria uma bissetriz ao clicar em três pontos ou em duas retas na Janela de Visualização.



Reta Tangente: Cria uma reta tangente ao clicar em um ponto e, em seguida, em uma curva.



Reta Polar ou Diametral: Cria uma reta polar ao clicar em um ponto e, em seguida, em uma reta ou curva.



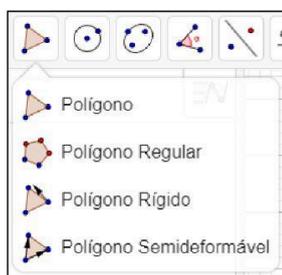
Reta de Regressão Linear: Ao clicar em vários pontos, cria uma reta que se ajusta aos pontos selecionados.



Lugar Geométrico: Ao clicar em um objeto na Janela de Visualização, ele descreve o lugar geométrico descrito pelo movimento de um ponto.

- O quinto ícone possui ferramentas que permitem a criação e análise de polígonos.

Figura 14: Quinto ícone



Fonte: Elaboração Própria.



Polígono: Cria um polígono ao selecionar três ou mais pontos, sendo que esses pontos representam os vértices do polígono.



Polígono Regular: Cria um polígono regular ao posicionar dois vértices e especificar a quantidade de lados do polígono.



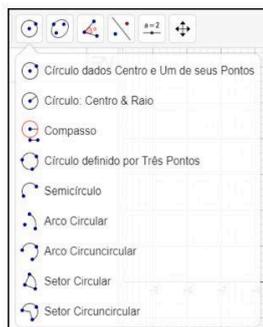
Polígono Rígido: Cria um polígono rígido ao clicar em três ou mais pontos na Janela de Visualização.



Polígono Semideformável: Cria um polígono semideformável ao clicar em três ou mais pontos na janela de visualização.

- O sexto ícone está relacionado à criação e análise de círculos e arcos de circunferência.

Figura 15: Sexto ícone



Fonte: Elaboração Própria.



Círculo dados Centro e um de seus pontos: Cria um círculo ao clicar em dois pontos distintos, sendo o primeiro ponto o centro e, o segundo, um ponto da circunferência.



Círculo dados Centro e Raio: Cria um círculo ao clicar em ponto (que será o centro) e informar o valor do raio.



Compasso: A partir de um segmento, é gerado um círculo com raio de comprimento igual ao do segmento, e podendo ser posicionado em qualquer ponto da Janela de Visualização.

 **Círculo Definido por Três Pontos:** Cria um círculo a partir do clique em três pontos distintos.

 **Semicírculo Definido por Dois Pontos:** Cria um semicírculo ao clicar em dois pontos distintos.

 **Arco Circular:** Cria um arco circular a partir de um centro e dois pontos distintos existentes na Janela de Visualização.

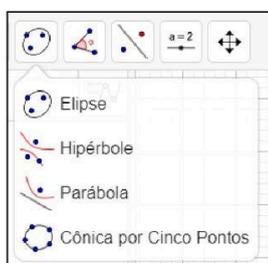
 **Arco Circuncircular:** Cria um arco circuncircular a partir de três pontos.

 **Setor Circular:** Cria um setor circular a partir de um centro e dois pontos distintos existentes na Janela de Visualização.

 **Setor Circuncircular:** Cria um setor circuncircular a partir de três pontos existentes na Janela de Visualização.

- O sétimo ícone está relacionado a criação de cônicas.

Figura 16: Sétimo ícone



Fonte: Elaboração Própria.

 **Elipse:** Cria uma elipse por meio de três pontos selecionados da Janela de Visualização, sendo os dois primeiros pontos selecionados os focos da elipse e, o terceiro ponto, pertencente à elipse.

 **Hipérbole:** Cria uma hipérbole por meio de três pontos existentes na Janela de Visualização, sendo os dois primeiros pontos selecionados os focos da hipérbole e, o terceiro ponto, pertencente à hipérbole.

 **Parábola:** Cria uma parábola ao clicar em uma reta existente na Janela de Visualização, que será a reta diretriz, e um ponto fora do segmento que será o foco da parábola.

 **Cônica por Cinco Pontos:** Cria uma cônica ao clicar em 5 pontos distintos na Janela de Visualização.

- O oitavo ícone possui ferramentas que auxiliam a determinar valores de ângulos, distâncias, áreas, inclinação, entre outras funções.

Figura 17: Oitavo ícone



Fonte: Elaboração Própria.

 **Ângulo:** Determina o valor, em graus, do ângulo formado entre três pontos ou dois segmentos. Basta clicar nos pontos em sequência ou nos dois segmentos.

 **Ângulo com Amplitude Fixa:** Ao clicar em dois lugares na Janela de Visualização, serão criados dois pontos e, em seguida, deverá ser informado o valor do ângulo desejado, criando, assim, um ângulo com amplitude fixa.

 **Distância:** Determina a distância entre dois objetos.

 **Área:** Determina a área de um polígono, círculo ou elipse ao clicar na figura.

 **Inclinação:** Determina a inclinação (coeficiente angular) de uma reta, semirreta ou segmento, ao clicar no objeto.

{1,2} **Lista:** Cria uma lista de objetos como pontos, segmentos, polígonos etc.

 **Relação:** Informa a relação existente entre dois objetos.

 **Inspetor de Funções:** Permite analisar dados importantes de uma função ao clicar sobre ela na Janela de Visualização.

- O nono ícone possui ferramentas que servem para espelhar, rotacionar, transladar, inverter e realizar a homotetia de objetos matemáticos.

Figura 18: Nono ícone



Fonte: Elaboração Própria.

 **Reflexão em Relação a uma Reta:** Espelha um objeto em relação a uma reta. Para isso, basta clicar no objeto e, em seguida, na reta.

 **Reflexão em Relação a um Ponto:** Espelha um objeto em relação a um ponto. Para isso basta clicar no objeto e, em seguida, no ponto.

 **Inversão:** Inverte um objeto em relação a um círculo. Para isso, basta clicar em um objeto e, em seguida, em círculo.

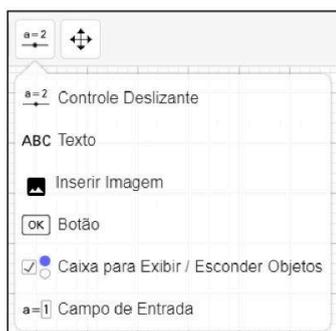
 **Rotação em Torno de um Ponto:** Cria um novo objeto rotacionando-o em torno de um ponto selecionado.

 **Translação por um Vetor:** Cria um novo objeto baseado na direção, sentido e módulo de vetor selecionado.

 **Homotetia:** Amplia ou reduz a distância de um ponto dado em relação a um ponto fixo. Para utilizar essa ferramenta, basta selecionar o objeto desejado, o ponto de homotetia e, por fim, o fator multiplicativo.

- O décimo ícone possui ferramentas que auxiliam no desenvolvimento de construções que envolvem movimento/animação e, também, permite adicionar imagens e textos.

Figura 19: Décimo ícone



Fonte: Elaboração Própria.

 **Controle Deslizante:** Cria um controle deslizante que pode ser vinculado a um objeto.

 **Texto:** Cria uma caixa de texto que é exibida na Janela de Visualização.

 **Inserir Imagem:** Permite inserir imagens na Janela de Visualização.

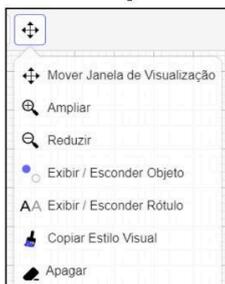
 **Botão:** Cria um botão que pode ser vinculado a animações e comandos diversos.

 **Caixa para Exibir / Esconder Objetos:** Cria uma caixa de seleção que pode ser vinculada a um objeto na janela de visualização, permitindo que ele tenha a função de desaparecer ou aparecer marcando a caixa.

a=1 **Campo de Entrada:** Vincula um objeto a uma caixa de texto que mostra sua variação em tempo real.

- O décimo primeiro ícone possui ferramentas que auxiliam nas funcionalidades mais básicas, como *zoom*, esconder/exibir objetos, personalizar estilo visual e excluir objetos.

Figura 20: Décimo primeiro ícone

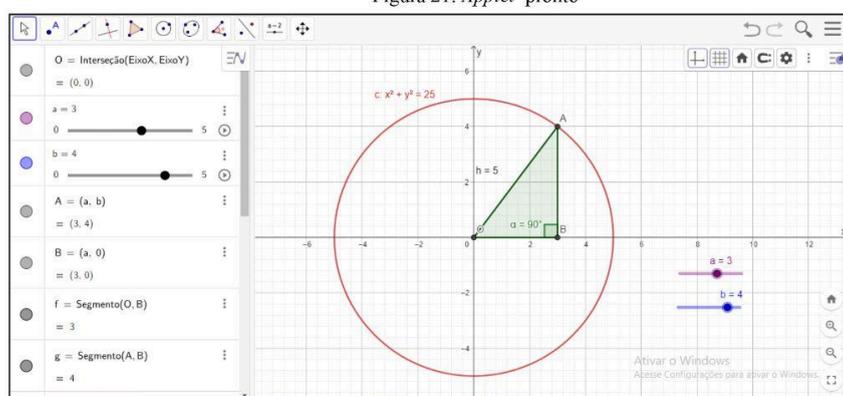


Fonte: Elaboração Própria.

3. Criação de um *applet* no GeoGebra

Para exemplificar como funciona a criação de construções e atividades no GeoGebra, será apresentada uma série de instruções, organizadas em etapas, para construir o *applet* da Figura 21, que está disponível em <https://www.GeoGebra.org/m/bhrz4qc4>. Essa atividade tem como objetivo representar, de forma geométrica e algébrica a equação da circunferência e a possibilidade de associá-la a outros conteúdos, como o Teorema de Pitágoras. A utilização desse *applet* contribui para uma abordagem diferente desses conceitos e permite a visualização geométrica e algébrica.

Figura 21: *Applet* pronto

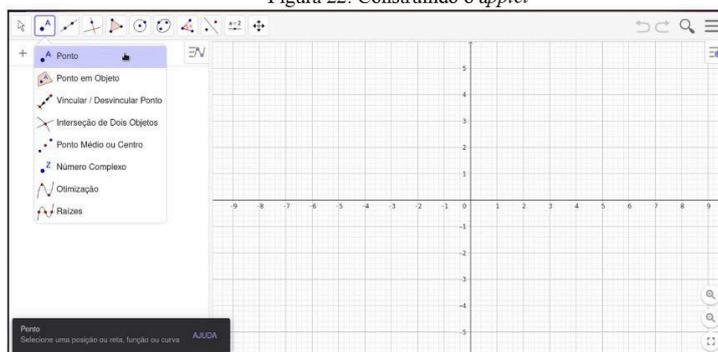


Fonte: Elaboração Própria.

Para iniciar a construção, entre na página do GeoGebra, faça o *login* na sua conta e acesse o GeoGebra Clássico, como ilustrado anteriormente. Seguem as etapas da construção:

1. Clicar no item Ponto e criar um ponto nas coordenadas (0,0)

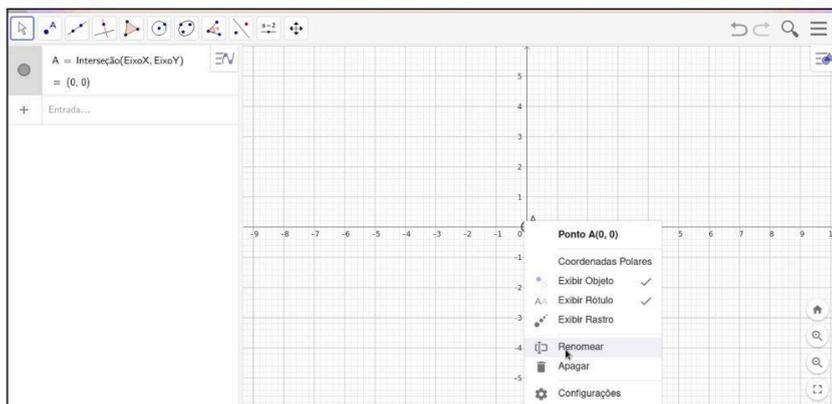
Figura 22: Construindo o *applet*



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, clicando em cima do ponto A com o botão direito do *mouse*, selecione a opção Renomear e altere o nome do ponto para O.

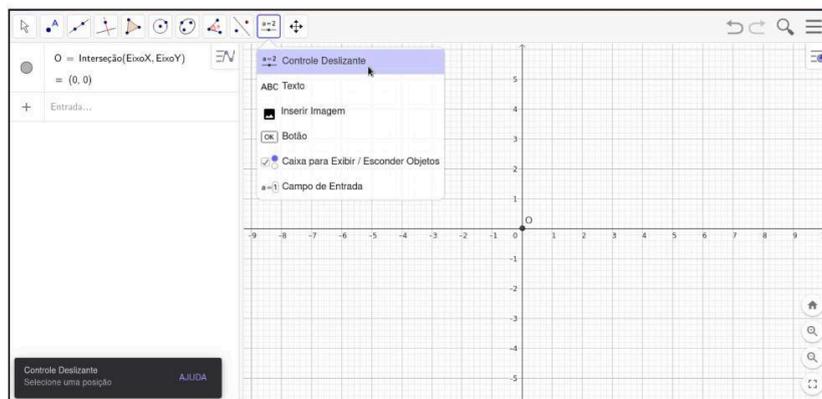
Figura 23: Etapa 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

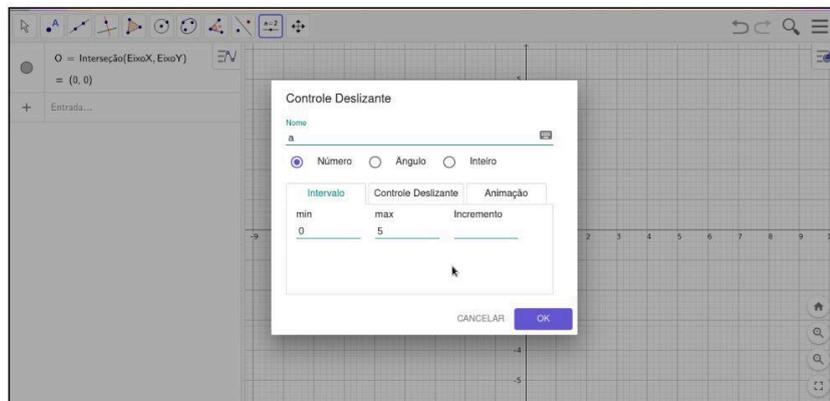
2. Clicando no item Controle deslizante e clicando em qualquer lugar na Janela de Álgebra, será criado um controle deslizante com nome **a** e com o valor mínimo 0 e máximo 5.

Figura 24: Etapa 2



Fonte: Elaboração Própria.

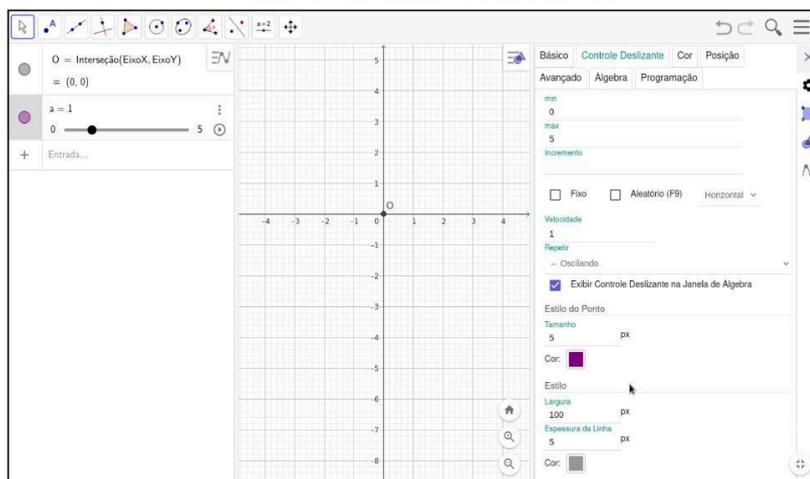
Figura 25: Controle deslizante



Fonte: Elaboração Própria.

Caso queira personalizar o controle deslizante, basta clicar, com o botão direito do *mouse*, em cima do controle deslizante e acessar configurações. Na construção, foi modificada a cor e a largura do controle deslizante, como mostra a Figura 26.

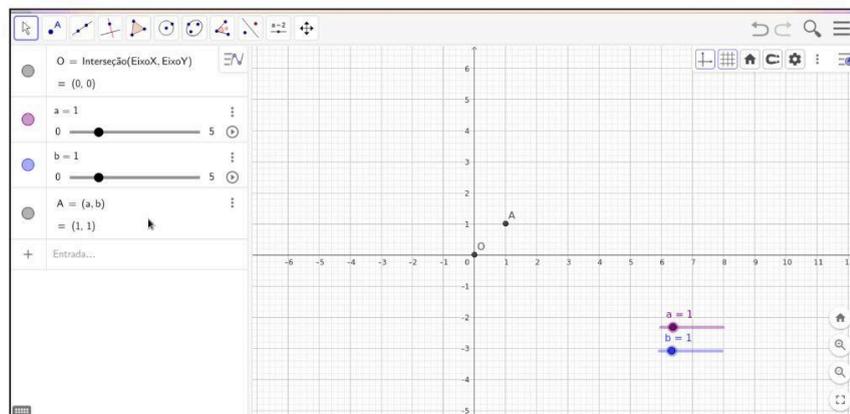
Figura 26: Modificações no controle deslizante



Fonte: Elaboração Própria.

3. Criar um controle deslizante com legenda **b** com as mesmas orientações da Etapa 2.
4. No Campo de Entrada, escreva “A= (a, b)” para criar o ponto A com as coordenadas dos controles deslizantes **a** e **b**. É possível personalizar o ponto, basta clicar na caixa do ponto A e, em seguida, nos três pontos e acessar as configurações.

Figura 27: Etapas 3 e 4

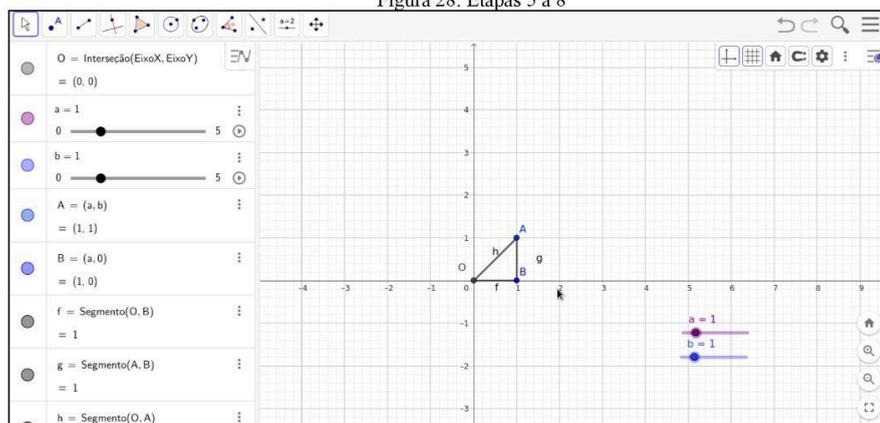


Fonte: Elaboração Própria.

5. No Campo de Entrada, escreva “ $B = (a, 0)$ ” para criar o ponto B com as coordenadas dos controles deslizantes a e 0 .
6. Utilizando a ferramenta Segmento, clique nos pontos O e B, gerando o segmento \overline{OB} .
7. Utilizando a ferramenta Segmento, crie o segmento \overline{AB} .
8. Crie o segmento \overline{OA} .

Vale ressaltar que é possível modificar o estilo dos objetos matemáticos plotados na Janela de Álgebra de diversas formas.

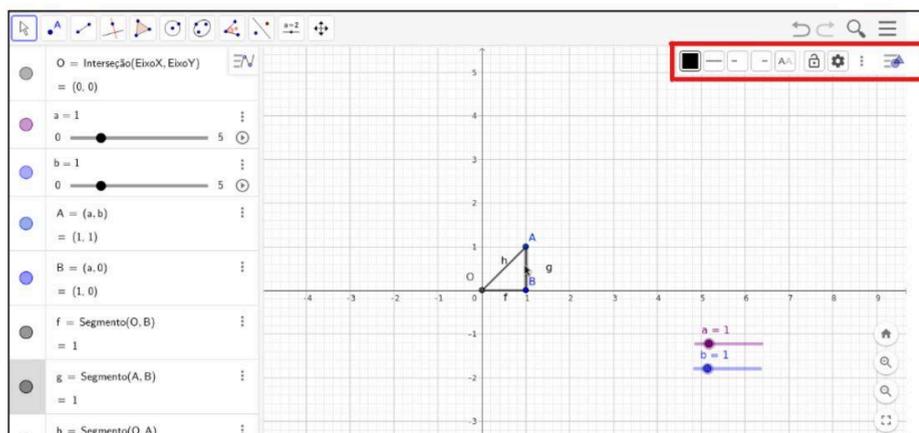
Figura 28: Etapas 5 a 8



Fonte: Elaboração Própria.

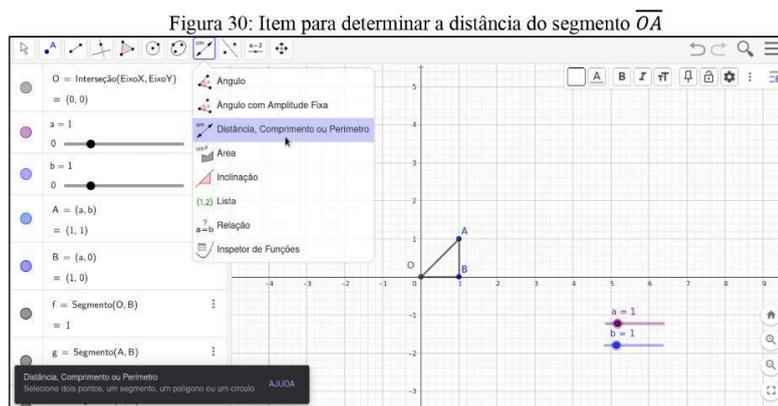
A figura acima mostra os objetos plotados com suas respectivas legendas. Para que a imagem não fique poluída com muitas informações, é possível ocultá-las. Basta clicar no objeto a ser modificado e alterar as características com os recursos disponíveis, como indica a Figura 29. Para ocultar a legenda, clique no item  e na opção “Esconder”.

Figura 29: Menu da Janela de Visualização



Fonte: Elaboração Própria.

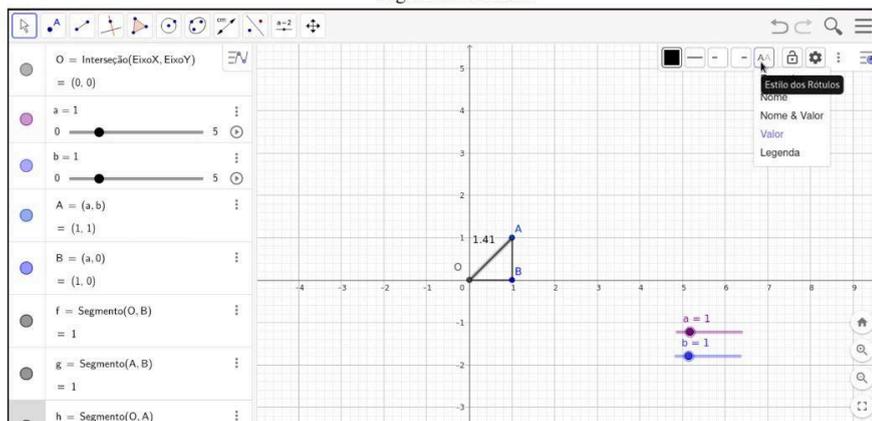
9. Utilizando o item Distância, Comprimento ou Perímetro, como ilustra a Figura 30, determine a distância do segmento \overline{OA} clicando nele.



Fonte: Elaboração Própria.

10. Caso só apareça o valor do comprimento, clique no item Estilo de rótulos e, em seguida, clique em “Nome & Valor”.

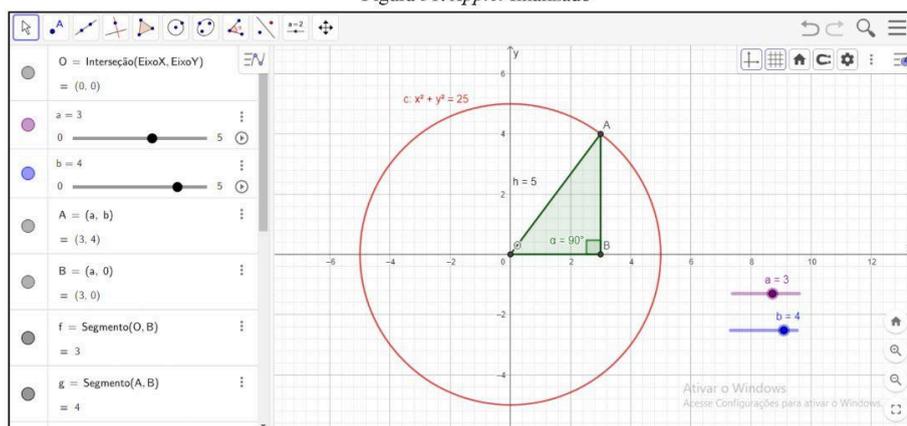
Figura 31: Rótulos



Fonte: Elaboração Própria.

11. Para visualizar o valor do ângulo formado pelo ângulo \widehat{ABO} , utilize a ferramenta Ângulo e selecione os pontos A, O e B. Formando um ângulo reto.
12. Utilizando a ferramenta Polígono, clique nos pontos O, B e A, respectivamente, formando o polígono correspondente ao triângulo OBA. Para ocultar as legendas selecione cada lado e clique no item e na opção “Esconder”
13. Com a ferramenta Círculo dados Centro e Um de seus Pontos, clique nos pontos, A e O, respectivamente. Em seguida, clique no círculo criado e em Estilo de rótulos colocando “Nome & Valor” da circunferência.

Figura 31: Applet finalizado



Fonte: Elaboração Própria.

Ao acessar novamente o site, e entrar no seu perfil é possível utilizar essa construção com os recursos disponíveis no site clicando nos três pontos, ilustrado na Figura 32.

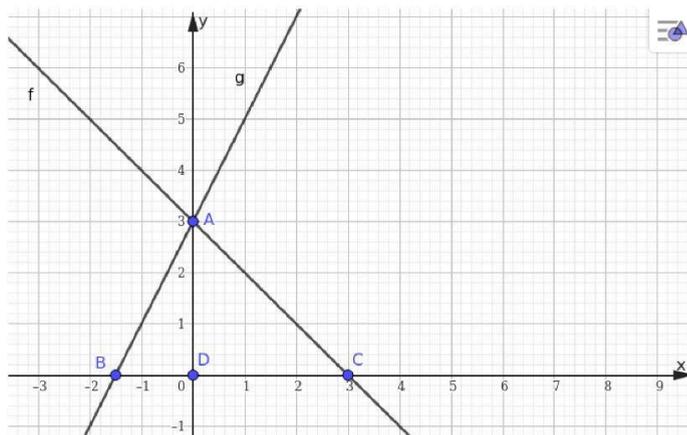
Figura 32: Recursos



Fonte: Elaboração Própria.

4. Exercícios resolvidos com o software

1) (IFF - 2023.2 -adaptado) No gráfico estão marcados os pontos A (0,3), B (-3/2,0), C (3,0) e D (0,0). Observe:

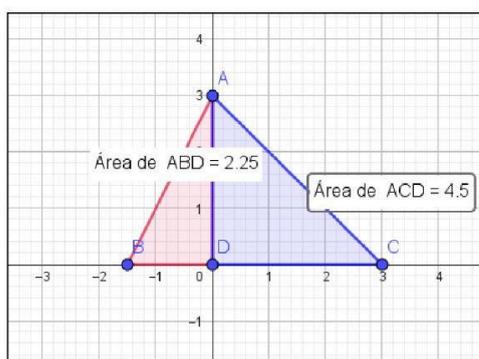


A razão entre a área do triângulo ABD e a área do triângulo ACD é

- a) 2 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{1}{2}$

Resolução:

Na interface do software GeoGebra, vamos utilizar a Janela de Álgebra e a Janela de Visualização. Inicialmente, escreva os pontos dados no enunciado e forme as retas AC e AB. Em seguida, com a ferramenta “Polígono”, construa o triângulo ABD, clicando nos pontos dos vértices na sequência, e o triângulo ACD. No oitavo item da barra de ferramentas, clique em “Área” e selecione um triângulo por vez. Essa ferramenta vai calcular e mostrar o valor da área de cada triângulo, como mostra a figura abaixo.



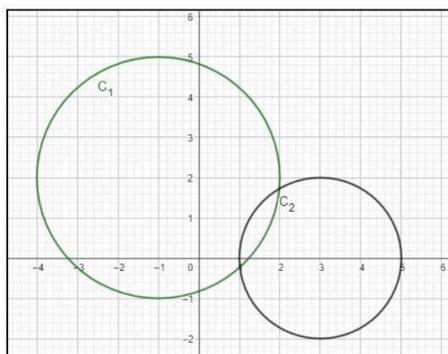
Tendo os valores das áreas, resta calcular a razão entre elas. Com isso, a resposta é $\frac{1}{2}$, letra e.

2) (SEEDUC 2014 - Professor Docente I - Matemática) Considere as circunferências $C_1: x^2 - 4y + 2x + y^2 - 4 = 0$ e $C_2: x^2 - 6x + y^2 = (-5)$. Essas circunferências, em relação à posição relativa entre si, são:

- a) concêntricas
- b) tangentes
- c) coincidentes
- d) secantes
- e) paralelas

Resolução:

Na interface do *software* GeoGebra, vamos utilizar a Janela de Álgebra e a Janela de Visualização. Escreva as equações das circunferências C_1 e C_2 , em seguida, observe a representação delas na figura abaixo. Com isso, é possível notar que as circunferências têm dois pontos em comum, logo, são secantes.



3) (IBAM 2019 - Professor de Matemática - Adaptada) A reta r é perpendicular à reta de equação $2x + 5y - 6 = 0$ e contém o ponto $P(4,4)$. Se a interseção da reta r com o eixo das abscissas é o ponto $(k,0)$, o valor de k é:

- a) 2,6
- b) 2,4
- c) 1,8
- d) 1,2
- e) 1,1

Resolução:

Na interface do *software* GeoGebra vamos utilizar a Janela de Álgebra e a Janela de Visualização. Escreva no campo de entrada a equação da reta “ $2x + 5y - 6 = 0$ ” e as coordenadas o ponto $P(4,4)$. Utilizando a ferramenta “Reta Perpendicular”, selecione o ponto P e a reta dada. Com isso, irá obter a representação da reta r . Em seguida, para obtermos o valor de k , basta clicar na ferramenta “Interseção de Dois Objetos” e selecionar a reta r e o eixo x . Assim, o ponto A encontrado tem como coordenadas $(2,4, 0)$, logo, $k = 2,4$.

5. Exercícios Propostos

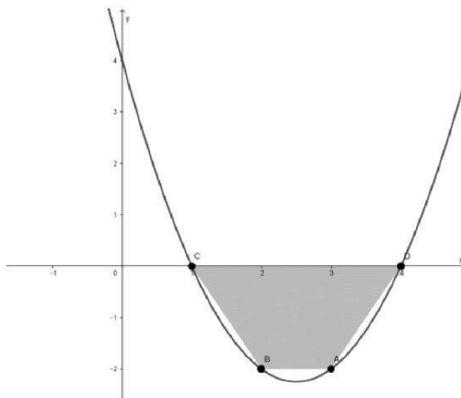
1) (UFF-RJ - Adaptada) A palavra “perímetro” vem da combinação de dois elementos gregos: o primeiro, peri, significa “em torno de”, e o segundo, metron, significa “medida”. O perímetro do trapézio cujos vértices têm coordenadas $(-1, 0)$, $(9, 0)$, $(8, 5)$ e $(1, 5)$ é igual a aproximadamente:

- 20,48
- 26,48
- 27,1
- 27,2
- 27,48

2) (IFF - 2023.2) Considere a função dada por $f(x) = x^2 - 5x + 4$, cujo gráfico é representado pela parábola da figura a seguir, e o trapézio ABCD, cujos vértices são pontos da parábola.

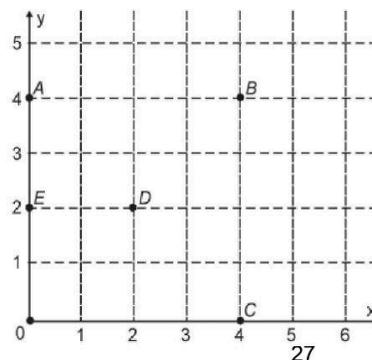
A área do trapézio ABCD é

- 8 unidades de área.
- 6 unidades de área.
- 4 unidades de área.
- 12 unidades de área.
- 16 unidades de área.



3) (ENEM PPL - 2018) Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando “tiros”, seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos. Para dar os tiros, o aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas. Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto. Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados:

$A(0; 4)$, $B(4; 4)$, $C(4; 0)$, $D(2; 2)$ e $E(0; 2)$.



Passando pelo ponto A, qual equação forneceria a maior pontuação?

- a) $x = 0$
- b) $y = 0$
- c) $x^2 + y^2 = 16$
- d) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
- e) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$

4) (UFRS - 2010) Os pontos de interseção do círculo de equação $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$ com os eixos coordenados são vértices de um triângulo. A área desse triângulo é:

- a) 22
- b) 24
- c) 25
- d) 26
- e) 28

5) (Leithold - Adaptada) Mostre, por meio do *software* GeoGebra, que os pontos $A(6, 2)$; $B(8, 6)$; $C(4, 8)$ e $D(2, 4)$ são vértices de um retângulo.

6) (PUC-MG) A medida da área do triângulo limitado pelas retas $4x + 5y - 20 = 0$, $y = 0$ e $x = 0$, é:

- a) 4
- b) 5
- c) 10
- d) 16
- e) 17

6. Sugestão de Leitura Complementar



Referências

GeoGebra. **Manual do GeoGebra**. Disponível em: <https://www.GeoGebra.org/about>. Acesso em: 7 dez. 2023.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; Murakami, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar 7: Geometria Analítica**. Vol. 2. São Paulo: Atual, 2013.

SILVA, Flavio Ribeiro da. **Trajétórias de sucesso escolar**: capacitando professores por meio de um minicurso para o ensino de funções básicas utilizando o recurso computacional GeoGebra. 2018. 202 p. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2018. Disponível em: <http://acervo.ufvjm.edu.br/jspui/handle/1/2050>. Acesso em: 10 de dez. 2023.

Pacheco, Robson Santana. **Geometria Analítica**. Natal (RN): editora do IFRN, 2009. Disponível em: <https://memoria.ifrn.edu.br/handle/1044/1010?show=full>. Acesso em: 10 de jan. 2024.

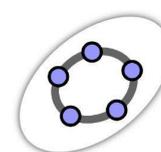
APÊNDICE B – *Slides* do Minicurso

GEOGEBRA EM SALA DE AULA: Estratégias para resolução de exercícios sobre Geometria Analítica.

Autores: Alexandre Gomes Barreto e Mickaella dos Santos Pessanha
Orientador: Dr. Sc. Tiago Desteffani Admiral



SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO,
CIÊNCIA E TECNOLOGIA
EDUCAÇÃO ILUMINA VIDAS



Sumário

1. Apresentação do minicurso	
1.1. Funcionamento do minicurso	04
1.2. Qr. codes e link úteis	05
2. Dialogo com professores	06
3. Tecnologias Digitais na Educação	
3.1. Software GeoGebra	07
3.2. Applet das Frutas	11
4. Construindo um Applet	
4.1. Circunferência.....	12
5. Exercícios utilizando o GeoGebra	
5.1. Exercício Resolvido	13
5.2. Exercícios Propostos	14
Referências	20

1. Apresentação do minicurso



03

1. Apresentação do minicurso

1.1. Funcionamento do minicurso



Momento Sincrono



Momento Assíncrono



Coleta de dados

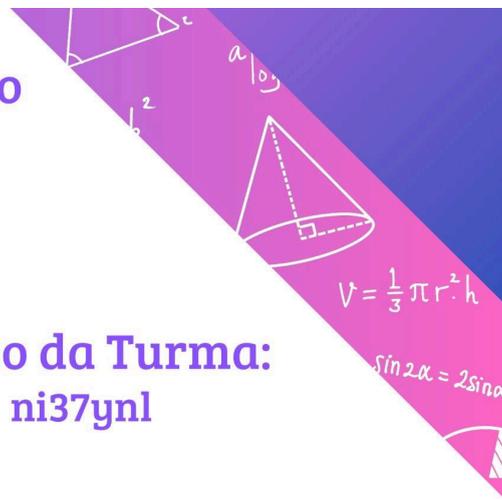
04

1. Apresentação do minicurso

1.2. Qr. Code classroom



Código da Turma:
ni37ynl



05

2. Diálogo com os professores



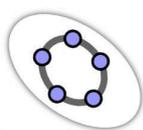
- Ensino de Matemática;
- Dificuldades dos alunos;
- Metodologias;
- Uso de Tecnologias em sala.

06

3. Tecnologias Digitais na Educação

3.1 Software GeoGebra

O GeoGebra é um software gratuito de Matemática dinâmica, livre e multiplataforma, desenvolvido para o ensino de Matemática nos mais diversos níveis de educação, desde o fundamental até o superior (GeoGebra, 2023).

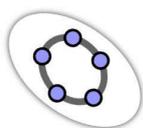


07

3. Tecnologias Digitais na Educação

3.1 Software GeoGebra (cont.)

O GeoGebra é um software gratuito de Matemática dinâmica, livre e multiplataforma, desenvolvido para o ensino de Matemática nos mais diversos níveis de educação, desde o fundamental até o superior (GeoGebra, 2023).



Na apostila tem todos os comandos descritos.

08

3. Tecnologias Digitais na Educação

3.1 Software GeoGebra (cont.)

Vantagens:

- Versátil;
- Dinâmico;
- Permite representar um mesmo objeto matemático de diferentes formas;
- Possibilita aulas interativas.



09

3. Tecnologias Digitais na Educação

3.1 Software GeoGebra (cont.)

“Embora o GeoGebra proporcione condições que permitam ao estudante a construção do conhecimento, o software sozinho não pode ensinar coisa alguma, por mais que tenha manuais de como fazer construções. Para que haja aprendizagem com esse recurso é necessário a elaboração de situações didáticas, o que torna indispensável a presença do professor. ” (Santos, 2013, p. 27)

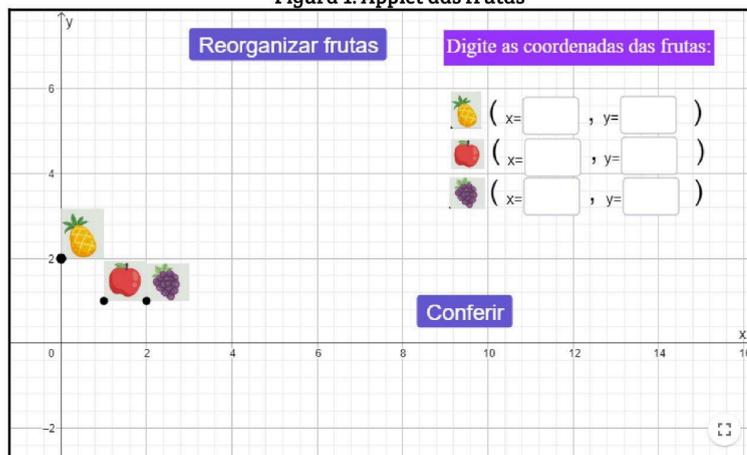


10

3. Tecnologias Digitais na Educação

3.2 Applet das frutas

Figura 1: Applet das frutas



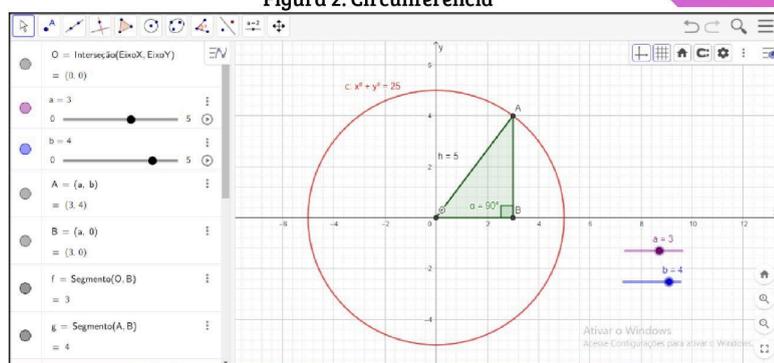
Fonte: Elaboração Própria.

11

4. Construindo um Applet

4.1 Circunferência

Figura 2: Circunferência



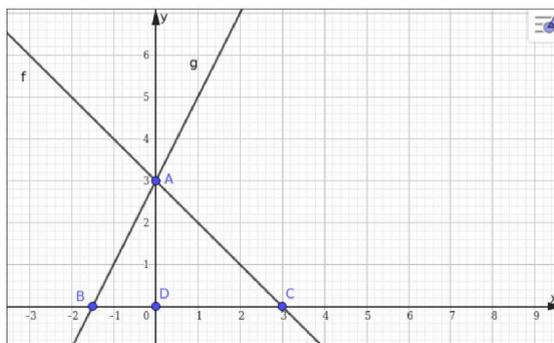
Fonte: Elaboração Própria.

12

5. Exercícios utilizando o GeoGebra

5.1 Exercícios Resolvidos

1) (IFF - 2023.2 -adaptado) No gráfico estão marcados os pontos A (0,3), B (-3/2,0), C (3,0) e D (0,0). Observe:



A razão entre a área do triângulo ABD e a área do triângulo ACD é

a) 2 b) 1/3 c) 2/3 d) 3/2 e) 1/2

13

5. Exercícios utilizando o GeoGebra

5.2 Exercícios Propostos

1) (UFF-RJ (Adaptada)) A palavra “perímetro” vem da combinação de dois elementos gregos: o primeiro, peri, significa “em torno de”, e o segundo, metron, significa “medida”. O perímetro do trapézio cujos vértices têm coordenadas (-1, 0), (9, 0), (8, 5) e (1, 5) é igual a aproximadamente:

14

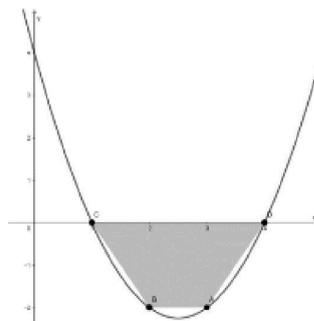
5. Exercícios utilizando o GeoGebra

5.2 Exercícios Propostos (cont.)

2) (IFF - 2023.2) Considere a função dada por $f(x) = x^2 - 5x + 4$, cujo gráfico é representado pela parábola da figura a seguir, e o trapézio ABCD, cujos vértices são pontos da parábola.

A área do trapézio ABCD é

- a) 8 unidades de área.
- b) 6 unidades de área.
- c) 4 unidades de área.
- d) 12 unidades de área.
- e) 16 unidades de área.



15

5. Exercícios utilizando o GeoGebra

5.2 Exercícios Propostos (cont.)

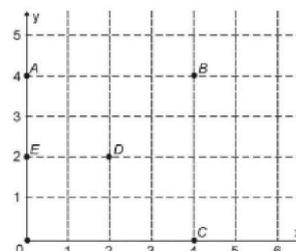
3) (ENEM PPL - 2018) Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando "tiros", seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos. Para dar os tiros, o aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas. Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto.

Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados:

A(0; 4), B(4; 4), C(4; 0), D(2; 2) e E(0; 2).

Passando pelo ponto A, qual equação forneceria a maior pontuação?

- a) $x = 0$
- b) $y = 0$
- c) $x^2 + y^2 = 16$
- d) $x^2 + (y-2)^2 = 4$
- e) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$



16

5. Exercícios utilizando o GeoGebra

5.2 Exercícios Propostos

4) (UFRS - 2010) Os pontos de interseção do círculo de equação $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$ com os eixos coordenados são vértices de um triângulo. A área desse triângulo é:

- a) 22
- b) 24
- c) 25
- d) 26
- e) 28

17

5. Exercícios utilizando o GeoGebra

5.2 Exercícios Propostos

5) (Leithold - Adaptada) Mostre, por meio do software GeoGebra, que os pontos $A(6,2)$; $B(8,6)$; $C(4,8)$ e $D(2,4)$ são vértices de um retângulo.

18

5. Exercícios utilizando o GeoGebra

5.2 Exercícios Propostos

6) (PUC-MG) A medida da área do triângulo limitado pelas retas $4x + 5y - 20 = 0$, $y = 0$ e $x = 0$, é:

- a) 4
- b) 5
- c) 10
- d) 16
- e) 17

19

Referências

GEOGEBRA. Manual do GeoGebra. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about>. Acesso em: 7 dez. 2023.

SANTOS, Anayara Gomes dos, et al. O Geogebra como recurso didático para a aprendizagem do esboço de gráficos de funções que diferem de outras por uma composição de isometrias ou homotetias. 2013. Universidade Federal de Alagoas Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Maceió, AL. Disponível em: <https://www.repositorio.ufal.br/handle/riufal/1242>. Acesso em: 10 de dez. 2023.

20

APÊNDICE C – Questionário Inicial

Questionário 1

Este formulário tem como objetivo a coleta de dados para um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Os pesquisadores são: Alexandre Gomes Barreto e Mickaella dos Santos Pessanha, estudantes do curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal Fluminense (IFF). E o orientador dessa pesquisa é o Prof. Dr. SC. Tiago Destéffani Admral. As respostas desse questionário serão utilizadas apenas para análise de dados e o participante não será identificado.

** Indica uma pergunta obrigatória*

1. 1. Acerca do seu nível de formação em matemática, assinale a alternativa que representa * a sua maior titulação:

Marcar apenas uma oval.

- Graduação
- Especialização
- Especialização (Incompleto)
- Mestrado
- Mestrado (Incompleto)
- Doutorado
- Doutorado (Incompleto)
- Pós-doutorado
- Pós-doutorado (Incompleto)

2. 2. Em quais segmentos de ensino você trabalha? *

Marque todas que se aplicam.

- Ensino Fundamental II.
- Ensino Médio.
- Ensino Superior.

3. 3. Há quantos anos você leciona matemática? *

Pular para a pergunta 4

Matemática e Tecnologias Digitais

4. 4. Quais dos recursos computacionais abaixo você utiliza ou já utilizou em suas aulas? *

Marque todas que se aplicam.

- Word.
 Excel.
 Canva
 Winplot
 Outro: _____

5. 5. Você já utilizou o *software* GeoGebra?

Marcar apenas uma oval.

- Sim *Pular para a pergunta 6*
 Não *Pular para a pergunta 8*

6. Caso você já tenha utilizado o *software* GeoGebra, na sua opinião, esse recurso beneficiou o processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos?

Marcar apenas uma oval.

- Sim *Pular para a pergunta 7*
 Não *Pular para a pergunta 8*

Em caso afirmativo do item anterior, responda:

7. De que forma o *software* GeoGebra beneficiou o processo de aprendizagem dos seus alunos? *

Matemática e Tecnologias Digitais

8. 6. Na sua opinião, utilizar recursos tecnológicos digitais nas aulas para abordar conceitos * de geometria, geometria analítica, entre outros conteúdos, auxiliaria os alunos na compreensão dos conceitos matemáticos?

Marcar apenas uma oval.

Sim *Pular para a pergunta 9*

Não

Em caso afirmativo da questão 6, responda:

9. De que forma os recursos tecnológicos digitais podem auxiliar seus alunos na * compreensão dos conceitos matemáticos?

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

APÊNDICE D – Questionário Final

Questionário 2

Este formulário tem como objetivo a coleta de dados para um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Os pesquisadores são: Alexandre Gomes Barreto e Mickaella dos Santos Pessanha, estudantes do curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal Fluminense (IFF). E o orientador dessa pesquisa é o Prof. Dr. SC. Tiago Destéffani Admral. As respostas desse questionário serão utilizadas apenas para análise de dados e o participante não será identificado.

** Indica uma pergunta obrigatória*

1. 1. Durante o minicurso, foi apresentado algum recurso ou ferramenta que você não conhecia? *

Marcar apenas uma oval.

Sim *Pular para a pergunta 2*

Não *Pular para a pergunta 3*

Em caso afirmativo da questão 1, responda:

2. Quais recursos ou ferramentas você não conhecia? *

Seção sem título

3. 2. Durante o minicurso, você teve alguma dificuldade ao utilizar o *software* GeoGebra? *

Marcar apenas uma oval.

Sim *Pular para a pergunta 4*

Não *Pular para a pergunta 5*

Em caso afirmativo da questão 2, responda:

4. Quais dificuldades você encontrou ao utilizar o *software* GeoGebra? *

Seção sem título

5. 3. Você teve dificuldades para relembrar alguns conceitos de Geometria Analítica apresentados durante o curso? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim *Pular para a pergunta 6*
- Não *Pular para a pergunta 7*

Em caso afirmativo da questão 3, responda:

6. Comente sobre quais dificuldades relacionadas aos conceitos de Geometria Analítica você teve durante o minicurso. *

Seção sem título

7. 4. Qual a sua opinião sobre a utilização do *software* GeoGebra como ferramenta para resolução de exercícios ?

8. 5. Você já sabia construir *applets* ou resolver questões utilizando os recursos do GeoGebra? *

Marcar apenas uma oval.

Sim

Não

9. 6. Como você avalia sua percepção e utilização do GeoGebra após a participação neste minicurso? Houve alguma mudança significativa em sua visão em relação a essa ferramenta? *

10. 7. Após a realização do minicurso, qual a probabilidade de você utilizar o GeoGebra em suas aulas? *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

APÊNDICE E – *Classroom*

Mural Atividades Pessoas Notas





GEOGEBRA EM SALA DE AULA:

Estratégias para resolução de exercícios!

GeoGebra em sala de aula: Estratégias para resoluçã...

[Personalizar](#)

Código da turma: ⋮
ni37ynl 🔗

a Escreva um aviso para sua turma ↕



Mickaella Santos
2 de mar. de 2024 (editado: 17 de mar. de 2024)

Sejam bem vindos a esta sala de aula. O objetivo da utilização desse recurso pedagógico é auxiliar durante a realização do minicurso, na sala estão disponíveis todos os materiais para futuras consultas. O minicurso foi pensado para professores de matemática, com o objetivo de mostrar as potencialidades do *software* GeoGebra na resolução de questões de Geometria Analítica.

Agradecemos a dedicação de todos os participantes.
Ass: Alexandre Gomes Barreto e Mickaella dos Santos Pessanha

⋮

a Adicionar comentário para a turma... ▶

Próximas atividades

Nenhuma atividade para a próxima semana

[Ver tudo](#)



Mural **Atividades** Pessoas Notas





Questionarios ⋮

 Coleta de dados iniciais dos participante...	Data de entrega: 22 de mar. d... ⋮
 Coleta de dados final dos participantes d...	Data de entrega: 22 de mar. d... ⋮

Materiais ⋮

 Links úteis	Última edição: 9 de mar. de 20... ⋮
 Apostila	Última edição: 17 de mar. de 2... ⋮

Atividades ⋮

 Atividade 1	Data de entrega: 22 de mar. d... ⋮
 Atividade 2	Data de entrega: 22 de mar. d... ⋮



APÊNDICE F – Atividades do *Classroom*



Atividade 1



Mickaella Santos · 17 de jan. de 2024 (editado: 21 de mar. de 2024)

100 pontos

Data de entrega: 22 de mar. de 2024

A partir das discussões feitas durante o minicurso, crie um applet no software GeoGebra seguindo as orientações presentes no arquivo abaixo. Ao terminar a construção salve no seu perfil do GeoGebra e anexe o link nessa atividade.



Comentários da turma



Adicionar comentário para a turma...



Atividade 1

O objetivo desta atividade é construir um *applet* no software GeoGebra, contendo um hexágono regular inscrito numa circunferência. Sendo a circunferência de raio 2 e centro na origem do plano cartesiano.

Para fazer a atividade, siga as instruções abaixo. Realize a construção no GeoGebra Clássico e salve no seu perfil do site, crie um perfil caso necessário. Se houverem dúvidas quanto à criação do perfil ou a algum passo desta construção, retorne ao material disponibilizado na apostila ou entre em contato com os autores do minicurso.

1. Crie o ponto $O = (0, 0)$;
2. Utilizando a ferramenta Círculo: Centro e Raio, crie uma circunferência de centro em O e raio igual a 2;
3. Utilizando a ferramenta Interseção de Dois Objetos, clique na circunferência e em seguida no eixo x , sendo criados dois pontos A e B ;
4. Renomeie os ponto A para E ;
5. Utilizando a ferramenta Ângulo com Amplitude fixa, selecione os pontos O e E , em seguida digite 60 graus;
6. Renomeie os ponto O' para D ;
7. Utilizando a ferramenta Polígono Regular, selecione os pontos D e E , em seguida digite 6 para o número de lados do polígono;
8. Renomeie os ponto para G , C e A para ,respectivamente, C , A e F ;
Até essa etapa já foram construídos a circunferência de raio 2 e o hexágono inscrito
9. Utilizando a ferramenta Polígono, clique nos pontos B , D e F , criando o triângulo BDF
10. Utilizando a ferramenta Caixa para Exibir/ Esconder Objetos, posicione em qualquer lugar da tela, digite como legenda “Exibir Triângulo BDF ” e selecione todos os objetos que pertencem ao triângulo BDF plotado. (Dica: observe na Janela de Álgebra os objetos matemáticos que têm a mesma cor que o Triângulo BDF);
11. Salve a construção realizada e copie o link.

Atividade 2

Mickaella Santos - 17 de jan. de 2024 (editado: 21 de mar. de 2024)

100 pontos

Data de entrega: 22 de mar. de 2024

Utilizando o applet construído na Atividade 1, resolva a questão da UFPR de 2009 utilizando software GeoGebra. Ao finalizar sua resolução, clique na barra de Menus e em Compartilhar. Atribua o nome da construção como "Atividade 2" e copie o link disponibilizado. Anexe o link nessa atividade.



GeoGebra - the world's fav...
<https://www.geogebra.org/?lang=pt>



Atividade 2.pdf
 PDF

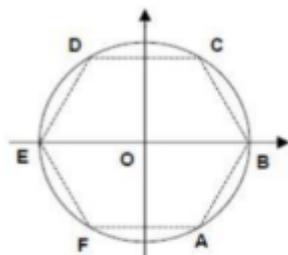
Comentários da turma



Adicionar comentário para a turma...



(UFPR 2009) Considere o hexágono retangular inscrito na circunferência de raio 2 centrada na origem do sistema de coordenadas cartesianas, conforme representado na figura ao lado. Nessas condições, é incorreto afirmar:



- A equação da circunferência é $x^2 + y^2 = 4$.
- O triângulo com vértices nos pontos B, D e F e O B é equilátero
- A distância entre os pontos A e D é 4.
- A equação da reta que passa pelos pontos A e C pode ser escrita na forma $px + qy = r$, com $r = 0$.
- A equação da reta que passa pelos pontos B e D pode ser escrita na forma $y = px + q$, com $p < 0$ e $0 < q < 2$.

APÊNDICE G – Exemplo de atividade com *applet*



Atividade associado ao *applet* da circunferência

1) Mova o controle deslizante “a” até o valor 3 e o controle deslizante “b” até o valor 4, qual o valor do raio apresentado pelo *software*?

2) A equação exibida se assemelha a algum outro conteúdo que você já tenha estudado?

3) No *applet* da circunferência:

a) Ao mexer no Controle Deslizante “a”, o que você percebeu?

b) Ao mexer no Controle Deslizante “b”, o que você percebeu?

4) Por que ao colocar ambos os controles deslizantes em zero, a circunferência se torna um ponto?
